SYNTROMETRISCHE MAXIMENTELEZENTRIK

TEIL C

SYNMETRONIK DER WELT

BAND I

BURKHARD HEIM

MEINEM VATER UND MEINER FRAU GEWIDMET

S Y N T R O M E T R I S C H E

M A X I M E N T E L E Z E N T R I K

T E I L C

S Y N M E T R O N I K D E R W E L T

B a n d I

C SYNMETRONIK DER WELT BAND I

Inhalt

Phänomenologische Induktion 1

Kapitel I

DEDUKTIVE BASIS

1) Kanonische Feldmechanik 3
2) Quanten 14
3) Makromare Wirkungsfelder 20
4) Quantendualismus und Zustandsoperatoren.....65
5) Quantisierte kanonische Feldmechanik 82
6) Evolution einer Population im variablen Biotop 89
7) Konsequenzen aus Deduktion 100

Kapitel II

HEURISTIK DER GRAVITATION

1) Gravitative Feldquellen und approximierter Tensorfluß 102
2) Gravitative Feldstörungen 112
3) Das Mesofeld 119
4) Gravitative Mesofeldwechselwirkungen 124
5) Revisionen und Ansatzpunkte 129

K a p i t e l III

S Y N T H E S I S D E R S O M A W E L T

1) Das Relativitätsprinzip gravitativer Feldstörungen 132
2) Feldtensoren der Gravitation 138
3) Vergleich der Invarianten 143
4) Somasynthesis der Gruppen und Tensoren 159
5) Approximierte Mesofeldkorrelation und Feldkorrespondenzen....173

K a p i t e l IV

D I E M E S O B A R I S C H E S T R U K T U R S Y N T H E S I S

1) Der mesobarische Korrelationstensor 191
2) Korrelations- und Korrespondenzpotentiale 198
3) Mesobarische Statik stabiler Korrelationszustände 204
4) Korrespondenzdynamik und Matastatik 218

A n h a n g

Synmetronische Begriffsbildungen zu Band I 250

C SYNMETRONIK DER WELT

Phänomenologische Induktion

Nach den induktiven Untersuchungen des Teiles B gibt es nur einige wenige Grundsätze die als Basis einer umfassenden deduktiven Beschreibung verwendbar sind. Solche Grundsätze müssen den folgenden Bedingungen genügen:

a) Sie müssen unmittelbar einer möglichst universellen empiri - schen Bestätigung zugänglich sein und

b) , müssen diese Grundsätze als Ausgangspunkte von Deduktionen mit maximalem Aussagewert erscheinen , d. h. , es müssen sich mindestens die in B dargestellten Aussagen aus ihnen entwickeln lassen. Schließlich muß

c) die Zahl dieser Grundsätze ein Minimum sein. Die phänomenologische Induktion dieser empirischen Prinzipien kann dann zur Ent - wicklung einer deduktiven Basis verwendet werden, deren Aussagen heuristisch eindeutig zu kombinieren sind, und aus diesen Kombinationen muß indirekt zu ersehen sein, ob es noch universellere Grundsätze gibt, wie diese zu formulieren sind und wie eine syntrometrische Beschreibung zu erfolgen hat.

Die empirischen Aussagen des Teiles B können in drei Gruppen klassifiziert werden. Die erste dieser Gruppen umfaßt alle durch die Empirie notwendig gewordenen Definitionen, während die zweite Gruppe alle Aussagen mit phänomenologisch deskriptivem Charakter enthält. Die dritte Gruppe schließlich enthält Aussagen, die als empirische Grundprinzipien anzusprechen sind. Die Gleichungen aus B verteilen sich auf diese drei Gruppen: 5,5a, 10, 12, 16, 20, sowie die empirische Definition des lebenden Organismus als hierarchisch geschichtetes Wirkungsgefüge mit entelechaler Bewertung.
Zweite Gruppe: 4, 8, 9, 9a, 9b, 11, 11a, 11b, 13, 14, 18, 19, 21, 21a, 22, 24, 24a, 25, 25a, 26a, 27, 29a, 3o, 31, 31a, 32, 33, 34, 34a, 35, 36, 36a, 37, 38, 39, 4o, 41, 42, 43, 44.
Dritte Gruppe: 1, 2, 3, 6, 7, 7a, 15, 28, 17, 23, 26, 29, 45.
Nach diesen Grundprinzipien der dritten Gruppe gelten in einer Zusammenfassung die folgenden prinzipiellen Aussagen der anthropomorphen ästhetischen Empirik:

α) Das gesamte materielle Geschehen verläft in Raum und Zeit

(1, 2, 3) und zwar so, daß jede Aktion mit einer entsprechenden Reaktion identisch ist (6) , während Energie und Impuls eines konservativen System erhalten bleiben (7 , 7a) und das zeitliche Geschehen so orientiert ist, dass die Entropie des Systems nicht abnehmen kann (17).

β) Es gibt ein durchgehendes Prinzip der Quantisierung. Und zwar erstreckt sich dieses Quantenprinzip auf alle Wirkungen (29) sowie auf die Atomistik der Materie (15,28) und die Atomistik der elektrischen Ladung (23,26).

γ) Es gibt als Organismen definierte hierarchisch geschichtete Wirkungsgefüge mit entelechalen Bewertungen, die sich identisch reduplizieren und einer zeitlichen Evolution durch Mikromutationen unterworfen sind; während jede Typoklinencharakteristik grundsätzlich frei von Unendlichkeitsstellen nichtlinear verläuft.

Zu einer umfassenden Beschreibung liefern diese drei Grundsätze noch keine Basis; denn hierzu müssen noch einige Eigenschaften (enthalten in der zweiten Gruppe) der beschriebenen Phänomene hinzugezogen werden. Nach B wird das gesamte Geschehen durch die Korrespondenz von Konfigurationsfeldelementen bestimmt, welche durch Wirkungsfelder vermittelt wird. Die makromaren Wirkungsfelder werden durch 8,25 und 25a beschrieben, welche in einem 4. Basisgrundsatz erscheinen müssen. Die Ausgangsbasis einer Deduktion kann aber nur vollständig sein, wenn noch eine empirische Aussage über die Quellen der Wirkungsfelder vorliegt. Wegen der atomistischen Struktur der Materie müßte es sich hierbei um eine atomare Aussage und zwar konkreter um eine solche der Nuklearstrukturen handeln. Es bieten sich zwei Aussagen an, nämlich die Proportionalität zwischen Bindungsenergie und Massendefekt zum einen und die konstante Dichte der Kernmaterie (41) zum anderen. Da das Energiematerieäquivalent wegen der beobachteten Paarbildung von Elementarkorpuskeln aus Photonen auch für Photonen gelten muß und diese bereits durch 25 und 29 beschrieben werden können, kommt als vervollständigende Aussage nur 41 in Betracht. Die drei Basisgrundsätze sind also zu ergänzen durch den deskriptiven Grundsatz:

δ) Die Massendichte der Nuklearstrukturen ist stets konstant (41). Von der Materie wird ein gravitatives makromares Wirkungsfeld (8) und von elektrischen Ladungen ein makromares elektromagnetisches Wirkungsfeld (25, 25a) emittiert.

Aus diesen vier Grundsätzen α bis δ muß nunmehr eine deduktive Basis entwickelt werden, von welcher eine quantitative deskriptive

Analyse auszugehen hat. Das Ziel dieser Untersuchungen muß es sein (in dieser Richtung ist die gesamte Deduktion anzulegen), über dem Quantitätsaspekt zu einer Formulierung zu kommen, welche das Übergangskriterium zur anthropomorphen Syntrometrie erfüllt.

K a p i t e l I

D E D U K T I V E B A S I S

1) K a n o n i s c h e F e l d m e c h a n i k .

Bewegt sich ein Massenpunkt m unter dem Einfluß einer Kraft $\bar{K}$ längs eines Weges $\bar{s}$ so gilt für die Bewegung $\bar{K} = m \ddot{\bar{s}}$. Diese Beziehung gilt nicht mehr, wenn die Bewegung unfrei ist; denn durch die Einschränkung der Freiheitsgrade muss es eine Richtung geben, in welcher $\bar{K}$ keine Beschleunigung verursacht. Wegen $W = \int \bar{K} \, d \, \bar{s}$ als von $\bar{K}$ verrichtete Arbeit, folgt im Falle einer Einschränkung der Freiheitsgrade, dass hinsichtlich $\bar{K}$ statisches Gleichgewicht herrscht, wenn $\bar{K}$ längs einer virtuellen Verschiebung keine positive Arbeit verrichtet, also $\bar{K} \cdot \delta \bar{s} \leqq o$ bleibt. Besteht das in α beschriebene energetische System aus n Massenpunkten m_h, welche in gegenseitigen energetischen Zusammenhängen stehen und ist die Bewegungsfreiheit dieser m_h eingeschränkt, so gilt für das statische Gleichgewicht gegen äußere Kräfte $\bar{K}_h$ die Bedingung $\sum_{h=1}^{n} \bar{K}_h \, \delta \, \bar{s}_h = o$. Da die virtuellen Wegvariationen sowohl in positiver als auch in negativer Richtung durchführbar sind, kann stets die Gleichheit verwendet werden. Wird das System der äußeren Kräfte als abgeschlossenes energetisches System aufgefaßt, so gilt $\sum_{h=1}^{n} \int \bar{K}_h \, d \, \bar{s}_h = \text{const.}$, wegen $W_h = \int \bar{K}_h \, d \, \bar{s}_h$; und dies hat, wenn man zum totalen Differential übergeht und dieses zur Variation macht, die statische Bedingung

$$\sum_{h=1}^{n} \bar{K}_h \cdot \delta \, \bar{s}_h = o \quad \ldots\ldots\ldots\

zur Folge. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so erfährt das System der m_h eine Beschleunigung und die, von dieser verursachte Bewegung ist in ihren Freiheitsgraden eingeschränkt. Ist im Fall dieser Bewegung b_h die wirkliche Beschleunigung eines m_h, so entspricht $m_h \cdot \bar{b}_h$ einer freien Bewegung. Diese ist aber nicht direkt durch die insgesamt angreifende Kraft $\bar{K}_h$ gegeben doch gilt $m_h \cdot \bar{b}_h = \bar{K}_h + \bar{P}_h$, worin $\bar{P}_h$ eine fingierte Zusatzkomponente ist, welche von den Bedingungen abhängt, die den Freiheitsgrad einschränken. $\bar{P}_h$ muß mit einer verlorenen Kraft $\bar{V}_h$ gemäß $\bar{P}_h + \bar{V}_h = \bar{0}$ im Gleichgewicht stehen; denn $\bar{P}_h$ tritt als beschleunigende Ursache nicht in Erscheinung. Mit $\bar{V}_h$ kann aber die statische Bedingung 1 in der Form $\sum_{h=1}^{n} \bar{V}_h \, \delta \bar{s}_h = 0$ geschrieben werden. Andererseits ist $\bar{P}_h = - \bar{V}_h$ und $m_h \cdot \bar{b}_h = \bar{K}_h + \bar{P}_h = \bar{K}_h - \bar{V}_h$ oder $\bar{V}_h = \bar{K}_h - m_h \bar{b}_h$, was in Bedingung

$$\sum_{h=1}^{n} (\bar{K}_h - m_n \bar{b}_h) \, \delta \bar{s}_h = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{1a}$$

für statisches und dynamisches Gleichgewicht zur Folge hat. Aus dieser Universalgleichung können die partikularen Bewegungsgleichungen bestimmt werden, wenn durch ein System aus q Beziehungen der $3n$ Koordinaten die Zahl der $3n$ Freiheitsgrade des völlig freien Systems auf $s = 3n - q$ Freiheitsgrade reduziert wird. Dies ist nicht nur für den vereinfachten Fall eines holonomen und sklerenomen, sondern auch für den universellen Fall eines nicht holonomen und rheonomen Systems der q Bedingungsgleichungen möglich.

Bei den Entwicklungen der Gleichungen 1 und 1 a wurden virtuelle Verschiebungen aus einer Gleichgewichtslage vorgenommen, derart, daß die virtuelleverschobene Lage immer noch mit der Gleichgewichtsbedingung verträglich ist. Im allgemeineren Fall liegt ein dynamischer Prozeß vor, das heißt, der Schwerpunkt irgendeines Systems von Massenpunkten durchläuft irgendeine Bahn. Wie diese Bahn als Raumkurve auch immer beschaffen sein mag, muß, wenn die Bewegung überhaupt abläuft, während des Bewegungsablaufes dynamisches Gleichgewicht herrschen. Wird dieses dynamische Gleichgewicht gestört, so kann dies nur Einfluß auf die geometrische Form der Raumkurve haben, längs welcher die Bewegung abläuft, und diese neue

Kurve wiederum, kann nur geometrisch so beschaffen sein, daß auch auf ihr dynamisches Gleichgewicht herrscht. Im Folgenden soll eine solche Bahnvariation durchgeführt werden, wobei zur Vereinfachung angenommen werden soll, daß die Zeit nicht mitvariiert. Ist also die Strecke $\overrightarrow{AB}$ ein Linienelement der ursprünglichen Kurve und $\overrightarrow{A'B'}$ ein solches der Variierten, so sollen beide Elemente während des Zeitelementes dt durchlaufen werden. Die Grenzpunkte A und B, sowie A' und B' sollen die Koordinaten A $(x_i)_1$, sowie B $(x_{i2})_1$, ferner A' $(x_{i3})_1$ und B' $(x_{i4})_1$ haben. Es muß möglich sein, alle diese Koordinaten durch diejenigen von A auszudrücken. Es gilt zunächst $x_{i2} = x_i + \dot{x}_i \cdot dt$ und $x_{i3} = x_i + \delta x_i$. Entsprechend gilt $x_{i4} = x_{i3} + \dot{x}_{i3} \cdot dt =$ $= x_i + \delta x_i + \dot{x}_i \cdot dt + \partial/\partial t\ (\delta x_i)\, dt$. Andererseits ist $x_{i4} = x_{i2} + \delta x_{i2} = x_i + \dot{x}_i\, dt + \delta x_i + \delta \dot{x}_i\, dt$. Werden beide Ausdrücke verglichen, so folgt $\partial/\partial t\ (\delta x_i) = \delta \dot{x}_i$, weil die Zeit nicht mitvariieren soll. Mit diesem Ausdruck kann Gleichung 1a umgeformt werden. Wegen $\bar{b}_h = \ddot{\bar{s}}_h$ wird nach der Produktregel $\ddot{\bar{s}}_h \cdot \delta \bar{s}_h = \frac{\partial \dot{\bar{s}}_h}{\partial t}\, \delta \bar{s}_h$. Andererseits ist $\partial/\partial t\ (\dot{\bar{s}}_h \cdot \delta \bar{s}_h) = \ddot{\bar{s}}_h\, \delta \bar{s}_h + \dot{\bar{s}}_h\ \partial/\partial t\ (\delta \bar{s}_h) =$ $= \ddot{\bar{s}}_h\, \delta \bar{s}_h + \dot{\bar{s}}_h\, \delta \dot{\bar{s}}_h = \ddot{\bar{s}}_h\, \delta \bar{s}_h + \delta\, (\dot{\bar{s}}_h^2/2)$ oder $\ddot{\bar{s}}_h\, \delta \bar{s}_h = \partial/\partial t\ (\dot{\bar{s}}_h\, \delta \bar{s}_h) - \delta\, (1/2\ \dot{\bar{s}}_h^2)$. In Gleichung 1a eingesetzt ergibt dies $0 = \sum_{h=1}^{n} (\bar{K}_h - m_h\, \ddot{\bar{s}}_h)\, \delta \bar{s}_h =$ $= \sum_{h=1}^{n} \bar{K}_h \cdot \delta \bar{s}_h + \sum_{h=1}^{n} m_h \cdot \delta\, (1/2\ \dot{\bar{s}}_h^2) -$ $- \sum_{h=1}^{n} m_h \cdot \partial/\partial t\ (\dot{\bar{s}}_h\, \delta \bar{s}_h)$ oder $\sum_{h=1}^{n} (\bar{K}_h \cdot \delta \bar{s}_h +$ $+ m_h\, \delta\, (1/2\, \dot{\bar{s}}_h^2)) = \partial/\partial t \sum_{h=1}^{n} m_h\, \dot{\bar{s}}_h \cdot \delta \bar{s}_h$.

Im allgemeinen kann $\bar{K}_h$ stets als Gradient aufgefaßt werden, weil Wechselwirkungsenergie immer durch Energieniveaus, also negative Potentiale V beschrieben werden können. Mithin gilt $\bar{K}_h = -\ (\mathrm{grad})_h\ V$, und nach den Regeln der Variationsrech -

nung $\sum_{h=1}^{n} \bar{K}_h \, \delta \, \bar{s}_h = - \sum_{h=1}^{n} (\text{grad})_h \; ; \; V \cdot \delta \, \bar{s}_h = - \delta \, V$, weil stets grad $\varphi \cdot d \, \bar{s} = d \, \varphi$ ist. Andererseits ist die kinetische Energie eines Massenpunktes m_h gegeben durch

$E_{Kh} = 1/2 \; m_h \cdot \dot{\bar{s}}_h^2$, also $\sum_{h=1}^{n} m_h \, \delta \, (1/2 \, \dot{\bar{s}}_h^2) = \sum_{h=1}^{n} \delta \, E_{Kh} = \delta \, E_K$, wenn E_K die gesamte kinetische Energie des Systems ist für dessen potentielle Energie V gilt. Berücksichtigt man $\delta \, a + \delta \, b = \delta \, (a+b)$ und setzt man die Energievariationen in die umgeformte Grundgleichung 1 so folgt

$\delta \, L = \partial / \partial \, t \sum_{h=1}^{n} m_h \, \dot{\bar{s}}_h \cdot \delta \, \bar{s}_h$, wenn $L = E_K - V$ als kinetisches Potential des Systems definiert wird. Wenn im Punkt A die Zeit t_1 gilt und im Punkt B die Zeit $t_2 > t_1$, und wenn weiter die Wegvariationen $\delta \, \bar{s}_h \, (t_1) = \delta \, \bar{s}_h \, (t_2) = \bar{0}$ sind, so folgt nach Integration

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta \, L \, d \, t = \int_{t_1}^{t_2} \partial / \partial \, t \sum_{h=1}^{n} m_h \, \dot{\bar{s}}_h \, \delta \, \bar{s}_h \, d \, t =$$

$$= \int_{\delta \bar{s}_h(t_1)}^{\delta \bar{s}_h(t_2)} d \sum_{h=1}^{n} m_h \, \dot{\bar{s}}_h \, \delta \bar{s}_h = \sum_{h=1}^{n} m_h \, (\dot{\bar{s}}_h \, (t_2) \cdot \delta \, \bar{s}_h \, (t_2) -$$

$- \dot{\bar{s}}_h \, (t_1) \cdot \delta \, \bar{s}_h \, (t_1)) = 0$. Außerdem gilt nach den Regeln der Variationsrechnung $\int \delta \, \varphi \cdot d \, u = \delta \int \varphi \, d \, u$ und dies liefert

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L \cdot d \, t = 0, \; L = E_K - V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2.$$

Diese Beziehung sagt aus, daß von allen möglichen Bewegungsvorgängen sich nur derjenige wirklich abspielen kann, dessen Aktion ein Minimum ist. Denn, wenn die Variation eines bestimmten Integrals verschwindet, bildet der Integrand einen Extremwert, das heißt, im Falle $E_K = 0$ wird $\delta \, V = 0$, was labiles Gleichgewicht für $V = V_{max}$, stabiles Gleichgewicht für $V = V_{min}$ und indifferentes Gleichgewicht zur Folge hat, wenn die Verschiebungen nicht mehr virtuell bleiben und trotzdem Gleichung 1 erfüllt ist. Im Falle eines Potentials liegen die stabilen Zustände in Termen mit energetischen Niveauminima. Auf den Fall $E_K > 0$ übertragen bedeutet dies, daß sich ein Prozeß stets so abspielt, daß die durch das kinetische Potential L ausgedrückte Aktion ein Minimum wird. Auf

Gleichung 2 kann ein ähnlicher Prozeß angewendet werden wie derjenige , der aus Gleichung 1a die partikularen Bewegungsgleichungen entstehen läßt, zumal in Gleichung 2 keine Vektoren vorkommen und auch Größen, die an irgendein spezielles Koordinatensystem gebunden sind, nicht existieren. Aus diesem Grunde ist es möglich, den s Freiheitsgraden des Systems entsprechend $1 \leq i, k \leq s$ generalisierte Koordinaten q_i einzuführen, derart, daß die 3 n Systemkoordinaten $x_{lh} = x_{lh}\,(q_i)_1^s$ mit $1 \leq l \leq 3$ und $1 \leq h \leq n$ als Funktionen dieser generalisierten Koordinaten erscheinen. Diese q_i können beliebige Dimensionierungen haben, die untereinander auch nicht gleich zu sein brauchen. Für die zeitlichen Änderungen der x_{lh} gilt

$$\dot{x}_{lh} = \sum_{i=1}^{s} \frac{\partial x_{lh}}{\partial q_i} \cdot \dot{q}_i \text{ , also } \ddot{x}_{lh} = \sum_{i,k=1}^{s} \frac{\partial x_{lh}}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial x_{lh}}{\partial q_k} \cdot \dot{q}_i \cdot \dot{q}_k \text{ , also } \dot{s}_h^2 = \sum_{i,k=1}^{s} \dot{q}_i \dot{q}_k \sum_{l=1}^{3} \frac{\partial x_{lh}}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial x_{lh}}{\partial q_k} \text{ . Dies liefert für } E_k = \sum_{h=1}^{n} 1/2\, m_h \dot{s}_h^2 =$$

$$= \sum_{i,k=1}^{s} \dot{q}_i \dot{q}_k \sum_{h=1}^{n} \frac{m_h}{2} \sum_{l=1}^{3} \frac{\partial x_{lh}}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial x_{lh}}{\partial q_k} =$$

$$= \sum_{i,k=1}^{s} \dot{q}_i \dot{q}_k \cdot C_{i,k} \text{ , worin } C_{i,k} \text{ nicht mehr zeitlich variabel ist und nur noch von den generalisierten Koordinaten abhängt. Es ist also } E_k = E_k\,(q_i , \dot{q}_i)_1^s \text{ , also}$$

$$\delta E_k = \sum_{i=1}^{s} \left(\frac{\partial E_k}{\partial q_i} \delta q_i + \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \cdot \delta \dot{q}_i \right) \text{ , während}$$

während $V = V\,(q_i)_1^s$ nur von den q_i abhängen kann, so daß

$$\delta V = \sum_{i=1}^{s} \frac{\partial V}{\partial q_i} \cdot \delta q_i \text{ wird. In Gleichung 2 eingesetzt}$$

wird $0 = \delta \int_{t_1}^{t_2} L \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} (\delta E_k - \delta V)\, dt =$

$$= \sum_{i=1}^{s} \int_{t_1}^{t_2} \left(\left(\frac{E_k}{q_i} - \frac{\partial V}{\partial q_i} \right) \cdot \delta q_i + \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \cdot \delta \dot{q}_i \right) dt .$$

Der letzte Summand dieses Integranden läßt sich partiell integrieren. Zunächst gilt

$$\frac{E_k}{\dot{q}_i}\,\dot{q}_i = / t \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i}\,\delta q_i \right) - q_i \cdot \partial/\partial t \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right)$$

wegen $\partial/\partial t\,(\delta q_i) = \delta \dot{q}_i$, also $\int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i}\,\delta \dot{q}_i\,dt =$

$$= \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i}\,\delta q_i \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \partial/\partial t \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right) \delta q_i\,dt =$$

$$= - \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial^2 E_k}{\partial \dot{q}_i \partial t} \cdot \delta q_i \cdot dt \text{, was eingesetzt}$$

$$\sum_{i=1}^{s} \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial E_k}{\partial q_i} - \frac{\partial V}{\partial q_i} - \frac{\partial^2 E_k}{\partial \dot{q}_i \partial t} \right) \delta q_i\,dt = 0$$

oder $\sum_{i=1}^{s} \int_{t_1}^{t_2} \left(\partial L/\partial q_i - \frac{\partial \dot{E}_k}{\partial \dot{q}_i} \right) \delta q_i \cdot dt = 0$

liefert. Dies ist aber nur möglich, weil bei der partiellen Integration $\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \cdot \delta q_i \Big|_{t_1}^{t_2} = 0$ gesetzt wurde. Es ist dies aber immer zulässig, weil auch für die generalisierten Koordinaten für die Grenzen der Variation $\delta q_i\,(t_1) = \delta q_i\,(t_2) = 0$ gefordert werden darf. Auch ist das Vorzeichen der Variationen beliebig, so daß im Integral stets ein positiver Integrand erreichbar ist, das heißt,

$\sum_{i=1}^{s} \int_{t_1}^{t_2} \left(\partial L/\partial q_i - \frac{\partial \dot{E}_k}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \delta q_i \cdot dt = 0$ kann nur erfüllt werden, wenn der Integrand verschwindet, also wenn

$\sum_{i=1}^{s} \left(\partial L/\partial q_i - \partial/\partial t \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right) \right) \delta q_i = 0$ ist. In diesen s Gleichungen, welche die generalisierten Bewegungsgleichungen sind, ist $-\partial V/\partial q_i$ eine generalisierte Kraft, welche keine Kraftdimensionierung zu haben braucht. Wesentlich ist nur, daß das Integral längs der zugehörigen generalisierten Koordinate eine Energiedimensionierung hat. Entsprechend ist $\partial E_k/\partial \dot{q}_i = p_i$ ein generalisierter Impuls, so daß das System der generalisierten Bewegungs-

gleichungen zu $\sum_{i=1}^{s} (\partial L/\partial q_i - \dot{p}_i)\,\delta q_i = 0$ wird. Da stets $\delta q_i \neq 0$ ist, kann nur

$$\partial L/\partial q_i - \dot{p}_i = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 3$$

gelten.

Aus der Darstellung $2 E_k = \sum_{i,k=1}^{s} \dot{q}_i \dot{q}_k \sum_{h=1}^{n} m_h \cdot \sum_{l=1}^{3} \cdot \frac{\partial x_{lh}}{\partial q_i} \frac{\partial x_{lh}}{\partial q_k} = \sum_{i,k=1}^{s} c_{i,k} \dot{q}_i \dot{q}_k$ folgt $p_i = \sum_{k=1}^{s} c_{ik} \dot{q}_k$, also $\dot{q}_h = f(p_i, q_i)_1^s$, da die c_{ik} nur von den Koordinaten abhängen. Damit wird $2 E_k = \sum_{i=1}^{s} p_i \dot{q}_i$ oder $E_k = G(p_i, q_i)_1^s$. Andererseits ist aber $E_k = F(q_i, \dot{q}_i)_1^s$ und $p_i = \partial F/\partial \dot{q}_i$. Die totalen Differenziale lauben $d E_k = \sum_{i=1}^{s} \cdot (\partial F/\partial q_i \; d q_i + p_i \cdot d \dot{q}_i)$ und $d E_k = \sum_{i=1}^{s} (\partial G/\partial q_i \; d q_i + \partial G/\partial p_i \; d p_i)$, was nach Addition $2 d E_k = \sum_{i=1}^{s} \cdot (\partial/\partial q_i (G + F) \; d q_i + p_i \; d \dot{q}_i + \partial G/\partial p_i \; d p_i)$ ergibt

Aus $2 E_k = \sum_{i=1}^{s} p_i \dot{q}_i$ folgt ebenfalls $2 d E_k = \sum_{i=1}^{s} \cdot (p_i \; d \dot{q}_i + \dot{q}_i \; d p_i)$ und nach Subtraktion $\sum_{i=1}^{s} [\partial/\partial q_i \cdot (G + F) \; d q_i + (\partial G/\partial p_i - \dot{q}_i) \; d p_i] = 0$. Da die p_i und q_i voneinander unabhängig sind, kann diese Beziehung nur erfüllt sein, wenn diese Faktoren vor den Differentialen verschwinden, das heißt, wenn $\partial/\partial q_i \; (G + F) = 0$ und $\partial G/\partial p_i - \dot{q}_i = 0$ ist. Wird von der ersten Beziehung das System der generalisierten Bewegungsgleichungen (Gleichung 3) subtrahiert, so ergibt sich das System der kanonischen Bewegungsgleichungen. Hierbei ist $G + F = 2 E_k$ und $L = E_k - V$ zu berücksichtigen. Es folgt

$$0 = \sum_{i=1}^{s} \partial/\partial q_i \; (G + F) - \sum_{i=1}^{s} (\partial L/\partial q_i - \dot{p}_i) \cdot$$

$$= \sum_{i=1}^{s} (\partial/\partial q_i \; (E_k + V) + \dot{p}_i) = \sum_{i=1}^{s} (\dot{p}_i + \partial H/\partial q_i) ,$$

wenn für den gesamten Energieinhalt die Funktion $H = E_k + V$ eingeführt wird. H setzt sich aus generalisierten Energien zusammen und ist daher selbst ein generalisierter Energieinhalt. Wegen $E_k = G$ wird auch $H = G\,(p_i , q_i)_1^s + V(q_i)_1^s$, also $\frac{\partial H}{\partial p_i} = \frac{\partial G}{\partial p_i}$, so daß sich aus der zweiten Nullbeziehung

$\frac{\partial H}{\partial p_i} - \dot{q}_i = 0$ ergibt. Damit werden die kanonischen Bewegungsgleichungen zu

$$\dot{p}_i + \frac{\partial H}{\partial q_i} = 0, \; \dot{q}_i - \frac{\partial H}{\partial p_i} = 0 ,$$

$$H = G + V , \; G = E_k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3a$$

Die Verteilung der n Massenpunkte kann auch als eine Verteilung von n diskreten Wirkungszentren und somit als eine diskontinuierliche Feldverteilung dieser Wirkungszentren aufgefaßt werden. Eine solche diskontinuierliche Verteilung $n < \infty$ dürfte als der allgemeinste Fall eines Feldes aufzufassen sein, denn erst für $n \to \infty$ entsteht das Feldkontinuum als Grenzwert. Der allgemeine Formalismus eines realen diskontinuierlichen Feldes, welches in Raum und Zeit definiert ist, und somit ein Geschehen verursacht oder die Wirkung eines anderen Geschehens ist, muß dem allgemeinen, auch in generalisierten Koordinaten gültigen Gesetz des physikalischen Geschehens $\delta \int_{t_1}^{t_2} \underline{L} \; d\,t = 0$ mit $\underline{L} = \int L \; d\,V$ und

$d\,V = d\,x_1 \cdot d\,x_2 \cdot d\,x_3$ genügen, wobei $L = \frac{d\,\underline{L}}{d\,V}$ als Raumdichte des kinetischen Potentials aufzufassen ist. Entsprechend sei in $\underline{H} = \int H \; d\,V$ der Differentialquotient $H = \frac{d\underline{H}}{dV}$ die Raumdichte des generalisierten Energieinhaltes aus Gleichung 3 a. Das aus $1 \leq h \leq n$ Wirkungszentren bestehende Feld muß durch n Zustandsfunktionen ψ_h beschreibbar sein, von denen jede einzelne einem Wirkungszentrum entspricht. Auch muß $\psi_h = \psi_h \; (x_i , t)_1^s$ sein; denn jedes Feld ist eine Zustands-

funktion, welche dem jeweiligen Raumzeitpunkt des vom Feld verursachten Geschehens den Wert einer Zustandsgröße zuordnet, die das Feld charakterisiert; das heißt, die irgent ein Wirkungszentrum h beschreibende Funktion ψ_h muß von den drei Koordinaten des physischen Raumes und der Zeit abhängen. Der Gesamtzustand des Feldes wird offenbar durch $\underline{L}$ und die räumliche Zustandsdichte durch L beschrieben. Andererseits müssen aber für $n < \infty$ die Gesetze der Vielpunktmechanik gelten, das heißt, L muß als Zustandsfunktion des Feldes von den ψ_h, sowie von deren ersten partiellen Ableitungen nach den drei Raumkoordinaten und der Zeit abhängen. Es

ist also $L = L\left(\psi_h, \frac{\partial \psi_h}{\partial x_1}, \frac{\partial \psi_h}{\partial x_2}, \frac{\partial \psi_h}{\partial x_3}, \dot{\psi}_h\right)_1^n$

und $\delta \int_{t_1}^{t_2} \underline{L}\, dt = 0$ wird nach den Regeln der Variationsrechnung zu $0 = \delta \int_{t_1}^{t_2} \int L\, dV\, dt = \int_{t_1}^{t_2} \int \delta L\, dV\, dt$. Hierin

ist $\delta L = \sum_{h=1}^{n} \left(\frac{\partial L}{\partial \psi_h} \cdot \delta \psi_h + \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial L}{\partial \operatorname{grad}_k \psi_h} \cdot \right.$

$\left. \cdot\, \delta \operatorname{grad}_k \psi_h + \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_h} \cdot \delta \dot{\psi}_h \right) = \sum_{h=1}^{n} \delta \psi_h \cdot$

$\cdot \left(\frac{\partial L}{\partial \psi_h} - \sum_{k=1}^{3} \operatorname{grad}_k \frac{\partial L}{\partial \operatorname{grad}_k \psi_h} - \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{\psi}_h \partial t} \right)$, weil die

ψ_h gemäß $\psi_h + \delta \psi_h$ so zu variieren sind, daß δL an den raumzeitlichen Grenzen des Integrationsbereiches verschwindet.

Die Beziehung $\int_{t_1}^{t_2} \int \delta L\, dV\, dt = 0$ kann aber nur erfüllt sein, wenn auch $\delta L = 0$ ist und in

$$\sum_{h=1}^{n} \left(\frac{\partial L}{\partial \psi_h} - \sum_{k=1}^{3} \operatorname{grad}_k \frac{\partial L}{\partial \operatorname{grad}_k \psi_h} - \frac{\partial^2 L}{\partial t \partial \dot{\psi}_h} \right) \cdot$$

$\cdot\, \delta \psi_h = 0$ sind entweder die $\delta \psi_h > 0$ oder $\delta \psi_h < 0$, so daß die Bedingung nur dann erfüllbar ist, wenn vor jeder Variation der Faktor für sich verschwindet, denn alle $\delta \psi_h \neq 0$ sind voneinander linear unabhängig. Auf diese Weise entstehen n Feldgleichungen

$$K_h \; ; \; L = 0, \; K_h = \frac{\partial}{\partial \psi_h} - \sum_{k=1}^{3} \operatorname{grad}_k \frac{\partial}{\partial \operatorname{grad}_k \psi_h} - \frac{\partial^2}{\partial t \, \partial \dot{\psi}_h} \; , \; L\left(\psi_h \, , \; \frac{\partial \psi_h}{\partial x_k} \, , \; \dot{\psi}_h \right)_{k,h=1}^{3,n} = \frac{d \, \mathfrak{L}}{d \, V} \; \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; 4,$$

von denen jede charakterisiert durch den Operator K_h das Verhalten eines Wirkungszentrums innerhalb des Feldes beschreibt. Diese Feldgleichungen können also höchstens von zweiter Ordnung sein, und sind wesen der besonderen Struktur des Operators K_h gegen alle Substitutionen der Form $L' = L + \operatorname{div} \bar{\Lambda} + \dot{\Lambda}_o$ mit $\bar{\Lambda} = \bar{\Lambda} \, (\psi_h)_1^n$ und der Skalarfunktion $\Lambda_o \, (\psi_h)_1^n$ invariant. Aus den $K_h \; ; \; L = 0$ kann auch ein zu Gleichung 3 a analoger kanonischer Formalismus entwickelt werden, wenn die ψ_h als generalisierte Koordinaten aufgefaßt werden, die allerdings im Fall dieser kanonischen Feldtheorie nicht mehr nur von t sondern auch noch von den drei Ortskoordinaten abhängen. Das durch Gleichung 4 beschriebene allgemeine Feld der n diskreten Wirkungszentren wird zum Feldkontinuum wenn die Wirkungszentren infinitesimal benachbart angenommen werden das heißt, wenn im Limes ihre Zahl $n \longrightarrow \infty$ über alle Grenzen anwächst. Das Feld wäre demnach ein Limes der Verteilung diskreter Wirkungszentren für $n \longrightarrow \infty$ aufzufassen. Zur Durchführung dieses Limes wird das räumliche Volumen V zunächst nicht als Kontinuum angesehen, sondern V bestehe aus einer endlichen Zahl von Volumenzellen vom Volumen $\delta V_{(s)}$. Der Wert den ψ_h in $\delta V_{(s)}$ hat, wäre dann $\psi_{(s)h} \; (t)$ nur noch von t abhängig; die räumlichen partiellen Ableitungen in K_h müssen im Bild $\delta V_{(s)}$ durch die entsprechenden Differenzenquotienten ersetzt werden. Da die ψ_h als generalisierte Koordinaten aufgefaßt werden können (die aber, wenn das Bild $\delta V_{(s)}$ nicht verwendetewird, neben t noch von den drei Ortskoordinaten abhängen, so daß besser in diesem Fall jede generalisierte Koordinate q_j als Vektor aus drei Raumkomponenten von ψ_h aufzufassen ist), kann in jeder Zelle $\delta V_{(s)}$ die Fuktion $L_{(s)}$ in Abhängigkeit von den generalisierten Koordinaten $q_j \equiv \psi_{(s')h}$ und generalisierten Geschwindigkeiten $\dot{q}_j \equiv \dot{\psi}_{(s')h}$ dargestellt werden; denn in jedem $\delta V_{(s)}$ soll die Funktion $\psi_{(s)h} = \psi_{(s)h} \; (t)$ räumlich konstant bleiben, derart, daß das

ehemalige Wirkungszentrum $\psi_h\ (x_{k,t})_1^*$ über den ganzen Zelleninhalt $\delta V_{(s)}$ in räumlicher Konstanz verteilt ist. Entsprechend kann auch $\underline{L} = \int L\ d\ V$ im Zellenbild in der Form

$\underline{L} = \sum_s L_{(s)}\ \delta V_{(s)}$ gebildet werden und muß daher, wie $L_{(s)}$ von den q_j und $\dot{q}_j$ abhängen. Hieraus kann $\int_{t_1}^{t_2} \underline{L}\ d\ t$ gebildet werden, was gemäß $\delta \int_{t_1}^{t_2} \underline{L}\ d\ t = 0$ dann extremal wird, wenn $\delta \underline{L} = 0$ ist, das heißt, wenn die q_j gemäß $q_j + \delta q_j$ variieren und wenn die δq_j für die Grenzen des Zeitintegrals verschwinden, aber auch in Zellen, welche außerhalb des Bereiches V liegen und somit kein Wirkungszentrum enthalten. Da nun der räumliche Bereich V beliebig wählbar ist, entspricht tatsächlich der Limes $n \to \infty$ dem Übergang von der diskreten Verteilung der Wirkungszentren zum Feldkontinuum. Kanonische Feldgleichungen können aus Gleichung 4 entwickelt werden, wenn man, dem kanonischen Formalismus entsprechend, die kanonisch konjungierten Impulse $p_j = \partial \underline{L} / \partial \dot{q}_j$ einführt. Mit $\underline{L} = \sum_{s'} L_{(s')}\ \delta V_{(s')}$ und $q_j = \psi_{(s')h}$ wird $p_j = \delta V_{(s)} \cdot \frac{\partial L_{(s)}}{\partial \dot{\psi}_{(s)h}}$; denn in der Summe $\underline{L}$ ist $\dot{\psi}_{(s)h}$ nur im Summanden $s' = s$ vorhanden. Nach Gleichung 4 muß es in V eine Stelle x_i geben und dazugehörig ψ_h derart, daß an diesem Ort L nur noch von den $\dot{\psi}_h$, nicht aber von den $\frac{\partial \psi_h}{\partial x_i}$ abhängt. Die raumzeitliche Funktion $\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_h} = \pi_h$ wird als das zum Feld ψ_h kanonisch konjugierte Feld π_h bezeichnet. Hiermit werden die Gleichungen $K_h ; L = 0$ zu

$$\dot{\pi}_h = \frac{\partial L}{\partial \psi_h} - \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial L}{\partial \mathrm{grad}_k \psi_h} ,$$

$$\pi_h = \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_h} \qquad \text{.....4a.}$$

Im Zellenbild $\delta V_{(s)}$ steht nun offenbar auch der kanonisch konjugierte Impuls p_j mit dem kanonisch konjugierten Feld im Zusammenhang, denn es gilt

$p_j = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} = \sigma V_{(s)} \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_{(s)h}} = \sigma V_{(s)} \cdot \pi_{(s)h}$, so

daß das kanonisch konjugierte Feld in $\sigma V_{(s)}$ als Raumdichte des kanonischen Impulses in dieser Zelle aufgefaßt werden kann und zwar in generalisierten Koordinaten. Mit diesen Größen kann im Bild $\sigma V_{(s)}$ auch die Funktion $\underline{H}$ dargestellt werden. Nach dem mechanischen Formalismus in generalisierten Koordinaten gilt

$\underline{H} = \sum_j p_j \dot{q}_j - \underline{L}$, also im Zellenbild

$\underline{H} = \sum_s \sigma V_{(s)} \left(\sum_{h=1}^{n} \pi_{(s)h} \dot{\psi}_{(s)h} - L_{(s)} \right)$ oder wenn man im Limes zum Kontinuum $\underline{H} = \int H \, d V$ übergeht $\underline{H} = \lim_{s \to \infty} \sum_s \sigma V_{(s)} \cdot \left(\sum_{h=1}^{n} \pi_{(s)h} \cdot \dot{\psi}_{(s)h} - L_{(s)} \right) = \int \left(\sum_{h=1}^{n} \pi_h \cdot \dot{\psi}_h - L \right) dV$

oder mit $\underline{H} = \int H \, d V$ verglichen und räumlich differenziert.

$$H \left(\psi_h , \frac{\partial \psi_h}{\partial x_k} , \pi_h \right)_{k,h=1}^{3,n} = \sum_{h=1}^{n} \pi_h \cdot \dot{\psi}_h - L \quad \ldots\ldots 5$$

liefert. Mit dieser Beziehung kann Gleichung 4 in eine kanonisch konjugierte Form gebracht werden, welche ein feldmechanisches Analogon zu den Beziehungen 3 a der kanonischen Punktmechanik bildet.

2. Quanten

Nach der Aussage β der phänomenologischen Induktion ist jede Materieverteilung ein diskontinuierliches Feld aus elementaren Materiefeldquanten, von denen jedes einzelne mit den übrigen in Wechselbeziehungen stehen muß, da erfahrungsgemäß jede Materieverteilung einen mechanischen Zusammenhalt hat. Der Mikrozustand aller dieser Materiefeldquanten bestimmt also statistisch den jeweiligen Makrozustand der makromaren Materieverteilung, welche das Kompositum einer großen Zahl von Materiefeldquanten darstellt. Wegen dieser großen Zahl kann ein und derselbe Makrozustand stets durch sehr viele verschiedene Mikrozustände realisiert werden. Die Zahl W dieser Mikrozustände, die ein und denselben Makrozustand ermöglichen, wird als thermodynamische Wahrscheinlichkeit des Makrozustandes bezeichnet. Sind zwei Makrozustände A und B gegeben zu denen die thermodynamischen Wahrscheinlichkeiten W_A und W_B gehören, so

ist B wahrscheinlicher als A , wenn $W_B > W_A$ ist. Offenbar muß es möglich sein W aus der kombinatorischen Zahl der Vertauschungsmöglichkeiten zu ermitteln, welche zwischen den Materiefeldquanten besteht. Ist das System aus N solcher Einzelindividuen zusammengesetzt so gibt es N ! Austauschmöglichkeiten. Verteilen sich von diesen N Individuen N_a und N_b auf zwei gleichgroße Räume a und b, so daß $N = N_a + N_b$ ist, so gibt es in diesen Räumen die Austauschmöglichkeiten $N_a !$ und $N_b !$. Nach den Regeln der Kombinatorik gibt es insgesamt $Z = N!/N_a!N_b!$ Vertauschungsmöglichkeiten. Führen die ein Materievolumen aufbauenden Materiefeldquanten eine statistisch ungeordnete Bewegung aus, so kann es zu diesen Austauschvorgängen der Zahl Z kommen. Der Mikrozustand des Systems ändert sich infolge dieser statistischen Bewegung zeitlich und für den durch W gekennzeichneten Makrozustand gibt es die Möglichkeiten $W = \text{const}\ (t)$ oder $W\ (t)$. Im ersten Fall liefern alle zeitlich durchlaufenden Mikrozustände stets den gleichen Makrozustand, das heißt für W = const sind nur Mikrozustände der Anzahl möglich, welche durch W ausgedrückt wird. Ist dagegen $W = W\ (t)$ zeitabhängig und sind $t_1 < t_2$ zwei Zeitgrenzen, so gibt es die beiden Möglichkeiten $W\ (t_2) \leq W\ (t_1)$ und $W\ (t_2) > W\ (t_1)$. Im ersten Fall liegt ein Abfall von W vor, der aber nach den Gesetzen der Statistik nur möglich wird, wenn äußere Einflüsse auf das System einwirken, während im zweiten Fall W ansteigt, das heißt, wenn das System ohne äußere Einflüsse sich selbst überlassen bleibt, kann W nicht abnehmen, so daß für die thermodynamische Wahrscheinlichkeit einer statistischen Verteilung von Materiefeldquanten immer $\dot{W} \geq 0$ und $\ddot{W} \leq 0$ gilt, wenn auf die Verteilung keine äußeren Einflüsse wirken. Nach der Aussage α der phänomenologischen Induktion kann aber die Entropie S eines Systems ohne äußere Einflüsse nicht abnehmen, so daß wegen $\dot{S} \geq 0$ und $\ddot{S} \leq 0$ und der analogen Aussage $\dot{W} \geq 0$, $\ddot{W} \leq 0$ eine statistische Interpretation der Entropie denkbar ist und ein Zusammenhang $S = f\ (W)$ vermutet werden kann. Es käme darauf an, f zu ermitteln. Sind zwei Feldquantenverteilungen in Form von zwei Systemen a und b gegeben, welche ein Gesamtsystem aufbauen, so kommt es nach den Gesetzen der Thermodynamik in diesem Gesamtsystem zunächst zu einer Addition der Entropien S_a und S_b der Teilsysteme zur Entropie. $S = S_a + S_b$ des Gesamtsystems, da sich nach diesen Gesetzen die Entropien von Teilsystemen addieren. Nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitstheorie gilt dagegen für die Wahrscheinlichkeiten W_a und W_b das

Multiplikationsgesetz $W = W_a \cdot W_b$, also mit $S = f(W)$ die Funktionalbeziehung $f(W_a \cdot W_b) = f(W_a) + f(W_b)$. Partielle Differentiation nach W_a liefert $W_b \cdot \partial/\partial W_a \; f(W_a \cdot W_b) = \partial/\partial W_a \; f(W_a)$ und nach nochmaliger partieller Differentiation nach W_b schließlich

$$\frac{}{W_a} \; f(W_a \cdot W_b) + W_b \, \frac{\partial^2}{\partial W_a \cdot \partial W_b} \; f(W_a \cdot W_b) = 0$$

mit $W = W_a \cdot W_b$ und $f = f(W)$ wird dieser partielle Differentialgleichung zur totalen Differentialgleichung, nämlich

$$W \frac{d^2 f}{dW^2} + \frac{df}{dW} = 0, \text{ deren allgemeine Lösung } f = k \ln W + C$$

ist, worin k und C Integrationskonstanten sind. Einsetzen in $f(W_a \cdot W_b) = f(W_a) + f(W_b)$ liefert $C = 0$, so daß $f = k \ln W$ verwendet werden kann. Damit gilt auch $S = k \cdot \ln W$ für den vermuteten Zusammenhang zwischen S und W. Hierin ist nur noch die Integrationskonstante k zu ermitteln. Zur Bestimmung von k werde angenommen, daß sich ein k mol , also $L \approx 6 \cdot 10^{26}$ Materiefeldquanten in einem Volumen V_2 befinden, welches ein Teilvolumen von $V_1 > V_2$ ist, derart, daß das Restvolumen $V_1 - V_2 > 0$ völlig leer bleibt. Dieser Zustand habe die Entropie S_2 , doch kann er nicht stabil sein, vielmehr wird er irrevers ablaufend zu einer Verteilung aller Materiefeldquanten in V_1 führen. Dieser Prozeß ist eine irreverse Drosselung und die Entropie wächst dabei auf den Wert $S_1 > S_2$. Ist R die Gaskonstante, so wird dieser irreverse Drosselungsvorgang durch $S_1 - S_2 = R \ln (V_1/V_2)$ beschrieben. Die Volumina V_1 und V_2 werden jetzt in Zellen aufgeteilt, derart, daß V_1 aus n Zellen besteht. Die Wahrscheinlichkeit dafür, γ Individuen in V_1 vorzufinden, ist dann $W_1(\gamma) = n^\gamma$ und diejenige, die γ Individuen in V_2 vorzufinden, $W_2(\gamma) = n^\gamma \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma < n^\gamma$, weil $V_2 < V_1$ ist. Diese Aussagen folgen unmittelbar aus den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitstheorie. Für $\gamma = L$ werden mit $S = k \ln W$ in $S_1 - S_2 = R \ln (V_1/V_2)$ die Teilentropien zu $S_1 = k \ln W_1 = k L \ln n$ und $S_2 = k \ln W_2 = k L \ln n (V_2/V_1)$, also $R \ln (V_1/V_2) = S_1 - S_2 = k L \left[\ln n - \ln n (V_2/V_1)\right] = k L \ln (V_1/V_2)$; also $k L = R$, womit sich die

Integrationskonstante k im Fall absterieller Quanten als universelle Gaskonstante erweist. Die statistische Deutung der Entropie wird mithin durch

$$S = k \ln W, \; k L = R \quad \ldots\ldots\ldots\

Kantenlänge η aufgeteilt, so daß $m \cdot \eta^3 = P$ ist. Für die Zahl Z' der Verteilungsmöglichkeiten auf die $1 \leq \mu \leq m$ Zellen des Impulsraumes gilt dann analog wie im Ortsraum $Z' \cdot \prod_{\mu=1}^{m} N_\mu ! = N !$, wo jetzt allerdings $N = \sum_{\mu=1}^{m} N_\mu$ gilt. Für die $W_{(o)}(N)$ entsprechende Impulsraumwahrscheinlichkeit $W_{(p)}(N)$ folgt dann, nach dem Kombinationsprinzip der Wahrscheinlichkeiten, wenn $m \cdot \eta^3 = P$ berücksichtigt wird, $W_{(P)}(N) = m^N = (P/\eta^3)^N$, was mit $W_{(o)}$ zur Gesamtwahrscheinlichkeit $W(N) = W_{(o)} \cdot W_{(P)} = \left(\frac{PV}{(\varepsilon\eta)^3}\right)^N$ kombiniert. Andererseits kann W in der Form $W = (n \cdot m)^N = q^N$ mit der ganzen Zahl $q = n \cdot m$ dargestellt werden, wobei q mit der Zellenzahl eines sechsdimensionalen Phasenraumes zusammenhängt. Die Koordinaten dieses Raumes sind die drei Ortskoordinaten und die drei Impulskoordinaten. Wegen $S = k \ln W = k N \ln q$ wird ersichtlich, daß S von der offenbar willkürlichen Feinheit des Phasenraumrasters abhängt. Wird nämlich ein anderes Raster $q' = C q$ mit $C \neq 0$ gewählt, so folgt $S' = k N \ln q' = k N (\ln q + \ln C) = S + c$, also $S' - S = c$, worin alle Zahlen $-\ c\ +$ eine Zellenaufteilung des Phasenraumes kennzeichnen, während $c \to \pm \infty$ aussagt, daß die Zellengröße unter jede vorgebbare Schranke sinkt, also der Phasenraum zum Kontinuum wird. Es wäre zu untersuchen, ob es für c irgendeinen endlichen Grenzwert gibt oder ob c divergieren kann. Gibt es eine endliche Schranke für c, so bedeutet dies, daß es auch eine endliche Schranke der Teilbarkeit des Phasenraumes gibt und dies wiederum würde bedeuten, daß $\sqrt[3]{PV}$ [Wattsec*], also die Wirkungsgrößen als Quanten erscheinen und zwar muß der Kubus eines solchen Wirkungsquants mit der unteren Schranke der Zellengröße des Phasenraumes identisch sein. Im Falle der Divergenz $c \to \pm \infty$ dagegen, kann eine solche Quantisierung der Wirkungsgröße nicht existieren, da die Zellengröße beliebig klein gewählt und der Phasenraum als Kontinuum aufgefaßt werden kann.

Wegen der Aussage β der phänomenologischen Induktion kann $-\infty < c < +\infty$, also eine Konvergenz von c angenommen werden; denn für $c \to \pm \infty$ müßte auch $S_1 - S \to \pm \infty$ divergieren, was thermodynamisch im Falle einer kontinuierlichen Materieverteilung denkbar wäre. Da aber die Materie grundsätzlich in Form endlicher Zahlen diskreter Materiefeldquanten erscheint, muß immer W

als Zahl der Mikrozustände, welche ein und denselben Makrozustand realisieren können, endlich bleiben. Dies bedeutet, daß auch $\lim S < |\infty|$ konvergiert, was aber nur möglich ist, wenn $\lim c = M < |\infty|$ konvergiert. M ist also die Schranke von c und dies bedeutet, daß auch das Phasenraumraster eine endliche Schranke hat. Für diese Schranke gelte $\lim_{c \to M} \varepsilon \eta = h$ und diese Größe muß eine universelle Naturkonstante sein, die in B als Wirkungsquant bezeichnet wurde, weil die Dimensionierung von h eine Wirkungsgrösse (Impulsmoment)ist. So erscheint das empirische Prinzip der Wirkungsquantisierung als eine Konsequenz des ebenfalls empirischen Prinzips der materiellen Atomistik. Wenn diese Schlußweise invertierbar ist, dann muß die Möglichkeit bestehen eine deduktive Theorie des Spektrums aller überhaupt möglichen Materiefeldquanten zu entwickeln, die zwangsläufig den Charakter einer einheitlichen Theorie des materiellen Geschehens tragen muß. Nach dem Prinzip der Fourieranalyse kann jeder Prozeß in einer Reihe harmonischer Funktionen aufgelöst werden und auch $\int \bar{p}\, d\, \bar{s}$ muß in eine solche Reihe zeitlich periodischer Funktionen der Periodendauer T , also der Frequenz $\gamma\ T = 1$ auflösbar sein. Hieraus folgt aber unmittelbar die in B angeführte spektroskopische Beziehung der Energiequantisierung $E_n T = \int \bar{p}\ d\ \bar{s} = n\, h$, oder $E_n = n\, h\, \gamma$. Die angeführte Inversion der Schlußweise und die damit verbundene Möglichkeit der einheitlichen Beschreibung des Spektrums aller Materiefeldquanten ist also dann gegeben, wenn nachgewiesen werden kann, daß das empirische Äquivalenzprinzip von Bindungsenergie und Massendefekt bei den Nuklearstrukturen für jede Energie und jede träge Masse gilt. Da freie Energie in imponderabler Form durch die makromaren Wirkungsfelder des Elektromagnetismus und der Gravitation im physischen Raum übertragen wird und hinreichend energische Photonen im Sinne der empirisch aufgezeigten Paarbildung von Elementarkorpuskeln in eine ponderable Form transformieren, erscheint es angebracht, zunächst diese makromaren Wirkungsfelder des Prinzips δ zu analysieren.

3.) Makromare Wirkungsfelder.

Die eine der in der deskriptiven Aussage δ der phänomenologischen Induktion angeführten makromaren Wechselwirkungen ist elektromagnetischer Natur und wird durch das Induktionsgesetz

$\text{rot } \bar{H} = \varepsilon_0 \dot{\bar{E}} + \varrho \bar{v}$, $\varepsilon_0 \text{ div } \bar{E} = \varrho$, $\text{rot } \bar{E} = -\mu_0 \dot{\bar{H}}$, $\text{div } \bar{H} = 0$ vollständig beschrieben, in welchem die Naturkonstanten ε_0 und μ_0 die Vektoren des elektrischen und magnetischen Feldes $\bar{E}$ und $\bar{H}$ mit der elektrischen Ladungsdichte ϱ und der Relativgeschwindigkeit $\bar{v}$ in einen raumzeitlichen Zusammenhang setzen, wenn das Feld im Leerraum $\varepsilon = \mu = 1$ gegeben ist. Im ladungsfreien Leerraum $\varrho = 0$ beschreibt mit $\text{rot } \bar{H} = \varepsilon_0 \dot{\bar{E}}$, $\text{div } \bar{E} = 0$, $\text{rot } \bar{E} = -\mu_0 \dot{\bar{H}}$, $\text{div } \bar{H} = 0$ die Ausbreitung einer elektromagnetischen Feldstörung. Partielle Zeitdifferentiation des einen Rotors und Substitution mit dem anderen liefert für beide Feldvektoren $(\bar{E},\bar{H}) = \bar{Q}$ die gleichen Beziehungen $-\varepsilon_0 \mu_0 \ddot{\bar{Q}} = \text{rot rot } \bar{Q} = \text{grad div } \bar{Q} - \text{div grad } \bar{Q}$ und wegen $\text{div } \bar{Q} = 0$, also $\text{div grad } \bar{Q} = \varepsilon_0 \mu_0 \ddot{\bar{Q}}$. Dies ist aber eine Wellengleichung, so daß sich $\bar{E}$ und $\bar{H}$ im Vakuum mit der Geschwindigkeit $c = (\varepsilon_0 \cdot \mu_0)^{-1/2} \approx 3 \cdot 10^8$ [m/sec] in Form einer Transversalwelle ausbreiten, deren Wellenzonen im ungestörten Fall sphärisch sein müssen. Ganz analoges folgt für andere Bestimmungsstücke des elektromagnetischen Feldes, wie zum Beispiel für das elektromagnetische Vektorpotential $\bar{A}$ und das elektrische Skalarpotential φ . Die für $= 0$ aber auch für $= 0$ gültige Divergenzfreiheit $\text{div } \bar{H} = 0$ wird durch $\mu_0 \cdot \bar{H} = \text{rot } \bar{A}$ erfüllt, was zu $\text{rot } \bar{E} = -\mu_0 \dot{\bar{H}} = -\text{rot } \dot{\bar{A}}$, also $\text{rot } (\bar{E} + \dot{\bar{A}}) = \bar{0}$ führt. Dies ist aber nur möglich , wenn $\bar{E} + \dot{\bar{A}} = \pm \text{ grad } \varphi$ ist, weil der Gradient gemäß $\text{rot grad} = \bar{0}$ wirbelfrei ist. Wegen $\ddot{\bar{H}} \sim \text{rot } \ddot{\bar{A}}$ und $\text{div grad } \ddot{\bar{H}} = \ddot{\bar{H}}/c^2$ muß auch $\text{div grad } \ddot{\bar{A}} = \ddot{\bar{A}}/c^2$ sein. Substitution mit $\bar{E} = -\dot{\bar{A}} \pm \text{grad } \varphi$ und $\mu_0 \bar{H} = \text{rot } \bar{A}$ in $\text{rot } \bar{H} = \varepsilon_0 \dot{\bar{E}}$ liefert $\text{rot rot } \bar{A} = 1/c^2 \cdot (-\ddot{\bar{A}} \pm \text{grad } \dot{\varphi})$ oder $\text{grad div } \bar{A} - \text{div grad } \bar{A} = 1/c^2 \, (-\ddot{\bar{A}} \pm \text{grad } \dot{\varphi})$ oder $\text{grad div } \bar{A} = \pm 1/c^2 \text{ grad } \dot{\varphi}$, wegen $\text{div grad } \bar{A} = \ddot{\bar{A}}/c^2$, also

nach Integration div $\bar{A} = \pm \dot{\phi}/c^2$. Divergenzbildung von $\bar{E} + \dot{\bar{A}} = \pm$ grad φ liefert div $\dot{\bar{A}} = \pm$ div grad φ wegen div $\bar{E} = o$ im Vakuum. Vergleich mit div $\dot{\bar{A}} = \pm \ddot{\varphi}/c^2$ aus div $\bar{A} = \pm \dot{\phi}/c^2$ ergibt dann auch für das elektrische Skalarpotential die Wellengleichung div grad $\varphi = \ddot{\varphi}/c^2$, die im Gegensatz zu den Wellengleichungen der übrigen elektromagnetischen Bestimmungsstücken $\bar{E}$, $\bar{H}$ oder $\bar{A}$ skalarer Natur ist.

Die Wellengleichungen der elektromagnetischen Größen und die für alle diese Größen konstante Ausbreitungsgeschwindigkeit c zeigt, daß jeder elektromagnetische Vorgang im Vakuum beschrieben durch rot $\bar{H} = \varepsilon_o \dot{\bar{E}}$, rot $\bar{E} = - \mu_o \dot{\bar{H}}$, div $\bar{E} = 0$, div $\bar{H} = 0$ sich kugelsymmetrisch mit der Geschwindigkeit c ausbreiten. Im kartesischen (xyz) -Raum gilt, wenn die Emission im Nullpunkt erfolgt, für die geometrische Gleichung der sphärischen Wellenzonen $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ mit $r = ct$, also $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0$. Dieser Ausbreitungsvorgang spiele sich im Koordinatensystem C ab und werde von einem zu C mit der Geschwindigkeit v relativ bewegten System C' beobachtet. In diesem System gelten die Koordinaten x' y' z' und die Zeit t'. Wenn die Galileigruppe der Mechanik C und C' in Relation setzt, muß in C' der Induktionsvorgang mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit $c \pm v$ laufen, was $x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 \neq 0$, also $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 \neq x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2$ zur Folge hätte. Wenn aber diese Ungleichheit bestünde, so wäre die geometrische Form der Wellenzone von der Relativgeschwindigkeit des Bezugssystems abhängig und der physische Leerraum müßte aus einem ruhenden Weltäther bestehen. Doch konnte nach Aussage α der phänomenologischen Induktion gezeigt werden, daß es einen solchen ruhenden Weltäther als Übergangsmedium der Wechselwirkungen (zumindest für die elektromagnetische) aufgrund der empirischen Konsequenzen aus dem elektromagnetischen Phänomem in Bezug auf die Jahresbahn nicht geben kann. Wenn dies aber so ist, muß $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0$ für alle relativ bewegten Systeme C' gelten und dies bedeutet, daß für elektromagnetische Induktionsvorgänge die Galileigruppe nicht anwendbar ist. Die empirische Nichtexistenz eines ruhenden Weltäthers, die durch die Gleichheit $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2$, also durch das elektromagnetische Relativitätsprinzip ausgedrückt wird,

ist mit einer Aufgabe des Begriffes vom absoluten Raumäquivalent, was $x^2 + y^2 + z^2 \neq x'^2 + y'^2 + z'^2$ zur Folge hat. Die durch das Relativitätsprinzip geforderte Gleichheit erzwingt dann aber $t \neq t'$, also eine Aufgabe des Begriffes der absoluten Gleichzeitigkeit. Dies legt es nahe, neben den drei Raumkoordinaten $x = x_1$, $y = x_2$ und $z = x_3$ die imaginäre Lichtzeit $ict = x_4$ als vierte Koordinate einer vierdimensionalen Raumzeit einzuführen, wodurch der R_3 zu dieser Raumzeit R_4 ergänzt wird. Damit wird das elektromagnetische Relativitätsprinzip zu der Invarianzbeziehung $\sum_{i=1}^{4} x_i^2 = \sum_{i=1}^{4} x_i'^2$. Der R_3 erscheint somit als eine Hyperfläche des R_4, dessen Punkte Ereignisse sind. Die relative Gleichzeitigkeit wird demnach durch solche Hyperflächen R_3 ausgedrückt, für die $x_4 = \text{const}$ ist, das heißt, die relativ gleichzeitigen Ereignisse liegen auf Niveauhyperflächen $x_4 = \text{const}$ des R_4. Der Übergang zwischen zwei Koordinatensystemen C und C', die mit v relativ zueinander bewegt werden, hat dann durch noch unbekannte Transformationen $x_i' = x_i' (x_k , v, c)_1^4$ zu erfolgen.

Ehe aber versucht wird, diese Transformationen zu ermitteln, wäre festzustellen, ob es für elektromagnetische Vorgänge ausgezeichnete Bezugssysteme gibt. Wegen der Vektornatur der elektromagnetischen Feldgrößen und der invarianten Natur der sie im Induktionsgesetz verknüpfenden vektoranalytischen Differentialpperatoren ist offensichtlich eine Invarianz gewährleistet und wegen der imaginären Natur der Lichtzeit und der euklidischen Form des Relativitätsprinzipes wird der metrische Fundamentaltensor des R_4 zeitartig indefinit, also R_4 selbst pseudoeuklidisch. Ein ausgezeichnetes Bezugssystem elektromagnetischer Vorgänge kann es offenbar nicht geben, denn , wenn es dieses System gäbe, wäre $\sum_{i=1}^{4} x_i^2 \neq \sum_{i=1}^{4} x_i'^2$, was im Widerspruch zu der Erfahrung steht. In jedem Fall muß es also mehrere gleichberechtigte Systeme geben, welche durch $x_i' = x_i' (x_k , v , c)_1^4$ im Zusammenhang stehen. Wegen $c = \text{const}$ (es ist eine Naturkonstante) können sich diese Systeme nur durch $v = \text{const}\ (t)$ voneinander unterscheiden, so daß es wegen der unendlichen vielen v - Werte auch eine unendliche Schar gleichberechtigter Bewegungssysteme geben muß, was die Transformationen $x_i' (x_k , v , c)_1^4$ als Transformationsgruppe charakterisiert. Da zwar die mechanischen Vorgänge, für welche die Galileigruppe gilt, durch elektromagnetische Vorgänge verursacht werden können, nicht

aber umgekehrt, muß die aus der Invarianz $\sum_{i=1}^{4} x_i^2 = \sum_{i=1}^{4} x_i'^2$ resultierende Gruppe des relativen Raumes und der relativen Zeit allgemeingültiger sein und die Galileigruppe der Mechanik (absoluter Raum und absolute Zeit), als Approximation enthalten.

Zur Ermittlung der Raumzeittransformationen müssen folgende Forderungen an das Transformationsgesetz gestellt werden:

a) Da die elektromagnetische Wirkung als Welle fortschreitet, müssen Relativbewegungen als Dopplereffekt erscheinen, so daß von allen gleichberechtigten Systemen die Ausbreitungsgeschwindigkeit als Naturkonstante $c = \text{const}$ erscheint.

b) Alle gleichberechtigten Systeme bewegen sich relativ zueinander und sind nicht voneinander unterscheidbar.

c) Die Relativgeschwindigkeit gleichberechtigter Systeme ist stationär, also gleichförmig und gradlinig, wodurch diese Systeme als Inertialsysteme charakterisiert sind.

d) Die Transformationen müssen linear sein, wobei der lineare Koeffizient von v abhängen kann; denn nur auf diese Weise wird kein Punkt des R_3 ausgezeichnet.

Die Ableitung der Transformationsgruppe des elektromagnetischen Relativitätsprinzips erfolgt am zweckmäßigsten aus dem Ausbreitungsgesetz elektromagnetischer Felder im Vakuum; denn auf diesem Gesetz beruht das elektromagnetische Relativitätsprinzip. Da jede Vektorgleichung stets soviele Gleichungen zusammenfaßt wie Vektorkomponenten vorhanden sind, ist es angebracht, das Ausbreitungsgesetz einer skalaren Feldgröße zu verwenden, und hierfür bietet sich das elektrische Skalarpotential φ an, für dessen Ausbreitung nach dem Vorangegangenen die Operatorgleichung $\operatorname{div}\operatorname{grad}\varphi - \ddot{\varphi}/c^2 = 0$ gilt. Im R_4 wird der Operator in der analytischen Form

$$\operatorname{div}\operatorname{grad} - 1/c^2 \cdot \partial^2/\partial t^2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$$ dargestellt, so

daß die Invarianzforderung des Ausbreitungsgesetzes beim Übergang vom System C nach C' ($v = \text{const}$ ist die Relativgeschwindigkeit) die Form $\sum_{i=1}^{4} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i'^2} = \alpha(v) \sum_{i=1}^{4} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i^2}$ annimmt.

Zur Vereinfachung werde angenommen, daß die Raumachsen beider Systeme parallel laufen, die Relativbewegung mit $v = \text{const}\ (t)$ längs der gemeinsamen x_1-Achse verläuft, und daß sich zu Beginn der Bewegung beide Systeme gemäß $x_{(o)i} - x'_{(o)i} = o$ in allen vier Koordinaten decken. Unter diesen die Allgemeinheit nicht einschrän-

kenden Vereinfachung lautet die allgemeinste Form der Koordinatentransformation, welche die Forderungen a bis d erfüllt
$x_1' = \varkappa(v) \cdot (x_1 - v\,t)$, $x_2' = \lambda(v) \cdot x_2$, $x_3' = \lambda(v)\, x_3$
und $t' = \mu(v) \cdot t - \psi(v) \cdot x_1$ und diese Beziehungen haben die allgemeine Invarianz $\sum_{i=1}^{4} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i'^2} = \alpha(v) \cdot \sum_{i=1}^{4} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i^2}$
zu erfüllen. Es kommt darauf an die Koeffizienten α, $\varkappa$, λ, μ und ψ als Funktionen von v und c zu bestimmen; denn dann sind die Raumzeittransformationen für den vereinfachten Fall bekannt, der danach verallgemeinert werden kann. Der Koeffizient λ muß für die Transformationen x_2' und x_3' der gleiche sein, weil beide Richtungen zueinander orthogonal verlaufen und die von ihnen aufgespannte Ebene zur einzigen ausgezeichneten Richtung x_1' normal verläuft. Auch muß $\lambda(v) = \lambda(-v)$ gerade sein, was zusammen mit der Invarianz $x_2 = x_2' \cdot \lambda(-v)$ und $x_3 = x_3' \cdot \lambda(-v)$ für λ den Wert $\lambda = 1$ ergibt. Somit werden die Transformationen $x_2' = x_2$, $x_3' = x_3$ identisch. Zur Bestimmung der übrigen Koeffizienten wird berücksichtigt, daß φ eine Funktion der Raumzeitkoordinaten sein muß. In $\varphi = \varphi\,(x_i')_1^4$ wird mit den Raumzeittransformationen zwischen C' und C substituiert und $x_4' = i\,c\,t'$ verwendet. Dann gilt $\varphi\,(x_i')_1^4 = \varphi\,(\varkappa(x_1 - v\,t), x_2, x_3, (\mu t - \psi x_1))$, das partiell differenziert

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_1} = \varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial x_1'} - \psi \frac{\partial \varphi}{\partial t'}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\varkappa v \frac{\partial \varphi}{\partial x_1'} + \mu \frac{\partial \varphi}{\partial t'}, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} = \varkappa^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1'^2} - 2\varkappa\psi \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1' \partial t'} + \psi^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t'^2}, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2'^2}, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3'^2},$$

und $-1/c^2 \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\varkappa^2 \frac{v^2}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1'^2} + 2 \frac{\varkappa \mu \psi}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1' \partial t'} - \frac{\mu^2}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t'^2}$ liefert.

In die Invarianzbeziehung $\sum_{i=1}^{4} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i'^2} = \alpha \cdot \sum_{i=1}^{4} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i^2} = 0$ der elektromagnetischen Wellenausbreitung eingesetzt, ergeben sich Beziehungen für die Koeffizienten in der die Invarianz

$\sum_{i=1}^{4} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i'^2} = \alpha \cdot \sum_{i=1}^{4} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i^2}$ erfüllt sein muß. Dies bedeutet, daß $\alpha = 1$ ist. Gleiches folgt auch für die Koeffizienten der nichtgemischten partiellen Ableitungen, während diejenigen vor den gemischten Ableitungen verschwinden müssen. Auf diese Weise ergeben sich für die Koeffizienten die folgenden Bestimmungsgleichungen : $\alpha = \lambda = 1$, sowie $\mathcal{R} = \mu = \pm (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ und $\gamma = \mu \, v/c^2$. Für $\mathcal{R} = \mu$ wird der positive Zweig gewählt, damit die Systeme C und C' gleich orientiert sind. Zur Kürzung wird für das Geschwindigkeitsverhältnis $v/c = \beta$ eingeführt. Einsetzen dieser Koeffizienten in die Transformationen $x_i' = x_i' (x_k, v, c)_1^4$ liefert dann

$$x_1' = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \, , \; x_2' = x_2 \, , \; x_3' = x_3 \, , \; t' = \frac{t - \beta/c \cdot x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \, ,$$

$$\beta = v/c = \text{const.}, \; \cos (\bar{x}_i, \bar{x}_k') = \delta_{ik} \, ,$$

$$\bar{v} \; /\!/ \; \bar{x}_1 \qquad \ldots\ldots\ldots\

Natur geometrisch als imaginäre Drehungen der Raumzeitkoordinaten aufgefaßt werden, so daß eine Verallgemeinerung der Gleichung 7 auf eine geometrische Beschreibung allgemeiner imaginärer Drehungen in einem vierdimensionalen Kontinuum hinausläuft, dessen eine Koordinate hinausläuft, dessen eine Koordinate $x_4 = i\,c\,t$ imaginär ist, so daß das Kontinuum über den komplexen algebraischen Körper definiert ist. Die allgemeine Transformation bei solchen imaginären Drehungen ist gegeben durch $x_i' = \sum_{k=1}^{4} \alpha_{ik} \cdot x_k$, deren inverse Transformationen ebenfalls, und zwar eindeutig existieren müssen. Die Gruppe dieser allgemeinen imaginären Drehungen wird durch die unitäre Transformatormatrix $\hat{A} = (\alpha_{ik})_4$ vom quadratischen Typ 4 charakterisiert, die gemäß $\hat{A} \cdot \hat{A}^{\times} = \hat{E}$ mit ihrer Kontragredienten identisch und über dem reellen Zahlenkörper orthogonal ist. Wird $\hat{A}$ gemäß $\hat{A}' = (\alpha_{ik}' \, \delta_{ik})_4$ auf die Diagonalform transformiert, so muß stets

$|\hat{A}'|_4 = \prod_{k=1}^{4} \alpha_{kk}' > 0$, also $\hat{A}$ selbst regulär sein; denn eine Singularität würde bedeuten, daß ein von 0 verschiedener Matrizendefekt vorhanden ist, und somit kein R_4 über dem komplexen algebraischen Körper aufgespannt wird. Mit $\bar{r} = \sum_{i=1}^{4} \bar{x}_i$ wird

$\bar{r}' = \hat{A}\,\bar{r}$ und dies gilt auch für jeden anderen raumzeitlichen Vektor. Die allgemeine Lorentzgruppe, von der Gleichung 7 nur ein spezieller Sonderfall ist, lautet also

$$\bar{r}' = \hat{A}\,\bar{r},\ \bar{r} = \sum_{i=1}^{4} \bar{x}_i,\ \hat{A} \cdot \hat{A}^{\times} = E,$$

$$|\hat{A}|_4 > 0 \qquad \text{..... 8.}$$

Im speziellen Fall der Gleichung 7 kann $\hat{A} = \hat{A}(\beta)$ dargestellt werden. Für $\cos(\bar{x}_i, \bar{x}_k') = \delta_{ik}$ wird die unitäre Transformatormatrix der raumzeitlichen Inertialsysteme zu

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} (1-\beta^2)^{-1/2} & 0 & 0 & i\beta\,(1-\beta^2)^{-1/2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\beta\,(1-\beta^2)^{-1/2} & 0 & 0 & (1-\beta^2)^{-1/2} \end{pmatrix}$$

$$\cos(\bar{x}_i, \bar{x}_k') = \delta_{ik}\ ),\ \beta = v/c = \text{const},$$

$$0 \leq \beta < 1,\ x_4 = i\,c\,t \qquad \text{..... 8 a}$$

Würde $\beta > 1$, so würde der Koeffizient $(1 - \beta^2)^{-1/2}$ nicht nur imaginär, sondern es wäre damit auch ein ausgezeichnetes Bezugssystem definiert, was dem elektromagnetischen Relativitätsprinzip $\sum_{i=1}^{4} x_i^2 = \sum_{i=1}^{4} x_i'^2$ widerspricht. Die Naturgesetze sind immer dann fehlerhaft, wenn sie nicht gegen die Transformationen Gleichung 8 und 8a invariant sind, so daß jedes Naturgesetz zu überprüfen ist, ob eine solche Invarianz vorliegt. Die mathematischen Invarianten sind Tensoren ${}^{m}T$, für deren Tensorgrade $0 \leq m \leq 4$ gelten muß, weil die Raumzeit vierdimensional ist. Die Invarianz für $m = 0$ und $m = 1$, also für Skalare und Vektoren gegen $\hat{A}$ ergibt sich elementar nach den Gesetzen der analytischen Geometrie. Für $m \geq 1$ ist das Symmetieverhalten der Tensoren zu berücksichtigen. Wenn $m = 2$ ist, wird der allgemeinste Fall durch ${}^{2}\bar{\bar{T}} \neq {}^{2}\bar{\bar{T}}^{\times}$ beschrieben, doch kann stets dieser Tensor in einen hermiteschen ${}^{2}\bar{\bar{T}} = {}^{2}\bar{\bar{T}}^{\times}$ und einen antihermiteschen Anteil ${}^{2}\bar{\bar{M}} = -{}^{2}\bar{\bar{M}}^{\times}$ zerlegt werden. $T_{ik} = T_{ki}$ von ${}^{2}\bar{\bar{T}}$ kann als $T_{ik} = P_i P_k$ mit $\bar{P} = \sum_{i=1}^{4} \bar{P}_i$ aufgefaßt werden. Dann muß aber auch $\sum_{i,k=1}^{4} x_i x_k T_{ik}$ gegen $\hat{A}$ invariant sein; denn wegen $\bar{r} = \sum_{i=1}^{4} \bar{x}_i$ ergibt sich

$$\sum_{i,k=1}^{4} x_i x_k T_{ik} = \sum_{i,k=1}^{4} x_i P_i x_k P_k = \sum_{J=1}^{4} (x_J P_J)^2 =$$

$= (\bar{r} \cdot \bar{P})^2$ als Quadrat eines Skalarproduktes aus zwei polaren Raumzeitvektoren. Andererseits beschreibt $\sum_{i,k=1}^{4} x_i x_k T_{ik} = \text{const}$ einen Mittelpunktsraum zweiter Ordnung, dessen analytische Gleichung durch $\sum_{\xi=1}^{4} T_{\xi\xi} \cdot \eta_{\xi}^2 = \text{const.}$ in Hauptachsenform beschrieben wird. Liegt nicht die Hauptachsenform vor, so gilt allgemein für diesen Raum $\sum_{i,k=1}^{4} x_i x_k T_{i,k} = \text{const.}$ Die Hauptachsen sind die Extremabstände vom Mittelpunkt des Raumes und ergeben sich somit nach dem Multiplikatorverfahren. Es ist

$$\partial/\partial x_J \left(\sum_{i,k=1}^{4} x_i x_k T_{ik} - \mu \sum_{i=1}^{4} x_i^2 \right) = \left| \sum_{i=1}^{4} T_{Ji} x_i - \mu \cdot x_J = 0 \right.$$

Mit $\bar{r} = \sum_{i=1}^{4} \bar{x}_i$ wird diesem Gleichungssystem ${}^{2}\bar{T}\,\bar{r} - \mu\,{}^{2}\bar{E}\,\bar{r} = \bar{0}$ oder ${}^{2}\bar{T} - \mu\,{}^{2}\bar{E} = {}^{2}\bar{0}$, weil $\bar{r} > \bar{0}$ sein kann. ${}^{2}\bar{T} - \mu \cdot {}^{2}\bar{E} = {}^{2}\bar{0}$ ist aber ein Eigenwertproblem, dessen charakteristische Gleichung durch die Singularität der Determinante $\left| {}^{2}\bar{T} - \mu\,{}^{2}\bar{E} \right|_4 = 0$, also

das Verschwinden des Produktes $\prod_{\xi=1}^{4} (T_{\xi\xi} - \mu) = 0$ beschrieben wird, worin die $T_{\xi\xi}$ die Komponenten der Diagonalform der ${}^2\bar{T} = \left[T_{\xi\lambda} \cdot \delta_{\xi\lambda} \right]_4^{\xi\xi}$ sind. Die invarianten Eigenwerte μ sind die Lösungen der charakteristischen Gleichung, die in μ eine Gleichung 4. Grades ist. Auf diese Weise werden die vier Hauptachsen des Mittelpunktsraumes 2. Ordnung bestimmt. Nach der charakteristischen Gleichung lassen sich aus den Hauptachsenkomponenten (indiziert durch ξ, η, φ und λ) vier Invarianten gegen $\hat{A}$ aufstellen, nämlich $J_1 = T_{\xi\xi} + T_{\eta\eta} + T_{\varphi\varphi} + T_{\lambda\lambda}$, $J_2 = T_{\xi\xi} T_{\eta\eta} + T_{\varphi\varphi} \cdot T_{\varphi\varphi} + T_{\xi\xi} T_{\lambda\lambda} + T_{\eta\eta} T_{\varphi\varphi} + T_{\eta\eta} T_{\lambda\lambda} + T_{\xi\xi} T_{\lambda\lambda}$, $J_3 = T_{\eta\eta} T_{\xi\xi} T_{\lambda\lambda} + T_{\xi\xi} T_{\lambda\lambda} T_{\varphi\varphi} + T_{\lambda\lambda} T_{\varphi\varphi} + T_{\varphi\varphi} T_{\eta\eta} T_{\xi\xi}$ und $J_4 = T_{\xi\xi} T_{\eta\eta} T_{\varphi\varphi} T_{\lambda\lambda}$ aufstellen, welche skalarer Natur sind. Die Hauptachsen des Mittelpunktsraumes sind gegen $\hat{A}$ invariant und vom Koordinatensystem unabhängig. Liegt ein antihermitescher Tensor ${}^2\bar{M} = - {}^2\bar{M}^{\times}$ vor, so gilt diese Untersuchung nicht. Jeder antihermitesche Raumzeittensor kann als axialer Vektor aufgefaßt werden, der über dem komplexen Zahlenkörper definiert ist. Die drei Komponenten M_{Jl} mit $J, l \neq 4$ werden dabei durch die Komponenten $C_i = M_{Jl}$ mit $i \neq J \neq l$ eines Vektor $\bar{C} = \sum_{i=1}^{3} \bar{C}_i$ und die $M_{l,4}$ mit $l < 4$, als die $i D_l = M_{l4}$ eines imaginären $i\bar{D} = \sum_{l=1}^{3} i \bar{D}_l$ aufgefaßt, die beide in ihrem Realteil Axialvektoren im R_3 sind. Unter Berücksichtigung dieser Tatsache kann $\overline{div}_4 \, {}^2\bar{M}$ gebildet werden, wenn $\overline{div}_4$ die Vektordivergenz im R_4 ist, dessen Einheitsvektoren durch $\bar{e}_i$ symbolisiert werden sollen. Die Koordinaten seien gemäß $\bar{e}_i \cdot \bar{e}_k = \delta_{ik}$ kartesisch. Dann gilt $\overline{div}_4 \, {}^2\bar{M} = \sum_{i,k=1}^{4} \bar{e}_i \cdot \frac{\partial M_{ik}}{\partial x_k}$, worin $M_{ik} = - M_{ki} \sim 1 - \delta_{ik}$ berücksichtigt werden kann. Geschieht dies, so folgt $\overline{div}_4 \, {}^2\bar{M} = \bar{e}_1 \cdot \left(\frac{\partial M_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial M_{13}}{\partial x_3} \right) + \bar{e}_2 \left(\frac{\partial M_{21}}{\partial x_1} - \frac{\partial M_{23}}{\partial x_3} \right) + \bar{e}_3 \left(\frac{\partial M_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{32}}{\partial x_2} \right) + \sum_{k=1}^{3} \bar{e}_k \cdot \frac{\partial M_{k4}}{\partial x_4} + \bar{e}_4 \cdot \sum_{k=1}^{3} \frac{M_{4k}}{\partial x_k} = \bar{e}_1 \left(\frac{\partial C_3}{\partial x_2} - \frac{\partial C_2}{\partial x_3} \right) +$

$$+ \bar{e}_2 \cdot \left(\frac{\partial C_1}{\partial x_3} - \frac{\partial C_3}{\partial x_1}\right) + \bar{e}_3 \left(\frac{\partial C_2}{\partial x_1} - \frac{\partial C_1}{\partial x_2}\right) -$$

$$- i \, \partial/\partial x_4 \left(\sum_{k=1}^{3} \bar{D}_k\right) + i \, \bar{e}_4 \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial D_k}{\partial x_k} \text{ . Wird}$$

$$\bar{e}_1 \cdot \left(\frac{\partial C_3}{\partial x_2} - \frac{\partial C_2}{\partial x_3}\right) - \bar{e}_2 \left(\frac{\partial C_3}{\partial x_1} - \frac{\partial C_1}{\partial x_3}\right) +$$

$$+ \bar{e}_3 \cdot \left(\frac{\partial C_2}{\partial x_1} - \frac{\partial C_1}{\partial x_2}\right) =$$

$$= \begin{vmatrix} \bar{e}_1 & \bar{e}_2 & \bar{e}_3 \\ \partial/\partial x_1 & \partial/\partial x_2 & \partial/\partial x_3 \\ C_1 & C_2 & C_3 \end{vmatrix} = \text{rot } \bar{C} \text{ , sowie } \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial D_k}{\partial x_k} = \text{div } \bar{D}$$

im R_3 und wird $x_4 = ict$ berücksichtigt, so folgt $\overline{\text{div}_4}\ {}^2\bar{M} = \text{rot } \bar{C} - 1/c \, \dot{\bar{D}} + i \, \bar{e}_4 \text{ div } \bar{D}$, das heißt, $\overline{\text{div}}_4$ baut sich aus Differentialoperatoren des R_3 und $\partial/\partial t$ auf, welche auf die Vektorfelder des R_3 einwirken, aus denen sich ${}^2\bar{M}$ über dem komplexen algebraischen Körper aufbaut. Mit dem auf dem R_4 erweiterten vektoranalytischen Differentialoperator

$\nabla_4 = \sum_{i=1}^{4} \bar{e}_i \, \partial/\partial x_i$ wird $\nabla_4 \times \bar{\Phi} = \text{rot}_4 \, \bar{\Phi}$ ein Analogon zum Feldrotor im R_3, dessen Komponenten $B_{hk} = \frac{\partial \phi_h}{\partial x_k} - \frac{\partial \phi_k}{\partial x_h} = - B_{kh}$, die Komponenten eines antihermiteschen Raumzeittensors bilden, so daß ${}^2\bar{M} = \text{rot}_4 \, \bar{\Phi}$ stets als Wirbel eines Raumzeitvektors aufgefaßt werden kann. Partielle Differentiation von M_{hk} nach x_r liefert dann

$$\frac{\partial M_{hk}}{\partial x_r} = \frac{\partial^2 \phi_h}{\partial x_k \partial x_r} - \frac{\partial^2 \phi_k}{\partial x_h \partial x_r} \text{ , woraus sich durch zyklische}$$

Vertauschung der drei Indizes auch $\frac{\partial M_{hr}}{\partial x_k}$ und $\frac{\partial M_{rk}}{\partial x_h}$ ergibt.

Addition liefert dann das Theorem $\frac{\partial M_{hk}}{\partial x_r} + \frac{\partial M_{hr}}{\partial x_k} + \frac{\partial M_{rk}}{\partial x_h} = 0$,

was ein Analogon zu div rot = o im R_3 darstellt. Wird diese Darstellungsweise von ${}^2\bar{M} = \text{rot}_4 \, \bar{\Phi}$ und die Eigenschaft des vierdimensionalen Rotors berücksichtigt und die Darstellung von ${}^2\bar{M}$ durch die beiden Vektorfelder $\bar{C}$ (axial) und $\bar{D}$ (polar) im R_3 verwendet, so folgt der Zusammenhang $- i/c \, \partial C_1/\partial t - i \, (\partial D_3/\partial x_2 - \partial D_2/\partial x_3) = 0$ (durch zyklische Vertauschung folgt auch das

Analogon für die beiden übrigen Komponenten) und dies hat rot $\bar{D}$ = $= - 1/c \cdot \dot{\bar{C}}$ zur Folge. Weiterhin folgt $\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial C_i}{\partial x_i} = o$ oder div $\bar{C} = o$, so daß zwei Vektorfelder des R_3, welches durch diese beiden Beziehungen verknüpft sind, stets ein antihermitesches Tensorfeld im R_4 aufbauen. Man hat also

$$ {}^2\bar{M} = \begin{bmatrix} o & C_3 & C_2 & i D_1 \\ - C_3 & o & C_1 & i D_2 \\ - C_2 & - C_1 & o & i D_3 \\ - i D_1 & -i D_2 & - i D_3 & o \end{bmatrix} $$

, $\overline{div}_4 \; {}^2\bar{M} = \text{rot } \bar{C} + i \bar{e}_4 \text{ div } \bar{D}$ - $1/c \; \dot{\bar{D}}$, rot $\bar{D} = - 1/c \cdot \dot{\bar{C}}$, div $\bar{C} = o$,

$\text{rot}_4 \; \bar{\Phi} = {}^2\bar{M}$ ..... 8 b.

Wegen $\nabla_4 = \text{grad}_4$ wird $\Delta_4^2 = \text{div}_4 \text{ grad}_4 = \sum_{i=1}^{4} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$, weil die Orthogonalität $\bar{e}_i \; \bar{e}_k = \delta_{ik}$ gilt. Ist φ eine Skalarfunktion, die gegen $\hat{A}$ invariant ist, so ist auch $\text{div}_4 \text{ grad}_4 \varphi = o$ eine solche Invariante, so daß auch div grad $\varphi = \ddot{\varphi}/c^2$ gegen $\hat{A}$ invariant ist, weil $\text{div}_4 \text{ grad}_4 =$ $=$ div grad $- 1/c^2 \; \partial^2 / \partial t^2$ nach Berücksichtigung von $x_4 = ict$ wird, wodurch der aus dem elektromagnetischen Induktionsgesetz gewonnene Ausgangspunkt der Untersuchung, nämlich die skalare Wellengleichung wieder erreicht worden ist.

Aus dem elektromagnetischen Induktionsgesetz folgt die gegen $\hat{A}$ invariante Beziehung div grad $\varphi = \ddot{\varphi}/c^2$, doch kann aus dieser Invarianz nicht auf diejenige des Induktionsgesetzes geschlossen werden, weil dieses Gesetz nicht aus div grad $\varphi = \ddot{\varphi}/c^2$ rückschließend abgeleitet werden kann. Da $c \cdot \mu_o = \sqrt{\mu_o/\varepsilon_o} = R$ wegen $c = (\varepsilon_o \cdot \mu_o)^{-1/2}$ den elektromagnetischen Wellenwiderstand des Raumes darstellt, wird $\mu_o \cdot \dot{\bar{H}} = 1/c \cdot \partial/\partial t \; (\bar{H} \cdot R)$, womit der die Ladungsdichte ϱ nicht enthaltende Anteil des Induktionsgesetzes die Form rot $\bar{E} = - 1/c \cdot \partial/\partial t \; (\bar{H} \cdot R)$, div $(\bar{H} \cdot R) = o$ annimmt, woraus hervorgeht, daß $\bar{E}$ und $\bar{H} \cdot R$ der Bedingung 8 b genügen und somit im R_4 ein antihermitesches Tensorfeld aufbauen. Dieser raumzeitliche Feldtensor hat die Gestal

$$ {}^2\bar{M} = \begin{bmatrix} o & (H_3R) & (-H_2R) & (-iE_1) \\ (-H_3R) & o & (H_1R) & (-iE_2) \\ (H_2R) & (-H_1R) & o & (-iE_3) \\ (iE_1) & (iE_2) & (iE_3) & o \end{bmatrix} = \mathrm{rot}_4 \bar{\Phi} , $$

woraus folgt, daß der ϱ nicht enthaltende Anteil des Induktionsgesetzes gegen $\hat{A}$ invariant ist. $\bar{\Phi}$ ist ein raumzeitliches elektromagnetisches Vektorpotential. Sind C und C_o zwei mit $\bar{v}$ relativ bewegte Systeme, so ist die Invarianz der Ladung $q = q_o$ evident. Sind weiter die Systeme so orientiert, daß Gleichung 8 a gilt, so folgt für die Volumeninvarianz $V = V_o \cdot \sqrt{1-\beta^2}$, so daß für die Ladungsdichte $\varrho_o = \varrho \cdot \sqrt{1-\beta^2}$ wegen $= dq/dV$ gilt. Der Strom $\varrho \cdot \bar{v}$ im R_3 kann somit zu einem raumzeitlichen Strom $\bar{P} = \varrho \cdot \bar{Y} = \sum_{i=1}^{3} \bar{e}_i \cdot \varrho \cdot \dot{x}_i/c + i\, \bar{e}_4 \cdot \varrho$ ergänzt werden, worin P_4 in der Form $P_4 = i\varrho = i\, \varepsilon_o \cdot \mathrm{div}\bar{E}$ geschrieben werden kann, weil $\varepsilon_o \cdot \mathrm{div}\, \bar{E} = \varrho$ ist. Aus rot $\bar{H} = \varepsilon_o \cdot \dot{\bar{E}} + \varrho\, \bar{v}$ folgt dann rot $(\bar{H} \cdot R) - 1/c \cdot \dot{\bar{E}} = R \cdot \varrho \cdot \bar{v} = 1/\varepsilon_o \cdot \sum_{i=1}^{3} \bar{e}_i \varrho \cdot \dot{x}_i/c = 1/\varepsilon_o \cdot \sum_{i=1}^{3} \bar{P}_i$.

Addition von $\bar{P}_4/\varepsilon_o = \frac{i\bar{e}_4\varrho}{\varepsilon_o} = i\, \bar{e}_4\, \mathrm{div}\, \bar{E}$ liefert dann wegen $\bar{P} = \sum_{k=1}^{4} \bar{P}_k$, die Beziehung $\bar{P}/\varepsilon_o = \mathrm{rot}\, (\bar{H} \cdot R) - 1/c \cdot \dot{\bar{E}} + i\, \bar{e}_4 \cdot \mathrm{div}\, \bar{E} = \overline{\mathrm{div}_4}\ {}^2\bar{M}$; denn mit $\bar{E} = \bar{D}$ und $\bar{H}R = \bar{C}$, ist Gleichung 8 b erfüllt und das elektromagnetische Induktionsgesetz nimmt die einfache gegen $\hat{A}$ invariante Form $\varepsilon_o \cdot \overline{\mathrm{div}_4}\ {}^2\bar{M} = \bar{P}$ im R_4 an. Aus rot $\bar{E} = -\mu_o \dot{\bar{H}} = -i R\, \partial\bar{H}/\partial x_4$ und div $\bar{H} = o$ folgt die Existenz des zu ${}^2\bar{M}$ komplementären Tensors

$$ {}^2\bar{M}_k = \begin{bmatrix} o & E_3 & -E_2 & iRH_1 \\ -E_3 & o & E_1 & iRH_2 \\ E_2 & -E_1 & o & iRH_3 \\ -iRH_1 & -iRH_2 & -iRH_3 & \varrho \end{bmatrix} , $$

der wegen div $\bar{H} = o$ gemäß $\overline{\mathrm{div}_4}\ {}^2\bar{M}_k = \bar{o}$ hinsichtlich des raumzeitlichen Stromes nicht relevant ist. Für den elektromagnetischen Feldtensor in der Raumzeit

gilt also das folgende Gleichungssystem, welches als raumzeitliche Fassung des empirischen Induktionsgesetzes 25 a beziehungsweise 25 aus B II 4 aufgefaßt werden kann. Dieses tensorielle System lautet demnach :

$$ {}^2\bar{M} = \begin{bmatrix} o & H_3 R & - H_2 R & - i E_1 \\ - H_3 R & o & H_1 R & - i E_2 \\ H_2 R & - H_1 R & o & - i E_3 \\ i E_1 & i E_2 & i E_3 & o \end{bmatrix} = \mathrm{rot}_4 \bar{\Phi} , $$

$$ {}^2\bar{M}_k = \begin{bmatrix} o & E_3 & - E_2 & i R H_1 \\ - E_3 & o & E_1 & i R H_2 \\ E_2 & - E_1 & o & i R H_3 \\ - i R H_1 & - i R H_2 & - i R H_3 & o \end{bmatrix} = \mathrm{rot}_4 \bar{\Phi}_k , $$

$$ \varepsilon_o \, \overline{\mathrm{div}_4} \, {}^2\bar{M} = \bar{P} , \; \overline{\mathrm{div}_4} \, {}^2\bar{M}_k = \bar{o} , $$

$$ R \sqrt{\varepsilon_o} = \sqrt{\mu_o} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 9. $$

Dieser Feldtensor beschreibt das elektromagnetische Feld einheitlich und die Transformation vom System C nach C' erfolgt in der Form ${}^2\bar{M}' = \hat{A} \, {}^2\bar{M}$. Hat $\hat{A}$ die spezielle Form der Gleichung 8 a, so folgt für die Tensorkomponenten $\bar{E}_x = \bar{E}'_x$, , $\bar{H}_x = \bar{H}'_x$, , $\bar{E}_y = \frac{\bar{E}'_y + \beta \bar{H}'_z \cdot R}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ $R \bar{H}_y = \frac{R \bar{H}'_y - \beta \bar{E}'_z}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\bar{E}_z = \frac{\bar{E}'_z - \beta \bar{H}'_y \cdot R}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ und

$R \bar{H}_z = \frac{R \bar{H}'_z + \beta \bar{E}'_y}{\sqrt{1 - \beta^2}}$, das heißt, wenn ${}^2\bar{M}$ des R_4 auf den R_3 singulär abgebildet wird, zerfällt das vierdimensionale Feld ${}^2\bar{M}$ in einen elektrischen und einen magnetischen Anteil. Diese Anteile sind aber als Vektorfelder des R_3 relativer Natur. Erscheint die Abbildung in einem System rein elektrisch und in einem zweiten rein magnetisch, so muß die dreidimensionale Abbildung in allen anderen gleichberechtigten Systemen gemischt erscheinen. Das elektrische und magnetische Feld sind nur verschiedene Seiten der dreidimensionalen Abbildung ein und desselben Feldes ${}^2\bar{M}$ im R_4 . Die Quellenverteilung von $\bar{P}$ im R_4 folgt durch Skalaranwendung von

$\nabla_4 = \sum_{i=1}^{4} \bar{e}_i \, \partial / \partial x_i$ auf $\bar{P}$. Es ist $\nabla_4 ; \bar{P} = \mathrm{div}_4 \bar{P}$=

$= \varepsilon_o \; \mathrm{div}_4 \; \overline{\mathrm{div}_4} \; {}^2\bar{M}$. Mit $\overline{\mathrm{div}_4} \; {}^2\bar{M} = R \; \mathrm{rot} \; \bar{H} - 1/c \; \dot{\bar{E}} +$

$+ \; i \; \bar{e}_4 \; \mathrm{div} \; \bar{E}$ wird $\mathrm{div}_4 \; \overline{\mathrm{div}_4} \; {}^2\bar{M} = o$, also $\mathrm{div}_4 \; \bar{P} = o$

oder $o = \sum_{i=1}^{4} \frac{\partial P_i}{\partial x_i} = \sum_{k=1}^{3} 1/c \; \partial/\partial x_k \; (\varrho \dot{x}_k) +$

$+ \; i \; \frac{\partial \varrho}{\partial x_4} = 1/c \; (\dot{\varrho} + \mathrm{div} \; \varrho \; \bar{v})$ und dies bedeutet

$\dot{\varrho} + \mathrm{div} \; \varrho \; \bar{v} = o$ oder $d\varrho/dt = o$, was die zeitliche Konstanz der elektrischen Ladung angibt. Eine Invariante des Feldes ${}^2\bar{M}$ ist nach den Gesetzen der Invariantentheorie die Determinante; also $|{}^2\bar{M}|_4 = \pm \sqrt{R^2 \; \bar{H}^2 - \bar{E}^2}$. Wird ${}^2\bar{M}$ im zweiten Grade iteriert, so folgt nach den Gesetzen der Tensormultiplikation und der Matrizenspektren das $sp \; {}^2\bar{M} \times {}^2\bar{M} = {}^2\bar{W} = {}^2\bar{W}^{\times}$, weil ${}^2\bar{M} =$

$= - \; {}^2\bar{M}^{\times}$ ist. Demnach gilt in Komponentenform $W_{ik} = \sum_{\gamma=1}^{4} M_{i\gamma} \cdot M_{\gamma k}$.

Gleiches gilt auch für ${}^2\bar{M}_k$.

Da beide Tensoren die Dimensionierung elektrischer Feldstärken haben, müssen die Produkte $\varepsilon_o \; {}^2\bar{W}$ und $\varepsilon_o \; {}^2\bar{W}_k$ hermitesche Energiedichtetensoren sein, deren arithmetisches Mittel gemäß

$2 \; n \; {}^2\bar{T} = \varepsilon_o \; ({}^2\bar{W} + {}^2\bar{W}_k) = \varepsilon_o \; sp \; ({}^2\bar{M} \times {}^2\bar{M} + {}^2\bar{M}_k \times {}^2\bar{M}_k)$

bis auf einen Zahlfaktor n den elektromagnetischen Energiedichtetensor liefern. Aus dem Feld im Vakuum $\mathrm{rot} \; \bar{H} = \varepsilon_o \; \dot{\bar{E}}$,

$\mathrm{rot} \; \bar{E} = - \; \mu_o \; \dot{\bar{H}}$, $\mathrm{div} \; \bar{E} = o$, $\mathrm{div} \; \bar{H} = o$ im R_3 folgt

zunächst $\varepsilon_o \cdot \bar{E} \cdot \dot{\bar{E}} + \mu_o \; \bar{H} \cdot \dot{\bar{H}} = \bar{E} \; \mathrm{rot} \; \bar{H} - \bar{H} \; \mathrm{rot} \; \bar{E} = -$

$$= - \begin{vmatrix} \partial/\partial x_1 & \partial/\partial x_2 & \partial/\partial x_3 \\ E_1 & E_2 & E_3 \\ H_1 & H_2 & H_3 \end{vmatrix} = - \; \mathrm{div} \; \bar{E} \times \bar{H} \quad \text{oder}$$

$1/2 \; \partial/\partial t \; (\varepsilon_o \; \bar{E}^2 + \mu_o \; \bar{H}^2) = - \; \mathrm{div} \; \bar{E} \times \bar{H}$, worin

$\bar{E} \times \bar{H} = \bar{S}$ der Strahlungsvektor und $1/2 \; (\varepsilon_o \; \bar{E}^2 + \mu_o \; \bar{H}^2) = \eta$ die Energiedichte des Feldes ist, Daraus folgt $\dot{\eta} + \mathrm{div} \; \bar{S} = o$. Zur Verallgemeinerung können auch die Komponenten $2 \; \eta_{ik} =$

$= \varepsilon_o \; \bar{E}_i \bar{E}_k + \mu_o \; \bar{H}_i \; \bar{H}_k$ eingeführt werden.

Mit diesen Interpretationen (als Kürzungen verwendet) folgt für die Komponenten des Energiedichtetensors $n \; T_{ik} = 2 \; \eta_{ik} -$ $- \; \eta \; \delta_{ik}$ und $n \; T_{i4} = i/c \cdot S_i$ für $(i,k) \leq 3$, aber $n \; T_{44} = \eta$. Da immer ${}^2\bar{T} > {}^2\bar{o}$ im elektromagnetischen Feld

bleiben muß, ergibt sich der Zahlfaktor zu $n = +1$, so daß nunmehr alle Komponenten des Energiedichtetensors durch ${}^2\bar{M}$ und sein Komplement gegeben sind. Es kann noch mit $\bar{P}$ aus ${}^2\bar{M}$ ein anderer Raumzeitvektor gebildet werden, nämlich $\bar{\xi} = \bar{P} \cdot {}^2\bar{M}$. Für die Komponente in der x_1 - Richtung folgt, wenn $\bar{v}$ die Relativgeschwindigkeit der Ladungsdichte ρ zum Ruhesystem ist

$$\bar{\xi}_1 = (\bar{P} \cdot {}^2\bar{M})_1 = \bar{e}_1 (P_2 \cdot M_{12} + P_3 M_{13} + P_4 \cdot M_{14}) =$$
$$= \bar{e}_1 [\rho \, v_2/c \cdot R H_3 + \rho \, v_3/c \, (-R H_2) + i\rho \, (-i E_1) =$$
$$= \bar{e}_1 [\rho E_1 + \rho/c \cdot R (v_2 H_3 - v_3 H_2)] =$$
$$= \rho (\bar{E}_1 + \bar{e}_1 \mu_0 (\bar{v} \times \bar{H})_1).$$

Dies ist aber die x_1 - Komponente der ponderomotorischen Kraftdichte von ${}^2\bar{M}$, die auf die mit $\bar{v}$ bewegte Dichte ρ einwirkt. Entsprechend folgt $\bar{\xi}_2 = (\bar{P}\,{}^2\bar{M})_2 =$
$= \rho (\bar{E}_2 + \bar{e}_2 \mu_0 \cdot (\bar{v} \times \bar{H})_2)$ und $\bar{\xi}_3 = (\bar{P}\,{}^2\bar{M})_3 =$
$= \rho (\bar{E}_3 + \bar{e}_3 \mu_0 (\bar{v} \times \bar{H})_3)$, weil $R/c = \mu_0$ ist. Für $\bar{\xi}_4$ folgt dagegen $\bar{\xi}_4 = (\bar{P} \cdot {}^2\bar{M})_4 = \bar{e}_4 (P_1 \cdot M_{41} + P_2 M_{42} +$
$+ P_3 M_{43}) = \bar{e}_4 (\rho \, v_1/c \; i E_1 + \rho \, v_2/c \; i E_2 + \rho \, v_3/c \; i E_3) =$

$$= \bar{e}_4 \, i \rho/c \cdot \sum_{k=1}^{3} v_k E_k = \bar{e}_4 \, i\rho/c \, (\bar{v} \cdot \bar{E})$$

und dies ist wiederum eine ponderomotorische Kraftdichte des rein elektrischen Anteils $\bar{E}$ der auf ρ einwirkt. Insgesamt kann also $\bar{\xi} = \bar{P} \cdot {}^2\bar{M}$ als raumzeitlicher ponderomotorischer Kraftdichtevektor aufgefaßt werden, mit welchem ${}^2\bar{M}$ auf $\bar{P}$ einwirkt. $\bar{\xi} \neq \bar{0}$ ist nur möglich, wenn $\bar{P} \neq \bar{0}$ also $\rho \neq 0$ bleibt. Wird von ${}^2\bar{T}$ die Vektordivergenz im R_4, also $\overline{\mathrm{div}_4}\;{}^2\bar{T}$ gebildet, was immer möglich ist, wenn ${}^2\bar{T}$ ein Raumzeitfeld beschreibt, so folgt für die Komponenten des entstehenden Raumzeitvektors, weil $\overline{\mathrm{div}_4}\;{}^2\bar{T} =$
$= 2\,\overline{\mathrm{div}_4}\;{}^2\bar{\xi} - \overline{\mathrm{div}_4}\;\eta\;{}^2\bar{E}$ und $\bar{e}_1\,\overline{\mathrm{div}_4}\;{}^2\bar{\varepsilon} =$

$$= \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial \eta_{1k}}{\partial x_k} - i/2c \, \frac{\partial S_1}{\partial x_4} = 1/2 \left(\varepsilon_0 \frac{\partial E_1^2}{\partial x_1} + \mu_0 \frac{\partial H_1^2}{\partial x_1}\right) +$$
$$+ 1/2 (\varepsilon_0 \, \partial/\partial x_2 \, (E_1 E_2) + \mu_0 \, \partial/\partial x_2 \, (H_1 H_2)) +$$
$$+ 1/2 \left(\varepsilon_0 \, \partial/\partial x_3 \, (E_1 E_3) + \mu_0 \frac{\partial}{\partial x_3} (H_1 H_3)\right) -$$
$$- 1/2c^2 \cdot \partial/\partial t \, (E_2 H_3 - E_3 H_2) \text{ sowie } \bar{e}_1 \, \overline{\mathrm{div}_4}\;\eta\;{}^2\bar{E} =$$

$$= \frac{\partial \eta}{\partial x_1} = 1/2 \left(\varepsilon_0 \frac{\partial E^2}{\partial x_1} + \mu_0 \frac{\partial H^2}{\partial x_1}\right) \text{ ist}$$

$\bar{e}_1 \cdot \overline{div_4}\ {}^2\bar{T} = \varrho E_1 + \mu_0 \varrho \left(H_3 \frac{\partial x_2}{\partial t} - H_2 \frac{\partial x_3}{\partial t} \right) =$

$= \varrho \ (E_1 + \mu_0 \ (\bar{v} \times \bar{H})_1) = \xi_1$, wenn die Kettenregel angewendet wird. Für die übrigen Komponenten ergibt sich analog $\bar{e}_k \ \overline{div_4}\ {}^2\bar{T} = \xi_k$, so daß die Darstellung $\overline{div_4}\ {}^2\bar{T} = \bar{\xi}$ möglich wird, das heißt , im R_4 ist die Vektordivergenz des Tensorfeldes der Energiedichte von ${}^2\bar{M}$ mit der ponderomotorischen Kraftdichte identisch. Mithin gelten die Verknüpfungen

$$\overline{div_4}\ {}^2\bar{T} = \bar{\xi} \ , \ 2 \cdot {}^2\bar{T} = \varepsilon_0 \ s\,p \ ({}^2\bar{M} \times {}^2\bar{M} + {}^2\bar{M}_k \times {}^2M_k) \ ,$$

$$\bar{\xi} = \bar{P}\ {}^2\bar{M} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 9\,a.$$

Ist $\bar{\xi}_{(3)}$ die Dichte irgend einer Kraft im R_3 und gibt es in diesem R_3 irgendein System aus $1 \leq j \leq n$ Kraftdichten $\bar{\xi}_{(3)j}$ und Leistungsdichten $\bar{v}_j \cdot \bar{\xi}_{(3)j}$, die auf ein System C bezogen sind, und wird gefordert, daß die Resultierende aller dieser Kräfte verschwindet, so daß statisch stabiles Gleichgewicht herrscht, welches zeitlich konstant sein soll , so kann, wegen dieser zeitlichen Konstanz ein Übergang in ein mit $\bar{v}$ relativ bewegtes System C' an diesem Zustand nichts ändern, so daß eine Invarianz gegen $\hat{A}$ vorliegt. Wenn aber diese Invarianz existiert, kann $\bar{\xi}_{(3)j}$ stets zum Raumzeitvektor $\bar{\xi}_j = \bar{\xi}_{(3)j} + \frac{i\, e_4}{c} \cdot (\bar{v}_j \cdot \bar{\xi}_{(3)j})$ ergänzt werden, für den stets $\bar{\xi}_j = \overline{div_4}\ {}^2\bar{T}_j$ gilt, woraus folgt, daß die Gleichung 9 a universelle Gültigkeit hat. Dies bedeutet aber, daß grundsätzlich jede Kraft, unabhängig von ihrem Ursprung und ihrer Natur durch ein Kraftfeld ${}^2\bar{M}$ dargestellt werden kann, welches nach Gleichung 9 und 9a einen Energiedichtetensor und einen Raumzeitstrom definiert. Die allgemeine Beziehung $\bar{\xi} = \overline{div_4}\ {}^2\bar{T}$ ist über dem komplexen algebraischen Körper definiert. Mit dem räumlichen Anteil ${}^2\bar{p} = \left[T_{ik}\right]_3$ von ${}^2\bar{T}$ wird, wenn der Realteil abgespalten wird, $R\,e\ \bar{\xi} = \bar{\xi}_{(3)}$ und $R\,e\ \overline{div_4}\ {}^2\bar{T} = \overline{div}\ {}^2\bar{p} - \dot{\bar{S}}/c^2$, also wegen $R\,e\ \bar{\xi} = R\,e\ \overline{div_4}\ {}^2\bar{T}$ die Beziehung $\bar{\xi}_{(3)} = \overline{div}\ {}^2\bar{p} - \dot{\bar{S}}/c^2$. Hierin ist $\dot{\bar{S}}/c^2 = \frac{d\,\bar{G}}{dv}$ die Dichte der zeitlichen Änderung des Impulses der durch $\bar{S} = \bar{E} \times \bar{H}$ beschriebenen elektromagnetischen Strahlung. Integration über einen durch $\bar{F}$ begrenzten Bereich V des R_3 liefert, wegen $\int_V \overline{div}\ {}^2\bar{p} \cdot dV = \oint {}^2\bar{p}\ d\bar{F}$ den Impulssatz

$\int \bar{\xi}_{(3)}\, d\,V + \dot{\bar{G}} = \oint {}^2\bar{p}\, d\,\bar{F}$. Offensichtlich ist $\bar{\xi}_{(3)}$ die Dichte einer äußeren Kraft vom Impuls $\dot{\bar{G}}_a$, während $\dot{\bar{G}}$ die durch $\bar{S}$ bestimmte innere Kraft ist. Wegen $\int \bar{\xi}_{(3)}\, d\,V = \dot{\bar{G}}_a$ gilt $\partial/\partial t\ (\bar{G}_a + \bar{G}) = \oint {}^2\bar{p} \cdot d\,\bar{F}$ als Impulssatz. ${}^2\bar{p}$ als Raumabschnitt von ${}^2\bar{T}$ beschreibt also die Strömung einer Impulsverteilung durch die das Integrationsgebiet begrenzende Fläche. Entsprechend folgt aus $Im\ \bar{\xi} = Im\ \overline{div}_4\ {}^2\bar{T}$ und $Im\ \bar{\xi} = -\bar{e}_4/c \cdot (\bar{v} \cdot \bar{\xi}_{(3)})$, beziehungsweise $Im\ \overline{div}_4\ {}^2\bar{T} = i\,\bar{e}_4\,(-1/c\ div\ \bar{S} - \dot{\eta}/c)$. Im Vergleich wird, weil $\bar{v} \cdot \bar{\xi}_{(3)} = \dot{\eta}_a$ die Leistung einer äußeren Kraft ist, ($\dot{\eta}$ beschreibt die Leistung des elektromagnetischen Feldes) $\dot{\eta}_a + \dot{\eta} = -div\ \bar{S}$ oder nach Volumenintegration $\partial/\partial t\ (E_a + E) = -\oint \bar{S} d\bar{F}$ wegen $\int div\ \bar{S} \cdot d\,V = \oint \bar{S}\, d\,\bar{F}$. Diese Beziehung stellt den Energiesatz dar. Die in diesen Erhaltungssätzen auftretenden Größen der Impuls- und Energiestrümung ${}^2\bar{p}$ und $\bar{S}$ sind dabei nicht an die elektromagnetische Interpretation gebunden. Da in $\int \bar{\xi}_{(3)}\, d\,V + 1/c^2 \int \dot{\bar{S}}\, d\,V = \oint {}^2\bar{p}\, d\,\bar{F}$ die Strömung des Tensorfeldes ${}^2\bar{p}$ durch $\bar{F}$ als Impulsströmung im R_3 interpretierbar ist, (im speziellen elektromagnetischen Fall ist ${}^2\bar{p}$ der elektromagnetische Spannungstensor des Raumes), muß die Quellendichte dieser Impulsströmung mit der zeitlichen Änderung einer räumlichen Impulsdichte, gemäß $\dot{\bar{g}} = \overline{div}\ {}^2\bar{p}$, identisch sein. Damit wird $\bar{\xi}_{(3)} = \overline{div}\ {}^2\bar{p} - 1/c^2 \cdot \dot{\bar{S}} = \partial/\partial t\ (\bar{g} - 1/c^2\ \bar{S})$ oder zeitlich integriert $\int \bar{\xi}_{(3)}\, dt + \bar{C} = \bar{g} - \bar{S}/c^2$. Wenn überhaupt keine äußeren Kräfte wirken , das heißt, wenn das System nur von einer Energieströmung $\bar{S}$ erfüllt ist und daher $\int \bar{\xi}_{(3)}\, d\,t + \bar{C} = \bar{0}$ ist, wird $\bar{S} = \bar{g}\, c^2$, das heißt die imponderable Größe der Energieströmung ist durch diese Relation mit der ponderablen Größe einer Impulsdichte verknüpft, woraus auf die Existenz eines allgemeinen Zusammenhanges zwischen Energie und Trägheit geschlossen werden kann.

${}^2\bar{T}_o$ kann mit $\hat{A}$ von C_o nach C gemäß ${}^2\bar{T} = \hat{A}\ {}^2\bar{T}_o$ transformiert werden, wobei das Multiplikationstheorem nicht kommutierender Matrizen anzuwenden ist, weil $\hat{A}$ und ${}^2\bar{T}$ durch den gleichen Matrizentyp verkettet sind. Entsprechend gilt auch

$\overline{div_4}\ {}^2\bar{T} = \hat{A}\ (\overline{div_4}\ {}^2\bar{T})_o$ und $\bar{\xi} = \hat{A}\ \bar{\xi}_o = \hat{A}\ (\bar{\xi}_{(3)o} + i\,\bar{e}_4/c\ (\bar{v}\ \bar{\xi}_{(3)o})$. Andererseits gilt für die Raumkomponenten $\bar{\xi}_{(3)} = d\dot{\bar{p}}/dV$, wenn $\bar{p}$ der Impuls ist. Hat $\hat{A}$ die spezielle Form Gleichung 8 a, so folgt die Transformation der zeitlichen Impulsdichteänderung $d\dot{\bar{p}}/dV = (d\dot{\bar{p}}/dV)_o\ (1 - \beta^2)^{-1/2}$. Nun ist ein Volumenelement $d\,\Omega = \prod_{i=1}^{4} dx_i$ des R_4 wegen $dV = dV_o \cdot \sqrt{1-\beta^2}$ und $dt = dt_o\ (1-\beta^2)^{-1/2}$ gemäß $d\,\Omega = d\,\Omega_o$ invariant. Da auch $d\dot{\bar{p}}/dV = i\,c\ d\bar{p}/d\,\Omega$ geschrieben werden kann, folgt nach einer Integration über ein R_4 - Volumen, weil $\bar{p}_o = m_o \cdot \bar{v}$ ist,

$$\bar{p} = \frac{m_o \bar{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \bar{v} \cdot f(\beta^2) \quad \text{oder} \quad d\bar{p}/dt = \dot{\bar{v}}\ f + 2\,\bar{v} \cdot v \cdot \dot{v}\ f'/c^2 .$$

Dieser Ausdruck ist in einen longitudinalen und einen transversalen Anteil spaltbar. m gibt immer die Trägheitsmasse an. Mit $\dot{\bar{v}}_t \perp \dot{\bar{v}}_1 \parallel \bar{v}$ und $d\dot{\bar{p}}/dt = m \cdot \dot{\bar{v}}_t + m_1 \cdot \dot{\bar{v}}_1$ wird $m \cdot \dot{\bar{v}}_t + m_1\ \dot{\bar{v}}_1 = \dot{\bar{v}} \cdot f + 2\,\bar{v} \cdot v \cdot \dot{v} \cdot f'/c^2$. Mit $\dot{\bar{v}} = \dot{\bar{v}}_t + \dot{\bar{v}}_1$ folgt dann unter Berücksichtigung von $\dot{\bar{v}}_t \perp \dot{\bar{v}}_1 \parallel \bar{v}$ die Spaltung $m = f$ und $m_l = 2\,\beta^2 \cdot f' + f$, das heißt, es gibt zwei relativistische Massenänderungen. Mit $f = m_o\ (1 - \beta^2)^{-1/2}$ wird $f' = m_o/2\ (1 - \beta^2)^{-3/2}$ und damit $m_1 = m_o\ [(1 - \beta^2)^{-1/2} + \beta^2\ (1 - \beta^2)^{-3/2}] = m_o\ (1 - \beta^2)^{-3/2}$ und für die Transversalmasse $m = m_o\ (1 - \beta^2)^{-1/2}$. Dies ist aber mit der empirischen Aussage aus B II 6 identisch, welche eine Revision der Begriffe Raum und Zeit nahelegte. Die Massenrelativität ist aber eine Konsequenz von $\hat{A}\ (\beta < 1) + \hat{E}$, wodurch auch die Zeitdilatation interpretiert wird, welche beim Mesonenzerfall in der Höhenstrahlung beobachtet wird und auf die gleiche Revisionsnotwendigkeit hinweist. Dieses unitäre quadratische Schema vom Typ vier ist aber wiederum eine Folge des elektromagnetischen Induktionsgesetzes aus δ der phänomenologischen Induktion. Die Revision der Begriffe Raum und Zeit durch $\hat{A}$ beinhaltet also die Aussage, daß es wegen $\hat{A}$ nur einen relativen Raum und eine relative Zeit in der Synthese einer Raumzeit über dem komplexen algebraischen Zahlenkörper gibt, während ein feinstofflicher Weltäther wegen dieses Prinzips in Übereinstimmung mit der Empirie aus B nicht existent sein kann. In $\bar{S} = \bar{g} \cdot c^2$ ist $\bar{g} = d\bar{p}/dV = \sigma\ \bar{v}$, wenn $\sigma = dm/dV$ die Dichte

der Transversalmasse ist, die hier wegen der Invarianz $\bar{p} = m_o \bar{v} (1-\beta^2)^{-1/2} = m \cdot \bar{v}$ zu verwenden ist. Eingesetzt folgt $\bar{S} = \sigma \cdot \bar{v} \cdot c^2$. Ist $\eta = \text{const}(t)$ die auf das System C bezogen, zeitlich konstante Energiedichte, so folgt $d\eta/dt = o$ oder $\dot{\eta} + \bar{v}\ \text{grad}\ \eta = / \dot{\eta} + \text{div}\ \eta\ \bar{v} = o$, wenn im Fall gleichberechtigter Systeme $\text{div}\ \bar{v} = o$ ist. $\dot{\eta} + \text{div}\ \eta\ \bar{v} = o$ stellt aber für η eine Kontinuitätsgleichung dar, in welcher $\eta \cdot \bar{v}$ die Strömung sein muß. Da aber im $^2\bar{T}$ die Anteile nicht notwendig elektromagnetischer Natur zu sein brauchen, kann der Strömungsanteil $\bar{S}$ mit der allgemeinen Energieströmung $\eta \cdot \bar{v} = \bar{S}$ identifiziert werden. Verglichen mit $\bar{S} = \sigma\ \bar{v} \cdot c^2$ und räumlich integriert folgt $E = m \cdot c^2$, wenn $\eta = dE/dV$ gilt. Der allgemeine Zusammenhang zwischen Energie und Trägheit (die Masse ist ein Maß für den Trägheitswiderstand) lautet

$$E = m \cdot c^2\ ,\ (m\ ,\ m_1) = m_o (1-\beta^2)^{-(1/2\ ,3/2)} \qquad \text{lo.}$$

Mit der Ruheenergie $E_o = m_o \cdot c^2$ für $v = o$ ergibt sich für die kinetische Energie $E_k = E - E_o = m_o \cdot c^2 ((1-\beta^2)^{-1/2} - 1)$. Wird $E^2 - E_o^2$ gebildet, so ergibt sich $E^2 - E_o^2 = m_o^2 \cdot c^4 ((1-\beta^2)^{-1} - 1) =$

$$= m_o^2\ c^4\ \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = c^2\ \frac{m_o^2\ v^2}{1-\beta^2} = p^2 \cdot c^2\ .$$ Das allgemeine

Energiematerieäquivalent wird demnach ergänzt durch

$$E_k = E - E_o\ ,\ E^2 - E_o^2 = p^2\ c^2\ ,$$

$$\bar{p} = m\ \bar{v}\ ,\ E_o = m_o\ c^2 \qquad \text{lo a,}$$

woraus hervorgeht, daß auch für $v = o$ jeder Energie eine träge Masse und umgekehrt jeder trägen Masse eine Energie äquivalent ist. Aus dieser Beziehung folgt unmittelbar, daß auch imponderablen Energiequanten und Photonen Trägheit zugesprochen werden muß, so daß der Begriff des Materiefeldquants, sowohl die ponderablen, als auch die imponderablen Quanten umfaßt. Die Gleichungen lo und loa zeigen deutlich, daß das aus der Energie der Nuklearstrukturen gewonnene Äquivalent zwischen Bindungsenergie und Massendefekt einen universellen Charakter trägt, also für jede Energie und jede Masse gilt. Der Weg von der materiellen Atomistik zur Existenz von h aus C I 2 ist demnach umkehrbar und dies bedeutet, daß prinzipiell die Möglichkeit besteht, das Spektrum aller Materiefeldquanten deduktiv

zu beschreiben. Weiterhin besteht die Möglichkeit den empirischen impliziten Quantendualismus des Korpuskular - und Wellenbildes explizit zu beschreiben. Da schließlich Photonen als Quanten des elektromagnetischen Feldes, frei durch den R_3 übermittelte Energie sind, muß ein unbekannter Zusammenhang zwischen diesen Photonen und allgemeiner Trägheit bestehen. Nach 8 aus B II 2 verursacht aber die allgemeine Trägheit immer Gravitation, so daß dieser unbekannte Zusammenhang eine Wechselbeziehung zwischen den beiden makromaren Wirkungsfeldern des Elektromagnetismus und der Gravitation in Form eines elektromagnetisch - gravitativen Induktionsgesetzes darstellen muß. Aus diesem Grunde erscheint es zweckmäßig, zunächst das Gravitationsfeld aus δ der phänomenologischen Induktion insbesondere in Bezug auf seinen Zusammenhang mit der Trägheit zu analysieren.

Eine Masse m ist durch ihre Trägheit und ihre Schwere definiert. Die Masse ist träge, weil sie jeder zeitlichen Änderung ihres stationären Bewegungszustandes $\bar{s}$ (es ist dies die zeitliche Ortsänderung im R_3) einen Trägheitswiderstand m entgegensetzt, der nur durch eine Kraft $\bar{K}_t = m_t \cdot \ddot{\bar{s}}_t$ überwunden werden kann. Andererseits kommt es stets zu einer zeitlichen Änderung des Bewegungszustandes, wenn eine solche Trägheitskraft als Ursache wirkt. Der Index t kennzeichnet die Größen als zum Trägheitsverhalten der Masse zugehörig. Wenn also die Masse im System C ruht und sich der Nullpunkt von C längs irgendeiner Richtung des R_3 mit der Beschleunigung $-\ddot{\bar{s}}$ bewegt, so kommt es zu einer Reaktionsbeschleunigung $\ddot{\bar{s}}_t = -\ddot{\bar{s}}$ der zu Beginn der Beschleunigung in C ruhenden Masse. Wird der Ruhezustand relativ zu C erzwungen, so muß die Trägheitskraft $\bar{K}_t = m_t \cdot \ddot{\bar{s}}_t$ überwunden werden, welche der Beschleunigung von C entgegengerichtet ist. Ruht C relativ zu einem System C' und ist in C' ein Gravitationsfeld definiert dessen Feldwirkung in Richtung $\bar{s}$ erfolgt, so daß sich auch C in diesem Gravitationsfeld befindet, so wirkt auf die Masse ebenfalls eine ponderomotorische Kraft $\bar{K}_s = m_s \ddot{\bar{s}}_s$, welche als Wirkung des Gravitationsfeldes in C' die schwere Masse m_s relativ zu C mit $\ddot{\bar{s}}_s$ zu beschleunigen sucht. Es gibt grundsätzlich keine Möglichkeit zu unterscheiden ob die ponderomotorische Kraft als Trägheitskraft von einer Relativbeschleunigung des Systems C oder als Wirkung des Gravitationsfeldes in C' verursacht wird. Daher kann $\bar{K}_t = \bar{K}_s$ gesetzt werden. Gilt für die Ortsänderung ebenfalls $\ddot{\bar{s}}_t = \ddot{\bar{s}}_s$, was stets erreichbar ist, so folgt daraus $m_t = m_s = m$. Die Größen

m_t und m_s kennzeichnen aber das Trägheits- und Schwereverhalten einer Masse, so daß aus der Identität folgt, daß Trägheit und Schwere äquivalent sind und durch eine Größe, nämlich die Trägheit m ausgedrückt werden können, welche die Masse definiert. Stehen zwei Massen m_1 und m im gravitativen Zusammenhang, so wird das energetische Niveau ihrer Wechselwirkung nach δ der Phänomenologie durch $\phi = \gamma \cdot m \cdot m_1/r$ beschrieben, worin γ nach B II 2 Gleichung 8 eine Naturkonstante und r der Abstand zwischen beiden Massen ist. Befindet sich m_1 in C' und m in C , so wirkt auf m die Kraft $\bar{K}_1 = m \bar{\Gamma}_1$. Umgekehrt wirkt aber auch im C' auf m_1 die entgegengerichtete Kraft $\bar{K} = m_1 \cdot \bar{\Gamma}$ mit $\sphericalangle (\bar{\Gamma}_1, \bar{\Gamma}) = \pi$; denn allgemein gilt für die Wechselwirkung $\text{grad } \phi = -\gamma \cdot \bar{r}_o \cdot \frac{mm_1}{r^2}$. Andererseits kann $\text{grad } \phi = m_1 \bar{\Gamma}$ gesetzt werden, was im Vergleich für den gravitativen Beschleunigungsvektor $\bar{\Gamma} = -\gamma \bar{r}_o \cdot m/r^2 = \text{grad } \varphi (r)$ mit $\varphi = \gamma \cdot m/r$ liefert. Da dies für alle Massen gilt, kennzeichnet $\bar{\Gamma}$ den Vektor eines Feldes, welches von jeder Masse m ausgeht und daher jede Masse definiert. $\bar{\Gamma}$ ist damit sowohl die Ursache der Trägheit als auch die Ursache der Schwere einer Masse und beschreibt damit den allgemeinen Feldvektor der Gravitation der Masse m . Unmittelbar aus der Phänomenologie folgt daher

$$m_t = m_s = m \,, \quad \bar{\Gamma} = \text{grad } \varphi \,, \quad \varphi = \gamma \, m/r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ll.}$$

Dieses Gesetz folgt unmittelbar aus der empirischen Beobachtung makromarer Vorgänge, so daß nicht bekannt ist, ob in φ noch irgend ein nicht beobachteter Korrekturfaktor f in der Form $\varphi = \gamma \cdot m/r \cdot f$ anzubringen ist, der aufgrund der makromaren Beobachtungsmethodik bei der phänomenologischen Induktion nicht berücksichtigt werden konnte. Wenn $f \neq 1$ existiert, wird $f = f(r)$ nur von r abhängen, so daß es zweckmäßig erscheint, das Gravitationsgesetz zunächst in der allgemeineren Fassung

$$\bar{\Gamma} = \text{grad } \varphi \,, \quad \varphi = \varphi (r) \,, \quad \psi (r) = m_1 \varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ll a}$$

zu analysieren, wobei die formale Feldfunktion φ offen bleiben kann.

Wegen der Abhängigkeit $\varphi (x_i)_1^3 = \varphi (r)$ von den Koordinaten des R_3 in der sphärischen Symmetrie $r^2 = \sum_{i=1}^{3} x^2_i$ ist der

geometrische Ort aller Punkte gleichen Niveaus φ = const gemäß r = const eine sphärische Raumfläche. Die Gesamtheit aller dieser Niveauflächen ist daher eine einfach unendliche Schar conzentrischer Kugelflächen, deren gemeinsamer Mittelpunkt durch die Feldsingularität $\mathfrak{Y}_{\cdot}$ (o) als Feldzentrum erscheint. Diese Singularität kann aber nicht uneigentlich sein (im Sinne einer Unendlichkeitsstelle), so daß der mikromare Korrekturfaktor existieren muß, obgleich er in B II 2 nicht feststellbar war. φ beschreibt also ein symmetrisches Zentralfeld und zwar die spezielle Form des Zentralkraftfeldes, weil der Feldvektor $\bar{\Gamma}$ = grad φ = $\bar{r}_o \cdot \partial\varphi/\partial r$ mit $|\bar{r}_o| = 1$ ein Beschleunigungsvektor ist. Mit der im Feld φ gravitierenden Masse m' beschreibt also m' · φ = ψ das Energieniveau und V = - ψ die potentielle Energie im gravitativen Zentralkraftfeld. Da immer für den Einheitsvektor $\bar{r}_o \times \bar{r}_o = \bar{o}$ gilt, folgt für den Fall sphärischer Symmetrie $\bar{r} \times \bar{\Gamma} = \bar{o}$, was wegen $\bar{\Gamma} \neq \bar{o}$ nur durch die Parallelität $\bar{r} \parallel \bar{\Gamma}$ möglich wird. Demnach kann $\bar{\Gamma} = \ddot{\bar{r}}$ mit sin $(\ddot{\bar{r}}, \bar{r}) = o$ gesetzt werden. Ganz entsprechend folgt $\dot{\bar{r}} \times \ddot{\bar{r}} = \dot{\bar{r}} \times$ grad φ = d/dt · $(\bar{r} \times$ grad $\varphi)$ - - $\bar{r} \times$ grad $\phi = \bar{o}$, was nur durch die gleiche Parallelität sin $(\ddot{\bar{r}}, \dot{\bar{r}}) = o$ erfüllt werden kann. Mithin wird das Existenzpostulat des gravitativen Zentralkraftfeldes durch

$$r^2 = \sum_{i=1}^{3} x_i^2 \;,\; \bar{\Gamma} = \ddot{\bar{r}} \;,\; m' \varphi = \psi \;,\; V = -\psi \;,$$

$$\sin(\ddot{\bar{r}}, \dot{\bar{r}}) = \sin(\ddot{\bar{r}}, \bar{r}) = o \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 11\,b$$

beschrieben. Es kommt nun darauf an unter Verwendung dieses Existenzpostulates notwendige und mindestens eine hinreichende Existenzbedingung dieses allgemeinen Zentralkraftfeldes zu finden. Diese Bedingung muß so allgemeiner Natur sein, daß mit ihrer Hilfe der Existenznachweis eines jeden Zentralkraftfeldes möglich wird.

Es sollen unter der Annahme, daß die sich aus der Definition ergebende Existenzvoraussetzung gültig ist, allgemeine Existenzbedingungen gefunden werden, bei deren Erfüllung die Gültigkeitsannahme der Voraussetzung gerechtfertigt wird. Zunächst kommt es darauf an im vefallgemeinerten Fall mehrerer sich gegenseitig beeinflussender Zentralkraftzentren zu untersuchen, ob es ein gemeinsames Bewegungszentrum gibt. Es handele sich um ein System aus n Feldzentren mit den Trägheitsmassen $m_1 \ldots m_h \ldots m_k \ldots m_n$. Diese Zentren üben nur vom gegenseitigen Abstand abhängige innere Zentral-

kräfte aufeinander aus. So beeinflußt z.B. das Zentrum h das Zentrum k mit der Kraft $\bar{K}'_{hk} = \text{grad}_h (r_k)$ oder k das Zentrum h und so weiter. Diese Feldstärken $\bar{K}'$ des Systems sind innere Kräfte im Gegensatz zu den äußeren Kräften $\bar{K}$. Alle auf das Zentrum h wirkenden (n - 1) Kraftfelder superponieren zu der Kraftresultanten $\sum_{k=1}^{n} \bar{K}'_{kh} - \bar{K}'_{hh}$, während eine äußere Kraft $\bar{K}_h$ auf h oder k wirken kann. Wenn sämtliche Zentren sich in Bewegung befinden, so wird die Bahn eines Zentrums h durch die resultierende aus allen angreifenden inneren und äußeren Kräften bestimmt. Diese Vektorsumme muß mit der zeitlichen Änderun des Bahnimpulses $\bar{G}$ identisch sein. Es ist also $\dot{\bar{G}}_h = \bar{K}_h + \sum_{k=1}^{n} \bar{K}'_{kh} - \bar{K}'_{hh}$. Wird über alle Zentren summiert, so ergibt sich die zeitliche Änderung des gesamten Bahnimpulses zu

$$d/dt \cdot \sum_{h=1}^{n} \bar{G}_h = \sum_{h=1}^{n} \bar{K}_h + \sum_{h=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \left(\bar{K}'_{kh} - \left(\bar{K}'_{hh} + \bar{K}'_{kk} \right) \right).$$

Da das Kausalitätsprinzip gelten muß, erzeugt jede von einem Zentrum h auf ein Zentrum k wirkende Kraft $\bar{K}'_{kh}$ eine ihr entgegengesetzte gleiche Reaktionskraft $\bar{K}'_{hk}$, welche von k ausgeht und auf h wirkt, also $\bar{K}'_{kh} = - \bar{K}'_{hk}$ und $\bar{K}'_{hh} + \bar{K}'_{hk} = \bar{o}$. In der Doppelsumme im Ausdruck der zeitlichen Änderung des gesamten Bahnimpulses fallen die Summanden mit den Indices h = k von vornherein aus, während alle übrigen paarweise positiv auftreten. Wegen der Gültigkeit des Kausalitätsprinzips muß wegen dieses paarweisen Auftretens die Doppelsumme

$$\sum_{h=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \left(\bar{K}'_{kh} - \left(\bar{K}'_{hh} + \bar{K}'_{kk} \right) \right) = \bar{o}$$ verschwinden, so daß die zeitliche Änderung des Bahnimpulses

$d/dt \cdot \sum_{h=1}^{n} \bar{G}_h = \sum_{h=1}^{n} \bar{K}_h$ nur von den äußeren Kräften abhängt. Wenn eine gradlinig, gleichförmige, unbeschleunigte Bewegung des Punktsystems angenommen wird, das heißt, wenn keine äußeren Kräfte auf das System wirken, so wird $d/dt \cdot \sum_{h=1}^{n} \bar{G}_h = \bar{o}$, was nach zeitlicher Integration $\sum_{h=1}^{n} \bar{G}_h = \bar{B} = \text{const}$ ergibt;

wenn also nur innere Kräfte

zentraler Natur auf die Punkte des Systems wirken, so ist der Bahnimpuls jedes dieser Zentren zeitlich konstant. Die erste sich aus der Definition ergebende Existenzbedingung ist also die Konstanz der Bahnimpulse

$$\sum_{\gamma=1}^{n} \bar{G}_\gamma = \bar{B} = \text{const} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 12.$$

Die Konstante kann in n gleiche Größen geteilt werden, so daß $\bar{B} = n \cdot \bar{b}$ und $\bar{G}_1 = \bar{G}_2 = \ldots = \bar{G}_n = \bar{b}$ wird. Alle Bahnimpulse haben also den gleichen konstanten Wert. Wenn nur zwei Zentren mit den Bahnimpulsen $\bar{G}_1 = m_1 \cdot \bar{v}_1$ und $\bar{G}_2 = m_2 \cdot \bar{v}_2$ angenommen werden, so muß $m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2$ sein, woraus sich durch zeitliche Integration von einem zeitlichen Anfangswert $t_a = o$ die Beziehung $m_1 \cdot r_1 = m_2 \cdot r_2$ ergibt. Die beiden zentralkraftfelder A und B superponieren bei ihrer gegenseitigen Beeinflussung derart, daß auf ihrer Verbindungsstrecke $\overrightarrow{AB} = r_1 + r_2$ ein neues Zentrum S entsteht, welches bei der Zentralbewegung von A und B in Ruhe bleibt und um welches die gemeinsame Zentralbewegung beider Zentren ausgeführt wird. Für die Teilung der Strecke durch S gilt dann $m_1/m_2 = r_2/r_1$ nach der Impulsbeziehung. Für die Koordinaten von A,B und S gelte A $(x_1\ y_1\ z_1)$, B $(x_2\ y_2\ z_2)$ und S $(x'\ y'\ z')$. Weiterhin müssen im euklidischen Raum die Komponentenzerlegungen

$$\overrightarrow{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2},$$

$$\overrightarrow{SA} = r_1 = \sqrt{(x_1 - x')^2 + (y_1 - y')^2 + (z_1 - z')^2} \text{ und}$$

$$\overrightarrow{SB} = r_2 = \sqrt{(x_2 - x')^2 + (y_2 - y')^2 + (z_2 - z')^2}$$

gelten. Andererseits ist $\overrightarrow{AB} = r_1 + r_2$, das heißt, $r_2 = m_1/m_2 \cdot r_1 = m_1/m_2 \cdot (\overrightarrow{AB} - r_2)$ oder $r_2 \cdot (1 + m_1/m_2) = m_1/m_2 \cdot \overrightarrow{AB}$. Umgestellt ist dies $r_2 = \frac{m_1 \cdot \overrightarrow{AB}}{m_1 + m_2}$. Nach der Komponentenzerlegung ergibt sich eine Auflösung in die skalaren Komponenten zu $x' - x_2 = \frac{m_1 \cdot (x_1 - x_2)}{m_1 + m_2}$,

$$y' - y_2 = \frac{m_1 \cdot (y_1 - y_2)}{m_1 + m_2} \quad , \quad z' - z_2 = \frac{m_1 \cdot (z_1 - z_2)}{m_1 + m_2} \quad .$$

Hieraus ergeben sich die Koordinaten des durch die Superposition entstandenen neuen gemeinsamen Zentralkraftzentrums S (x' y' z'), welches auch Massenzentrum genannt wird , zu

$$x' = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \quad , \quad y' = \frac{m_1 y_1 + m_2 \cdot y_2}{m_1 + m_2} \quad ,$$

$z' = \frac{m_1 \cdot z_1 + m_2 z_2}{m_1 + m_2}$. Wird nun ein drittes Zentrum C hinzu genommen, so bildet sich bei der Superposition auf der Verbindungslinie $\overrightarrow{SC}$ ein neues für die Zentren A,B und C gemeinsames punktförmiges Massenzentrum, welches durch Superposition der drei Zentralkraftfelder entsteht. Seine Lage kann aus den bekannten Koordinatenangaben S (x' y' z') und C (x_3 y_3 z_3) nach dem gleichen Verfahren bestimmt werden. Mit Hilfe des vollständigen Induktionsschlusses kann auf die Koordinaten ξ η ζ des gemeinsamen Massenzentrums S_o (ξ η ζ) eines Systems von beliebig vielen n Zentralkraftzentren geschlossen werden. Man erhält nach Anwendung des vollständigen Induktionsschlusses die analytische Form

$$\xi \cdot \sum_{\gamma=1}^{n} m_\gamma = \sum_{\gamma=1}^{n} m_\gamma \cdot x_\gamma \quad ,$$

$$\eta \cdot \sum_{\gamma=1}^{n} m_\gamma = \sum_{\gamma=1}^{n} m_\gamma \cdot y_\gamma \quad ,$$

$$\zeta \cdot \sum_{\gamma=1}^{n} m_\gamma = \sum_{\gamma=1}^{n} m_\gamma \cdot z_\gamma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 13,$$

das heißt , wenn beliebig viele Zentralkraftzentren gegenseitig aufeinander wirken, so superponieren ihre Felder derart, daß ein neues gemeinsames Feldzentrum (auch Massenzentrum genannt) entsteht, um welches alle die zum System gehörigen Zentren ihre Zentralbewegungen ausführen. Wenn keine äußeren Kräfte wirken, bleibt dieses Zentrum in Ruhe oder im Zustand gleichförmiger gradliniger Bewegung Wirken aber auf die einzelnen Zentren äußere Kräfte , so ergibt sich nach Einführung der Koordinateneinheitsvektoren aus Gleichung 13 durch zweimalige zeitliche Differentiation und vektorielle Addition

$$\left(\ddot{\xi} + \ddot{\eta} + \ddot{\zeta}\right) \cdot \sum_{\gamma=1}^{n} m_\gamma = \sum_{\gamma=1}^{n} m_\gamma \left(\ddot{x}_\gamma + \ddot{y}_\gamma + \ddot{z}_\gamma\right) =$$

$$= \sum_{\gamma=1}^{n} \left(\bar{X}_\gamma + \bar{Y}_\gamma + \bar{Z}_\gamma\right) \text{ oder}$$

$$\left(\ddot{\xi} + \ddot{\eta} + \ddot{\zeta}\right) \sum_{\gamma=1}^{n} m_\gamma = \sum_{\gamma=1}^{n} \bar{K}_\gamma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ 13 a.}$$

Wenn also äußere Kräfte die Zentren des Systems beeinflussen, so verhält sich das gesamte System, als ob die Kraftvektoren parallel in das gemeinsame Zentrumvorgeschoben worden seien und die Resultierende aus ihnen das gemeinsame Zentrum angreife. Im Folgenden soll das Koordinatensystem immer so parallel verschoben werden , daß dieses durch die Superposition der Zentralkraftfelder entstandene gemeinsame Feldzentrum des Systems zugleich als Bezugspunkt mit dem Koordinatenanfang zusammenfällt, daß also $\xi = \eta = \zeta = o$ wird. Außer den inneren Zentralkräften, welche vom Feldzentrum ausgehend auf die einzelnen Nebenzentren des Systems wirken,sollen keine äußeren Kräfte angreifen. Auf irgendeines der n Nebenzentren wirke im Abstand $\bar{r}$ vom gemeinsamen Feldzentrum die Zentralkraft $\bar{K} = m \cdot \dot{\bar{v}}$ und zwar bildet die Bahngeschwindigkeit $\bar{v}$ mit $\bar{r}$ einen Winkel $\sin(\bar{r}, \bar{v}) \neq o$. Bahngeschwindigkeit und Fahrstrahl sind nicht gleichgerichtet, doch wirkt nur die in Richtung des Fahrstrahls fallende Komponente als Zentralgeschwindigkeit. Für $\bar{K}$, $\dot{\bar{v}}$, $\bar{v}$ und $\bar{r}$ sollen die Komponentenzerlegungen $\bar{K} = \bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}$, $\bar{r} = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$, $\bar{v} = \dot{\bar{x}} + \dot{\bar{y}} + \dot{\bar{z}}$ und $\dot{\bar{v}} = \ddot{\bar{x}} + \ddot{\bar{y}} + \ddot{\bar{z}}$ gelten. In analytischer Form gilt dann für die Zentralkraftgleichungen $\bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z} = m \cdot (\ddot{\bar{x}} + \ddot{\bar{y}} + \ddot{\bar{z}})$. Man multipliziert skalar mit $\bar{v}$ und erhält die Differentialgleichung $X \cdot \dot{x} + Y \cdot \dot{y} + Z \cdot \dot{z} =$ $= m(\ddot{x} \cdot \dot{x} + \ddot{y} \cdot \dot{y} + \ddot{z} \cdot \dot{z}) = m/2 \cdot d/dt \cdot (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$. Zeitliche Integration von einem Anfangswert $\bar{\varsigma}$ des Fahrstrahls und einem dort herrschenden Anfangswert der Bahngeschwindigkeit $\bar{v}_a = \dot{\bar{x}}_a + \dot{\bar{y}}_a + \dot{\bar{z}}_a$, welcher mit $\bar{\varsigma}$ nicht gleichgerichtet ist $\sin(\bar{\varsigma}, \bar{v}_a) \neq o$, bis zu einem beliebigen Punkt der Bahnkurve R liefert $\int_R (X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz) =$

$$= m/2 \cdot \int_R d/dt \,(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)\, dt =$$

$$= m/2 \cdot \left[(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - (\dot{x}_a^2 + \dot{y}_a^2 + \dot{z}_a^2)\right] = m/2 \cdot (v^2 - v_a^2)$$

Der Integrand des links stehenden Kurvenintegrals wird in räumliche Polarkoordinaten transformiert. Der Koordinatennullpunkt sei der

der Pol und die Abszissenachse die Polarachse ;es geltendann die Transformationen $x = r \cdot \cos \alpha \sin \beta$, $y = r \sin \alpha \cdot \sin \beta$, $z = r \cdot \cos \beta$, wenn α der Azimutwinkel in der Azimutebene (x y - Ebene) und β der Höhenwinkel in der zur Azimutebene orthogonalen Höhenebene $\beta = \sphericalangle (\bar{r} , \bar{z})$ ist. Die Orthogonalprojektion von $\bar{r}$ auf die Azimutebene ist dann $q = r \cdot \cos (\pi/2 - \beta) = r \cdot \sin \beta$, so daß sich das Azimut zu $\alpha = \sphericalangle (\bar{q} , \bar{x})$ ergibt. Nach diesen Festlegungen kann die Transformation des Intgranden durchgeführt werden. Entsprechend den Achsentransformationen gilt für die Achsenparallelen Kraftkomponenten $X = K \cdot \cos \alpha \sin \beta$, $Y = K \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta$, $Z = K \cdot \cos \beta$, da für die Zentralkraft $\bar{K}$ die Voraussetzung 11b erfüllt ist.Andererseits ergeben sich aus den Koordinatentransformationen die totalen Differentiale $d x = \partial x/\partial r \cdot d r + \partial x/\partial \alpha \cdot d \alpha + \partial x/\partial \beta \cdot d \beta = \cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot d r + r \cdot (\cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot d \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot d \alpha)$, und analog $d y = \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot d r + r \cdot (\cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot d \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot d \beta)$ beziehungsweise $d z = \cos \beta \cdot d r - r \cdot \sin \beta \cdot d \beta$. Multiplikation mit den transformierten Kraftkomponenten liefert als Kurvenintegral

$$\int_R (X \cdot d x + Y \cdot d y + Z \cdot d z) = \int_R (\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta + \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta + \cos^2 \beta) \cdot K \cdot d r + \int_R K \cdot r \cdot \left[\cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot (\cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot d \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot d \alpha) + \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot (\cos \alpha \sin \beta \cdot d \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot d \beta) - \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot d \beta\right] =$$

$$= \int_R \left[(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \cdot \sin^2 \beta + \cos^2 \beta \right] \cdot K \cdot d r + \int_R \left[(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta - \cos \beta \cdot \sin \beta\right] \cdot K \cdot r \cdot d \beta = \int_\varrho^r K \cdot d r .$$

Die Transformation ergibt also

$$\int_R (X \cdot d x + Y \cdot d y + Z \cdot d z) = \int_\varrho^r K \cdot d r = \psi(r) - \psi (\varrho),$$

wenn $\psi(r)$ die Ortsfunkzion des Zentralkraftfeldes ist. Wird diese Lösung in die Gleichung des Kurvenintegrals eingesetzt, so ergibt sich für die Bewegung des Nebenzentrums die Energiebeziehung $\psi(r) - \psi (\varrho) = m/2 \cdot (v^2 - v_a^2)$. Nach Einführung des Potentials wird erreicht, daß der Energiesatz $m/2 \cdot v^2 + V (r) = m/2 \cdot v_a^2 + V (\varrho) = A = \text{const.}$ auch für den allgemeinen Fall einer Zentralbewegung mit nicht gleichgerichteten Anfangsvektoren gültig ist. Handelt es sich bei der Untersuchung um das Zentrum γ des aus n Zentren bestehenden Systems und ist

$E = \sum_{\gamma=1}^{n} 1/2\, m_\gamma \cdot v_\gamma^2$ die gesamte kinetische und $V = \sum_{\gamma=1}^{n} V_\gamma(r_\gamma)$ die gesamte potentielle Energie, so nimmt in diesem allgemeinsten Fall das Energieprinzip die Form an

$$E + V = \sum_{\gamma=1}^{n} A_\gamma = \text{const} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 14.$$

Ein aus Zentralkraftzentren bestehendes System ist energetisch konservativ, weil sein Energieinhalt konstant ist.

Eine weitere charakteristische Eigenschaft des Systems ist das Verhalten des gesamten Drehimpulses. Als Bezugspunkt soll wieder das gemeinsame Massenzentrum gewählt werden. $\bar{r}_h$ und $\bar{r}_k$ seien die Abstände der Zentren h und k von diesem Punkt. $\bar{r}_{hk}$ ist dann der Abstand zwischen h und k. Nach der Entwicklung von Gleichung 12 muß ferner die Summe aller äußeren und inneren an h angreifenden Kräfte die zeitliche Änderung seines Bahnimpulses ergeben, also $\dot{\bar{G}}_h = \bar{K}_h + \sum_{k=1}^{n} \bar{K}'_{hk} - \bar{K}'_{hh}$. Nach der Definition von Drehimpuls $\bar{U}$ und Drehmoment $\bar{M}$ ergibt sich durch vektorielle Multiplikation $\bar{r}_h \times \dot{\bar{G}}_h = \bar{r}_h \times \bar{K}_h + \sum_{k=1}^{n} \bar{r}_h \times \bar{K}'_{hk} - \bar{r}_h \times \bar{K}'_{hh}$. Andererseits gilt $\bar{r}_k - \bar{r}_h = \bar{r}_{hk}$ und $\bar{r}_h \times \bar{K}'_{hk} = - \bar{r}_{hk} \times \bar{K}'_{hk} + \bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk} = \bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk}$, denn es ist $\sin(\bar{r}_{hk}, \bar{K}'_{hk}) = 0$. Wird dieser Wert eingesetzt, so folgt $\dot{\bar{U}}_h = \bar{M}_h + \sum_{k=1}^{n} \bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk} - \bar{r}_h \times \bar{K}'_{hh}$. Wird auch über alle h summiert, so entsteht $d/dt \sum_{h=1}^{n} \bar{U}_h = \sum_{h=1}^{n} \bar{M}_h + \sum_{h=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} (\bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk} - \bar{r}_h \times \bar{K}'_{hh} - \bar{r}_k \times \bar{K}'_{kk})$. Nun ist wegen der vorausgesetzten zentralen Natur der Kraftfelder das Kausalitätsprinzip gültig. $\bar{K}'_{hk} = - \bar{K}'_{kh}$, oder da $\bar{r}_h \times \bar{K}'_{hk} = \bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk}$ gesetzt werden kann, folgt $\bar{r}_h \times \bar{K}'_{hk} = - \bar{r}_h \times \bar{K}'_{kh} = - \bar{r}_k \times \bar{K}'_{kh}$ oder, $\bar{r}_h \times \bar{K}_{hk} + \bar{r}_k \times \bar{K}'_{kh} = \bar{0}$. Aus diesem Grunde muß die Doppelsumme verschwinden; denn die Summanden treten paarweise in der Form $2 \cdot \sum_{h=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} (\bar{r}_k \times \bar{K}'_{kh} - (\bar{r}_h \times \bar{K}'_{hh} + \bar{r}_k \times \bar{K}'_{kk})) =$

$$= \sum_{h=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \left((\bar{r}_k \times \bar{K}'_{kh} + \bar{r}_h \times \bar{K}'_{hk}) - \bar{r}_h \times \bar{K}'_{hh} - \right.$$

$$\left. - \bar{r}_k \times \bar{K}'_{kk} \right) = \bar{o}$$ auf. Die Drehimpulsbeziehung vereinfacht sich daher zu $d/dt \sum_{h=1}^{n} \bar{U}_h = \sum_{h=1}^{n} \bar{M}_h$. Der gesamte Drehimpuls des Systems kann also nur dann zeitliche Änderungen erfahren, wenn äußere Kräfte so angreifen, daß ein äußeres Drehmoment entsteht. Fehlen diese Kräfte, so verschwindet die zeitliche Änderung des Drehimpulses $\sum_{h=1}^{n} \dot{\bar{U}}_h = \bar{o}$, woraus sich durch zeitliche Integration

$$\sum_{h=1}^{n} \bar{U}_h = \bar{C} = \text{const} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 15$$

die Konstanz des gesamten Drehimpulses ergibt.

Die durch Gleichungen 12 , 14 und 15 beschriebenen Eigenschaften des Zentralkraftfeldes, nämlich Konstanz des gesamten Bahn- und Drehimpulses, so wie des Energieinhaltes eines Systems aus Zentralkraftzentren sind notwendige Existenzbedingungen eines Zentralkraftfeldes. Eine notwendige und zugleich hinreichende Bedingung kann aus Gleichung 13, welche aus Gleichung 12 folgte, und aus Gleichung 15 entwickelt werden. Wird nämlich das Bewegungszentrum als Koordinatennullpunkt gewählt, so muß auch Gleichung 15 für den Drehimpuls des einen Zentrums gelten. Ist $\bar{G} = m \cdot \bar{v}$ sein Bahnimpuls im Abstand $\bar{r}$ vom Bezugspunkt, so gilt $\bar{U} = \bar{r} \times \bar{G} = m \cdot \bar{r} \times \bar{v} = \bar{C} = \text{const}$. Wenn $\bar{C}/m = 2\,\bar{c}$ gesetzt wird, ergibt sich mit den Komponentenzerlegungen $\bar{r} = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$ und $\bar{v} = \dot{\bar{x}} + \dot{\bar{y}} + \dot{\bar{z}}$ die Eigenschaft der Zentralkraftfelder mit $\bar{i}$, $\bar{j}$ und $\bar{k}$ als Einheitsvektoren in analytischer Form

$$\bar{r} \times \bar{v} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x & y & z \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \end{vmatrix} = 2\,\bar{c} = \text{const} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 16,$$

welche aussagt, daß das Vektorprodukt $\bar{c}$ zu jedem Zeitpunkt auf der von $\bar{r}$ und $\bar{v}$ ausgespannten Ebene senkrecht steht und während der ganzen Bewegung in Richtung und Größe zeitlich konstant ist. Diese Eigenschaft ist aber nur dann vorhanden, wenn die von der Bahnkurve der Zentralbewegung umgrenzte Fläche eine Ebene ist, es muß sich um eine Nullpunktsebene handeln; denn durch vektorielle

Addition der durch Gleichung 13 gegebenen Koordinaten des gemeinsamen Bewegungszentrums eines Systems von Feldzentren folgt

$$(\bar{\xi} + \bar{\eta} + \bar{\varphi}) \cdot \sum_{\gamma=1}^{n} m_\gamma = \sum_{\gamma=1}^{n} m_\gamma \cdot (\bar{x}_\gamma + \bar{y}_\gamma + \bar{z}_\gamma) =$$

$$= \sum_{\gamma=1}^{n} m_\gamma \cdot \bar{r}_\gamma = \text{const.}$$

unter der Voraussetzung, daß keine äußeren Kräfte auf das System wirken. Nach dieser Beziehung liegt das gemeinsame Bewegungszentrum, welches ebenfalls zeitlich konstant bleibt, auf der geradlinigen Verbindungslinie der Feldzentren. Aus diesem Grunde muß es eine zeitlich invariable Diametralebene geben, welche das Bewegungszentrum enthält und in welcher ferner wegen Gleichung 16 alle Zentralbewegungen der zum System gehörigen Feldzentren stattfinden müssen. Eine nähere Untersuchung dieser zeitlich invariablen Bahnebene (Nullpunktsebene, da das Bewegungszentrum im Koordinatennullpunkt liegt) wird durch eine Transformation der Gleichung 16 in räumliche Polarkoordinaten möglich. Zunächst wird

$$\dot{v}^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = \dot{r} \cdot \left[(dx/dr)^2 + (dy/dr)^2 + (dz/dr)^2 \right]$$

mit $x = r \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta$, $y = r \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta$, $z = r \cdot \cos\beta$ transformiert. Durch Bildung der totalen Differentiale ergibt sich

$$(dx/dr)^2 + (dy/dr)^2 + (dz/dr)^2 = (\cos^2\alpha \cdot \sin^2\beta + \sin^2\alpha \cdot \sin^2\beta + \cos^2\beta) + 2r \cdot [\cos\alpha \cdot \sin\beta (d\beta/dr \cdot \cos\alpha \cos\beta - d\alpha/dr \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot (d\alpha/dr \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta + d\beta/dr \cdot \sin\alpha \cdot \cos\beta) - d\beta/dr \cdot \cos\beta \cdot \sin\beta] +$$

$$+ r^2 \cdot \left[(d\beta/dr \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta - d\alpha/dr \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta)^2 + (d\alpha/dr \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta + d\beta/dr \cdot \sin\alpha \cdot \cos\beta)^2 + (d\beta/dr)^2 \cdot \sin^2\beta \right] = 1 + (d\alpha/dr)^2 \cdot r^2 \sin^2\beta +$$

$$+ (d\beta/dr)^2 \cdot r^2 .$$

Eingesetzt liefert dies $\dot{v}^2 = \dot{r}^2 + \dot{\alpha}^2 \cdot r^2 \cdot \sin^2\beta + \dot{\beta}^2 \cdot r^2$ als Bahngeschwindigkeit in Polarkoordinaten. Hierin gilt $\dot{\bar{r}} \perp \bar{r} \times \dot{\bar{\alpha}} \perp \bar{r} \times \dot{\bar{\beta}}$, ferner $\sphericalangle (\bar{r}\ \dot{\bar{\alpha}}) = \beta$ und $\sphericalangle (\bar{r}, \dot{\bar{\beta}}) = \pi/2$. Daher $\bar{v} = \dot{\bar{r}} + \dot{\bar{\alpha}} \times \bar{r} + \dot{\bar{\beta}} \times \bar{r}$. Andererseits ist $\alpha \sin\beta = \dot{\varkappa}$ die Orthogonalprojektion von $\dot{\bar{\alpha}}$ auf eine zu $\bar{r}$ orthogonale Richtung in der Höhenebene. Also $\bar{r} \perp \dot{\bar{\varkappa}}$ und $\dot{\bar{\alpha}} \times \bar{r} = \dot{\bar{\varkappa}} \times \bar{r}$ und damit $\bar{v} = \dot{\bar{r}} + (\dot{\bar{\beta}} + \dot{\bar{\varkappa}}) \times \bar{r}$. Als Basisvektoren für welche $\bar{r} \perp \dot{\bar{\varkappa}} \perp \dot{\bar{\beta}}$ gilt, spannen $\dot{\bar{\beta}}$ und $\dot{\bar{\varkappa}}$ eine zu $\bar{r}$ orthogonale Ebene auf. In 16 eingesetzt ergibt sich, da die Vektorsumme der beiden Basisvektoren einen ebenfalls zu $\bar{r}$ orthogonalen erzeugenden Vektor dieser Ebene bildet $\bar{r} \times \bar{v} = \bar{r} \times (\dot{\bar{\beta}} + \dot{\bar{\varkappa}}) \times \bar{r} = r^2 \cdot (\dot{\bar{\beta}} + \dot{\bar{\varkappa}})$, also

$$\bar{r} \times \bar{v} = r^2 \cdot (\dot{\beta} + \dot{\varphi}) = 2\,\bar{c} = \text{const} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 16a.$$

Der zur Bahnebene orthogonale zeitlich konstante Vektor muß seiner Dimension nach ebenfalls eine Winkelgeschwindigkeit sein, welche sich vektoriell aus den Änderungsgeschwindigkeiten von Azimut- und Höhenwinkel zusammensetzt. Es kann sich hierbei nur um die Änderungsgeschwindigkeit des Fahrstrahlwinkels in der Bahnebene handeln. Da es sich bei Zentralbewegungen stets um ebene Bahnen handelt, kann man die zeitlich konstante Bahnebene durch eine Nullpunktsdrehung des Koordinatensystems in eine Koordinatenebene (x y - Ebene) legen und das räumliche Problem auf ein Zweidimensionales reduzieren. Befindet sich außerdem das Bewegungszentrum im Koordinatennullpunkt, so wird in Gleichung 13 die Summe $\bar{\xi} + \bar{\eta} + \bar{\zeta} = \bar{0}$, während für den Fahrstrahl der ebenen Bahn die Zerlegung $\bar{r} = \bar{x} + \bar{y}$ gilt. Dieses sich aus Gleichung 13 und Gleichung 15 ergebende Resultat kann in

$$\sum_{\gamma=1}^{n} m_\gamma \cdot \bar{r}_\gamma = \bar{o} \;,\; \bar{r} = \bar{x} + \bar{y} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 17$$

zusammengefaßt werden und stellt die notwendige und hinreichende Existenzbedingung eines Zentralkraftfeldes dar. Gleichung 17 sagt aus, immer, wenn in einem System von Feldzentren die Kraftfelder so superponieren, daß ein punktförmiges Bewegungszentrum entsteht, welches zeitlich konstant bleibt, wenn keine äußeren Kräfte wirken und wenn weiter die Bewegung der nur unter gegenseitigem Einfluß stehenden Kraftfeldzentren in einer ebenfalls zeitlich invarianten Diametralebene stattfindet, die das ruhende Bewegungszentrum enthält, kann es sich nur um ein System von Zentralkraftfeldern handeln.

Aus der sich aus der Definition ergebenden Existenzvoraussetzung 11 b und der allgemeinen Existenzbedingung 17 folgen weitere Eigenschaften der Zentralkraftfelder (bei Transformationen in ebene Polarkoordinaten sei φ der Fahrstrahlwinkel die Abszissenachse Polarachse und der Nullpunkt Pol). Gemäß gleichung 17 sei das gemeinsame Bewegungszentrum der Bezugspunkt des ebenen Koordinatensystems. Nach dieser Festlegung wird zunächst der Ansatz mit einer komplexen Zentralbeschleunigung in einer komplexen Ebene gemacht und zwar soll die zur Polarachse orthogonale Richtung imaginär angenommen werden. Aus $\bar{r} = \bar{x} + \bar{y}$ wird dann der komplexe Fahrstrahl $\bar{r}_c = \bar{x} + i \cdot \bar{y}$, was mit $x = r \cos \varphi$ und $y = r \cdot \sin \varphi$ in Polarkoordinaten transformiert unter Benutzung des Theorems

$\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi = e^{i\varphi}$ den Wert $\bar{r}_c = \bar{x} + i \cdot \bar{y} = \bar{r}(\cos\varphi + i \sin\varphi) = \bar{r} \cdot e^{i\varphi}$ ergibt. Zeitlich differenziert ergibt sich zunächst eine komplexe Zentralgeschwindigkeit $\dot{\bar{r}}_c = (\dot{\bar{r}} + i \cdot \bar{r} \times \dot{\varphi}) \cdot e^{i\varphi}$ und nach nochmaliger Zeitdifferentiation die komplexe Zentralbeschleunigung $\ddot{\bar{r}}_c = \ddot{\bar{r}} \cdot e^{i\varphi} + i \cdot \dot{\bar{r}} \times \dot{\varphi} \cdot e^{i\varphi} + i \cdot \dot{\bar{r}} \times \dot{\varphi} \cdot e^{i\varphi} + i \cdot \bar{r} \times \ddot{\varphi} \cdot e^{i\varphi} - \bar{r} \times \dot{\varphi} \times \dot{\varphi} \cdot e^{i\varphi} = \ddot{\bar{r}} \cdot e^{i\varphi} + i \cdot (2\dot{\bar{r}} \times \dot{\varphi} + \bar{r} \times \ddot{\varphi}) \cdot e^{i\varphi} - \bar{r} \times \dot{\varphi} \times \dot{\varphi} \cdot e^{i\varphi}$. Andererseits muß wegen Gleichung 11 b für die Komplexe Zentralbeschleunigung $\ddot{\bar{r}}_c = \ddot{\bar{x}} + i \cdot \ddot{\bar{y}} = \ddot{\bar{r}} \cdot (\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi) = \ddot{\bar{r}} \cdot e^{i\varphi}$ gelten. Vergleich beider Ausdrücke und Kürzung ergibt $i \cdot (2\dot{\bar{r}} \times \dot{\varphi} + \bar{r} \times \ddot{\varphi}) - \bar{r} \times \dot{\varphi} \times \dot{\varphi} = \bar{o}$. Also $2\dot{\bar{r}} \times \dot{\varphi} = -\bar{r} \times \ddot{\varphi}$. Da $\bar{r} \perp \dot{\varphi}$ und $\bar{r} \perp \ddot{\varphi}$ ist, muß wegen Gleichung 11b auch $\dot{\bar{r}} \perp \dot{\varphi}$ sein. Für den Betrag der Vektorprodukte gilt daher $2 \cdot \dot{r} \cdot \varphi = -r \cdot \ddot{\varphi}$. Durch Umstellung und Multiplikation mit dem Zeitelement wird die Differentialgleichung integrierbar $2\,dr/r = -d\dot{\varphi}/\dot{\varphi}$. Man integriert von einem Anfangswert ϱ des Fahrstrahls und einem zu ihm gehörigen Anfangswert $\dot{\varphi}_a$ der Winkelgeschwindigkeit. Dann wird $2 \cdot \ln(r/\varrho) = -\ln(\dot{\varphi}/\dot{\varphi}_a) = \ln \dot{\varphi}_a/\dot{\varphi}$, oder $r^2/\varrho^2 = \dot{\varphi}_a/\dot{\varphi}$ und $r^2 \cdot \dot{\varphi} = \varrho^2 \cdot \dot{\varphi}_a = \text{const}$. Nun ist zum einen die Geschwindigkeit der ebenen Bahn in Polarkoordinaten $v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 = \dot{r}^2 + \dot{\varphi}^2 \cdot r^2$, also $\bar{v} = \dot{\bar{r}} + \dot{\varphi} \times \bar{r}$ und $\bar{r} \times \bar{v} = \bar{r} \times \dot{\varphi} \times \bar{r} = r^2 \cdot \dot{\varphi}$. Zum anderen ist $1/2\, r^2 \cdot d\varphi = dF$ ein Flächendifferential in Polarkoordinaten. Das aus dem komplexen Ansatz folgende Ergebnis $r^2 \cdot \dot{\varphi} = \varrho^2 \cdot \dot{\varphi}_a = 2c = \text{const}$ kann also vektoriell in der Form

$$2 \cdot \dot{\bar{F}} = r^2 \cdot \dot{\varphi} = \bar{r} \quad \bar{v} = 2 \cdot \bar{c} = \bar{\varrho} \times \bar{v}_a = \text{const},$$
$$\sin(\bar{\varrho}, \bar{v}_a) = o \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 18$$

geschrieben werden. Die Konstanz der vom Fahrstrahl pro Zeiteinheit überstrichenen Fläche der Bahnebene $dF/dt = c = \text{const}$, welche durch Gleichung 18 ausgedrückt wird, ist mit der Existenzbedingung 17 äquivalent. Aus der Entwicklung von Gleichung 18 geht hervor, daß die in Gleichung 16 a auftretende Vektorsumme der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\beta}$ und $\dot{\gamma}$, welche die zu $\bar{r}$ orthogonale Ebene aufspannen, tatsächlich die Änderungsgeschwindigkeit des

Fahrstrahlwinkels in der Bahnebene darstellt. Andererseits drückt die aus der Komplanarität der Zentralbewegungen $\bar{r} = \bar{x} + \bar{y}$ folgende Konstanz der Flächengeschwindigkeit $2\,\dot{\bar{F}} = \bar{r} \times \bar{v} = r^2 \cdot \dot{\varphi} = 2\,\bar{c}$ wegen $\bar{U} = m\,\bar{r} \times \bar{v} = \bar{r} \times \bar{G} = 2\,m \cdot \bar{c} = \text{const.}$ zugleich die Konstanz des Drehimpulses aus, welche auch durch Gleichung 15 beschrieben ist. Die Entwicklung von 15 geht aber von den gleichen Voraussetzungen aus, wie die Entwicklung von 12, aus welcher 13 folgte. Wenn also Gleichung 13 erfüllt ist, kann über Gleichung 12 auf die Gültigkeit der Gleichung 15 und damit auch die Existenz der zeitlich konstanten Bahnebene geschlossen werden und umgekehrt. Man kann also die beiden Ausdrücke der Existenzbedingung 17 ineinander überführen, woraus hervorgeht, daß beide Teile äquivalent sind. Da auch Gleichung 18 mit dem zweiten Teil der Gleichung 17 äquivalent ist, kann die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ entweder als erzeugender Vektor der von $\dot{\gamma}$ und $\dot{\beta}$ aufgespannten Ebene oder nach Gleichung 18 als Funktion des Fahrstrahls dargestellt werden. Man findet

$$\Phi = \pm \sqrt{\dot{\alpha}^2 \cdot \sin^2 \beta + \dot{\beta}^2} \quad , \quad \dot{\varphi} = \frac{\bar{\varrho} \times \bar{v}_a}{r^2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ 19.$$

Mit diesem Ausdruck und der Bedingung 17 kann der Energiesatz 14 für alle im Zentralkraftfeld möglichen Bahnen erweitert werden. In der Entwicklung von 14 ergab sich $\int_{\varrho}^{r} K \cdot d\,r = m/2 \cdot (v^2 - v_a^2)$. Da außerdem immer $\bar{K} = \text{grad}\ \psi\,(r)$ ist, muß $v^2 = v_a^2 + 2/m \cdot (\psi(r) - \psi(\varrho))$ werden. Ferner gilt mit $x = r \cdot \cos\varphi$, $y = r \cdot \sin\varphi$ die Komponentenzerlegung der Bahngeschwindigkeit in einen radialen und einen zirkulären Anteil $v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 = \dot{r}^2 + r^2\,\dot{\varphi}^2$. Eingesetzt ergibt dies mit Gleichung 19 für den Radialanteil

$$\dot{r} = \pm \sqrt{v_a^2 + 2/m \cdot (\psi(r) - \psi(\varrho)) - 1/r^2 \cdot (\bar{\varrho} \times \bar{v}_a)^2}\ .$$

Nach Division durch Gleichung 19 resultiert die Verallgemeinerung des Energiesatzes

$$dr/d\varphi = \pm\, r \cdot \sqrt{r^2/\varrho^2 \cdot \operatorname{cosec}^2 \tau - 1 + \frac{2r^2}{m \cdot (\bar{\varrho} \times \bar{v}_a)^2} \cdot (\psi(r) - \psi(\varrho))}$$

$$\tau = \chi\,(\bar{\varrho}\ ,\ \bar{v}_a) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ 20.$$

Diese Form des Energiesatzes gibt in ihrer Entwicklung noch die Möglichkeit Ausdrücke über die momentane Bahngeschwindigkeit und

die momentane Änderungsgeschwindigkeit des Fahrstrahls zu finden. Bei der Ableitung der Gleichung 2o ergaben sich diese Ausdrücke mit der Zerlegung der Bahngeschwindigkeit in die radiale und zirkuläre Komponente unter Benutzung von Gleichung 19 von selbst. Es ist

$$v = \pm \sqrt{v_a^2 + 2/m \cdot (\psi(r) - \psi(\varrho))}\,,$$

$$\dot{r} = \pm \sqrt{v_a^2 + 2/m \cdot (\psi(r) - \psi(\ )\ ) - 1/r^2\ (\bar{\varrho} \times \bar{v}_a)^2}$$

..... 20a.

Die fundamentalen Eigenschaften eines jeden Zentralkraftfeldes $\psi(r)$, welche durch die Gleichungen 18 und 19 beschrieben werden, gestatten neben den energetischen Konsequenzen 2o und 2o a noch Aussagen, über die in einem Zentralkraftfeld möglichen Bahnkurven. Diese Bahnen müssen nach der Existenzbedingung 17 auf jeden Fall eben sein und unter Zugrundelegung einer komplexen Ebene $\bar{r}_c = \bar{x} + i \cdot \bar{y}$ ist die Möglichkeit gegeben, eine ganz allgemeine für jede Zentralbewegung gültige komplexe Bahngleichung aufzustellen. Da wegen Gleichung 11b neben dem komplexen Fahrstrahl $\bar{r}_c = \bar{x} + i \cdot \bar{y} = \bar{r} \cdot e^{i\varphi}$ auch die Komponentenzerlegung der komplexen Zentralbeschleunigung $\ddot{\bar{r}}_c = \ddot{\bar{x}} + i \cdot \ddot{\bar{y}} = \ddot{\bar{r}} \cdot e^{i\varphi}$ gelten muß, wird aus dieser Komplexbeschleunigung mit Gleichung 19 (Kettenregel) $\ddot{\bar{r}}_c/\dot{\varphi} = \frac{r^2 \cdot \ddot{\bar{r}}}{|\bar{\varrho} \times \bar{v}_a|} \cdot e^{i\varphi}$. Wegen $\ddot{\bar{r}}_c/\dot{\varphi} = \frac{d\,\dot{\bar{r}}_c}{d\varphi}$ kann integriert werden. Man erhält $-\bar{v}_a \cdot \dot{\bar{r}}_c = \int_{\varphi_a}^{\varphi} r^2 \cdot \ddot{\bar{r}} \cdot e^{i\varphi} \cdot d\varphi$, wo sich $\dot{\bar{r}}_c$ aus $\bar{r}_c = \bar{r} \cdot e^{i\varphi}$ zu $\dot{\bar{r}}_c = (\dot{\bar{r}} + i \cdot \bar{r}\ \dot{\varphi}) \cdot e^{i\varphi}$ ergibt. Eingesetzt liefert dies die für alle Zentralbewegungen gültige Komplexe Bahngleichung

$$-\bar{v}_a \cdot (\dot{\bar{r}} + i\ \bar{r}\ \dot{\varphi}) \cdot e^{i\varphi} =$$

$$= \int_{\varphi_a}^{\varphi} r^2 \cdot \ddot{\bar{r}} \cdot e^{i\varphi} \cdot d\varphi \quad \text{..... 21.}$$

Diese Gleichung kann in die explizite Form $r = r(\varphi)$ einer Bahnkurve in Polarkoordinaten gebracht werden, vorausgesetzt, daß das zentrale Kraftgesetz $m \cdot \ddot{\bar{r}} = \text{grad}\ \psi(r)$, also das Feld

$\psi(r)$, zur Lösung des Integrales bekannt ist. Ist dies der Fall, so kann aus der das Feld bestimmenden Ortsfunktion ψ auf die allgemeinste Form der in ihm möglichen Bahnkurven $r = r(\varphi)$ geschlossen werden. Die konstanten Bestimmungsstücke einer solchen Kurve können weiter durch Bildung des Differentialquotienten $dr/d\varphi = r'(\varphi)$ und Vergleich mit Gleichung 2o explizit als Funktionen der Anfangsvektoren und bestimmter in $\psi(r)$ vorkommender Feldkonstanten ermittelt werden. Wenn umgekehrt die Gleichung irgend einer im Feld möglichen Bahn gegeben ist, so kann nach Transformation in Polarkoordinaten und zweimaliger Zeitdifferentiation unter Benutzung der Gleichung 18 und 19 auf die Zentralbeschleunigung und damit auf die Natur des Zentralkraftfeldes $\psi(r)$ geschlossen werden, denn aus

$$m\,\ddot{r} = f(r) = |\operatorname{grad}\psi(r)| \text{ folgt } \psi(r) = \int_{\varrho}^{r} f(r)\cdot dr + \psi(\varrho).$$

Ist nach Gleichung 21 durch $\psi(r)$ die Bahngleichung $r = r(\varphi)$ bekannt, so können weitere die Bahn charakterisierende Größen gefunden werden. Transformiert man $r = r(\varphi)$ in rechtwinkelige Koordinaten $y = f(x)$ mit $y = y(r\varphi)$ und $x = x(r\varphi)$, so ist der Tangentenwinkel ϑ an irgendeinem Punkt durch $\operatorname{tg}\vartheta = dy/dx$, also

$$\vartheta = \operatorname{arc\,tg}\frac{d\,y\,(r\varphi)}{d\,x\,(r\varphi)} \qquad \ldots\ldots 22$$

gegeben. Ferner ist die Bogenlänge s zwischen zwei Bahnpunkten ebenfalls festzustellen. Sie wird durch das Differential $ds = \pm\sqrt{(dx)^2 + (dy)^2}$ linear approximiert. Aus $x = r\cdot\cos\varphi$ und $y = r\cdot\sin\varphi$ folgt

$$(dx)^2 + (dy)^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial r}\cdot d r + \frac{\partial x}{\partial \varphi}\cdot d\varphi\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial r}\cdot dr + \frac{\partial y}{\partial \varphi}\cdot d\varphi\right)^2 =$$

$$= (dr)^2 + r^2\cdot(d\varphi)^2 = \left[(dr/d\varphi)^2 + r^2\right]\cdot(d\varphi)^2 \text{ oder, mit}$$

Gleichung 20 $ds\;|\bar{\varrho}\times\bar{v}_a| = \pm r^2\cdot\sqrt{v_a^2 + 2/m\cdot(\psi(r)-\psi(\varrho))}\cdot d\varphi$. Man integriert von $s = o$ bis zu einem variablen Wert s . Zum Wert $s = o$ gehört dann der Anfangswert des Fahrstrahlwinkels φ_a . Die Bogenlänge ist dann gegeben durch

$$s\cdot|\bar{\varrho}\times\bar{v}_a| = \pm\int_{\varphi_a}^{\varphi} r^2\sqrt{v_a^2 + 2/m\cdot(\psi(r)-\psi(\varrho))}\cdot d\varphi \qquad \ldots\ldots 23.$$

Schließlich kann noch mit Hilfe der Gleichung 18 die Zeit t ermittelt werden, die zum Durchlaufen des Bogens s auf der

Bahnkurve erforderlich ist. Man setzt $\frac{2\,d\,F}{d\,t} = |\bar{\varrho} \times \bar{v}_a|$ und führt das Flächenelement in Polarkoordinaten $d\,F = 1/2\ r^2 \cdot d\,\varphi$ ein, so daß sich als Zeit zum Durchlaufen des Kurvenbogens

$$t \cdot |\bar{\varrho} \times \bar{v}_a| = \int_{\varphi_a}^{\varphi} r^2 \cdot d\,\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 24$$

ergibt. Nach Gleichung 2o besteht ein direkter Zusammenhang zwischen den benutzten Polarkoordinaten r und φ. Man kann die Bahnkurve in Polarkoordinaten auch durch diesen Zusammenhang darstellen Der reziproke Wert von Gleichung 2o liefert integriert die Abhängigkeit $\varphi = \varphi\,(r)$ in expliziter Form als Integral

$$\varphi = \pm \int^{r} \bar{v}_a \cdot 1/r^2 \cdot v_a^2 + 2/m \cdot (\ (r) - (\ )) - 1/r^2 \cdot (\bar{v}_a)^2\ ]^{-1/2} \cdot d\,r + \varphi_a \quad \ldots\ldots 25.$$

Die Gleichung beschreibt die Bahnkurve im ($r\,\varphi$) - System.

Alle durch die Gleichung 18 bis 24 beschriebenen Feldeigenschaften zeichnen sich durch eine Abhängigkeit von den Anfangsvektoren aus. Besonders die Gestalt der durch Gleichung 21 beschriebenen Bahnkurven wird durch diese Anfangswerte stark beeinflußt, das derart, daß jeder Anfangswert eine anders gestaltete Bahnkurve liefert (trotz der verschiedenen Gestalt bleibt ihr geometrischer Charakter in ein und demselben Zentralkraftfeld erhalten). Es können jedoch Sonderfälle herausgestellt werden, so zum Beispiel diejenige Anfangsgeschwindigkeit in einem bestimmten Abstand ϱ, bei welcher eine Bahnkurve beschrieben wird, auf der die Zentralbewegung im statisch stabilen Gleichgewichtszustand stattfindet. Eine Aussage über die statische Stabilität einer Bewegung kann das Extremalprinzip geben. Dieses Theorem $\delta \int_{t_o}^{t_1} L \cdot d\,t = o$ sagt aus, daß sich nur Bewegungen auf solchen Bahnen im statisch stabilen Gleichgewicht befinden, deren kinetisches Potential $L = E - V$ ein Exremum annimmt, das heißt, für die statische Stabilität einer Bahn muß $\dot{L} = o$ sein. Im Sonderfall eines Zentralkraftfeldes wird $L = E - V = m/2 \cdot v^2 - V\,(r) = m/2 \cdot v^2 + \psi\,(r)$. Für die statisch stabile Bahn im Zentralkraftfeld muß dann $dL/dt = m \cdot v \cdot \dot{v} + \dot{\psi} = m \cdot v \cdot \dot{v} + d\psi/dr \cdot \dot{r} = | m \cdot v \cdot \dot{v} + m \cdot \dot{r} \cdot \ddot{r} = o$ sein. Die Aussahe des Theorems über statisch

stabile Zentralbewegungen lautet also $v \cdot \dot{v} + \dot{r} \cdot \ddot{r} = 0$. Der Ausdruck ist zeitlich integrierbar und ergibt $v^2 + \dot{r}^2 = v_a^2 + \dot{r}_a^2 = C^2 = \text{const.}$ Mit $v^2 = \dot{r}^2 + r^2 \cdot \dot{\varphi}^2$ wird daraus wegen der Orthogonalität $\dot{\bar{r}} \perp \dot{\bar{\varphi}} \times \bar{r}$, die Beziehung $\dot{\bar{r}} \cdot \sqrt{2} + \dot{\bar{\varphi}} \; \bar{r} = \bar{C} = \text{const.}$ Die vektorielle Multiplikation mit $\bar{r}$ liefert wegen Gleichung 11 b $\bar{r} \times \dot{\bar{r}} \cdot \sqrt{2} + \bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} \times \bar{r} = - \bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} \times \bar{r} = \bar{r} \times \bar{v} = \bar{r} \times \bar{C}$. Wegen $\bar{C} = \dot{\bar{r}}_a \cdot \sqrt{2} + \dot{\bar{\varphi}}_a \times \bar{\varrho} = \text{const.}$ und $\sin (\bar{r}, \dot{\bar{r}}_a) = 0$ muß $\sphericalangle (\bar{r}, \bar{v}) = \sphericalangle (\bar{r}, \bar{C})$ sein. Daher wird der Betrag des Vektorproduktes $r \cdot v \cdot \sin (\bar{r}, \bar{v}) = r \cdot C \cdot \sin (\bar{r}, \bar{C})$ oder

$$v = v_a = C = \text{const.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 26$$

Die Bahngeschwindigkeit ist also auf der stabilen Kurve immer konstant und mit der Anfangsgeschwindigkeit identisch. Nach Gleichung 20 a kann dies aber nur dann möglich sein, wenn $\Psi(r) - \Psi(\varrho) = 0$ ist. Durch Elimination folgt hieraus immer $r = \varrho = \text{const}$, was das analytische Kennzeichen einer Kreisbahn ist. Da aber andererseits Kreisbahnen enge Schnittlinien von Kugelflächen darstellen und nach Gleichung 11 b die Niveauflächen jedes Zentralfeldes sphärisch sind, muß die stabile Zentralbewegung auf einer solchen Niveaufläche stattfinden. Außerdem muß nach Gleichung 17 die von der Kurve umrandete Kreisfläche das Zentrum enthalten. Hieraus wird ersichtlich, daß grundsätzlich in allen Zentralkraftfeldern die statisch stabilen Zentralbewegungen nur auf den Meridianen der Niveauflächen stattfinden können. Diese aus dem Extremalprinzip gewonnene Aussage über die zirkuläre, statisch stabile Zentralbewegung auf dem Meridian einer durch $\varrho = \text{const}$ gekennzeichneten Niveaufläche ist zugleich der für diese Niveaufläche charakteristische energetische Zustand maximaler Entropie, da der Energieinhalt des Zentralkraftfeldsystems bei der statisch stabilen Zentralbewegung auf dem Meridian der betreffenden Niveaufläche das für diese Niveaufläche mögliche Minimum erreicht. Bei jeder Kreisbahnbewegung einer als Masse anzusprechenden Erscheinung (Massen wurden für die Zentralkraftzentren vorausgesetzt), muß als Reaktion eine Radialkraft auftreten, deren Betrag durch $m \cdot v^2/r$ gegeben ist und die der Zentralkraft entgegengesetzt gleich sein muß, da auf der Kreisbahn ein statisch stabiles Kräftegleichgewicht herrschen muß. Ist v_k die nach Gleichung 26 konstante zirkuläre Geschwindigkeit im Abstand $= \text{const.}$, so wird für die Kreisbahn

$m \cdot \frac{v_k^2}{\varrho} = - |\operatorname{grad} \psi(r)|_\varrho = - \left(\frac{\partial \psi}{\partial r}\right)_\varrho$. Die statisch stabile Zentralbewegung auf den Meridianen der Niveauflächen wird also durch

$$r = \varrho = \text{const}\ ,\ v_k = v_a = \pm \sqrt{-\varrho/m \cdot \left(\frac{\partial \psi}{\partial r}\right)_\varrho} = \text{const} \ldots\ldots$$

..... 26 a

vollständig beschrieben. Diese statisch stabile zirkuläre Bewegung auf den Niveauflächen tritt grundsätzlich in jedem Zentralkraft - feld auf . Die Gleichung 26 und 26 a gelten für alle Zentralkraft - felder, woraus folgt, daß in jedem derartigen Kraftfeld die Kreisbahn möglich ist (dies ist eine Folge der sphärischen Niveauflächen deren analytischer Ausdruck 11 b unmittelbar aus der Definition hervorgeht). Ein anderes für alle Zentralkraftfelder charakteristisches Kennzeichen ist das Auftreten von Feldgrenzen, das heißt, von Punkten auf den Verbindungslinien der Feldzentren in denen die Feldvektoren entgegengerichtet gleich sind und sich daher aufheben. Zwei sich gegenseitig beeinflussende Feldzentren I und II befinden sich im Abstand s voneinander . Für die Feldgrenze, also das Kräftegleichgewicht muß die Bedingung $\bar{K}_1 = \bar{K}_2$ erfüllt sein, welche wegen $\bar{K}_{1,o} = - \bar{K}_{2,o}$ und Gleichung 11b die Form

$|\operatorname{grad} \psi_1(r)| = |\operatorname{grad} \psi_2(r)|$ annimmt. Durch Integration folgt hieraus $\psi_1(r_1) = \psi_2(r_2)$, wenn eines der Zentren im Koordinatennullpunkt liegt (also nicht das gemeinsame Bewegungszentrum). Es muß also auf der Verbindungsstrecke der beiden Zentren in den Abständen r_1 und r_2 von diesem einen Punkt geben, in welchem sich die beiden Feldvektoren gegenseitig aufheben. Sind r_1 und r_2 die Abstände der beiden Zentren von dieser Feldgrenze, so gilt für die als bekannt angenommene Verbindungsstrecke $s = r_1 + r_2$, das heißt, die Feldgrenze wird insgesamt durch

$$\psi_1(r_1) = \psi_2(r_2)\ ,\ s = r_1 + r_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 27$$

beschrieben. Ähnlich wie in Gleichung 26 und 26 a , die für alle Zentralfelder gültige zirkuläre Bahn, so wie die zu ihrer Entstehung erforderliche Kreisbahngeschwindigkeit beschrieben werden, ist es möglich einen Ausdruck zu finden, der die Größe der Anfangsgeschwindigkeit v_a eines Feldzentrums III angibt, welche erforder-

lich ist, dieses Zentrum III vom Abstand ϱ_1 vom Zentrum I über die Feldgrenze zu heben. Die Grenze soll mit der Geschwindigkeit v_e überschritten werden, mit anderen Worten, die kinetische Energie, die dem Zentrum III der Trägheitsmasse m_3 erteilt werden muß, damit die Feldgrenze zwischen den Zentren I und II überschritten wird, muß die Potentialdifferenz zwischen dem Anfangsabstand ϱ_1 und der Feldgrenze r_1 übertreffen. Außerdem wirkt im ganzen Feldbereich zwischen ϱ_1 und r_1 das Feld II dem Feld I entgegen, so daß seine Potentialdifferenz vom Abstand r_2 bis zum Abstand ϱ_1 zu subtrahieren ist. Die energetische Aussage liefert der für diesen Fall angewandte Energiesatz 14.

Es ist $1/2\ m_3 \cdot (v_e^2 - v_a^2) = \int K \cdot d\,r = \int_{\varrho_1}^{r_1} (K \cdot d\,r)_1 - \int_{r_2}^{r_1 + r_2 - \varrho_1} (K \cdot d\,r)_2 = \psi_1(r_1) - \psi_1(\varrho_1) - \psi_2(r_1) - \psi_2(r_2) + \psi_2(\varrho_1) + \psi_2(r_2)$. Hier bedeutet v_e die Geschwindigkeit mit welcher das Zentrum III die Grenze zwischen I und II überschreitet. Aus der Energiebeziehung folg somit die im Abstand ϱ_1 erforderliche Anfangsgeschwindigkeit

$$v_a = \pm \sqrt{v_e^2 + 2/m_3 \cdot [\psi_2(r_1) - \psi_1(r_1) + \psi_1(\varrho_1) - \psi_2(\varrho_1)]} \qquad \text{..... 27a.}$$

Diese Gleichung gilt nur dann, wenn die Anfangsvektoren $\bar{\varrho}_1$ und $\bar{v}_a$ gleichgerichtet sind, so daß die Bewegung von III auf der Verbindungsstrecke $s = r_1 + r_2$ stattfindet. Die dritte Möglichkeit einer allgemein für alle Zentralkraftfelder zutreffenden Bewegung liegt vor, wenn das eine von zwei sich gegenseitig beeinflussenden Zentren eine so große kinetische Energie erhält, daß es den Wirkungsbereich des im Koordinatennullpunkt festgehaltenen zweiten Zentrums verläßt. Ist $\bar{\varrho}$ wieder der Anfangsabstand zwischen beiden Zentren, so muß die dem bewegten Zentrum erteilte kinetische Energie mit dem Energieniveau im Abstand ϱ identisch sein. Ist weiterhin m der Trägheitswiderstand des bewegten Tentrums, so ergibt sich aus $m/2 \cdot v_a^2 = \psi_1(\varrho)$, die zur Überwindung des Gesamtpotentials vom Feld ψ_1 im Abstand ϱ erforderliche Anfangsgeschwindigkeit zu

$$v_a = \pm \sqrt{2/m \cdot \psi_1(\varrho)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 28.$$

Die Gleichungen 26 a, 27 a und 28 sind die Grenzfälle der allgemeinen Zentralbewegung, welche in jedem Zentralkraftfeld gültig sind. Die Überwindung eines bestimmten Potentials, so wie die statisch stabile Zentralbewegung auf dem Meridian einer Niveaufläche sind allgemein gültig von der speziellen Natur unabhängige Eigenschaften jedes Zentralkraftfeldes.

Alle durch die Gleichung 18 bis 28 beschriebenen Eigenschaften sind explizite Funktionen des Fahrstrahls $\bar{r}$. Letzterer ist aber im Falle der Zentralbewegung zeitlich variabel. Dies bedeutet aber, daß $r = r(t)$ als Zeitfunktion darstellbar ist und daß durch explizite Bestimmung von $r = r(t)$ und Substitution auch die Gleichungen 18 bis 28 direkt durch die Zeit t ausgedrückt werden können. Zur Bestimmung des Zusammenhanges zwischen Fahrstrahl und Zeit geht man vom zweiten Teil der Gleichung 20 a aus. Ihr reziproker Wert ist integrierbar und liefert die Umkehrfunktion $t = t(r)$, aus welcher $r = r(t)$ eliminiert werden kann. Der Abstand ϱ werde zur Zeit t_a durchlaufen. Es ergibt sich dann das Integral

$$t(r) = \pm \int_{\varrho}^{r} \left[v_a^2 + 2/m \cdot (\psi(r) - \psi(\varrho)) - 1/r^2 \cdot (\bar{\varrho} \times \bar{v}_a)^2 \right]^{-1/2} \cdot dr + t_a \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 29$$

Nach Lösung des Integrals kann hieraus der gewünschte Zusammenhang $r = r(t)$ ermittelt werden, doch ist hierzu die Kenntnis des Feldes ψ erforderlich.

In allen Eigenschaften des Zentralkraftfeldes, welchesdurch die Gleichung 18 bis 29 beschrieben werden, tritt der Betrag des Vektorproduktes $\bar{\varrho} \times \bar{v}_a$ auf, welches im Falle gleichgerichteter Anfangsvektoren wegen $\sin(\bar{\varrho}, \bar{v}_a) = 0$ verschwindet. Sind die Anfangsvektoren nicht gleichgerichtet $\sin(\bar{\varrho}, \bar{v}_a) \neq 0$, so kann dieser allgemeinste Fall stets auf den die Rechnungen vereinfachenden Fall orthogonaler Anfangsvektoren $\measuredangle(\bar{\varrho}, \bar{v}_a) = \pi/2$ reduziert werden. Wenn nämlich $\bar{r}_1$ und $\bar{v}_1$ gegebene, nicht gleichgerichtete, aber auch nicht orthogonale Anfangsvektoren sind, die irgendeinen gegebenen Winkel $0 < |\sin(\bar{r}_1, \bar{v}_1)| < 1$ einschließen und sind $\bar{\varrho}$ und $\bar{v}_a$ die zur Bahn gehörigen orthogonalen Anfangs-

vektoren $\sin(\bar{\varrho}, \bar{v}_a) = 1$, dann muß nach Gleichung 18 stets $\bar{r}_1 \times \bar{v}_1 = \bar{\varrho} \times \bar{v}_a$ sein, was auch für die Beträge der Vektorprodukte gilt.

$$r_1 \cdot v_1 \cdot \sin(\bar{r}_1, \bar{v}_1) = \varrho \cdot v_a \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 30,$$

das heißt, alle Zentralbewegungen mit nicht gleichgerichteten Anfangsvektoren $-1 < \sin(\bar{r}_1, \bar{v}_1) \neq 0 < +1$ können auf den einfachen Fall orthogonaler Anfangsvektoren zurückgeführt werden.

Die empirische energetische Feldfunktion $r\psi = \varkappa m M f$ des gravitativen Zentralkraftfeldes enthält den mikromaren Nahwirkungsfaktor $f(r)$, der jedoch nur hypotetischen Charakter trägt. Wenn $f \neq 1$ überhaupt existiert, dann nur im Bereich der Molekularradien λ, so daß im makromaren Bereich $r \gg \lambda$ stets $f = 1$ um so besser erfüllt ist, je größer r wird. Zumindest im makromaren Beobachtungsbereich der Planetenbahnbewegungen kann also $r \cdot \psi = m \cdot \mu$ mit der Gravitationsfeldquelle $\mu = \varkappa M$ in den Aussagen der Zentralfeldtheorie verwendet werden. Mit diesem hyperbolischen Gesetz der Feldfunktion wird die Differentialgleichung der Bahn in Polarkoordinaten zu

$$\frac{dr}{d\varphi} = \pm r \sqrt{\left(r/\varrho - \frac{2\mu r}{\varrho^2 \cdot v_a^2} + 1\right) \cdot (r/\varrho - 1)}, \quad \mu = \varkappa M \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 31,$$

aber auch für die Geschwindigkeiten der gravitativen Zentralbewegung ergeben sich die expliziten Ausdrücke $v = \pm\sqrt{v_a^2 - \frac{2\mu}{r \cdot \varrho} \cdot (r - \varrho)}$ und $\dot{r} = \pm\sqrt{\left(\frac{v_a^2}{r^2} \cdot (r + \varrho) - \frac{2\mu}{r \cdot \varrho}\right) \cdot (r - \varrho)}$. Entsprechend folgt, wenn das makromare Gravitationsfeld in die Gleichungen 22 bis 25 und 29 eingesetzt wird, für den durchlaufenen Kurvenbogen $s \cdot \cdot v_a = \pm \quad r^2 \cdot \sqrt{v_a^2 - 2\mu/r \quad (r - \quad)} \cdot d\varphi$

und für die Laufzeit $t \cdot \varrho \cdot v_a = \int_{\varphi_a}^{\varphi} r^2 \cdot d\varphi + t_a \cdot \varrho \cdot v_a$

oder invers

$$\varphi = \pm \int_{\varrho}^{r} 1/r \left[r/\varrho - \frac{2\mu r}{\varrho^2 \cdot v_a^2} + 1\right]^{-1/2} \cdot (r/\quad -1)^{-1/2} \cdot dr + \varphi_a$$

und

$$t(\mathfrak{r}) = \pm \int_{\varrho}^{r} [v_a^2/r^2 \cdot (r+\varrho) - 2\mu/r\varrho]^{-1/2}(r-\varrho)^{-1/2}dr + t_a .$$

In gleicher Weise folgt für die zirkuläre Geschwindigkeit längs eines Niveauflächenmeridians $\varrho\, v_k^2 = \mu$, aber für die Fluchtgeschwindigkeit, bei welcher das gravitative Feldpotential im Abstand ϱ überwunden wird $v_p = v_k \cdot \sqrt{2}$. Die allgemeine Bahngleichung gravitierender Massen kann mit $r\,\gamma = m \cdot \mu$ und der komplexen Bahngleichung 21 aller Zentralbewegungen ebenfalls ermittelt werden. Nach Einführung von $\varkappa \cdot M = \mu$ wird unter Berücksichtigung der Orthogonalität der perizentrischen Daten $\bar{\varrho} \perp \bar{v}_a$ und Benutzung von $\ddot{\bar{r}} = -\bar{r}_o \cdot \mu/r^2$ die Komplexgleichung

$$(\dot{\bar{r}} + i\,\bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}}) \cdot e^{i\varphi} = -\frac{\bar{r}_o \cdot \mu}{\varrho \cdot v_a} \cdot \int_{\varphi_a}^{\varphi} e^{i\varphi} \cdot d\varphi =$$

$= -1/i \cdot (\bar{B} \cdot e^{i\varphi} \pm \bar{C} \cdot e^{i\varphi_a})$. Zur Kürzung wurde $\bar{B} = \frac{\bar{r}_o \cdot \mu}{\varrho \cdot v_a}$ eingeführt. $\bar{C}\, e^{i\varphi_a}$ ist eine komplexe Integrationskonstante, da ϱ der Betrag der Perizentrumsdistanz ist, muß der zugehörige Fahrstrahlwinkel $\varphi_a = \sphericalangle(\bar{\varrho}, \bar{a}) = o$ sein ($\bar{a}$ ist die Richtung der als Polarachse gewählten Kurvenachse). Als Integrationskonstante ergibt sich somit $\bar{C} \cdot e^{i\varphi_a} = \bar{C}$ und die Bahngleichung nimmt damit die Form an $(\dot{\bar{r}} + i\,\bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}}) \cdot e^{i\varphi} = -1/i \cdot (\bar{B} \cdot e^{i\varphi} \pm \bar{C})$. Man löst mit $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i \sin\varphi$ auf $(\dot{\bar{r}} \cdot \cos\varphi - \bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} \cdot \sin\varphi) + i \cdot (\dot{\bar{r}} \cdot \sin\varphi + \bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} \cdot \cos\varphi) = -\bar{B} \sin\varphi - 1/i \cdot (\bar{B} \cdot \cos\varphi \pm \bar{C})$ und trennt den reellen Anteil $\dot{\bar{r}} \cdot \cos\varphi - \bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} \cdot \sin\varphi = -\bar{B} \cdot \sin\varphi$ vom Imaginärteil $\dot{\bar{r}} \cdot \sin\varphi + \bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} \cdot \cos\varphi = \bar{B} \cdot \cos\varphi \pm \bar{C}$. Aus dem Realteil wird $\dot{\bar{r}} = (\bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} - \bar{B}) \cdot \operatorname{tg}\varphi$ eliminiert und im Imaginärteil substituiert,

$(\bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} - \bar{B}) \cdot \operatorname{tg}\varphi \cdot \sin\varphi + \bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} \cdot \cos\varphi =$

$= B \cos\varphi \pm \bar{C}$ oder $\bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} \cdot (\operatorname{tg}\varphi + \operatorname{ctg}\varphi) =$

$= \bar{B} \cdot (\operatorname{tg}\varphi + \operatorname{ctg}\varphi) \pm \bar{C} \cdot \sec\varphi$, was nach Erweitrung und Umstellung $\bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} \cdot (\operatorname{tg}\varphi + \operatorname{ctg}\varphi) \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi =$

$= \bar{B} \cdot (\operatorname{tg}\varphi + \operatorname{ctg}\varphi) \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi \pm \bar{C} \cdot \cos\varphi$ oder

$\bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} = \bar{B} \pm \bar{C} \cdot \cos\varphi$ ergibt, da $(\operatorname{tg}\varphi + \operatorname{ctg}\varphi) \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi = \sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$ ist. Ferner muß $\bar{B}/B = \bar{C}/C = \bar{r}_o$ sein. Es gilt wegen der Komplanarität aller Zentralbewegungen auch im Gravitationsfeld die Orthogonalitätsbeziehung $\bar{r} \perp \dot{\bar{\varphi}}$. Der Betrag der Bahngleichung ist daher $|\bar{r}\ \dot{\bar{\varphi}}| = r \cdot \phi$

und $|\,(\bar{B} \pm \bar{C} \cdot \cos\varphi)\,| = (B \pm C \cdot \cos\varphi) \cdot |\,\bar{r}_o\,|$, also $r \cdot \phi = B \pm C \cdot \cos\varphi$. Dies ergibt mit $\phi = 1/r^2 \cdot \varrho \cdot v_a$ und $B = \mu/\varrho \cdot v_a$ den gesuchten Zusammenhang $r = r(\varphi)$ in Polarkoordinaten $r = (\varrho \cdot v_a)^2 \cdot (\mu \pm \varrho \cdot v_a \cdot C \cdot \cos\varphi)^{-1}$.

Die Konstante C kann ebenfalls durch die perizentrischen Daten ausgedrückt werden. Sie gilt als Integrationskonstante für das Perizentrum, daher muß zu ihrer Bestimmung in der Bahngleichung $r = \varrho$ und $\varphi = \varphi_a = o$ gesetzt werden. Man erhält $\pm \varrho \cdot v_a \cdot C = v_a^2 \cdot \varrho - \mu$ und damit endgültig die allgemeine Bahngleichung gravitierender Massen in Polarkoordinaten $r\,(\mu + (v_a^2 \cdot \varrho - \mu)\cos\varphi) = (\varrho \cdot v_a)^2$, was aber der allgemeinen Kegelschnittgleichung $r\,(a \pm \varepsilon \cos\varphi) = b^2$ in den gleichen Polarkoordinaten mit den Achsen a und b sowie der linearen Exzentrizität ε entspricht. Diese Konstanten der Kegelschnittgleichung müssen aber durch die perizentrischen Daten ϱ und v_a, sowie die Feldquelle μ ausdrückbar sein. Zur Untersuchung dieser Bahnkonstanten a, b und ε wird aus $r = b^2 (a \pm \varepsilon \cos\varphi)^{-1}$ die erste Ableitung

$dr/d\varphi = \pm b^2 \varepsilon \sin\varphi\,(a \pm \varepsilon \cos\varphi)^{-2}$ gebildet und mit Gleichung 31 verglichen. Vor dem Vergleich wird $b^2\,(a \pm \varepsilon \cos\varphi)^{-2} = r^2/b^2$ und $\pm \varepsilon \sin\varphi = \pm \sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon^2 \cos^2\varphi}$ mit $\varepsilon^2 = a^2 \pm b^2$ und $\varepsilon^2 \cos^2\varphi = (b^2/r - a)^2$, also $dr/d\varphi = \pm r \cdot \sqrt{\frac{2ar}{b^2} \pm \frac{r^2}{b^2} - 1}$ berücksichtigt. Nach dem Vergleich und Quadrierung entsteht ein Ausdruck für a dessen Summenglieder sämtlich verschwinden müssen vor denen r oder r^2 als Faktor steht; denn die Achse a ist als Bahnkonstante von keiner Variablen abhängig. Auf diese Weise entstehen Bedingungsgleichungen, aus denen die Bahnkonstanten in Abhängigkeit von Bahnparametern ϱ, v_a und μ eliminierbar sind.

Auf diese Weise ergibt sich $a\,(2\mu/\varrho - v_a^2) = \mu$ sowie $b\sqrt{2\mu/\varrho - v_a^2} = \varrho \cdot v_a$ und $\varepsilon\,(2\mu/\varrho - v_a^2) = \varrho\, v_a^2 - \mu$. Werden diese Größen in $r\,(a \pm \varepsilon \cos\varphi) = b^2$ eingesetzt, so ergibt sich tatsächlich die aus 21 entwickelte allgemeine Bahngleichung. Alle Gravitationsbewegungen erfolgen demnach auf komplanaren Kegelschnittlinien, welche wegen $v_p^2 = 2\mu/\varrho$ durch das System

$$r\,(a \pm \varepsilon \cos\varphi) = b^2 \;,\; a\,(v_p^2 - v_a^2) = \mu \;,\; b \cdot \sqrt{v_p^2 - v_a^2} = \varsigma\, v_a \;,$$

$$\varepsilon\,(v_p^2 - v_a^2) = \varsigma\, v_a^2 - \mu \;,\; v_p^2 = 2\, v_k^2 \;,\; \varsigma\, v_k^2 = \mu \;,$$

$$f(r) \approx 1 \quad \ldots\ldots\ldots\

trum mit der Niveaudifferenz identisch, welche von der Energiedifferenz zwischen gesamter kinetischer Energie und der kinetischen Energie auf der zirkulären Bahn überwunden werden kann. Entspricht diese Energie schließlich dem gesamten Gravitationspotential, dann divergiert das Apozentrum über alle Grenzen und die Ellipse öffnet sich zur Parabel, die schließlich bei steigender kinetischer Energie zu irgendeiner Hyperbel wird. Umgekehrt bedeutet aber ein Energieentzug der gravitierenden Masse eine stete Annäherung des aus dem Unendlichen kommenden Apozentrums an das Perizentrum bis die zirkuläre Bahn erreicht wird. Bei weiterer Energieabnahme und der Definition eines tieferliegenden neuen Perizentrums läuft das Apozentrum der subzirkulären Ellipsen wiederum auf dieses neue Perizentrum, bis die tieferliegende zirkuläre Bahn erreicht worden ist, und so weiter.

Die Annäherung aller Gravitationsbahnen an die zirkuläre Bewegung bei Energieentzug der gravitierenden Masse geht darauf zurück, daß die zirkuläre Bewegung unmittelbar aus dem Extremalprinzip $\delta \int_{t_1}^{t_2} L \, dt = 0$ hervorgeht und auf dem Meridian einer Niveaufläche erfolgt. Damit drückt aber die zirkuläre Bewegung die Form der Niveauflächen aus. Wenn $m \ll M$ zirkulär im Abstand r um M gravitiert, welches im R_3 fixiert wurde und gibt es zu diesem System komplanar ein zweites Zentrum M', welches im Abstand $s > r$ ebenfalls im R_3 fixiert ist, dann muß es durch die Überlagerung der Felder von M und M' zu einer Exzentrizität der vor dem Erscheinen von M' zirkulären Bahn von m kommen, welche wieder verschwindet, wenn M' nicht mehr wirkt. Das Auftreten der Bahnexzentrizität kann aber nur bedeuten, daß die sphärischen Niveauflächen des ungestörten Gravitationsfeldes durch die Superposition eines zweiten Feldes exzentrisch deformiert werden. Weil die sphärische Fläche bei minimalem Flächeninhalt ein Volumenmaximum umschließt, muß jede andere geschlossene Fläche einen höheren Flächeninhalt haben, also auch die exzentrisch deformierte Niveaufläche. Heuristisch könnte vermutet werden, daß hierauf die ponderomotorische Gravitationswirkung grad ψ zurückgeht. Tatsächlich zeigt die Bahexzentrizität und die Niveauflächendeformation bei der Gravitationsfeldsuperposition, daß die Gravitationsfelder als Strukturfelder aufzufassen sind. Die Struktur des aus M und M' superponierten Feldes wird im Wesentlichen durch den Ab-

stand s zwischen M und M' bestimmt. Wird s spontan geändert so muß sich auch das Superpositionsfeld von M' in Bezug auf M ändern, und dies wiederum bedeutet, daß sich sowohl die Niveauflächendeformation von M als auch die Bahnexzentrizität von m ändert. Es muß sich also bei der Feldänderung eine gravitative Strukturstörung durch den R_3 ausbreiten, für deren Ausbreitungsgeschwindigkeit c' drei Möglichkeiten offen sind. Die Gravitationsfeldstörung und damit das Gravitationsfeld kann entweder ein Fernkraftfeld $c' \longrightarrow \infty$ oder ein mit endlicher Geschwindigkeit fortschreitendes Feld sein, dessen Ausbreitungsgeschwindigkeit $c'(\mu)$ von der Massenverteilung μ abhängt oder eine Naturkonstante $c' = \text{const} < \infty$ sein kann. Es ist zu entscheiden, welcher dieser drei Fälle zutrifft. Für den Fall $c' = \text{const} < \infty$ muß es freie, also durch den leeren R_3 fortschreitende gravitative Strukturstörungen geben und dies würde bedeuten, daß in dem durch die Gleichungen 10 und 10 a angedeuteten einheitlichen elektromagnetisch- gravitativen Induktionsgesetz keine ponderablen Massen aufzutreten brauchen. Ein derartiges einheitliches Induktionsgesetz zwischen photonischen und gravitativen Feldstrukturen müßte aber in quantisierter Form wegen der empirischen Paarbildung ponderabler Elementarkorpuskeln aus imponderabler elektromagnetischer Strahlung den analytischen Weg zum einheitlichen Spektrum aller Materiefeldquanten eröffnen. Zuvor muß jedoch mit 10 und 10 a der empirisch implizite Quantendualismus in einer deduktiven Analyse explizit beschrieben werden, weil das einheitliche Induktionsgesetz quantisiert werden muß.

4.) Quantendualismus und Zustandsoperatoren.

Aus $E = m \cdot c^2$ mit $m = m_0(1-\beta^2)^{-1/2}$ und $E_0 = m_0 \cdot c^2$ wird $E^2 - E_0^2 = \frac{m_0^2 \beta^2 c^4}{1-\beta^2} = p^2 \cdot c^2$, wenn $\bar{p}$ der gegen $\hat{A}$ invariante Impuls ist. Andererseits ist $E^2 - E_0^2 = \varepsilon^2$ und daher $\varepsilon = p \cdot c$ eine Energie, für welche die Quantisierung $\varepsilon = h\gamma = h \cdot c/\lambda$ gelten muß, wenn λ eine Wellenlänge ist. Vergleich ergibt

$$p\,\lambda = h \qquad \ldots\ldots\ldots\

Dieser Zusammenhang ist gegen $\hat{A}$ invariant; denn es ist $\lambda = \lambda_0 \sqrt{1-\beta^2}$ und $p = p_0 (1-\beta^2)^{-1/2}$, was zur Invarianz $p \lambda = p_0 \lambda_0$ führt. Gleichung 33 gilt grundsätzlich für alle Materiefeldquanten, unabhängig davon, ob es sich um ruhende Quanten handelt, welche mit $v < c$ fortschreiten oder um Photonen, für die $v = c$ gilt. Wegen $E = m \cdot c^2$ und $E = h \gamma$ muß auch die elektromagnetische Strahlung träge Masse haben, welche quantisiert ist und diese mit c fortschreitende Materiefeldquanten sind Photonen. Gleichung 33 verknüpft zwei Größen durch h miteinander die zwei ganz verschiedene Auffassungen über die Materiefeldquanten vertreten, nämlich einen Impuls p, der eine korpuskulare Beschreibung der Quanten gestattet und eine Wellenlänge λ, welche die Beschreibung als Wellenfeld ermöglicht. Es gibt daher einen Dualismus zwischen dem Korpuskular- und dem Wellenbild der Quanten, derart, daß beide Beschreibungsmöglichkeiten zulässig sind. Doch muß jede der anderen Rechnung tragen, so daß Korrekturen anzubringen sind. Nach 33 gilt also für die implizite empirische Beziehung $Q(p, \lambda) = p \cdot \lambda - h$. Zunächst soll eine korpuskulare Quantenbeschreibung durchgeführt werden. In einem quantenhaften Potentialfeld sollen sich $1 \leq i \leq N$ als Korpuskeln aufgefaßte Feldquanten periodisch, aber nicht notwendigerweise harmonisch bewegen, so daß dieses System N Freiheitsgrade hat. Die Grundfrequenzen seien γ_i und τ_i die zugehörigen ganzzahligen Vielfachen der Oberschwingungen, so daß sich als nichtquantisierte Superpositionsfrequenz $\mu_\tau = \sum_{i=1}^{N} \tau_i \gamma_i$ ergibt. Die $\gamma_i(E)$ hängen von bestimmten Energiestufen ab; denn es gilt die Quantisierung $\varepsilon = h \gamma$ der Energie. Die γ_i sind aber Frequenzen, welche Übergängen von Energieniveaus im Potentialfeld entsprechen und diese Niveauübergänge müssen quantisiert sein. Sind n_i die zu jedem Freiheitsgrad gehörenden ganzen Zahlen der Quantisierung, so gilt für einen solchen Übergang unter Berücksichtigung der Energiequantisierung $h \gamma_i = E(n_i)_1^N - E(n_i - \tau_i)_1^N = \partial E / \partial n_i$. Andererseits ist $h n_i = \oint p_i \, d x_i = \phi_i$, also $h \partial n_i = \partial \phi_i$, was $\gamma_i = 1/h \, \partial E / \partial n_i = \partial E / \partial \phi_i$ und somit für die quantenhafte Frequenzsuperposition $\gamma_\tau = \Lambda_\tau ; E$ mit $\Lambda_\tau = \sum_{i=1}^{N} \tau_i \partial / \partial \phi_i$ zur Folge hat. Aus der kontinuierlichen Frequenzsuperposition μ_τ wird durch $\gamma_\tau = \mu_\tau$ ein diskretes Frequenzsystem in Folge der

Quantisierung ausgewählt, so daß der Operator Λ_τ ein Prinzip der durchgehenden Korrespondenz zwischen dem kontinuierlichen und quantisierten Verhalten von Materiefeldquanten beschreibt. Das durch Λ_τ beschriebene Gesetz ist, wegen des Differentialcharakters nur eine Näherung; denn tatsächlich handelt es sich bei Quantenphänomenen stets um zahlentheoretische Funktionen ganzzahliger Indizes, so daß, wenn $M = M(n,l)$ eine solche quantenhafte Funktion ist und für die Quantenzahlen $1 \leq n \leq P$ beziehungsweise $1 \leq l \leq Q$ gilt, eine Matrixdarstellung $\hat{M} = (M_{n,l})_{PQ}$ vom Rechteckstyp $P \cdot Q$ möglich wird. Diese Darstellung $\hat{M}$ wiederum gestattet eine Analyse darüber, ob die $M_{n,l}$ stationäre Terme beschreiben, die real existieren oder ob die $M_{n,l}$ Übergamgsgrößen zwischen zwei Termen darstellen. Wenn nämlich das invariante Säkularpolynom $| M - \lambda E |_{PQ} = o$ der charakteristischen Gleichung $\hat{M} - \lambda \hat{E} = \hat{o}$ existiert, so sind die Lösungen λ_n Eigenwerte, welche für $\hat{M}$ die Diagonalform $\hat{\lambda} = (\delta_{n,l}\, \lambda_n)_{PQ}$ dieser Eigenwerte ermöglicht.

Die λ_n als Elemente von $\hat{\lambda}$ kennzeichnen aber die stationären Terme, so daß $\lambda \neq \hat{o}$ immer bedeutet, daß die zu $\hat{M}$ zusammengefaßten Größen immer stationäre Quantenterme beschreiben, während $\hat{\lambda} = \hat{o}$ diese Größen als Übergangsgrößen zwischen den Termen kennzeichnen. Die Voraussetzung für $\hat{\lambda} \neq \hat{o}$ ist das hermitesche Verhalten $\hat{M} = \hat{M}^\times$ und für $\hat{\lambda} = \hat{o}$ das antihermitesche Verhalten $\hat{M} = -\hat{M}^\times$. Die Momentanelongation $x(t)$ eines im Potentialfeld periodisch unharmonisch schwingenden Materiefeldquants kann komplex mit $\omega = 2\pi\gamma$ als Fourierreihe $x(t) = \sum_\tau a_\tau\, e^{i\tau\omega t}$ der Oberschwingungen τ dargestellt werden, wobei die Amplitudensymmetrie $a_{-\tau} = a_\tau^\times$ gelten muß. Die Übertragung in die quantenhaften Verhältnisse erfolgt, wenn σ ebenfalls eine Oberschwingung kennzeichnet $\sigma\omega + (\tau - \sigma)\omega \to \omega_{n,n-\sigma} + \omega_{n-\sigma,n\tau} = \omega_{nk} + \omega_{kl} = \omega_{n,l}$ wegen $\omega_{ik} \sim E_i - E_k$, das heißt, die $\omega_{n,l}$ verhalten sich wie die Elemente von $\hat{\omega} = -\hat{\omega}^\times$ was die $\omega_{n,l}$ tatsächlich als Übergangsgrößen charakterisiert. Entsprechend gilt $a_\tau \to a_{n,l}$ mit $\hat{a} = \hat{a}^\times$, was $x(t) = \sum_{n,l} a_{nl}\, e^{i\omega_{nl}t}$ mit der Symmetrieeigenschaft

$i\,(-\omega_{n,l}\cdot a_{n,l}) = (i\,\omega_{n,l}\,a_{nl})^{\times}$ und aus dieser Darstellung folgt, daß es auch $\hat{x}$ und $\hat{\dot{x}}$ geben muß; denn für $\dot{x}$ folgt $\dot{x} = i \sum_{n,l} a_{n,l}\,\omega_{n,l}\,e^{i\omega_{n,l}\,t}$, wofür die Gesetze der nicht-kommutativen Matrizenmultiplikation gelten. Das Korrespondenzprinzip wird durch $\phi = \oint p\,d\,q$ bestimmt. Es ist $\oint p\,d\,q = m \oint \dot{x}\,d\,x = m \int \dot{x}^2\,d\,t$ und $x = \sum_{\tau} a_{\tau}\,e^{i\tau\omega t}$, also $\dot{x}^2 = -\sum_{\tau} e^{i\tau\omega t} \sum_{\sigma} \sigma\,\omega\cdot(\tau-\sigma)\,\omega\,a_{\sigma}\,a_{\tau-\sigma}$. In ϕ eingesetzt folgt, wenn zwischen o und $2\pi/\omega$ (also die Periode) integriert wird, $\phi = m \int_0^{2\pi/\omega} \dot{x}^2\,d\,t = -m \int_0^{2\pi/\omega} \sum_{\tau} \cdot e^{i\tau\omega t} \sum_{\sigma} \sigma\,\omega(\tau-\sigma)\,\omega\,a_{\sigma}\,a_{\tau-\sigma}\,d\,t$. Wird die Integration durchgeführt, so zeigt sich, daß $\tau^2\,\omega$ auftritt, was wegen τ^2 nicht quantisierbar ist, so daß das durch ϕ bestimmte Korrespondenzprinzip nur in Sonderfällen exakt gültig sein kann. Das Korrespondenzprinzip beschreibt die Quanten korpuskular. Bei einer präzisen Formulierung dieses Prinzips muß aber den nach 33 ebenfalls vorhandenen Welleneigenschaften Rechnung getragen werden. Verlaufen die Quantenzahlen n stetig, so gilt $1/2\pi \cdot d\phi/dn = m \sum_{\tau} \tau\,d/dn\,(\tau\,\omega|a_{\tau}|^2)$, worin der Übergang zu den Quantenstufen in der Form $\tau\,d/dn\,(\tau\,\omega|a_{\tau}|^2) \to \omega_{n+\tau,n}\,|a_{n+\tau,n}|^2 - \omega_{n,n-\tau}\,|a_{n,n-\tau}|^2$ durchgeführt werden kann, und dies sind Matrixelemente. In der Quantenform gilt dann $1/2\pi \cdot \Delta o/\Delta n = m \sum_{\tau} \cdot \left[\omega_{n+\tau,n}\,|a_{n+\tau,n}|^2 - \omega_{n,n-\tau}\,|a_{n,n-\tau}|^2\right]$ für $\tau \neq o$ oder $1/2\pi \cdot \Delta\phi/\Delta n = -2m \sum_{\tau} \omega_{n,n-\tau}\,|a_{n,n-\tau}|^2 = -2m \sum_{k} \omega_{n,k}\,|a_{n,k}|^2$, wegen $\hat{x} = \hat{x}^{\times}$, beziehungsweise $\hat{a} = \hat{a}^{\times}$ und $\hat{\omega} = -\hat{\omega}^{\times}$. Andererseits ist $\phi = n\,h$, also $\Delta\phi/\Delta n = h$ und mit $\hbar = h/2\pi$ schließlich $\hbar = -2m \sum_{k} \omega_{nk}\,|a_{nk}|^2$. Hierin ist $i \cdot m \sum_{n,k} \omega_{n,k}\,a_{n,k} = p$ der Impuls und $\sum_{n,k} a_{n,k} = q$ eine Koordinate. Auf jeden Fall sind p und q auch im generalisierten Fall kanonisch konjugiert. Damit wird $\hbar\,\delta_{n,l} = i \sum_{k} \left[p_{n,k}\,q_{k,l} - q_{n,k}\,p_{k,l}\right]$ und diese Elemente können zu einer Matrix zusammengefaßt werden, wenn $\hat{p}$ und $\hat{q}$ die Matrizen der kanonischen konjugierten Größen von Impuls und Ort sind. Es ist $\hbar\,\hat{E} = i\,(\hat{p}\cdot\hat{q} - \hat{q}\cdot\hat{p}) = i\,(\hat{p} \times \hat{q})$, wodurch Ver-

tauschungsrelationen kanonisch konjugierter Größen gegeben sind, die das Korrespondenzprinzip präzis formulieren. Stets muß $\hat{p} \neq \hat{q}$ sein; denn anderenfalls gilt für den Kommutator $(\hat{p} \times \hat{q})_- = (\hat{p} \times \hat{p})_- = \hat{o}$, so daß für den Fall eines Freiheitsgrades die Beziehung durch $i\,(\hat{p} \times \hat{q})_- = \hbar\,\hat{E}\,(1 - \delta_{pq})$ zu ergänzen ist. Gibt es $1 \leq k, l \leq N$ Freiheitsgrade, so kommutieren immer $\hat{p}$ und $\hat{q}$ für verschiedene Freiheitsgrade, also $(\hat{p}_k \times \hat{q}_l)_- = \hat{o}$, während für $k = l$ keine Kommutation vorliegt, so daß $(p_k\ q_l)_- \sim \sim \delta_{k,l}$ oder $i\,(\hat{p}_k \times \hat{q}_l)_- = \hbar \cdot \hat{E}\,\delta_{k,l}\,(1 - \delta_{pq})$ gesetzt werden kann. Und dies wiederum sind die Elemente einer quadratischen Stufenmatrix vom Typ N, so daß das Korrespondenzprinzip als Korpuskularbeschreibung der Quanten unter Berücksichtigung der Welleneigenschaften für N Freiheitsgrade die allgemeine Form

$$i \cdot \left((\hat{p}_k \times \hat{q}_l)_- \right)_N = \hbar\,(\delta_{kl}\ \hat{E})_N \cdot (1 - \delta_{pd}), \quad \hbar = h/2\pi \quad \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 34$$

einer Stufenmatrix annimmt.

Nach 33 muß auch eine Wellenbeschreibung der Quanten möglich sein, welche durch die ebenfalls vorhandenen Korpuskulareigenschaften zu korregieren wäre, so daß eine zu 34 analoge korpuskular korrigierte Wellenbeschreibung entsteht. Wird ein Materiefeldquant als Welle aufgefaßt, so muß man, wegen seiner räumlichen Begrenzung zunächst annehmen, daß dieses Quant infolge einer Fourieranalyse als Schwebung harmonischer unbegrenzter Wellenzüge aufzufassen ist und, daß die eventuelle Relativgeschwindigkeit $\bar{v}$ des Quants die Modulationsgeschwindigkeit der Schwebung ist. Für die harmonische unbegrenzte Schwingung kann der komplexe Ansatz

$$\psi_q = a_q \cdot e^{i(\omega t - \bar{q}\,\bar{r} - \alpha_q)}$$

gemacht werden, worin $\bar{q}$ der Wellenzahlvektor ist. $\bar{q}$ und der Ortsvektor $\bar{r}$ sind komplementär; denn je schärfer $\bar{r}$ bekannt ist, um so breiter wird das Wellenzahlenband und umgekehrt. α_q ist eine Phasenkonstante. Der Gesamtzustand der Schwebung ψ, der das Quant beschreibt, ist dann das Ergebnis einer Superposition aller ψ_q, gemäß $\psi = \sum_q \psi_q$, wobei über das ganze Wellenzahlenband zu superponieren ist. Es liegt offenbar immer dann ein Quant mit korpuskularen Eigenschaften vor, welches mit $o \leq v < c$ fortschreitet, wenn die Superposition

nur ein Hauptmaximum liefert. Ist λ eine Wellenlänge, so folgt aus $\omega = 2\pi\gamma = 2\pi c/\lambda = q c$ und $\varepsilon = \hbar\omega = \hbar q c$ im Vergleich mit $\varepsilon = p c$ die Impulsquantisierung $\bar{p} = \hbar \bar{q}$. Andererseits ist $\bar{p} = m \bar{v}$, so daß sich $\bar{q} = \varkappa \bar{v}$ ergibt. Eingesetzt folgt also $\bar{p} = \hbar \bar{q} = \hbar \varkappa \bar{v}$, also $m = \hbar \varkappa$. Es gelten daher die Quantisierungen $E = \hbar\omega$, $\bar{p} = \hbar \bar{q}$ und $m = \hbar \varkappa$ und außerdem $\bar{q} = \varkappa \bar{v}$. Nun ist aber $\bar{v}$ die Modulationsgeschwindigkeit der Schwebung, die mit der Gruppengeschwindigkeit des Zustandes ψ identisch ist. Während für die Phasengeschwindigkeit $u = \omega/q$ gilt, folgt $v = d\omega/dq$, oder wegen $q = \varkappa v$ auch $d\omega/dq = q/\varkappa$, was integriert $\omega - \omega_0 = q^2/2\varkappa$ liefert. Im Sonderfall des elektromagnetischen Wellenfeldes kann $\psi \approx \phi$ mit dem Skalarpotential identifiziert werden; denn wegen $E = m c^2$ ist ϕ ein Sonderfall des allgemeinen Materiefeldes ψ. Für die Wellengleichung gilt in diesem Sonderfall $\mathrm{div}_4\, \mathrm{grad}_4\, \phi = o$ mit $x_4 = i c t$, was mit dem komplexharmonischen Ansatz $\phi = a\, e^{-i(\omega t - \bar{q}\bar{r})}$ tatsächlich $\omega/c - q = o$ liefert, woraus $q = 2\pi/\lambda$ folgt, was wirklich der Wellenzahl eines elektromagnetischen Wellenfeldes nach den Regeln der Optik entspricht. Für das allgemeine Materiefeld ψ gilt aber, wenn $\omega_0 = o$ gesetzt wird, der Zusammenhang $2\varkappa\omega - q^2 = o$. Da $\mathrm{div}_4\, \mathrm{grad}_4\, \phi = o$ ein Sonderfall von ψ ist, muß der Operator so abgeändert werden, daß $2\varkappa\omega - q^2 = o$ aus seiner Anwendung auf ψ entsteht. Setzt man statt $\mathrm{div}_4\, \mathrm{grad}_4\, \phi = o$ des elektromagnetischen Feldes $2i\varkappa\dot{\psi} + \mathrm{div}\,\mathrm{grad}\,\psi = o$, so wird tatsächlich $o = 2i\varkappa\dot{\psi} + \mathrm{div}\,\mathrm{grad}\,\psi = (2\varkappa\omega - q^2)\cdot\psi$ oder $2\varkappa\omega - q^2 = o$, so daß $2i\varkappa\dot{\psi} + \mathrm{div}\,\mathrm{grad}\,\psi = o$ tatsächlich die Erweiterung von $\mathrm{div}_4\, \mathrm{grad}_4\, \phi = o$ ist. Offenbar ist $-i\omega\psi = \dot{\psi}$ und $\varepsilon\psi = \hbar\omega\psi = -\hbar/i\,\dot{\psi} = i\hbar\dot{\psi} = \varepsilon$; ψ mit dem Energieoperator $\varepsilon = i\hbar\cdot\partial/\partial t$. Entsprechend folgt $i\bar{q}\psi = \mathrm{grad}\,\psi$ und $\bar{p}\psi = \hbar\bar{q}\psi = \hbar/i\,\mathrm{grad}\,\psi = -i\hbar\,\mathrm{grad}\,\psi = P$; ψ mit dem Impulsoperator $P = -i\hbar\,\mathrm{grad}$. Für Energie und Impuls gelten also diese beiden Operatoren, welche als Quantisierungsvorschriften dieser Größen aufgefaßt werden können. Mit $m = \hbar\varkappa$, also $2\varkappa = 2m/\hbar$ wird aus der korrigierten Wellengleichung $i\dot{\psi} + \hbar/2m\,\mathrm{div}\,\mathrm{grad}\,\psi = 0$ oder $i\hbar\dot{\psi} + \hbar^2/2m\,\mathrm{div}\,\mathrm{grad}\,\psi = o$. Nun ist wegen $P = -i\hbar\,\mathrm{grad}$ stets $-\hbar^2\,\mathrm{div}\,\mathrm{grad} = P^2$, so daß sich mit den beiden Operatoren für die Wellengleichung $(\varepsilon - P^2/2m)\,\psi = o$

und wegen $P^2 ; \psi = p^2 \cdot \psi$ der Energiesatz $E - p^2/2m = o$ ergibt. Mit $p = m \cdot v$ wird $E = m/2\, v^2$, woraus folgt, daß ε ein Operator der kinetischen Energie ist. Wird der Wellenoperator in der Form $\partial/\partial t - i/2\varkappa$ div grad auf das Produkt $\psi \cdot \psi^*$ angewendet und wird $- i/2\varkappa(- \psi$ grad $\psi^* + \psi^*$ grad $\psi) = \bar{J}$, so folgt $o = (\partial/\partial t - i/2\varkappa$ div grad$) ; \psi\psi^* = \partial/\partial t\ (\psi\psi^*) +$ $+$ div $\bar{J}$ und dies ist die Kontinuitätsgleichung für eine Dichte $\sigma \sim \psi\psi^*$ wenn $\bar{J}$ dem Strömungsvektor dieser Dichte proportional ist. $\psi\psi^*$ muß somit ein Maß für die Intensität der Materiewellen, also für die Materiedichte selbst sein. Der Operator ε müßte an sich Energieterme beschreiben, die einen konstanten Energieinhalt entsprechen. Aus der Wellengleichung ergab sich aber $\varepsilon ; \psi =$ $= m/2\ v^2\ \psi$, so daß die Wellengleichung noch zu erweitern wäre. Ist U das Potential irgendeines ponderomotorischen Feldes, welches auf die Materiewelle einwirkt, so muß für $v \ll c$ der Energiesatz in der Form $m/2\ v^2 + U = E = $ const oder $E - U -$ $- p^2/2m = o$ gelten. Mit $E \cdot \psi = \varepsilon ; \psi$ und $p\psi = P ; \psi$ wird aus $o = (E - U - p^2/2m)\psi = i\hbar\ \dot{\psi} - U\psi + \hbar^2/2m \cdot$ $\cdot$ div grad ψ, was eine mit $U \neq o$ korrigierte Wellenglei - chung ist, welche eine Darstellung des Wellenbildes der Materiefeld quanten ist. Ähnlich wie das Korpuskularbild unanschaulich revi - diert wurde (Gleichung 34) um dem Wellencharakter Rechnung zu tragen, muß dieses Wellenbild revidiert werden, um dem Korpuskular - charakter Rechnung zu tragen. Wegen $\sigma \sim \psi\psi^*$ wird $m \int \psi\psi^*\, d\,V$ die Masse einer über das Integrationsvolumen verteilten Materiewelle. Dieser Welle ist in unanschaulicher Weise aber eine Korpusku - larform zugeordnet, der durch die Normierung $\int \psi\psi^*\, d\,V = 1$ Rechnung getragen werden kann. Diese Normierung sagt aus, daß die Korpuskel auf jeden Fall im Integrationsvolumen vorhanden ist, so daß $\int \psi\psi^*\, d\,V = 1$ einer zur Gewißheit gewordene Wahrschein - lichkeit entspricht, woraus folgt, daß $\psi \cdot \psi^*$ eine Wahrschein - lichkeitsdichte angibt und ψ als Wahrscheinlichkeitsfunktion das Materiefeld beschreibt. Das dem Korpuskularbild entsprechend revi - dierte Wellenbild der Materiefeldquanten wird also durch

$$i\hbar\ \dot{\psi} - U \cdot \psi + \hbar^2/2m \text{ div grad } \psi = o\,,$$
$$\int \psi\psi^*\, d\,V = 1\,,\ o \leq v \ll c \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 34\,a$$

beschrieben. Mit dem Ansatz $\psi = u\ e^{-i\omega t}$ und $\omega = E/\hbar$ geht die Wellengleichung in $E \cdot \psi - U\psi + \hbar^2/2m$ div grad $\psi = o$,

oder nach Elimination des Zeitanteils in die räumliche Form $E\,u = U \cdot u + \hbar^2/2m \operatorname{div}\operatorname{grad} u = 0$ beziehungsweise $C\,;\ u = E\,u$ über , was aber ein Eigenwertproblem des Operators $C = U - \hbar^2/2m \operatorname{div}\operatorname{grad}$ ist. Wenn die Eigenwerte E ein diskretes Punktspektrum E_n bilden, so liegen diskrete Energiestufen im Raum vor und hierfür ist die Voraussetzung $i\hbar\dot{\psi} = E\psi$, denn nur dann ist das Eigenwertproblem für die räumliche Amplitudenfunktion u definiert. Die zu den E_n gehörenden u_n sind die räumlichen Eigenfunktionen. $\int \psi\,\psi^x\,d\,V = 1$ wird in dem Ansatz zu $\int u\,u^x\,d\,V = 1$. Die raumzeitlichen Eigenfunktionen sind damit durch $\psi_n = u_n \exp(-i\,E_n\,t/\hbar)$ gegeben. Die Normierung $\int \psi_n\,\psi_n^x\,d\,V = \int u_n\,u_n^x\,d\,V = 1$ ist evident, doch muß für zwei verschiedene Quantenzahlen $\int \psi_k\,\psi_l^x \cdot d\,V = e^{-i/\hbar\,(E_k - E_l)\,t} \int u_k\,u_l^x\,d\,V$ wegen $E_k - E_l \neq 0$ der Faktor $\int u_k\,u_l^x\,d\,V$ untersucht werden. Für die beiden verschiedenen Quantenzustände $k \neq l$ folgt zunächst nach dem Green'schen Integralsatz $\int_R (u_k \operatorname{div}\operatorname{grad} u_l^x - u_l^x \operatorname{div}\operatorname{grad} u_k)\,d\,V = \oint_O (u_k\,\partial u_l/\partial N - u_l^x\,\partial u_k/\partial N)\,d\,F$, wenn N die nach aussen gerichtete Normale der R umgrenzenden Fläche o ist. Da R, der ein unendlicher Integrationsraum ist, liegt auch o im Unendlichen, woraus $\oint_O (u_k\,\partial u_l^x/\partial N - u_l^x\,\partial u_k/\partial N)\,d\,F = 0$ und $\int_R (u_k \operatorname{div}\operatorname{grad} u_l^x - u_l^x \operatorname{div}\operatorname{grad} u_k)\,d\,V = 0$ folgt. Einsetzen von $\operatorname{div}\operatorname{grad} u = -2m/\hbar^2\,(E - U)\,u$ liefert dann $2m/\hbar^2\,(E_k - E_l) \int u_k\,u_l^x\,d\,V = 0$, was wegen $E_k - E_l \neq 0$ nur durch $\int u_k\,u_l^x\,d\,V = 0$ erfüllt sein kann. Mithin gilt allgemein $\int u_k\,u_l^x\,d\,V = \delta_{kl}$, das heißt, die räumlichen Eigenfunktionen bilden stets ein normiertes Orthogonalsystem, was für die raumzeitlichen Eigenfunktionen seinen Ausdruck in $\int \psi_k\,\psi_l^x\,d\,V = \delta_{kl}\,e^{-i/\hbar\,(E_k - E_l)\,t}$ findet.

Jede Funktion ψ kann gemäß $\psi = \sum_n c_n\,\psi_n$ in eine endliche oder unendliche Fourierreihe harmonischer Glieder ψ_n entwickelt werden. Beschreibt ψ einen physikalischen Zustand, also die Situation eines physikalischen Systems, so muß jeder Zustandsgröße λ ein Operator Γ zugeordnet sein, dessen Wirkung auf ψ diese Zustandsgröße liefert, so daß immer ein Eigenwertproblem

$\Gamma ; \psi = \lambda \psi$ durch den Zustandsoperator Γ definiert ist. Offenbar ist der durch Γ beschriebene Zustand λ immer dann kontinuierlich, wenn das Eigenwertspektrum von Γ kontinuierlich ist, doch existieren Quantenstufen λ_n als zahlentheoretische Funktionen ganzzahliger Indizes (Quantenzahlen), wenn die Eigenwerte λ_n von Γ ein diskretes Punkspektrum bilden. Ein solches Punktspektrum liegt immer für $\Gamma ; \psi_n = \lambda_n \psi_n$ vor, das heißt die ψ_n sind Eigenfunktionen der quantenhaften Zustände λ_n, also des Eigenwertspektrums von Γ, und diese ψ_n müssen die harmonischen Glieder der Reihenentwicklung $\psi = \sum_n c_n \psi_n$ bilden. Zugleich ist $\int \psi_m \psi_n^* \, d V = \delta_{m,n}$, also $\int \psi \psi^* d V = \sum_{m,n} c_m c_n^* \int \psi_m \psi_n^* \, d V = \sum_{m,n} c_m c_n^* \delta_{m,n} = \sum_n c_n \cdot c_n^*$, was mit der Normierung $\int \psi \psi^* d V = 1$ verglichen $\sum_n c_n c_n^* = 1$ liefert, woraus folgt, daß die $c_n c_n^*$ Wahrscheinlichkeiten angeben. Wird $\Gamma ; \psi = \lambda \psi$ mit ψ^* multipliziert und räumlich integriert, so folgt, wenn $\Gamma ; \psi_n = \lambda_n \psi_n$ ein Eigenwertproblem mit diskreten Punktspektren der Eigenwerte beschreibt $\int \psi^* \Gamma ; \psi \, d V = \sum_{m,n} c_m^* c_n \int \psi_m \lambda_n \psi_n \, d V = \sum_{m,n} c_m^* \lambda_n c_n \int \psi_m^* \psi_n \, dV = \sum_{m,n} c_m^* \lambda_n c_n \delta_{m,n} = \sum_n \lambda_n c_n c_n^* = \tilde{\lambda}$, das heißt, die $c_n \cdot c_n^*$ ist die Wahrscheinlichkeit der Quantenstufen λ_n, der durch Γ gegebenen Zustandsgröße λ und $\int \psi^* \Gamma ; \psi d V = \tilde{\lambda}$ ist die mittlere Zustandsgröße, welche als makromare Zustandsgröße erscheint. Wenn die λ_n überhaupt eine physikalische Bedeutung haben sollen, müssen die $\lambda_n = \lambda_n^*$ reell sein. Allgemein gilt für die Zustandsgröße $\lambda = \lambda^*$ und $\tilde{\lambda} = \tilde{\lambda}^*$, also $\tilde{\lambda} - \tilde{\lambda}^* = o$. Nun ist $\int \psi \, (\Gamma ; \psi)^* \, d V = \sum_n \lambda_n^* c_n c_n^* = \tilde{\lambda}^*$, was in $\tilde{\lambda} - \tilde{\lambda}^* = o$ eingesetzt $\int (\psi^* \Gamma ; \psi - \psi (\Gamma ; \psi)^*) dV = o$ als Bedingung für Γ liefert. Wenn also Γ eine reale physikalische Größe beschreiben soll, so muß Γ hermitesch sein. Die Größe ist ferner quantisiert, wenn die Eigenwerte von Γ ein diskretes Punktspektrum bilden. Die Erweiterung des korpuskular korrigierten Wellenbildes ist also zusammengefaßt in

$$\Gamma ; \psi = \lambda \psi, \quad \Gamma ; \psi_n = \lambda_n \psi_n , \quad \psi = \sum_n c_n \psi_n ,$$

$$\tilde{\lambda} = \int \psi^x \Gamma ; \psi \, d V , \quad \tilde{\lambda} = \lambda^x ,$$

$$\int (\psi^x \Gamma ; \psi - \psi (\Gamma ; \psi)^x) \, d V = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 34b$$

und zwar ist diese Erweiterung eine direkte Folge der Normierung. Die Hermitezität von Γ entspricht $\hat{M} = \hat{M}^x$ im Korpuskularbild. Sind die λ_n Energiestufen oder Impulsquanten so wird $\Gamma = \varepsilon$, beziehungsweise $\Gamma = P$ mit dem Energie- oder Impulsoperator

$$\varepsilon = i \hbar \partial / \partial t , \quad P = - i \hbar \, \mathrm{grad} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 34c$$

identisch und diese Operatoren genügen 34 b .

Wenn nach Gleichung 33 die abstrakten Revisionen 34 und 34 a den gleichen Sachverhalt beschreiben, so muß eine abstrakte Synthese zwischen beiden möglich sein. Die Matrixtheorie 34 geht vom Korpuskularbild aus. Gegeben sei ein System mit n Freiheitsgraden, welches unter Vernachlässigung der Quantenphänomene durch den kanonischen Formalismus beschrieben werden kann, das heißt, zu den $1 \leq k \leq n$ generalisierten Koordinaten q_k gehören die n kanonisch konjugierten Impulse p_k und diese 2 n Variablen bestimmen die Funktion $H = H (q_k , p_k)_1^n$, die den Energieinhalt des ganzen Systems angibt. Die q_k und p_k können als Fourierreihen entwickelt und wegen des Quantenphänomenes durch hermitesche Matrizen dargestellt werden, welche wegen der kanonischen Konjugation nach 34 nicht komutativ sein können. $\hat{p}_k = \hat{p}_k^x$ und $\hat{q}_k = \hat{q}_k^x$ gelten, weil es sich um Matrizen physikalisch realer Größen handelt und eine Transformation auf die Diagonalform möglich sein muß. Mithin sind zwei n Matrizen gegeben, die die Funktion H in Matrixformen $\hat{H} = \hat{H} (\hat{p}_k , \hat{q}_k)_1^n$ ermöglichen, doch muß auch $\hat{H} = \hat{H}^x$ sein, was wegen des nichtverschwindenden Komutators der Argumente eine bestimmte Reihenfolge der Argumentmatrizen voraussetzt. Wegen $\hat{H} = \hat{H}^x$ muß für $\hat{H}$ das invariante Säkularpolynom der charakteristischen Gleichung , oder aber eine Unitärtransformation $\hat{S} \cdot \hat{S}^x = \hat{E}$ existieren, welche $\hat{H}$ gemäß $\hat{S} \hat{H} \cdot \hat{S}^{-1} = \hat{W}$ in das Diagonalschema $\hat{W}$ transformiert, das nur noch die stationären Energietherme enthält. Nach dem kanonischen Formalismus gilt

für den Energieinhalt des Systems $H = \sum_{k=1}^{n} p_k^2/2m_k + U(q_k)_1^n$. Wegen $p_k \cdot \psi = P_k ; \psi$ wird auch H zum Funktionaloperator, nämlich $H = U - \hbar^2/2 \sum_{k=1}^{n} 1/m_k \, (\text{div grad})_k$. Anderer - seits ist $H\psi = \varepsilon ; \psi = \lambda \psi$, wenn die λ - Werte Eigenwerte des Energieoperators ε sind, so daß die aus dem kanonischen Formalismus hervorgehende Wellengleichung zum energetischen Eigenwertproblem $H ; \psi = \lambda \psi$ mit $H = U(q_k)_1^n$ - $- \hbar^2/2 \sum_{k=1}^{n} 1/m_k \, (\text{div grad})_k$ wird. Die Eigenwerte λ sind sowohl im Strecken- als auch im Punktspektrum Parameter des quantenhaften Systems, zu denen die entsprechenden Eigenfunktionen gehören, welche ein normiertes Orthogonalsystem bilden. Bei der Korpuskularbeschreibung eines quantenhaften Systems mit n Freiheitsgraden kommt es darauf an, $2n$ kanonisch konjugierte Matrizen $\hat{p}_k' = \hat{p}_k'^{x}$ und $\hat{q}_k' = \hat{q}_k'^{x}$ mit $1 \leq k \leq n$ zu finden, die $i\,((\hat{p}_k' \times \hat{q}_k'^{x}) -)_n = \hbar \cdot (\delta_{kl}\,\hat{E})_n \, (1 - \delta_{pq})$ genügen und mit der UnitäRtransformation $\hat{S} \cdot \hat{S}^{x} = \hat{E}$ in die Diagonalform gebracht werden können. Wegen des unutären Charakters muß $\hat{S}$ mit der Kontragredienten identisch sein, das heißt , die Inverse muß eindeutig definiert sein, was $\hat{S} = \hat{o}$ ausschließt. Aus den $2n$ Matrizen ist $\hat{H}(\hat{p}_k, \hat{q}_k)_1^n = \hat{H}^{x}$ so aufzubauen , daß $\hat{S}$ eine unitäre Simultantransformation $\hat{H}(\hat{S}^{-1}\,\hat{p}_k' \cdot \hat{S} , \hat{S}^{-1}\,q_k' \cdot S)_1^n = \hat{S}^{-1}\,\hat{H} \cdot \hat{S} = \hat{W}(\hat{p}_k, \hat{q}_k)_1^n$ auf eine Diagonalform $W_{il} = W_i \delta_{il}$ leistet, wenn $\hat{S}^{-1}\,(\hat{p}', \hat{q}') \cdot \hat{S} = (\hat{p}, \hat{q})$ ebenfalls Diagonalformen sind. Aus $\hat{S}^{-1}\,\hat{H}\,\hat{S} = \hat{W}$ wird $\hat{H} \cdot \hat{S} = \hat{S} \cdot \hat{W}$ oder $\sum_{l=1}^{n} H_{kl} \cdot S_{ls} = W_s \cdot S_{sk}$. Ist $\vec{x}$ irgendein n - dimensionaler Vektor und bezeichnet λ irgendein Diagonalelement W_s , so kann die Transformation auch in der Form $\sum_{l=1}^{n} H_{kl}\, x_l = \lambda x_k$ geschrieben werden und dies ist ein Eigenwertproblem, welches ein Äquivalent zur charakteristischen Gleichung $\hat{H} - \lambda \hat{E} = \hat{o}$ bildet. Bei der Beschreibung im Wellenbild wirkt ein Funktionaloperator $H = H(q_k, \hbar \partial/\partial q_k)_1^n$ auf eine über dem n - dimensionalen Argumentbereich q_k (Zustands - raum) definierte Zustandsfunktion $\psi(q_k)_1^n$ derart, daß mit dem Eigenwertparameter ein Eigenwertproblem $H ; \psi = \lambda \psi$ defi -

niert worden ist. Die ψ sind im kontinuierlichen Zustandsraum Ω vom Volumenelement $d\,V = \prod_{k=1}^{n} d\,q_k$ definiert, während die $x_k = x(k)$ als zahlentheoretische Funktionen der n ganzzahligen Indizes aufgefaßt werden können und somit in einem diskontinuierlichen R Z definiert sind. Im Ω - Raum sind dann die $x(k)$ Punkte, so daß nicht einfach ein Uebergang von $\sum_{l=1}^{n} H_{kl}\, x_l = \lambda\, x_k$ nach $H\,;\ \psi = \lambda\,\psi$ durch einen Übergang vom Z - Raum in den Ω - Raum in Form einer metrischen Transformation möglich wird. Wegen 33 beschreiben aber beide Eigenwertprobleme den gleichen Sachverhalt, so daß im Limes der Übergang $x \to \psi$ durchführbar erscheint. Dann wird

$$\lim_{x \to \psi} \sum_{l=1}^{n} (\,)\, x_l = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} (\,) \prod_{k=1}^{n} d\,q_k = \int_{\Omega} (\,)\, d\,V$$

und $\lim_{x \to \psi} H_{kl} = H\,(q_k\,,\ q_k')_1^n$, wobei die 2 n Variablen q_k und q_k' den Ω - Raum durchlaufen. Damit wird $\lim_{x \to \psi} \sum_{l=1}^{n} H_{kl} x_l = \int_{\Omega} H\,(q_k\,,\ q_k')_1^n\, \psi\,(q_k')_1^n\, d\,V'$ mit $d\,V' = \prod_{k=1}^{n} d\,q_k'$ und $\lim_{x \to \psi} x = \psi\,(q_k)_1^n$, was für das Eigenwertproblem der Matrixtheorie das Eigenwertproblem eines Integraloperators

$$\int_{\Omega} H\,(q_k\,,\ q_k')_1^n\, \psi\,(q_k')_1^n\, d\,V' = \lambda\, \psi\,(q_k)_1^n$$

zur Folge hat. Entsprechend wird aus $H\,;\ \psi = \lambda\,\psi$ des Wellenbildes, wenn $H\,(q_k\,,\ q_k')_1^n$ der Kern eines Integraloperators ist, die Beziehung $H\,;\ \psi\,(q_k)_1^n = \int_{\Omega} H\,(q_k\,,\ q_k')_1^n\, \psi\,(q_k')_1^n \cdot d\,V'$. Mit $\delta\,(q) = o$ für $q \neq o$ und $\delta\,(o) = 1$ kann der n - dimensionale Integraleinheitsoperator $E_{(n)} = \int_{\Omega} \prod_{k=1}^{n} \delta\,(q_k - q_k')\, \cdot\, (\,)\, d\,V'$ mit dem Kern $\prod_{k=1}^{n} \delta\,(q_k - q_k')$ definiert werden, mit dessen Hilfe der Operatorkern H des den Differentialpperator H darstellenden Integraloperators in der Form $H\,(q_k\,,\ q_k')_1^n = H\,;\ \prod_{k=1}^{n} \delta\,(q_k - q_k')$ dargestellt werden. Damit nimmt auch das Eigenwertproblem des Wellenbildes die $\int_{\Omega} H\,(q_k\,,\ q_k')_1^n \cdot \psi\,(q_k')_1^n\, d\,V' = \lambda\, \psi\,(q_k)_1^n$ völlig analoge Form

$$\int_{\Omega} H\,;\ \prod_{k=1}^{n} \delta\,(q_k - q_k')\, \cdot\, \psi\,(q_k')_1^n \cdot d\,V' = \lambda\, \psi\,(q_k)_1^n \text{ an.}$$

Auf diese Weise wurde mit Hilfe der Integraloperatoren das matrizenhafte Eigenwertproblem des Korpuskularbildes und das, durch einen differentiellen Funktionaloperator definierte des Wellenbildes in die formal gleiche Fassung gebracht. Eine Synthese zwischen Korpuskular- und Wellenbild wurde auf diese Weise angedeutet, doch wurde sie noch nicht vollzogen, weil der Operatorkern H den fingierten Kern des Einheitsoperators enthält. Die aus den $x(k)$ gebildeten Funktionen F_Z sind im diskontinuierlichen Z - Raum der ganzzahligen Indizes und die aus den ψ gebildeten Funktionen F_Ω im n-dimensionalen Ω - Kontinuum definiert. Es kommt nicht darauf an, eine metrische Transformation zwischen dem Z - und Ω - Raum zu finden. Vielmehr sollen Zusammenhänge zwischen den Funktionenmannigfaltigkeiten F_Z und F_Ω aufgefunden werden. Für die F_Ω im Ω - Kontinuum muß, mindestens $\int_\Omega \psi\,\psi^x\,dV < \infty$ gefordert werden, weil nur bei dieser Konvergenz die Normierung $\int_\Omega \psi\,\psi^x dV = 1$ möglich wird, nach welcher erst die F_Ω zu physikalischen Aussagen fähig werden. Es liegt nahe, auch für die F_Z eine ähnliche Konvergenz $\sum_{l=1}^{n} x_l^2 < \infty$ zu fordern, bei welcher $x_1 = o$ ausgeschlossen wird, weil zu $\hat{S}$ die eindeutig Inverse existieren soll. Gilt aber diese Konvergenz der F_Z, so kann auch in der Form $\sum_{l=1}^{n} x_l^2 = 1$ normiert werden und der Zusammenhang zwischen den F_Z und F_Ω wird durch die Limesrelation $\lim_{x} \sum_{l=1}^{n} x_l^2 = \int_\Omega \psi\,\psi^x\,dV = 1$ evident. Hieraus folgt aber, daß die beiden n - dimensionalen Räume Z und Ω nur Trägerräume von zwei unendlichen Funktionenmannigfaltigkeiten F_Z und F_Ω sind, welche ihrerseits wegen der Konvergenz nur Teilmannigfaltigkeiten ein und denselben abstrakten Funktionenmannigfaltigkeit φ sind. Immer dann wenn also über einen n - dimensionalen Trägerraum eine Funktionenmannigfaltigkeit $\varphi = \varphi\,(q_k)_1^n$ definiert ist, wobei die Koordinaten q_k des Trägerraumes generalisiert sein können und wenn die Normierung $\int_\Omega \varphi \cdot \varphi^x\,dV = 1$ mit dem Element $dV = \prod_{k=1}^{n} dq_k$ des Trägerraumes Ω möglich wird, gehört die Mannigfaltigkeit φ zu dem allgemeinen abstrakten Funktionenraum. Wenn darüberhinaus ein hermitescher Funktionaloperator auf diese Funktionen einwirkt und ein Eigenwertproblem definiert, so kann dieser Operator stets als Zustandsoperator die Funktion als Eigenfunktion des betreffenden

Zustandes und das Eigenwertspektrum als Spektrum der Quantenstufen aufgefaßt werden, wodurch irgendeine quantenhafte Situation eines Systems vollständig beschrieben wird. Die Sysnthese beider Revisionen im abstrakten Funktionenraumewird also ausgedrückt durch

$$\int_{\Omega} \varphi\ \varphi^{x}\, d\,V = 1\,,\quad d\,V = \prod_{k=1}^{n} d\,q_k\,,\quad \Gamma\ ;\ \varphi = \lambda\,\varphi\,,$$

$$\int_{\Omega} (\varphi^{x}\,\Gamma\ ;\ \varphi - \varphi\ (\Gamma\ ;\ \varphi\ )^{x})\ d\,V = o \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ 35,$$

wenn Ω der n - dimensionale, generalisierte Trägerraum der Mannigfaltigkeit φ des abstrakten Funktionenraumes ist. Die Quantisierungsvorschrift läuft also auf folgendes hinaus : Sind die Operatoren von zwei kanonisch konjugierten Größen gegeben, so ist zunächst nach 35 die Hermitezität der Operatoren festzustellen und für die Zustandsfunktion φ ist der Nachweis zu führen, daß sie zum abstrakten Funktionenraum gehört, also daß die Konvergenz $\int_{\Omega} \varphi\ \varphi^{x}\ d\ V < \infty$ existiert. Danach sind die Eigenwerte der Operatoren zu bestimmen,die ihrerseits Punktspektren bilden müssen und in die Diagonalelemente von Matrizen eingesetzt, haben diese Diagonalmatrizen kanonisch konjugierte Eigenwerte dem System 34 zu genügen, womit die Quantisierung durchgeführt worden ist. Wenn aber die Eigenwertmatrizen 34 genügen, müssen auch die kanonisch konjugierten Operatoren, welche die Matrizenelemente erst erzeugen, den gleichen Relationen genügen. Mithin kann das Quantisierungsverfahren auf eine Analyse kanonisch konjugierter Operatoren reduziert werden. Ist Q_k der Operator irgendeines Feldes und P_i derjenige eines kanonisch konjugierten und sind p_i beziehungsweise q_k die Zugehörigen Eigenwerte, so ist das betreffende Feld quantisiert, wenn die kanonisch konjugierten Operatoren den Bedingungen entsprechen

$$\int_{\Omega} (\varphi^{x}(P_i\ Q_k)\ ;\ \varphi - \varphi\ (P_i^{x}\ ,\ Q_k^{x})\ ;\ \varphi^{x})\ d\ V = o,$$

$$i\ (P_i \times Q_k)_{-} = \hbar\ \delta_{ik}\ (1 - \delta_{PQ})\,,\ (P_i\ ,\ Q_k)\ ;\ \varphi =$$

$$= (p_i\ q_k)\ \varphi\ ,\ \int_{\Omega} \varphi\ \varphi^{x}\ d\ V < \infty \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ 35a,$$

woraus auch die Quantenstufen der Zustandsgrößen ermittelt werden können. Die Wellengleichung 34 a gilt nur für $o \leq \beta \ll 1$, also für nichtrelativistische Geschwindigkeiten und kann daher nicht gegen die unitäre raumzeitliche Transformation $\hat{A}\ \hat{A}^{x} = \hat{E}$

invariant sein. Nach 35 definiert jeder Operator ein quantenhaftes Eigenwertproblem, wenn er im abstrakten Funktionenraum wirkt und hermitesch ist, so daß es naheliegt ein möglichst universelles, gegen A invariantes Gesetz so umzuformen, daß mit diesem Gesetz ein 35 genügender Operator definiert werden kann. Es bietet sich das aus dem elektromagnetischen Induktionsgesetz resultierende Äquivalent $E' = m \cdot c^2$ mit $m = m_o (1 - \beta^2)^{-1/2}$ und $E_o = m_o \cdot c^2$ an; denn es gilt $E'^2 - E_o^2 = p^2 c^2$ oder $E'^2 = c^2 \sum_{i=1}^{4} p_i^2$, wenn $p^2 = \sum_{i=1}^{3} p_i^2$ und $p_4 = m_o \cdot c$ gilt. Daraus wird

$E' = \pm c \sqrt{\sum_{i=1}^{4} p_i^2}$; doch kann dieser Ausdruck nicht radiziert werden, weil diese Operation nicht über dem zugrundegelegten komplexen algebraischen Körper durchführbar ist. Zur Linearisation hat man also zu einem anderen abstrakten algebraischen Körper überzugehen, dessen Elemente Matrizen $\hat{\alpha}_k$ sind, die so bestimmt werden müssen, daß $\hat{E}$ zu diesem algebraischen Körper gehört und aus der linearisierten Form $\hat{E} \cdot E' = \pm c \sum_{i=1}^{4} \hat{\alpha}_i p_i$ durch Quadratur $E'^2 = c^2 \sum_{i=1}^{4} p_i^2$ wird. Das bedeutet aber, da vier Glieder vorhanden sind, daß die $\hat{\alpha}_i$ mindestens vierreihig und quadratisch sind und dem Antikommutatorgesetz $(\hat{\alpha}_i \times \hat{\alpha}_k)_+ = 2\, \delta_{ik}\, \hat{E}$ oder $((\hat{\alpha}_i \times \hat{\alpha}_k)_+)_4 = 2 (\hat{E} \cdot \delta_{ik})_4 = 2 \hat{E} (\delta_{ik})_4 = 2 \hat{E}^2 = 2 \hat{E}$ genügen müssen. Die Zustandsfunktion muß dann aber auch ein Vektorfeld sein, welches sich aus soviel Komponenten zusammensetzt, wie vom quadratischen Matrizentyp angegeben werden. Mindestens ist also $\bar{\psi} = \sum_{i=1}^{4} \bar{\psi}_i$, doch kann die Zustandsfunktion auch irgendein Tensorfeld sein. Ist U irgendein Potential, so gilt $E' = E - U$, wo E der Eigenwertparameter des Operators ε ist, während $\bar{p} = \sum_{k=1}^{3} \bar{p}_k$ derjenige des Impulsoperators P ist. Verwendet man als neuen Operator $\hat{\nabla} = \sum_{i=1}^{3} \hat{\alpha}_i \partial/\partial x_i + i \cdot \hat{\alpha}_4 m_o c/\hbar$, so folgt für den Operatorzusammenhang $1/c\, (\partial/\partial t + i\, U/\hbar)\, \hat{E} \pm \hat{\nabla} = \hat{o}$. Da bei der Quadratur das alte Gesetz wieder resultieren muß, können die Elemente der $\hat{\alpha}_k$ nur die Werte $o\,, \pm 1$ oder $\pm i$ haben. Da außerden noch das Antikommutatorgesetz $((\hat{\alpha}_i \times \hat{\alpha}_k)_+)_4 = 2 \hat{E}$ erfüllt sein muß, ergibt sich für die vier Matrizen

$$\hat{\alpha}_1 = \begin{pmatrix} 0001 \\ 0010 \\ 0100 \\ 1000 \end{pmatrix}, \quad \hat{\alpha}_2 = \begin{pmatrix} 000-i \\ 00i0 \\ 0-i00 \\ i000 \end{pmatrix}, \quad \hat{\alpha}_3 = \begin{pmatrix} 0010 \\ 000-1 \\ 1000 \\ 0-100 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \hat{\alpha}_4 \begin{pmatrix} 1000 \\ 0100 \\ 00-10 \\ 000-1 \end{pmatrix}.$$

Damit nimmt die linearisierte Wellengleichung die Formen an

$$\hat{E}/c \cdot (\partial/\partial t + iU/\hbar) \; ; \; \bar{\psi} \pm \hat{\nabla} \; ; \; \bar{\psi} = \bar{o} \; ,$$

$$\hat{\nabla} = \sum_{k=1}^{3} \hat{\alpha}_k \cdot \partial/\partial x_k + i \, \hat{\alpha}_4 \cdot m_o \, c/\hbar \; ,$$

$$((\hat{\alpha}_i \times \hat{\alpha}_k)_+)_4 = 2 \, \hat{E} \; , \; \bar{\psi} = \sum_{i=1}^{4} \bar{\psi}_i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; 36$$

und diese linearisierte Wellengleichung umfaßt wegen der Zweideutigkeit der Linearisierung $2 \cdot 4 = 8$ Wellengleichungen, die alle gegen die raumzeitlichen Unitärtransformationen $\hat{A}$ invariant sind. Mit $m_o = o$ und $U = o$ wird 36 zu $E/c \; \bar{} \pm \sum_{k=1}^{3} \alpha_k \cdot$

$: \dfrac{\partial \bar{\psi}}{\partial x_k} = \bar{o}$, was für die $\bar{\psi}_i$, da die $\hat{\alpha}_k$ bekannt sind vier zweideutige Komponentengleichungen liefert. Nimmt man im allgemeinen Fall $\bar{\psi} = \bar{D}' + i \, \bar{C}'$ komplex an und bildet man aus den beiden viedimensionalen reellen Vektoren zwei dreidimensionale $\bar{D}$ und $\bar{C}$ und berücksichtigt man weiterhin nur den negativen Zweig, so folgt rot $\bar{C} \sim \dot{\bar{D}}$, rot $\bar{D} \sim - \dot{\bar{C}}$, div $\bar{D} = o$ und div $\bar{C} = o$, was mit $\bar{D} = \bar{E}$ und $\bar{C} = \bar{H}$ das elektromagnetische Induktionsgesetz im Vakuum $\varrho = o$ liefert, aus welchem sich div grad $(\bar{E}, \bar{H}) = 1/c^2 \, \partial^2/\partial t^2 \, (\bar{E}, \bar{H})$ ergibt. Wird die zweite Gleichung mit $i \, R$ multipliziert, zur ersten addiert und $\bar{\varphi} = \bar{E} + i \, \bar{H} \, R$ mit $R = \sqrt{\mu_o/\varepsilon_o}$ eingeführt (Raumwellenwiderstand), so folgt div grad $\bar{\varphi} = \ddot{\bar{\varphi}}/c^2$, was aber die Grundgleichung der Wellenoptik ist, welche wegen ihrer Vektornatur auch Polarisationsphänomene umschließt , im Gegensatz zur Skalargleichung div grad $\psi = \ddot{\psi}/c^2$, die sich aus der gegen $\hat{A}$ invariant gemachten Gleichung 34 a ergibt. Dies bedeutet, daß 36 einen höheren Aussagewert als 34 a hat. 36 kann noch erweitert werden, wenn U zu U' und $\bar{p}$ zu $\bar{p}'$ durch ein elektrostatisches Potential $- V$ und einen elektromagnetischen Strahlungsimpuls $\bar{p}_e$ gemäß $U' = U - V$ und $\bar{p}' = \bar{p} + \bar{p}_e$ ergänzt werden. Mit dem Vektorpotential $\bar{A}'$, welches mit $\bar{H}$ im Zusammenhang $\bar{H} = \text{rot } \bar{A}'$ steht, wird $\bar{p}_e = \mu_o \, \bar{A}' \, q = \mu_o \, \bar{A}$ mit $\bar{A} = q \, \bar{A}'$ und der Ladung q . Gleichung 36 wird unter Berücksichtigung dieser Beziehungen zu

$$\hat{\varepsilon} \; ; \; \bar{\psi} \pm \hat{\Delta} \; ; \; \bar{\psi} = \bar{o} \; , \; \hat{\varepsilon} = \hat{E}/c \; (\partial/\partial t - U/i\hbar + V/i\hbar),$$

$$\hat{\nabla} = \sum_{k=1}^{3} \hat{\alpha}_k \; (\partial/\partial x_k + \mu_o \; A_k/i\hbar) + i \; \hat{\alpha}_4 \; m_o \; c/\hbar \; ..... 36a$$

erweitert. Eine Iteration zweiten Grades von 36 a kann mit $\hat{D} = \hat{\varepsilon} \pm \hat{\nabla}$ durch Bildung von $(\hat{D} \; ; \; \bar{\psi}) (\hat{D} \; ; \; \bar{\psi})^{\times} = \hat{D} \; ; \; \hat{D}^{\times} \; ; \bar{\psi} = \bar{o}$, also durch Bildung des Operators $(\hat{\varepsilon} \pm \hat{\nabla}) \; ; \; (\hat{\varepsilon} \pm \hat{\nabla})^{\times}$ durchgeführt werden, dessen Einwirkung auf $\bar{\psi}$ zum Nullvektor wird. Das Ergebnis dieser Iteration ist dann

$$\hat{E} \; \Big[\operatorname{div}_4 \operatorname{grad}_4 \; \bar{\psi} - \frac{2i\mu_o}{\hbar} \; (\varepsilon_o \; U' \; \dot{\bar{\psi}} - (\bar{A} \; \operatorname{grad}) \; ; \; \bar{\psi}) \mp$$

$$\mp \; 1/\hbar^2 \; (U'^2/c^2 - \mu_o^2 \; A^2 - m_o^2 \; c^2) \cdot \bar{\psi} \Big] \mp$$

$$\mp \; 2\pi/hc \; \hat{\tau} \; \hat{\sigma} \; \operatorname{grad} U \; \bar{\psi} - \frac{8\pi^2 m_o}{h^2} \; \hat{E} \; (E_e + E_m) \; \bar{\psi} = \bar{o} \; ,$$

$$U' = U - V \; , \; E_m = \bar{M}_m \; \bar{H} \; , \; E_e = \bar{M}_e \; \bar{E} \; , \; \bar{M}_m = \bar{M} \; \hat{\sigma} \; ,$$

$$\bar{M}_e = \bar{M}/\mu_o^2 \cdot \hat{\tau} \; \hat{\sigma} \; , \; | \bar{M} | = \frac{\mu_o \; q \; h}{4\pi \; m_o} \; , \; \hat{\sigma} = \sum_{k=1}^{3} \hat{\sigma}_k \; ,$$

$$\hat{\tau} = \prod_{i=1}^{4} \hat{\alpha}_i \; , \; \hat{\sigma}_1 = i \; \hat{\alpha}_3 \; \hat{\alpha}_2 \; , \; \hat{\sigma}_2 = i \; \hat{\alpha}_1 \; \hat{\alpha}_3 \; ,$$

$$\hat{\sigma}_3 = i \; \hat{\alpha}_2 \; \hat{\alpha}_1 \; ..... 36 b.$$

Die $\hat{\sigma}_k$ sind dabei die Spinmatrizen der drei Raumrichtungen, welche zu $\hat{\sigma}$ superponieren. Die ersten Glieder von 36 b sind mit der gegen $\hat{A}$ invarianten Form von 34 a identisch, doch hat 36 b wie auch 36 a einen wesentlich höheren physikalischen Aussagewert. Die Gleichung 36 und 36 b können immer dann als quantenhafte Operatorgleichungen aufgefaßt werden, wenn die Mannigfaltigkeit der komplexen Vektorfunktionen $\bar{\psi} = \sum_{k=1}^{4} \bar{\psi}_k$ zum abstrakten Funktionenraum gehören, das heißt, wenn unter Voraussetzung der Orthogonalität $\bar{\psi}_i \; \bar{\psi}_k \sim \delta_{ik}$ das Produkt $\bar{\psi} \; \bar{\psi}^{\times} = \sum_{k=1}^{4} \psi_k \; \psi'_k$ in der Form $\int \bar{\psi} \; \bar{\psi}^{\times} \; d V = 1$ normiert, also $\bar{\psi} \cdot \bar{\psi}^{\times}$ als Wahrscheinlichkeitsdichte gedeutet werden kann. Hierfür ist zunächst der Nachweis der zeitlichen Konstanz $\bar{\psi} \; \bar{\psi}^{\times} = \text{const } (t)$ notwendig. Die iterierte Form $\hat{D} \; ; \; \hat{D}^{\times} \; ; \; \bar{\psi} = \bar{o}$ liefert vier komplexe Gleichungen $\bar{f} = \bar{o}$, beziehungsweise $f_k = o$ und damit $f_k \; \psi_k^{\times} + f_k^{\times} \; \psi_k = o$ oder

$$\sum_{k=1}^{4} (f_k \psi_k^x + f_k^x \psi_k) = -1/c \; \partial/\partial t \sum_{k=1}^{4} \psi_k \psi_k^x +$$
$$+ \partial/\partial x_1 (\psi_1 \psi_4^x + \psi_4 \psi_1^x + \psi_2 \psi_3^x + \psi_3 \psi_2^x) +$$
$$+ i \; \partial/\partial x_2 (\psi_1 \psi_4^x - \psi_4 \psi_1^x + \psi_3 \psi_2^x + \psi_2 \psi_3^x) +$$
$$+ \partial/\partial x_3 (\psi_1 \psi_3^x + \psi_3 \psi_1^x - \psi_2 \psi_4^x - \psi_4 \psi_2^x) = o,$$

was aber der Kontinuitätsgleichung $\partial/\partial t \; \bar{\psi} \; \bar{\psi}^x + \operatorname{div} \bar{J} = o$ entspricht. Bei der Bildung von $f_k \; k + f_k \; k = o$ aus der iterierten Form kompensieren sich alle Glieder, welche U , V oder $\bar{A}$ oder q enthalten. Integration über den ganzen Konfigurationsraum Ω , also über den Trägerraum der Funktionenmannigfaltigkeit $\bar{\psi}$, liefert $o = \int_{\Omega} (\partial/\partial t \; \bar{\psi} \; \bar{\psi}^x + \operatorname{div} \bar{J}) \, d \, V =$
$= \partial/\partial t \int_{\Omega} \bar{\psi} \; \bar{\psi}^x d \, V + \int_{o} \bar{J} \, d \, \bar{F}$, wenn Θ die Ω umschließende Oberfläche ist. Liegt diese Fläche Θ im Unendlichen, so wird $\int_{\Theta} \bar{J} \cdot d \, \bar{F} = o$ und auch $\partial/\partial t \int_{\Omega} \bar{\psi} \; \bar{\psi}^x dV = o$, während sich $\partial/\partial t \; \bar{\psi} \; \bar{\psi}^x = o$ für $\operatorname{div} \bar{J} = o$, ergibt . Zeitintegration liefert $\int_{\Omega} \bar{\psi} \; \bar{\psi}^x d \, V = \text{const}\,(t) < \infty$, was die Normierung $\int_{\Omega} \bar{\psi} \; \bar{\psi}^x \cdot d \, V = 1$ ermöglicht, woraus folgt, daß $\bar{\psi}$ zum abstrakten Funktionenraum gehört.

Das Äquivalent lo wurde aus dem elektromagnetischen Induktionsgesetz und den mechanischen Begriffsbildungen entwickelt, so daß diese Beziehung bereits eine Verknüpfung des Energiebegriffes mit der allgemeinen Trägheit (m) darstellt, die ein Maß der allgemeinen Gravitation ist. Anwendung des Quantenprinzips auf lo wiederum liefert den Quantendualismus der in letzter Konsequenz die allgemeine Operatorgleichung 36 ergab, die einen höheren Aussagewert als das von ihr implizierte elektromagnetische Induktionsgesetz besitzt. Dies bedeutet aber, daß von den drei Fällen die Ausbreitungsgeschwindigkeit gravitativer Feldstörungen von vornherein $c' \; (\mu) < \infty$ ausfällt, so daß nur noch $c' \to \infty$ und $c' = \text{const} < \infty$ in Erwägung gezogen werden muß, wo aber $c' \to \infty$ als sehr unwahrscheinlich anzusehen ist.

5.) Quantisierte kanonische Feldmechanik.

Alle Naturvorgänge, die sich im Raum und Zeit abspielen, müssen dem Prinzip $\delta \int_{t_1}^{t} s \; \underline{L} \, d \, t = o$ mit $\underline{L} = \int L \, d \, V$ genügen, wonach stets die Aktion minimal bleibt. Ist L bekannt, so

können aus L ein kanonischer Formalismus und damit kanonische Feldgleichungen entwickelt werden, welche den $1 \leq i, k \leq n$ Freiheitsgraden des Systems entsprechend n Feldfunktionen ψ_k mit den zugehörigen kanonisch konjugierten Feldern π_i in Relation setzen. Das energetische Verhalten des Systems wird vollständig durch die Funktion H beschrieben. Diese kanonische Feldmechanik ist quantisierbar, wenn den Größen π_i , ψ_k , H und L hermitesche Operatoren P_i ; $\varphi = \pi_i \cdot \varphi$, Q_k ; $\varphi = \psi_k \varphi$, so wie $\wedge$; $\varphi = L \varphi$ und H ; $\varphi = \lambda \varphi$ zugeordnet werden, die alle den Bedingungen 35 a zu genügen haben. Insbesondere müssen für die kanonisch konjugierten Operatoren P_i und Q_k Vertauschungsrelationen erfüllt sein. Der hermitesche Operator H wiederum kann aus den 2 n kanonisch konjugierten Operatoren und $\wedge$ gemäß $H = \sum_{j=1}^{n} P_j$; $\dot{Q}_j - \wedge$ aufgebaut werden. Die Quantisierung des kanonischen Formalismus wird alsom mit

$$(P_j , Q_j , \wedge , H) ; \varphi = (\pi_j , \psi_j , L , \lambda) \varphi ,$$

$$H = \sum_{j=1}^{n} P_j ; \dot{Q}_j - \wedge \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 37$$

durchgeführt, wenn 35 a verwendet wird. Im Zellenbild $\delta V_{(s)}$ gilt $i (\pi_{(s)j} \quad (s')j')_- = \hbar \delta_{jj} \delta_{ss'}/\delta V_{(s)} (1-\delta_{\pi})$ oder mit $\chi_{(s)j} = \chi_j (V)$ und $\delta_{ss'}/\delta V_{(s)} = \delta (V , V')$ auch $i (\pi_j (V) \times \psi_{j'} (V'))_- = \hbar \delta_{jj'} \delta (V , V') \cdot (1 - \delta_{\pi\psi})$. Beim Übergang zum Feldkontinuum $\delta V_{(s)} \rightarrow o$ wird $\lim_{\delta V_{(s)} \rightarrow o} \delta(V,V') = \delta (V - V')$ und aus $\int \delta (V , V') \cdot d V = 1$ beziehungsweise $\int f \delta (V,V') d V = \tilde{f}$ wird $\int \delta (V-V') d V = 1$ und $\int f (V) \delta (V - V') d V = f (V')$, so daß aus dem Kommutatorgesetz der kanonisch konjugierten Operatoren

$$i (P_j (V) \times Q_{j'} (V'))_- \hbar \delta_{jj'} \cdot \delta (V-V') \cdot (1-\delta_{PQ}) \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 37a$$

wird, wobei $\delta (V-V')$ die räumliche δ- Funktion ist. Voraussetzung für 37 a ist die zeitliche Konstanz der Operatoren. Sind die Q_j

linear von t abhängig, so gilt 37 a für $\dot{Q}_j$ und hieraus kann $H = \sum_{j=1}^{n} P_j \; ; \; \dot{Q}_j - \wedge$ gebildet werden. Wegen der Operatoreigenschaft von H wird $\underline{H} = \int H \; () \; d\,V$ zum Integraloperator, der hermitesch sein muß, was durch Symmetrisierung erreichbar ist. Nach dem kanonischen Formalismus gilt $\dot{q}_j = \partial \underline{H} / \partial p_j$ und $\dot{p}_j = - \partial \underline{H} / \partial q_j$. Andererseits ist aber $\partial \underline{H} / \partial p_j = i/\hbar \; (\underline{H} \quad q_j)_-$ und $- \partial \underline{H} / \partial q_j = i/\hbar \; (\underline{H} \times p_j)_-$, so daß allgemein, wenn ξ irgendein von den 2 n variablen p_i und q_j abhängige Funktion ist, die t nicht explizit enthält, $i \; (\underline{H} \times \xi)_- = \hbar \cdot \dot{\xi}$, oder wenn die ξ Eigenwerte eines Operators ϕ sind, ergibt sich der Operatorzusammenhang

$$i \; (\underline{H} \times \phi)_- = \hbar \; \dot{\phi} \; , \quad \phi = \phi \; (P_j \; , \; Q_j)_1^n \; ,$$

$$\underline{H} = \sum_{j=1}^{n} \int P_j \; ; \; \dot{Q}_j \; ; \; () \; d\,V - \int \wedge \; ; \; () \; d\,V \quad \ldots\ldots 37b,$$

was zusammen mit 37 a und 37 die quantisierten kanonischen Feldgleichungen liefert.

In der nicht quantisierten Theorie ist $\underline{H} = \int H \; d\,V$ der Energieinhalt des gesamten Systems, also $H = d\underline{H}/dV$ die Energiedichte , für welche $dH/dt = o$, also $\dot{H} + \operatorname{div} \bar{S} = o$ mit der Energiesträmung $\bar{S}$ gelten muß. Für $\dot{H}$ folgt wegen $H = \sum_{j=1}^{n} \pi_j \; \dot{\psi}_j - L$ und $\pi_j = \partial L / \partial \dot{\psi}_j$ die Beziehung

$$\partial H / \partial t = \sum_{j=1}^{n} \Big\{ \dot{\psi}_j \; \partial / \partial t \; \partial L / \partial \dot{\psi}_j + \ddot{\psi}_j \cdot \partial L / \partial \dot{\psi}_j -$$

$$- \Big(\dot{\psi}_j \; \partial L / \partial \psi_j + \ddot{\psi}_j \; \partial L / \partial \dot{\psi}_j + \sum_{k=1}^{3} \partial \dot{\psi}_j / \partial x_k \cdot \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi_j}{\partial x_k}} \Big) \Big\}$$

oder mit den Gleichungen der kanonischen Feldmechanik

$$\partial H / \partial t = - \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{3} \Big\{ \dot{\psi}_j \; \partial / \partial x_k \; \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi_j}{\partial x_k}} +$$

$$+ \partial \dot{\psi}_j / \partial x_k \cdot \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi_j}{\partial x_k}} \Big\} = \sum_{k=1}^{3} \partial / \partial x_k \sum_{j=1}^{n} \dot{\psi}_j \; \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi_j}{\partial x_k}} \cdot$$

Somit wird $\dot{H} + \operatorname{div} \bar{S} = 0$ mit $S_k = \sum_{j=1}^{n} \dot{\psi}_j \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi_j}{\partial x_k}}$

erfüllt. Neben H kann eine Impulsdichte $\bar{G} = d\bar{G}/dV$ des Gesamtimpulses $\bar{G}$ definiert werden, für die $\dot{\bar{G}} + \overline{\operatorname{div}}\ {}^2\bar{\tau} = \bar{o}$ mit dem räumlichen Spannungstensor ${}^2\bar{\tau}$ der Impulsströmung gelten muß. Mit diesen Größen wiederum kann, wenn $x_4 = i\,c\,t$ ist, ein raumzeitlicher Energiedichtetensor ${}^2\bar{T}$ aufgebaut werden, dessen Raumkomponenten $[T_{ik}]_3 = {}^2\bar{\tau}$ bilden, während $T_{4,4} = -H$ und $T_{4,k} = i/c\ S_k$, sowie $T^{\times}_{4,k} = i\,c\,G_k$ sind. Für diesen Tensor gilt das speziell relativistische Gesetz $\overline{\operatorname{div}}_4\ {}^2\bar{T} = \bar{o}$, dessen Realteil den Impulssatz und dessen Imaginärteil den Energiesatz liefert. Man hat also zusammengefaßt

$$\overline{\operatorname{div}}_4\ {}^2\bar{T} = \bar{o}\ ,\quad [T_{ik}]_3 = {}^2\bar{\tau}\ ,\quad T_{44} = -H\ ,$$

$$T_{4k} = i/c\ S_k\ ,\quad T^{\times}_{4,k} = i\,c\,G_k\ ,\quad \dot{\bar{G}} + \overline{\operatorname{div}}\ {}^2\bar{\tau} = \bar{o}\ ,$$

$$S_k = \sum_{j=1}^{n} \dot{\psi}_j \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi_j}{\partial x_k}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 38.$$

Werden die nicht quantisierten kanonischen Feldgleichungen angewendet, so ergibt sich für die $T_{\mu\gamma}$ die Darstellungsmöglichkeiten

$$T_{\mu\gamma} = -\sum_{j=1}^{n} \frac{\partial \dot{\psi}_j}{\partial x_\gamma} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi_j}{\partial x_\mu}} + L\,\delta_{\mu\gamma}\ ,\ \text{woraus}$$

$$G_k = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_j} \cdot \frac{\partial \psi_j}{\partial x_k} = \sum_{j=1}^{n} \pi_j \frac{\partial \psi_j}{\partial x_k} \quad \text{oder}$$

$$\bar{G} = \sum_{j=1}^{n} \pi_j\ \operatorname{grad}\ \psi_j\ ,$$ weil sonst die Spaltung von $\overline{\operatorname{div}}_4\ {}^2\bar{T}=\bar{o}$ in Real- und Imaginärteil nicht die Erhaltungssätze liefert. $T_{\mu\gamma}$ ist nicht die einzige mögliche Darstellungsweise von ${}^2\bar{T}$, die $\overline{\operatorname{div}}_4\ {}^2\bar{T} = \bar{o}$ ermöglicht. Sind $M_{\mu\gamma\gamma'} = T_{\mu\gamma}\,x_{\gamma'} - T_{\mu\gamma'}\,x_\gamma$ die Komponenten des antihermiteschen Drehimpulstensors ${}^3\bar{M}$, so gilt $\overline{\operatorname{div}}_4\ {}^3\bar{M} = {}^2\bar{T} - {}^2\bar{T}^{\times}$, das heißt, $\overline{\operatorname{div}}_4\ {}^3\bar{M} = {}^2\bar{o}$ wird nur für ${}^2\bar{T} = {}^2\bar{T}^{\times}$ möglich, doch ist ${}^2\bar{T} = {}^2\bar{T}^{\times}$ kein Kriterium für ${}^2\bar{T}$; denn auch für ${}^2\bar{T} \neq {}^2\bar{T}^{\times}$ ist $\overline{\operatorname{div}}_4\ {}^2\bar{T} = \bar{o}$ erfüllbar. Immer dann, wenn keine Wechselwirkung des Feldes mit irgendwelchen Fremdfeldern vorliegt, ist L nur von den ψ_j und ihren ersten

Ableitungen nach Raum und Zeit abhängig. Tritt dagegen noch ein solches Fremdfeld auf, so ist L auch noch explizit von den Raumzeitkoordinaten abhängig und dann wird $\overline{div}_4\ {}^2\overline{T} = grad_4\ L \neq \overline{o}$ und dieses Gestz ist offenbar allgemein gültiger als $\overline{div}_4\ {}^2T = \overline{o}$. Die Aussagen über den raumzeitlichen gegen $\hat{A}$ invarianten Energiedichtetensor sind also zu ergänzen durch

$$\overline{div}_4\ {}^2\overline{T} = grad_4\ L\ ,\quad \overline{div}_4\ {}^3\overline{M} = {}^2\overline{T} - {}^2\overline{T}^{\times},\ grad_4\ L = \overline{o}\ ,$$

$$T_{\mu\gamma} = -\sum_{j=1}^{n} \frac{\partial \psi_j}{\partial x_\gamma} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi_j}{\partial x_\mu}} + L\,\delta_{\mu\gamma}\ ,$$

$$\overline{G} = \sum_{j=1}^{n} \pi_j \cdot grad\ \psi_j \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 38a.$$

Die Erhaltung des Drehimpulses $\overline{div}_4\ {}^3\overline{M} = {}^2\overline{o}$ kann stets durch die Hermitesierung von ${}^2\overline{T} \neq {}^2\overline{T}^{\times}$, also durch Zufügung additiver Glieder erzwungen werden, weshalb ${}^2\overline{T}$ auch als kanonischer Energietensor bezeichnet wird. Seine Symmetrieeigenschaften werden durch die in L zum Ausdruck gebrachten Invarianzeigenschaften bestimmt. Zur Quantisierung von 38 und 38a wird 35a und $i\,(\underline{H} \times \phi)_- = \hbar\,\dot{\phi}$ verwendet. Es ist $\dot{\underline{H}} = i/\hbar\,(\underline{H} \times \underline{H})_- = o$ und $\dot{\underline{\overline{G}}} = i/\hbar\,(\underline{H} \times \underline{\overline{G}})_- = \overline{o}$, aber $\dot{H} \cdot \hbar = i\,(\underline{H} \times H)_- = -\hbar\ div\ \overline{S}$ und $\hbar\,\dot{\overline{G}} = i\,(\underline{H} \times \overline{G})_- = -\hbar\ \overline{div}\ {}^2\overline{\tau}$. Hieraus werden die $T_{\mu\gamma}$ gebildet, so daß auch diese dem Komutatorgesetz zu genügen haben. Andererseits sind die $T_{\mu\gamma}$ durch die π_j, ψ_j und L gegeben, die aber Eigenwerte hermitescher Operatoren sind, so daß $T_{\mu\gamma}$ Funktionalpperatoren sind, die im Sinne der Operatortheorie hermitesiert werden müssen. ${}^2\overline{T}$ ist somit ein tensorieller Funktionalpperator, für den das Quantisierungsgesetz

$$i\,({}^2\overline{T}_i\ (V) \times {}^2\overline{T}_k'\ (V'))_- = \hbar\ {}^2\overline{E}\ \delta_{ik}\ \delta\,(V - V') \cdot (1 - \delta_{TT'})\ ,$$

$$\int (\varphi^{\times}\ {}^2\overline{T}\ ;\ \varphi - \varphi\ ({}^2\overline{T}\ ;\ \varphi)^{\times})\ d\ V = {}^2\overline{o} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 39,$$

wenn ${}^2\overline{T}$ als hermitescher tensorieller Funktionaloperator nicht explizit von t abhängt. Liegt trotzdem eine solche explizite Abhängigkeit vor, so muß, wenn es sich im allgemeinen um einen hermiteschen Operator C handelt, die imaginäre Koordinate $x_4 = ict$ eingefügt werden, derart, daß x_4 wegen der Invarianz gegen $\hat{A}$ keine Sonderstellung gegen die übrigen Raumkoordinaten x_k ein -

nimmt , denn wegen $\hat{A}$ sind alle vier Raumkoordinaten gleichberechtigt, aber nicht notwendig vertauschbar. Mit einem Raumzeitelement $d\Omega \sim \prod_{k=1}^{4} d x_k$ und $\underline{L} = L\, dV$ wird $\int_{t_1}^{t_2} \underline{L}\, dt =$

$= 1/ic \cdot \iiiint_{\Omega} L \prod_{k=1}^{4} d x_k \sim 1/ic \cdot \int_{\Omega} L\, d\Omega$ oder

$\delta \int_{\Omega} L\, d\Omega = o$, was bereits eine gegen $\hat{A}$ invariante Form des Extremalprinzips ist. Das Vertauschungsgesetz für den explizit von t abhängigen hermiteschen Operator C wird dann, wenn C zu gleich aus kanonischen Operatoren aufgebaut ist zu

$$i\,(C_k\,(V,t) \quad C_l'\,(V',t'))_- = \hbar\, \delta\,(\Omega - \Omega')\cdot \delta_{kl}(1-\delta_{CC'}) ,$$

$$\delta \int_{\Omega} L \cdot d\Omega = o\,,\; d\Omega \sim \prod_{k=1}^{4} d\, x_k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 39a.$$

Sind im kanonischen Formalismus die $\psi_j \sim \psi_j' + i\, \psi_j''$ komplex, so ist L nicht aus den n Funktionen ψ_j , sondern aus den $2\,n$ komplexen Funktionen ψ_j und $\psi_j^{\times}$ zu bilden. Sonst ändert sich an dem Formalismus nichts. Ist $n = 1$, so daß nur ψ und $\psi^{\times} \neq \psi$ vorhanden sind, so kann mit der reellen Phasenkonstanten $\alpha = \alpha^{\times}$ die Eichtransformation $\underline{\psi} = \psi \cdot e^{i\alpha}$, beziehungsweise $\underline{\psi}^{\times} = \psi^{\times} e^{-i\alpha}$ durchgeführt werden und es zeigt sich, daß ${}^2\bar{T}$ gegen diese Transformationen $e^{\pm i\alpha}$ invariant bleibt. Mit $\varepsilon = \varepsilon$ = const und den Funktionen ψ beziehungsweise $\psi^{\times}$ kann dann eine skalare Größe ϱ und ein Vektor $\bar{s}$ definiert werden, daß beide Größen für $\psi = \psi^{\times}$ verschwinden und $\dot{\varrho} + \operatorname{div} \bar{s}$ die Infinitesimaländerung von L mit α angibt. Aus ψ, $\psi^{\times}$ und ε können die Größen ϱ und $\bar{s}$ nur in einer einzigen Weise aufgebaut werden, die den Forderungen entspricht, nämlich

$$\varrho = -\, i\, \varepsilon\, (\pi\, \psi - \pi^{\times}\, \psi^{\times}) ,$$

$$s_k = -\, i\, \varepsilon\, \left(\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial x_k}}\, \psi - \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi^{\times}}{\partial x_k}}\, \psi^{\times} \right) ,$$

$$\varepsilon = \varepsilon^{\times} = \text{const.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 4o.$$

Tatsächlich folgt daraus $\dot{\varrho} + \operatorname{div} \bar{s} = -\, i\, \varepsilon\, (\, L/ \quad +$

$$+ \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial x_k}} \cdot \partial\psi/\partial x_k + \partial L/\partial \dot{\psi} \quad \dot{\psi}) -$$

$$- \left(\partial L/\partial \psi^{x} \, \psi^{x} + \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi^{x}}{\partial x_k}} \cdot \partial \psi^{x}/\partial x_k + \right.$$

$$\left. + \partial L/\partial \dot{\psi}^{x} \, \dot{\psi}^{x} \right) \} = dL/d\alpha \, .$$

Nun ist aber L gegen $e^{\pm i\alpha}$ invariant, was $dL/d\alpha = o$, also $\dot{\varrho} + \operatorname{div} \bar{s} = o$ zur Folge hat. Die in 4o aufgebauten Größen stehen also durch eine Kontinuitätsgleichung im Zusammenhang. Tatsächlich wird $\varrho = o$ und $\bar{s} = \bar{o}$ für $\psi = \psi^{x}$. Mit $x_4 = ict$ wird $\dot{\varrho} = ic \, \partial \varrho / \partial x_4$ und man kann $s_4 = ic \, \varrho$ als zeitartige Komponente einführen, so daß $\bar{S} = \bar{s} + i c \, \bar{e}_4 \cdot \varrho$ und aus $\dot{\varrho} + \operatorname{div} \bar{s} = o$ die Beziehung $\operatorname{div}_4 \bar{S} = o$ wird. Bei der Quantisierung sind ϱ und $\bar{s}$, so wie die ψ als hermitesche Operatoren aufzufassen. Es gilt $i (\underline{H} \times \varrho)_{-} = \hbar \dot{\varrho} = - \hbar \operatorname{div} \bar{s}$, das heißt

$$i (\underline{H} \times \varrho)_{-} = - \hbar \operatorname{div} \bar{s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4oa.$$

Ist $n > 1$, das heißt, hängt L von n Funktionen $\psi_j \neq \psi_j^{x}$ ab, so ändert sich an dem Formalismus 4o nichts. ϱ und $\bar{s}$ verhalten sich wie elektrische Ladungsdichten und Stromdichte, so daß es nahe liegt, elektrisch geladene Materiefeldquanten durch $\psi_j \neq \psi_j^{x}$ und neutrale durch $\psi_j = \psi_j^{x}$ zu beschreiben. Im allgemeinsten Fall sind die ψ_j nicht nur skalar, sondern können Tensorfelder beliebigen Grades sein. Es kann aber der Formalismus ohne weiteres auf diese beliebigen Tensorfelder erweitert werden.

Ist zum Beispiel $\psi = \psi^{x}$ ein Skalarfeld, für welches $L = 1/2 \left\{ \dot{\psi}^2 - c^2 \, (\operatorname{grad} \psi)^2 - c^2 \, \mu^2 \, \psi^2 \right\}$ mit $\mu = \mu^{x} = \text{const}$ gilt, so ist $Q ; \varphi = \psi \, \varphi$ und $P ; \varphi = \pi \, \varphi$ mit $\pi = \partial L / \partial \dot{\psi}$ zu setzen. Wenn außerdem noch $\Lambda ; \varphi = L \, \varphi$ gilt, können die Operatoren H und $\underline{H}$ gebildet werden, was zu den Zusammenhängen $i (\underline{H} \times Q)_{-} = \hbar P$, sowie $i (\underline{H} \quad P)_{-} = c^2 \hbar (\operatorname{div} \operatorname{grad} - \mu^2) ; Q$ und $i (\underline{H} \times \Lambda)_{-} = \hbar \dot{\Lambda}$ führt, was zur Quantisierung verwendet werden kann, weil $i(P \times Q)_{-} = \hbar$ gelten muß. Der tensorielle Funktionaloperator der Energie wird dann zu $T_{\mu\gamma} = c^2 \, \partial Q / \partial x_\mu \cdot \partial Q / \partial x_\gamma + L \, \delta_{\mu\gamma}$. Ist im anderen Fall $\bar{\psi} \neq \bar{\psi}^{x}$ komplex vektoriell $\bar{\psi} = \sum_{i=1}^{4} \bar{\psi}_i$ und gilt

$$L = - 1/2 \sum_{\mu,\gamma=1}^{4} f_{\mu\gamma} \, f_{\mu\gamma}^{x} - \mu^2 \, \bar{\psi}^{x} \, \bar{\psi} \, , \text{ worin}$$

$\bar{F} = \operatorname{rot}_4 \bar{\psi}$ ist, so folgt entsprechend

$$T_{\mu\gamma} = \sum_{\varrho} (f_{\mu\varrho} (\bar{\psi}^{\times}) f_{\gamma\varrho} + f_{\gamma\varrho} (\bar{\psi}^{\times}) f_{\mu\varrho}) +$$

$+ \mu^2 (\psi^{\times}_{\mu} \psi_{\gamma} + \psi^{\times}_{\gamma} \psi_{\mu}) + L \delta_{\mu\gamma}$. Im allgemeinen ist

${}^2\bar{T} = {}^2\bar{T}^{\times}$ nur für skalare ψ erfüllt, während für Vektorfunktionen stets ${}^2\bar{T} \neq {}^2\bar{T}^{\times}$ gilt, doch kann durch additive Glieder hermitesiert werden.

6.) Evolution der Populationen im variablen Biotop.

Nach der deduktiven analytischen Untersuchung der empirischen Aussagen α , β und δ der phänomenologischen Induktion ist noch die Analyse der Aussage $\varkappa$ in Bezug auf lebende Organismen offen. Von allen in B IV untersuchten Eigenschaften der Organismen enthält $\varkappa$ diejenigen, die nicht nur universell allen Organismenarten zukommen, sondern darüberhinaus analytisch über dem Quantitätsaspekt erfaßbar sind. Eine Deduktion von $\varkappa$ muß also aufzeigen, bis zu welchem Grade die Organismen im Quantitätsaspekt hinsichtlich des elementaren Lebensprozesses beschreibbar sind und welche Methodik zur vollständigen Beschreibung dieses Elementarprozesses des Lebens jenseits des Quantitätsaspektes zu konzipieren ist.

Die phänomenologisch induktive Aussage $\varkappa$ enthält vier analytisch faßbare Aussagen über den elementaren Lebensprozeß:

a) Die empirisch als hierarchisch geschichtete Wirkungsgefüge definierten Organismen reduplizieren identisch, das heißt, eine Fortpflanzungseinheit aus $q \geqq 1$ Individuen produziert $p > 0$ Organismen der gleichen Art, von denen $Z \leqq p$ nicht zur Fortpflanzung kommen. Die identische Reduplikation ist nur innerhalb einer Organismenart möglich.

b) Längs der Phylogenese kommt es zu exogenen, endogenen und spontanen Mikromutationen (x , y , z) des genetischen Informationsmusters, deren Änderung mit der Zeit t die Mutationsbewegung $\mu = \dot{x} + \dot{y} + \dot{z} = \text{const}\ (t)$ längs der Typostase kennzeichnet.

c) Die Typoklinencharakteristik v (t) (Evolutionsgeschwindigkeit) ist nach 45 B IV 3 während der Typogenese und Typolyse nicht - linear, so daß Evolution- und Mutationsbewegung nicht identisch sind.

d) Auf der Typokline gibt es keine singulären Unendlichkeitsstellen so daß stets $v < \infty$ bleibt.

Zunächst kann versucht werden, aus a eine die Population charakterisierende Zustandsgröße zu entwickeln, in welcher jedoch die Anfangspopulation $A \geq q$ zur Zeit $t = o$ im Biotop B, sowie Generationsziffer n nicht enthalten sein dürfen. Die Anfangsbesetzung von B ist $Q_o = A$. Kommen als kennzeichnende Größe der Organismenart im Mittel $N = p - Z \geq o$ Organismen in jeder Generation zur Fortpflanzung, dann ist B in der ersten Generation mit $Q_1 = A \cdot N/q$, in der zweiten Genration mit $Q_2 = A\,(N/q)^2$ und in der Dritten mit $Q_3 = A\,(N/q)^3$ Organismen der diskutierten Art besetzt. Anwendung des vollständigen Induktionsschlusses liefert für die Generation n die Besetzung $Q_n = A \cdot (N/q)^n$. Da hierin A als Faktor und n als Potenz auftritt, ist Q_n noch keine zur allgemeinen Analyse geeignete Zustandsgröße. Ist $\log_b$ irgendein Logarithmus zu einer Basis b, dann kann $\phi_n = \log_b Q_n = n \log_b (N/q) + \log_b A$ gewählt werden; denn für den Übergang von n-1 nach n ergibt sich ein Ausdruck $\phi = \phi_n - \phi_{n-1} = \log_b (N/q)$, welcher A und n nicht mehr enthält, so daß ϕ eine geeignete Zustandsgröße der Organismenart hinsichtlich ihrer sexuellen Entfaltung ist. Zur Interpretation muß berücksichtigt werden, daß $N/p = 1 - Z/p = w \leq 1$ eine Fortpflanzungswahrscheinlichkeit darstellt, während $q/p = w_o$ die Ursprungswahrscheinlichkeit dafür ist, daß die Fortpflanzungseinheit p Organismen produziert. Zum einen ist also $N/q = w/w_o$ ein Wahrscheinlichkeitsverhältnis, und zum anderen kann jeder Logarithmus zur Basis b durch einen Modul $\beta(b)$ gemäß $\log_b = \beta \cdot \ln$ auf den Logarithmusnaturalis reduziert werden, so daß die Zustandsgröße zu $\phi = \beta \cdot \ln (w/w_o)$ wird. Da es sich bei der Population eines Biotop stets um eine statistische Masse handelt, und alle Größen statistischer Natur sein müssen, kann nach C I 2 aus $\ln (w/w_o)$ eine den Fortpflanzungswahrscheinlichkeiten entsprechende Sexualentropie definiert werden, deren Differenz $S \sim \ln (w/w_o)$ den Übergang von $n - 1$ nach n kennzeichnet. Dies bedeutet aber, daß $\phi = \beta\,\alpha\,S$ mit dem Proportionalitätsfaktor $\alpha > o$ einer Differenz der Sexualentropie zwischen zwei aufeinanderfolgenden Generationen entspricht. In $\ln (w/w_o) = \alpha S$ ist das Wahrscheinlichkeitsverhältnis $\psi = w/w_o = p/q - Z/q = \omega - \eta$ mit $\omega = p/q$ und $\eta = Z/q$ eine weitere Zustandsgröße der Organismenart, welche wegen

$\psi = \omega - \eta$ binären Charakter trägt und den Organismus als Doppelsystem kennzeichnet, welches trotz seiner Labilitär existiert. Es ist nämlich $\omega = p/q$ ein Maß sexueller Vitalität, also der Quantität, während $\eta = Z/q$ als Maß der Mortalität die Qualität angibt, so daß die Binärgröße $\psi = \omega - \eta$ Quantität und Qualität der Organismenart darstellt. Wegen $\psi = w/w_o$ folgt für den Zusammenhang zwischen dieser Quantität und Qualität darstellenden Binärgröse und der Sexualentropie $\ln \psi = \alpha S$ mit dem Parameter $\alpha > o$ der betreffenden Organismenart.

Wegen der Stabilitätstendenz aller Organismen wird das genetische Informationsmuster hereditär zeitlich durch die Generationskette der Phylogenese getragen. Nach der Aussage b aus $\mathfrak{A}$ kann dieses Informationsmuster Mikromutationen erfahren, derart, daß der statistische Trend der Mutationsbewegung $\mu = \dot{x} + \dot{y} + \dot{z} = \text{const}(t)$ verläuft. Nach der paläonthologischen Aussage c gilt aber für den statistischen Trend der Evolutionsgeschwindigkeit $v(t) = \mu + q(t) \neq \mu$ insbesondere, während der Typogenese und Typolyse. Der Modulationsterm q kann zweifellos in drei Anteile, nämlich einen biotopischen (q_x), einen organisch strukturierten (q_y) und in einen thermischatomistischen Anteil q_z gespalten werden, von denen jeder gemäß $v = \dot{x} + \dot{y} + \dot{z} + q = (\dot{x} + q_x) + (\dot{y} + q_y) + (\dot{z} + q_z)$ mit der entsprechenden genetischen Variablen korreliert. Durch Zeitintegration der v - Komponentenfolgen demnach mit q aus den genetischen Variablen die sogenannten Evolutionsvariablen $x_1 = \int (\dot{x} + q_x)\, dt$ sowie $x_2 = \int (\dot{y} + q_y)\, dt$ und $x_3 = \int (\dot{z} + q_z)\, dt$, welche als generalisierte Koordinaten einen abstrakten Evolutionsraum $V_3 (x_k)_1^3$ aufspannen. Jeder Punkt dieses V_3 kennzeichnet demnach den momentanen Evolutionszustand einer Phylogenese, so daß sich die Strukturen des V_3 mit t ändern. Es ist also stets $x_k (t)$ für $1 \leq k \leq 3$ zu setzen. Die Anwendung dieses deduktiven Ergebnisses von b und c hinsichtlich a, also $\ln \psi = \alpha S$ bedeutet, daß ψ und S zu Funktionen der x_k im V_3 werden, wenn die Organismenart in B evolviert. Im allgemeinen muß jedoch noch B mit t variabel sein, so daß eine separate Zeitabhängigkeit diese Variabilität des Biotops impliziert, was durch $\psi (x_k, t)_1^3$ beziehungsweise $S (x_k t)_1^3$ ausgedrückt wird. Der durch die Analyse von a, b und c gewonnene Ansatz wird also beschrieben durch

$$x_{1,2,3}\ (t) = \int ((\dot{x}\ ,\ \dot{y}\ ,\ \dot{z}) + (q_x\ ,\ q_y\ ,\ q_z))\ d\,t\ ,$$

$$V_3 = V_3\ (x_k)_1^3\ ,\ ln\ \psi\ (x_k\ ,\ t)_1^3 = \alpha\ S\ (x_k\ ,\ t)_1^3\ ,$$

$$\psi = \omega - \eta\ ,\ \omega = p/q\ ,\ \eta = Z/q\ ,\ \alpha > o\ .....$$

..... 41.

Zur weiteren Analyse können die x_k des V_3 mit dem normierten Orthogonalsystem $(\bar{e}_i \cdot \bar{e}_k)_3 = \hat{E}$ zu $\bar{x}_k = \bar{e}_k\ x_k$ ergänzt werden, was $\bar{v} = \sum_{k=1}^{3} \dot{\bar{x}}_k$ quantitativ ermöglicht, weil die x_k voneinander unabhängig sind. Als Hilfsmittel der Analyse wäre 41 durch

$$(\bar{e}_i \cdot \bar{e}_k)_3 = \hat{E}\ ,\ \bar{x}_k = \bar{e}_k \cdot x_k\ ,\ \bar{v} = \sum_{k=1}^{3} \dot{\bar{x}}_k\ .....$$

.....41a

zu ergänzen.

In 41 ist S die Sexualentropie, welche nach dem allgemeinen Entropieprinzip und aus α nur anwachsen kann. Dieses Wachstum ist jedoch nur bis zur Optimalbesetzung von B möglich, weil dann kein weiteres Anwachsen der Population mehr erfolgen kann. Nunmehr ist $N = q$, also $\psi = 1$ erreicht, was die Differenz $S = o$ werden läßt. Dieser stabile Zustand wird immer erreicht, unabhängig davon, wie ich die x_k, also die Strukturen des V_3 oder B mit t verändert. Stets oszilliert die Population um die jeweilige relative Optimalbesetzung des variablen Biotop, wobei sich der Begriff Optimalbesetzung auf den Momentanzustand von B und das betreffende Niveau der V_3 - Struktur bezieht. Der jeweilige Stabilitätszustand maximaler Sexualentropie, die nicht weiter ansteigt, erscheint in V_3 als Struktur einer Sexualisentrope. Dieses Prinzip der Sexualisentropie einer evolvierenden stabilen Population im variablen Biotop sagt also aus, daß die totale Zeitänderung von S verschwindet, wenn B konstant bleibt, aber mit der partiellen Zeitänderung identisch wird, wenn B variiert, also $\dot{S} \neq o$ ist. Die Sexualisentrope wird demnach durch die Stabilitätsbeziehung $dS/dt = \dot{S}$ beschrieben, was eine unmittelbare Konsequenz des allgemeinen Entropieprinzips ist. Wegen $\alpha = const$ und $S \sim ln\ \psi$ folgt die gleiche Stabilitätsbeziehung für ψ,

nämlich $d\psi/dt = \dot{\psi}$, so daß mit $dS/dt = \dot{S}$ und $d\psi/dt = \dot{\psi}$ die weitere Analyse zweideutig wird. Da S und ψ gleichermaßen von x_k und t abhängen, können beide Zweige durch $(S, \psi) \equiv \varphi\ (x_k, t)_1^2$ symbolisiert werden, so daß vorläufig die zweideutige Sexualisentropie durch die Stabilität $d\varphi/dt = \dot{\varphi}$ ausgedrückt wird. Hierin ist $d\varphi = \sum_{k=1}^{3} \partial\varphi/\partial x_k \cdot dx_k + \dot{\varphi} \cdot dt$, also $d\varphi/dt = \dot{\varphi} + \sum_{k=1}^{3} \dot{x}_k \cdot \partial\varphi/\partial x_k$, was eingesetzt die Elimination $\dot{\varphi}$ des variablen B in der Form

$\sum_{k=1}^{3} \dot{x}_k \cdot \partial\varphi/\partial x_k = 0$ oder nach 41 a in Vektorform

$\bar{v}$ grad $\varphi = 0$ liefert. Da die partiellen Ableitungen kommutieren, gilt div $\bar{v} = 0$, also $0 = \bar{v}$ grad $\varphi = \bar{v}$ grad $\varphi +$ $+ \varphi$ div $\bar{v} =$ div $(\bar{v} \cdot \varphi)$. Die so umgeformte Beziehung div $(\bar{v} \cdot \varphi) = 0$ ist erfüllbar durch $\bar{v} \cdot \varphi = 0$ oder $\bar{v} \cdot \varphi =$ const. Da aber $\bar{v} \neq \bar{0}$ bleibt, und φ nur im Zweig $\varphi = S$ als Entropiedifferenz verschwinden kann, ist $\bar{v} \cdot \varphi = 0$ nicht allgemein gültig. Auch kann $\bar{v} \cdot \varphi =$ const nicht realisiert werden, weil die Evolutionsfaktoren während jeder Ontogenese und längs jeder Phylogenese stetig wirken und nur bei der Fortpflanzung sich spontan manifestieren. Dies bedeutet, daß div $(\bar{v}\varphi) = 0$ wegen div rot $= 0$ im V_3 nur durch $\bar{y} = \bar{v} \cdot \varphi =$ $=$ rot $\bar{\mu}$ erfüllbar ist (wenn $\bar{y} = \bar{v} \cdot \varphi$ als Kürzung verwendet wird), worin $\bar{\mu}$ als abstraktes Vektorfeld im V_3 als sexualisentrope Vektorpotenz bezeichnet werden kann. Skalarmultiplikation der Sexualisentropen mit $\bar{y}$ und Subtraktion von $\bar{\mu} \cdot$ rot $\bar{y}$ liefert wegen der Darstellbarkeit von Vektorprodukten durch Determinanten im V_3 die Operatorbeziehung $\dot{y} - \bar{\mu}$ rot $\bar{y} = \bar{y}$ rot $\bar{\mu} -$ $- \bar{\mu}$ rot $\bar{y} = -$ div $(\bar{y} \times \bar{\mu})$. Diese Beziehung kann über den ganzen V_3 integriert werden. Ist $dV = dx_1 \cdot dx_2 \cdot dx_3$ ein Volumenelement und $d\bar{F}$ ein Element der das Integrationsvolumen begrenzenden abstrakten Fläche, dann folgt für das kubische Integral über ein Volumen V des Evolutionsraumes $\int_V (\dot{y} - \bar{\mu}$ rot $\bar{y}) \cdot$ $\cdot dV = -\int_V$ div $(\bar{y} \times \bar{\mu})\, dV = -$ $= -\oint \bar{y} \times \bar{\mu} \cdot d\bar{F}$. Hierin ist $\bar{\mu} \times \bar{y} = \bar{\mu} \times$ rot $\bar{\mu} \neq \bar{0}$ diejenige Zustandsgröße im V_3, welche offenbar die betreffende Taxonome im Rahmen der Phylogenese durch die Strukturen des V_3 trägt. Da jede Phylogenese zeitlich begrenzt, also in einem endli-

chen Zeitintervall definiert ist, und nach der Aussage (d) immer $v < \infty$ bleibt, wird jede Phylogenese durch ein abstraktes Gebilde mit endlichem Volumen Ω im V_3 beschrieben. Das phylogenetische Evolutionsvolumen $\Omega < \infty$ umfaßt also sämtliche Evolutionszustände während der betreffenden Phylogenese, so daß $\bar{\mu} \times \text{rot } \bar{\mu}$ die begrenzende abstrakte Oberfläche von Ω nicht durchdringen kann. Weil $\cos \pi/2 = o$ ist, kann die Bedingung für die Grenze des Ω - Volumens nur die Orthogonalität $\bar{\mu} \times \text{rot } \bar{\mu} \perp d\,\bar{F}$ sein, so daß für $V = \Omega$ die Integralbeziehung zu $\oint \bar{\mu} \times \bar{y} \cdot d\,\bar{F} = o$ das Verschwinden von $\int_{\Omega} (y^2 - \bar{\mu}\ \text{rot}\ \bar{y})\, dV = o$ zur Folge hat. Während einer Phylogenese ist eine Richtungsumkehr von $\bar{v}$ beziehungsweise $\bar{y}$ wegen der Nichtumkehrbarkeit der Zeit unmöglich, so daß auch rot $\bar{\mu}$ und $\bar{\mu}$ wegen $\bar{y} = \text{rot } \bar{\mu}$ eine derartige Richtungsumkehr nicht erfahren können. Dies hat aber wiederum zur Folge, daß auch $\bar{\mu} \times \text{rot } \bar{\mu} = \bar{\mu} \times \bar{y}$ während der Phylogenese die Richtung behält, und zwar bezogen auf alle x_k. Aus diesem Grunde kann die Quellenverteilung $\text{div}\,(\bar{\mu} \times \bar{y})$ in einem Volumen Ω (abgeschlossene Phylogenese) das Vorzeichen nicht ändern. Da andererseits $y^2 - \bar{\mu}\ \text{rot}\ \bar{y} = \text{div}\ \bar{\mu} \times \bar{y}$ und $\int_{\Omega} \text{div}\ \bar{\mu} \times \bar{y}\, dV = \oint \bar{\mu} \times \bar{y} \cdot d\,\bar{F} = o$ gilt, kann $\int_{\Omega} (y^2 - \bar{\mu}\ \text{rot}\ \bar{y})\, dV = o$ wegen des nichtalternierenden Vorzeichens von $\text{div}\ \bar{\mu} \times \bar{y}$ in Ω nur durch $y^2 - \bar{\mu}\ \text{rot}\ \bar{y} = o$ erfüllt werden, was als eine aus der Aussage (d), also $v < \infty$ resultierende Substitutionsbeziehung der Sexualisentropie Vektorpotenz $\bar{\mu}$ aufgefaßt werden kann. Aus $\bar{y} = \text{rot } \bar{\mu}$ folgt $\bar{y} \parallel \text{rot } \bar{\mu}$ und $\bar{y} \perp \bar{\mu}$, also $\bar{\mu} \parallel \text{rot } \bar{y}$, so daß mit der Kürzung $\bar{f} = \pm\, |\, \text{rot } \bar{y}\, |^{-1} \cdot \bar{\mu}_o$ und $\bar{\mu}_o \cdot \mu = \bar{\mu}$ aus $\bar{\mu}\ \text{rot}\ \bar{y} = y^2$ die Vektorpotenz $\bar{\mu} = y^2 \cdot \bar{f}$ eliminiert und in $\bar{y} = \text{rot } \bar{\mu}$ substituiert werden kann. Dies liefert die invariante Differentialgleichung $\bar{y} = \text{rot}\,(y^2\ \bar{f})$, in welcher y und $\bar{v}$ durch die x_k des V_3 verknüpft sind. Nach den drei dimensionalen Operatortheoremen wird $\text{rot}\,(y^2\ \bar{f}) = y^2\ \text{rot}\ \bar{f} - (\text{grad}(y^2)) \times \bar{f}$, was skalar mit $\bar{y}$ multipliziert und in die Differentialgleichung eingesetzt $y^2 \cdot (1 - \bar{y}\ \text{rot}\ \bar{f}) = -\,\bar{y}\ (\text{grad}\,(y^2)) \times \bar{f} = \bar{y} \times \bar{f} \cdot \text{grad}\,(y^2)$ ergibt. Wegen $\bar{y} \perp \bar{f}$ ist $(\bar{y} \times \bar{f})^2 = y^2 f^2$, so daß nach Skalarmultiplikation mit $\bar{y} \times \bar{f}$ die Darstellung für den Gradienten $\text{grad}\,(y^2) = f^{-2} \cdot (1 - \bar{y}\ \text{rot}\ \bar{f}) \cdot \bar{y} \times \bar{f}$ entsteht. Skalarmultiplikation mit dem orientierten Linienelement $d\,\bar{s} = \sum_{k=1}^{3} d\,\bar{x}_k = \bar{v} \cdot dt$ des V_3 liefert $\text{grad}\,(y^2)\, d\,\bar{s} = f^{-2} \cdot (1 - \bar{y}\ \text{rot}\ \bar{f})\ \bar{y} \times \bar{f} \cdot \bar{v} \cdot dt = o$, wobei

diese Integrabilität nach dem Determinantentheorem $\bar{v} \cdot (\bar{y} \times \bar{f}) = 0$ wegen $\bar{y} = \bar{v} \cdot \varphi$ entsteht. Andererseits ist grad $Q \cdot d\bar{s} = d Q$, also $d(y^2) = 0$ und $d y = 0$, was integriert die Lösung $y = a = \text{const}$ liefert, worin die Integrationskonstante $a < \infty$ wiederum ein die Organismenart kennzeichnender Parameter ist. Wird in diesem Integral $v \varphi = a$ der Zweig $\varphi = S$ verwendet, dann folgt $v = a S^{-1}$. Hierin kann die Entropiedifferenz S zwischen zwei aufeinanderfolgenden Generationen verschwinden und dies hätte $v \to \infty$ zur Folge. Nach der Aussage d aus $\mathcal{L}$ ist aber die Typokline frei von singulären Unendlichkeitsstellen, so daß für jede Phylogenese $v < \infty$ gefordert werden muß. Aus diesem Grunde schließt d den Zweig $\psi = S$ aus, so daß hierdurch die Eindeutigkeit $\varphi = \psi$ und damit $v \psi = a$ erreicht wird. Mit 41 wird daraus $v = a \cdot e^{-\alpha S}$, was differenziert $d v = -\alpha a e^{-\alpha S} \cdot d S = -\alpha v d S$ liefert. Wird für v ein logarithmisches Maß $W = \ln v$ verwendet, dann folgt $-\alpha d S = dv/v = d \ln v = d W$, also nach dem Übergang zur Differenzgleichung $\Delta W \sim -\Delta S = (-S)$, weil $\alpha > 0$ ist In $\Delta W = \Delta(-\alpha S)$ ist $\alpha S = \ln w/w_0$ ein direktes Maß für die Fortpflanzungswahrscheinlichkeit w, welches mit w ansteigt. Somit ist also $\alpha \cdot S$ ein direktes Maß der Desorganisation, was der Entropieinterpretation vollständig entspricht. Wegen der logarithmischen Natur dieses Maßes entspricht $-\alpha S = -\ln w/w_0 = \ln w_0/w$ dem reziproken Wahrscheinlichkeitsmaß, welches mit wachsender Wahrscheinlichkeit abnimmt. Es ist mithin $-\alpha S$ die Inversion des Entropiebegriffes, also der Desorganisation. Aus diesem Grunde muß $-\alpha S$ als Maß des Organisationszustandes ε eines Systems interpretiert werden. Ein direkter Zusammenhang $-\alpha S \sim \varepsilon$ kann nicht gegeben sein, weil $S = 0$ im Fall $\psi = 1$ keine Entropieänderung beim Generationswechsel liefert, obgleich der Organisationszustand der Population nicht verschwindet. Ist $\vartheta = \text{const}$ eine die betreffende Taxonome kennzeichnende Zeitkonstante, dann wird $-\alpha S = \vartheta \cdot \dot{\varepsilon}$ möglich; denn S kennzeichnet die Änderung der Sexualentropie beim Übergang von der Generation $n - 1$ nach n, so daß $-\alpha S \sim \ln (w_0/w)$ die zeitliche Änderung des Organisationszustandes beschreiben muß, was durch $-\alpha S = \vartheta \dot{\varepsilon}$ zum Ausdruck gebracht werden kann. Der Fall $\psi = 1$, also $S = 0$ hätte demnach $\dot{\varepsilon} = 0$, oder $\varepsilon = \text{const}$ zur Folge, das heißt, im Fall $S = 0$ bleibt der Organisationszustand beim Generationswechsel erhalten. Nach $\Delta W \sim \Delta \varepsilon$

wächst
die Evolutionsgeschwindigkeit mit $\dot{\varepsilon}$. Während der Typogenese fällt also $\dot{\varepsilon}$ von einem Maximalwert auf den konstanten Wert der Typostase, so daß $\dot{\varepsilon}$ sein Maximum im Divergenzpunkt der Typostase derjenigen Taxonome hat, aus welcher die neuen Taxonome im Divergenzintervall hervorgehen. Ein derartiger Evolutionsschritt längs der typostatischen Phylogenese der Organismenart x zur neuen Taxonome y ist also mit einem steilen Anstieg von $\dot{\varepsilon}_y$ in Bezug auf $\dot{\varepsilon}_{xo}$ der Gattung x gekennzeichnet, wenn (o) den typostatischen ε - Wert angibt. Da y im allgemeinen ein höheres Organisationsniveau hat, liegt auch v_y in der Typostase von y höher als der entsprechende v - Wert für x , was wegen $\Delta W \sim \Delta \dot{\varepsilon}$ unmittelbar $\dot{\varepsilon}_{yo} > \dot{\varepsilon}_{xo}$ und auch $\varepsilon_{yo} > \varepsilon_{xo}$ nachsichzieht. Durch diese Eigentümlichkeit wird die Terminologie orthogenetischer Modulationsfaktor'' für q (t) in v nach 45 B IV 3 gerechtfertigt. Wenn dies aber so ist, dann muß ε nicht einfach als Maß eines Organisationszustandes interpretiert werden, sondern als Bewertung eines Organisationszustandes mit zeitlicher Finalbestimmung. Eine so interpretierte Größe genügt aber in allen Einzelheiten der Definition einer Entelechie, so daß nach $\Delta W \sim \Delta \dot{\varepsilon}$ die Änderung der logarithmischen Evolutionsgeschwindigkeit mit der Entelechieänderung des organischen Systems identisch ist. Einsetzen von $-\alpha S = \lambda \dot{\varepsilon}$ in die Lösung $v \psi = a$ und $\alpha S = \ln \psi$ liefert für diese beiden Fundamentalbegriffe des elementaren Lebensprozesses die Darstellungen $v = a \cdot e^{\lambda \dot{\varepsilon}}$ und $\psi = e^{-\lambda \dot{\varepsilon}}$, welche somit allein von der Entelechie bestimmt werden. Das Ergebnis der Analyse von λ über dem Quantitätsaspekt , nämlich

$$v = a \cdot e^{\lambda \dot{\varepsilon}} \quad , \quad \psi = e^{-\lambda \dot{\varepsilon}} \quad , \quad -\alpha S = \lambda \dot{\varepsilon} \quad \ldots\ldots\ldots$$

$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ 42

zeigt, daß die empirische Definition des lebenden Organismus als geschichtetes Wirkungsgefüges mit entelechaler Bewertung zu einer heuristischen Definition aufgrund der Beziehung 42 abgewandelt werden muß. Diese heuristische Definition muß nach 42 lauten : Jeder lebende Organismus und jede positive oder negative Symbiose solcher Organismen ist stets ein entelechal geschichtetes Wirkungsgefüge.

Aus Gleichung 42 folgt, daß der Anstieg der Sexualentropie während der Typogenese bis zur Typostase einem Abfallen der Entelechalbewegung $\dot{\varepsilon}$ entspricht, so daß v mit $\dot{\varepsilon}$ abnimmt, während

die Binärfunktion ansteigt. Der Typostasenwert $\dot{\varepsilon}_o$ = const liefert auch v = const. , während $\dot{\varepsilon}_o$ = o zu v = a führt, was die Integrationskonstante als Evolutionsgeschwindigkeit mit konstanter Entelechie interpretiert. Da die gesamte Evolution aller Organismenarten stets so verlaufen muß, daß zwar die allgemeine Entropie in den Einzelphylogenesen nur ansteigen kann, aber die ε - Niveaus orthogenetisch steigen, gilt $\tilde{\varepsilon}_y > \tilde{\varepsilon}_x$, wenn die Taxonome y aus x hervorgeht und später liegt. Diese zeitlich gemittelten ε - Niveaus werden mit der zeitlichen Phylogenesendauer T beschrieben durch $T \cdot \tilde{\varepsilon} = \int_o^T \varepsilon \, d\, t$. Für die mittlere Binärfunktion hinsichtlich einer Phylogenese gilt entsprechend $T \tilde{\varphi} = \int_o^T e^{-\vartheta \dot{\varepsilon}} dt$ woraus evident wird, daß für die Orthogenese $\tilde{\varepsilon}_y > \tilde{\varepsilon}_x$ invers $\tilde{\varphi}_y < \tilde{\varphi}_x$ gilt. Da andererseits $\tilde{\varphi} = \tilde{\omega} - \tilde{\eta}$ ist, kann diese Orthogenese beim Übergang von x nach y gemäß $\tilde{\omega}_y - \tilde{\eta}_y < \tilde{\omega}_x - \tilde{\eta}_x$ nur darin bestehen, daß sich beim Anstieg des ε - Niveaus Quantität und Qualität der Organismenart zu nivelieren, was einer Senkung der Binärfunktion mit einem $\dot{\varepsilon}$ - Anstieg entspricht. Die aus 42 unmittelbar folgende Orthogenese wird also beschrieben durch

$$x \to y \, , \; T \tilde{\varepsilon} = \int_o^T \varepsilon \, d\, t \, , \; T \tilde{\varphi} = \int_o^T e^{-\vartheta \dot{\varepsilon}} \, d\, t \, ,$$

$$\tilde{\varepsilon}_y > \tilde{\varepsilon}_x \, , \; \tilde{\omega}_y - \tilde{\eta}_y < \tilde{\omega}_x - \tilde{\eta}_x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 42a$$

Da jeder lebende Organismus als entelechal geschichtetes Wirkungsgefüge auch eine sehr feste positive Symbiose eines Organverbandes ist, muß das orthogenetische Prinzip 42 a auch für die Organevolution längs einer Phylogenese T gelten. Während T kann sich also ε und damit v und φ nur so verändern, daß es zum Quantitäts-Qualitätsausgleich kommt. Dies bedeutet, daß sich während T primär diejenigen Organe des Organismus über das genetische Informationsmuster evolutorisch ändern, bei denen φ am höchsten liegt, also ein besonders starker Unterschied zwischen der Funktion sexueller Vitalität und resistenter Qualität besteht.

Aufgrund der Ergebnisse 42 und 42 a beruht das Prinzip des elementaren Lebensprozesses darauf, daß dieser Elementarprozeß zeitlich als Entelechie angelegt ist, woraus sich der Organismus als entelechal geschichtetes Wirkungsgefüge definiert. Hieraus folgt unmittelbar die Grenze des Quantitätsaspektes in Bezug auf den Lebensprozeß; denn die entelechale Schichtung ist im Kompetenzbereich dieses Aspektes analytisch nicht faßbar. Wegen der hierarchi-

schen Tektonik televarianter Äondynenstrukturen nach A bietet sich zur vollständigen Beschreibung der Organismen eine syntrometrische Methode an, bei welcher jedoch die Wahl des günstigsten Aspektivsystems offen bleiben muß. Auf jeden Fall hat dieses System den entelechalen Charakter dieser Strukturen zu berücksichtigen. Andererseits erscheint der Lebensprozeß stets an ein somatisches, also an ein materielles System gebunden, woraus folgt, daß rudimentär jedem Bestandteil dieses Systems, also in letzter Konsequenz jedem ponderablen oder imponderablen Materiefeldquant eine entelechale Bewertung koordiniert werden muß. Dies hätte aber eine durch 42 erzwungene entelechale Revision der Atomistik zur Folge, derart, daß die mikromaren Entelechien erst in den höchsten Organisationsformen der Materie makromar erscheinen. Zur Beschreibung der Materiefeldquanten ist der Quantitätsaspekt besonders geeignet, doch erscheint auch in diesem Bereich wegen der Existenz mikromarer Wechselwirkungen und der damit verbundenen Änderungvon Organisationszuständen das Prinzip entelechaler Schichtung. Die durch 42 geforderte entelechale Revision der Atomistik kann also nur darin bestehen, daß eine geschlossene analytische Theorie der Atomistik im Quantitätsaspekt so formuliert und eindeutig erweitert wird, daß das Übergangskriterium zur anthropomorphen Syntrometrie erfüllt ist und die entelechale Bewertung in der graduellen Tektonik äondynischer Metroplexkombinate erscheint, deren Trägerraum als Äondynentensoriums mindestens der R_4 sein muß. Die Basissyntropoden dieser Strukturen müssen dabei die elementaren Syntrizen in der T (o) des Quantitätsaspektes anthropomorpher Syntrometrie sein.

Da der Lebensprozeß immer durch entelechale geschichtete Wirkungsgefüge an materielle Strukturen gebunden ist, müssen die Basissyntropoden der organischen Metroplexkombinate in der gleichen T (o) stehen, wie diejenigen der anthropomorph syntrometrisch beschriebenen Entelechalatomistik . Auf jeden Fall müssen alle diese äondynischen Metroplexkombinate im R_4 zeitlich telezentriert sein wobei die telezentrische Tektonik über eigentliche oder uneigentliche Telezentren verfügt. Auch muß es im Fall der organischen Strukturen $p > o$ Zusatzdimensionen geben, welche das Trägertensorium zum R_{p+4} ergänzen. Das dem Organismus angepaßte Aspektivsystem wiederum , muß das anthropomorphe Aspektivsystem und in diesem wiederum den Quantitätsaspekt implizieren. Diese Forderung ist notwendig, weil die Basissyntropoden organischer Strukturen mit denen der Atomistik identisch sind und sich erst in höherer graduellen Tektonik unterscheiden. Ob eine durchgehende Korrespondenz

zwischen organischen Strukturen und der über den Quantitätsaspekt beschreibbaren Atomistik existiert oder nicht, hängt davon ab, ob der R_{p+4} mit $p > o$ entelechal bedingten Zusatzdimensionen bereits für die entelechale Revision der Atomistik eine sich selbst ergebende Notwendigkeit ist. Ist $\varepsilon\ (p)$ ein Element der Prädikatrix des optimalen subjektiven Aspektes aus einem organischen Aspektivsystem (was wiederum die entelechal bedingten $p > o$ berücksichtigt), sind V und L Metroplexkombinate organischer Strukturen, welche von den $p + 4$ Koordinaten des Trägertensoriums abhängen, und ist B ein anorganischer Biotop (als Metroplexkombinat beschrieben) der mindestens vom R_4 abhängt, dann gilt für die allgemeine Beschreibung organischer Strukturen durch äondynische Metroplexkombinate über einem organischen Aspektivsystem mit entelechaler Prädikatrix das Schema

$$\overset{q}{\underset{V}{M}}\ (x_k)_1^{p+4} \left\{\right\} \overset{s}{\underset{B}{M}}\ (x_k)_1^{(p)+4}\ ,\ \varepsilon\ (p)\ ,\ \overset{m}{\underset{L}{M}}\ (x_k)_1^{p+4} \quad \ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 43.$$

Hierin sind die x_k die Koordinaten des Trägertensoriums, wobei in der Äondyne $\overset{s}{\underset{B}{M}}$ des anorganischen Biotops durch $(p)+4$ die Existenz der durchgehenden Korrespondenz $p \geq o$ zwischen anorganischer und organischer Strukturierung offen bleibt. Aufgrund des Quantendualismus und der hierdurch notwendigen Interpretation des Quadrats der Zustandsfunktion als Wahrscheinlichkeitsdichte wird allerdings für Materiefeldquanten das Auftreten von Freiheitsgraden oder von $p > o$ verborgenen Koordinaten nahegelegt, was die Existenz des R_{p+4} auch für die anorganischen Strukturierungen wahrscheinlich macht. Diese $p > o$ entelechal bedingten Zusatzkoordinaten η_k können nur die graduelle Tektonik der Metroplexkombinate in Richtung der zeitlich telezentrischen Tektonik verändern; denn wegen des Zeitverlaufes aller Phylogenesen und des Zeitdiagramms der Typoklinen $v\ (t)$ muß muß die telezentrische Tektonik organischer metroplexkombinate zeitartig sein. Wenn also eine organisch-anorganische Korrespondenz des Entelechalfaktors $p > o$ existiert, dann muß für die Metroplexgrade von 43 das System

$$q = q\ (\eta_k)_5^{p+4}\ ,\ s = s\ (\eta_k)_5^{p+4}\ ,\ m = m\ (\eta_k)_5^{p+4}\ ,$$

$$\eta_k = \eta_k\ (t) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 43\ a$$

berücksichtigt werden, wenn eine einheitliche syntrometrische Beschreibung anorganischer und organischer Strukturen durchgeführt werden soll.

Der Ansatz 43 zur einheitlichen Syntrometrie des Lebensprozesses geht auf die Beziehungen 42 und 42 a zurück, aus denen (an der Grenze des Kompetenzbereiches des Quantitätsaspektes) hervorgeht, daß die Typoklinencharakteristik aller Phylogenesen und die orthogenetische Evolutionstendenz zu wachsenden Organisationszuständen allein auf die entelechale Natur des Lebensprozesses zurückgeht. Die Natur der Organismen, nach 42 entelechal geschichtete Wirkungsgefüge zu sein, macht die Evolution zu steigenden Organisationsformen von der anorganischen Existenzsphäre über diejenige organischer autogener Katalyse durch die Biosphäre in die humane Neosphäre und die Legosphäre des Vernunftwesens zur Notwendigkeit.

7) K o n s e q u e n z e n a u s d e r D e d u k t i o n.

Nach der vorangegangenen Analyse können die empirischen Definitionen der ersten Aussagegruppe aus B , welche den Trägheitswiderstand enthalten, auf das in δ erscheinende Prinzip der Gravitation wegen des Äquivalentes zurückgeführt werden, während die Definition der Organismen nach 42 a auf $\mathcal{L}$ zurückgeht. Von den deskriptiven Aussagen der zweiten Gruppe - ausgenommen sind die in δ zusammengestellten- können bis auf die Beziehungen 19, 34 a, 35, 38, 40 und 44 alle anderen durch α, β und δ beschrieben werden. Hierbei ist jedoch zu bemerken, daß das in δ angeführte Prinzip der konstanten nuklearen Massendichte analytisch noch nicht verwendet worden ist. Aus der deduktiven Untersuchung der phänomenologischen Induktion folgt zusammenfassend, daß es tatsächlich ein System aus drei Fundamentalaussagen über die materielle Wirklichkeit gibt, aus denen sich der größte Teil der übrigen Aussagen deduktiv entwickeln lassen, wenn zunächst die Organismen ausgeschlossen werden.

1) Das Tensorium des materiellen Geschehens ist ein relatives vierdimensionales Raumzeitkontinuum, dessen räumliche Projektion, hinsichtlich elektromagnetischer Wirkung, nicht absolut ist.
2) Alle materiellen Phänomene sind atomar strukturiert, das heißt, es gibt ein Spektrum elementarer Materiefeldquanten (elektro-

magnetische Strahlungsquanten sind, wegen des Energiematerieäquivalents einbezogen), die als elementare Wirkungszentren des materiellen Geschehens anzusprechen sind.

3) Jedes materielle Geschehen, also jede Kette materieller Ereignisse, wird durch die Wechselwirkung materieller Strukturen verursacht und läuft zeitlich so ab, daß die Aktion des Geschehens ein Minimum ist und die Entropie des betreffenden materiellen Systems mindestens konstant bleibt.

Es erscheint notwendig, diese drei Grundsätze des materiellen Geschehens so zu vereinheitlichen, daß ein syntrometrischer Formalismus angewendet werden kann und diese syntrometrische Erweiterung muß über den Rahmen der materiellen Beschreibung hinausgehen, derart, daß die Phänomene der lebenden Organismen nach 43 und 43 a einbezogen werden. Um die mathematische Basis zur syntrometrischen Erweiterung zu schaffen, wird es zunächst notwendig, die drei Fundamentalaussagen formal zu vereinheitlichen und hierzu ist es wiederum erforderlich, ein einheitliches Gesetz zu finden, welches die Raumzeitstrukturen der elementaren Materiefeldquanten und deren allgemeine Wechselwirkungen beschreibt, doch muß zuvor die innere Struktur dieser Materiefeldquanten ergründet werden. Eine solche Strukturtheorie ist so zu formulieren, daß die Materiefeldquanten durch Strukturkaskaden beschrieben werden können; denn nur so kann das Übergangskriterium zur anthropomorphen Syntrometrie erfüllt werden. Dieser Übergang ist aber die notwendige Voraussetzung einer einheitlichen syntrometrischen Beschreibung aller materieller Strukturen über geeigneten nichtanthropomorphen Aspektivsystemen. Das empirische Spektrum dieser Feldquanten ist überaus mannigfaltig. Ist v die Relativgeschwindigkeit zu einem Ruhesystem und ist $\beta = v/c$ das auf die Lichtgeschwindigkeit c bezogene undimensionierte Geschwindigkeitsmaß, so ist zwischen dem Spektrum $\beta = 1$ und $o \leq \beta < 1$ zu unterscheiden. $\beta = 1$ beschreibt die unbegrenzte Zahl, der sich in ihrer Wellenlänge unterscheidenden elektromagnetischen Strahlungsquanten, die sämtlich elektrisch neutral und imponderabel sind, während $o \leq \beta < 1$ ein diskretes Spektrum ponderabler Feldquanten umfaßt. Diese Quanten können mit elektrischen Ladungen versehen oder neutral erscheinen, Auch können sie zeitlich stabil oder labil sein, das heißt, sie können nach bestimmten Halbwertzeiten unter Emission von Quanten $\beta = 1$ in andere ponderable Strukturen übergehen und so weiter. Alle Quanten $o \leq \beta < 1$ können aus $\beta = 1$ hervorgehen oder sich wieder in diese Quanten

auflösen, weil es zu jeder ponderablen Struktur eine Antistruktur gibt. So sehr sich alle diese Materiefeldquanten voneinander unterscheiden, so gibt es doch ein gemeinsames Kriterium aller Materiefeldquanten, nämlich nach 10 und 10 a die Trägheit. Da aber ein träger Körper zugleich auch schwer sein muß und beiden Eigenschaften auf ein und dasselbe Phänomen, nämlich die Gravitation nach 11 zurückgehen, kann festgestellt werden, daß, so verschieden auch immer die Materiefeldquanten sein mögen, eine Eigenschaft doch allen gemeinsam ist, nämlich die, eine gravitative Feldquelle zu sein. Eine einheitliche Beschreibung aller Materiefeldquanten muß also bei dieser, allen Feldquanten gemeinsamen Eigenschaft ansetzen. Es kommt also darauf an, eine ganz allgemeine Theorie der Gravitation und ihrer Koppelung an die Feldquanten zu finden, welche so beschaffen ist, daß sich aus ihr die Spektren der Materiefeldquanten sowie deren Wechselwirkungen und Eigenschaften (elektrische Ladung, Halbwertzeit und so weiter) im Raumzeitkontinuum ergeben. Damit wäre eine Vereinheitlichung der drei Fundamentalaussagen erreicht, und die Vereinheitlichung könnte dann in eine dem Übergangskriterium genügende syntrometrische Fassung gebracht und als syntrometrische Basis einer umfassenden Untersuchung aller Phänomene der Wirklichkeit verwendet werden.

K a p i t e l II

H E U R I S T I K D E R G R A V I T A T I O N

1) G r a v i t a t i v e F e l d q u e l l e n u n d a p p r o x i m i e r t e r T e n s o r f l u ß .

Das Gravitationsfeld eines Materiefeldquants der Masse m wird durch die als Geschwindigkeitspotential aufzufassende Zentralfeldfunktion $\varphi = \varphi(r)$ beschrieben, derart, daß m als Singularität des Zentralfeldes erscheint. Wegen $\varphi \sim 1/r$ würde φ für $r \to 0$ divergieren. Da in natürlichen Feldern solche uneigentlichen Punkte nicht vorkommen dürfen (das Energieniveau ψ zwischen m und einem anderen Feldquant m_1 würde nämlich gemäß $\lim_{r \to 0} \psi \to \infty$

ebenfalls divergieren), muß die Singularität m über ein endliches räumliches Volumen verteilt sein. Die Niveauflächen $\varphi(r) = \text{const}$, also $r = \text{const}$, sind sphärisch, so daß wegen des stetigen Abschlusses von Gravitations- und Materiefeld, auch die Begrenzung der Feldsingularität m als sphärisch vom Radius r_o angenommen werden muß. Dies bedeutet aber, daß zwischen einem exogenen Gravitationsfeld $r > r_o$ und einem endogenen Feld $o \leq r < r_o$ zu unterscheiden ist und, daß die Fläche $r = r_o = \text{const}$ der geometrische Ort des Überganges zwischen der endogenen und exogenen Gravitationsfeldstruktur ist. Bezeichnet $\sigma_{(o)}$ die Materiedichte innerhalb des singulären Bereiches $r = r_o$, so gilt $m = \int_{r_o} \sigma_{(o)} \cdot dV = 4\pi \int_{r_o} r^2 \sigma_{(o)}\, dr$ wegen der sphärischen Natur der Begrenzung. Für das Energieniveau des endogenen Feldes gilt dann, wenn $\varrho < r_o$ der Fläche $r_o = \text{const}$ infinitesimal benachbart ist, $\psi' = 16\pi^2 \varkappa/r \int_o^r r^2 \sigma_{(o)}\, dr \cdot \int_r^{\varrho} r^2 \sigma_{(o)}\, dr$, oder wenn $\sigma_{(o)} = \text{const}\ (r)$ angenommen wird, $\psi' = 16/9\, \pi^2 \cdot \varkappa \sigma_{(o)}^2 r^{+2} (\varrho^3 - r^3)$, was für $\varrho \to r_o$ das endogene Niveau $\psi' = b \cdot r^{+2} (r_o^3 - r^3)$ mit $b = 16/9\, \pi^2 \varkappa \sigma_{(o)}^2$ ergibt. Für die endogene Gravitationskraft gilt entsprechend $\bar{K}' = \bar{b} (r_o^3 - r^3)$, wenn $\bar{b}$ den Einheitswktor $\bar{e}_r$ enthält. In dem so beschriebenen endogenen Feld wird $\lim_{r \to \infty} \psi' = o$ und $\lim_{r \to 0} \bar{K}' = \bar{o}$, das heißt, für $r \to o$ verschwindet das endogene Feld und damit das uneigentliche Feldzentrum. Zugleich zeigt sich aber $\bar{K}' = \bar{o}$ in $o < r < r_o$, woraus folgt, daß im Innern des singulären Bereiches gravitative Spannungen auftreten müssen, so daß die Hypothese $\sigma_{(o)} = \text{const}\ (r)$ angezweifeld werden kann. Im mikromaren Bereich der Nuklearstrukturen und ponderablen Materiefeldquanten gilt jedenfalls $\sigma_{(o)} = \text{const}$. in sehr guter Näherung wegen der dritten empirischen Aussage des deskriptiven Prinzips δ der phänomenologischen Induktion. Selbst wenn $\sigma_{(o)} = \text{const}$ aus B III wegen des empirischen Charakters nur eine Näherung ist, kann grundsätzlich im Innern der Materiefeldquanten ein endliches Volumen angenommen werden, in welchem $\sigma_{(o)} = \text{const}$. exakt gilt. Für $r = r_o$ wird ebenfalls $\psi' = o$ und $\bar{K}' = \bar{o}$, doch beginnt hier der Anschluß zum exogenen Feld vom Niveau φ für $r \geq r_o$.

Zur Beschreibung des exogenen Feldes werde angenommen, daß m mit einer anderen Masse m_1 (im Abstand r) in gravitativer Wechselbeziehung steht. Das Energieniveau des exogenen Feldes ist dann $\Psi = \gamma/r \; m \cdot m_1$ und dieses Niveau wiederum ist nach dem Energiematerieäquivalent $\Psi = \underline{m} \cdot c^2$ einer Masse $\underline{m}$ äquivalent, die ihrerseits wiederum als gravitative Quelle den Massen m und m_1 überlagert, und dies bedeutet, daß wegen dieser Feldmasse $\underline{m}$ die Massen in m und m_1 als Funktionen des Abstandes r aufzufassen sind. Mit m (r) und m_1(r) wird dann $\bar{K} = \text{grad } \Psi =$

$= \gamma \bar{e}_r \left(m_1/r \cdot \partial m/\partial r + m/r \cdot \partial m_1/\partial r - \frac{m \cdot m_1}{r^2}\right)$. Ist

m_1 die Masse eines Probekörpers der sich im Nullpunkt des Beobachtungssystems befindet, so ist relativ zu diesem System $m_1 = \text{const}(r)$, während für $m = m(r)$ anzusetzen ist. Dies bedeutet

$\frac{\partial m_1}{\partial r} = 0$, also $\bar{K} = \gamma \bar{e}_r \; m_1 \; (1/r \cdot \partial m/\partial r - m/r^2)$,

was mit $\bar{K} = m_1 \cdot \bar{\Gamma}$ verglichen $\bar{\Gamma} = \gamma \bar{e}_r \; (1/r \; \partial m/\partial r - m/r^2) = \text{grad } \varphi$ mit $\varphi = \gamma \, m/r$ und $m = m(r)$ ergibt. Diese Form des gravitativen Feldvektors $\bar{\Gamma}$ ist mithin eine Folge des Energiematerieäquivalents. Die Beschreibung des endogenen und exogenen Gravitationsfeldes eines Materiefeldquants als gravitative Feldquelle ist demnach gegeben durch

$$0 \leq r < r_0 \;, \quad \Psi' \sim r^4 \; (r_0'^3 - r^3) \;, \quad r \geq r_0 \;, \quad \bar{\Gamma} = \text{grad } \varphi \;,$$

$$\varphi = \gamma \, m/r \;, \quad m = m(r) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; 44$$

Es kommt nun darauf an, die singulären Bereiche der Materiefeldquanten m direkt als Quellen des exogenen Feldes $\bar{\Gamma}$ zu beschreiben. Zu diesem Zweck wird zunächst für $\bar{\Gamma}$ der dreidimensionalen Feldvektor ${}^*\bar{\Gamma} = - \widehat{\text{div}} \; \bar{\Gamma}$ definiert. Wegen $\bar{\Gamma} = \text{grad } \varphi$ wird in diesem speziellen Fall rot $\bar{\Gamma} = \bar{0}$ wegen rot grad $= \bar{0}$, das heißt ${}^2\bar{\Gamma} = {}^2\bar{\Gamma}^\times$ ist für $\bar{\Gamma} = \text{grad } \varphi$ symmetrisch. Diese Symmetrie hat zwar die Wirbelfreiheit, nicht aber notwendig die Quellenfreiheit zur Folge, denn für ${}^2\bar{\Gamma} = {}^2\bar{\Gamma}^\times$ braucht $\text{sp } {}^2\bar{\Gamma} = \text{div } \bar{\Gamma}$ nicht notwendig zu verschwinden. Nur ${}^2\bar{\Gamma} = - {}^2\bar{\Gamma}$ ist immer $\text{sp } {}^2\bar{\Gamma} = 0$. Im allgemeinen Fall ${}^2\bar{\Gamma} \neq {}^2\bar{\Gamma}^\times$ spaltet ${}^2\bar{\Gamma}$ in einen symmetrischen und einen antisymmetrischen Anteil, so daß sowohl Quellen als auch Wirbel vorkommen. Selbst wenn $\bar{\Gamma}$ noch durch einen Wirbelanteil additiv ergänzt wäre, würde

sp $^2\bar{\Gamma}$ = div $\bar{\Gamma} \neq 0$ auch deshalb erhalten bleiben, weil div rot = o den Nulloperator liefert. Die Einschränkung $^2\bar{\Gamma} = {}^2\bar{\Gamma}^x$ hat demnach auf die Bildung s p $^2\bar{\Gamma}$ = div $\bar{\Gamma}$ keinen Einfluß. Die spezielle Darstellung $\bar{\Gamma}$ = grad φ bedingt $^2\bar{\Gamma} = {}^2\bar{\Gamma}^x$. Die Quellen werden beschrieben durch q = s p $^2\bar{\Gamma}$ = div $\bar{\Gamma}$ oder q = div grad φ . Da das Feld $\bar{\Gamma}$ nicht gestört werden soll, sind seine Niveauflächen sphärisch , so daß sich für div grad =

$= \sum_{k=1}^{3} \partial^2/\partial x_k^2$ eine Transformation in Polarkoordinaten empfiehlt . Da $\varphi = \varphi(r)$ nur von r nicht aber von Poldistanz und Azimut abhängt, ergibt sich für den in Polarkoordinaten transformierten Operator div grad = $\partial^2/\partial r^2 + 2/r\ \partial/\partial r + 1/r^2$. Mit $\varphi = \gamma m/r$ und m = m (r) wird aus q = div grad φ nach der Transformation q/γ = div grad (m/r) = $(\partial^2/\partial r^2 + 2/r\ \partial/\partial r + 1/r^2)$; $m/r = 1/r \frac{d^2 m}{d r^2} + m/r^3$. Mit $V = 4/3\ \pi r^3$ und $dV = 4\ \pi r^2\ dr$ (dieses Volumen wird von einer sphärischen Niveaufläche umschlossen) wird $q/4\pi\gamma =$

$= 4\ \pi\ r\ d/dV\ (r^2\ dm/dV) + m/3V = 3V \frac{d^2 m}{d V^2} +$

$+ 2\ dm/dV + m/3V = 1/3V\ (9\ V^2\ d^2/dV^2 + 6\ V\ d/dV + 1)$;

$m = 1/3V\ (3\ V\ d/dV + 1)^2$; m , weil der Operator $9\ V^2 \frac{d^2}{dV^2} +$

$+ 6\ V\ d/dV + 1$ als Iteration zweiten Grades von $3\ V\ d/dV + 1$ aufgefaßt werden kann. Offenbar ist $\frac{3q}{4\pi\gamma} = 1/V\ (3\ V\ d/dV + 1)^2$;

$m \sim \sigma$, wenn σ die auf V bezogene Dichte von m (r) ist. Der Proportionalitätsfaktor muß dabei so beschaffen sein, daß sich für die Begrenzung r_o des Materiefeldquants als gravitativer Feldquelle stets $\sigma_{(o)} = (dm/dV)_o = m_o/V_o = \text{const}$ ergibt, wenn $m_o = m(r_o)$ ist. Der Operator V d/dV wird unter diese Voraussetzung in der Limesrelation $\lim_{r \to r_o} V\ d/dV = 1$ zum Einheitsoperator und dies hat $\lim_{r \to r_o} 1/V\ (3\ V\ d/dV + 1)^2$; m =

$= 16\ m_o/V_o = 16\ \sigma_{(o)}$ zur Folge, so daß ein Dichteoperator $\wedge$ mit der Eigenschaft $\wedge$; m = σ und $\lim_{r \to r_o} \wedge$; m = $\sigma_{(o)}$ nur in der mit 1/16 normierten Form $\wedge = 1/16V\ (3\ V\ d/dV + 1)^2$ definiert werden kann. Damit wird $3q/4\pi\gamma = 16\ \wedge$; m = 16 σ .

Da andererseits $q = s\ p\ {}^2\bar{\Gamma} = \operatorname{div} \bar{\Gamma}$ ist, folgt für die Beschreibung der gravitativen Feldquellen

$$\alpha \operatorname{div} \bar{\Gamma} = \Lambda \; ; \; m = \sigma \; , \; \Lambda = 1/16V \; (3\,V\; d/dV + 1)^2 \; ,$$

$$64/3\ \pi\ \gamma^{\ell}\ \alpha = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 45.$$

Mit $m\ (r_o) = m_o$ gibt Λ ; $m_o = \sigma_o$ offenbar die auf das Volumen V mit $r > r_o$ bezogene Dichte der Anfangsmasse m_o an, im Gegensatz zu $(\Lambda\ ;\ m)_o = \sigma_{(o)}$ bezogen auf $r = r_o$. In σ_o ist offenbar das unbekannte Gesetz $m\ (r)$ nicht enthalten, so daß die Differenz $\sigma_o - \sigma = \Lambda\ ;\ (m_o - m)$ die Quellenverteilung des durch $m\ (r)$ bedingten Anteiles $m_o - m \neq o$ angibt, weil $m\ (r) \neq m_o$ für $r > r_o$ nach 10 und 10 a zu erwarten ist. Es liegt daher nahe, $\pm\ (\sigma_o - \sigma)$ als Quelle eines noch unbestimmten Vektorfeldes $\bar{A}$ aufzufassen, derart, daß $\operatorname{div} \bar{A} = \pm\ (\sigma_o - \sigma)$ gesetzt werden kann. Hiermit muß es möglich sein, die $m\ (r)$ berücksichtigende Dichte σ auf $\sigma_o = \Lambda\ ;\ m_o$ in $\operatorname{div} \bar{\Gamma}$ zu reduzieren, denn es wird $\alpha \operatorname{div} \bar{\Gamma} \pm \operatorname{div} \bar{A} = \sigma_o$ und hierin tritt der unbekannte Zusammenhang $m\ (r)$ nicht mehr auf. Mit dem neuen Feldvektor $\bar{g} = \bar{\Gamma} \pm \bar{A}/\alpha$ wird dann

$$\alpha \operatorname{div} \bar{g} = \sigma_o \; , \; \bar{g} = \bar{\Gamma} \pm \bar{A}/\alpha \; , \; {}^2\bar{g} = \overset{\wedge}{\overline{\operatorname{div}}}\ \bar{g} \; ,$$

$$\operatorname{div} \bar{A} = \pm\ (\sigma_o - \sigma) \; , \; \sigma_o = \Lambda\ ;\ m_o \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 45a.$$

Der Feldtensor von $\bar{g}$, nämlich ${}^2\bar{g} = \overset{\wedge}{\overline{\operatorname{div}}}\ \bar{g} = {}^2\bar{\Gamma} \pm {}^2\bar{A}/\alpha$ mit ${}^2\bar{A} = \overset{\wedge}{\overline{\operatorname{div}}}\ \bar{A}$ braucht nicht mehr symmetrisch zu sein; denn es kann auch ${}^2\bar{A} = -\ {}^2\bar{A}^{\times}$, also ${}^2\bar{g} \neq {}^2\bar{g}^{\times}$ erwartet werden. ${}^2\bar{g} = -\ {}^2\bar{g}^{\times}$ wird nur möglich, wenn ${}^2\bar{\Gamma} = {}^2\bar{o}$ und ${}^2\bar{A} = -\ {}^2\bar{A}^{\times}$ gilt, oder, wenn ${}^2\bar{\Gamma} = \pm\ 1/\alpha\ {}^2\bar{A}$ einer Antisymmetrisierung entspricht. Durch $\bar{A}$ wurde zwar in 45 a der unbekannte Zusammenhang $m\ (r)$ eliminiert, doch tritt dafür $\pm\ \bar{A}$ als unbekanntes Feld auf. Wenn es gelingt, dieses Feld zu ermitteln, so kann auch $m\ (r)$ bestimmt werden und von diesem Zusammenhang ist ein hoher Aussagewert zu erwarten.

Die Masse m ruhe als Quellenpunkt im Nullpunkt eines räumlichen Koordinatensystems x_k. Da die Gravitation nach allen Erfahrungen nicht polarer Natur ist, kann es zu den gravitativen Feldquellen

keine Senken geben, so daß mit dem Quellpunkt m nicht eine Senke, sondern ein Aufpunkt A der Masse m_a in Wechselbeziehung steht. Ist $\bar{a} = \overrightarrow{QA} = \text{const.}$ und sind beide Punkte an feste Ruhelagen gebunden, so daß für jede Strecke $\dot{\bar{s}} = \bar{o}$ gilt, so kann A ebenfalls als Nullpunkt eines Koordinatensystems x'_k angenommen werden. Beide Systeme können so orientiert werden, daß für ihre Einheitsvektoren immer $\bar{e}'_k = \bar{e}_k$ und für ihre Koordinaten die Transformationen $x'_1 = x_1 - a$, $x'_2 = x_2$ und $x'_3 = x_3$ gelten. Werden die Quellenpunktdaten nicht indiziert, so gilt für die den Aufpunkt beeinflussende ponderomotorische Wirkung $\bar{K}_A = m_A \cdot \bar{g}$, während für die Rückwirkung der im Aufpunkt befindlichen Kontermasse m_A auf die Quellenpunktmasse $\bar{K} = m \cdot \bar{g}_A$ gilt. Beide Kräfte wirken gegeneinander, das heißt, sie müssen entgegengesetzt gleich groß sein, so daß $\bar{K}_A = -K$ oder $m_A \cdot \bar{g} + m \cdot \bar{g}_A = \bar{o}$ gilt. Aus $\bar{K}_A = m_A \bar{g}$ wird, wenn auf das Quellenpunktsystem bezogen wird und dV_A irgendein Volumenelement eines von einer Niveaufläche des m_A - Feldes umschlossenen Volumens ist, $\bar{\xi}_{(A)} = d\bar{K}_A/dV_A = \sigma_{Ao} \cdot \bar{g}$ oder $\bar{\xi}_{(Q)} = d\bar{K}/dV = \sigma_o \cdot \bar{g}_A$ in Bezug auf das Aufpunktsystem. Q und A seien Punkte von zwei Parallelebenen, derart, daß $\overrightarrow{QA} < \infty$ die Achse eines durch diese beiden Ebenen begrenzten unendlichen Zylindervolumens darstellt. Wegen des unpolaren Charakters der Gravitation und der Tatsache, daß $\bar{g}$ und $\bar{g}_A$ im Innern dieses Volumens immer entgegengerichtet sind, kommt es innerhalb dieses Bereiches (gekennzeichnet durch die Indizierung i) stets zu einer gegenseitigen Schwächung der Kraftdichten $\bar{\xi}_{(A)}$ und $\bar{\xi}_{(Q)}$, während sich in den beiden Halbräumen außerhalb des Zylinders (gekennzeichnet durch die Indizierung e) die Vektoren addieren, so daß es hier zu einer Verstärkung der Kraftdichten kommt. Hier bezieht sich der Begriff Kraftdichte auf die zu den Niveauflächen normalen Kraftvektoren, welche auf die durch $\wedge$ charakterisierte Massendichte einwirken. Wegen $\sigma_o = \alpha \operatorname{div} \bar{g}$ wird also $\bar{\xi}_{(Q)} = \bar{\xi}_{ei} = \pm \alpha \bar{g}_A \operatorname{div} \bar{g}$ in Bezug auf Q, jenachdem, ob sich das Feld auf die Halbräume (oberes Vorzeichen) oder den Innenbereich (unteres Vorzeichen) bezieht. Es soll das Q - System x_k als Bezugssystem verwendet werden. Die beiden Parallelebenen sind also hinsichtlich $\bar{\xi}_{ei}$ singulär. In Komponentenform wird $\pm \bar{\xi}_{ei}/\alpha = \bar{g}_A \operatorname{div} \bar{g} = \sum_{k=1}^{3} \bar{e}_k g_{Ak} \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial g_i}{\partial x_i} =$

$= \overline{\operatorname{div}} \; {}^2\bar{\tau} - (\bar{g} \operatorname{grad}) \; ; \; \bar{g}_A$ mit ${}^2\bar{\tau} = \left[g_i \cdot g_{A,k} \right]_3$. Für

$m = m_A$ folgt, wenn $\bar{g}_{ei}$ sich wieder auf die Halbräume und das Zylindervolumen bezieht, und wenn weiter der statische Fall rot $\bar{g}_{ei} = \bar{0}$ angenommen wird, also, wenn ${}^2\bar{g} = \overset{\wedge}{\text{div}}\ \bar{g}$ symmetrisch ist, $\pm \bar{\xi}_{ei}/\alpha = \overline{\text{div}}\ {}^2\bar{\tau} - 1/2\ \overline{\text{div}}\ \bar{g}^2_{ei}\ {}^2\bar{E} = \overline{\text{div}}\ ({}^2\bar{\tau} - 1/2\ \bar{g}^2_{ei}\ {}^2\bar{E})$, weil für ${}^2\bar{g}_{ei} = {}^2\bar{g}^{\times}_{ei}$ immer $(\bar{g}_{ei}\ \text{grad})\ ;\ \bar{g}_{ei} = 1/2\ \overline{\text{div}}\ \bar{g}^2_{ei} \cdot {}^2\bar{E}$ gilt, denn die Systeme Q und A sind gleich orientiert und gehen durch eine Parallelverschiebung auseinander hervor, Sind weiterhin die $\alpha_k = \sphericalangle\ (\bar{g}_{(k)ei}\ ,\ \bar{g}_{ei})$ die Winkel zwischen den Vektoren und ihren Komponenten, so daß $g_{(k)ei} = g_{ei} \cdot \cos \alpha_k$ gilt, so wird ${}^2\bar{\tau} = g^2_{ei} \cdot {}^2\bar{C}'_{ei}$ mit ${}^2\bar{C}'_{ei} = [\cos \alpha_i \cdot \cos \alpha_k]_3$, also ${}^2\bar{\tau} - 1/2\ \bar{g}^2_{ei}\ {}^2\bar{E} = \bar{g}^2_{ei}\ ({}^2\bar{C}'_{ei} - 1/2\ {}^2\bar{E}) = 1/2\ \bar{g}^2_{ei}\ {}^2\bar{C}_{ei}$, wenn ${}^2\bar{C}_{ei} = [2 \cdot \cos \alpha_i \cdot \cos \alpha_k - \delta_{ik}]_3$ ist. Damit hat man $\bar{\xi}_{ei} = \pm \alpha\ \overline{\text{div}}\ \bar{g}^2_{ei}/2\ {}^2\bar{C}_{ei}$, wenn $m = m_A$ und ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{g}^{\times}$ ist. Im Zylindervolumen ist immer $o \leq \alpha_1 \leq \pi/2$, aber $0 \leq \alpha_2$, $\alpha_3 \leq \pi$, also $0 \leq \cos \alpha_1 \leq 1$ und $-1 \leq \cos (\alpha_2, \alpha_3) \leq +1$. Im Halbraum der Ebene, welche Q enthält (auch für das Zylindervolumen bezog sich die Untersuchung auf dieses System), gilt entsprechend $\pi/2 \leq \alpha_1 \leq \pi$, während für α_2 und α_3 die gleichen Intervalle gelten, das heißt, während im Zylindervolumen $o \leq \cos \alpha_1$ gilt, wird im Halbraum $(\cos \alpha_1)_e = \cos (\pi - \alpha_1) = - \cos \alpha_1$, das heißt, es ist ${}^2\bar{C}_e \neq {}^2\bar{C}_i$. Die gesamte auf Q wirkende Kraftdichte ist gegeben durch $\bar{\xi} = \bar{\xi}_e + \bar{\xi}_i = \alpha/2 \cdot \overline{\text{div}}\ (\bar{g}^2_e \cdot {}^2\bar{g}_e - \bar{g}^2_i\ {}^2\bar{C}_i)$. Insgesamt gilt also für die Kraftdichte, welche die gravitive Feldstruktur im Fall einer Wechselwirkung beschreibt:

$$
\begin{aligned}
&{}^2\bar{g} = \overset{\wedge}{\overline{\text{div}}}\ \bar{g}\ , \quad \bar{\xi}_{ei} = \pm \alpha\ (\overline{\text{div}}\ {}^2\bar{\tau} - (\bar{g}\ \text{grad})\ ;\ \bar{g}_A)\ , \\
&{}^2\bar{\tau} = [g_i \cdot g_{A,k}]_3\ , \quad {}^2\bar{g} = {}^2\bar{g}^{\times}\ , \quad m = m_A\ , \\
&\bar{\xi} = \alpha/2\ \overline{\text{div}}\ (\bar{g}^2_e\ {}^2\bar{C}_e - \bar{g}^2_i\ {}^2\bar{C}_i)\ , \\
&{}^2\bar{C}_{ei} = [2 \cos \alpha_i \cos \alpha_k - \delta_{ik}]_3\ , \ \alpha_k = \sphericalangle\ (\bar{g}\ ,\ \bar{g}_k) \ \ldots\ldots
\end{aligned}
$$

.....46.

Die Entwicklung der Vektordivergenz kann weitergeführt werden.

Volumenintegration von $\bar{\xi}$ liefert, wenn $\bar{G}$ ein gravitativer Impuls ist und $\bar{F}$ das Integrationsvolumen als Oberfläche umschließt,

$$\dot{\bar{G}} = \int_V \bar{\xi}\, d\,V = \alpha/2 \int_V \overline{div}\ (\bar{g}_e^2\ {}^2\bar{C}_e - \bar{g}_i^2\ {}^2\bar{C}_i)\, d\,V =$$

$$\alpha/2 \oint (g_e^2\ {}^2\bar{C}_e - \bar{g}_i^2\ {}^2\bar{C}_i)\, d\,\bar{F}\ ,$$

das heißt, die Tensordifferenz, deren Vektordivergenz die gravitative Kraftdichte ergab, muß als Strömung eines gravitativen Tensorfeldes durch eine Oberfläche aufgefaßt werden, derart, daß dieser gravitative Tensorfluß die Impulsströmung durch die das Integrationsvolumen umschließende Oberfläche angibt. Die Beschreibung eines Tensorflusses ist dabei nur approximativ, weil die Forderung ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{g}^{\times}$ eine Einschränkung bedeutet, die nur durch die empirische Gradienten- also Quellennatur der Gravitation bedingt wird; doch gilt diese Empirik nur für $\bar{r}$, nicht aber notwendig für die Reduktion $\bar{g} = \bar{r} \pm \bar{A}/\alpha$, die durch $m = m(r)$ bestimmt wird, so daß ohne weiteres neben den Quellen auch Wirbelanteile vermutet werden können und daher ${}^2\bar{g} + {}^2\bar{g}^{\times}$ den Allgemeinfall darstellt für den die Untersuchung des Tensprflusses nicht gilt. Auch müßte zu einer exakten Beschreibung eine Untersuchung im Raumzeitkontinuum durchgeführt werden. Der approximierte Tensorfluß der Gleichung 46 kann auch in eine andere Form gebracht werden. Ist $\bar{g}_a$ das Aufpunktfeld der Kontermasse $m_A = m$ im Abstand $a + s \geq a$ welches auf m des Quellpunktes einwirkt, und ist $\alpha_{ei} = \sphericalangle\,(\bar{g},\bar{g}_a)_{ei}$ der Winkel zwischen den beiden Feldvektoren, so gilt $\bar{g}_{ei}^2 = \bar{g}^2 + \bar{g}^2\alpha + 2\, g \cdot g_a \cos.\ \alpha_{ei}$ und dies hat für den approximierten Tensorfluß $\bar{g}_e^2 \cdot {}^2\bar{C}_e - \bar{g}_i^2\ {}^2\bar{C}_i = (g^2 + g_a^2)({}^2\bar{C}_e - {}^2\bar{C}_i) + 2\, g\, g_a\, ({}^2\bar{C}_e \cos\alpha_e - {}^2\bar{C}_i \cos\cdot\alpha_i)$ zur Folge und hierdurch kann die Darstellung des Tensorflusses in die Form

$$g_{ei}^2 = g^2 + g_a^2 + 2\, g\, g_a \cos\alpha_{ei}\ ,$$

$$\bar{\xi} = \alpha/2\ \overline{div}\ (g^2 + g_a^2)\,({}^2\bar{C}_e - {}^2\bar{C}_i) +$$

$$+ \alpha\ \overline{div}\ g\, g_a\, ({}^2\bar{C}_e \cos\alpha_e - {}^2\bar{C}_i \cos\alpha_i) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 46a$$

gebracht werden. Wird nur eine Feldlinie untersucht, die mit der x_1-Achse zusammenfällt, so ist immer $\cos\alpha_2 = \cos\alpha_3 = o$ und $\cos\alpha_1 = 1$ beziehungsweise $\cos\alpha_1 = -1$, je nach dem, ob es sich um ${}^2\bar{C}_i$ oder ${}^2\bar{C}_e$ handelt. Da aber dieser Cosinus als Quadrat auftritt, wird ${}^2\bar{C}_e = {}^2\bar{C}_i = {}^2\bar{C} = \begin{bmatrix} 1 & o & o \\ o & -1 & o \\ o & o & -1 \end{bmatrix}$ und dies liefert

$\bar{\xi}_x = \alpha \overline{div}\, g\, g_a\, {}^2\bar{C}\, (\cos \alpha_e - \cos \alpha_i)$. Hierin ist $\alpha_e = o$ und $\alpha_i = \pi$, was $\bar{\xi}_x = 2\, \alpha \overline{div}\, g\, g_a\, {}^2\bar{C}$ zur Folge hat. Die Entwicklungen, die zu den Gleichungen 46 und 46 a führen, zeigen, daß die approximierte Tensorflußdichte nicht nur als Flächendichte, der Impulsströmung, sondern auch als Tensorfeld der gravitativen Raumspannung aufgefaßt werden kann. Die Struktur des Ausdruckes für $\bar{\xi}$ zeigt, daß es bei der Superposition der kugelsymmetrischen Felder von Q und A zu einer metrischen Deformation der sphäri - schen Niveauflächen kommt, derart, daß die zuvor kugelsymmetrische gravitative Raumstruktur eine asymmetrische Verformung erfährt. Die gravitativen Feldlinien müssen , da das jeweilige Gravitationsniveau ein Maß für die Feldliniendichte ist, ebenfalls eine Dichteasymmetrie erfahren, und zwar wird die Feldliniendichte im Zylindervolumen ver - mindert, während es in den beiden Halbräumen zu einer Erhöhung der Feldliniendichte kommt. Bei der Superposition ist also neben der metrischen Deformation der Niveauflächen ein Gefälle der Feldliniendichte entstanden und die ponderomotorische Gravitationskraft wirkt in Richtung dieses Dichtegefälles derart, daß die gravitierenden Massen aus Bereichen höherer Feldliniendichte in Raumbereiche geringerer Dichte zu gelangen suchen. Der Elementarprozeß der gravitativen Attraktion läuft also auf das Bestreben hinaus, die Dichteasymmetrie der gravitativen Feldlinien auszugleichen und der kugelsymmetrischen Raumstruktur anzunähern, weil dies offenbar der stabile Zustand maximaler Entropie ist. Kennzeichnet F_2 den V_2 umschließenden Flächeninhalt einer derjenigen exzentrischen aber rotationssymmetrischen Mittelpunktsflächen, welche als metrisch deformierte Niveaufläche (wegen der Dichteasymmetrie der Feldlinien) Quell- und Aufpunkt gemeinsam umschließt, dann erfolgt im Dichtegefälle der Feldlinien die gravitierende Bewegung stets so, daß das Verhältnis $V_2/F_2 \rightarrow V_1/F_1 \rightarrow V_k/F_k = (V/F)_{max}$ gemäß $V_k/F_k > V_1/F_1 > V_2/F_2$, während der Bewegung ansteigt, bis die sphärische Minimalfläche $F_k = 4\,\pi\, r^2$ mit $V_k = 4/3\,\pi\, r^3$ eines ungestörten neuen Feldes (erregt durch die Summe beider Massen) erreicht wird. V/F muß bei der sphärischen Fläche das Maximum durchlaufen, weil die Sphäre bei minimaler Oberfläche ein Volumenmaximum umschließt. Da nach B II 3 alle Vorgänge so ablaufen, daß die Entropie gemäß $\dot{S} \geq o$ und $\ddot{S} \leq o$ des Systems nur anwächst, kann angenommen werden, daß $V_1/F_1 - V_2/F_2 = \Delta\,(V/F) > o$ einer Entropieerhöhung $\Delta\, S > o$ des gravitierenden Systems proportional ist. Mit dem Proportionalitätsfaktor $a > o$

gilt also $a \Delta S = \Delta (V/F)$, oder nach dem infinitesimalen Limes $a\, dS = d\, V/F - V/F^2 \cdot d\, F$, so daß, wenn $V(F)$ der exzentrischen Niveaufläche bekannt ist, aus der Differentialgleichung

$$a\, F \cdot dS/dF = dV/dF - V/F\,, \quad V = V(F) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 47$$

auf den integralen Verlauf der Entropieänderung $S(F)$, während der linearen Gravitationsbewegung geschlossen werden kann. Da $\dot{S} > o$ ist muß $\dot{F}$ nach 47 das gleiche Vorzeichen haben wie $dV/dF - V/F$, weil anderenfalls die Entropie abnehmen würde, was aber dem Entropiegesetz widerspräche.

Das Zustandekommen des gravitativen Feldgefälles bei der Superposition kann in zweifacher Weise interpretiert werden. Zum einen kann angenommen werden, daß das Dichtegefälle durch einen einfachen Superpositionsvorgang von Vektorfeldern zustandekommt, doch sind bei dieser Beschreibungsweise keine Einsichten in den Elementarvorgang zu erwarten, der sich bei der Superposition in dem gravitativ strukturierten Raum abspielt. Zum anderen ist es denkbar, daß bei der gravitativen Wechselwirkung zu den gravitativen Feldlinien Orthogonaltrajektorien induziert werden, welche nach Art eines Wirbelgesetzes die Feldlinien aus dem Zylindervolumen herausziehen und in den Halbräumen verdichten, so daß auf diese Weise die metrische Niveauflächendeformation zustande kommt. Da die Wirkung jeder ponderomotorischen Kraft auf die Überwindung des Trägheitswiderstandes der bewegten Materie zurückgeht und dieser Trägheitswiderstand mit dem Gravitationsfeld der betreffenden Materie identisch ist, kann angenommen werden, daß beim Wirken eines ponderomotorischen Vektors in der Gravitationsfeldstruktur der bewegten Materie ebenfalls ein solches Orthogonaltrajektorfeld induziert wird, welches ein gravitatives Feldgefälle verursacht, das dem ponderomotorischen Vektor entgegengerichtet ist und eine entgegengesetzt gleiche ponderomotorische Wirkung die reaktive Trägheitskraft bedingt. Sind Q und A nicht an feste Ruhelagen gebunden, sondern kommt es zur kräftefreien Gravitationsbewegung, so kompensieren diese reaktiven Trägheitskräfte die gravitativ verursachten Feldasymmetrien wieder aus, so daß in Q und A bei dieser Form der Bewegung keine Kraftwirkung mehr auftreten kann. Wie das Dichtegefälle im Fall der gravitativen Wechselwirkung zu interpretieren ist, (durch Superposition oder Induktion eines Orthogonaltrajektorfeldes) muß eine Analyse des Hilfsfeldes $\bar{A}$ ergeben, mit dessen Hilfe $m(r)$ eliminiert wurde.

2) Gravitative Feldstörungen

Faktisch ist vom Phänomen der Gravitation nur $\alpha \operatorname{div} \bar{g} = \sigma_o$ mit $\bar{g} = \bar{F} \pm \bar{A}/\alpha$ sowie $\bar{F} = \gamma \operatorname{grad} (m/r)$ mit $m(r)$ bekannt, worin der unbekannte Zusammenhang $m(r)$ beziehungsweise das Feld $\pm \bar{A}$ auf $E = m c^2$, also auf das elektromagnetische Induktionsgesetz, und $\bar{F} = \operatorname{grad} \varphi$ auf die Empirik der himmelsmechanischen Gravitationsbewegung zurückgeht. Offenbar ist $\alpha \operatorname{div} \bar{g} = \sigma_o$ noch durch andere Gleichungssysteme zu ergänzen. Die zeitliche Stabilität des $\bar{g}$ erregenden Materiefeldquants m_o wird durch $dm_o/dt = o$ ausgedrückt. Da immer $\wedge \; ; \; o = o$ ist, und $\wedge$ mit der Zeitdifferentiation gemäß $(\wedge \times d/dt)_- = o$ kommutiert, weil r und damit V im statischen Feld nicht von t abhängen, ist $o = \wedge \; ; \; dm_o/dt = d/dt \wedge ; \; m_o = d\sigma_o/dt$. Wegen $\sigma_o = \sigma_o (x_k, t)_1^3$ und $\bar{v} = \sum_{k=1}^{3} d\bar{x}_k/dt$, also $\operatorname{div} \bar{v} = o$ wird $0 = d\sigma_o/dt = \dot{\sigma}_o + \sum_{k=1}^{3} dx_k/dt \cdot \partial\sigma_o/\partial x_k = \dot{\sigma}_o + \bar{v} \operatorname{grad} \sigma_o = \dot{\sigma}_o + \operatorname{div} (\bar{v}\sigma_o)$. Wird hierin $\dot{\sigma}_o = \alpha \operatorname{div} \dot{\bar{g}}$ eingesetzt, so folgt $\operatorname{div} (\alpha \dot{\bar{g}} + \bar{v} \sigma_o) = o$. Diese Beziehung ist entweder erfüllt, wenn für alle Zeiten $\alpha \dot{\bar{g}} + \bar{v} \cdot \sigma_o = \bar{o}$ ist. Wird dies angenommen, so kann $\sigma_o = \alpha \operatorname{div} \bar{g}$ eingeführt und hierdurch dividiert werden. Dies ergibt $\dot{\bar{g}}/\operatorname{div}\bar{g} = - \bar{v} = \text{const}$. Ist $\bar{s} = \bar{s}_o \cdot s$ irgendein Wegvektor, derart, daß $\operatorname{div} \bar{g} = \partial g_s/\partial s$ und $\dot{\bar{g}} = \dot{\bar{s}}_o \dot{g}_s$ wird, so ist $\dot{\bar{g}}/\operatorname{div}\bar{g} = \bar{s}_o \cdot \dot{s} = \dot{\bar{s}}$ oder wegen $\dot{\bar{s}} = - \bar{v} = \text{const}$. Die Forderung $\alpha \dot{\bar{g}} + \bar{v} \sigma_o = \bar{o}$ kann also nur unter den Bedingungen $\dot{\bar{s}} + \bar{v} = \bar{o}$ und $\bar{g} \parallel \dot{\bar{s}} = \text{const}$. erfüllt werden. Da dies aber nicht allgemein der Fall zu sein braucht, aber $\alpha \dot{\bar{g}} + \bar{v} \sigma_o$ immer divergenzfrei sein muß, was wegen $\operatorname{div} \operatorname{rot} = o$ nur möglich sein kann, wenn der Vektor als Rotor eines neuen Vektorfeldes $\bar{\mu}$ darstellbar ist. Neben $\alpha \operatorname{div} \bar{g} = \sigma_o$ existiert also noch der aus der Stabilitätsforderung folgende Ausdruck $\alpha \dot{\bar{g}} + \bar{v} \sigma_o = \operatorname{rot} \bar{\mu}$. Wird das von σ_o erregte Feld gestört, und beschreiben $\bar{g}$ und $\bar{\mu}$ jetzt die von σ_o nicht mehr beeinflußbaren gravitativen Feldstörungen, so ist $\sigma_o = o$ zu setzen und für die im Vakuum fortschreitenden gravitativen Störungen gilt dann $\operatorname{div} \bar{g} = o$ und $\alpha \dot{\bar{g}} = \operatorname{rot} \bar{\mu}$, was noch durch $\operatorname{div} \bar{\mu} \sim \pm \sigma$ ergänzt werden kann, weil im Vakuum für $\bar{\mu}$ die Quelle mit der Feldmasse identisch ist. In diesen drei Differentialbeziehungen kann $\bar{\mu}$ eventuell als das Orthogonaltrajektorfeld

zu $\bar{g}$ interpretiert werden; denn wegen $\bar{\mu} \cdot \dot{\bar{g}} \sim \bar{\mu}\ \mathrm{rot}\ \bar{\mu} = o$ und $\bar{\mu} \neq \bar{o}$ beziehungsweise $\dot{\bar{g}} \neq \bar{o}$ ist $\bar{\mu}\ \dot{\bar{g}} = o$ nur für $\sphericalangle\ (\bar{\mu}, \dot{\bar{g}}) = \pi/2$, also $\bar{\mu} \perp \dot{\bar{g}}$ möglich und dies bedeutet wiederum, da rot $\bar{\mu} \sim \dot{\bar{g}}$ ist, daß die Feldlinien von $\bar{\mu}$ diejenigen Orthogonaltrajektorien sind, welche bei der gravitativen Wechselwirkung die Niveauflächen von $\bar{g}$ exzentrisch deformieren und ein Dichtegefälle der Feldlinien von $\bar{g}$ induzieren, durch welches eine ponderomotorische Kraftdichte entsteht. Dies aber gilt auch für $\bar{v}\ \sigma_o \neq \bar{o}$. Wenn die Beziehungen $\alpha\ \dot{\bar{g}} = \mathrm{rot}\ \bar{\mu}$, sowie $\mathrm{div}\ \bar{g} = o$ beziehungsweise $\mathrm{div}\ \bar{\mu} \sim \pm\ \sigma$, welche fortschreitende gravitative Feldstörungen im Vakuum beschreiben, vollständig sind, müssen sie sich aus $\delta \int_{t_1}^{t_2} \underline{L}\ dt = o$ als kanonische Feldgleichungen ergeben. Es ist zu erwarten, daß dieses Gleichungssystem noch nicht vollständig ist, das heißt, es kommt darauf an, für die durch $\bar{g}$ und $\bar{\mu}$ beschriebenen gravitativen Feldstörungen eine Funktion $\underline{L}$ so zu bestimmen, daß sich aus $\delta \int_{t_1}^{t_2} \underline{L}\ dt = o$ auf jeden Fall $\mathrm{div}\ \bar{g} = o$, $\mathrm{div}\ \bar{\mu} \sim \pm\ \sigma$ und $\alpha\ \dot{\bar{g}} = \mathrm{rot}\ \bar{\mu}$ als Feldgleichungen ergeben. Wenn noch zusätzliche Gleichungen entstehen, wird das System durch diese vervollständigt. Auch ist bei der Bestimmung von $\underline{L}$ der empirische Sachverhalt zu berücksichtigen, wonach die Gravitation einen nicht polaren Charakter hat, so daß sie sich zum elektrischen Feld konträr verhält. Auf jeden Fall ist die Gravitation ein ponderomotorisches Feld, so daß es nach den allgemeinen Untersuchungen aus I 3, im R_4 einen Feldtensor ${}^2\bar{M} = -\ {}^2\bar{M}^{\times}$ geben muß, der aus den Komponenten der im R_3 definierten Vektoren $\bar{g}$ und $\bar{\mu}$ so aufgebaut ist, daß seine Iteration 2. Grades dem Energiedichtetensor in R_4 proportional wird. Es ist ${}^2\bar{M} = \mathrm{rot}_4\ \bar{\psi}$ mit $\bar{\psi} = \sum_{k=1}^{4} \bar{\psi}_k$ möglich, wobei allerdings die Definition der Zeitkoordinate $x_4 = i\,c'\,t$ offen bleiben muß, weil, wenn c' die Ausbreitungsgeschwindigkeit gravitativer Feldstörungen bezeichnet, völlig unbekannt ist, ob $c' = c'^{\times} = c$ gilt oder nicht. Auch eine Abschätzung von c' ist nach den bisherigen Ergebnissen unmöglich. Den nicht polaren Charakter des Gravitationsfeldes wird durch $\bar{\psi} = \bar{\psi}^{\times}$ Rechnung getragen und $\bar{\psi}$ kann als allgemeine Feldfunktion im R_4 aufgefaßt werden. Da $\bar{\psi}$ nur von vektorieller Natur sein kann, muß für $L = d\underline{L}/dV$ der Ansatz eines Vektorfeldes gemacht werden. Am einfachsten wäre die Invarianz $L = -\ 1/4 \sum_{\mu\gamma=1}^{4} M_{\mu,\gamma}^{2}$, so daß sich für das kanonisch

konjugierte Feld $i\,c'\,|\,\pi_\gamma\,| = |\,M_{\gamma,4}\,|$, also $\pi_4 = o$ ergibt. Zwar ist $\bar{\psi}$ durch ${}^*\bar{M} = \mathrm{rot}_4\,\bar{\psi}$ nicht eindeutig bestimmt, doch ist $\bar{\psi}$ immerhin gegen Eichtransformationen $\bar{\psi}' = \bar{\psi} + \mathrm{grad}_4\,\Lambda$ invariant, wenn Λ irgendeine Skalarfunktion im R_4 ist. Aus ${}^*\bar{M} = \mathrm{rot}_4\,\bar{\psi}$ folgen die Feldgleichungen $\overline{\mathrm{div}}_4\,{}^*\bar{M} = \bar{o}$, doch ist die Elimination von ψ_4 mit $L = -1/4 \sum_{\mu,\gamma=1}^{4} M^2_{\mu,\gamma}$ singulär. Diese Singularität wird durch die Form

$$L = -1/4 \sum_{\mu,\gamma=1}^{4} M^2_{\mu,\gamma} - 1/2\,(\mathrm{div}_4\,\bar{\psi})^2$$

vermieden. Mit ${}^*\bar{M} = \mathrm{rot}_4\,\bar{\psi}$ folgt aus dem kanonischen Formalismus für die Feldgleichungen

$$\partial L/\partial \psi_\gamma - \sum_{\mu=1}^{4} \partial/\partial x_\mu \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi_\gamma}{\partial x_\mu}} =$$

$$= \Big|\sum_{\mu=1}^{4} \partial/\partial x_\mu\,(\partial \psi_\gamma/\partial x_\mu - \partial \psi_\mu/\partial x_\gamma) + \partial/\partial x_\gamma \sum_{\mu=1}^{4} \partial \psi_\mu/\partial x_\mu =$$

$$= \sum_{\mu=1}^{4} \partial^2/\partial x_\mu^2\;\psi_\gamma = \mathrm{div}_4\,\mathrm{grad}_4\;\psi_\gamma = o$$

oder vektoriell $\mathrm{div}_4\,\mathrm{grad}_4\,\bar{\psi} = \bar{o}$. Diese letzte Beziehung ist aber eine raumzeitliche Potentialgleichung, wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit c' dieses Gravitationspotentials die Koordinate x_4 bestimmt. Mit der Kürzung $\chi = \mathrm{div}_4\,\bar{\psi}$ wird $\overline{\mathrm{div}}_4\,{}^*\bar{M} + \mathrm{grad}_4\,\chi = \bar{o}$ oder $\mathrm{div}_4\,\mathrm{grad}_4\,\chi = o$, was wegen der Potenzreihenentwicklung

$$\chi = \sum_{k=o}^{\infty} t^k/k!\;(\partial^k/\partial t^k\;\chi)_{t=o}$$

in t - Potenzen die Nebenbedingungen $\chi_{t=o} = o$ und $\dot{\chi}_{t=o} = o$ zur Folge hat. Dies bedeutet auch für die Eichtransformationen $\bar{\psi}' = \bar{\psi} + \mathrm{grad}_4\,\Lambda$ die Forderung $\mathrm{div}_4\,\mathrm{grad}_4\,\Lambda = o$. Die Gruppe der Eichtransformationen wird durch diese letzte Beziehung eingeschränkt. Die Komponenten des zu $\bar{\psi}$ kanonisch konjugierten Impulses ergeben sich aus L wie folgt: $i\,c'\,\pi_\gamma = M_{\gamma 4} - \delta_{\gamma,4}\,\mathrm{div}_4\,\bar{\psi}$, das heißt, $i\,c'\,\pi_4 = -\mathrm{div}_4\,\bar{\psi}$ verschwindet nur, wenn $\bar{\psi}$ gemäß $\mathrm{div}_4\,\bar{\psi} = o$ divergenzfrei ist. Hieraus läßt sich ψ_4 regulär eliminieren. Dies bedeutet aber, daß die Funktion $H = dH/dV$ des kanonischen Formalismus in der Form $H = 1/2\,c''\,(|\,\bar{\pi}\,|^2 + \pi_4^2) + 1/2\,\mathrm{rot}\,\bar{\psi}|^2 + i\,c'\cdot(\bar{\pi}\,\mathrm{grad}\,\psi_4 - \pi_4 \cdot \mathrm{div}\,\bar{\psi})$ dargestellt werden kann, wenn die Vektoren $\bar{\pi}$ und $\bar{\psi}$ die im R_3 definierten Komponenten

von $\bar{\pi}$ und $\bar{\varphi}$ sind. Wesentlich für die weiteren Untersuchungen ist, daß aus L unter Anwendung des kanonischen Formalismus

$\delta \int_{t_1}^{t_2} \underline{L} \cdot \, d\,t = o$ resultierende Gesetz $\mathrm{div}_4 \, \mathrm{grad}_4 \, \bar{\varphi} = \bar{o}$,

das mit $x_4 = i\, c'\, t$ auch in der Form $\mathrm{div}\ \mathrm{grad}\ \bar{\varphi} = \ddot{\bar{\varphi}}/c'^2$ einer Wellengleichung beschrieben werden kann, wenn $c' = c'^{\times}$ ist. Da ${}^2\bar{M}$ aus den Komponenten von $\bar{g}$ und $\bar{\mu}$ aufgebaut ist und wegen ${}^2\bar{M} = \mathrm{rot}_4 \, \bar{\varphi}$ auch $\bar{\varphi}$ durch $\bar{g}$ und $\bar{\mu}$ gegeben ist, sagt $\mathrm{div}\ \mathrm{grad}\ \bar{\varphi} = \ddot{\bar{\varphi}}/c'^2$ aus, daß sich die durch $\bar{g}$ und $\bar{\mu}$ gegebene gravitative Feldstörung nach einem Wellengesetz mit der unbekannten Geschwindigkeit $c' < \infty$ ausbreitet. Soll ${}^2\bar{M} = -\,{}^2\bar{M}^{\times}$ so strukturiert sein, daß sich aus $\overline{\mathrm{div}}_4 \, {}^2\bar{M} = \bar{\bullet}$ die bekannten Zusammenhänge $\mathrm{div}\ \bar{g} = o$, $\mathrm{div}\ \bar{\mu} \sim \pm\, \sigma$ und $\alpha \dot{\bar{g}} = \mathrm{rot}\ \bar{\mu}$ ergeben, wenn vorübergehend approximativ $\sigma \approx o$ gesetzt wird, und soll weiter hin durch einen ergänzenden Zusammenhang für $\bar{g}$ und $\bar{\mu}$ die Wellengleichung $\mathrm{div}\ \mathrm{grad}\ \bar{\varphi} = \ddot{\bar{\varphi}}/c'^2$ zusammen mit den bekannten Beziehungen entstehen, so ist dies dann und nur dann möglich, wenn die Beziehungen durch $\mathrm{rot}\ \bar{g} = \pm\, \beta \dot{\bar{\mu}}$ ergänzt werden, wobei $\beta = \mathrm{const}$ eine noch zu bestimmende Naturkonstante ist. Auch muß das Vorzeichen noch eindeutig festgelegt werden. Werden $\mathrm{rot}\ \bar{\mu} = \alpha \dot{\bar{g}}$ und $\mathrm{rot}\ \bar{g} = \pm\, \beta \dot{\bar{\mu}}$ unter Berücksichtigung von $\mathrm{div}\ \bar{g} = o$ und $\mathrm{div}\ \bar{\mu} \approx o$ substituiert, so folgt für $\bar{g}$ und $\bar{\mu}$ tatsächlich $\mathrm{div}\ \mathrm{grad}\ (\bar{g}, \bar{\mu}) = \mp\, \alpha\, \beta\, \partial^2/\partial t^2 \ (\bar{g}, \bar{\mu})$ und dies ist das Gesetz einer Potential- beziehungsweise einer Wellenausbreitung, wenn $\mp\, \omega^2 = c'^2$ mit $1/\omega^2 = \alpha\, \beta$ die Ausbreitungsgeschwindigkeit kennzeichnet. Da α und β reelle Zahlen und zwar Naturkonstanten sein müssen (dies ist für α evident, doch trägt auch β diesen Charakter, weil $\mathrm{rot}\ \bar{g} = \pm\, \beta \dot{\bar{\mu}}$ auch im Leerraum gilt), die beide im Endlichen liegen, fällt von den beiden möglichen Fällen $c' \to \infty$ und $c' = \mathrm{const} < \infty$ aus C I 3 die noch diskutabel blieben, der Fall $c' \to \infty$ aus, weil $\alpha > o$ und nach dem kanonischen Formalismus auch $\beta > o$ sein muß. Es ist demnach nur noch $c' \neq c'^{\times}$ oder $c' = c'^{\times}$ für $c' = \mathrm{const} < \infty$ zu entscheiden. Die aus ${}^2\bar{M} = \mathrm{rot}_4 \, \bar{\varphi}$ und der kanonischen Feldmechanik folgende raumzeitliche Beziehung $\mathrm{rot}\ \bar{g} = \pm\, \beta \dot{\bar{\mu}}$ gilt wie $\mathrm{rot}\ \bar{\mu} = \alpha \dot{\bar{g}}$ und $\mathrm{div}\ \bar{g} = o$ nur für $\sigma_o = o$ des leeren R_3 für hinreichend geringe Feldintensitäten $\sigma \approx o$. Ist $\sigma_o > o$, dann kann diese Beziehung nur ohne Korrekturglied $\bar{q}\,(\sigma_o)$ gelten, wenn $\mathrm{div}\ \dot{\bar{\mu}} = o$ ist, was aber noch nicht entscheidbar ist. Erweist sich $\mathrm{div}\ \dot{\bar{\mu}} \neq o$, dann gilt für $\sigma_o > o$ neben $\mathrm{rot}\ \bar{\mu} = \alpha \dot{\bar{g}} + \sigma_o \bar{v}$ und

α div $\bar{g} = \sigma_o$ die korrigierte Form $\bar{q}\ (\sigma_o) +$ rot $\bar{g} = \pm \beta \dot{\bar{\mu}}$ mit $\bar{q}\ (o) = \bar{o}$. Nach der vorangegangenen Untersuchung hinsichtlich c' wird der Zweig von rot $\bar{g} = \pm \beta \dot{\bar{\mu}}$ durch $c'^2 = \mp \omega^2$ entschieden. Wird im leeren R_3, also für $\sigma_o = o$ der Ausdruck für rot $\bar{\mu}$ mit $\bar{g}$ multipliziert und hiervon der mit $\bar{\mu}$ multiplizierte Ausdruck für rot $\bar{g}$ subtrahiert, so folgt $\bar{g} \cdot$ rot $\bar{\mu} -$ $- \bar{\mu}$ rot $\bar{g} = \alpha \bar{g} \dot{\bar{g}} \mp \beta \bar{\mu} \dot{\bar{\mu}} = 1/2\ \partial/\partial t\ (\alpha g^2 \mp \beta \mu^2)$.

Andererseits ist, weil rot $= \begin{vmatrix} \bar{e}_1 & \bar{e}_2 & \bar{e}_3 \\ \partial/\partial x_1 & \partial/\partial x_2 & \partial/\partial x_3 \\ ()_1 & ()_2 & ()_3 \end{vmatrix}$ als Determinante dargestellt werden kann,

$$\bar{g} \text{ rot } \bar{\mu} - \bar{\mu} \text{ rot } \bar{g} = - \begin{vmatrix} \partial/\partial x_1 & \partial/\partial x_2 & \partial/\partial x_3 \\ g_1 & g_2 & g_3 \\ \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 \end{vmatrix} =$$

$= -$ div $\bar{g} \times \bar{\mu}$, also $1/2\ \partial/\partial t\ (\alpha g^2 \mp \beta \mu^2) = -$ div $\bar{g} \times \bar{\mu}$. Wenn also ein bestimmtes Volumen V die gravitativen Feldstörungen enthält und wenn $\bar{F}$ als Oberfläche dieses Volumen begrenzt, so folgt nach Volumenintegration $1/2\ \partial/\partial t \int (\alpha g^2 \mp \beta \mu^2)\ d\ V = - \int$ div $\bar{g} \times$ $\times \bar{\mu} \cdot d\ V = - \oint \bar{g} \times \bar{\mu}\ d\ \bar{F}$ und dies ist die Leistung der Gravitationsfeldstörung, welche durch die Begrenzung $\bar{F}$ das System verläßt. Ist E_g die Energie dieser Störungen, so wird $\dot{E}_g = - \oint \bar{g} \times$ $\times \bar{\mu}\ d\ \bar{F}$. Begrenzt also $\bar{F}$ das System so, daß $\bar{g} \times \bar{\mu}$ divergenzalso quellenfrei ist, so wird $\dot{E}_g = o$ wegen $\bar{F} \perp \bar{g} \times \bar{\mu}$, also $E_g = $ const. und dies bedeutet nach Zeitintegration, $\alpha/2 \int g^2\ d\ V \mp \beta/2 \int \mu^2\ d\ V = E_g = $ const. Dies ist der konstante Energieinhalt des konservativen Systems gravitativer Feldstörungen. Wird weiter gefordert, daß dieses konservative System das statische Feld eines Materiefeldquants m (r) bildet, so setzt sich die konservative Gesamtenergie E_m offensichtlich aus $m \cdot c^2$ (Energie des Quants) und dem rein gravitativen Anteil $\alpha/2 \int \bar{\Gamma}^2\ d\ V$ gemäß $E_m = m\ c^2 + \alpha/2 \int \bar{\Gamma}^2\ d\ V$ zusammen. Ist der R_3 nicht leer, also $\sigma_o > o$, dann folgt analog $-$ div $\bar{g} \times \bar{\mu} = \alpha \bar{g} \dot{\bar{g}} + \beta \bar{\mu} \dot{\bar{\mu}} +$ $+ \bar{g}\ \bar{v}\ \sigma_o \mp \bar{\mu}\ \bar{q}$, worin $\bar{g}\ \bar{v}\ \sigma_o \mp \bar{\mu}\ \bar{q} = \sigma\ c^2$ gelten muß. In E_m ist wegen rot $\bar{\mu} = \alpha \dot{\bar{g}} + \bar{v}\ \sigma_o$ immer der Anteil von $\bar{A}$ und $\bar{\mu}$ bereits in m (r) enthalten. Wird wieder div $\bar{g} \times \bar{\mu}$ räumlich integriert, und der konservative Charakter $\bar{g} \times \bar{\mu} \perp d\ \bar{F}$ berücksichtigt, dann folgt auch $E_m = \alpha/2 \cdot \int g^2\ d\ V \mp \beta/2 \int \mu^2 dV +$ $+ m\ c^2 = $ const. nach Zeitintegration, was im Vergleich

$o = \alpha/2 \int (g^2 - \Gamma^{*2})\, dV \mp \beta/2 \int \mu^2\, dV = \alpha/2 \int (\bar{A}^2/\alpha^2 \pm 2/\alpha \bar{\Gamma}\bar{A}) \cdot dV \mp \beta/2 \int \mu^2\, dV$ oder $A^2/2\alpha \pm \bar{\Gamma}\bar{A} = \pm \beta/2\, \mu^2$, beziehungsweise $A^2/\alpha^2 \pm 2\bar{\Gamma}\bar{A}/\alpha + \Gamma^2 = \Gamma^2 \pm \beta/\alpha\, \mu^2 = (\bar{\Gamma} \pm \bar{\mu}\sqrt{\beta/\alpha} \cdot \sqrt{\pm 1})^2$ wegen $\bar{\mu} \perp \bar{\Gamma}$ liefert. (Die Zweideutigkeit von rot $\bar{g}$ ist jetzt in $\sqrt{\pm 1}$ enthalten). Die Orthogonalität kann auf folgende Weise nachgewiesen werden. Aus rot $\bar{g} = \beta \cdot \dot{\bar{\mu}}$ folgt $\bar{g} \perp \dot{\bar{\mu}}$, also $\bar{\Gamma} \perp \dot{\bar{\mu}}$ und $\bar{A} \perp \dot{\bar{\mu}}$, was entweder $\bar{A} \parallel \bar{\Gamma}$ oder $\bar{\Gamma} \perp \bar{A} \perp \dot{\bar{\mu}}$ zuläßt. Die Beziehung rot $\bar{\mu} = \alpha \dot{\bar{g}}$ kann nicht verwendet werden, weil auf der rechten Seite noch der Summand $\bar{v} \cdot \sigma_o$ auftreten kann. Aus $\bar{A} \perp \dot{\bar{\mu}}$ folgt weiter $\dot{\bar{A}} \perp \ddot{\bar{\mu}} \parallel \bar{\mu}$ und $\dot{\bar{\Gamma}} \perp \ddot{\bar{\mu}} \parallel \bar{\mu}$, weil $\ddot{\bar{\mu}} \sim$ div grad $\bar{\mu}$ und div grad skalarer Natur ist. Nun muß aber immer $\bar{\Gamma} \parallel \dot{\bar{\Gamma}}$ sein, was die Orthogonalität $\dot{\bar{\Gamma}} \perp \bar{\mu}$ zur Folge hat. Darüberhinaus zeigt sich $\dot{\bar{A}} \parallel \bar{\Gamma}$, aber $\bar{A} \perp \bar{\Gamma}$. So erweist sich $\bar{\mu}$ als Orthogonaltrajektorfeld zu $\bar{\Gamma}$. Da außerdem $\Gamma^2 \pm 2\bar{\Gamma}\bar{A}/\alpha + A^2/\alpha^2 = (\bar{\Gamma} \pm \bar{A}/\alpha)^2$ ist, folgt $\bar{A} = \bar{\mu} \cdot \sqrt{\alpha\beta} \cdot \sqrt{\pm 1} = \bar{\mu}/\omega \sqrt{\pm 1}$. Wenn in $\sqrt{\pm 1}$ das untere Vorzeichen gilt, also, wenn rot $\bar{g} = -\beta \cdot \dot{\bar{\mu}}$ gilt, so muß $\bar{\mu}\sqrt{\beta}$ imaginär werden und auch $\bar{A}$ müßte dies sein, so daß wegen $\bar{g} = \bar{\Gamma} \pm \bar{A}/\alpha$ dieser Vektor komplex wird, weil α reell ist. Und dies würde bedeuten, daß auch α div $\bar{g} = \sigma_o$ ein komplexer Zusammenhang ist. Nun ist aber σ_o eine reale physikalische Größe, für welche Im $\sigma_o = o$ gelten muß, und dies hätte auch Im α div $\bar{g} = \pm$ div $\bar{A} = o$ zur Folge, was wegen $\pm$ div $\bar{A} = \sigma_o - \sigma = \wedge\,; (m_o - m)$ die Gleichheit $m = m_o$ nach sich ziehen würde, was aber zu dem Energiematerieäquivalent im Widerspruch steht. Mithin muß $\bar{A}$ reell sein, so daß nur rot $\bar{g} = \beta\, \dot{\bar{\mu}}$ gelten kann, wodurch über das Vorzeichen entschieden worden ist. Zugleich ist das unbekannte Vektorfeld $\bar{A} = \bar{\mu}/\omega$ durch das Feld $\bar{\mu}$ ausgedrückt, was für $\bar{g}$ die im Vorzeichen noch immer zweideutige Darstellung $\bar{g} = \bar{\Gamma} \pm \bar{\mu}/\alpha\omega$ ermöglicht. Wegen $\omega\, \bar{A} = \bar{\mu}$ und div $\bar{A} = \pm \wedge\,; (m_o - m)$ ist auch die Quellenverteilung von $\bar{\mu}$, nämlich div $\bar{\mu} = \pm \omega \wedge\,; (m_o - m)$ bekannt. Wie schon erwähnt, ist in rot $\bar{g} = \beta\, \dot{\bar{\mu}}$ für $\sigma_o > o$ bei hohen Feldintensitäten $\sigma \neq o$ ein Zusatzvektor $\bar{q}$ zu vermuten, dessen Quellen mit denen von $\bar{\mu}$ äquivalent sind. Divergenzbildung von rot $\bar{g} + \bar{q} = \beta\, \dot{\bar{\mu}}$ liefert div $\bar{q} = \beta$ div $\dot{\bar{\mu}} = \pm \beta\, \omega\, \partial/\partial t \wedge\,; (m_o - m)$ und Volumenintegration $\int$ div $\bar{q}\, dV = \pm \beta\, \omega\, \partial/\partial t\, (m_o - m)$, weil $\int (\,)\, dV = \wedge^{-1}\,; (\,)$ und $\wedge\,; \wedge^{-1} = 1$ gesetzt werden kann. Da $\int$ div $\bar{q}\, dV = \oint \bar{q}\, d\bar{F}$ ist, folgt im Vergleich nach Flächendifferentiation $\bar{q} = \pm \beta\, \omega\, \partial/\partial t\, d/d\bar{F}\, (m_o - m)$, das heißt, $\bar{q}$ entspricht dem pro Zeiteinheit die begrenzende Fläche durchsetzenden Fluß gravitativer Feldmasse und kann nur existieren,

wenn
$\partial/\partial t \ (m_o - m) \neq o$ bleibt, was aber im stabilen Fall nicht erfüllt sein dürfte. Zusammengefaßt gilt also für das dynamische, also zeitlich variable Gravitationsfeld

$$\alpha \ \mathrm{div}\ \bar{F} = \sigma \ , \ \mathrm{div}\ \bar{\mu} = \pm \omega \ (\sigma_o - \sigma) \ , \ \mathrm{rot}\ \bar{\mu} = \alpha \overset{+}{\bar{g}} + \bar{v}\,\sigma_o \ ,$$
$$\mathrm{rot}\ \bar{g} = \beta \overset{+}{\bar{\mu}} \mp \beta\,\omega\,\partial/\partial t \ d/d\bar{F} \ (m_o - m) \ , \ \bar{g} = \bar{\Gamma} \pm \bar{\mu}/\alpha\omega \ ,$$
$$m_o = o \ , \ m \approx 0 \ , \ \mathrm{rot}\ \bar{\mu} = \alpha \overset{+}{\bar{g}} \ , \ \mathrm{rot}\ \bar{g} = \beta \overset{+}{\bar{\mu}} \ ,$$
$$\mathrm{div}\ \bar{\mu} = o \ , \ \mathrm{div}\ \bar{\Gamma} = o \ , \ \bar{\mu} \perp \bar{\Gamma} \ , \ \alpha\,\beta\,\omega^2 = 1 \ \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 48.$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit c' gravitativer Feldstörungen entsprach in ihrer Zweideutigkeit $c'^2 = \mp \omega^2$ derjenigen von $\mathrm{rot}\ \bar{g} = \pm \beta \overset{+}{\bar{\mu}}$, was aber gemäß $\mathrm{rot}\ \bar{g} = \beta \overset{+}{\bar{\mu}}$ wegen $\mathrm{Im}\ \sigma_o = o$ eindeutig wurde, so daß dies $c'^2 = - \omega^2$ zur Folge hat. Aus Gleichung 48 folgt tatsächlich für die Feldstörung im leeren R_3 bei geringer Intensität $\sigma \approx o$ das transversale Ausbreitungsgesetz $\mathrm{div\ grad}\ (\bar{\Gamma}, \bar{\mu}) = - \alpha\,\beta\,\partial^2/\partial t^2 \ (\bar{\Gamma}, \bar{\mu}) = - 1/\omega^2 \cdot \partial^2/\partial t^2 \ (\bar{\Gamma}, \bar{\mu})$ für die beiden orthogonalen Feldvektoren. Da wegen $\alpha \prec o$, sowie $\beta > o$ und $\alpha\,\beta\,\omega^2 = 1$ auch $\omega^2 \prec o$ ist, beschreibt die Beziehung keine Wellenausbreitung der Feldvektoren im Analogie zur Elektrodynamik, sondern eine raumzeitliche Potentialgleichung. Es handelt sich dabei um eine als Potential sich ausbreitende Feldstörung, welche im R_3 mit der Geschwindigkeit ω fortschreitet, während die Zeitkoordinate $x_4 = \omega t$ dieser Raumzeit reell zählt. Aus diesem Grunde sollen die mit ω fortschreitenden gravitativen Wirkungen nicht als Gravitationswellen, sondern als gravitative Feldstörungen bezeichnet werden. Andererseits folgt aber aus der kanonischen Feldmechanik für jede gravitative Zustandsgröße

$c'^2\ \mathrm{div\ grad}\ \bar{\psi} = \ddot{\bar{\psi}}$, was

$$c' = i\,\omega \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 48a$$

liefert, wodurch über das algebraische Verhalten von c' entschieden ist. Zur völlig eindeutigen Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit von Gravitationsfeldwirkungen braucht also nur noch der Faktor β in $\alpha\,\beta\,\omega^2 = 1$ ermittelt zu werden. Auch gestattet die zu $\omega\,\bar{A} = \bar{\mu}$ führende Fassung $m\,(r)\ c^2 + \alpha/2 \int \bar{F}^2\ d\ V = E_m = \mathrm{const.}$ des Energieprinzips im statisch ungestörten Gravitationsfeld eine approximative Beschreibung des unbekannten Verlaufes $m\,(r)$ der Feldmasse, wobei allerdings vorerst die notwendige Quantisierung unberücksichtigt bleibt, was den approximativen Charakter bedingt.

3.) Das Mesofeld

Ist das Gravitationsfeld des Materiefeldquants m_o ungestört und statisch, so gilt in guter Näherung $m(r) \cdot c^2 + \alpha/2 \int \bar{\Gamma}^2 \, dV =$ $=$ const. mit $dV = 4\pi r^2 \, dr$, wodurch die nicht deformierte - also sphärische - Natur der Niveauflächen ausgedrückt wird. Da außerdem $\bar{\Gamma} = \text{grad}\, \varphi = \gamma \bar{r}_o (1/r \; dm/dr - m/r^2)$ im statischen Fall immer gilt, folgt aus dem Erhaltungsprinzip $m c^2 +$ $+ \alpha/2 \int \Gamma^2 \, dV = E' =$ const. nach totaler Differentiation, wenn zur Kürzung die neue Naturkonstante $a = 2\pi\alpha \cdot \gamma^2/c^2 =$ $= 3/32 \; \gamma/c^2$ eingeführt wird, für $m(r)$ das Differentialgesetz

$$a\,(dm/dr)^2 + dm/dr\,(1 - 2am/r) + a\, m^2/r^2 = o\,,$$

$$a = 3/32 \cdot \gamma/c^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 49.$$

Zur Lösung wird die Differentialgleichung homogenisiert und eine Separation der Variablen durchgeführt. Nach Ordnung der Summanden entsteht die Form $a \cdot (dm/dr)^2 + dm/dr\,(1 - 2a\, m/r) + a \cdot m^2/r^2 =$ $= dm/dr + a\,((dm/dr)^2 - 2\, dm/dr\; m/r + m^2/r^2) =$ $= dm/dr + a\,(dm/dr - m/r)^2 = o$ die mit der Transformation $m = \xi \cdot r$, also $dm/dr = r\, d\xi/dr + \xi$ gemäß $a \cdot r^2 (d\xi/dr)^2$ $+ r \cdot d\xi/dr + \xi = o$ homogenisiert werden kann. Mit dem neuen Argument $\ln r$ ergibt sich wegen $r\, d\xi/dr = d\xi/d\ln r = \xi'$ die Separation der Variablen in der Form $a \cdot \xi'^2 + \xi' + \xi = o$ von selbst. Die zweideutige Lösung dieser quadratischen Gleichung in ξ' lautet $\xi' = -1/2a\,(1 \pm \sqrt{1-4a\xi})$ und diese Beziehung kann zwischen r_o und r elementar integriert werden. Es folgt

$$\ln(r/r_o) = -2a \int_{\xi_o}^{\xi} (1 \pm \sqrt{1-4a\xi})^{-1} \cdot d\xi =$$

$$= 1/2 \int_{\xi_o}^{\xi} (1 \pm \sqrt{1-4a\xi})^{-1} \cdot d(1 - 4a\xi)\,.$$ Mit der Substitution $1 - 4a\xi = u^2$ wird daraus $\ln(r/r_o) = \int_{u_o}^{u} (1 \pm u)^{-1} \cdot$ $u\,du$ oder mit $q = 1 \pm u$ auch $\ln(r/r_o) =$

$$\int_{q_o}^{q} (q-1)\, dq/q = q - q_o + \ln(q_o/q) = \ln(q_o\, e^{-q_o}) -$$

$- \ln(q\, e^{-q})$, was nach Potenzierung die Lösung

$r\,q \cdot e^{-q} = r_o\,q_o \cdot e^{-q_o} = A = \text{const.}$ mit $q = 1 \pm \sqrt{1-4a\,m/r}$ ergibt, wenn mit $\xi = m/r$ zurücktransformiert wird. In dieser Lösung der Gleichung 49 ist noch die Zweideutigkeit von q zu beseitigen. Die Lösung muß auf jeden Fall so beschaffen sein, daß sie Randbedingungen genügt. Zunächst muß immer $m(r_o) = m_o$ werden und das Gesetz $m(r)$ muß konvergent sein; denn würde $\lim_{r\to\infty} m < \infty$ nicht gelten, so würde das Quant m_o eine divergierende gravitative Selbstenergie erhalten, was zu dem Energieprinzip in Widerspruch steht. Die Randbedingungen $\lim_{r\to r_o} m = m_o$ und $\lim_{r\to\infty} m < \infty$ können auch auf die Approximation $(a\,m/r)^n \approx 0$ für $n > 1$ in $r\,q \cdot e^{-q} = \text{const.}$ angewendet werden. Ist also die gravitative Felddichte hinreichend klein, so kann für q die Reihenentwicklung $q \approx 1 \pm (1 - 2a\,m/r)$ verwendet werden. Ist die approximierte Integrationskonstante A', so gilt $r(1 \pm (1 - 2a\,m/r)) \cdot \exp\left[-(1 \pm (1 - 2a\,m/r))\right] = A'$. Zunächst werde der positive Zweig untersucht. Für diesen gilt, wenn $A' = b_+/e^2$ gesetzt wird, $2r(1 - am/r)\,e^{2a\,m/r} \approx 2r(1 - am/r)\cdot(1 + 2am/r) = b_+ = \text{const}$ Dieser Ausdruck $(1 - am/r)(1 + 2am/r) = b_+/2r$ ist eine quadratische Gleichung in m, nämlich $2a^2 m^2/r^2 - a\,m/r = 1 - b_+/2r$, deren zweideutige Lösung $m = r/4a\,(1 \pm \sqrt{9 - 4\,b_+/r})$ ist. Wegen $b_+ = 2r_o\,(1 - a\,m_o/r_o)\,(1 + \frac{2\,am_o}{r_o})$ wird für beide Vorzeichen, da $(\alpha - \beta)^2 = (\beta - \alpha)^2$ ist, $m(r_o) = m_o$ für beide Zweige der zweideutigen Lösung erreicht, so daß die erste Randbedingung für den positiven Zweig von q erfüllt ist. Für $r > r_o$ wird eine Reihenentwicklung in der Form $m(r) = r/4a\,(1 \pm 3(1 - 2/9\,b_+/r + \sum_{\gamma=2}^{\infty} b_\gamma/r^\gamma)) = r/4a\,(1 \pm 3) \mp b_+/18a \pm 1/4a \sum_{\gamma=2}^{\infty} b_\gamma/r^{\gamma-1}$ und hieraus folgt $\lim_{r\to\infty} m = \mp\, b_+/18a + 1/4a\,(3 \pm 1) \lim_{r\to\infty} r$ und dies bedeutet, daß $\lim_{r\to\infty} m$ in jedem Fall divergiert, das heißt für den positiven Zweig von q ist die Konvergenzforderung nicht erfüllt. In $r \cdot q \cdot e^{-q} = \text{const.}$ bleibt also nur noch der negative Zweig $q = 1 - \sqrt{1 - 4am/r} \approx 2am/r$ übrig, so daß auch $e^{-q} \approx e^{-2am/r} \approx 1 - 2am/r$ wird, was $r \cdot q \cdot e^{-q} \approx 2\,a\,m\,(1 - 2am/r) = 2\,a\,b_- = \text{const.}$ zur Folge hat.

Mit $b_- = m_o \left(1 - \frac{2am_o}{r_o}\right)$ lautet die Approximation $m \left(1 - \frac{2am}{r}\right) = b_-$, was wiederum eine quadratische Gleichung in m ist. Für die zweideutige Lösung folgt $m = r/4a \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{8ab_-}{r}}\right)$ für $r = r_o$ wird $m(r_o) = r_o/4a\left(1 \pm \left(1 - \frac{4am_o}{r_o}\right)\right)$, so daß $m(r_o) = m_o$ für jeden Zweig erreichbar ist. Für $r > r_o$ kann aber abermals m als Reihe entwickelt werden. Dies liefert

$m = r/4a\left(1 \pm \left(1 - \frac{4ab_-}{r} + \sum_{\gamma=2}^{\infty} b'_\gamma / r^\gamma\right)\right)$ und hieraus ergibt sich, daß für den negativen Zweig die Konvergenzforderung erfüllt ist. Man hat für diesen Zweig $m = b_- - 1/4a \sum_{\gamma=2}^{\infty} b'_\gamma / r^{\gamma-1}$, was wegen $\lim_{r\to\infty} \sum_{\gamma=2}^{\infty} \frac{b'_\gamma}{r^{\gamma-1}} = o$ die Konvergenz $\lim_{r\to\infty} m = b_- < \infty$ liefert. Damit ist in q über das Vorzeichen entschieden und die Lösung der Gleichung 49 lautet

$$r\, q \cdot e^{-q} = A = \text{const}, \quad q = 1 - \sqrt{1 - 4am/r} \qquad \ldots\ldots 49a$$

und diese Beziehung enthält das unbekannte Gesetz m (r) näherungsweise implizit in makromarer, also nichtquantisierter Form. Auch scheint die Transzendentenfunktion der Gleichung 49 a ein Relativitätsprinzip gravitativer Raumstrukturen zum Ausdruck zu bringen; denn jede gravitative Feldquelle erscheint relativ zu irgendwelchen Raumpunkten als eine von der räumlichen Distanz abhängige Größe. Die Differenz $m - m_o = \mu_g$ muß die Feldmasse des zwischen r_o und $r > r_o$ vorhandenen Gravitationsfeldes sein, welches also das Volumen $4/3\ \pi\ (r^3 - r_o^3)$ ausfüllt. $\mu_g = \lim_{r\to\infty} \mu_g$ wäre dann die Feldmasse des gesamtem von m_o ausgesandten Gravitationsfeldes. Mit der aus 49 a folgenden Approximation $m \approx r/4a \left(1 - \sqrt{1 - \frac{8ab_-}{r}}\right)$ wird $\mu_g = \lim_{r\to\infty} (m - m_o) = b_- - m_o$, weil $\lim_{r\to\infty} m = b_-$ ist. Mit $b_- = m_o \left(1 - \frac{2am_o}{r_o}\right)$ wird dann $\mu_g = -\frac{2am_o^2}{r_o}$.

Da grundsätzlich $m_o^2 > o$ und auch $r_o > o$ ist, muß auch $\frac{2am_o^2}{r_o} > 0$ wegen $2a = \frac{3\varkappa}{16\pi c^2} > o$ sein, so daß sich $\mu_g < o$ ergibt, das heißt, die Feldmasse des Gravitationsfeldes ist negativ. Das positive Gegenstück dazu kann nicht die gesamte

gravitative Feldquelle m_o sein; denn es ist $\mu_g \leqslant m_o$. Es erscheint daher notwendig zwischen der Feldquelle und dem eigentlichen exogenen Gravitationsfeld ein Zwischenfeld als Mittel - oder Mesofeld anzunehmen, dessen Feldmasse $\mu = -\mu_g \approx \frac{2am^2 \varrho}{r_o}$ das positive Gegenstück zur negativen Gravitationsfeldmasse ist. Offenbar gilt für die der Gravitationsfeldmasse $\underline{\mu}_g = m - m_o$ entsprechende Mesofeldmasse $\underline{\mu} = m_o - m$ und mit dem Dichtepperator Λ würde sich dann für die Massen- oder Energiedichte des Mesofeldes $\Lambda ; \underline{\mu} = \Lambda ; (m_o - m) = \sigma_o - \sigma$ ergeben. Andererseits ist aber $\sigma_o - \sigma$ die Feldquelle des in Gleichung 48 beschriebenen Vektors $\bar{\mu}$, woraus, wegen $\operatorname{div} \bar{\mu} = \pm \omega (\sigma_o - \sigma) = \pm \omega \Lambda ; \underline{\mu}$ folgt, daß $\bar{\mu}$ der Feldvektor dieses Mesofeldes im R_3 ist. Auf diese Weise hat der sich aus der Notwendigkeit des Energiesatzes ergebende $\bar{\mu}$, mit dem zweideutig $\bar{F}$ ergänzt wurde, mit Hilfe der Lösung 49 a seine Interpretation als Mesofeldvektor gefunden. Da $\Lambda ; \underline{\mu} = \sigma_o - \sigma$ und $\underline{\mu} > o$ ist, kommt in $\bar{g}$ und $\operatorname{div} \bar{\mu}$ von Gleichung 48 nur der positive Zweig in Betracht. Mithin ist 48 durch die Eindeutigkeit

$$\bar{g} = \bar{F} + \bar{\mu}/\alpha\omega \;,\quad \operatorname{div} \bar{\mu} = \omega (\sigma_o - \sigma) \;,$$

$$\operatorname{rot} \bar{g} = \beta \dot{\bar{\mu}} - \beta \omega \; \partial/\partial t \; \; d/d\bar{F} \; (m_o - m) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 49b$$

zu ergänzen. Unbekannt sind nur noch die Mesofeldkonstante β und damit die Größe ω als Betrag der Ausbreitungsgeschwindigkeit gravitativer Feldstörungen. Wegen $\alpha \beta \omega^2 = 1$ braucht nur eine dieser beiden Größen ermittelt zu werden. Es besteht die Möglichkeit weitere Aussagen zu erhalten. Für $r = r_o$ muß im makromaren Bereich auf jeden Fall das empirische Gravitationsgesetz 8 aus B II 2 erscheinen, in welchem $\gamma m_o/r_o \ll c^2$ und $4a\, m_o/r_o \ll 1$ bleibt, so daß in der Reihenentwicklung von 49a alle höheren als erste Potenzen in sehr guter Näherung verschwinden. Hieraus folgt für die Integrationskonstante $A \approx 2a\, m_o = 3\gamma m_o/16c^2$, also $A = A^*$ oder $\operatorname{Im} A = o$, was die Realität $\operatorname{Im} qe^{-q} = o$ zur Folge hat, weil r im R_3 immer reell ist. $q\, e^{-q}$ kann aber nur dann einen imaginären Anteil haben, wenn der Radikant in q negativ wird. Die Realitätsforderung läßt also nur $1 - 4a\, m/r > = o$ zu, wobei im Fall der Gleichheit der maximale Grenzwert für m/r vorliegt, so daß $1 - 4a\, (m/r)_{max} = o$ eine Grenze beschreibt. Ist M_o

irgendeine ponderable oder imponderable Trägheitswirkung, welche von 4a m/r so beeinflußt wird, daß die Trägheitswirkung mit $\beta=v/c$ in 4a m/r gravitiert, dann gilt $M = M_o (1 - \beta^2)^{-1/2}$ wegen $\hat{A}$ nach lo und loa für die kinetische Energie $E_k = M c^2 - M_o c^2 = M c^2 \cdot (1 - \sqrt{1-\beta^2})$, was andererseits identisch sein muß mit $E_g = \gamma m M/r$, so daß aus $E_k = E_g$ unmittelbar $1 - \sqrt{1-\beta^2} = \gamma m/c^2 r$ folgt. Wird dies mit $4a = 3/8\ \gamma/c^2$ in die Realitätsforderung eingesetzt, dann folgt $1 - 3/8\ (1-\sqrt{1-\beta^2}) \geq 0$, wobei die Gleichheit einem Geschwindigkeitsmaximum entspricht, nämlich $1 - 3/8\ (1 - \sqrt{1-\beta^2_{max}}) = 0$. Dieses Geschwindigkeitsmaximum muß aber die höchstmögliche Geschwindigkeit einer Trägheitswirkung überhaupt beschreiben. Trägheitswirkungen maximaler Geschwindigkeit können aber nur gravitative Feldstörungen sein, so daß $\beta_{max} = c'/c$ ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit darstellt. Aus der extremalen Realitätsforderung ergibt sich $\beta_{max} = 4/3\ i$ oder $c' = i \cdot 4/3\ c$, was mit 48 a, also $c' = i\omega$ verglichen $\omega = 4/3\ c$ liefert. Wegen $64\pi\gamma\alpha = 3$ wird aber $(\alpha\omega^2)^{-1} = 12\pi\gamma/c^2$, was mit $\alpha\beta\omega^2 = 1$ für die Mesofeldkonstante $\beta = 12\pi\gamma/c^2$ liefert. Aus der Realitätsforderung der Lösung 49 a, welche sich aus der notwendigen Anschlußbedingung an das empirische Gesetz 8BII2 ergab, folgt also neben dem unbekannten Betrag der Ausbreitungsgeschwindigkeit gravitativer Feldstörungen noch die Mesofeldkonstante, so daß mit

$$\omega = 4/3\ c\ ,\quad \beta = 12\pi\gamma/c^2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 5o$$

das durch 49 b eindeutig gewordene Gravitationsgesetz 48 keine unbekannten Größen mehr enthält. Die imaginäre Natur von c' aus 48 a wird durch die extremale Realitätsforderung der Lösung 49 a bestätigt. Bei dieser Bestimmung ist zu berücksichtigen, daß 49 a nur eine nichtquantisierte makromare Approximation ist. In dieser Näherung ist aber $\gamma m/r = \varphi$ die gravitative Feldfunktion, welche wegen $4a\ m/r = 3/8\ \frac{\gamma m}{c^2 r} = 3/8\ \varphi/c^2$ allein $q = 1 - \sqrt{1 - 3/8\ \frac{\varphi}{c^2}}$ in $r\,q\,e^{-q} = \text{const.}$ bestimmt. Wird auf irgendeine Weise in 49 das Quantenprinzip berücksichtigt, dann kann dies auf keinen Fall $\operatorname{Im} q\, e^{-q} = 0$ ändern, während in q nur die Zustandsfunktion φ im makromaren Bereich der Quantisierung Rechnung trägt. Aus diesem Grunde müssen sich aus der Realitätsforderung auch nach der Ausdeh-

nung von 49 auf den mikromaren Bereich die Größen 5o ergeben. Trotz des approximativen Charakters von 49 sind also die Konstanten aus 5o exakt.

4.) Gravitative Mesofeldwechsel - wirkungen.

Das Differentialgesetz Gleichung 49 folgt aus $m c^2 + \alpha/2 \int \bar{F}^2 \, d V = E' = \text{const.}(t)$, wobei $m = \int \wedge ; m \, d V$ eingeführt werden kann, weil mit dem Operatorkern $\wedge$ der integrale Einheitsoperator in der Form $\int \wedge ; () \, d V$ definiert werden kann. Damit wird $E' = \int (c^2 \wedge ; m + \alpha/2 \bar{F}^2) \, d V$ oder $\sigma c^2 + \alpha/2 \bar{F}^2 = dE'/dV = \eta'$ und dieser Wert η' ist offenbar die rein gravitative Energiedichte, wenn das Feld nicht ungestört, sondern einer gravitativen Wechselwirkung unterworfen ist. Nach 48 und 49 b wird aber das Gravitationsfeld nicht allein durch $\bar{\Gamma}$ bestimmt; denn es existiert das hierzu normale Mesofeld $\bar{\mu}$, welches wegen $\bar{\mu}$ (r) (im ungestörten Fall) keineswegs auf den Quellbereich konzentriert bleibt. Aus Gleichung 5o folgt, daß die Mesofeldkonstante β sehr klein ist, was auch für die energetische Mesofelddichte $(\sigma_o - \sigma) c^2$ gilt, weshalb rot $\bar{g}$ und div $\bar{\mu}$ im statischen, also ungestörten Fall praktisch verschwinden. Da aber $\bar{\mu} \neq \bar{o}$ existiert, muß geschlossen werden, daß die gravitative Wechselwirkung zwischen Quell- und Aufpunktfeld nicht auf eine einfache Superposition $\bar{F}$ zurückgehen kann, sondern daß viel mehr die beiden Feldstrukturen über eine gegenseitige Mesofelderregung die Dichteasymmetrieen der gravitativen Feldvektoren und damit die metrischen Niveauflächendeformation induziert, als deren Folge erst die ponderomotorische Beschleunigung wegen des Entropieanstieges nach 47 resultiert. $\pi' = \sigma c^2 + \alpha/2 \bar{F}^2$ braucht also im Fall dieser gravitativen Mesofeldinduktion weder zu verschwinden, noch konstant zu sein, weil die gesamte Energiedichte η sich aus η' und einem Mesofeldanteil η'' zusammensetzen muß, so daß erst $\eta = \eta' + \eta''$ zeitlich konstant bleiben kann. Diese η' entsprechende Beziehung muß also auch für $\sigma_o - \sigma = \wedge ; (m_o - m) \sim \text{div } \bar{\mu}$, nämlich für die Mesofeldquellen gelten. Nun gibt $(m_o - m) \cdot c^2$ nach Gleichung 49 b den Energieinhalt der Mesofeldquelle an und die zu Gleichung 48 führende Entwicklung zeigt, daß für die freie Mesofeldenergie $-\beta/2 \int \bar{\mu}^2 \cdot d V$ ergibt. Damit folgt für den Energieinhalt des gesamten Meso-

feldes $E'' = (m_o - m)\,c^2 - \beta/2 \int \bar{\mu}^2\, d\,V = \int (c^2 \wedge$; ; $(m_o - m) - \beta/2\ \bar{\mu}^2) \cdot d\,V$ oder $(\sigma_o - \sigma)\,c^2 - \beta/2\ \bar{\mu}^2 = dE''/dV = \eta''$. Die gesamte Energiedichte von Gravitations- und Mesofeld ist offenbar $\eta = \eta' + \eta'' = \sigma_o \cdot c^2 + 1/2\,(\alpha\ \bar{\Gamma}^2 - \beta\ \bar{\mu}^2)$, was mit $\sigma_o = \alpha$ div $\bar{g}$ die Beziehung α div $\bar{g} + 1/2c^2 \cdot$ $\cdot\,(\alpha\ \bar{\Gamma}^2 - \beta\ \bar{\mu}^2) = \eta/c^2$ liefert. Weiter ist $1/2\,(\alpha\ \bar{\Gamma}^2 - \beta\ \bar{\mu}^2) = \alpha/2\ (\bar{\Gamma}^2 - \bar{\mu}^2/\alpha^2\omega^2) = \alpha/2\ (\bar{\Gamma}^2 + \bar{\mu}^2/\alpha^2 c'^2)$, weil $c' = i\,\omega$ ist. Da $\bar{\mu} \perp \bar{\Gamma}$ verläuft, kann neben dem reellen Vektor $\bar{g}$ ein komplexer Vektor $\underline{\bar{g}} = \bar{\Gamma} + \bar{\mu}/c'\alpha = \bar{\Gamma} - i\bar{\mu}/\alpha\omega$ definiert werden, mit dessen Hilfe $\bar{\Gamma}^2 - \bar{\mu}^2/\alpha^2\omega^2 = (\bar{\Gamma} + \bar{\mu}/c'\alpha)^2 = \underline{\bar{g}}^2$ wird, weil $\bar{\Gamma} \perp \bar{\mu}$ ist. Damit gilt α div $\bar{g} + \alpha/2c^2 \cdot$ $\cdot\ \underline{\bar{g}}^2 = \eta/c^2$ oder div $\bar{g} + \underline{\bar{g}}^2/2c^2 = \eta/\alpha c^2$. Die Energiedichte η muß sich dabei in der Form $d\eta/dt = o$ gegen totale Zeitänderung verhalten, weil das Energieprinzip gewahrt bleiben muß. Nun ist

$$d\eta/dt = \dot{\eta} + \sum_{k=1}^{3} \partial\eta/\partial x_k \cdot dx_k/dt = \dot{\eta} + \bar{v}\ \text{grad}\ \eta = o.$$

Wird die Quelle von $\bar{g}$ nicht zum Bezugssystem mit $\bar{v} = \text{const.}$ stationär bewegt, sondern wirkt auf diese gravitative Feldquelle ein Fremdfeld $\bar{g}'$ ein, welches von einer Quelle m' erregt wird, so erfährt die Quelle von $\bar{g}$ die Beschleunigung $\bar{g}'$ und diejenige von $\bar{g}'$ die Beschleunigung $\bar{g}$, so daß für m stets als Fremdfeldeinfluß dieser gravitativen Mesofeldwechselwirkung $\bar{v} = \int \bar{g}'\, d\,t$ gesetzt werden kann. Wegen der Kommutation $(\text{div} \times \int ()\, d\,t)_- = o$ gilt div $\bar{v} = \text{div} \int \bar{g}'\, d\,t = \int \text{div}\ \bar{g}'\, d\,t \neq o$, weil im Allgemeinen div $\bar{g}' \neq o$ sein kann; denn div $\bar{g}' = o$ würde div $\bar{\Gamma}' = o$ und div $\bar{\mu}' = o$ bedeuten, was das Fremdfeld $\bar{g}'$ als eine quellenfreie gravitative Feldstörung näherungsweise kennzeichnet, deren Ausbreitungsgeschwindigkeit aber imaginär ist. Wenn aber div $\bar{v} \neq o$ bleibt, kann nicht mehr $\bar{v}$ grad $\eta = \text{div}\,(\bar{v}\,\eta)$ gesetzt werden; denn dies setzt div $\bar{v} = o$ voraus. Mithin gilt $\dot{\eta} + \int \bar{g}'\, dt\ \text{grad}\ \eta = o$. Wird hierin mit $\eta = c^2\,\alpha \cdot$ $\cdot\ (\text{div}\ \bar{g} + \underline{\bar{g}}^2/2c^2)$ substituiert und werden die Operatoren

$$Q' = (\partial/\partial t + \int \bar{g}'\, dt \cdot \text{grad})\ ;\ \text{div}\ ,$$

$$P' = 1/2c^2\ (\partial/\partial t + \int \bar{g}'\, d\,t\ \text{grad})\ , \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 51$$

eingeführt, so folgt das allgemeine Wechselwirkungsgesetz zwischen

den Feldquellen von $\bar{g}$ und $\bar{g}'$ das nichtlineare Gesetz

$$Q' \; ; \; \bar{g} + P' \; ; \; \bar{g}^2 = o \; , \; \alpha \; \mathrm{div} \; \bar{\Gamma} = \sigma \; , \; \mathrm{div} \; \bar{\mu} = \omega (\sigma_o - \sigma)$$

$$Q \; ; \; \bar{g}' + P \; ; \; \bar{g}'^2 = o \; , \; c' = i\omega \; , \; \bar{\Gamma} \perp \bar{\mu} \; ,$$

$$\underline{\bar{g}} = \bar{\Gamma} + \bar{\mu}/\alpha . c' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 51\,a,$$

worin die zweite Gleichung den Einfluß von $\bar{g}$ auf die Quelle von $\bar{g}'$ beschreibt. Für dieses allgemeine Wechselwirkungsgesetz gibt es noch Sonderfälle. Zunächst besteht die Möglichkeit $| \int \bar{g}' \cdot d\,t | = | \bar{v} | = \mathrm{const.}\,(t)$, was noch die zeitliche Änderung der Richtung von $\bar{v}$ offen läßt ; das heißt, die Quelle von $\bar{g}$ wird von $\bar{g}'$ so beeinflußt, daß sie sich längs des Meridians einer Niveaufläche von $\bar{g}'$ bewegt, doch weicht dieser Sonderfall praktisch nicht vom allgemeinen Fall Gleichung 51 a ab. Gilt dagegen $\int \bar{g}' \cdot d\,t = \bar{v} = \mathrm{const}\,(t)$, so bleibt $\bar{v}$ auch in der Richtung konstant, so daß die Quelle von $\bar{g}$ überhaupt nicht mehr vom Feld $\bar{g}'$ beeinflußt wird, sondern sich nur in einem zum Bezugssystem relativ bewegten Inertialsystem befindet. Damit wird $Q \; ; \; \bar{g} = \mathrm{div}\, \dot{\bar{g}} + \bar{v} \cdot \mathrm{grad}\, \mathrm{div}\, \bar{g} = \mathrm{div}\,(\dot{\bar{g}} + \bar{v}\, \mathrm{div}\, \bar{g})$, weil in diesem Fall $\mathrm{div}\, \bar{v} = o$ gilt. Auch folgt $P \; ; \; \bar{g}^2 = 1/2c^2 \; (\partial \bar{g}^2/\partial t + \mathrm{div}\,(\bar{v}\, \bar{g}^2)) = 1/2c^2 \cdot d\bar{g}^2/dt$. Wird dies in Gleichung 51 eingesetzt mit α multipliziert und $\alpha \; \mathrm{div}\, \bar{g} = \sigma_o$ berücksichtigt, so folgt $\mathrm{div}\,(\alpha\, \dot{\bar{g}} + \bar{v} \cdot \sigma_o) + \alpha/2c^2 \; d\bar{g}^2/dt = o$. Aus der Stabilitätsforderung $dm_o/dt = o$ oder $d\sigma_o/dt = o$ ergibt sich $\alpha\, \dot{\bar{g}} + \bar{v} \cdot \sigma_o$ als divergenzfreier Rotor $\mathrm{div}\,(\alpha\, \dot{\bar{g}} + \bar{v}\, \sigma_o) = o$, oder $\alpha\, \dot{\bar{g}} + \bar{v}\, \sigma_o = \mathrm{rot}\, \bar{\mu}$, was $d\bar{g}^2/dt = o$ zur Folge hat. Die Einschränkung $\int \bar{g}'\, d\,t = \bar{v} = \mathrm{const.}$, also das Fehlen einer Wechselwirkung, bringt Gleichung 51a in die speziellere Form $\int \bar{g}'\, d\,t = \bar{v} = \mathrm{const.}$, $d\bar{g}^2/dt = o$ und $\dot{\bar{g}} + \bar{v} \cdot \mathrm{div}\, \bar{g} = 1/\alpha \cdot \mathrm{rot}\, \bar{\mu}$. Hierin kann $\alpha\, \bar{v} \cdot \mathrm{div}\, \bar{g} = \bar{v}\, \sigma_o = \bar{S}$ wegen $\bar{v} = \mathrm{const}$ als Strömungsvektor von $\sigma_o \neq o$ aufgefaßt werden. Mit $\bar{g} = \bar{\Gamma} + \bar{\mu}/\alpha\omega$ kann von $\alpha\, \dot{\bar{\Gamma}} + \dot{\bar{\mu}}/\omega + \bar{S} = \mathrm{rot}\, \bar{\mu}$ der doppelte Feldrotor gebildet werden. Es ist $\mathrm{rot\ rot}\,(\alpha\, \dot{\bar{\Gamma}} + \dot{\bar{\mu}}/\omega + \bar{S}) = \mathrm{rot\ rot\ rot}\, \bar{\mu} = \mathrm{grad\ div\ rot}\, \bar{\mu} - \mathrm{div\ grad\ rot}\, \bar{\mu} = - \mathrm{div\ grad\ rot}\, \bar{\mu} = - \alpha\, \mathrm{div\ grad}\, \dot{\bar{\Gamma}} - 1/\omega \cdot \mathrm{div\ grad}\, \dot{\bar{\mu}} - \mathrm{div\ grad}\, \bar{S}$, wegen $\mathrm{rot\ rot} = \mathrm{grad\ div} - \mathrm{div\ grad}$ und $\mathrm{div\ rot} = o$. Für die linke Seite folgt $\mathrm{rot\ rot}\,(\alpha\, \dot{\bar{\Gamma}} + \dot{\bar{\mu}}/\omega + \bar{S}) = \alpha\, \mathrm{grad\ div}\, \dot{\bar{\Gamma}} + \mathrm{grad\ div}\, \bar{S} + 1/\omega\, \mathrm{rot\ rot}\, \dot{\bar{\mu}} - \alpha\, \mathrm{div\ grad}\, \dot{\bar{\Gamma}} - \mathrm{grad}\, \bar{S}$; also im Vergleich

grad div $(\alpha \dot{\bar{\Gamma}} + \bar{S})$ + $1/\omega$ rot rot $\dot{\bar{\mu}}$ = - $1/\omega$ div grad $\dot{\bar{\mu}}$.
Hierin ist rot rot $\dot{\bar{\mu}}$ = rot $(\alpha \ddot{\bar{\Gamma}} + \ddot{\bar{\mu}}/\omega + \dot{\bar{S}})$ und rot $\ddot{\bar{\mu}}$ =
= $\alpha \dddot{\bar{\Gamma}} + \dddot{\bar{\mu}}/\omega + \ddot{\bar{S}}$, was eingesetzt in die Beziehung
(grad div + $1/\omega$ rot $\partial/\partial t$ + $1/\omega^2$ $\partial^2/\partial t^2$) ; $(\alpha \dot{\bar{\Gamma}} + \bar{S})$ =
= - $1/\omega$ $\partial/\partial t$ (div grad $\bar{\mu}$ + $\ddot{\bar{\mu}}/\omega^2$) ergibt. div grad $\bar{\mu}$ +
+ $\ddot{\bar{\mu}}/\omega^2$ = $\bar{o}$ gilt nur für div $\bar{\Gamma}$ = o und div $\bar{\mu}$ = o , während für $\sigma_o \neq o$ auch div grad $\bar{\mu}$ + $\ddot{\bar{\mu}}/\omega^2 \neq \bar{o}$ zu erwarten
ist. Mit div $\bar{\mu}$ = ω $(\sigma_o - \sigma)$ = q (Mesofeldquelle) wird grad q =
= div grad $\bar{\mu}$ = grad div $\bar{\mu}$ - div grad $\bar{\mu}$ = rot rot $\bar{\mu}$ =
= rot $(\alpha \dot{\bar{\Gamma}} + \dot{\bar{\mu}}/\omega + \bar{S})$ = α rot $\dot{\bar{\Gamma}}$ + rot $\bar{S}$ + $1/\omega$ rot $\dot{\bar{\mu}}$ =
= (rot + $1/\omega$ $\partial/\partial t$) ; $(\alpha \dot{\bar{\Gamma}} + \bar{S})$ + $\ddot{\bar{\mu}}/\omega^2$ oder - $1/\omega$ $\partial/\partial t$
. (div grad $\bar{\mu}$ + $\ddot{\bar{\mu}}/\omega^2$) = ($1/\omega$ rot $\partial/\partial t$ + $1/\omega^2$ $\partial^2/\partial t^2$) ;
$(\alpha \dot{\bar{\Gamma}} + \bar{S})$ - $1/\omega$ grad $\dot{q}$, was im Vergleich (grad div +
+ $1/\omega$ rot $\partial/\partial t$ + $1/\omega^2$. $\partial^2/\partial t^2$) ; $(\alpha \dot{\bar{\Gamma}} + \bar{S})$ =
= ($1/\omega$ rot $\partial/\partial t$ + $1/\omega^2$ $\partial^2/\partial t^2$) ; $(\alpha \dot{\bar{\Gamma}} + \bar{S})$ —
- $1/\omega$ grad $\dot{q}$ oder , weil q = div $\bar{\mu}$ ist, grad div $(\alpha \dot{\bar{\Gamma}}$ +
+ $\dot{\bar{\mu}}/\omega$ + $\bar{S}$) = $\bar{o}$ liefert. Mithin wird der Sonderfall $\int \bar{g}' \cdot dt$ =
= $\bar{v}$ = const. beschrieben durch

$$\int \bar{g}' \cdot dt = \bar{v} = \text{const.} \,, \quad d\bar{g}^2/dt = o \,,$$
$$\dot{\bar{g}} + \bar{v} \operatorname{div} \dot{\bar{g}} = 1/\alpha \operatorname{rot} \bar{\mu} \,,$$
$$\operatorname{grad} \operatorname{div} (\alpha \bar{g} + \bar{S}) = \bar{o} \,, \quad \bar{S} = \bar{v}\, \sigma_o \qquad \text{.....51b.}$$

Ist $\bar{v}$ nur noch die Relativgeschwindigkeit des Koordinatensystems in welchem sich eine quellenfreie gravitative Feldstörung befindet, das heißt, ist m_o = o , so wird α div $\bar{\Gamma}$ = σ und div $\bar{\mu}$ =
= - ω σ , was div $\bar{g}$ = o zur Folge hat. Dieser weiteren Einschränkung wird also

$$\alpha \operatorname{div} \bar{\Gamma} = \sigma \,, \quad \operatorname{div} \bar{\mu} = - \omega \sigma \,,$$
$$\alpha\, \dot{\bar{g}} = \operatorname{rot} \bar{\mu} \,, \quad d\bar{g}^2/dt = o \qquad \text{.....51 c,}$$

weil σ der Dichte freier Feldenergie entspricht. Dieser Ausdruck wiederum kann durch eine Koordinatentransformation auf das Eigensystem $\bar{v} = \bar{w}$ transformiert werden, das heißt, nach dieser Transformation muß sich die Beschreibung einer quellenfreien gravitativen Feldstörung ergeben. Die Spezialisierung $\bar{v} = \bar{o}$ hat nur auf die letzte Beziehung aus Gleichung 51 c einen Einfluß; denn es ist

$d\bar{g}^2/dt = \partial\bar{g}^2/\partial t + \operatorname{div}(\bar{v} \cdot \bar{g}^2) = 1\partial\bar{g}^2/\partial t = o$.
Mit $\bar{g} = \bar{\Gamma} + \bar{\mu}/c^2\alpha$, sowie $\bar{\Gamma} \perp \bar{\mu}$ und $c^2 = i$ wird
$\bar{g}^2 = \bar{\Gamma}^2 - \mu^2/\omega^2\alpha^2 = \bar{\Gamma}^2 - \beta/\alpha\ \bar{\mu}^2$, oder $\alpha/2\ \bar{g}^2 =$
$= 1/2\ (\alpha \cdot \bar{\Gamma}^2 - \beta \cdot \bar{\mu}^2)$, was in $\partial\bar{g}^2/\partial t = o$ eingesetzt $1/2\ \partial/\partial t\ (\alpha\ \bar{\Gamma}^2 - \beta\ \bar{\mu}^2) = o$ oder $1/2\ \partial/\partial t \cdot$
$\cdot (\alpha\ \bar{g}^2 - \beta\ \bar{\mu}^2) - \beta\ \bar{\mu}\ \dot{\bar{\mu}} = o$ ergibt. Hierin ist $1/2\ \partial/\partial t \cdot$
$\cdot (\alpha\ \bar{g}^2 - \beta\ \bar{\mu}^2) = -\operatorname{div} \bar{g} \times \bar{\mu} = \bar{g}\ \operatorname{rot}\ \bar{\mu} - \bar{\mu}\ \operatorname{rot}\ \bar{g}$,
was sich für $\operatorname{rot}\ \bar{g} = \beta\ \dot{\bar{\mu}}$ und $\delta = o$ im stationären Fall $\dot{m} = o$
ergibt. Neben den bereits in Gleichung 48 zum Ausdruck gebrachten
Beziehungen gilt also noch, weil $\bar{g} \times \bar{\mu} = \bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$ ist,
$o = \operatorname{div} \bar{\Gamma} \times \bar{\mu} + \beta\ \dot{\bar{\mu}}\ \bar{\mu}$ und darin kann $\beta\ \dot{\bar{\mu}}\ \bar{\mu} = \bar{\mu}\ \operatorname{rot}\ \bar{g} =$
$= \bar{\mu}\ \operatorname{rot}\ \bar{\Gamma} + 1/\alpha\omega \cdot \bar{\mu}\ \operatorname{rot}\ \bar{\mu} = \bar{\mu}\ \operatorname{rot}\ \bar{\Gamma}$ gesetzt werden,
weil $\bar{\mu} \perp \operatorname{rot}\ \bar{u}$ ist. Die fortschreitenden gravitativen Feldstörungen werden also durch $\operatorname{div} \dot{\bar{\Gamma}} = o$, $\operatorname{div} \dot{\bar{\mu}} = o$, $\operatorname{div} \bar{\Gamma} \times \bar{\mu} +$
$+ \bar{\mu}\ \operatorname{rot}\ \bar{\Gamma} = o$, sowie durch $\operatorname{rot}\ \bar{\mu} = \alpha\ \dot{\bar{g}}$ und $\operatorname{rot}\ \bar{g} = \beta\ \dot{\bar{\mu}}$
beschrieben. Die letzten beiden Beziehungen können noch mit $\bar{g} = \bar{\Gamma} +$
$+ \bar{\mu}/\alpha\omega$ zu $\operatorname{rot}\ \bar{\mu} - \dot{\bar{\mu}}/\omega = \alpha \cdot \dot{\bar{\Gamma}}$ und $\operatorname{rot}\ \bar{\Gamma} + \dot{\bar{\Gamma}}/\omega = \bar{o}$
wegen $\alpha\ \beta\ \omega^2 = 1$ umgeformt werden. Die fortschreitenden stationären gravitativen Feldstörungen werden demnach beschrieben durch

$$\bar{v} = \bar{o}\ ,\ \operatorname{div} \dot{\bar{\Gamma}} = o\ ,\ \operatorname{div} \dot{\bar{\mu}} = o\ ,$$
$$\operatorname{div} \bar{\Gamma} \times \bar{\mu} + \bar{\mu}\ \operatorname{rot}\ \bar{\Gamma} = o\ ,\ \operatorname{rot}\ \bar{\mu} - \dot{\bar{\mu}}/\omega = \alpha\ \dot{\bar{\Gamma}}\ ,$$
$$\operatorname{rot}\ \bar{\Gamma} + \dot{\bar{\Gamma}}/\omega = \bar{o}\ ,\ \bar{\Gamma} \perp \bar{\mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 51\,d,$$

das heißt, das Verhalten von $\bar{\mu}\ \operatorname{rot}\ \bar{\Gamma} = -\bar{\mu}\ \dot{\bar{\Gamma}}/\omega$ entscheidet, ob $\operatorname{div} \bar{\Gamma} \times \bar{\mu} = o$ ist oder nicht ; das heißt ob Gravitationswellen ausgestrahlt werden können oder nicht; denn nach Einführung von $\bar{g}$ folgt für die Leistungsdichte der Felder $1/2\ \partial/\partial t \cdot$
$\cdot (\alpha\ \bar{g}^2 - \beta\ \bar{\mu}^2) = -\operatorname{div} \bar{g} \times \bar{\mu} = -\operatorname{div} \bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$, worin $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$ die gravitative Energiestrōmung angibt weil
$\int \operatorname{div} \bar{\Gamma} \times \bar{\mu} \cdot d\,V = \oint \bar{\Gamma} \times \bar{\mu}\ d\,\bar{F}$ ist. In der Darstellumg $\bar{\Gamma} = \operatorname{grad} \varphi$ wird $\dot{\bar{\Gamma}} = \operatorname{grad} \dot{\phi} \parallel \bar{\Gamma}$, was wegen $\bar{\mu} \perp \bar{\Gamma}$
stets $\bar{\mu}\ \operatorname{rot}\ \bar{\Gamma} = -\bar{\mu}\ \dot{\bar{\Gamma}}/\omega = o$ wegen $\sphericalangle(\bar{\mu}, \bar{\Gamma}) = \pi/2$ und damit $\operatorname{div} \bar{\Gamma} \times \bar{\mu} = o$ zur Folge hat. Das heißt, ein System in welchem $\bar{\Gamma}$ als Gradientenfeld darstellbar ist, kann überhaupt keine Gravitationsenergie in Form gravitativer Feldstörungen abstrahlen. Erst wenn die Zeitdifferentiation von $\bar{\Gamma}$ auch eine Richtungsänderung mitsich bringt, so daß $\cos(\bar{\Gamma}, \dot{\bar{\Gamma}}) \neq \pm 1$ und dementsprechend $\cos(\bar{\mu}, \dot{\bar{\Gamma}}) \neq o$ wird, ist $\operatorname{div} \bar{\Gamma} \times \bar{\mu} \neq o$, also eine regelrechte Ausstrahlung von gravitativen Feldstörungen möglich, vorausgesetzt, daß $\dot{\bar{\Gamma}} \neq \bar{o}$ und $\bar{\mu} \neq \bar{o}$ sind. Im Fall der Orthogonalität,

also div $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu} = o$ kann $\bar{\Gamma} = \text{grad} \cdot \varphi$ wirbelfrei sein und diese Darstellung kennzeichnet die ponderable aber makromare Materieverteilung $m_o > o$. Bereits nach der quantendynamischen Operatorgleichung 36 kann für $m_o > o$ der Zustand $\bar{\psi}$ nicht in den R_3 ausgestrahlt werden, wohl aber im Fall imponderabler $m_o = o$. Aus diesem Grunde scheint $\bar{\mu} \perp \dot{\bar{\Gamma}}$ unmittelbar die Ponderabilität auszudrücken, so daß nach

$$\text{div } \bar{\Gamma} \times \bar{\mu} \sim \cos(\bar{\mu}, \dot{\bar{\Gamma}}), \quad |\cos(\bar{\mu}, \dot{\bar{\Gamma}})| \geqq o,$$

$$m_o = o, \quad m_o > o \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 52$$

ponderable Materiefeldquanten grundsätzlich nicht zur Emission gravitativer Feldstörungen im Sinne freier Gravitationswellen fähig sind. Nur im Fall der imponderablen photonischen Quanten könnte die Möglichkeit $\cos(\bar{\mu}, \dot{\bar{\Gamma}}) \neq o$ bestehen, was wiederum die durch $\omega < \infty$ (dritter Fall aus C I 3) nahegelegte Möglichkeit eines einheitlichen elektromagnetisch- gravitativen Induktionsgesetzes andeutet.

5.) Revisionen und Ansatzpunkte

Nach den vorangegangenen heuristischen Untersuchungen muß zunächst die Vorstellung vom Phänomen der Gravitation eine Revision erfahren. Die einzige zusätzlich eingeführte Aussage ist $\sigma_{(o)} = \text{const}$ im Innern der Nuklearstrukturen aus δ der phänomenologischen Induktion. Im Fall der Materiefeldquanten braucht dieser Sachverhalt aber nicht erfüllt zu sein, doch geht in den Formalismus die Volumenabmessung des Bereiches $\sigma_o = \text{const.}$ nicht ein. Wegen der mikromaren dualistischen Quantenstruktur aller Materiefeldquanten muß es in deren Innern aber stets ein endliches Volumen mit $\sigma_o = \text{const.}$ geben, so daß diese Bedingung immer als erfüllt angesehen werden darf. Die Revision der Vorstellung vom Gravitationsfeld wird durch die Existenz eines zum Gravitationsfeldvektor orthogonalen Mesofeldes begründet, welches im statischen Fall überhaupt nicht erscheinen kann, und bei gravitativen Feldsuperpositionen Asymmetrien in der gravitativen Feldlinieverteilung verursacht, worin der Elementarprozeß der ponderomotorischen Wirkungen zu sehen ist. Im statischen Fall kann dieses Mesofeld wegen $\dot{\bar{\mu}} = \bar{o}$ und $\dot{\bar{\Gamma}} = \bar{o}$ tatsächlich nicht explizit erscheinen; denn nach 48 werden dann, weil auch $\bar{v} = \bar{o}$ diesen statischen Fall ausmacht, rot $\bar{\mu} = \bar{o}$ und rot $\bar{\Gamma} = \bar{o}$, so

daß α div $\bar{\Gamma} = \sigma$ und div $\bar{\mu} = \omega(\sigma_0 - \sigma)$ zu α div $\bar{g} = \sigma_0$ überlagern. In dieser übrigbleibenden statischen Beziehung erscheint aber $\bar{\mu}$ nicht mehr explizit. Mit der Approximation $m \approx m_0$, also $\bar{g} \approx$ grad φ und $16\ \sigma_0 = m/V$ wird dann div grad φ = $= 4/3\ \pi\ \varkappa\ m/V = \varkappa\ m/r^3$, was das empirische Gesetz 8 B II 2 liefert. Im wechselwirkungsfreien Gravitationsfeld ist also $\bar{\mu}(r)$ latent in der Feldstruktur enthalten und wird erst bei der Wechselwirkung im Sinne der Induktion einer Felddichteasymmetrie während des Wechselwirkungsvorganges aktiv. Dieses latente aber bei Wechselwirkungen aktiv werdende Mesofeld muß wegen des Äquivalenzprinzipes von Trägheit und Gravitation auch den Trägheitswiderstand verursachen, welcher bei der zeitlichen Änderung des Bewegungszustandes eines jeden materiellen Systems auftritt. Eine Änderung dieses Zustandes muß demnach eine der ändernden Ursache entgegenwirkende Mesofeldinduktion zur Folge haben, was den Trägheitswiderstand bedingt. Auf diese Weise beschreibt die Mesofeldinduktion gravitativer Felddichteasymmetrien nach 48 tatsächlich den Elementarprozeß jeder ponderomotorischen Wirkung.

Kommt es zu gravitativen Feldstörungen, so induzieren sich die beiden orthogonalen Vektoren gegenseitig, doch kann es zu einer regelrechten Gravitationswellenemission nur dann kommen, wenn der Gravitationsfeldvektor zu seiner zeitlichen Änderung nicht parallel verläuft. Die gravitativen Feldstörungen und damit auch die Gravitationswellen laufen mit imaginärer Geschwindigkeit, deren Betrag 4/3 der Lichtgeschwindigkeit ist. Dieses Ausbreitungsgesetz gravitativer Feldstörungen mit seiner von der Lichtgeschwindigkeit völlig verschiedenen Ausbreitungsgeschwindigkeit bedingt aber, ähnlich wie die elektromagnetische Induktion ein gravitatives Relativitätsprinzip mit einer Transformationsgruppe gleichberechtigter Bezugssysteme. Wegen $c' = i\omega$ und $\omega \neq c$ ist zu erwarten, daß sich diese Gruppe von der raumzeitlichen Transformationsgruppe $\hat{A}$ des elektromagnetischen Relativitätsprinzips unterscheidet, so daß beide Gruppen gleichberechtigt nebeneinander existieren und somit Untergruppen einer allgemeinen übergeordneten Gruppe raumzeitlicher Inertialsysteme sind. Dieses Relativitätsprinzip gravitativer Feldstörungen kann sich nicht auf die gebundenen Feldstörungen beziehen, welche bei einer zeitlichen Zustandsänderung der Mesofeldwechselwirkung ponderabler Systeme entstehen, sondern nur auf die frei in den R_3 emittierten Wirkungen der Beziehung 51 d. Wenn es möglich ist, die raumzeitliche Matrix des gravitativen Relativitätsprinzips zu beschreiben, dann muß diese mit $\hat{A}$ gleichbe-

rechtigt sein und aus 48 müssen sich in Analogie zu $\hat{A}$ gravitative Feldtensoren ergeben, welche gegen die Transformationsgruppe des gravitativen Relativitätsprinzips ebenso invariant sind wie die elektromagnetischen Feldtensoren gegen $\hat{A}$. Wenn sich schließlich herausstellt, daß der Kommutator beider Transformatormatrizen zu $\hat{o}$ wird, dann beschreiben beide Matrizen nur Untergruppen einer einheitlichen Transformationsgruppe. Da die vierte Koordinate im Bereich der beiden Untergruppen auf jeden Fall verschieden zählt, muß es auch für jede Untergruppe ein spezielles Raumzeitsystem geben, welche im Gültigkeitsbereich der einheitlichen Gruppe zu einem einheitlichen Raumzeitsystem synthetisieren müssen. Auch muß es möglich sein, im Fall des verschwindenden Kommutators aus den elektromagnetischen und gravitativen Feldtensoren einheitliche elektromagnetisch- gravitative Feldtensoren zu konstruieren, welche gegen die einheitliche Gruppe invariant bleiben und das gesuchte elektromagnetisch- gravitative Induktionsgesetz beinhalten.

Neben diesem gravitativen Relativitätsprinzip, welches gegebenenfalls eine nochmalige Revision der Begriffe Raum und Zeit erfordert, muß es im statischen, nicht quellenfreien Fall noch ein Relativitätsprinzip gravitativer Raumstrukturen geben, weil der Zusammenhang $m = m(r)$ gilt, das heißt, jede Trägheitswirkung erscheint in relativer Ruhe ortsabhängig, was auf die gravitative Raumstruktur zurückgehen muß, die mit der Trägheitswirkung korreliert ist. Falls der Matrizenkommutator verschwindet und das einheitliche Induktionsgesetz existiert, dann muß die durch 48 beschriebene Raumstruktur aus Gravitation und Mesofeld stets zumindest latent mit elektromagnetischen Prozessen im induktiven Zusammenhang stehen. Dies würde aber bedeuten, daß der Begriff der makromaren Wechselwirkung zur Funktion einer allgemeinen Raumzeitstruktur wird, welche durch ein strukturelles System invarianter, also tensorieller Feldgleichungen beschreibbar sein muß. Einführung des Quantenbegriffes und Darstellung der Zustandsgrößen durch hermitesche Operatoren im abstrakten Funktionenraum müßte wegen dieser Quantisierung des strukturellen Wechselwirkungsgesetzes, also der Mesofeldquantisierung einen Einblick in die innere Struktur der Materiefeldquanten und damit eine Analyse ihres gesamten Spektrums ermöglichen. Bei dieser Quantisierung würden die makromaren Strukturelemente der universellen Wechselwirkung nach dem Korrespondenzprinzip in den mikromaren Quantenbereich diskreter Eigenwerte in Punktspektren fortgesetzt, so daß durch die mikromaren Wechselwirkungen der Elemente des Spektrums aller Materiefeldquanten in dieser quantisierten Strukturtheorie enthalten sein müssen.

Kapitel III

Synthesis der Somawelt

1.) Das Relativitätsprinzip gravitativer Feldstörungen.

Da für die Ausbreitungsgeschwindigkeit gravitativer Feldstörungen $c' = -c'^{\times}$ im Gegensatz zu $c = c^{\times}$ elektromagnetischer Feldstörungen und $c' \cdot c'^{\times} = \omega^2 \neq c^2$ gilt, liegt es nahe, neben dem elektromagnetischen auch ein gravitatives Relativitätsprinzip anzunehmen. Das Ausbreitungsgesetz der gravitativen Feldstörungen wird durch $\operatorname{div} \dot{\bar{\Gamma}} = o$, $\operatorname{div} \dot{\bar{\mu}} = o$, $\operatorname{rot} \bar{\mu} - \dot{\bar{\mu}}/\omega = \alpha \dot{\bar{\Gamma}}$ und $\operatorname{rot} \bar{\Gamma} + \dot{\bar{\Gamma}}/\omega = \bar{o}$ beschrieben. Zur Ausstrahlung regelrechter Gravitationswellen kommt es dabei grundsätzlich nur dann, wenn in $\omega \cdot \operatorname{div} \bar{\Gamma} \times \bar{\mu} - \bar{\mu} \cdot \dot{\bar{\Gamma}} = o$ die Ausstrahlungsbedingung $\mu \dot{\Gamma} \neq o$ erfüllt ist. Dies ist nur möglich, wenn $\dot{\bar{\Gamma}} \neq \bar{o}$ und $\bar{\mu} \neq \bar{o}$ und außerdem $\cos(\bar{\mu}, \dot{\bar{\Gamma}}) \neq o$ bleibt. Wegen $\bar{\mu} \perp \bar{\Gamma}$ ist dies nur möglich, wenn $\dot{\bar{\Gamma}}$ und $\bar{\Gamma}$ nicht parallel verlaufen. Unabhängig davon, ob es sich um die gebundene Störung eines gravitativen Raumzustandes oder um eine regelrechte Ausstrahlung von Gravitationswellen handelt, gilt Gleichung 51 d, die mit $\bar{g} = \bar{\Gamma} + \dot{\bar{\mu}}/\alpha\omega$ in die Form $\operatorname{div} \bar{g} = o$, $\operatorname{div} \dot{\bar{\mu}} = o$, $\operatorname{rot} \bar{\mu} = \alpha \dot{\bar{g}}$ und $\operatorname{rot} \bar{g} = \beta \cdot \dot{\bar{\mu}}$ mit der Mesofeldkonstanten $\beta = 12\pi \gamma^2/c^2$ gebracht werden kann. Zur Untersuchung gravitativer Feldstörungen können stets hinreichend niedrige Feldintensitäten $\sigma \to o$, also approximativ $\operatorname{div} \bar{g} = o$ und $\operatorname{div} \bar{\mu} = o$ angenommen werden. Die Bedingung $\operatorname{div} \bar{\mu} = o$ wird mit dem Ansatz $\bar{\mu} = \operatorname{rot} \bar{\psi}$ wegen $\operatorname{div} \operatorname{rot} = o$ erfüllt, wenn $\bar{\psi}$ ein gravitatives Vektorpotential ist. Damit wird $\operatorname{rot} \bar{g} = \beta \cdot \dot{\bar{\mu}}$ zu $\operatorname{rot}(\bar{g} - \beta \dot{\bar{\psi}}) = \bar{o}$ oder $\bar{g} = \beta \dot{\bar{\psi}} \pm \operatorname{grad} \varphi$, wenn φ ein gravitatives Skalarpotential ist. Nach dem kanonischen Formalismus gilt für $\bar{\psi}$ die Wellengleichung $\operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{\psi} = \ddot{\bar{\psi}}/c'^2 = -\ddot{\bar{\psi}}/\omega^2$ mit $\alpha\beta\omega^2 = 1$. Divergenzbildung von $\bar{g} = \beta \dot{\bar{\psi}} \pm \operatorname{grad} \varphi$ liefert $-\beta \operatorname{div} \dot{\bar{\psi}} = \pm \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi$ wegen $\operatorname{div} \bar{g} = o$. Substitution mit $\bar{\mu} = \operatorname{rot} \bar{\psi}$ in $\operatorname{rot} \bar{\mu} = \alpha \dot{\bar{g}}$ und Verwendung von $\bar{g} = \beta \dot{\bar{\psi}} \pm \operatorname{grad} \varphi$ liefert $\alpha\beta \ddot{\bar{\psi}} \pm \alpha \operatorname{grad} \dot{\varphi} = \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{\psi} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \bar{\psi} - \operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{\psi}$, was mit $\alpha\beta \ddot{\bar{\psi}} = -\operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{\psi}$ die Form $\pm \alpha \operatorname{grad} \varphi = \operatorname{grad} \operatorname{div} \bar{\psi}$, oder integriert $\operatorname{div} \bar{\psi} = \pm \alpha \varphi$ ergibt. Damit kann in $-\beta \operatorname{div} \dot{\bar{\psi}} = \pm \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi$ substituiert

werden, was $\pm$ div grad $\varphi = \mp \alpha \beta \ddot{\varphi}$ oder für das Skalarpotential die Wellengleichung div grad $\varphi = \ddot{\varphi}/c'^2$ liefert, in der die Vektoreigenschaften nicht mehr erscheinen. Das Skalarpotential einer gravitativen Feldstörung breitet sich also nach dem Wellengesetz div grad $\varphi - \ddot{\varphi}/c'^2 = o$ mit $c' = i\,\omega$ aus. Ist die gravitative Ausstrahlungsbedingung $\bar{\mu}\,\bar{F} \neq o$ erfüllt, so beschreibt dieses Gesetz eine Wellenausbreitung mit sphärischen Wellenzonen die dem geometrischen Kugelgesetz $\sum_{k=1}^{3} \xi_k^2 = r^2$ genügt, wenn die

ξ_k die Koordinaten bei gravitativen Vorgängen im Gegensatz zu den x_k elektromagnetischer Prozesse angeben. Mit $r = c' \cdot t$ und $c' = i\,\omega$ wird $\sum_{k=1}^{3} \xi_k^2 + \omega^2 t^2 = o$, oder $\sum_{k=1}^{4} \xi_k^2 = o$, wenn $\xi_4 = \omega t$ als gravitative Zeitkoordinate eingeführt wird. Kennzeichnen die ξ'_k ein gegen das durch die ξ_k gekennzeichnete System C relativ mit $v' = \text{const}$. bewegtes System C', so muß das Ausbreitungsgesetz gegen Transformationen von C nach C'

gemäß $\sum_{k=1}^{4} \xi_k^2 = \sum_{k=1}^{4} \xi_k'^2$ invariant sein. Diese Invarianz muß gefordert werden, denn wegen $E = m c^2$ muß jedes Strahlungsquant $h\,\gamma$ mit dem elektromagnetischen Strahlungsvektor $\bar{E} \times \bar{H}$ eine gravitative Wirkung mitführen; denn jede Trägheit m muß ein Gravitationsfeld zur Folge haben. Für die Art dieser gravitativen Wirkung, welche $\bar{E} \times \bar{H}$ begleitet, kann es aber zwei Möglichkeiten geben. Entweder wird $\bar{E} \times \bar{H}$ von einer Gravitationswelle $\omega > c$ begleitet oder aber das Feld wird mit der Geschwindigkeit $\omega' = c$ von $\bar{E} \times \bar{H}$ mitgeführt, weil es statisch an die Strahlungsquanten gebunden ist. In jedem Fall ist die Geschwindigkeit $\omega \geq c$, wenn ω die Geschwindigkeit der $\bar{E} \times \bar{H}$ begleitenden gravitativen Wirkung ist. Wegen $\omega \geq c$ hätte eine geometrische Deformation der gravitativen Wellenzonen auch eine solche der elektromagnetischen Wellenzonen zur Folge. Wenn also von dem mit $v' = \text{const}$ relativ bewegten System C' der aus dem in C verlaufende Emissionsprozeß so erscheint, daß $\sum_{k=1}^{4} \xi_k'^2 \neq \sum_{k=1}^{4} \xi_k^2$ ist, also die gravitativen Wellenzonen deformiert erscheinen, so hätte dies auch

$\sum_{i=1}^{4} x_i'^2 \neq \sum_{i=1}^{4} x_i^2$ für die elektromagnetischen

Wellenzonen zur Folge. Da es aber aufgrund der Empirik keinen relativ zu elektromagnetischen Wirkungen absolut ruhenden Weltäter gibt, muß $\sum_{i=1}^{4} x_i'^2 = \sum_{i=1}^{4} x_i^2$ immer erfüllt sein, was wegen $\underline{\omega} = c$ die Invarianz $\sum_{k=1}^{4} \xi_k'^2 = \sum_{k=1}^{4} \xi_k^2$ als Notwendigkeit nachsich zieht. Wäre $\underline{\omega} < c$, was nur für $\omega < c$ möglich sein kann, so wäre diese Invarianz keine Notwendigkeit. Das Relativitätsprinzip gravitativer Feldstörungen wird demnach ausgedrückt durch

$$\sum_{k=1}^{4} \xi_k^2 = \sum_{k=1}^{4} \xi_k'^2 \,, \quad \xi_4 = \omega t = \xi_4^x \quad \ldots\ldots 53.$$

Im Gegensatz zur elektromagnetischen Lichtzeit $x_4 = i c t$ ist die gravitative Zeit $\xi_4 = \omega t$ reell und das bedeutet, daß das elektromagnetische Relativitätsprinzip in einer pseudoeuklidischen Raumzeit R_{-4}, aber das Gravitative in einer echt euklidischen Raumzeit R_{+4} definiert ist. Kennzeichnet der Index e das elektromagnetische und g das gravitative Relativitätsprinzip, so sind die metrischen Fundamentaltensoren durch das zweideutige Schema

$$^{*}\bar{E}_{(eg)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mp 1 \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots 53\,a.$$

Mit $\xi_4 = \omega t$ wird das Ausbreitungsgesetz div grad φ = $= \ddot{\varphi}/c'^2 = -\ddot{\varphi}/\omega^2$ zu $\sum_{k=1}^{4} \partial^2\varphi/\partial\xi_k^2 = 0$, oder $\mathrm{div}_{+4}\ \mathrm{grad}_{+4}\ \varphi = 0$, und dieses Gesetz muß, wenn von C in das mit v = const. bewegte System C' transformiert wird gegen diese Transformation $\xi_i' = \xi_i'\,(\xi_k)_1^4$ invariant sein. Es kommt darauf an, die Transformationen ξ_i' in Abhängigkeit von v' und ω durchzustellen. Die Beziehungen der Linearität, welche an diese Transformationen zu stellen sind, unterscheiden sich nicht von denen des elektromagnetischen Relativitätsprinzips. Zunächst muß $\mathrm{div}_{+4}\ \mathrm{grad}_{+4}\varphi = \sigma$ die Invarianzbeziehung $\sum_{k=1}^{4} \partial^2\varphi/\partial\xi_k'^2 = \alpha\,(v')\sum_{k=1}^{4} \partial^2\varphi/\partial\xi_k^2$

erfüllen. Für die ξ_k' kann, wie im elektromagnetischen Fall der Ansatz $\xi_1' = \mathcal{K}(v')(\xi_1 - v' t)$, $\xi_2' = \lambda(v')\,\xi_2$, $\xi_3' = \lambda(v')\,\xi_3$ und $t' = \mu(v')\,t - \gamma(v')\,\xi_1$ angenommen werden, wenn das System C' in gleicher Weise wie im elektromagnetischen Fall orientiert wird. Aus den gleichen Gründen wie beim elektromagnetischen Relativitätsprinzip muß λ eine gerade Funktion von v' sein, was zu $\lambda = 1$ führt. Mit den Transformationen wird

$$\varphi\,(\xi_k')_1^4 = \varphi\,(\mathcal{K}(\xi_1 - v' t),\ \xi_2,\ \xi_3,\ (\mu t - \gamma \xi_1))$$

und dies liefert $\partial\varphi/\partial\xi_1 = \partial\varphi/\partial\xi_1' \cdot \partial\xi_1'/\partial\xi_1 =$

$= \mathcal{K}\,\partial\varphi/\partial\xi_1' - \gamma\,\partial\varphi/\partial t'$, $\partial\varphi/\partial\xi_2 = \partial\varphi/\partial\xi_2'$,

$\partial\varphi/\partial\xi_3 = \partial\varphi/\partial\xi_3'$ und $\partial\varphi/\partial t = -\mathcal{K} \cdot v'\,\partial\varphi/\partial\xi_1' +$

$+ \mu\,\partial\varphi/\partial t'$. Für die zweiten partiellen Ableitungen folgt dann

$$\partial^2\varphi/\partial\xi_1^2 = \mathcal{K}^2\,\partial^2\varphi/\partial\xi_1'^2 - 2\mathcal{K}\gamma\,\partial^2\varphi/\partial\xi_1'\,\partial t' +$$

$$+ \gamma^2\,\partial^2\varphi/\partial t'^2,\quad \partial^2\varphi/\partial\xi_2^2 = \partial^2\varphi/\partial\xi_2'^2,\quad \partial^2\varphi/\partial\xi_3^2 =$$

$$= \partial^2\varphi/\partial\xi_3'^2 \text{ und } \partial^2\varphi/\partial t^2 = \mathcal{K}^2 v'^2\,\partial^2\varphi/\partial\xi_1'^2 -$$

$$- 2\mathcal{K}\mu\gamma\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi_1' \cdot \partial t'} + \mu^2\,\partial^2\varphi/\partial t'^2 \text{ oder mit } \xi_4 =$$

$= \omega t$ auch $\partial^2\varphi/\partial\xi_1^2 = \mathcal{K}^2\,\partial^2\varphi/\partial\xi_1'^2 - 2\mathcal{K}\gamma\omega\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi_1'\,\partial\xi_4'} +$

$+ \gamma^2\omega^2\,\partial^2\varphi/\partial\xi_4'^2$, $\partial^2\varphi/\partial\xi_2^2 = \partial^2\varphi/\partial\xi_2'^2$, $\partial^2\varphi/\partial\xi_3^2 = \partial^2\varphi/\partial\xi_3'^2$,

$$\partial^2\varphi/\partial\xi_4^2 = \mathcal{K}^2 \cdot v'^2/\omega^2\,\partial^2\varphi/\partial\xi_1'^2 - 2\mathcal{K}\mu\,v'/\omega \cdot$$

$$\cdot\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi_1'\,\partial\xi_4'} + \mu^2\,\partial^2\varphi/\partial\xi_4'^2.$$ Wird dies in die Invarianz

$$\sum_{k=1}^{4} \partial^2\varphi/\partial\xi_k^2 = \alpha \sum_{k=1}^{4} \partial^2\varphi/\partial\xi_k'^2 \text{ eingesetzt, so folgt}$$

$$\sum_{k=1}^{4} \partial^2\varphi/\partial\xi_k^2 = \mathcal{K}^2\,(1 + v'^2/\omega^2)\,\partial^2\varphi/\partial\xi_1'^2 + \partial^2\varphi/\partial\xi_2'^2 +$$

$+ \partial^2\varphi/\partial \xi_3'^2 + (\mu^2 + \gamma^2 \omega^2)\, \partial^2\varphi/\partial \xi_4'^2 - 2\varkappa(\gamma\omega + \mu v'/\omega) \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi_1' \partial \xi_4'}$. Andererseits gilt $\sum_{k=1}^{4} \partial^2\varphi/\partial \xi_k'^2 =$

$= \alpha \sum_{k=1}^{4} \partial^2\varphi/\partial \xi_k'^2$, was im Vergleich $\alpha = 1$ und $2\varkappa \cdot (\gamma\omega + \mu v'/\omega) = 0$, also $\gamma\omega + \mu v'/\omega = 0$ bedingt, da die gemischten partiellen Ableitungen nicht auftreten dürfen. Die übrigen Koeffizienten müssen den Wert 1 haben und dies liefert $\varkappa^2 (1 + v'^2/\omega^2) = 1$, sowie $\mu^2 + \gamma^2 \omega^2 = 1$. Für die Koeffizienten μ , γ , $\varkappa$ λ und α der Transformationen ξ_i' gelten mithin die Bedingungen $\alpha = 1$ und $\lambda = 1$, sowie $\varkappa = (1 + v'^2/\omega^2)^{-1/2}$. Die Größen μ und γ sind enthalten in $\mu^2 + \gamma^2 \omega^2 = 1$ und $\gamma\omega + \mu v'/\omega = 0$. Daraus folgt $\mu = \varkappa$ und $\gamma = -\varkappa \cdot v'/\omega^2$. Mit $\beta_+ = v'/\omega$ folgt daher für die Konstanten $\alpha = \lambda = 1$, sowie $\mu = \varkappa = (1 + \beta_+^2)^{-1/2}$ und $\gamma = -\beta_+/\omega \cdot (1 + \beta_+^2)^{-1/2}$. Die Transformationen ξ_i' werden daher zu

$$\xi_1' = \frac{\xi_1 - \beta_+ \xi_4}{\sqrt{1 + \beta_+^2}} \quad , \quad \xi_2' = \xi_2 \quad , \quad \xi_3' = \xi_3$$

und

$$\xi_4' = \frac{\xi_4}{\sqrt{1 + \beta_+^2}} + \frac{\beta_+ \xi_1}{\sqrt{1 + \beta_+^2}} = \frac{\xi_4 + \beta_+ \xi_1}{\sqrt{1 + \beta_+^2}} \cdot$$

Die Matrix dieser Transformation hat also die Form

$$\hat{A}_+ = \begin{pmatrix} (1+\beta_+^2)^{-1/2} & 0 & 0 & -\beta_+ (1+\beta_+^2)^{-1/2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \beta_+ (1+\beta_+^2)^{-1/2} & 0 & 0 & (1+\beta_+^2)^{-1/2} \end{pmatrix}$$

und hieraus wird

$|\hat{A}_+|_4 \neq 0$ ersichtlich, das heißt, die Transformation ist regulär und $\hat{A}_+$ selbst ist reell im Gegensatz zu $\hat{A} = \hat{A}_-$ des elektromagnetischen Relativitätsprinzips, die über den komplexen algebraischen Körper definiert ist. Für die Transposition folgt

$$\hat{A}_+^{\times} = \begin{pmatrix} (1+\beta_+^2)^{-1/2} & 0 & 0 & \beta_+ (1+\beta_+^2)^{-1/2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta_+ (1+\beta_+^2)^{-1/2} & 0 & 0 & (1+\beta_+^2)^{-1/2} \end{pmatrix} .$$

Es ist nach den Regeln der Matrizenmultiplikation $(\hat{A}_+ \cdot \hat{A}_+^{\times})_{ik} = \delta_{ik}$. Für die Beträge der Matrizenelemente gilt offenbar die Symmetrie $|A_{+ik}| = |A_{+ki}|$. Das Matrizenprodukt ist daher $\hat{A}_+ \hat{A}_+^{\times} = \hat{E}$, das heißt, ebenso wie die unitäre $\hat{A}_-$ ist $\hat{A}_+$ orthogonal. Offenbar ist $\lim_{\omega \to \infty} \beta_+ = o$, das heißt, wenn die Gravitation als Fernkraftfeld approximiert wird, ergibt sich im Limes $\lim_{\omega \to \infty} \hat{A}_+ = \hat{E}$. Das Relativitätsprinzip gravitativer Feldstörungen hat also eine reguläre und orthogonale Transformatormatrix, die über den reellen algebraischen Körper definiert ist. Die Gruppe dieses Relativitätsprinzips wird ausgedrückt durch

$$\hat{A}_+ = (A_{+ik})_4 \;,\; \mathrm{Im}\,\hat{A}_+ = \hat{o} \;,\; |\hat{A}_+|_4 \neq o \;,\; \hat{A}_+ \hat{A}_+^{\times} = \hat{E} \;,$$
$$\bar{r}' = \hat{A}_+ \cdot \bar{r} \;,\; \bar{r} = \sum_{k=1}^{4} \xi_k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 54$$

und diese Transformatormatrix nimmt im speziellen Fall achsenparalleler Bezugssysteme, wenn die Bewegung längs der gemeinsamen ξ_1 - Achse erfolgt, die Form an

$$\hat{A}_+ = \begin{pmatrix} (1+\beta_+^2)^{-1/2} & o & o & -\beta_+ (1+\beta_+^2)^{-1/2} \\ o & 1 & o & o \\ o & o & 1 & o \\ \beta_+ (1+\beta_+^2)^{-1/2} & o & o & (1+\beta_+^2)^{-1/2} \end{pmatrix} ,$$

$$\beta_+ = v'/\omega \;,\; \dot{\xi}_2 = \dot{\xi}_3 = o \;,\; \dot{\xi}_1 = v' = \mathrm{const} \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 54a.$$

Damit ist das Relativitätsprinzip gravitativer Feldstörungen für mit $v' = \mathrm{const.}$ bewegte gleichberechtigte Bezugssysteme vollständig beschrieben. Einsetzen der aus $\hat{A}_+$ von Gleichung 54 a gewonnenen Transformationen $\xi_1' = \dfrac{\xi_1 - \beta_+ \xi_4}{\sqrt{1+\beta_+^2}}$, $\xi_2' = \xi_2$, $\xi_3' = \xi_3$ und $\xi_4' = \dfrac{\xi_4 + \beta_+ \xi_1}{\sqrt{1+\beta_+^2}}$ in $\sum_{k=1}^{4} \xi_k'^2$ liefert $\sum_{k=1}^{4} \xi_k'^2 =$

$$= \xi_2^2 + \xi_3^2 + \frac{(\xi_1 - \beta_+ \xi_4)^2 + (\xi_4 + \beta_+ \xi_1)^2}{1 + \beta_+^2} =$$

$$= \sum_{k=1}^{4} \xi_k^2 \quad , \text{ das heißt , Gleichung 54 a erfüllt wirklich}$$

die Invarianz $\sum_{k=1}^{4} \xi_k'^2 = \sum_{k=1}^{4} \xi_k^2$.

2.) Feldtensoren der Gravitation.

Wird in Analogie zum elektromagnetischen Raumwellenwiderstand $R = R_- = \sqrt{\mu_o / \varepsilon_o}$ die gravitative Größe $R_+ = \sqrt{\beta/\alpha} = 16 \pi \gamma / c$ und als Zeitkoordinate $\xi_4 = \omega t$ des R_{+4} eingeführt, dann nimmt das Gravitationsgesetz 48 die Form

$\text{rot } R_+ \bar{\mu} = \alpha R_+ \dot{\bar{g}} + R_+ \cdot \sigma_o \bar{v} = \dot{\bar{g}}/\omega + R_+ \sigma_o \bar{v}$,

$\alpha \text{ div } \bar{g} = \sigma_o$ und $\text{rot } \bar{g} = \beta \dot{\bar{\mu}} - R_+ \partial/\partial t \; d/d\bar{F} \cdot (m_o - m) = R_+ (\dot{\bar{\mu}}/\omega - \partial/\partial t \; d/d\bar{F} \; (m_o - m))$

und außerdem noch die Mesofelddivergenz $\text{div } R_+ \bar{\mu} = R_+ \omega (\sigma_o - \sigma) = 1/\alpha \; (\sigma_o - \sigma)$, was dem Existenzkriterium von zwei antisymmetrischen Feldtensoren im R_{+4} genügt, wenn das normierte Orthogonalsystem $(\bar{e}_i \cdot \bar{e}_k)_4 = \hat{E}$ verwendet wird. In Analogie zum elektromagnetischen Feld gilt nämlich $\text{rot } R_+ \bar{\mu} - 1/ \dot{\bar{g}} + \bar{e}_4 \cdot \text{div } \bar{g} = \overline{\text{div}}_{+4} \; {}^2\bar{M}_{(+1)}$ und $\text{rot } \bar{g} - 1/\omega \; (R_+ \dot{\bar{\mu}}) + \bar{e}_4 \text{ div } R_+ \bar{\mu} = \overline{\text{div}}_{+4} \; {}^2\bar{M}_{(+2)}$, wenn für die beiden Feldtensoren explizit

$$ {}^2\bar{M}_{(+1)} = \begin{bmatrix} o & R_+ \mu_3 & - R_+ \mu_2 & - g_1 \\ - R_+ \mu_3 & o & R_+ \mu_1 & - g_2 \\ R_+ \mu_2 & - R_+ \mu_1 & o & - g_3 \\ g_1 & , & g_2 , & g_3 \; o \end{bmatrix} \quad \text{und}$$

$$ {}^{2}\overline{M}_{(+2)} = \begin{bmatrix} o & g_3 & - g_2 & - R_+ \mu_1 \\ - g_3 & o & g_1 & - R_+ \mu_2 \\ g_2 & - g_1 & o & - R_+ \mu_3 \\ R_+ \mu_1 & R_+ \mu_2 & R_+ \mu_3 & o \end{bmatrix} $$ geschrieben wird.

Mit den vierdimensionalen Materieströmen $\overline{P}_{(1)} = R_+ \sigma_o \overline{v} + \sigma_o \overline{e}_4/\alpha$ und $\overline{P}_{(2)} = + R_+ \partial/\partial t \; d/d\overline{F} \; (m_o - m) + (\sigma_o - \sigma) \frac{\overline{e}_4}{\alpha}$ im reellen R_{+4} ergibt sich dann für die einheitliche tensorielle Beschreibung für Gravitation und Mesofeld $\overline{div}_{+4} \; {}^{*}\overline{M}_{(+1,+2)} = \overline{P}_{(1,2)}$. Hierin beschreibt offensichtlich (+1) ein Tensorfeld welches im Fall der Imponderabilität $m_o = o$, also $\sigma_o = o$ divergenzfrei wird, während die Vektordivergenz des Tensorfeldes (+2) auf keinen Fall verschwindet, weil σ die Dichte freier energetischer Feldmasse angibt. Dieses einheitliche raumzeitliche Gesetz der Tensorfelder wird zusammengefaßt in :

$$ \overline{div}_{+4} \; {}^{*}\overline{M}_{(+1,+2)} = \overline{P}_{(1,2)} \; , \; \overline{P}_{(1)} = R_+ \sigma_o \overline{v} + \sigma_o \overline{e}_4/\alpha \; , $$

$$ \overline{P}_{(2)} = R_+ \partial/\partial t \; d/d\overline{F} \; (m_o - m) + (\sigma_o - \sigma) \; \overline{e}_4/\alpha \; , $$

$$ R_+ = 16 \pi \cdot \varkappa/c \qquad \ldots\ldots\ldots\

nämlich $^{2}\bar{M}_{(+)} = \begin{bmatrix} 0 & g_3' & -g_2' & -g_1' \\ -g_3' & 0 & g_1' & -g_2' \\ g_2' & -g_1' & 0 & -g_3' \\ g_1' & g_2' & g_3' & 0 \end{bmatrix}$ mit Kürzung

$\bar{g}' = \bar{g} + R_+ \bar{\mu} = \bar{} + 2 \cdot R_+ \bar{\mu}$ wegen $R_+ \alpha = 1$

und für die Differenz die Separation

$^{2}\bar{M}_{(-)} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{} 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 3 \\ -1 & -2 & -3 & 0 \end{bmatrix}$. In ähnlicher

Weise kann ein homogenes Tensorschema aus den Komponenten von $\bar{\mu}$ nicht separiert werden, welches durch eine Summe der Vektorquellen ausdrückbar ist; denn die zeitartige Ränderung von $^{2}\bar{M}_{(-)}$ entspricht im Vorzeichen einer Transposition, nicht aber der raumartige Abschnitt. Diese Separationsmöglichkeit im Sinne $^{2}\bar{M}_{(-)}$, sowie die Unmöglichkeit des Verschwindens $\bar{P}_{(2)}$ findet kein Analogon in der Tensorbeschreibung des elektromagnetischen Feldes, was nicht auf die Realität des R_{+4} zurückgeht. Werden die vier Feldtensoren im zweiten Grade iteriert, so entstehen wegen der Antisymmetrie aller Feldtensoren durch die Iteration symmetrische Tensoren, deren Komponenten mit der Konstanten α multipliziert sämtlich Energiedichten liefern. Für die vier Iterationsmöglichkeiten gelten $^{2}\bar{W}_{(1,2)} = s\,p\ ^{2}\bar{M}_{(+1,+2)} \times$ $\times\ ^{2}\bar{M}_{(+1,+2)}$ und $^{2}\bar{W}_{(3,4)} = s\,p\ ^{2}\bar{M}_{(\pm)} \times\ ^{2}\bar{M}_{(\pm)}$. Die Beziehung 55 a liefert nach den Gesetzen der Tensormultiplikation und denen der Matrizenspektren zunächst die Komponenten $W_{(1)ik} = R_+^2 \mu_i \mu_k - g_i g_k - R_+^2 \mu^2 \delta_{ik}$, $W_{(1)1,4} = -R_+(g_2 \mu_3 - g_3 \mu_2) = -R_+ (\bar{g} \times \bar{\mu})_1 = -R_+ (\bar{\Gamma} \times \bar{\mu})_1$, $W_{(1)4,4} = -g^2$ und $W_{(2)ik} = g_i g_k - R_+^2 \mu_i \mu_k - g^2 \delta_{ik}$, $W_{(2)1,4} = R_+ (g_2 \mu_3 - g_3 \mu_2) = R_+ (\bar{\Gamma} \times \bar{\mu})_1$, $W_{(2)4,4} = -R_+^2 \bar{\mu}^2$, wenn $1 \leq (i,k) \leq 3$ die Komponenten im R_3 kennzeichnet. Für die Iterationen der Homogenformen folgt analog $^{2}\bar{W}_{(+)} = -g'^2 \cdot\ ^{2}\bar{E}$ und $^{2}\bar{W}_{(-)} = -\Gamma^2 \cdot\ ^{2}\bar{E}$. Nun ist $\alpha/2 \cdot (\bar{g}^2 - R_+^2 \bar{\mu}^2)$ eine räumliche Energiedichte, welche

div $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$ entspricht. Aus diesem Grunde gibt $\alpha/2\ (^2\bar{W}_{(+)} \pm {}^*\bar{W}_{(-)})\sim$ $\sim {}^*\bar{E}$ immer ein diagonales Energiedichteschema an. Für den allgemeinen Energiedichtetensor des Gravitationsfeldes gilt demnach ${}^*\bar{T} = \alpha/2 \cdot ({}^*\bar{W}_{(2)} - {}^*\bar{W}_{(1)}) = {}^*\bar{T}^{\times}$ eindeutig. Nach dem Vorangegangenen sind die Komponenten dieser Tensordifferenz gegeben durch

$$T_{ik} = \alpha\ g_i\ g_k - \beta\ \mu_i\ \mu_k - (\alpha/2\ g^2 - \beta/2\ \mu^2) \cdot \delta_{ik}\ ,$$

$$T_{i4} = 1/\omega\ (\bar{\Gamma} \times \bar{\mu})_i\ ,\quad T_{4,4} = \alpha/2\ g^2 - \beta/2\ \mu^2\ ,$$

$${}^*\bar{T} = {}^*\bar{T}^{\times} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 56,$$

weil $\alpha\ R_+\ \omega = 1$ ist. Da in diesem Schema immer $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$ als gravitative Energieströmung, der raumartige Abschnitt aber als Impulsströmung und $T_{4,4}$ als statische Energiedichte interpretierbar sind, beschreibt 56 den kanonischen Energiedichtetensor der allgemeinen Gravitation.

Es bleibt noch übrig die Universalität dieses Tensors nachzuweisen. Mit den vorübergehenden Kürzungen ${}^*\bar{M}_{(+1,+2)} = {}^*\bar{M}_{(1,2)}$ und ${}^*\bar{M}_{(\pm)} = {}^*\bar{M}_{(3,4)}$ können insgesamt 16 tensorielle Produkte mit anschließender Spurbildung nach dem Schema $s\ p\ {}^*\bar{M}_{(i)} \times {}^*\bar{M}_{(k)}$ mit den Kennziffern $1 \leq (i,k) \leq 4$ gebildet werden, von denen jedes einem Energiedichtetensor proportional ist. Mit ${}^*\bar{T}_{(i,k)} = \alpha/2\ s\ p\ {}^*\bar{M}_{(i)} \times {}^*\bar{M}_{(k)}$ ergibt sich dann als Gesamtschema die Hypermatrix $({}^*\bar{T}_{(i,k)})_4$, deren tensorielle Elemente mit 55 a und den beiden homogenen Tensoren der Vektorquellen $\bar{P}_{(2)} \pm \bar{P}_{(1)}$ explizit darstellbar sind. Bei dieser expliziten Darstellung aller Matrizenelemente zeigt sich aber zwangsläufig, daß alle diese Elemente Sonderfälle des Tensors ${}^*\bar{T}_{(22)} - {}^*\bar{T}_{(11)}$ sind, das heißt, jedes der 16 Elemente kann auf den aus der Differenz des ersten und zweiten Diagonalelementes gebildeten Tensors zurückgeführt werden. Für diesen Tensor gilt aber ${}^*\bar{T}_{(22)} - {}^*\bar{T}_{(11)} = \alpha/2\ s\ p\ ({}^*\bar{M}_{(2)} \times {}^*\bar{M}_{(2)} - {}^*\bar{M}_{(1)} \times {}^*\bar{M}_{(1)} = \alpha/2\ ({}^*\bar{W}_{(2)} - {}^*\bar{W}_{(1)}) = {}^*\bar{T}$, das heißt, alle Elemente aus $({}^*\bar{T}_{(ik)})_4$ sind Sonderfälle von 56. Damit ist aber der universelle Charakter von ${}^*\bar{T}$ erwiesen. Wegen ${}^*\bar{M}_{(-)}$ muß es einen Fall des Gravitationsfeldes geben, in welchem nur $\bar{\Gamma}$ manifest wird, während $\bar{\mu}$ latent bleibt. Nach den vorangegangenen Un-

tersuchungen kann es sich dabei aber nur um den statischen Fall handeln. Wird dieser statische Fall angenommen, dann folgt aus 48 unter Vernachlässigung der Beziehung 10 die Differentialfassung des empirischen Gesetzes 8 B II 2 . Diese Approximation ist aber identisch mit $\sigma_o = \sigma$, also $\bar{\mu} = \bar{o}$. Die Limesrelation $\bar{\mu} \to \bar{o}$ kann dann auf ${}^*\bar{T}$ angewendet werden und dies liefert zunädhst für die zeitartige Ränderung $\underset{\mu}{l}\ i\ \underset{o}{m}\ \bar{\Gamma} \times \bar{\mu} = \bar{o}$ und für die reine Zeitkomponente $\underset{\mu \to o}{l}\ i\ \underset{o}{m}\ T_{44} = \alpha/2\ \Gamma^*$. Der raumartige Matrizenabschnitt wird dagegen gemäß $\underset{\mu \to o}{l}\ i\ \underset{o}{m}\ \left[T_{ik}\right]_3 = \alpha/2\ {}^*\bar{\tau}$ dem Tensor gravitativer Raumspannungen des R_3 (nach C II 1) proportional, so daß sich dieser Spannungstensor als approximierter Sonderfall von ${}^*\bar{T}$ ergibt. Die Approximationsvoraussetzung $\bar{\mu} \to \bar{o}$ ist äquivalent mit der Annahme einer verschwindenden Mesofeldkonstante $\beta = o$, was $\omega \to \infty$ zur Folge hätte. Wird $\beta = o$ in ${}^*\bar{T}$ eingesetzt, so hat dies die gleiche Approximation wie $\bar{\mu} \to \bar{o}$ zur Folge. Dies bedeutet aber, daß $\omega < \infty$ nur auf $\beta > 0$, also auf $\bar{\mu} \neq \bar{o}$ zurückgeht, wobei $\bar{\mu} \neq \bar{o}$ ein Ausdruck von $\sigma_o \neq \sigma$, also der Beziehung lo ist.

Es ist naheliegend nunmehr auch die Vektorquellen des gravitativen Energiedichtetensors im R_{+4} , also $\overline{div}_{+4}\ {}^*\bar{T}$ zu untersuchen. Die raumzeitliche Vektordivergenz $\overline{div}_{+4}\ {}^*\bar{T}$ zerfällt in einen im R_3 gegebenen Anteil $\bar{\xi}_{(3)}$ und in einen zeitartigen Anteil $\bar{\xi}_4 = \bar{e}_4\ \xi_4$, also $\overline{div}_4\ {}^*\bar{T} = \bar{\xi}_{(3)} + \bar{\xi}_4$. Für diese beiden Anteile folgt $\xi_4 = \bar{e}_4\ \overline{div}_{+4}\ {}^*\bar{T} = 1/\omega \sum_{k=1}^{3} \partial S_k / \partial \xi_k + 1/\omega\ \dot{\eta} = 1/\omega\ (\operatorname{div} \bar{\Gamma} \times \bar{\mu} + \dot{\eta})$ mit $\bar{S} = \bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$. Gilt die Gleichung 51 d , so ist offenbar $\dot{\eta} = - \operatorname{div} \bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$, also $\xi_4 = o$. Liegt aber der allgemeine Fall der Gleichung 51 b vor, und ist $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu} \neq \bar{o}$, was auch $\operatorname{div} \bar{\Gamma} \times \bar{\mu} \neq o$ zur Folge haben soll, so gilt $\dot{\sigma} \cdot c^2 + \dot{\eta} = - \operatorname{div} \bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$, also $\dot{\eta} + \operatorname{div} \bar{\Gamma} \times \bar{\mu} = - \dot{\sigma} \cdot c^2$, so daß $\xi_4 = - \sigma\ c^2/\omega$ wird. Für den raumartigen Quellenanteil gilt

$$\bar{\xi}_{(3)} = \overline{div} \begin{bmatrix} \alpha \Gamma_1^* & - \eta_{1,2} & - \eta_{1,3} \\ - \eta_{2,1} & \alpha \Gamma_2^* & \eta_{2,3} \\ - \eta_{3,1} & - \eta_{3,2} & \alpha \Gamma_3^* \end{bmatrix} - \alpha/2\ \overline{div}\ {}^2\,{}^*\bar{E} + \frac{\dot{\bar{S}}}{\omega^2} .$$

Hierin ist

$$\begin{bmatrix} \alpha\ {}^{2}_{1} & -\pi_{1,2} & -\eta_{1,3} \\ -\eta_{2,1} & \alpha\ {}^{2}_{2} & -\eta_{2,3} \\ -\eta_{3,1} & -\eta_{3,2} & \alpha\ {}^{2}_{3} \end{bmatrix} = \alpha \quad g_i \; g_{k\ 3} - \alpha \; R^2_+ \quad \mu_i \; \mu_{k\ 3},$$

wenn $\bar{\mu} \perp \bar{\Gamma}$ brücksichtigt wird. Dies zeigt, da der approximierte Tensorfluß aus C II 1 eine Approximation dieses räumlichen Tensorabschnittes ist , daß $\bar{\xi}_{(3)}$ als räumliche Kraftdichte aufgefaßt werden kann, welche auf eine gravitative Feldquelle einwirkt. Mit dem raumzeitlichen Vektor $\bar{\xi} = \bar{\xi}_{(3)} + \bar{\xi}_4$ (hier ist $\bar{\xi}_4$ der zeitartige Kraftdichteanteil) wird demnach

$$\overline{\mathrm{div}}_{+4}\ {}^{2}\bar{T} = \bar{\xi}\ , \quad \bar{\xi} = \bar{\xi}_{(3)} + \bar{\xi}_4\ , \quad \xi_4 = -\dot{\sigma}\ c^2/\omega\ ,$$

$$\sigma = o\ , \quad \bar{\xi} = \bar{o} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 56\ a$$

das heißt , die Quelle des raumzeitlichen Energiedichtetensors ist ein raumzeitlicher ponderomotorischer Vektor. Alle Beziehungen gravitativer Tensoren die im Vorangegangenen entwickelt wurden, sowie die Temsor- und Vektoreigenschaften sind gegen Transformationen der Gruppe $\hat{A}_+$ des Relativitätsprinzips gravitativer Feldstörungen invariant, doch braucht sich diese Invarianz keineswegs auch auf die Gruppe $\hat{A} = \hat{A}_-$ des elektromagnetischen Relativitätsprinzips zu erstrecken. $\hat{A}_-$ und $\hat{A}_+$ sind offenbar nur Untergruppen eines übergeordneten Relativitätsprinzips, so daß es notwendig erscheint, dieses Prinzip zu synthetisieren. Zuvor wird jedoch ein Invariantenvergleich der beiden Untergruppen notwendig.

3.) Vergleich der Invarianten.

Alle Größen die sich auf das elektromagnetische Relativitätsprinzip beziehen, werden im Folgenden mit der Indizierung (-) und diejenigen, die sich auf das Relativitätsprinzip gravitativer Feldstörungen beziehen mit der Indizierung (+) versehen. Kenneichnen die $1 \leq k \leq 4$ die Dimensionen einer vierdimensionalen Mannigfaltigkeit, so wird für die Koordinaten $\eta_{+k} = \xi_k$ und $\eta_{-k} = x_k$ mit $\eta_{+4} = \omega\ t$ und $\eta_{-4} = ict$ gesetzt. Für die beiden Invarianten folgt dann $\sum_{k=1}^{4} \eta^2_{\pm k} = o$, was für die Metrik

$d s^{*}_{\pm} = \sum_{k=1}^{4} d \eta^{*}_{\pm k}$ ergibt, das heißt, es gibt für die beiden Relativitätsprinzipien eine zweideutige Raumzeit $R_{\pm 4}$, deren metrische Fundamentaltensoren durch

$$ {}^{*}\overline{g}_{\pm} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pm 1 \end{bmatrix} $$

gegeben sind, wenn die Koordinaten reell gefordert werden. Der metrische Unterschied zwischen elektromagnetischen und gravitativen Vorgängen liegt demnach im Wesentlichen darin, daß sich gravitative Vorgänge in einer euklidischen Raumzeit R_{+4} mit ${}^{*}\overline{g}_{+} = {}^{*}\overline{E}$ und elektromagnetische Vorgänge sich in einer pseudoeuklidischen reellen oder euklidisch komplexen Raumzeit R_{-4} abspielen. Die metrischen Invarianten werden also zusammengefaßt in

$$ \sum_{k=1}^{4} \eta^{*}_{\pm k} = 0 \,, \quad \eta_{\pm k} = (\xi_k \,, x_k) \,, \quad \eta_{+4} = \omega \, t \,, $$

$$ \eta_{-4} = c \, t \cdot \sqrt{\pm 1} \quad {}^{*}\overline{g}_{\pm} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pm 1 \end{bmatrix} \quad \eta_{-4} = c \, t \,, $$

$$ {}^{*}\overline{g}_{\pm} = {}^{*}\overline{E} \,, \quad \eta_{-4} = i \, c \, t \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; 57 \,. $$

Zu jedem $R_{\pm 3}$ gehören also die Zeitangaben $\eta_{\pm 4}$, so daß der eigentliche metrische Unterschied zwischen R_{+4} und R_{-4} durch diese Zeitangabe zustande kommt. Die Raumzeitsysteme $R_{\pm 4}$ verhalten sich demnach über dem reellen algebraischen wie euklidische, beziehungsweise pseudoeuklidische vierdimensionale Punktmannigfaltigkeiten, worin jeder Punkt durch ein Quadrupel durch drei Qrts- und einer Zeitangabe bestimmt wird. Zugleich muß jedoch angegeben werden, ob es sich um eine Zählung im System R_{+4} oder R_{-4} handelt. Die Raumzeitpunkte können demnach als Ereignisse aufgefaßt werden und eine Folge solcher Punkte in zeitlicher Richtung wäre dann eine Raumzeitlinie, die auch als Schicksal oder Geschehen eines Punktes aus dem $R_{\pm 3}$ aufgefaßt werden kann. Irgendein Bereich des $R_{\pm 3}$ wird dann in die $R_{\pm 4}$ projiziert, hinsichtlich seines Schicksals als Raumzeitlinienbündel dargestellt. Die relative Gleichzeitigkeit wird demnach durch $\eta_{\pm 4} = \text{cons}$ gekennzeichnet, so daß stets eine dreidimensionale Punktmannigfaltigkeit, welche die dreidimensionale Hyperfläche $R_{\pm 3}$ in den $R_{\pm 4}$

bildet, als gleichzeitig angesprochen werden kann. Der physische $R_{\pm 3}$ erscheint demnach als ausgeartete Abbildung der $R_{\pm 4}$, derart, daß die Abbildungsmatrix den Matrizendefekt 1 hat und außerdem so beschaffen ist, daß die Abbildung aus dem R_{+4} die gravitative und diejenige aus dem R_{-4}, die elektromagnetische Struktur der Hyperfläche $R_{\pm 3}$ darstellt. Eine Raumzeitlinie mit Angabe einer Richtung und eines Richtungssinnes ist dann das Feld eines polaren Raumzeitvektors, dessen Erweiterung zum Begriff des Raumzeittensors führt. Ganz entsprechend können nichtgerichtete Funktionen der Raumzeitkoordinaten als raumzeitliche Skalarfelder beschrieben werden, so daß alle Methoden der mehrdimensionalen Tenspranalysis und analytischen Infinitesimalgeometrie auf die Raumzeitstrukturen $R_{\pm 4}$ angewendet werden können.

In Gleichung 57 definiert die erste Invariante die beiden Relativitätsprinzipien. Die Zweideutigkeit in $*\bar{g}_{\pm}$ verschwindet, wenn η_{-4} imaginär gewählt wird, weshalb im Folgenden immer die imaginäre Zeitzählung im R_{-4} verwendet werden soll, wodurch die hyperbolisch reelle Metrik zu einer euklidisch komplexen wird. R_{+4} und auch R_{-4} haben somit eine euklidische Metrik, doch ist R_{+4} über dem reellen, und R_{-4} über dem komplexen algebraischen Körper aufgespannt. Zusammen mit den beiden Ausbreitungsgesetzen gravitativer, beziehungsweise elektromagnetischer Feldstörungen ergeben sich aus dieser Invarianzforderung die beiden Gruppen gleichberechtigter Inertialsysteme, welche durch die raumzeitlichen Transformationsmatrizen $\hat{A}_{\pm}$ charakterisiert sind. Die beiden Matrizen $\hat{A}_{\pm}$ beziehen sich aber nur auf den Zusammenhang von zwei Koordinatensystemen $C_{\pm}$ und $C'_{\pm}$, welche gleichorientiert und achsenparallel sind und sich somit $(v',v) = \text{const}$ relativ zueinander bewegen, daß zu Beginn der Bewegung ihre Koordinatennullpunkte zusammenfallen und die und die Relativbewegung längs der gemeinsamen $\eta_{\pm 1}$ -Achse erfolgt. Liegt der allgemeine Fall beliebig gegen einander gedrehter Koordinaten und beliebig orientierter Relativgeschwindigkeit vor, so werden die Transformationsmatrizen mit $\hat{\hat{A}}_{\pm}$ gekennzeichnet. Währemd $\hat{A}_{+}$ orthogonal ist, erscheint $\hat{A}_{-}$ unitär, so daß für beide Matrizen, von den verschiedenen algebraischen Körpern abgesehen, der Zusammenhang $\hat{A}_{\pm} \cdot \hat{A}^{\times}_{\pm} = \hat{E}$

gilt. Auch hat eine Analyse dieser Matrizen gezeigt, daß in beiden Fällen $|\hat{A}_{\pm}|_4 = 1$ ist. Im speziellen Fall achsenparalleler und gleichorientierter Koordinatensysteme $C_{\pm}$ und $C'_{\pm}$ (mit $(v',v) = \text{const}$ relativ bewegt) werden für $\hat{A}_{\pm}$ explizite Darstellungen möglich, die eine gewisse Verwandtschaft zwischen $\hat{A}_+$ und $\hat{A}_-$ aufzeigen, wenn die beiden Geschwindigkeitsmaße $\beta_+ = v/\omega$ und $\beta_- = v/ic$ verwendet werden. Zusammengefaßt folgt für den Vergleich der Transformationsgruppen

$$\hat{A}_{\pm} \cdot \hat{A}^{x}_{\pm} = \hat{E} \quad , \quad |\hat{A}_{\pm}|_4 = 1 \quad ,$$

$$\hat{A}_{\pm} = \begin{pmatrix} (1+\beta_{\pm}^2)^{-1/2} & 0 & 0 & -\beta_{\pm}(1+\beta_{\pm}^2)^{-1/2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ +\beta_{\pm}(1+\beta_{\pm}^2)^{-1/2} & 0 & 0 & (1+\beta_{\pm}^2)^{-1/2} \end{pmatrix} ,$$

$\beta_+ = v/\omega$, $\beta_- = v/ic$, $(v',v) = \text{const.}$ ..... 58.

Die beiden Relativitätsprinzipien und auch die aus ihnen resultierenden Transformationsgruppen der Schar gleichberechtigter, raumzeitlicher Inertialsysteme $(v',v) = \text{const.}$ existieren also nebeneinander in zwei metrisch verschieden strukturierten Raumzeiten $R_{\pm 4}$. Tatsächlich kann es aber nur ein Tensorium des Geschehens in Raum und Zeit, also nur eine Raumzeit R_4 geben, so daß eine Synthese des elektromagnetischen Tensoriums R_{-4} und des gravitativen Tensoriums R_{+4} zu einem gemeinsamen Tensorium R_4 der sogenannten Somawelt möglich sein muß. Die Raumzeit R_4 soll als Somawelt bezeichnet werden, weil sich im R_4 das elektromagnetische und auch gravitative Geschehen als Wechselwirkung zwischen den einzelnen materiellen Strukturen abspielt, und weil die Quanten Elektromagnetischer Strahlung alle ruhenden Materiefeldquanten erzeugen können, was den Schluß nahelegt, daß diese elektromagnetischen Quanten Prototypen der ponderablen Materiefeldquanten sind. Eine Synthese der Somawelt aus den $R_{\pm 4}$ kann nur auf eine Sysnthese der Gruppen und ihrer Invarianten, also der Tensoren in den $R_{\pm 4}$ zurückgehen, doch kann diese Somasysnthesis nur durchgeführt werden, wenn zuvor die Invarianten in den $R_{\pm 4}$ verglichen werden. In der speziellen Form der Matrizen $\hat{A}_{\pm}$ aus Gl. 58

entsprechen die Zeilen 2 und 3 denen einer vierreihigen Einheitsmatrix, so daß nur die beiden nicht identischen Transformationen untersucht zu werden brauchen. Mit $\eta_{\pm 1} = x_{\pm}$ und $\eta_{\pm 4} = u_{\pm}$ wird der Zusammenhang zwischen dem System $C_{\pm}$ und dem mit $(v',v) = \text{const.}$ relativ bewegten System $C'_{\pm}$ im Fall der gleichorientierten Achsenparallelität dargestellt durch $x'_{\pm} = f(x_{\pm}, u_{\pm})$ und $u'_{\pm} = w(x_{\pm}, u_{\pm})$. Die Bewegung von $C'_{\pm}$ in $C_{\pm}$ erfolgt in $C_{\pm}$ nach dem Bewegungsgesetz $x_{\pm} = q(u_{\pm})$, was ein Raumzeitdiagramm darstellt, Unabhängig von $(v',v) = \text{const.}$ oder $v = v(t)$ wird der Bewegungszustand von $C'_{\pm}$ durch die Tangentenneigung des Raumzeitdiagramms relativ zur $u_{\pm}$-Achse angegeben. Für den Neigungswinkel folgt $\varphi_{\pm} = \text{arc tg } dx_{\pm}/du_{\pm} = \text{arc tg } \beta_{\pm} \cdot \sqrt{\pm 1}$, weil stets $dx_{\pm}/dt = (v',v)$ und $u_{\pm} \sim t \cdot \sqrt{\pm 1}$ ist. Wenn die durch $\hat{A}_{\pm}$ beschriebenen Gruppen gelten, ist immer $\beta_{\pm} = \text{const.}$ und damit auch $\varphi_{\pm} = \text{const.}$, so daß das Bewegungsgesetz von $C'_{\pm}$ in $C_{\pm}$ gemäß $q(u_{\pm}) = \beta_{\pm} \cdot t \sqrt{\pm 1}$ mit $\beta_{\pm} = \text{const.}$ eine Schar von Nullpunktsgeraden in $C_{\pm}$ ist. Es handelt sich um Nullpunktsgeraden, weil sich für $(v',v) = o$ die Koordinatennullpunkte der Systeme decken sollen. Der Unterschied zwischen den Gruppen $\hat{A}_{\pm}$ äußert sich im Verhalten von $\varphi_{\pm}$. Die von o verschiedenen Elemente von $\hat{A}_{+}$ bleiben für alle Werte $\beta_{+} \geq o$ reell und erfahren auch für $\beta_{+} \to \infty$ keine Singularität. Es ist

$$\lim_{\beta_{+} \to \infty} \hat{A}_{+} = \begin{pmatrix} o & o & o & -1 \\ o & 1 & o & o \\ o & o & 1 & o \\ 1 & o & o & o \end{pmatrix}$$

, das heißt, für β_{+} gilt das halboffene Intervall $o \leq \beta_{+} < \infty$. Für $\hat{A}_{-}$ dagegen tritt eine Singularität als Unendlichkeitsstelle bereits für $i\beta_{-} \to 1$ auf, während für $i\beta_{-} > 1$ die Elemente, welche β_{-} enthalten ihre Realität verändern. Die Elemente, welche im Intervall $o \leq i\beta_{-} < 1$ reell sind, werden für $i\beta_{-} > 1$ imaginär und umgekehrt, so daß $i\beta_{-}$ im halboffenen Intervall $o \leq i\beta_{-} < 1$ definiert ist. Der Wert $\beta_{\pm} = o$ ist für beide Gruppen zulässig, doch verschwindet an dieser Stelle der Unterschied zwischen $\hat{A}_{+}$ und $\hat{A}_{-}$; denn es ist

$\lim_{\beta_+ \to o} \hat{A}_+ = \lim_{\beta_- \to o} \hat{A}_- = \hat{E}$. Dieser Unterschied zwischen den Gruppen $\hat{A}_\pm$ äußert sich auch im Definitionsbereich von $\varphi_\pm$. Wegen $o \leq i\beta_- < 1$ gilt auch $o \leq \varphi_- < \pi/4$, während nur elektromagnetische Prozesse $i\beta_- = 1$ und $\varphi_- = \pi/4$ wird, aber $i\beta_- > 1$ und $\varphi_- > \pi/4$ nicht möglich ist. Weil $\beta_+ > 1$ zulässig ist, kann auch $\varphi_+ > \pi/4$ möglich werden. Die geometrische Interpretation der beiden Gruppen $\hat{A}_\pm$ läuft demnach auf eine Drehungstransformation des Raumzeitdiagramms von $C'_\pm$ in denjenigen von $C_\pm$ hinaus. Diese Interpretation wird zusammengefaßt in

$$\sqrt{\pm 1}\cdot\beta_\pm = \operatorname{tg}\varphi_\pm \quad , \quad \lim_{\beta_\pm \to o} \hat{A}_\pm = \hat{E} \quad ,$$

$$o \leq \beta_+ < \infty \quad , \quad o \leq i\beta_- < 1 \quad ,$$

$$\lim_{\beta_+ \to \infty} \hat{A}_+ = \begin{pmatrix} o & o & o & -1 \\ o & 1 & o & o \\ o & o & 1 & o \\ 1 & o & o & o \end{pmatrix} \quad ,$$

$$\lim_{i\beta_- \to 1} \hat{A}_- = \lim_{a \to \infty} \begin{pmatrix} a & o & o & i & a \\ o & 1 & o & o & \\ o & o & 1 & o & \\ -i & a & o & o & a \end{pmatrix} \quad \text{.....58 a.}$$

Auch die beiden reellen Drehungen $\varphi_\pm$ können für die Intervallgrenzen von $\beta_\pm \cdot \sqrt{\pm 1}$ untersucht werden. Zunächst ist $\lim_{\beta_\pm \to o} \varphi_\pm = o$, doch wird $\lim_{i\beta_- \to 1} \varphi_- = \pi/4$, aber $\lim_{\beta_+ \to \infty} \varphi_+ = \pi/2$. Zur weiteren Untersuchung dieser Zeitachsendrehung wird es zweckmäßig $\psi_\pm = \operatorname{arc\,tg}\,\beta_\pm$ einzuführen. Im R_{+4} bleibt $\psi_+ = \varphi_+$ eine reelle Drehung, während im R_{-4} die Drehung ψ_- wegen $\beta_- = -\beta_-^x$ imaginär wird. Mit $\sec^2\psi_\pm = 1 + \operatorname{tg}^2\psi_\pm = 1 + \beta_\pm^2$ wird $\cos\psi_\pm = (1+\beta_\pm^2)^{-1/2}$ und $\sin\psi_\pm = \sqrt{1-\cos^2\psi_\pm} = \beta_\pm (1+\beta_\pm^2)^{-1/2}$, was zur Darstellung

$$\hat{A}_\pm = \begin{pmatrix} \cos\psi_\pm & o & o & -\sin\psi_\pm \\ o & 1 & o & o \\ o & o & 1 & o \\ \sin\psi_\pm & o & o & \cos\psi_\pm \end{pmatrix}$$

führt. Mit der Relation

$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i \sin\alpha$ wird $e^{\pm i \psi_\pm} = \cos\psi_\pm \pm i \sin\psi_\pm =$

$= \frac{1 \pm i\beta_\pm}{\sqrt{1+\beta_\pm^2}}$, also $TG\ i\psi_\pm = \frac{e^{i\psi_\pm} - e^{-i\psi_\pm}}{e^{i\psi_\pm} + e^{-i\psi_\pm}} =$

$= i\,tg\,\psi_\pm = i\,\beta_\pm$ oder $i\,\psi_\pm = ARTG\ i\beta_\pm =$

$= 1/2\ ln\left(\frac{1 + i\beta_\pm}{1 - i\beta_\pm}\right)$ und dies ist eine explizite Darstellung

von $\psi_\pm$ in Logarithmusform. Gibt es $1 \leq l \leq n$ Geschwindigkeiten (v_l, v_l'), welche zur Gesamtgeschwindigkeit $\vec{v}, \vec{v}'$ überlagern, so würde dieser Beschleunigungsprozeß einer Aufeinanderfolge von n Drehungen $\psi_{\pm 1}$ entsprechen, so daß $\beta_\pm = tg \sum_{l=1}^{n} \psi_{\pm l}$ gilt. Handelt es sich nur um zwei Geschwindigkeiten mit den undimensionierten Maßen $\beta_{\pm 1}$ beziehungsweise $\beta_{\pm 2}$, welche sich zu $\beta_\pm$ addieren, so gilt $\beta_\pm = tg(\psi_{\pm 1} + \psi_{\pm 2}) = \frac{tg\,\psi_{\pm 1} + tg\,\psi_{\pm 2}}{1 - tg\,\psi_{\pm 1} \cdot tg\,\psi_{\pm 2}}$

$= \frac{\beta_{\pm 1} + \beta_{\pm 2}}{1 - \beta_{\pm 1} \cdot \beta_{\pm 2}}$, woraus hervorgeht, daß das vierdimensionale Additionstheorem dreidimensionaler Geschwindigkeiten in

$\beta_\pm = tg\,\psi_\pm$ mit $\psi_\pm = \sum_{l=1}^{n} \psi_{\pm l}$ enthalten ist. Auch für die Drehungen $\psi_\pm$ gelten die Limesrelationen $\lim_{\beta_\pm \to 0} \psi_\pm = 0$, aber $\lim_{i\beta_- \to 1} \psi_- = \pi/4$ und $\lim_{\beta_+ \to \infty} \psi_+ = \pi/2$. Diese Art von Drehungen werden also zusammengefaßt in

$\beta_\pm = tg\,\psi_\pm$, $\psi_\pm = \sum_{l=1}^{n} \psi_{\pm l}$,

$i\,\psi_\pm = 1/2\ ln\left(\frac{1 \pm i\beta_\pm}{1 - i\beta_\pm}\right)$,

$$\hat{A}_\pm = \begin{pmatrix} \cos\psi_\pm & 0 & 0 & -\sin\psi_\pm \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi_\pm & 0 & 0 & \cos\psi_\pm \end{pmatrix}$$

$$\lim_{\beta_\pm \to o} \pm = o \quad , \quad \lim_{i\beta_- \to 1} - = \pi/4 \quad ,$$

$$\lim_{\beta_+} + = \pi/2 \qquad \text{58 b.}$$

Diese besondere Gestalt von $A_\pm$ kennzeichnet aber die Transformationen von A_+ als reelle und diejenigen von A_- als imaginäre Drehungen. Wird wieder mit $x_\pm$ und $u_\pm$ das Raumzeitdiagramm von $C'_\pm$ in $C_\pm$ aufgetragen, so ist das Diagramm nur dann vollständig, wenn die Einheitsstrecken festgelegt sind. Mit $\eta_{\pm 2} = \eta_{\pm 3} = o$ folgt für die beiden Invarianten $x^2_\pm \pm u^2_\pm$, was es deshalb für C_+ nahelegt den Einheitskreis $x^2_+ + u^2_+ = 1$ und in C_- die zwei gleichzeitigen Hyperbeln $x^2_- - u^2_- = \pm 1$, welche durch die Asymtoten $x^2_- - u^2_- = o$ begrenzt werden, zur Festlegung der Einheitsstrecke zu verwenden; denn im R_{+4} bleibt in der Projektion $\eta_{+2} = \eta_{+3} = o$ die Figur $x^2_+ + u^2_+ = 1$ ebenso wie im R_{-4} nach der gleichen Projektion $x^2_- - u^2_- = \pm 1$ gegen $A_\pm$ invariant und außerdem liefern die Nullstellen dieser Kurven die Einheitsstrecken in $C_\pm$, welche somit ebenfalls gegen $A_\pm$ invariant bleiben. Aus den beiden Relativitätsprinzipien, welche durch $A_\pm$ gekennzeichnet werden folgt daß es zwei Raumzeitstrukturen $R_{\pm 4}$ mit den metrischen Eigenschaften $ds^2_\pm = \sum_{k=1}^{4} d\eta^2_{\pm k}$ geben muß, derart, daß $R_{\pm 4}$ durch eine pseudoeuklidische reelle beziehungsweise euklidische komplexe Metrik ausgezeichnet ist. Aus $ds^2_\pm = \sum_{k=1}^{4} d\eta^2_{\pm k}$ folgt wegen

$$\sum_{k=1}^{3} d\eta^2_{\pm k}/dt^2 = \sum_{k=1}^{3} (d\eta_{\pm k}/dt) = (v'^2 \ , \ v^2) \quad \text{und}$$

$$\sum_{k=1}^{3} (d\eta_{\pm k}/d\eta_{\pm 4})^2 = \beta^2_\pm \quad \text{die Beziehung} \quad (ds_\pm/d\eta_{\pm 4})^2 = 1 + \beta^2_\pm \ ,$$

oder $ds_\pm/d\eta_{\pm 4} = (1+\beta^2_\pm)^{1/2}$, wobei nur der Zweig $ds_\pm/d\eta_{\pm 4} = o$ in Betracht kommt. Aus dieser Beziehung geht hervor, daß der Raumzeitlinienverlauf gegen $A_\pm$ invariant ist; denn für die Richtungskosinus $\alpha_{\pm 1}$ zwischen $s_\pm$ und den $\eta_{\pm k}$ des $R_{\pm 4}$ gilt $\alpha_{\pm 1} = d\eta_{\pm 1}/ds_\pm = d\eta_{\pm 1}/d\eta_{\pm 4} \cdot d\eta_{\pm 4}/ds_\pm = \beta_{\pm 1} \cdot (1+\beta^2_\pm)^{-1/2}$. Für $1 = 4$ wird $\beta_{\pm 1} = 1$ weil $d\eta_{\pm 4}/d\eta_{\pm 4} = 1$ ist. Die $\alpha_{\pm 1}$

sind Richtungskosinus der Winkel $\vartheta_{\pm\ell}$. Ruht der Bereich relativ zum R_3 , das heißt, ist $(v'v) = o$ und also auch $\beta_{\pm} = o$ und $\beta_{\pm k} = o$ für $k \leq 3$, so gilt $\alpha_{\pm k} = o$, aber $\alpha_{\pm 4} = 1$, das heißt, dieser Bereich führt keine Bewegung im $R_{\pm 3}$ aus, sondern verändert nur zeitlich seinen inneren Zustand, Die invarianten Raumzeitlinien werden also beschrieben durch

$$ds_{\pm}/d\eta_{\pm 4} = (1 + \beta_{\pm}^2)^{1/2} \quad , \quad \alpha_{\pm\ell} = d\eta_{\pm\ell}/ds_{\pm\ell} = \beta_{\pm\ell}\,(1+\beta_{\pm}^2)^{-1/2},$$

$$\beta_{\pm\ell} = d\eta_{\pm\ell}/d\eta_{\pm 4} \quad , \quad \alpha_{\pm\ell} = \cos\vartheta_{\pm\ell} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 59.$$

Wegen $\sum_{\ell=1}^{3} \beta_{\pm\ell}^2 = \beta_{\pm}^2$ wird $\sum_{k=1}^{4} \alpha_{\pm k}^2 = 1/1+\beta_{\pm}^2 + 1/1+\beta_{\pm}^2 \cdot \sum_{\ell=1}^{3} \beta_{\pm\ell}^2 = 1$, das heißt , für die Cosinus der Winkel gilt in beiden Raumzeitsystemen das Theorem $\sum_{k=1}^{4} \cos\vartheta_{\pm k} = 1$

Die Grenze der Geschwindigkeiten liefert auch Grenzen dieser Winkel. So folgt für den Zustand der Ruhe im $R_{\pm 3}$, also für $\beta_{\pm\ell} = o$ mit $1 \leq \ell \leq 3$ zunächst $\cos\vartheta_{\pm\ell} = o$ und $\cos\vartheta_{\pm 4} = 1$, mit anderen Worten : die $\vartheta_{\pm\ell} = \pi/2$ bilden die Winkel der Raumzeitlinien mit dem $R_{\pm 3}$, während $\vartheta_{\pm 4} = o$ angibt, daß sich die Raumzeitlinie mit den Zeitachsen der $R_{\pm 4}$ deckt. Für $\beta_{+\ell} \to \infty$ gilt $\lim_{\beta_{+\ell}\to\infty} \cos\vartheta_{+\ell} = 1$ und $\lim_{\beta_{+\ell}\to\infty} \cos\vartheta_{+4} = o$. In diesem Fall also verläuft die Raumzeitlinie der gravitativen Wirkung in allen drei Richtungen des R_{+3} simultan, während sie zur Zeitachse des R_{+4} orthogonal verläuft. Dieser Sachverhalt kann nur so interpretiert werden, daß $\beta_{+} \to \infty$ virtuell ist, weil $\hat{A}_{+}$ nur ein Relativitätsprinzip gravitativer Feldstörungen nach Gleichung 48 für $m_o = o$ und hinreichend geringe Feldintensitäten $\sigma \approx o$ beschreibt und daher nur die Invarianz solcher Systeme gravitativer Feldstörungen fordert, während für alle materiell elektromagnetischen Systeme eine Invarianz gegen $\hat{A}_{-}$ mit $i\beta_{-} < 1$ zu fordern ist. Diese Trennung des Gültigkeitsbereiches der $\hat{A}_{\pm}$ muß eingehalten werden, doch ändert dies nichts an ihrem Charakter Untergruppen zu sein. Die hypothetische übergeordnete Gruppe muß dabei eine Invarianz sowohl

gegen $\hat{A}_+$ als auch gegen $\hat{A}_-$ umfassen, doch kann sie sich nur auf gravitativ materielle Korrelation beziehen. Liegt approximativ nur ein elektromagnetisch-materielles System im R_{-4} vor, dann braucht dieses nicht gegen die hypothetische übergeordnete Gruppe, wohl aber gegen $\hat{A}_-$, und ein analog approximiertes gravitatives System im R_{+4} gegen $\hat{A}_+$ invariant sein. Tatsächlich muß jedoch immer die Invarianz in Bezug auf die übergeordnete Gruppe gefordert werden, weil alle elektromagnetisch-materiellen Systeme wegen der sie definierenden Trägheit und dem Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation an gravitative Feldstrukturen gekoppelt sind, sa daß die Gravitations-Materiefeldkorrelation immer vorliegt. Die Beziehung lo bleibt dabei richtig, weil die gravitative Feldmasse in $m(r)$ enthalten ist. Der analoge Grenzfall im R_{-4}, nämlich $i\beta_- \to 1$ kann für die $\cos \vartheta_{-k}$ nicht durchgeführt werden, weil es zur Divergenz $\cos \vartheta_{-k} \to \infty$ kommen würde, was für den Cosinus sinnlos ist. Für das Theorem der Weltlinienwinkel gilt also

$$\sum_{k=1}^{4} \cos^2 \vartheta_{\pm k} = 1 \,, \quad \lim_{\beta_+ \to \infty} \vartheta_{+1} = 0 \,,$$

$$\lim_{\beta_+ \to \infty} \vartheta_{+4} = \pi/2 \,, \quad \lim_{\beta_\pm \to \sigma} \vartheta_{\pm 1} = \pi/2 \,,$$

$$\lim_{\beta_\pm \to \sigma} \vartheta_{\pm 4} = 0 \qquad \text{59a.}$$

Während sich im Vorangegangenen der Vergleich nur auf die spezielle Form Gleichung 58 der beiden durch $\hat{A}_\pm$ gekennzeichneten Gruppen bezog, erscheint es notwendig, diesen Vergleich auch für den allgemeinen Fall $\hat{A}_{\pm\pm}$ durchzuführen, das heißt, die zueinander mit (v,v') = const. relativ bewegten Raumzeitsysteme $C_\pm$ und $C'_\pm$ sind weder gleich orientiert noch achsenparallel. Im speziellen Fall konnten $\hat{A}_\pm$ als reelle Drehungen $\beta_\pm \sqrt{\pm 1} = \operatorname{tg} \varphi_\pm$ der ebenen Raumzeitdiagramme aufgefaßt werden, wobei im reellen Zeitmaß $u_\pm$ die Ebenen aller Raumzeitdiagramme reelle Ebenen bleiben. Wird in der euklidisch reellen beziehungsweise euklidisch komplexen Metrik

$ds^2_\pm = \sum_{k=1}^{4} d\eta^2_{\pm k}$ das reelle Zeitmaß $u_+ = \eta_{+4} = \omega t$,

beziehungsweise elektromagnetisch $u_- = -i\eta_{-4} = ct$ eingeführt, so ergab sich für die reelle Drehung $\operatorname{tg} \varphi_\pm = d\eta_{\pm 1}/du_\pm$ und

aus $\sum_{k=1}^{4} \eta_{\pm k}^2$ wird mit $\eta_{\pm 1} = x_\pm$ und $\eta_{\pm 2} = \eta_{\pm 3} = o$ (die Gruppe $\hat{A}_\pm$ liefert für diese Koordinaten identische Transformationen) die vereinfachte Invariante $\sum_{k=1}^{4} \eta_{\pm k}^2 = x_\pm^2 \pm u_\pm^2$, was auch in $C_\pm'$ wegen der Invarianz gelten muß. Die Einheitsstrecken müssen in dem Raumzeitdiagrammmmnoch festgelegt werden. In C_+ geschieht dies mit Hilfe des Einheitskreises $x_+^2 + u_+^2 = 1$ und in C_- mit den beiden gleichseitigen Hyperbeln in der Asymtotenform $x_-^2 - u_-^2 = \pm 1$, deren Asymtoten durch $x_-^2 - u_-^2 = o$ beschrieben werden. Bei einer Verallgemeinerung stehen die Transformatormatrizen $\hat{A}_\pm$ zur Diskussion, so daß die Konstruktion der ebenen Raumzeitdiagramme in die vierdimensionalen Raumzeitsysteme $R_{\pm 4}$ zu übertragen ist. Diese Konstruktionen werden im R_{+4} zur Einheitskugel $\sum_{k=1}^{3} \eta_{+k}^2 + u_+^2 = 1$, welche von $\sum_{k=1}^{3} \eta_{+k}^2 + u_+^2 = o$ tangiert wird, während im R_{-4} der einschalige beziehungsweise zweischalige Hyperbelraum $\sum_{k=1}^{3} \eta_{-k}^2 - u_-^2 = \pm 1$ vom Asysmptotenraum $\sum_{k=1}^{3} \eta_{-k}^2 - u_-^2 = o$ asymptotisch berührt wird. Die Schnitte dieser dreidimensionalen Räume mit der Ebene $\eta_{\pm 1}\, u_\pm$ liefert dann die Konstruktion der ebenen Raumzeitdiagramme, weil $\eta_{\pm 2} = \eta_{\pm 3} = o$ wegen der durch $\hat{A}_\pm$ zum Ausdruck gebrachten identischen Transformation dieser Koordinaten gesetzt werden kann. Zur Vervollständigung der Konstruktion im R_{-4} wird auf der positiven Schale des zweischaligen Hyperbelraumes ein Punkt A mit den Koordinaten η_{-kA} und u_{-A} angenommen, zu dessen Radiusvektor $\overrightarrow{OA}$ der konjugierte Durchmesserraum $\sum_{k=1}^{3} \eta_{-k} \cdot \eta_{-kA} - u_- u_{-A} = o$ gehört, dessen Schnitt mit $\sum_{k=1}^{3} \eta_{-k}^2 - u_-^2 = 1$ ein Ellipsoid ist, welches zur Einheitskugel $\sum_{k=1}^{3} \eta_{-k}^2 = 1$ wird, wenn sich A mit dem Scheitelpunkt des zweischaligen Hyperbelraumes deckt; denn für diesen Scheitelpunkt wird $u = o$ und der konjugierte Durchmesserraum ist nicht mehr im R_{-4}, sondern nur noch im R_{-3} definiert.

Im R_{+4} liege A in $\sum_{k=1}^{3} \eta_{+k}^2 + u_+^2 = 1$, was für den

konjugierten Durchmesserraum $\sum_{k=1}^{3} \eta_{+k} \cdot \eta_{+kA} + u_{+} \cdot u_{+A} = o$
liefert. Das Wesen von $\hat{A}_{\pm}$ liegt nun darin, daß in $C'_{\pm}$ und $C_{\pm}$
die Einheitsstrecke $\overrightarrow{OA}$ und die gleiche Maßfläche, nämlich der kon-
jugierte Durchmesserraum $\sum_{k=1}^{3} \eta_{\pm k} \cdot \eta_{\pm kA} \pm u_{\pm} \cdot u_{\pm A} = o$
und sein Schnitt mit $\sum_{k=1}^{3} \eta^{2}_{\pm k} \pm u^{2}_{\pm} = 1$ verwendet wird
wobei hinsichtlich des R_{-4} der Schnittraum nur ein Ellipsoid in Be-
zug auf C_{-} ist, welches für $u_{-} = o$ zur Einheitskugel wird, wäh-
rend es im C'_{-} immer eine Einheitskugel ist und in Bezug auf C'_{-} er-
scheint der Schnittraum in C_{-} als Ellipsoid. Der Übergang von C'_{-}
nach C_{-} kann also durch eine Drehung der η'_{-k} dargestellt werden,
an welcher u'_{-} nicht teilnimmt. Gegen diese Drehungen sind also die
Summen $\sum_{k=1}^{3} \eta'^{2}_{-k}$ und $\sum_{k=1}^{3} \eta'^{2}_{-k} - u'^{2}_{-}$ invariant. Gleiches
kann auch mit dem Koordinaten von C_{-} durchgeführt werden. Im R_{+4}
gelten nach der raumzeitlichen Konstruktion ganz analoge Verhältnisse,
nur sind hier die Summen $\sum_{k=1}^{3} \eta'^{2}_{+k}$ und $\sum_{k=1}^{3} \eta'^{2}_{+k} + u'^{2}_{+}$ ge-
gen solche Drehungen invariant, was auch für das System C_{+} gilt.
Auf jeden Fall sind die Maßstrecken, nämlich $\overrightarrow{OA}$ und die Maßflächen in
in den Systemen $C_{\pm}$ und $C'_{\pm}$ die Gleichen. Da die vierdimensionale
Konstruktion auf die Konstruktion der zweidimensionalen Raumzeitdia-
gramme zurückgeht, und zwar in Form einer Verallgemeinerung, und da
weiter diese Diagramme unmittelbar einen Ausdruck der speziellen For-
men $\hat{A}_{\pm}$ sind, muß die verallgemeinerte vierdimensionale Konstrukti-
on ein Ausdruck der allgemeinen Formen $\hat{A}_{\pm}$ sein. Da jeder Punkt der
positiven Schalen von $\sum_{k=1}^{3} \eta^{2}_{-k} - u^{2}_{-} = -1$, beziehungsweise
$\sum_{k=1}^{3} \eta^{2}_{+k} + u^{2}_{+} = 1$ ein System $C'_{\pm}$ mit einem anderen $C_{\mp}$
verbindet und zwar durch jeweils eine Transformation der Form $\hat{A}_{\mp}$,
muß es eine dreifach unendliche Schar gleichberechtigter Bezugssysteme
$C_{\pm}$ in den Raumzeitsystemen $R_{\pm 4}$ geben; denn sowohl
$\sum_{k=1}^{3} \eta^{2}_{+k} + u^{2}_{+} = 1$ als auch $\sum_{k=1}^{3} \eta^{2}_{-k} - u^{2}_{-} = -1$
beschreibt eine dreifach unendliche Punktmannigfaltigkeit. Durch den

Asymtotenraum $\sum_{k=1}^{3} \eta_{-k}^2 - u_-^2 = o$ im R_{-4} beziehungsweise $\sum_{k=1}^{3} \eta_{+k}^2 + u_+^2 = o$ im R_{+4} werden $R_{\pm 4}$ in verschiedene Bereiche unterteilt. Der R_{-4} wird durch $\sum_{k=1}^{3} \eta_{-k}^2 - u_-^2 = o$ in drei Bereiche, nämlich $u_-^2 > \sum_{k=1}^{3} \eta_{-k}^2$ für $u_- > o$ sowohl, als auch für $u_- < o$ und in $u_-^2 < \sum_{k=1}^{3} \eta_{-k}^2$ aufgeteilt; denn die beiden Hyperbelräume werden durch Scharen $\sum_{k=1}^{3} \eta_{-k}^2 - u_-^2 = \pm r_-^2$ mit dem Scharparameter $o \leq r_-^2 \leq 1$ dargestellt.

Analog wird der R_{+4} durch $\sum_{k=1}^{3} \eta_{+k}^2 + u_+^2 = o$ aufgeteilt. Allerdings ist die Begrenzung kein Asymtotenraum mit konischer Metrik, vielmehr ist ein ganzer Halbraum möglich, weil bei einer reellen Koordinatendrehung $\varphi_+ = \sphericalangle (u_+ , u_+')$ im Bereich zwischen o und $\pi/2$ möglich ist, während φ_- nur zwischen o und $\pi/4$ definiert wird. Unabhängig von diesen Konstruktionen können $R_{\pm 4}$ hinsichtlich $u_\pm$ aufgeteilt werden. Offenbar beschreibt $u_\pm = o$ die $R_{\pm 3}$ in einem Gegenwartszustand, während die Raumzeitpunkte $u_\pm > o$ später und $u_\pm < o$ früher liegen. Die später liegenden Raumzeitpunkte befinden sich in einem Vorbereich und sind zukünftig, während die früher liegenden zu einem Nachbereich gehören und vergangen sind. Zukunft und Vergangenheit beziehen sich dabei auf den Gegenwartszustand $u_\pm = o$. Im Falle des R_{-4} sind sind Vor- und Nachbereich Kegel, die durch einen imaginären Zwischenbereich getrennt sind. Im Fall des R_{+4} dagegen nicht; denn hier handelt es sich um reelle Halbräume $o \leq \varphi_+ \leq \pi/2$ ohne imaginären Zwischenbereich. Die Aufteilung der $R_{\pm 4}$ durch die Begrenzungen $\sum_{k=1}^{3} \eta_{\pm k}^2 \pm u_\pm^2 = o$ geht auf die vierdimensionalen Konstruktionen $\sum_{k=1}^{3} \eta_{-k}^2 - u_-^2 = \pm 1$ und $\sum_{k=1}^{3} \eta_{+k}^2 + u_+^2 = 1$ zurück, die wiederum eine Erweiterung der ebenen Raumzeitdiagramme sind und diese Raumzeitdiagramme bringen die speziellen Transformationen $\hat{A}_\pm$ zum Ausdruck. Die vierdimensionalen Konstruktionen sind Erweiterungen der Raumzeitdiagramme und beschreiben mithin die allgemeinen Transformationen $\hat{A}_\pm$,

das heißt, sie sind gegen $\hat{A}_{\pm}$ invariant. Wenn dies aber so ist, muß auch die Aufteilung der Raumzeitsysteme $R_{\pm 4}$ gegen $\hat{A}_{\pm}$ invariant sein, das heißt, diese Aufteilung ist von der speziellen Wahl gleichberechtigter Koordinatensysteme $C_{\pm}$ unabhängig. Werden in dem Raumzeitsystem $R_{\pm 4}$ zwei Punkte 1 und 2 angenommen und wird das Bezugssystem so gedreht, daß die Zeitachse der geradlinigen Verbindung beider Punkte parallel läuft, was wegen der Invarianz der Einheit immer möglich ist, so folgt für die Länge der Raumzeitlinien immer

$$s_{\pm} = \sqrt{\pm 1} \cdot \int_1^2 \sqrt{\sum_{k=1}^{4} d\eta_{\pm k}^2} \quad , \text{ was im Fall des } R_{-4} \text{ zu } s_- =$$

$$= \int_1^2 \sqrt{du_-^2 - \sum_{k=1}^{3} d\eta_{-k}^2} = c \int_1^2 dt \sqrt{1 + \beta_-^2} \quad \text{wird ,}$$

wenn $i\beta_- = f(u_-)$ irgendein Zeitgesetz ist, das heißt, in diesem Fall ist s_- gekrümmt. Nur für $\sum_{k=1}^{3} d\eta_{-k}^2 = 0$, also $i\beta_- = \text{const}$ wird s_- geradlinig, was im R_{-4} das Theorem $\int_1^2 \sqrt{du_-^2 - \sum_{k=1}^{3} d\eta_{-k}^2} \leq \int_1^2 du_-$ zur Folge hat. Mit anderen Worten, die geradlinigen Raumzeitlinien im R_{-4} sind diejenigen maximaler Eigenzeit und vom Büschel der Nullpunktsgeraden im R_{-4} von welchem jede einem Wert $i\beta_- = \text{const.}$ im Intervall $0 \leq i\beta_- < 1$ entspricht, hat diejenige die maximale Eigenzeit, die sich mit der Zeitachse deckt, für deren Richtungskosinus , also $\alpha_{-k} = 0$, aber $\alpha_{-4} = 1$ gilt. Für den R_{+4} liegen andere Verhältnisse vor; denn hier gilt im allgemeinen Fall $\beta_+ = f(u_+)$ gekrümmter Raumzeitlinien $s_+ =$

$$= \int_1^2 \sqrt{du_+^2 + \sum_{k=1}^{3} d\eta_{+k}^2}$$ und diese Länge wird mindestens identisch sein mit $\int_1^2 du_+$, so daß die beiden Theoreme

$$\int_1^2 \sqrt{d u_-^2 - \sum_{k=1}^{3} d\eta_{-k}^2} \leq \int_1^2 d u_- \quad ,$$

$$\int_1^2 \sqrt{d u_+^2 + \sum_{k=1}^{3} d \eta_{+k}^2} \geq \int_1^2 d u_+ \quad ,$$

$$u_- = c t \, , \; u_+ = \omega t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 60$$

die Extremaltheoreme der Eigenzeiten in den Strukturen $R_{\pm 4}$ darstellen.

Die $\hat{A}_{\pm}$ beschreiben offensichtlich den speziellen Fall von Transformationen, welche im ebenen Raumzeitdiagramm darstellbar sind, weil $C_{\pm}$ und $C'_{\pm}$ gleich orientiert und achsenparallel sind. Auf jeden Fall sind diese Transformationen linear. Bei der Untersuchung der allgemeinen Transformationen $\hat{A}_{\pm}$ muß berücksichtigt werden, daß $\hat{A}_{\pm}$ Sonderfälle von $\hat{A}_{\pm}$ sind, so daß die zu $\hat{A}_{\pm}$ gehörenden Transformationen ebenfalls linear sein müssen. Es kommt also darauf an, die allgemeinste Form eindeutiger affiner Abbildungen der $R_{\pm 4}$ zu finden, welche $\sum_{k=1}^{4} \eta_{\pm}^2$ invariant lassen. Bezeichnen die $\alpha_{\pm ik}$ die Elemente der $\hat{A}_{\pm}$, so sind die allgemeinen affinen Abbildungen, welche den geforderten Bedingungen genügen, durch $\eta'_{\pm i} = \sum_{k=1}^{4} \alpha_{\pm ik} \, \eta_{\pm k}$ beziehungsweise die Inversen $\eta_{\pm k} = \sum_{i=1}^{4} \alpha_{\pm ik} \, \eta'_{\pm i}$ gegeben, das heißt, die Koeffizienten bilden das Orthogonalsystem $\sum_{j=1}^{4} \alpha_{\pm i,j} \cdot \alpha_{\pm j,k} = \delta_{ik}$ und können als Richtungsgrößen interpretiert werden. Diese Orthogonalität der Koeffizienten folgt, wenn die Koordinaten der $R_{\pm 4}$, also die $\eta_{\pm 1}$, kartesisch sind (in Vektorform also $\bar{\eta}_{\pm i} \cdot \bar{\eta}_{\pm k} \sim \delta_{i,k}$) aus der Invarianz des Quadrates des vierdimensionalen Fahrstrahls $\bar{r}_{\pm} = \sum_{k=1}^{4} \bar{\eta}_{\pm k}$. Die $\alpha_{\pm ik}$ können wegen des affinen Charakters der allgemeinen Lineartransformation zu $\hat{A}_{\pm} = (\alpha_{\pm ik})_4$ zusammengefaßt werden; denn diese Koeffizienten kennzeichnen eine Transformation

der Koordinaten in den $R_{\pm 4}$, welche mit der gesuchten Verallgemeinerung $\hat{A}_{\pm}$ der $\hat{A}_{\pm}$ identisch ist. Für die Transformation von $\bar{r}_{\pm} = \sum_{k=1}^{4} \bar{\eta}_{\pm k}$ gilt $\bar{r}'_{\pm} = (\alpha_{\pm i,k})_4 \cdot \bar{r}_{\pm}$ oder invers $\bar{r}_{\pm} = (\alpha_{\pm k,i})_4 \cdot \bar{r}'_{\pm} = \hat{A}^{x}_{\pm} \bar{r}'_{\pm}$. Andererseits ist $\bar{r}'_{\pm} = \hat{A}_{\pm} \cdot \bar{r}_{\pm}$ oder $\bar{r}_{\pm} = \hat{A}^{-1}_{\pm} \bar{r}'_{\pm}$, was verglichen $\hat{A}^{x}_{\pm} \cdot \bar{r}'_{\pm} = \hat{A}^{-1}_{\pm} \bar{r}'_{\pm}$ liefert. Mit anderen Worten, $\hat{A}_{\pm} \cdot \hat{A}^{x}_{\pm} = \hat{E}$ zeigt, daß $\hat{A}_{\pm}$ ebenso wie $\hat{A}_{\pm}$ im R_{+4} orthogonal und im R_{-4} unitär ist. Zur vollständigen Beschreibung von $\hat{A}_{\pm}$ muß das Verhalten von $|\hat{A}_{\pm}|_4 = |\alpha_{\pm i,k}|_4$ untersucht werden. Wegen der Orthogonalität $\sum_{j=1}^{4} \alpha_{\pm i,j} \cdot \alpha_{\pm j,k} = \delta_{i,k}$ der Matrizenkoeffizienten ist $|\alpha_{\pm ik}|_4 = \pm \prod_{k=1}^{4} \alpha_{\pm kk} \neq o$ das heißt, $|\hat{A}_{\pm}|_4 \neq o$ kennzeichnet $\hat{A}_{\pm}$ als regulär; denn, wären $\hat{A}_{\pm}$ singulär, so hätten die kanonisch äquivalenten Formen einen von Null verschiedenen Matrizendefekt, was $|\hat{A}_{\pm}|_4 = o$ zur Folge hätte, was aber mit der Orthogonalität $\sum_{j=1}^{4} \alpha_{\pm i,j} \cdot \alpha_{\pm j,k} = \delta_{ik}$ im Widerspruch steht. Wird $|\hat{A}_{\pm}|_4 \neq o$ entwickelt, und kennzeichnet $\overset{i}{A}m^{k}$ den Minor der Zeile i und Spalte k der Determinante, so gilt $|\hat{A}_{\pm}|_4 \cdot \alpha_{\pm i,k} = \overset{i}{A}m^{k}$ oder als Determinante der Minoren $|\overset{i}{A}m^{k}|_4 = |\,|\hat{A}_{\pm}|_4 \cdot \alpha_{\pm i,k}|_4 = |\alpha_{\pm i,k}|_4 \cdot |\hat{A}_{\pm}|^4_4 = |\hat{A}_{\pm}|^5_4$.

Nach einem Gesetz der Determinantentheorie ist stets $A^{m}_{k\ n}{}^{n-1} = \alpha_{i,k\ n}$, was für $n = 4$ für die Determinante der Minore ersten Grades $|\overset{i}{A}m^{k}|_4 = |\hat{A}_{\pm}|^3_4$, also im Vergleich $|\hat{A}_{\pm}|^2_4 = 1$ liefert. Nach Radizierung entfällt der negative Zweig, weil die Determinante selbst eine stetige Koeffizientenfunktion ist und bei den zugelassenen identischen Transformationen nur $+1$ in Betracht kommen kann. Es gilt daher $|\hat{A}_{\pm}|_4 = +1$. Wenn dies aber so ist, so sind die Determinantenkoeffizienten mit den Minoren 1. Grades der

Determinante identisch; denn es ist $A^{i}_{m\,k} = \alpha_{\pm ik} \cdot |\hat{A}_{\pm}|_4 = \alpha_{\pm i,k}$. Die Eigenschaften der allgemeinen Transformationen der mit $\beta_{\pm} = \text{const}$ bewegten Bezugssysteme $C_{\pm}$ und $C'_{\pm}$ in den $R_{\pm 4}$ sind also zusammengefaßt in

$$\bar{r}'_{\pm} = \hat{A}_{\pm} \cdot \bar{r}_{\pm} \,, \quad \hat{A}_{\pm} \cdot \hat{A}^{x}_{\pm} = \hat{E} \,, \quad |\hat{A}_{\pm}|_4 = +1 \quad \ldots\ldots\ldots 61.$$

Die Elemente von $\hat{A}_{\pm}$ sind im R_{+4} alle reell, im R_{-4} dagegen sind diejenigen Elemente welche den Index 4 nur einmal enthalten imaginär, alle anderen aber reell; denn nur so kann die Realität der Koordinaten in den $R_{\pm 3}$ gewahrt werden. Auch ist das Element $\alpha_{\pm 4,4}$ immer mit dem Cosinus des Winkels identisch, der von den Zeitachsen der Systeme $C'_{\pm}$ und $C_{\pm}$ eingeschlossen wird. Die speziellen Formenm $\hat{A}_{\pm}$ gehen nach diesen Beziehungen tatsächlich aus $\hat{A}_{\pm}$ hervor. Die Orthogonalität $\sum_{j=1}^{4} \cdot \alpha_{\pm i,j} \cdot \alpha_{\pm j,k} = \delta_{i,k}$ ist eine unmittelbare Folge von $\hat{A}_{\pm} \cdot \hat{A}^{x}_{\pm} = \hat{E}$ und gilt wegen $|\hat{A}_{\pm}|_4 = 1$, also $\alpha_{\pm i,k} = A^{i}_{m\,k}$ auch für die Minore ersten Grades, doch können auch die Minore zweiten Grades $A^{i\,m^j}_{k,l}$ gebildet und für sie die gleiche Orthogonalität nachgewiesen werden.

4.) Somasynthesis der Gruppen und Tensoren.

Die gravitativen und elektromagnetischen Prozesse, welche offensichtlich die Materiefeldquanten umfassen, verlaufen nach dem Vorangegangenen in zwei Raumzeitstrukturen $R_{\pm 4}$ und sind zwei Invarianzforderungen unterworfen, deren Gruppen durch die allgemeinen Transformationsmatrizen $\hat{A}_{\pm}$ oder speziell $\hat{A}_{\pm}$ ausgedrückt werden, wobei stets $\hat{A}_{+}$ orthogonal, aber $\hat{A}_{-}$ unitär ist. Die metrische Struktur von R_{+4} sowohl, als auch von R_{-4} ist euklidisch, doch spannt sich R_{+4} mit den reellen η_{+k} über dem reellen, und R_{-4} über dem komplexen algebraischen Körper auf, weil von den Koordinaten η_{-k} (es ist $1 \leq k \leq 4$) die Zeitzählung η_{-4}

imaginär ist. Dies bedeutet, daß von den $\binom{4}{3} = 6$ Koordinatenebenen im R_{-4} insgesamt 3 komplexe Ebenen sind, während von den $\binom{4}{3} = 4$ dreidimensionalen Hyperflächen wiederum drei komplex sind. Im R_{+4} gibt es dagegen überhaupt keine komplexen Unterräume. Wegen der metrischen Identität der $R_{\pm 4}$ liegt es nahe, eine vierdimensionale, also raumzeitliche Somawelt metrisch so zu konstruieren, daß die $R_{\pm 4}$ Sonderfälle dieser Somawelt R_4 sind, doch ist eine solche metrische Konstruktion euklidisch nicht möglich, weil die beiden euklidischen Raumzeitstrukturen $R_{\pm 4}$ über zwei verschiedenen algebraischen Körpern definiert sind. Aus diesen Gründen ist offensichtlich die metrische Konstruktion einer Somawelt R_4, welche $R_{\pm 4}$ als metrische Sonderfälle enthält, im Vierdimensionalen nicht ohneweiteres möglich, doch ist es denkbar, daß eine höher dimensionierte Welt existiert, deren raumzeitliche Projektion je nach Art des Projektionsvorganges R_{+4} oder R_{-4} liefert. Unabhängig davon jedoch ergibt sich die Möglichkeit eine Somasysnthesis der Gruppen $\hat{A}_{\pm}$ und ihrer Invarianten so durchzuführen, daß die Somainvarianten sowohl in R_{+4} gegen $\hat{A}_{+}$ als auch im R_{-4} $\hat{A}_{-}$ invariant erscheinen; denn die physikalischen Feldgrößen der Materiefelder (R_{-4}) sind immer mit gravitativen Feldgrößen (R_{+4}) verkoppelt, weil die allgemeinenTrägheit und damit nach dem Äquivalenzprinzip die Gravitation jedes Materiefeld definiert. Im R_{+4} gilt für freie Gravitationsfeldwirkungen die Invarianz gegen $\hat{A}_{+}$, während im R_{-4} die elktromagnetisch-materiellen Prozesse gegen $\hat{A}_{-}$ invariant sind. Eine evewtuelle Sysnthese der beiden Gruppen $\hat{A}_{\pm}$ zu einer übergeordneten Transformationsgruppe muß dann zur Folge haben, daß die Korrelation zwischen Gravitation und den elektromagnetisch-materiellen Strukturen aller Materiefeldquanten gegen diese übergeordnete Gruppe invariant bleibt. Wenn auch eine einfache Synthese der $R_{\pm 4}$ zum R_4 durch eine einfache Überlagerung nicht möglich ist, so kann dieser R_4 doch als ein metrischer Korrelationsbereich aufgefaßt werden, welcher die $R_{\pm 4}$ als Grenzfälle verbindet und in welchem (im Fall einer euklidischen Metrik) eine Invarianz gegen die übergeordnete Gruppe gefordert werden. Ist P irgendeine physikalische Feldgröße, so wäre $P_{-} = \hat{A}_{-} \cdot P$ die Invariante im R_{-4} und $P_{+} = \hat{A}_{+} \cdot P$ diejenige im R_{+4}. Für die Invariante in beiden Strukturen würde sich eine Zweideutigkeit, nämlich $P_{\pm} = \hat{A}_{+} P_{-}$ oder $P_{\mp} = \hat{A}_{-} P_{+}$ ergeben. Die Möglichkeit einer solchen Somasysnthesis der Transformationsgruppen $\hat{A}_{\pm}$

ist grundsätzlich nur dann gegeben, wenn $P_+ = P_- = P'$ ist, also wenn $o = \hat{\underline{A}}_+ P_- - \hat{\underline{A}}_- P_+ = P \cdot (\hat{\underline{A}}_+ \cdot \hat{\underline{A}}_- - \hat{\underline{A}}_- \cdot \hat{\underline{A}}_+)$ oder $(\hat{\underline{A}}_+ \times \hat{\underline{A}}_-)_- = \hat{o}$ ist, das heißt, die $\hat{\underline{A}}_\pm$ müssen kommutieren; denn dann kann $\hat{\underline{B}} = \hat{\underline{A}}_+ \cdot \hat{\underline{A}}_-$ als neue Gruppe aufgefaßt werden, deren Untergruppen die $\underline{A}_\pm$ sind. Die Transformation in der Somawelt lautet dann $P' = \hat{\underline{B}} \cdot P$. Für den Kommutator folgt

$$(\hat{\underline{A}}_+ \times \hat{\underline{A}}_-)_- = \Big(\sum_{\gamma=1}^{4} \alpha_{+i\gamma} \cdot \alpha_{-\gamma k}\Big)_4 - \sum_{\gamma=1}^{4} \alpha_{-i\gamma} \cdot \alpha_{+\gamma k})_4 =$$

$$= \Big(\sum_{\gamma=1}^{4} (\alpha_{+i\gamma} \cdot \alpha_{-\gamma k} - \alpha_{-i\gamma} \cdot \alpha_{+\gamma k})\Big)_4 .$$

Wegen der Orthogonalität beziehungsweise Unitarität der Matrizenelemente gilt

$$\alpha_{-i\gamma} \cdot \alpha_{+\gamma k} = (\alpha_{-pq} \cdot \alpha_{+pq})^{-1} \cdot \alpha_{-i\gamma} \cdot \alpha_{-pq} \cdot \alpha_{+\gamma k} \cdot$$

$$\cdot \alpha_{+pq} = (\alpha_{-pq} \cdot \alpha_{+pq})^{-1} \cdot \delta_{ip} \cdot \delta_{\gamma q} \cdot \delta_{\gamma p} \cdot \delta_{kq} \text{ und}$$

analog $\alpha_{+i\gamma} \cdot \alpha_{-\gamma k} = (\alpha_{+pq} \cdot \alpha_{-pq})^{-1} \cdot \delta_{ip} \cdot \delta_{\gamma q} \cdot \delta_{\gamma p} \cdot \delta_{kq}$

also $\sum_{\gamma=1}^{4} (\alpha_{-i\gamma} \cdot \alpha_{+\gamma k} - \alpha_{+i\gamma} \cdot \alpha_{-\gamma k}) = \delta_{ik} \cdot ((\alpha_{-kk} \cdot \alpha_{+kk})^{-1}$

$- (\alpha_{+kk} \cdot \alpha_{-kk})^{-1}) = o$, weil $\alpha_{-kk} \cdot \alpha_{+kk} = \alpha_{+kk} \cdot \alpha_{-kk}$ kommutiert. Dies bedeutet aber unmittelbar $(\hat{\underline{A}}_+ \times \hat{\underline{A}}_-)_- = \hat{o}$, woraus die Existenz von $\hat{\underline{B}} = \hat{\underline{A}}_+ \cdot \hat{\underline{A}}_-$ hervorgeht. Für $\hat{\underline{B}} \cdot \hat{\underline{B}}^\times$ folgt dann, weil wegen der gleichen Orthogonalität auch die Kommutatoren $(\hat{\underline{A}}_+^\times \times \hat{\underline{A}}_-)_- = (\hat{\underline{A}}_+ \times \hat{\underline{A}}_-^\times)_- = \hat{o}$ nachweisbar sind, folgt $\hat{\underline{B}} \cdot \hat{\underline{B}}^\times =$

$= \hat{\underline{A}}_+ \hat{\underline{A}}_- \hat{\underline{A}}_+^\times \hat{\underline{A}}_-^\times = \hat{\underline{A}}_+ \hat{\underline{A}}_+^\times \hat{\underline{A}}_- \hat{\underline{A}}_-^\times = \hat{E}$, weil wegen

$\hat{\underline{A}}_\pm \hat{\underline{A}}_\pm^\times = \hat{E}$ ist. In $\underline{B}$ ist $\underline{A}_+$ orthogonal, aber $\hat{\underline{A}}_-$ unitär, so daß $\hat{\underline{B}} \cdot \hat{\underline{B}}^\times = \hat{E}$ die Somamatrix $\hat{\underline{B}}$ ebenfalls als unitär gekennzeichnet wird; denn der komplexe Charakter eines Elementes wird durch reelle Faktoren nicht geändert. Mit $\hat{\underline{B}} = (b_{ik})_4$ kann immer wegen des unitären Verhaltens $|\hat{\underline{B}}|_4 = \pm \prod_{k=1}^{4} b_{kk} \neq o$ erreicht werden, das heißt, $\hat{\underline{B}}$ beschreibt ebenfalls wegen des verschwindenden Matrizendefektes eine reguläre affine Abbildung der Somawelt. Die Entwicklung in die Minore ergibt $|\hat{\underline{B}}|_4 \cdot b_{ik} = B\overset{i}{\underset{k}{m}}$, also $|B\overset{i}{\underset{k}{m}}|_4 =$

$= |\hat{\underline{B}}|_4^4 \cdot |b_{ik}|_4 = |\hat{\underline{B}}|_4^5$, was mit $|B\overset{i}{\underset{k}{m}}|_4 = |\hat{\underline{B}}|_4^3$ verglichen $|\hat{\underline{B}}|_4 = \pm 1$ liefert, wovon jedoch nur der positive

Zweig in Betracht zu ziehen ist. Die Somasysnthesis der Gruppen läuft also für den allgemeinen Fall auf die Beziehung

$$(\hat{\underline{A}}_+ \times \hat{\underline{A}}_-)_- = \hat{o} \;,\; \hat{\underline{B}} = \hat{\underline{A}}_+ \cdot \hat{\underline{A}}_- \;,\; \hat{\underline{B}} \cdot \hat{\underline{B}}^{\times} = \hat{E} \;,$$

$$|\hat{\underline{B}}|_4 = +1 \qquad \ldots\ldots\ldots\

daß ψ_- rein imaginär, während $\psi_+ = \varphi_+$ mit der reellen Drehung identisch ist, das heißt, $\psi = \psi_+ + \psi_-$ kann komplexe Drehung der Zeitachse von C' gegen C eingeführt werden. Die Synthesis $\hat{B}$ kann also durch zwei aufeinanderfolgende Raumzeitdrehungen interpretiert werden, von denen die eine reell im R_{+4}, die andere imaginär im R_{-4} ist, woraus die Superposition die komplexe Drehung in $\hat{B}$ entstehen läßt. Während also $\hat{A}_+$ durch eine reelle und $\hat{A}_-$ durch eine imaginäre Drehung bestimmt wird, ist $\hat{B}$ durch eine komplexe Drehung in der Somawelt charakterisiert. Für den komplexen Drehwinkel $\psi = \psi_+ + \psi_-$ folgt also wegen der Logarithmusdarstellung

$$i\psi = 1/2 \ln \frac{(1+i\beta_+)\cdot(1+i\beta_-)}{(1-i\beta_+)\cdot(1-i\beta_-)}$$ und mit dieser komplexen

Drehung werden die von Null verschiedenen Elemente von $\hat{B}$ zu $B_{1,1} = B_{4,4} = \cos\psi$ sowie $B_{1,4} = -\sin\psi = -B_{4,1}$ und $B_{2,2} = B_{3,3} = 1$, also

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} \cos\psi & o & o & -\sin\psi \\ o & 1 & o & o \\ o & o & 1 & o \\ \sin\psi & o & o & \cos\psi \end{pmatrix}, \quad 2i\psi = \ln \frac{(1+i\beta_+)\cdot(1+i\beta_-)}{(1-i\beta_+)\cdot(1-i\beta_-)}$$

.....62a.

Diese Darstellung macht $\hat{B} \cdot \hat{B}^x = \hat{E}$ und $|\hat{B}|_4 = 1$ evident, doch zeigt eine weitere Untersuchung, daß sich $\hat{A}_\pm$ als Grenzfälle von $\hat{B}$ ergeben. Wird nämlich angenommen, daß gravitative Wirkungen als Fernkraftfeld mit $\omega \to \infty$ fortschreiten, sowird für alle $v < \infty$ der Grenzprozeß $\lim_{\omega \to \infty} \beta_+ = o$ mit dem Prozeß $\beta_+ \to o$ identisch und in dieser Limesrelation wird $2i \lim_{\beta_+ \to o} \psi = \ln 1+i\beta_-/1-i\beta_- = 2i\psi_-$ und dies bedingt $\lim_{\beta_+ \to o} \hat{B} = \hat{A}_-$. Wird analog $c \to \infty$ aber $\omega < \infty$ angenommen, so wird $\lim_{c \to \infty} i\beta_- = o$ mit $i\beta_- \to o$ identisch, was $2i \lim_{i\beta_- \to o} \psi = \ln 1+i\beta_+/1-i\beta_+ = 2i\psi_+$, also $\lim_{i\beta_- \to o} \hat{B} = \hat{A}_+$ zur Folge hat. Die Untergruppen $\hat{A}_\pm$ erscheinen demnach als Grenzwerte von $\hat{B}$. Läßt man schließlich noch beide Geschwindigkeitsmaße gegen Null konvergieren, das heißt, approximiert man sowohl gravitative als auch elektromagnetische Prozesse als Fernkraftwirkungen, so wird $\lim_{\omega \to \infty} \hat{A}_+ = \lim_{c \to \infty} \hat{A}_- = \hat{E}$.

Mit anderen Worten , die Transformationen werden identisch, was die klassische Mechanik charakterisiert. Für Gleichung 62a gelten demnach die Limesrelationen

$$\lim_{\omega \to \infty} \hat{B} = \hat{A}_- \quad , \quad \lim_{c \to \infty} \hat{B} = \hat{A}_+ \quad ,$$

$$\lim_{\omega \to \infty} \hat{A}_+ = \lim_{c \to \infty} \hat{A}_- = \hat{E} \qquad \text{62b.}$$

Die Transformationen $\hat{B}$ (dies gilt auch für den allgemeinen Fall der Gleichung 62) erscheinen demnach so, als ob die Elemente von $\hat{A}_-$ durch diejenigen von $\hat{A}_+$ korrigiert wären und umgekehrt. Mit Hilfe von $\hat{B}$ oder besser mit mit der $\hat{B}$ definierenden Größe ψ erscheint es möglich, das Intervall der in der Somawelt möglichen Geschwindigkeiten im R_3 zu untersuchen. Offensichtlich gilt

$$TG\, i\psi = \frac{e^{i\psi} - e^{-i\psi}}{e^{i\psi} + e^{-i\psi}} \quad , \text{ also } \lim_{i\psi \to \infty} TG\, i\psi = 1 \, . \text{ Mit}$$

$e^{\pm i\psi} = \cos\psi \pm i \sin\psi$ ist aber auch $TG\, i\psi = i \operatorname{tg}\psi$ und auch hierfür gilt die Relation $i \lim_{i\psi \to \infty} \operatorname{tg}\psi = 1$. Andererseits ist $o = \lim_{i\psi \to 0} TG\, i\psi = i \lim_{i\psi \to 0} \operatorname{tg}\psi$, was für $i\psi$ das Intervall $o \leq i\psi < \infty$ nahegelegt und in der Form $o \leq TG\, i\psi < 1$ beziehungsweise $o \leq i \operatorname{tg}\psi < 1$ gilt. Mit $\psi = \psi_+ + \psi_-$ wird, wenn $\operatorname{tg}\psi_\pm = \beta_\pm$ berücksichtigt wird $\operatorname{tg}\psi = \operatorname{tg}(\psi_+ + \psi_-)$

$$= \frac{\beta_+ + \beta_-}{1 - \beta_+ \cdot \beta_-} \quad , \text{ das heißt, für das halboffene Intervall folgt}$$

$o \leq i \dfrac{\beta_+ + \beta_-}{1 - \beta_+ \beta_-} < 1$. Die linke Intervallgrenze liegt wegen

$\beta_+ = v'/\omega$ und $i\beta_- = v/c$ offensichtlich bei $(v', v) = o$, während die andere Grenze unabhängig von $o \leq \beta_+ < \infty$ nach $\hat{A}_+$ durch $i\beta_- \to 1$, also $v \to c$ angenähert wird. Für $i\beta_- = 1$ wird

nämlich $i \cdot \dfrac{\beta_+ + \beta_-}{1 - \beta_+ \cdot \beta_-} = 1$, was aber die Intervallgrenze kennzeichnet. Wird $i\beta_- > 1$, so wird auch die Intervallgrenze überschritten, was aber nicht möglich ist, weil $i\psi$ nicht mehr als gegen unendlich divergieren kann. Aus der Logarithmusdarstellung

$$2\, i\psi = \ln \frac{(1+i\beta_+)(1+i\beta_-)}{(1-i\beta_+)(1-i\beta_-)} \quad \text{folgt, daß tatsächlich für } i\beta_- \to 1$$

diem Unendlichkeitsstelle von $i\psi$ erreicht wird, und zwar so, daß in jedem Fall unabhängig von der Zählung $\beta_+ \gtrless o$ grundsätzlich für $i\beta_- \to 1$ diese Singularität auftritt, während für $i\beta_- > 1$ das Vorzeichen des reellen Faktors $\frac{1 + i\beta_-}{1 - i\beta_-}$ im Logarithmus umspringt, was zu $e^{2i\psi} < o$ führen müßte, was aber mit der Natur der e - Funktionen im Widerspruch steht. Zwar läßt $\hat{A}_+$ beliebige Geschwindigkeiten $o \leq \beta_+ < \infty$ zu, doch wird dies durch den Einfluß von $\hat{A}_-$ in $\hat{B}$ wieder kompensiert, so daß in der Somawelt nur das Geschwindigkeitsintervall

$$o \leq i\beta_- \leq 1 \qquad \ldots\ldots\ldots\

für $\beta_+ \to \infty$. Zwar ist v' im R_{+4} als Translation $v' = \text{const}$ im R_{+3} interpretierbar, was $o \leq \beta_+ < \infty$ der $\hat{A}_+$ bedingt, doch ist dies im R_4 nicht mehr möglich, weil hier gravitative und elektromagnetisch- materielle Strukturen wegen der Existenz von $\hat{\underline{B}}$ stets korreliert sind. Aus diesem Grunde muß v' im R_3 des R_4 als latente, aber gravitativ bedingte Geschwindigkeit erscheinen, was für v' nur die Interpretation $v'^2 \sim \varphi(r)$ zuläßt, wenn $\varphi(r)$ das gravitative Beschleunigungsniveau der elektromagnetisch- materiellen Struktur im R_3 ist, Wegen $v = \text{const}$ aus $\hat{A}_-$ kommt für $\varphi(r)$ nur der gravitostatische Fall in Frage, der aber durch das approximierte statische Gravitationsgesetz $r\,q \cdot e^{-q} = A = \text{const}$ mit $Im\, A = o$ und $q = 1 - \sqrt{1 - 3\varphi/8c^2}$ beschrieben wird. Wegen $Im\, A = o$ ist auch $Im\, q\, e^{-q} = o$, was $Im\, q = o$ bedingt, und diese Realitätsforderung kann nur durch $1 - 3\varphi/8c^2 \geq o$ erfüllt werden, was im Fall der Gleichheit bereits zu $3\omega = 4c$ führte. Da $3\varphi/8c^2 = 2\varphi/3\omega^2$ gilt, und stets wegen $v'^2 \sim \varphi$ der Zusammenhang $3v'^2 = 2\varphi$ zur Definition von v' verwendet werden kann, folgt für die Interpretation von β_+ die Darstellung $\beta_+^2 = 3\varphi/8c^2 = 2\varphi/3\omega^2 = v'^2/\omega^2$. Aus der Realitätsforderung $Im\, q = o$ wird damit aber $1 - \beta_+^2 \geq o$ oder $\beta_+ \leq 1$. Da es keine materielle Struktur ohne Gravitation geben kann, ist stets $\varphi > o$ und damit auch $v' > o$, wenn überhaupt eine Struktur im R_4 gegeben ist, so daß $\beta_+ > o$ bleibt, während $\beta_+ = o$ den R_3 als Leerraum kennzeichnet. Da $i\beta_- \geq o$ nur für materielle Strukturen sinnvoll ist, muß also stets $\beta_+ > o$ bleiben. In der Somawelt wird also wegen der Existenz von $\hat{\underline{B}}$ und der nicht trennbaren Korrelation zwischen gravitativen und elektromagnetisch- materiellen Strukturen die Interpretation $3v'^2 = 2\varphi(r)$ erzwungen, was wegen der Realitätsforderung $Im\, A = o$ aus $r\,q\,e^{-q} = A$ für β_+ das halb offene Intervall $o < \beta_+ \leq 1$ festlegt, was aus den Gruppen $\hat{A}_+$ und $\hat{B}$ allein nicht hervorgeht. Dieser nur im R_4 durch die Realitätsforderung gegebene Sachverhalt wird zusammengefaßt in

$$\omega\beta_+ = v' \;,\; 3v'^2\,(R_4) = 2\varphi(r) \;,\; Im\, q = o \;,$$

$$o < \beta_+ \leq 1 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 63a,$$

wodurch evident wird, daß der durch β_+ verursachte Widerspruch hinsichtlich der $\mathcal{S}_{+k}$ tatsächlich nicht existiert. Auch zeigt sich, daß in $\hat{B}$ der Faktor $\hat{A}_+$ nur als Korrektur vom A_- erscheint, welche bei den empirisch zugänglichen ponderablen Systemen wegen $\beta_+ \ll 1$ weit unter den verfügbaren Meßbarkeitsgrenzen liegt,

zumal auch in den relativistischen Geschwindigkeitsbereichen $\beta_+ \quad i\beta_-$ bleibt. Es kann also in sehr guter Näherung für empirische Untersuchungen $\hat{B} \approx \hat{A}_-$ gesetzt werden. Die Konstruktion von $\hat{B}$ und der speziellen Form $\hat{B}$ ist an die Voraussetzung v = const gebunden. Da aber in dieser Transformatormatrix immer $\hat{A}_+$ als kommutativer Faktor auftritt, also gravitativ- materielle Korrelationen gegen $\hat{B}$ invariant bleiben, hat diese Matrizenkonstruktion präzis einen erkenntnistheoretischen Wert in Bezug auf die Somasynthesis der Feldtensoren. Hinsichtlich der realen Bewegung ponderabler Materie kann $\hat{B}$ immer nur einen approximativen Charakter tragen, weil in $\hat{B}$ auch die Gravitationsvorgänge durch $\hat{A}_+$ berücksichtigt sind, und nur für sehr schwache Gravitationsfelder die Gültigkeitsbedingung der raumzeitlichen Lineartransformationen v = const näherungsweise erreichbar ist.

Sind die q_i irgendwelche Koordinaten einer Somawelt welche gemäß $\bar{q}_i \; \bar{q}_k \sim \delta_{ik}$ ein Orthogonalsystem bilden, so ist immer $\sum_{i=1}^{4} q_i^{*}$ gegen $\hat{B}$ invariant; denn es gilt $\sum_{i=1}^{4} q_i^{*2}$ =

$= (q_1 \cos\psi - q_4 \sin\psi)^2 + q_2^2 + q_3^2 + (q_1 \sin\psi + q_4 \cos\psi)^2$

$= \sum_{i=1}^{4} q_i^2$, wegen $\cos^2\psi + \sin^2\psi = 1$. Eine Invarianz gegen $\hat{B}$ folgt in ähnlicher Weise. Es ist $\bar{q} = \sum_{i=1}^{4} \bar{q}_i$ und $\bar{q}' = \hat{B}\,\bar{q}$, also $q_i' = \sum_{k=1}^{4} b_{ik}\, q_k$, was unter Berücksichtigung von $\hat{B} \cdot \hat{B}^{\times} = \hat{E}$ wiederum zu der Invarianz führt.

Die Einheitsvektoren $\bar{e}_{\pm k}$ der $\eta_{\pm k}$ in den $R_{\pm 4}$ sollen das normierte Orthogonalsystem $(\bar{e}_{\pm i} \cdot \bar{e}_{\pm k})_4 = \hat{E}$ bilden, so daß $\bar{r}_{\pm} = \sum_{k=1}^{4} \bar{e}_{\pm k} \cdot \eta_{\pm k}$ und sein Quadrat die Invarianten der Gruppen $\hat{A}_{\pm}$ liefern. Auch der Differentialoperator $\nabla_{\pm} = \sum_{k=1}^{4} \bar{e}_{\pm k}\, \partial/\partial \eta_{\pm k}$ muß demnach eine Invariante gegen diese beiden Transformatormatrizen sein, und dies hat zur Folgr, daß im R_{-4} das elektromagnetische Feldgesetz 9 in der Fassung $\overline{div}_{-4}\, {}^2\bar{M}_{(-1)} = \bar{P}_-$, $\overline{div}_{-4}\, {}^2\bar{M}_{(-2)} = 0$ mit ${}^2\bar{M}_{(-1)} = {}^2\bar{M}$ und ${}^2\bar{M}_{(-2)} = {}^2\bar{M}_k$ gegen $\hat{A}_-$, aber das gravitative Feldgesetz im R_{+4} , nämlich $\overline{div}_{+4}\, {}^2\bar{M}_{(+1,+2)} = \bar{P}_{(1,2)}$ nach 55 gegen $\hat{A}_+$ invariant bleibt. Werden diese Feldtensoren mit passenden Naturkonstanten multipliziert, so entstehen vier weitere

Tensoren, nämlich ${}^{2}\overline{N}_{(-\varkappa)} = \sqrt{\varepsilon_0/2}\ {}^{2}\overline{M}_{(-\varkappa)}$ beziehungsweise ${}^{2}\overline{N}_{(+\varkappa)} = \sqrt{\alpha/2}\ {}^{2}\overline{M}_{(+\varkappa)}$, deren Dimensionierung jeweils die Quadratwurzel einer Energiedichte ist, wenn für $\varkappa$ die Werte 1 oder 2 gelten. Mit der weiteren Kürzungschiffre $(-1, -2, +1, +2) = (1,2,3,4)$ folgt für die Iteration dieser Tensoren ${}^{2}\overline{T}_{(ik)} = s\,p\ {}^{2}\overline{N}_{(i)} \times {}^{2}\overline{N}_{(k)}$, und diese 16 Raumzeittensoren mit $1 \leq (i,k) \leq 4$ müssen Energiedichtetensoren sein, welche in der als Energiematrix bezeichneten Übermatrix

$$\hat{T} = ({}^{2}\overline{T}_{(ik)})_4 \quad , \quad {}^{2}\overline{T}_{(ik)} = s\,p\ {}^{2}\overline{N}_{(i)} \times {}^{2}\overline{N}_{(k)} \quad ,$$

$$(-1, -2, +1, +2) = (1,2,3,4) \quad , \quad {}^{2}\overline{N}_{(1,2)} = {}^{2}\overline{M}_{(-1,-2)}\sqrt{\varepsilon_0/2} \quad ,$$

$${}^{2}\overline{N}_{(3,4)} = {}^{2}\overline{M}_{(+1,+2)} \cdot \sqrt{\alpha/2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 64$$

zusammengefaßt sind. $\hat{T}$ liefert also das Schema aller im materiell-gravitiven, beziehungsweise im elektromagnetisch-gravitativen Korrelationssystem möglichen Energiedichtetensoren. Da die Feldtensoren sämtlich antisymmetrisch, beziehungsweise antihermitesch sind, müssen zumindest die Diagonalelemente von $\hat{T}$ symmetrisch, beziehungsweise hermitesch sein, was jedoch nicht für alle Extradiagonalen Elemente der Fall zu sein braucht. Das Gesamtschema $\hat{T}$ zerfällt seinem Bau entsprechend in drei hinsichtlich der Invarianz verschiedene Matrizen abschnitte. Der elektromagnetisch-materielle Abschnitt wird aus den vier Elementen ${}^{2}\overline{T}_{(-\varkappa,-\lambda)}$ mit $\lambda = 1$ beziehungsweise $\lambda = 2$ im R_{-4} aufgebaut; der zweite gravitative Abschnitt aus den vier Elementen ${}^{2}\overline{T}_{(+\varkappa,+\lambda)}$ im R_{+4} und der dritte Abschnitt aus den acht gravitativ-materiellen beziehungsweise gravitativ-elektromagnetischen Korrelationselementen ${}^{2}\overline{T}_{(\pm\varkappa\ ,\ \mp\lambda)}$ in dem aus den $R_{\pm 4}$ strukturell synthetisierten R_4 der Somawelt. Nach dieser Analyse gibt es also einen elektromagnetischen, einen gravitativen und einen korrelativen Energiedichtetensor, von denen jeder aus der Summe der Elemente des betreffenden Matrizenabschnittes zusammengesetzt sein muß. Für die materielle, beziehungsweise elektromagnetische Energiedichte gilt dann die gegen $\underline{\hat{A}}_-$ invariante Form ${}^{2}\overline{T}_{(e)} = -\sum_{\varkappa,\lambda=1}^{2} {}^{2}\overline{T}_{(-\varkappa,-\lambda)}$ des R_{-4} und für die gravitative Energiedichte im R_{+4} die gegen $\underline{\hat{A}}_+$ invariante Form ${}^{2}\overline{T}_{(g)} =$

$= \sum_{\varkappa,\lambda=1}^{2} {}^{2}\bar{T}_{(+\varkappa+\lambda)}$. Der korrelative Matrizenabschnitt schließlich liefert die gegen $\hat{\underline{B}}$ im R_4 invariante korrelative Energiedichte ${}^{2}\bar{T}_{(w)} = \sum_{\varkappa,\lambda=1}^{2} ({}^{2}\bar{T}_{(-\varkappa+\lambda)} + {}^{2}\bar{T}_{(+\varkappa-\lambda)})$. Es ist ${}^{2}\bar{T}'_{(e)} = {}^{2}\bar{T}_{(e)} \cdot \hat{\underline{A}}_-$ und ${}^{2}\bar{T}'_{(g)} = {}^{2}\bar{T}_{(g)} \cdot \hat{\underline{A}}_+$, während bei der Summation beider Energiedichten ${}^{2}\bar{T}'_{(e)}$ mit $\hat{\underline{A}}_+$ und ${}^{2}\bar{T}'_{(g)}$ mit $\hat{\underline{A}}_-$ transformiert werden muß, so daß sich die elektromagnetisch-gravitative Energiesumme ${}^{2}\bar{T}''_{(e)} + {}^{2}\bar{T}''_{(g)} = {}^{2}\bar{T}'_{(e)} \hat{\underline{A}}_+ + {}^{2}\bar{T}'_{(g)} \cdot \hat{\underline{A}}_- =$ $= {}^{2}\bar{T}_{(e)} \hat{\underline{A}}_- \cdot \hat{\underline{A}}_+ + {}^{2}\bar{T}_{(g)} \cdot \hat{\underline{A}}_+ \cdot \hat{\underline{A}}_- = ({}^{2}\bar{T}_{(e)} + {}^{2}\bar{T}_{(g)}) \cdot \hat{\underline{B}}$ ergibt. Völlig evident ist die Invarianz ${}^{2}\bar{T}''_{(w)} = {}^{2}\bar{T}_{(w)} \cdot \hat{\underline{B}}$. Jedes Materiefeldquant muß ein solches gravitativ-elektromagnetisches Korrelationssystem sein, wobei auch die freien Gravitationswellen als Sonderfall ${}^{2}\bar{T}_{(e)} = {}^{2}\bar{T}_{(w)} = {}^{2}\bar{o}$ impliziert werden. Die gesamte Energiedichte ${}^{2}\bar{T}_{+}$ eines solchen Korrelationssystems muß sich dann additiv gemäß ${}^{2}\bar{T}_{+} = {}^{2}\bar{T}_{(e)} + {}^{2}\bar{T}_{(g)} + {}^{2}\bar{T}_{(w)}$ aus den drei partiellen Energiedichten zusammensetzen, im ~~im~~ R_4 definiert und gegen $\hat{\underline{B}}$ invariant sein. ${}^{2}\bar{T}_{+}$ kann dabei immer als die Iteration eines einheitlichen elektromagnetisch-gravitativen Feldtensors ${}^{2}\bar{M} = - {}^{2}\bar{M}^{\times}$ aufgefaßt werden; denn es gilt ${}^{2}\bar{T}_{+} = {}^{2}\bar{T}_{(e)} + {}^{2}\bar{T}_{(g)} + {}^{2}\bar{T}_{(w)} =$ $= \sum_{i,k=1}^{4} {}^{2}\bar{T}_{(ik)} = \sum_{i,k=1}^{4} sp\ {}^{2}\bar{N}_{(i)}\ {}^{2}\bar{N}_{(k)} = sp\,(\sum_{i=1}^{4} {}^{2}\bar{N}_{(i)}) \times (\sum_{k=1}^{4} {}^{2}\bar{N}_{(k)}) = sp\ {}^{2}\bar{M} \times {}^{2}\bar{M}$, wenn für den einheitlichen Feldtensor ${}^{2}\bar{M} = \sum_{k=1}^{4} {}^{2}\bar{N}_{(k)}$ gesetzt wird. Nicht alle extradiagonalen Elemente der Energiematrix sind hermitesch, doch wirkt die Summation zu ${}^{2}\bar{T}_{+}$ zwangsläufig hermitesierend, was aber keineswegs ausschließt, daß in den einzelnen extradiagonalen Elementen antihermitesche Anteile existent sind. ${}^{2}\bar{T}_{+} = {}^{2}\bar{T}_{+}^{\times}$ hat wiederum ${}^{2}\bar{M} = - {}^{2}\bar{M}^{\times}$ zur Folge. Die gegen die Gruppensynthese $\hat{\underline{B}}$ invariante Somasynthesis der Tensoren wird also beschrieben durch

$${}^{2}\bar{T}_{+} = sp\ {}^{2}\bar{M} \times {}^{2}\bar{M}\ ,\quad {}^{2}\bar{M} = \sum_{k=1}^{4} {}^{2}\bar{N}_{(k)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 65,$$

was zusammen mit 64 sowie 55 und 9 eine explizite Darstellung von ${}^{2}\bar{T}_{+}$ und ${}^{2}\bar{M}$ ermöglicht.

Das hermitesche Schema ${}^{2}\bar{T}_{+}$ beschreibt auf jeden Fall die Dich-

te der Gesamtenergie eines Materiefeldquants, wobei die Ponderabilität unwesentlich ist. Der Anteil ${}^{2}\overline{T}_{(g)}$ ist dabei im R_{+4}, aber ${}^{2}\overline{T}_{(e)}$ im R_{-4} und ${}^{2}\overline{T}_{(w)}$ in beiden Strukturen gleichermaßen definiert, so daß ${}^{2}\overline{T}_{+}$ und damit jedes Meteriefeldquant Strukturfortsetzungen in beiden Somawelten $R_{\pm 4}$ hat. Die Feldquellen des Tensorfeldes in den $R_{\pm 4}$ müssen dann die Vektordivergenzen $\overline{div}_{\pm 4}\ {}^{2}\overline{T}_{+} = \overline{\xi}_{\pm}$ sein, welche als ponderomotorische Kraftfelddichte $\overline{\xi}_{\pm} \neq \overline{o}$ in diesen Raumzeitsystemen erscheinen. Es ist völlig evident, daß die Tensorquelle $\overline{\xi}_{+}$ im R_{-4} und umgekehrt $\overline{\xi}_{-}$ im R_{+4} ihrerseits quellenfrei sein muß, was zu den beiden Skalarbeziehungen $div_{\pm 4}\ \overline{\xi}_{\mp} = o$ führt. Mit den Operatoren $P_{(\pm,\mp)} = div_{\pm 4}\ \overline{div}_{\mp 4}$ ergeben sich also aus 65 die beiden skalaren Operatorgleichungen

$$P_{(\pm,\mp)} : {}^{2}\overline{T}_{+} = o \ , \ P_{(\pm,\mp)} = div_{\pm 4}\ \overline{div}_{\mp 4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 65a,$$

welche als partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung quadratische Tensorkomponenten in eine Wechselbeziehung zueinander setzen. Da die Tensorsysnthesis 65 nach 64 sowie 55 und 9 aus den Komponenten von $\overline{E}$, $\overline{H}$, $\overline{\Gamma}$ und $\overline{\mu}$ aufgebaut sind, deutet 65 a eine differentielle Verknüpfung dieser Vektoren durch zwei skalare Operatorgleichungen im Fall des Photons an. Offensichtlich existieren nach 65 a explizite Darstellungen imponderabler Photonen in den eindeutigen Formen $\overline{\Gamma}$ $(\overline{E}, \overline{H})$ und $\overline{\mu}$ $(\overline{E},\overline{H})$, doch kann 65 a nicht in dieser Form explizit gelöst werden. Auf jeden Fall wird durch diese beiden Operatorgleichungen eine Synthesis in der Beschreibung elektromagnetisch-materieller und gravitativer Prozesse angedeutet.

Die Energiematrix ist zwar als Übermatrix symmetrisch, doch gilt diese Symmetrie nicht für alle extradiagonalen Tensorelemente. Die Hermitezität von ${}^{2}\overline{T}_{+}$ geht auf den additiven Bildungsprozeß dieses Tensors zurück, dessen Natur die Kompensation antihermitescher Anteile bedingt. Ein antihermitescher Ergenzungsanteil ${}^{2}\overline{T}_{-} = -{}^{2}\overline{T}_{-}^{\times}$ kann also weder energetisch, noch in Bezug auf ${}^{2}\overline{M}$ relevant sein, wohl aber in Bezug auf die Operatorgleichung 65 a. Werden mit 55 und 9 die extradiagonalen Elemente von $\hat{T}$ dargestellt, dann zeigt sich, daß die zu ${}^{2}\overline{T}_{(e)}$ und ${}^{2}\overline{T}_{(g)}$ gehörenden Elemente symmetrisch sind, während die Asymmetrie erst bei den zu ${}^{2}\overline{T}_{(w)}$ gehörenden Elementen auftritt. Dies bedeutet aber, daß der antisymmetrische Ergänzungsten-

sor gemäß $2\ {}^{*}\overline{T}_{-} = \sum_{\varkappa,\lambda=1}^{2} ({}^{*}\overline{T}_{(-\varkappa,+\lambda)} - {}^{*}\overline{T}_{(+\lambda,-\varkappa)})$ aus den korrelativen Elementen der Energiematrix aufgebaut wird. Zwar ist ${}^{*}\overline{T}_{-} \neq {}^{*}\overline{o}$, doch ist dieser Anteil in ${}^{*}\overline{T} = {}^{*}\overline{T}_{+} + {}^{*}\overline{T}_{-} + {}^{*}\overline{T}^{\times}$ energetisch nicht relevant. Andererseits folgt aber aus der kanonischen Feldmechanik C I 1, daß ein antisymmetrischer Anteildes Energiedichtetensors immer einen Spintensor definiert. Da nach der Tensorsynthesis dieser Spinanteil ${}^{*}\overline{T}_{-}$ aber nur auf die korrelativen Elemente der Energiematrix zurückgeht, welche sowohl im R_{+4}, als auch im R_{-4} definiert sind, muß geschlossen werden, daß auch der quantisierte Spin aller Materiefeldquanten im R_{-4} auf die gravitativ-materielle Korrelation zurückgeht. Ausgenommen sind dabei die Energiebeträge freier Gravitationswellen, weil hier im Gegensatz zum Spektrum aller Materiefeldquanten ${}^{*}\overline{T} = {}^{*}\overline{T}_{(g)}$ nur im R_{+4} definiert ist. Die allgemeine Gravitation ist demnach nicht nur eine allgemeine verbindliche Eigenschaft aller Materiefeldquanten, sondern sie muß darüberhinaus wegen ${}^{*}\overline{T}_{-} \neq {}^{*}\overline{o}$ in ihrer Korrelation mit den Strukturen des R_{-4} auch die Spineigenschaften der Materiefeldquanten bestimmen. In den $R_{\pm 4}$ gilt nicht nur $\overline{div}_{\pm 4}\ {}^{2}\overline{T} = \overline{\xi}_{\pm}$, sondern auch $\overline{div}_{\pm 4}\ {}^{*}\overline{T} = \overline{\xi}_{\pm}$, und dies hat ebenfalls die Quellenfreiheit $o = P_{(\pm,\mp)}$; ${}^{*}\overline{T} = P_{(\pm,\mp)}$; ${}^{*}\overline{T}_{+} + P_{(\pm,\mp)}$; ${}^{*}\overline{T}_{-}$, also vier Operatorgleichungen $P_{(\pm,\mp)}$; ${}^{*}\overline{T}_{\pm} = o$ zur Folge. Im Fall der Photonen werden durch diese vier Gleichungen aber die Feldvektoren $\overline{\Gamma}$, $\overline{\mu}$, $\overline{E}$ und $\overline{H}$ durch die Koordinaten der $R_{\pm 4}$ ausgedrückt. Dies bedeutet aber, daß die Feldgrößen selbst als metrische Strukturen darstellbar sind und zwar in der aus den $R_{\pm 4}$ synthetisierten Somawelt R_4, in welcher $\hat{\underline{B}}$ übergeordnete Gruppen der $\hat{\underline{A}}_{\pm}$ gilt. Die Fassung $\overline{\xi}_{\pm} \neq \overline{o}$ bezieht sich immer auf die $R_{\pm 4}$, in denen gemeinsam ${}^{*}\overline{T}$ eines jeden Materiefeldquants definiert ist. Da ${}^{*}\overline{T}$ aber weder in der einen, noch in der anderen Raumzeit allein existiert (ausgenommen sind die Gravitationswellen im R_{+4}), muß stets $\overline{\xi}_{\pm} \neq \overline{o}$ sein. Nur in der synthetisierten Somawelt R_4 existiert ${}^{*}\overline{T}$ vollständig, so daß im R_4 stets $\overline{div}_4\ {}^{*}\overline{T} = \overline{o}$ erreichbar ist, wodurch die Erhaltungssätze von Energie und Impuls ausgedrückt werden. Drückt R_4 ($R_{\pm 4}$) die aufgrund $\hat{\underline{B}}$ und ${}^{*}\overline{M}$ aus den $R_{\pm 4}$ synthetisierte Somawelt mit den Raumzeitkoordinaten x_k aus, dann sagt die

Ergänzung der Tensorsynthesis

$$2 \cdot {}^{*}\overline{T}_{-} = \sum_{\kappa,\lambda=1}^{2} \left({}^{*}\overline{T}_{(-\kappa,+\lambda)} - {}^{*}\overline{T}_{(+\lambda,-\kappa)} \right) =$$

$$= -2 \cdot {}^{*}\overline{T}^{x}_{-} + {}^{*}\overline{o} \; , \; {}^{*}\overline{T} = {}^{*}\overline{T}_{+} + {}^{*}\overline{T}_{-} + {}^{*}\overline{T}^{x} \; ,$$

$$P_{(\pm,\mp)} \; ; \; {}^{*}\overline{T}_{\pm} = o \; , \; \overline{div}_{4} \; {}^{*}\overline{T} = \overline{o} \; , \; R_4 \; (R_{\pm 4}) = R_4 \; (x_k)_1^4 \; \ldots$$

.....66

aus, daß die allgemeine Gravitation der Materiefeldquanten in ihrer Korrelation mit dem R_{-4} die Spineigenschaften der Materiefeldquanten bestimmt. Weiter erscheinen die Feldgrößen stets als metrische Strukturen, welche von den Koordinaten des R_4 oder von denen der $R_{\pm 4}$ abhängen. Auch gilt in der Somawelt R_4 das Erhaltungsprinzip, ausgedrückt durch die Quellenfreiheit des Energiedichtetensors. Dieses Ergebnis legt es nah, die Synthesis der Somawelt auf eine allgemeine Strukturs ynthesis im R_4 auszudehnen, derart, daß die gravitativen und materiellen, beziehungsweise elektromagnetischen Feldgrößen als Sonderfälle einer einheitlichen mesobarischen Korrelationsstruktur auftreten, welche sich aus einer metrischen Strukturs ynthese des R_4 aus den $R_{\pm 4}$ ergeben muß. Zuvor erscheint es jedoch angebracht, daß zur Möglichkeit dieser Strukturen führende System $P_{(\pm,\mp)} \; ; \; {}^{*}\overline{T}_{\pm} = o$ zu analysieren; denn hier erscheinen die phänomenologischen Feldvektoren $\overline{E}$, $\overline{H}$ und $\overline{F}$ durch das Mesofeld $\overline{\mu}$ in einer wechselseitigen Korrelation zu stehen. Auch muß wegen $\overline{div}_{\pm 4} \; {}^{*}\overline{T} = \overline{\xi}_{\pm} \neq \overline{o}$ ein Fremdfeldsystem $\overline{\xi}_{\pm}$ und damit diese Mesofeldkorrelation ändern, so daß es zwischen verschiedenen energetischen Systemen Feldkorrespondenzen im Sinne von Wechselwirkungen geben muß, wenn diese Systeme durch irgendwelche Wirkungsfelder im Zusammenhang stehen. Ein solcher Zusammenhang ist aber immer gegeben, weil nach 10 an jedes energetische System zumindest ein gravitatives Wirkungsfeld gekoppelt sein muß.

5.) Approximierte Mesofeldkorrelation und Feldkorrespondenzen.

Zur Analyse der Mesofeldkorrelation erscheint es notwendig, ${}^{2}\bar{M}$ und ${}^{2}\bar{T}$, also die Somasynthesis der Tensoren explizit anzugeben. Mit den Kürzungen $\bar{q}_{\pm} = (\bar{E} \pm R_{-} \cdot \bar{H}) \cdot \sqrt{\varepsilon_0/2}$ und $\bar{p} = \bar{g} \cdot \sqrt{\alpha/2}$ wird ${}^{2}\bar{N}_{(1)} + {}^{2}\bar{N}_{(2)} =$

$$\begin{bmatrix} o & q_{+3} & -q_{+2} & -i\,q_{-1} \\ -q_{+3} & o & q_{+1} & -i\,q_{-2} \\ q_{+2} & -q_{+1} & o & -i\,q_{-3} \\ i\,q_{-1} & i\,q_{-2} & i\,q_{-3} & o \end{bmatrix}$$

und ${}^{2}\bar{N}_{(3)} + {}^{2}\bar{N}_{(4)} = \begin{bmatrix} o & p_3 & -p_2 & -p_1 \\ -p_3 & o & p_1 & -p_2 \\ p_2 & -p_1 & o & -p_3 \\ p_1 & p_2 & p_3 & o \end{bmatrix}$, weil ${}^{2}\bar{N}_{(3)} + {}^{2}\bar{N}_{(4)} = {}^{2}\bar{M}_{(+)} \cdot \sqrt{\alpha/2}$ ist. Mit der weiteren Kürzung $\bar{w} = \bar{p} + \bar{q}_{+}$ und $\bar{q} = \bar{p} + i\,\bar{q}_{-}$ folgt dann für den einheitlichen Feldtensor

$${}^{2}\bar{M} = \begin{bmatrix} o & w_3 & -w_2 & -q_1 \\ -w_3 & o & w_1 & -q_2 \\ w_2 & -w_1 & o & -q_3 \\ q_1 & q_2 & q_3 & o \end{bmatrix}, \quad \bar{w} = \bar{p} + \bar{q}_{+}, \quad \bar{q} = \bar{p} + i\,\bar{q}_{-},$$

$$\bar{q}_{\pm} = (\bar{E} \pm R_{-} \cdot \bar{H}) \cdot \sqrt{\varepsilon_0/2}, \quad \bar{p} = (\bar{r} + 2R_{+} \cdot \bar{\mu}) \cdot \sqrt{\alpha/2} \qquad \ldots\ldots 67.$$

Für die Iteration dieses einheitlichen Feldtensors ${}^{2}\bar{T}_{+} = s\,p\,{}^{2}\bar{M}\,{}^{2}\bar{M}$ ergibt sich dann ebenfalls explizit

$${}^{2}\bar{T}_{+} = \left[w_i\,w_k - q_i\,q_k - \bar{w}^2\,\delta_{ik}\right]_3 \; R\,D\,\left[S_k, -\bar{q}^2, S_k\right]_1^3,$$

$$\bar{S} = \bar{w} \times \bar{q} \qquad \ldots\ldots 67\,a,$$

wenn $R\,D\,\left[b_k, B, b_k\right]_1$ die zeitliche Ränderung des räumlichen Tensorabschnittes $\left[a_{ik}\right]_3$ ist, so daß die gekürzte Schreibweise

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 & B \end{bmatrix} = \left[a_{ik}\right]_3 \; R\,D\,\left[b_k, B, b_k\right]_1^3$$

gilt. Für den antihermiteschen Anteil von ${}^{2}\bar{T}$ folgt analog, wenn sein Bildungs-

gesetz 66 verwendet wird

$$\overset{*}{\bar{T}}_{-} = \begin{bmatrix} o & \phi_3 & -\phi_2 & -\phi_1 \\ -\phi_3 & o & \phi_1 & -\phi_2 \\ \phi_2 & -\phi_1 & o & -\phi_3 \\ \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & o \end{bmatrix} \quad , \quad \bar{\phi} = \bar{p} \times (\bar{q}_{+} - i\,\bar{q}_{-}) \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 67\,b.$$

Mit diesen Beziehungen 67 bis 67 b sind aber alle Tensorsynthesen vorgegeben, so daß nunmehr die Mesofeldkorrelation untersucht werden kann.

Zur Durchführung dieses Programmes wird es zunächst notwendig die Koordinaten so zu wählen, daß $R_{\pm 3} = R_3$ und $\eta_{\pm k} = \eta_k$, beziehungsweise $\bar{e}_{\pm k} = \bar{e}_k$ für $1 \leq k \leq 3$ wird, was immer möglich ist. Die Forderung $R_{\pm 3} = R_3$, also $(\bar{e}_{\pm i} \cdot \bar{e}_{\mp k})_3 = \hat{E}$ kann zwar immer erfüllt werden, doch verlaufen die Zeitachsen in den $R_{\pm 4}$ nicht mehr parallel und eine von ihnen kann nicht mehr orthogonal zum Unterraum R_3 verlaufen; denn nach $\hat{A}_{\pm}$ beziehungsweise $\hat{B}$ kommt es im Raumzeitdiagramm zu einer geschwindigkeitsabhängigen Zeitachsendrehung $\beta_{\pm} \cdot \sqrt{\pm 1} = tg\,\varphi_{\pm}$. Andererseits bilden die Gravitationspotentiale Geschwindigkeitsniveaus, so daß eine faktische Relativgeschwindigkeit die Umgebung eines Materiefeldquants durch latente Geschwindigkeitspotentiale $v = f \cdot (\bar{p}, \overline{q_{\pm}}, \eta_{\pm k})_1^4 \neq o$ vorhanden sind, welche $\beta_{\pm} \neq o$ und $\varphi_{\pm} \neq o$ kennzeichnen. Wenn auch in den $R_{\pm 4}$ die normierten Orthogonalsysteme $(\bar{e}_{\pm i}\ \bar{e}_{\pm k})_4 = \hat{E}$ aufgespannt werden können, so ist im allgemeinen doch, gerade wegen der Gravitationsfelder $(\bar{e}_{\pm i} \cdot \bar{e}_{\mp k})_4 \neq \hat{E}$, wobei sich die Abweichung von $\hat{E}$ auf die zeitartigen Elemente erstrecken kann. Wenn dies aber so ist, so kann grundsätzlich ein Koordinatensystem $\eta_k = \eta\,(\bar{p}, \bar{q}_{\pm})$ für $1 \leq k \leq 3$ und $t = t\,(\bar{p}, \overline{q_{\pm}})$ gewählt werden (t definiert $\eta_{\pm 4}$), in welchem das normierte Orthogonalsystem $(\bar{e}_{\pm i} \cdot \bar{e}_{\mp k})_4 \approx \hat{E}$ approximativ erreicht wird. Allerdings sind bei Zugrundelegung dieses Systems die gemeinsamen Differentialoperationen in dem $R_{\pm 4}$ zwar euklidisch, aber nicht mehr koordinatenunabhängig. Auch sind diese Operationen approximativer Natur und gelten für nur hinreichend schwache Gravitationsfeldpotentiale, was für die latenten

Geschwindigkeitsniveaus v im Maß $\beta_{\pm} \cdot \sqrt{\pm 1} = tg\ \varphi_{\pm} < 1$ zur Folge hat. Die nachstehenden approximativen Untersuchungen gelten also nur für diesen Fall und werden erst in der Limesrelation $\lim_{\beta_{\pm} \to o} tg\ \varphi_{\pm} = o$ exakt, doch ist dieser Limes physikalisch nicht realisierbar, weil seine Existenz ein Materiefeldquant ohne Gravitationsfeldniveau, also nach dem Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation ein Materiefeld ohne Trägheit voraussetzen würde, was aber im Widerspruch zu der Definition des Materiefeldes steht. Wird angenommen, daß diese Approximationsbedingung erfüllt ist, dann geht die Zweideutigkeit des P - Operators allein auf die Doppeldeutigkeit der Zeitzählung $\eta_{\pm 4}$ und die Drehung $tg\ \varphi_{\pm} = o$ der Zeitachsen zueinander zurück. Auch für die Quellenverteilung $\underset{\sim}{\xi}_{\pm} = \overline{div}_{\pm 4}\ {}^{*}\underline{T}$ wird diese Zweideutigkeit durch dieses Zeitverhalten in den $R_{\pm 4}$ verursacht. In $\overline{div}_{\pm 4}\ {}^{*}\underline{T}$ beschreibt $\underset{\sim}{\xi}_{-}$ die raumzeitliche Quellendichte im R_{-4}, das heißt, den elektromagnetischen Quellenteil von ${}^{*}\underline{T}$, von welchem gravitative Wirkungen in den R_{+4} eingreifen, welche durch die gravitativen Anteile in 66 bestimmet werden. Analog kennzeichnet $\underset{\sim}{\xi}_{+}$ die gravitativen Quellenteile von ${}^{*}\underline{T}$ im R_{+4}, deren elktromagnetische Wirkungen (bestimmt durch die elektromagnetischen Anteile in Gleichung 66) in den R_{-4} eingreifen. Die elektromagnetischen und gravitativen Größen bedingen sich demnach gegenseitig. Diese Eigenschaft gilt für jedes energetische System ${}^{*}\underline{T}_{(j)}$, so daß sich die Wechselbeziehung aller dieser Systeme untereinander durch $\sum_j \underset{\sim}{\xi}_{(j)\pm} = \overline{\overline{div}}_{\pm 4} \sum_j {}^{*}\underline{T}_{(j)}$ ausdrücken läßt.

Hier stehen die Einzelsysteme j über die $\underset{\sim}{\xi}_{(j)\pm}$ in korrespondenzhaften Wechselwirkungszusammenhängen, wobei die Feldkorrespondenz durch Wirkungsfelder über den R_3 vermittelt wird. Auf diese Weise bilden alle j ein übergeordnetes System ${}^{*}\underline{T}_{(j)} = {}^{*}\underline{T}_{j}$ mit den Tensorquellen $\underset{\sim}{\xi}_{\pm} = \sum_j \underset{\sim}{\xi}_{(j)\pm}$. In Bezug auf dieses übergeordnete System werden dann die Feldkorrespondenzen zwischen den j zu inneren Korrelationen, während ${}^{*}\underline{T}$ als dieses übergeordnete System wiederum über $\underset{\sim}{\xi}_{\pm}$ Korrespondenzen vermitteln kann. Stets bleibt also $\underset{\sim}{\xi}_{\pm} \neq \underline{o}$ und $div_{\mp 4}\ \underset{\sim}{\xi}_{\pm} = o$ quellenfrei, während

außerdem in $\bar{\xi}_{\pm}$ auch die korrespondierenden Fremdsysteme enthalten sein können. Die Quellenfreiheit von $\bar{\xi}_{\pm}$ und damit $P_{(\pm\,,\,\mp)}\,;\,{}^{*}\bar{T}_{\pm}=0$ bezieht sich dabei stets auf das gesamte Korrespondenzsystem. Für die beiden Operatoren $P_{\pm}$ und $P_{\mp}$, welche in ihrer Einwirkung auf ${}^{*}\bar{T}$ die elektromagnetischen und gravitativen Strukturen in Wechselbeziehungen setzen, gibt es die beiden Möglichkeiten $P_{\pm} = P_{\mp}$ und $P_{\pm} = P_{\mp}$. Im erten Fall würde der Übergang zwischen elektromagnetischen und gravitativen Feldgrößen der sich nach Gleichung 66 im ursprünglichen elektromagnetisch-gravitativen System einer Wechselwirkung mit einem Fremdsystem abspielt, sich nach verschiedenen Formen vollziehen, das heißt, der Übergang einer elektromagnetischen in eine gravitative Feldgröße erfolgt nach einem anderen Gesetz als der umgekehrte Prozeß und die vier Feldvektoren selbst wären allein durch Naturkonstanten und die Raumzeitkoordinaten darstellbar, weil die beiden komplexen Operatorgleichungen 66 für ${}^{*}\bar{T}$ in vier reelle Differentialgleichungen gespalten werden können, welche die vier Feldvektoren $\bar{\Gamma}$, $\bar{\mu}$, $\bar{E}$ und $\bar{H}$ als Unbekannte enthalten. Im zweiten Fall $P_{\pm} = P_{\mp}$ würde dagegen eine echte Korrelation zwischen den elektromagnetischen und gravitativen Feldgrößen des Systems vorliegen das heißt, bei der Wechselwirkung mit einem Fremdsystem $\bar{\xi}_{\pm} \neq \bar{o}$ ist die Korrelation zwischen den Feldgrößen des ursprünglichen Systems in beiden Richtungen gleich, also der Übergang von elektromagnetischen in gravitative Wirkungen bei dieser Korrelation genügt dem gleichen Gesetz wie der inverse Prozeß und die komplexe Differentialgleichung, welche durch $P_{\pm} = P_{\mp}$ bestimmt wird, spaltet in zwei reelle Differentialgleichungen, welche jeweils ein Paar von Feldgrößen durch das andere ausdrückt. Wenn auch ${}^{*}\bar{T}$ ein vollständig abgeschlossenes konservatives System ist, so kann ${}^{*}\bar{T}$ in den $R_{\pm 4}$ niemals quellenfrei sein, weil die gravitativ- materiellen Strukturen von ${}^{*}\bar{T}$ in den $R_{\pm 4}$ liegen, und durch $\bar{\xi}_{\pm} \neq \bar{o}$ korrespondieren. $\bar{\xi}_{\pm}$ der $R_{\pm 4}$-Strukturen muß dagegen im Fall des konservativen Korrespondenzsystems in den $R_{\mp 4}$ stets quellenfrei sein, so daß $P_{(\pm\,,\,\mp)}\,;\,{}^{*}\bar{T}_{\pm} = o$ den statisch stabilen Zustand aller korrelativen Feldgrößen des Systems ${}^{*}\bar{T}$ beschreibt. Durch die dpppelte Divergenzbildung und die Iteration des Feldtensors zu ${}^{*}\bar{T}$ bedingen das quadratische Auftreten der Mesofeldkorrelation und der übrigen Feldvektoren und die zweite

Ordnung der differentiellen Operatorwirkung.

Die vier in Gleichung 66 zusammengefaßten Operatorgleichungen verknüpfen die Komponenten $\bar{E}$ und $\bar{H}$ des elektromagnetischen Feldes mit dem zugehörigen Gravitationsfeldvktor $\bar{F}$ durch das Mesofeld $\bar{\mu}$, so daß die vier, durch Gleichung 66 beschriebenen, partiellen Differentialgleichungen 2. Ordnung über dem komplexen algebraischen Körper auch als quadratische Mesofeldgleichungen bezeichnet werden können Hierbei ist aber zu berücksichtigen, daß diese Mesofeldgleichungen nur approximativer Natur sein können, weil, wie schon erwähnt, die Gravitationsfeldniveaus zugleich Geschwindigkeitpotentiale sind, welche zwar latent wirken, aber trotzdem eine reelle, beziehungsweise komplexe Koordinatendrehung in den $R_{\pm 4}$ nach $\hat{B}$ beziehungsweise $\hat{\underline{B}}$ verursachen. Zur expliziten Darstellung dieser quadratischen komplexen Mesofeldgleichungen werden die Gleichungen 67 a und 67 b auf 66 angewendet. Zunächst folgt, mit 67 a für den hermiteschen, also energetisch relevanten Tensoranteil $o = P_{(\pm,\mp)} ; {}^{*}\bar{T}_{+} = \operatorname{div}\overline{\operatorname{div}}\ {}^{*}\bar{T}_{(3)}$

$+ (\partial/\partial \eta_{\pm 4} + \partial/\partial \eta_{\mp 4}) ; \operatorname{div} \bar{S} - \frac{\partial^2}{\partial \eta_{+4}\, \partial \eta_{-4}}\ \bar{q}^2$, wenn ${}^{*}\bar{T}_{(3)}$ der räumliche hermitesche Tensorabschnitt ist. Aus dieser Darstellung ergibt sich sofort die Identität $P_{\pm} = P_{\mp}$ hinsichtlich ${}^{*}\bar{T}_{+}$ das heißt, in Bezug auf den hermiteschen Tensor gilt eine quadratische Mesofeldgleichumg , welche eine eindeutige Beziehung zwischen den elektromagnetisch-materiellen (R_{-4}) und gravitativen (R_{+4}) Feldgrößen aufzeigt. Die Umformung dieser Operatorgleichung mit 67 a liefert wegen $\operatorname{div}\overline{\operatorname{div}}\ {}^{*}\bar{T}_{(3)} = \sum_{i,k=1}^{3} \frac{\partial^2}{\partial \eta_i\, \partial \eta_k} \cdot (w_i\ w_k - q_i\ q_k - \bar{w}^2\ \delta_{ik}) = 2\,\bar{w}\ \operatorname{grad}\operatorname{div}\bar{w} + (\operatorname{div}\bar{w})^2 -$

$- 2\,\bar{q}\ \operatorname{grad}\operatorname{div}\bar{q} - (\operatorname{div}\bar{q})^2 - \operatorname{div}\operatorname{grad}\bar{w}^2 + W ; (w-q)$, schließlich $2 \cdot (\bar{w}\ \operatorname{grad}\operatorname{div}\bar{w} - \bar{q}\ \operatorname{grad}\operatorname{div}\bar{q} + 1/2\,(\operatorname{div}\bar{w})^2 -$

$- 1/2\ (\operatorname{div}\bar{q})^2) - \operatorname{div}\operatorname{grad}\bar{w}^2 + 1/c\ (3/4 - i) \cdot \operatorname{div}\dot{\bar{S}} +$

$+ 3i/4c^2\ {}^{*}/\ t^2\ (\bar{q}^2) = W ; (q- w)$ mit der Kürzungsoperation

$\sum_{i,k=1}^{3} (\partial w_i/\partial \eta_k \cdot \partial w_k/\partial \eta_i - \partial q_i/\partial \eta_k \cdot \partial q_k/\partial \eta_i) = W ; (w-q)$

Diese Eindeutigkeit des Operators gilt nicht mehr in bezug auf ${}^{*}\bar{T}_{-}$; denn es ist, wenn 67 b verwendet wird $\overline{\operatorname{div}}_{\pm 4}\ {}^{*}\bar{T}_{-} = \operatorname{rot}\bar{\Phi} -$

$- \partial/\partial \eta_{\pm 4}\ \bar{\Phi} + \bar{e}_{\pm 4} \cdot \operatorname{div}\bar{\Phi}$ und daher $o = P_{(\mp,\pm)} ; {}^{*}\bar{T}_{-} =$

$= - \partial/\partial \eta_{\pm 4}\ \operatorname{div}\bar{\Phi} + \bar{e}_{\pm 4} \cdot \bar{e}_{\pm 4} \cdot \partial/\partial \eta_{\mp 4}\ \operatorname{div}\bar{\Phi}\ \operatorname{div}\dot{\bar{\Phi}}$

unabhängig davon, wie $\bar{e}_{\pm 4} \cdot \bar{e}_{\mp 4}$, also $t g \varphi_{\pm}$ beschaffen ist. In Bezug auf ${}^{*}\bar{T}_{-}$ ist also $P_{\pm} \neq P_{\mp}$, so daß in diesem energetisch nicht relevanten Anteil die quadratische Mesofeldgleichung keinen eindeutigen Zusammenhang der Feldgrößen zeigt. Der Quelle des räumlichen Matrizenabschnittes von ${}^{*}\bar{T}_{-}$ ist wegen $\overline{div}\ [T_{-ik}]_3 = rot\ \bar{\Phi}$ ein Wirbel und gemäß div rot = o im R_3 selbst quellenfrei. Aus div $\bar{\Phi}$ = o folgt dann unmittelbar div $\bar{p} \times (\bar{q}_{+} - i\,\bar{q}_{-}) =$ = const (t) oder gespalten div $\bar{p} \times \bar{q}_{+} = a$ und div $\bar{p} \times \bar{q}_{-} = b$, womit in der eineindeutigen quadratischen Form substituiert werden kann. Die Mesofeldgleichungen für ${}^{*}\bar{T}_{-}$ sagen also aus, daß die Vektorprodukte zwischen den gravitativen und den elektromagnetischen Feldgrößen im R_3 zeitlich konstante Skalardivergenzen haben. In der eineindeutigen Fassung ist div $\bar{S}$ = div $\bar{w} \times \bar{q}$ = A + i div $\bar{q}_{+} \times \bar{q}_{-}$, wenn mit den beiden konstanten Divergenzen substituiert wird. Damit folgt für die quadratischen Mesofeldgleichungen zweiter Ordnung, welche die Mesofeldkorrelationen zwischen den Feldvektoren approximativ beschreiben

$$2\,(\bar{w}\ \text{grad}\ \text{div}\ \bar{w} - \bar{q}\ \text{grad}\ \text{div}\ \bar{q}) +$$
$$+ \text{div}\,(\bar{w} - \bar{q}) \cdot \text{div}\,(\bar{w} - \bar{q}) + W\,;\,(w - q) - \text{div grad}\ \bar{w}^{2} +$$
$$+ (3/4\ i + 1) \cdot \partial/\partial t\ \text{div}\ \bar{q}_{+} \times \bar{q}_{-} + 3i/2c \cdot (\bar{q} \cdot \ddot{\bar{q}} + \dot{\bar{q}}^{2}) = o,$$
$$\text{div}\ \bar{p} \times \bar{q}_{\pm} = \text{const}\ (t)\ ,\ W\,;\,(w - q) =$$
$$= \sum_{i,k=1}^{3} (\partial w_i/\partial \eta_k \cdot \partial w_k/\partial \eta_i - \partial q_i/\partial \eta_k \cdot \partial q_k/\partial \eta_i) \ldots\ldots$$

.....68,

was jedoch nur im Fall hinreichend schwacher Feldgrößen und der räumlichen Kongruenz $R_{\pm 3} \equiv R_3$, also der Approximationsbedingung

$$R_{\pm 3} \equiv R_3\ ,\ \bar{e}_{\pm 4} \cdot \bar{e}_{\mp 4} \approx 1\ ,\ t g\ \varphi_{\pm} \approx o \quad \ldots\ldots\ldots\ 68a$$

gilt. Während der eineindeutige Teil von 68, also die in zwei reelle Gleichungen spaltbare partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung die eineindeutige Mesofeldkorrelation beschreibt, liefern die beiden räumlichen Divergenzen Zusatzbedingungen, so daß tatsächlich 68 neben der Mesofeldkorrelation auch die vier Feldvektoren als Strukturen der $R_{\pm 4}$ approximativ beschreibt. Typisch für dieses System quadratischer Mesofeldgleichungen ist die Tatsache, daß die Vektoren $\bar{\Gamma}$ und $\bar{\mu}$ niemals getrennt, sondern immer nur im einheitlichen Vektor $\bar{p}$ synthetisiert auftreten. $\bar{p}$ ist demnach ein gravitativer Feldvektor

dessen Verlauf $\bar{F}$ (makromar) durch $\bar{\mu}$ korrigiert wurde. Die Materiefeldquanten müssen weiterhin grundsätzlich so beschaffensein, daß die gravitativ-elektromagnetischen Korrelationen $\bar{p} \times \bar{q}_{\pm}$ zeitlich konstante räumliche Skalardivergenzen haben. Aus diesem Grunde kann Gleichung 68 tatsächlich dahin interpretiert werden, daß der in dieser Gleichung zum Ausdruck gebrachte Zusammenhang zwischen elektromagnetischen und gravitativen Feldvektoren so beschaffen ist, daß die Materiefeldquanten durch eine ständige Wechselbeziehung zwischen Gravitations- und Materiefeld beziehungsweise zwischen Gravitation und Elektromagnetismus definiert sind. Kommt es zu irgendwelchen Wechselwirkungen mit Fremdsystemen, so wird diese innere Korrelation gestört, was dazu führen muß, daß die gravitativen und elektromagnetischen Bestimmungsstücke sich in ein anderes Wechselwirkungsverhältnis einstellen, welches wiederum stabil sein muß und durch 68 beschrieben werden kann. Bei der Neueinstellung dieser Korrelation zwischen den gravitativen und elektromagnetischen Feldgrößen eines Systems auf Grund dieser dynamischen Korrespondenz mit einem Fremdsystem müssen offensichtlich die gravitativen und elektromagnetisch-materiellen Feldgrößen ineinander übergehen, was dazu führt, daß das Fremdsystem gravitativ oder elektromagnetisch beeinflußt wird. Diese Beeinflussung muß aber die elektromagnetisch-gravitative Korrelation des Fremdsystems verändern, was wiederum eine korrespondierende Rückwirkung auf das ursprüngliche System haben kann und so weiter. Wenn also zwei materielle Systeme in eine Wechselwirkung treten, so kommt es nur dann zu einer regelrechten Feldkorrespondenz, wenn die Systeme in einer gegenseitigen Dynamik ihrer, durch 68 beschriebenen, elektromagnetisch-gravitativen Korrelationen verändern. Der erste Anlaß zu dieser dynamischen Feldkorrespondenz kann eine elektromagnetische oder gravitative Wirkung sein, welche makromar nach dem elektromagnetischen Induktionsgesetz oder aber nach Gleichung 48 von einem System emittiert und vom anderen empfangen wird. Eine allgemeine Theorie von dynamischen Feldkorrespondenzen in der Somawelt setzt jedoch eine Präzisierung der approximativen quadratischen Mesofeldkorrelation 68 voraus, welche vom speziellen Koordinatensystem unabhängig ist.

Wegen der quadratischen Verknüpfung 68 aller Feldgrößen in einem unbekannten R_4 können auch die Beziehungen 59 und 55 nur approximativen Charakter tragen, das heißt, die vier Vektordivergenzen müssen sich gegenseitig korrigieren. Diese wechselseitige Korrektur muß dabei den linearen Charakter behalten. Jeder elktrischen Ladung kommt eine ponderable Masse zu, so daß lineare Verknüpfung der raum-

zeitlichen Ströme nur additiver Natur sein kann. Die Linearität selbst wird notwendig, weil sich unter Vernachlässigung der elektromagnetischen oder gravitativenFeldgrößen 25 a B II 4 oder 48 aus C ergeben muß. Dies bedeutet aber weiterhin, daß jeweils nur eine Vektordivergenz aus dem R_{+4} mit einer entsprechenden aus dem R_{-4} additiv kombiniert werden darf. Damit wird das ganze Problem der linearen Tensorsynthesis zweideutig, denn für die überhaupt möglichen Kombinationen ist nur $\bar{P}$ mit $\bar{P}_{(1)}$ und $\overline{div}_{-4}\ {}^{*}\bar{M}_{(-2)}$ mit $\bar{P}_{(2)}$ als Fall (1) beziehungsweise $\bar{P}$ mit $\bar{P}_{(2)}$ und $\overline{div}_{-4}\ {}^{*}\bar{M}_{(-2)}$ mit $\bar{P}_{(1)}$ als Fall (2) durchführbar. Beide Zweige der Kombination müssen analysiert werden, bis die eindeutige Entscheidung durch irgendein empirisches Ergebnis aus B getroffen werden kann. Zur Durchführung der Synthese kommt es zunächst darauf an, die Systeme 9 und 55 durch Multiplikation mit $\sqrt{\varepsilon_o}$ oder $\sqrt{\alpha}$ auf die gleiche Dimensionierung zu bringen. Für (1) ergibt sich dann $\bar{P}/\sqrt{\varepsilon_o} + \bar{P}_{(1)}\ \sqrt{\alpha} =$ $= \overline{div}_{-4}\ {}^{*}\bar{M}_{(-1)} \cdot \sqrt{\varepsilon_o} + \overline{div}_{+4}\ {}^{*}\bar{M}_{(+1)} \cdot \sqrt{\alpha}$, sowie $\bar{P}_{(2)} \cdot \sqrt{\alpha} = \overline{div}_{-4}\ {}^{*}\bar{M}_{(-2)} \cdot \sqrt{\varepsilon_o} + \overline{div}_{+4}\ {}^{*}\bar{M}_{(+2)}\ \sqrt{\alpha}$, während (2) durch $\bar{P}/\sqrt{\varepsilon_o} + \bar{P}_{(2)} \cdot \sqrt{\alpha} = \overline{div}_{-4}\ {}^{*}\bar{M}_{(-1)} \cdot \sqrt{\varepsilon_o} +$ $+ \overline{div}_{+4} \cdot {}^{*}\bar{M}_{(+2)} \cdot \sqrt{\alpha}$ und $\bar{P}_{(1)} \cdot \sqrt{\alpha} = \overline{div}_{-4}\ {}^{*}\bar{M}_{(-2)} \cdot \sqrt{\varepsilon_o} +$ $+ \overline{div}_{+4}\ {}^{*}\bar{M}_{(+1)} \cdot \sqrt{\alpha}$ gekennzeichnet wird. Mit 9 und 55 wird aus (1) nach Abspaltung der Zeitkoordinate $rot\ (\bar{H} \cdot \sqrt{\mu_o} + \bar{\mu} \cdot \sqrt{\beta}) -$ $- 1/c \cdot \partial/\partial t\ (\bar{E} \cdot \sqrt{\varepsilon_o} + 3/4\ \bar{g} \cdot \sqrt{\alpha}) = \varrho\ \bar{v}\ \sqrt{\mu_o} +$ $+ \sigma_o\ \bar{v}\ \sqrt{\beta} = (\varrho\ \sqrt{\mu_o} + \sigma_o\ \sqrt{\beta})\ \bar{v}$ und $rot\ (\bar{E}\ \sqrt{\varepsilon_o} + \bar{g}\ \sqrt{\alpha}) +$ $+ 1/c \cdot \partial/\partial t\ (\bar{H}\ \sqrt{\mu_o} - 3/4\ \bar{\mu}\ \sqrt{\beta}) = - \partial/\partial t\ d/d\bar{r}\ (m_o - m)\sqrt{\beta}$, sowie die Skalardivergenzen $div\ (i\ \bar{E}\ \sqrt{\varepsilon_o} + \bar{g}\ \sqrt{\alpha}) = i\ \varrho/\sqrt{\varepsilon_o} +$ $+ \sigma_o/\sqrt{\alpha}$ und $div\ (-i\ \bar{H}\ \sqrt{\mu_o} + \bar{\mu}\ \sqrt{\beta}) = (\sigma_o - \sigma)/\sqrt{\alpha}$. Da auf jeden Fall der R_3 reell ist, dekomponieren die komplexen Skalardivergenzen wieder in die separaten Formen $\varepsilon_o\ div\ \bar{E} = \varrho$ und $div\ \bar{H} = o$ der elektromagnetischen Induktion, sowie $\alpha\ div\ \bar{g} = \sigma_o$ und $div\ \bar{\mu} = \omega\ (\sigma_o - \sigma)$ des Gravitationsgesetzes 48.

Die Koppelung elektromagnetischer und gravitativer Feldgrößen erscheint in (1), also nur in den Rotorgesetzen, welche die partiellen Zeitdifferentiationen enthalten. Auch für (2) ergibt sich diese Separation, während in den Rotorbeziehungen die Feldvektoren vertauscht erscheinen. Es gilt für den zweiten Fall

$\mathrm{rot}\ (\bar{H}\sqrt{\mu_0} + \bar{g}\sqrt{\alpha}) - 1/c \cdot \partial/\partial t \cdot (\bar{E}\sqrt{\varepsilon_0} + 3/4\,\bar{\mu}\sqrt{\beta}) =$
$= \varrho\,\bar{v}/\sqrt{\varepsilon_0} - \partial/\partial t \cdot d/d\bar{F} \cdot (m_0 - m)\sqrt{\beta}$ und
$\mathrm{rot}\ (\bar{E}\sqrt{\varepsilon_0} + \bar{\mu}\sqrt{\beta}) + 1/c\ \partial/\partial t\ (\bar{H}\sqrt{\mu_0} - 3/4\,\bar{g}\sqrt{\alpha}) =$
$= \sigma_0\,\bar{v}\sqrt{\beta}$ mit den gleichen Skalardivergenzen $\varepsilon_0\ \mathrm{div}\ \bar{E} = \varrho$, $\mathrm{div}\ \bar{H} = 0$ und gravitativ $\alpha\ \mathrm{div}\ \bar{g} = \sigma_0$, sowie $\mathrm{div}\ \bar{\mu} = \omega\,(\sigma_0 - \sigma)$. Beide Fälle beschreiben elektromagnetisch-gravitative Induktionsgesetze für welche die Approximationsbedingung 68 a nicht erfüllt zu sein braucht, weil wegen des linearen Charakters der Zeitachsenkosinus $\bar{e}_{+4} \cdot \bar{e}_{-4}$ nicht auftritt und die Zeitkoordinate vom $R_3 = R_{\pm 3}$ abgespalten wurde. Die Wechselbeziehung zwischen den Feldgrößen müßte besonders deutlich dann erscheinen, wenn eine pomderable Masse ohne Ladungen stationär bewegt wird, denn dann gilt $\varrho = 0$, $\sigma_0 \neq 0$, $\bar{v} = \mathrm{const}$ und daher $\dot{\bar{E}} = \bar{0}$, sowie $\dot{\bar{H}} = \bar{0}$. Wird weiter angenommen, daß die gravitative Felstärke der homogenen und völlig isotropen ladungsfreien Masse hinreichend klein bleibt, dann kann immmer $\sigma_0 - \sigma \approx 0$ wegen der geringen Feldenergiedichte approximativ gesetzt werden. Als Folge der Isotropie ist $\sigma_0 = \mathrm{const}$ Wird weiter gefordert, daß die Masse nicht nur eine räumliche, sondern auch zeitlich konstante Dichte hat, so daß nicht nur die Massenbewegung, sondern auch der Massenzustand zeitlich stationär bleibt, dann muß approximativ $\dot{\bar{g}} \approx \bar{0}$ und $\dot{\bar{\mu}} \approx \bar{0}$ sein, was $\mathrm{rot}\ \bar{g} \approx \bar{0}$ und $\mathrm{rot}\ \bar{\mu} \approx \bar{0}$ zur Folge hat. Unter der Voraussetzung einer stationär bewegten isotropen, homogenen und in ihrer Dichte zeitlich konstanten Masse, welche keine elektrischen Ladungen trägt, und in der keine elektrischen Ströme fließen, gilt zunächst für die Divergenzen $\mathrm{div}\ \bar{E} = 0$, $\mathrm{div}\ \bar{H} = 0$, sowie $\alpha\ \mathrm{div}\ \bar{g} = \sigma_0$ und $\mathrm{div}\ \bar{\mu} \approx 0$ für hinreichend geringe gravitative Felddichten. Für die beiden Fälle nehmen die Rotorgesetze dagegen die Formen
$\mathrm{rot}\ \bar{H}\sqrt{\mu_0} \approx \bar{v}\,\sigma_0\sqrt{\beta}$, $\mathrm{rot}\ \bar{E} \approx \bar{0}$ als (1) und $\mathrm{rot}\ \bar{E}\sqrt{\varepsilon_0} \approx$
$\approx \sigma_0\,\bar{v}\sqrt{\beta}$, $\mathrm{rot}\ \bar{H} \approx \bar{0}$ als (2) an. Durch die Spezialisierung und Approximation wird das Problem der eindeutigen Entscheidung symmetrisch, so daß mit dem zweideutigen Vektor $(\bar{H}\sqrt{\mu_0}, \bar{E}\cdot\sqrt{\varepsilon_0}) = \bar{A}\sqrt{\beta}$ beide Fälle in der Form $\mathrm{rot}\ \bar{A} \approx \sigma_0\,\bar{v}$ integrierbar werden. Sind $\bar{\omega}$ und $\bar{w}$ die azimutalen beziehungsweise die hierzu orthogonale Winkelgeschwindigkeit, dann folgt nach einer Transforma-

tion der x_i des R_3 in Polarkoordinaten für $\bar{\Psi}$ = const. die Darstellung $\bar{v} = \dot{\bar{r}} + \bar{r} \quad (\bar{\omega} + \bar{w})$ durch einen translatorischen Anteil. Zur weiteren Vereinfachung soll σ_o nur eine Achsenrotation $\bar{w} \neq \bar{o}$ stationär durchführen, während $\dot{\bar{r}} = \bar{o}$ und $\bar{\omega} = \bar{o}$ sein soll. Dies bedeutet aber $\bar{r}$ = const., so daß gefordert werden darf, daß die rotierende Masse M das Volumen $4/3\ \pi\ r^3$ ausfüllt. Mit

$$\sigma_o = \frac{3M}{4\pi r^3} \text{ und } \bar{v} = \bar{r} \times \bar{w} \text{ wird also } \operatorname{rot} \bar{A} \approx \frac{3M}{4\pi r^3} \bar{r} \times \bar{w}.$$

Da voraussetzungsgemäß die gravitative Felddichte gering bleibt (was im allgemeinen auch bei makromaren Massen kosmischer Größenordnung erfüllt ist), kann $\varkappa M \approx - r^2 g$ mit $g \cdot \bar{r}/r = \bar{g}$ in sehr guter Näherung gesetzt werden. Dies bedeutet aber $\operatorname{rot} \bar{A} \approx -$

$$- \frac{3g}{4\pi \varkappa r} \bar{r} \times \bar{w} = \frac{3}{4\pi c \varkappa} \bar{w} \times \bar{g}.$$ Ist $d\bar{F}$ ein von $2\pi r$ begrenztes Element einer Meridianfläche, dann ist $\oint (\bar{w} \times \bar{g}, d\bar{F}) = o$, weil $\bar{w}$ die zeitliche Änderung des Längengrades ist. Die Integration längs einer solchen vom Meridian begrenzten Kreisfläche liefert also $4\pi \varkappa \int \operatorname{rot} \bar{A}\, d\bar{F} \approx 3 \int \bar{w} \times \bar{g}\, d\bar{F} = 3/2\ r^2 \cdot \int | \bar{w} \times \bar{g} |\, d\varphi$, wenn φ der Zentriwinkel ist. Nach dem Integrationsgesetz eines Feldrotors ist aber $\int \operatorname{rot} \bar{A}\, d\bar{F} = \oint \bar{A}\, d\bar{s} = \oint A_h\, d\,s = r \int A_h\, d\varphi$, wenn $d\,s = r\, d\varphi$ ein Meridianelement und A_h die zum Meridian parallele Horizontalintensität der betreffenden Feldgröße ist. Substitution liefert $8\pi \varkappa \int A_h\, d\varphi \approx$ $\approx 3r \int | \bar{w} \times \bar{g} |\, d\varphi$, oder nach Differentiation $8\pi \varkappa A_h \approx$ $\approx 3r\, | \bar{w} \times \bar{g} | = 3\, r\, w\, g \sin \vartheta = 3\, r\, w\, g \cdot$ $\cdot \sin(\pi/2 - \varphi) = - 3\, r\, w\, g \cos \varphi$, wenn ϑ die Poldistanz und φ der Breitengrad ist. Einsetzen von $\varkappa M = - r^2 g$ liefert dann als Lösung $A_h \approx 3/8\pi\ M \cdot w/r \cos \pi = 1/2\ r^2 \sigma_o w \cos \pi$, das heißt, die magnetische (1) oder elektrische (2) Horizontalintensität ist der halben Drehimpulsdichte und dem Cosinus des Breitengrades direkt proportional. Explizit gilt $(\bar{H}_h \sqrt{\mu_o}\ ,\ \bar{E}_h \sqrt{\varepsilon_o}\ ) \approx$ $\approx 1/2\ \sigma_o\ r^2\ w \sqrt{\beta} \cos \varphi$ und hieraus wird deutlich, daß meßbare Feldintensitäten wegen der außerordentlichen Kleinheit des Faktors $\sqrt{\beta}$ nur im Fall makromarer Massen kosmischer Größenordnung auftreten können. Tatsächlich wird nach 19 B II 4 eine dem Cosinus der geographischen Breite proportionale geomagnetische Horizontalintensität

empirisch nachgewieden, deren Verlauf durch (1) richtig wiedergegeben wird. Eine entsprechende elektrische Horizontalintensität müßte wegen $\varepsilon_o \ll \mu_o$ um mehrere Zehnerpotenzen stärker sein, doch kann ein solches Phänomen empirisch nicht festgestellt werden. Aus dieser Analyse folgt unmittelbar $H_h \cdot \sqrt{\mu_o} \approx 1/2 \cdot \sqrt{\beta}\ \sigma_o\ r^2 w \cos\varphi$, doch wird im Fall einer realen Substanz $2 H_t \sqrt{\mu_o} \approx \mu \sqrt{\beta}\ \sigma_o \cdot \cdot r^2\ w \cos\varphi$ gemessen, weil die natürliche Materie über eine magnetische Permeabilität $\mu \neq 1$ verfügt und daß gemäß (1) erregte Magnetfeld induktiv auf die rotierende Materie zurückwirkt. Die makromaren , nicht approximierten linearen Mesofeldgleichungen werden also eindeutig durch das System

$$\text{rot}\ (\bar{H}\sqrt{\mu_o} + \bar{\mu}\sqrt{\beta}) - 1/c \cdot \partial/\partial t\ (\bar{E}\sqrt{\varepsilon_o} + 3/4\ (\bar{\Gamma}\sqrt{\alpha} + \bar{\mu}\sqrt{\beta})) = (\varsigma\sqrt{\mu_o} + \varphi_o\sqrt{\beta})\,\bar{v}\ ,$$

$$\text{rot}\ (\bar{E}\sqrt{\varepsilon_o} + \bar{\Gamma}\sqrt{\alpha} + \bar{\mu}\sqrt{\beta}) + 1/c \cdot \partial/\partial t\ (\bar{H}\sqrt{\mu_o} - 3/4\ \bar{\mu}\sqrt{\beta}) = -\partial/\partial t\ d/d\bar{r}\ (m_o - m)\sqrt{\beta}\ ,\ \varepsilon_o\ \text{div}\ \bar{E} = \varsigma,$$

$$\alpha\ \text{div}\ \bar{\Gamma} = \sigma\ ,\ \text{div}\ \bar{H} = o\ ,\ \text{div}\ \bar{\mu} = \omega\ (\sigma_o - \sigma) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 69$$

zusammengefaßt, welches nicht nur 9 und 55 impliziert, sondern auch 19 und 25 aus B II 4 und 8 B II 2 richtig wiedergibt. Die Sonderfälle ponderabler, neutraler oder geladener Materie und imponderabler Photonen werden durch die Wahl von und σ_o bestimmt. Im Gegensatz zu 68 ist 69 nicht der Bedingung 68 a unterworfen, doch können die Quellen und Feldwirbel aus 68 mit 69 substituiert werden.

Allgemein beschreibt das System 69 einen Zusammenhang zwischen ponderabler Materie, elektrischer Ladung, sowie zwischen elektromagnetischen und gravitativen Wirkungsfeldern. Offensichtlich sind die Naturkonstanten ε_o , μ_o , α und β den Vektoren $\bar{E}$, $\bar{H}$, $\bar{\Gamma}$ und $\bar{\mu}$ koordiniert , so daß $\bar{A} \cdot \sqrt{a} = \underline{\bar{A}}$ zur Kürzung verwendet werden kann. Damit wird 69 zu $\text{rot}\ (\underline{\bar{H}} + \underline{\bar{\mu}}) - (\dot{\underline{\bar{E}}}/c + \dot{\underline{\bar{\Gamma}}}/\omega + \dot{\underline{\bar{\mu}}}/\omega) = (\varsigma\sqrt{\mu_o} + \sigma_o \cdot \sqrt{\beta})\cdot\bar{v}$, $\text{rot}\ (\underline{\bar{E}} + \underline{\bar{\Gamma}} + \underline{\bar{\mu}}) + \dot{\underline{\bar{H}}}/c - \dot{\underline{\bar{\mu}}}/\omega = \partial/\partial t\ d/d\bar{r}\ (m_o - m) \cdot \sqrt{\beta}$, $\sqrt{\varepsilon_o}\ \text{div}\ \underline{\bar{E}} = \varsigma$, $\sqrt{\alpha}\ \text{div}\ \underline{\bar{\Gamma}} = \sigma$, $\text{div}\ \underline{\bar{H}} = o$, $\text{div}\ \underline{\bar{\mu}} = \omega\ (\sigma_o - \sigma)\sqrt{\beta}$.

Dieser Zusammenhang beschreibt im Vakuum $\sigma_o = o$ und $\varsigma = o$ unmittelbar die Wechselbeziehung zwischen dem elektromagnetischen und

gravitativen Wirkungsfeld. Im Fall hinreichend schwacher Felder $\sigma \quad \sigma_o = o$ mit approximativ verschwindender Feldmasse kann diese gravitativ- elektromagnetische Wechselbeziehung explizit durch das Vakuumsystem $\text{rot}\ (\underline{\bar{H}} + \underline{\bar{\mu}}) - (\dot{\underline{\bar{E}}}/c + \dot{\underline{\bar{\Gamma}}}/\omega + \dot{\underline{\bar{\mu}}}/\omega) = \bar{o}$, $\text{rot}\ (\underline{\bar{E}} + \underline{\bar{\Gamma}} + \underline{\bar{\mu}}) + \dot{\underline{\bar{H}}}/c - \dot{\underline{\bar{\mu}}}/\omega = \bar{o}$, $\text{div}\ \underline{\bar{E}} = \text{div}\ \underline{\bar{H}} = \text{div}\ \underline{\bar{\Gamma}} = \text{div}\ \underline{\bar{\mu}} = o$ beschrieben werden. Die Separation von $\underline{\bar{E}}$ und $\underline{\bar{H}}$ in der Form $\text{rot}\ \underline{\bar{H}} - \dot{\underline{\bar{E}}}/c = -\text{rot}\ \underline{\bar{\mu}} + \dot{\underline{\bar{g}}}/\omega$ und $\text{rot}\ \underline{\bar{E}} + \dot{\underline{\bar{H}}}/c = -\text{rot}\ \underline{\bar{g}} + \dot{\underline{\bar{\mu}}}/\omega$ zeigt, daß $\underline{\bar{g}} = \underline{\bar{\Gamma}} + \underline{\bar{\mu}}$ der einheitliche Gravitationsfeldvektor ist, der über das Mesofeld $\underline{\bar{\mu}}$ an das elektromagnetische Feld gekoppelt ist, so daß dieses Mesofeld im Fall der elektromagnetisch- gravitativen Wechselbeziehung als Koppelungsfeld interpretiert werden muß. Zur weiteren expliziten Beschreibung dieser Koppelung wird von den approximierten Vakuumbeziehungen die erste skalar mit $\underline{\bar{E}} + \underline{\bar{g}}$ und die zweite skalar mit $\underline{\bar{H}} + \underline{\bar{\mu}}$ multipliziert und beide Beziehungen voneinander subtrahiert. Mit der Kürzung $Q/c = -\underline{\bar{E}}\ \text{rot}\ \underline{\bar{\mu}} + \underline{\bar{E}}\ \dot{\underline{\bar{g}}}/\omega + \underline{\bar{H}}\ \text{rot}\ \underline{\bar{g}} - \underline{\bar{H}}\ \dot{\underline{\bar{\mu}}}/\omega$ und $\underline{\bar{E}}\ \text{rot}\ \underline{\bar{H}} - \underline{\bar{H}}\ \text{rot}\ \underline{\bar{E}} - (\dot{\underline{\bar{E}}} \cdot \underline{\bar{E}} + \dot{\underline{\bar{H}}}\ \underline{\bar{H}}) \cdot 1/c = -\text{div}\ \underline{\bar{E}} \times \underline{\bar{H}} - \dot{\eta}/c = -(\text{div}\ \underline{\bar{E}} \times \underline{\bar{H}} + \dot{\eta}) \cdot 1/c$ wird $\text{div}\ \underline{\bar{E}} \times \underline{\bar{H}} = -Q + \dot{\eta}$, oder nach Gradientenbildung $\text{grad div}\ \underline{\bar{E}} \times \underline{\bar{H}} = -\text{grad}\ Q + \text{grad}\ \dot{\eta}$. Hierin ist offensichtlich $\dot{\underline{\bar{\xi}}}_p = -\text{grad}\ Q$ die zeitliche Änderung einer ponderomotorischen Kraftdichte, welche als Trägheitskraft erscheinen muß und wegen des Äquivalenzprinzips von Trägheit und Gravitation als gravitative Wirkung zu interpretieren ist. Allerdings erscheinen wegen der Darstellung von Q die gravitativen Feldgrößen multiplikativ an $\underline{\bar{E}}$ und $\underline{\bar{H}}$ gekoppelt. Der rein elektromagnetische, aber ponderomotorisch erscheinende Strahlungsdruck $\underline{\bar{\xi}}_e$ verursacht durch $\underline{\bar{E}} \times \underline{\bar{H}}$ wird beschrieben durch $\underline{\bar{\xi}}_e = \text{grad}\ \eta - \int \text{div grad}\ \underline{\bar{E}} \times \underline{\bar{H}} \cdot dt$ oder $\dot{\underline{\bar{\xi}}}_e = \text{grad}\ \dot{\eta} - \text{div grad}\ \underline{\bar{E}} \times \underline{\bar{H}}$, womit in $\text{grad div}\ \underline{\bar{E}} \times \underline{\bar{H}} = \dot{\underline{\bar{\xi}}}_p + \text{grad}\ \dot{\eta} = \dot{\underline{\bar{\xi}}}_p + \dot{\underline{\bar{\xi}}}_e + \text{div grad}\ \underline{\bar{E}} \times \underline{\bar{H}}$ wegen $\text{grad}\ \dot{\eta} = \dot{\underline{\bar{\xi}}}_e + \text{div grad}\ \underline{\bar{E}} \times \underline{\bar{H}}$ substituiert werden kann. Da im R_3 stets $\text{grad div} - \text{div grad} = \text{rot rot}$ ist, folgt $\dot{\underline{\bar{\xi}}}_e + \dot{\underline{\bar{\xi}}}_p = \text{grad div}\ \underline{\bar{E}} \times \underline{\bar{H}} - \text{div grad}\ \underline{\bar{E}} \times \underline{\bar{H}} = \text{rot rot}\ \underline{\bar{E}} \times \underline{\bar{H}}$. In dieser Operatorgleichung wird also die Summe von zwei Kraftdichte-

änderungen ausgedrückt durch rot rot $\bar{E} \times \bar{H}$. Während $\dot{\xi}_e$ den Strahlungsdruck beschreibt, kennzeichnet $\dot{\xi}_p$ einen gravitativen Vorgang, der als kontrabarisch bezeichnet werden soll, wenn dieser Gravitationsvorgang $\dot{\xi}_p \rightarrow (max)$ den Maximalwert erreicht. Für einen Festwert rot rot $\bar{E} \times \bar{H}$ = const ist dies in $\dot{\xi}_e + \dot{\xi}_p$ nur für $\dot{\xi}_e = \bar{o}$ möglich. Die Kontrabarie $\dot{\xi}_p$ = rot rot $\bar{E} \times \bar{H}$ wird also durch die kontrabarische Bedingung $\dot{\xi}_e = \bar{o}$ oder grad $\dot{\eta}$ - - div grad $\bar{E} \times \bar{H} = \bar{o}$ ermöglicht. Da stets rot grad = $\bar{o}$ ist und (rot $\times$ div grad)$_-$ = $\bar{o}$ kommutiert, wird durch Rotorbildung die kontrabarische Bedingung zu $\bar{o}$ = rot (grad $\dot{\eta}$ - - div grad $\bar{E} \times \bar{H}$) = - rot div grad $\bar{E} \times \bar{H}$ oder div grad rot $\bar{E} \times \bar{H} = \bar{o}$. Diese kontrabarische Bedingung gestattet eine Umformung der kontrabarischen Wirkung $\dot{\xi}_p$. Rotorbildung liefert rot $\dot{\xi}_p$ = rot rot rot $\bar{E} \times \bar{H}$ = rot (grad div - - div grad) ; $\bar{E} \times \bar{H}$ = - div grad rot $\bar{E} \times \bar{H} = \bar{o}$, das heißt, $\dot{\xi}_p$ ist gamäß rot $\dot{\xi}_p = \bar{o}$ wirbelfrei, was nur die Gradiententendarstellung $\dot{\xi}_p$ = grad $\dot{\varphi}$ als Ausdruck der kontrabarischen Bedingung zuläßt. Substitution liefert demnach als kontrabarisches Gleichungssystem die Operatorbeziehung grad $\dot{\varphi}$ = rot rot $\bar{E} \times \bar{H}$, wonach $\bar{E} \times \bar{H}$ zur zeitlichen Änderung eines ponderomotorischen Gradientenfeldes (Gravitationsprozeß) wird, wenn auf $\bar{E} \times \bar{H}$ der Feldrotor doppelt einwirkt.

Die inverse Separation von $\bar{\Gamma}$ und $\bar{\mu}$, also rot $\bar{\mu}$ - - $(\dot{\bar{\Gamma}} + \dot{\bar{\mu}})\ 1/\omega = \dot{\bar{E}}/c$ - rot $\bar{H}$ und rot $(\bar{\Gamma} + \bar{\mu}) - \dot{\bar{\mu}}/\omega$ = = - rot $\bar{E}$ - $\dot{\bar{H}}/c$ liefert in völliger Analogie - div $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$ - - $\dot{\varepsilon} = Q_e$ mit $\dot{\varepsilon} = \bar{\Gamma}\,\dot{\bar{\Gamma}} - \bar{\mu}\,\dot{\bar{\mu}}$, während Q_e die zu Q analoge elektromagnetische Größe ist. Die vektoranalytische Operatorentwicklung läuft der kontrabarischen Entwicklung völlig parallel. Ist ϕ das elektromagnetische Analogon zu φ , dann ergibt sich für ein elektromagnetisches Gradientenfeld das dynabarische Gleichungssystem grad $\dot{\phi}$ = rot rot $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$, wonach eine freie Gravitationswirkung $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$ in einen elektromagnetischen Prozeß ϕ transformierbar ist.

Da grad $\dot{\phi}$ ein elektromagnetischer Prozeß der Energiedichte ϕ

ist, muß ein Operator T existieren, derart, daß T ; grad $\dot{\phi}$ = = $\bar{E} \times \bar{H}$ zum elektromagnetischen Strahlungsfeld wird. Substitution mit der grad $\dot{\phi}$ -en Beziehung liefert den Ausdruck $\bar{E} \times \bar{H}$ = = T ; rot rot $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$, mit welchem in der kontrabarischen Beziehung gemäß grad ϕ = rot rot $\bar{E} \times \bar{H}$ = rot rot T ; rot rot $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$ substituiert werden kann. Da T und somit auch C = rot rot T ; rot rot von den elektromagnetischen Bestimmungsstücken abhängt, aber φ eine gravitative Energiedichte ist, beschreibt grad $\dot{\varphi}$ = C ; $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$ den Übergang von $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$ über ein elektromagnetisches System in die ponderomotorische Gradientenkraft eines gravitativen Systems, so daß grad $\dot{\phi}$ = C ; $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$ als telebarische Beziehung und C als telebarischer Operator bezeichnet werden kann.

Ganz analog muß ein Operator W existieren, welcher die gravitative Wirkung des kontrabarischen Vorganges gemäß $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$ = W ; grad $\dot{\phi}$ = W ; rot rot $\bar{E}$ $\bar{H}$ in eine Substitution für die dynabarische Beziehung transformiert, was zu grad $\dot{\phi}$ = rot rot W ; rot rot $\bar{E} \times \bar{H}$ = D ; $\bar{E} \times \bar{H}$ führt. Wegen W ; grad $\dot{\phi}$ = = $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$ hängt W und damit auch D = rot rot W ; rot rot nur von gravitativen Feldgrößen ab, so daß grad $\dot{\phi}$ = D ; $\bar{E} \times \bar{H}$ als telektronische Beziehung mit dem telektronischen Operator D $(\bar{\Gamma}, \bar{\mu})$ zeigt, daß jede elektromagnetische Zustandsänderung grad $\dot{\phi}$ eines elektromagnetischen Systems durch Emissionender Absorbtion von $\bar{E} \times \bar{H}$ nur über ein gravitatives Feldsystem eines telektronischen Operators gehen kann. Die aus 69 hergeleiteten Beziehungen von Kontrabarie , Dynabarie , Telebarie und Telektronik werden in der approximierten Form $\sigma \approx \sigma_o$ = o schwacher Felder im Vakuum ϱ = o beschrieben durch :

$\sigma \approx \sigma_o$ = o, = o , grad $\dot{\varphi}$ = rot rot $\bar{E} \times \bar{H}$,
grad $\dot{\phi}$ = rot rot $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$, grad $\dot{\varphi}$ = C ; $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$,
grad $\dot{\phi}$ = D ; $\bar{E} \times \bar{H}$, (C,D) = rot rot (T , W) ; rot rot ,
T $(\bar{E}$, $\bar{H})$; grad φ = $\bar{\Gamma} \times \bar{\mu}$, W $(\bar{\Gamma}$, $\bar{\mu})$; grad $\dot{\phi}$ =
= $\bar{E} \times \bar{H}$ ..... 69 a.

Ist der R_3 nicht leer, sondern gibt es ponderable Ladungsträger $\sigma_o \neq o$ mit $\varrho \neq o$ und $\sigma \neq o$, dann verschwinden die Divergenzen der Feldvektoren nicht mehr. Wegen div rot = o im R_3 folgt aus rot $(\underline{\bar{H}} + \underline{\bar{\mu}}) - (\underline{\dot{\bar{E}}}/c + \underline{\dot{\bar{\Gamma}}}/\omega + \underline{\dot{\bar{\mu}}}/\omega)$ =
= $(\varrho \sqrt{\mu_o} + \sigma_o \cdot \sqrt{\beta}) \cdot \bar{v}$ nach Divergenzbildung

$\operatorname{div}(\varrho\sqrt{\mu_0} + \sigma_0\sqrt{\beta})\cdot\bar{v} = -\operatorname{div}\dot{\bar{E}}/c - \operatorname{div}(\dot{\bar{\Gamma}} + \dot{\bar{\mu}})\cdot$
$\cdot\, 1/\omega = -(\dot{\varrho}\cdot\sqrt{\mu_0} + \dot{\sigma}\cdot\sqrt{\beta} + (\dot{\sigma}_0 - \dot{\sigma})\cdot\sqrt{\beta}) =$
$= -(\dot{\varrho}\sqrt{\mu_0} + \dot{\sigma}_0\cdot\sqrt{\beta})$ oder $0 = \dot{\varrho}\cdot\sqrt{\mu_0} + \dot{\sigma}_0\cdot\sqrt{\beta} +$
$+ \operatorname{div}(\varrho\sqrt{\mu_0} + \sigma_0\sqrt{\beta})\cdot\bar{v} = d/dt\,(\varrho\sqrt{\mu_0} + \sigma_0\cdot\sqrt{\beta})$,

was einer Kontinuitätsbeziehung elektrisch - gravitativer Ladungen entspricht. Zeitintegration liefert $\varrho\sqrt{\mu_0} + \sigma_0\sqrt{\beta} = a = \text{const}(t)$. Hierin kann als Dichte der allgemeinen elektrisch-gravitativen Ladung $dQ/dV = \varrho + \sigma_0\sqrt{\beta/\mu_0}$ eingeführt werden, was $dQ/dV\cdot\sqrt{\mu_0} = a$ liefert. Q ist offensichtlich eine der räumlichen Gravitationsfeldverteilung imanente Ladungsverteilung. Ist $\sigma' = dm/dV'$ eine Q äquivalente gravitative Vergleichsquelle, dann gilt auch $\sigma'\sqrt{\beta} = a$, wenn wegen des Vergleichs $\varrho' = 0$ gesetzt wird. Nach der Produktregel folgt durch Division beider Beziehungen $dQ/dm\cdot dV'/dV = \sqrt{\beta/\mu_0} = 1/2\sqrt{3R_+/R_-}$ oder $dQ/dm = 1/2\; dV/dV'\cdot\sqrt{3R_+/R_-}$. Wenn es gelingt dV/dV' aus den äquivalenten Niveauflächen F und F' des Vergleichs zu ermitteln, dann ist offensichtlich ein direkter Zusammenhang zwischen elektrischen und gravitativen Feldquellen hergestellt. Eine Divergenzbildung der zweiten Wirbelbeziehung aus 69 führt lediglich zur Quellenverteilung $\operatorname{div}\bar{\mu} = \omega(\sigma_0 - \sigma)$ zurück, weil grundsätzlich $\operatorname{div}\bar{H} = 0$ bleibt.

In der Beziehung $dQ/dm\cdot\sqrt{R_-/R_+} = 1/2\cdot\sqrt{3}\cdot dV/dV'$ sind V und V' Volumina, welche von den sphärischen Niveauflächen der Feldverteilungen Q und m begrenzt sind. Wegen der sphärischen Symmetrie gilt also $dV = 4\pi r^2\, dr$ und $dV' = 4\pi r'^2\cdot dr'$, also $dV/dV' = \dfrac{r^2\,dr}{r'^2\,dr'}$. Die Niveaus beider Feldstrukturen werden dagegen beschrieben durch $Q(r) = 4\pi\varepsilon_0\, U\cdot r$ und $\gamma m(r') = \psi\cdot r'$, wobei auf einer Niveaufläche jeweils $U = \text{const}(r)$ und $\psi = \text{const}(r')$ gilt. Variationen von Q und m liefern demnach auf derartigen Niveauflächen $dQ/dm = \left|\dfrac{Udr}{\psi dr'}\right| 4\pi\varepsilon_0\cdot\gamma =$
$= 1/2\sqrt{3R_+/R_-}\cdot\dfrac{r^2\,dr}{r'^2\,dr'}$, woraus das Verhältnis der Niveauflächen $r^2/r'^2 = 8\pi\varepsilon_0\cdot\gamma\cdot\sqrt{1/3\,R_-/R_+}\cdot U/\psi = \text{const}$ eliminiert werden kann. Wegen dieser Konstanz auf den Niveauflächen gilt $r \sim r'$ und daher $V \sim V'$, was $dV/dV' = V/V' = \text{const}$, beziehungsweise $dr/dr' = r/r' = \text{const}$ und damit auch

$dQ/dm = Q/m$ = const zur Folge hat. Weil $8\pi\,\varepsilon_o \cdot \gamma \cdot \sqrt{R_-/3R_+} = 1/4 \cdot \sqrt{\varepsilon_o/\alpha}$ und $U/\varphi \cdot \sqrt{\varepsilon_o/\alpha} = \sqrt{K/K'}$ einem Verhältnis von Wechselwirkungskräften entspricht, gilt $(2\,r/r')^2 = \sqrt{K/K'}$ oder $4 \cdot V/V' = r/r' \cdot \sqrt{K/K'}$. Zweifellos sind $K \cdot r = E$ und $K'\,r' = E'$ die Energien dieser Wechselbeziehungen, deren energetische Niveauflächendurchsätze $q \sim r\,E/V$ und $q' \sim r'\,E'/V'$ mit gleichen Proportionalitätsfaktor sind. Quadrierung von $4\,V/V' = r/r' \cdot \sqrt{K/K'}$ liefert $16\,(V/V')^2 = rE/r'E' = q/q' \cdot V/V'$, also $16\,V/V' = q/q'$. Der Energiedurchsatz einer Niveaufläche muß mit dem Normalenvektor dieser Fläche gleichorientiert sein, so daß $\bar{q} = \bar{r}_o \cdot q$ und $\bar{q}' = \bar{r}'_o \cdot q'$ gilt. Da $\bar{r} \parallel \bar{r}'$ is, muß auch $\bar{q} \parallel \bar{q}'$ sein. Bei dieser Energie handelt es sich aber bei $\bar{q}$ um ein mit c, aber bei $\bar{q}'$ um ein mit ω fortschreitendes Feld, so daß $\bar{q} \cdot c$ und $\bar{q}' \cdot \omega$ die Niveauflächendichten zeitlicher Energieflüsse sind, deren Zeitintegrale gemäß $\bar{\varkappa} = c \cdot \int \bar{q}\,dt$ und $\bar{\varkappa}' = \omega \cdot \int \bar{q}'\,dt$ ponderomotorische Kräfte dieser Energieflüsse darstellen, für welche ebenfalls $\bar{\varkappa} \parallel \bar{\varkappa}'$ gelten muß. Da immer $16\,V/V' = q/q'$ = const ist, muß neben $q \sim q'$ auch $\bar{\varkappa} \sim \bar{\varkappa}'$ sein. Werden die Dichten dieser beiden Kräfte auf das Volumen des Q - Systems bezogen, dann gilt $\bar{\xi} = d\bar{\varkappa}/dV$ und $\bar{\xi}' = d\bar{\varkappa}'/dV$, sowie $\bar{\xi} \sim \bar{\xi}'$ und auch $\dot{\bar{\xi}} \sim \dot{\bar{\xi}}'$. Da es sich bei diesen beiden Größen wiederum um eine Feldwechselbeziehung gravitativ-elektromagnetischen Art handeln muß, kann immer $\dot{\bar{\xi}} = \operatorname{grad}\phi$ und $\dot{\bar{\xi}}' = \operatorname{grad}\varphi$ erreicht werden, so daß das System 69 a anwendbar ist. Nach der telektronischen Beziehung gilt $\dot{\bar{\xi}} = \operatorname{grad}\phi = \operatorname{rot}\operatorname{rot} W\,;\ \operatorname{rot}\operatorname{rot}\bar{E} \times \bar{H}$ und hierin kann wegen $\dot{\bar{\xi}}' = \operatorname{grad}\varphi$ mit der kontrabarischen Beziehung $\dot{\bar{\xi}}' = \operatorname{rot}\operatorname{rot}\bar{E} \times \bar{H}$ zu $\dot{\bar{\xi}} = \operatorname{rot}\operatorname{rot} W\,;\ \dot{\bar{\xi}}'$ substituiert werden. Wegen $\dot{\bar{\xi}} \sim \dot{\bar{\xi}}'$ muß daher auch $\operatorname{rot}\operatorname{rot} W\,;\ \dot{\bar{\xi}}' = A\,\dot{\bar{\xi}}'$ sein, wenn A ein Proportionalitätsfaktor ist. rot rot W beschreibt einen nichtdimensionierten Operator, welcher ein Wirbelfeld darstellt. Es muß also auch $\operatorname{rot}\operatorname{rot} W\,;\ \dot{\bar{\xi}}'$ dem Azimut α und dem Höhenwinkel ϑ in den Intervallen $o \leq \alpha \leq 2\pi$ und $o \leq \vartheta \leq \pi$ auf einer Niveaufläche direkt proportional sein, weil $\dot{\bar{\xi}}' = \text{const.}\,(\alpha, \vartheta)$ beschreiben muß, was nur durch $\operatorname{rot}\operatorname{rot} W\,;\ \dot{\bar{\xi}}' \sim \alpha \cdot \vartheta\,\dot{\bar{\xi}}'$ erreicht werden kann. Vergleich mit $\operatorname{rot}\operatorname{rot} W\,;\ \dot{\bar{\xi}}' = A\,\dot{\bar{\xi}}'$ liefert für A als einzige Möglichkeit $A = a \cdot \alpha \cdot \vartheta$, wobei a ein noch unbekannte

Zahlfaktor ist. Einsetzen von rot rot W ; $\dot{\xi}' = a\,\alpha\,\vartheta\,\dot{\xi}'$ in $\dot{\xi} =$ rot rot W ; $\dot{\xi}'$ liefert dann $\dot{\xi} = a\,\alpha\,\vartheta\,\dot{\xi}' \sim \dot{\xi}'$, was was partiell nach α und ϑ differenzierbar ist. Wegen der Vertauschbarkeit der Differentiationen ergibt sich mit der Kürzung $\bar{\chi} = \frac{\partial^2 \bar{\varkappa}}{\partial\alpha\partial\vartheta}$ die räumlich integrierbare Form $d\bar{\varkappa}/dV = a\,\dot{\xi}'$ oder integriert $\dot{\bar{\varkappa}} = a\,\dot{\bar{\varkappa}}' + \bar{B}$. Für V = o ist offensichtlich immer $\dot{\bar{\varkappa}}(o) = \dot{\bar{\varkappa}}'(o) = \bar{o}$, was $\bar{B} = \bar{o}$ festlegt. Ganz entsprechend muß auch $\bar{\varkappa}(t = o) = \bar{\varkappa}'(t = o) = \bar{o}$ folgen, so daß aus $\dot{\bar{\varkappa}} = a\,\dot{\bar{\varkappa}}'$ nach Zeitintegration $\bar{\varkappa} = a\,\bar{\varkappa}'$ wird. In dieser Beziehung beschreibt $\bar{\chi}$ die partielle Änderung der durch den elektromagnetischen Energiefluß (in der räumlichen Gravitationsfeldverteilung) verursachten Kraft mit Azimut-und Höhenwinkel, während $\bar{\varkappa}'$ die Kraftwirkung des gravitativen Energieflusses in der gleichen Feldverteilung ist. Da $\dot{\xi}' = \text{const}(\alpha, \vartheta)$ ist, muß auch $\bar{\varkappa}' = \text{const}(\alpha, \vartheta)$ sein, so daß $\bar{\varkappa} = a\,\bar{\varkappa}'$ längs der Intervalle von α und ϑ gemäß $\bar{\varkappa} = a \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \bar{\varkappa}'\, d\alpha\, d\vartheta =$ $= 2\pi^2 a\,\bar{\varkappa}'$ integrierbar ist. Einsetzen der Zeitintegrale $\bar{\varkappa} = \int \bar{q}\, c\, dt$ und $\bar{\varkappa}' = \int \bar{q}'\, \omega\, dt$ mit anschließender Zeitdifferentation liefert dann $\bar{q}\, c = 2\pi^2 a\,\bar{q}\,\omega$. Berücksichtigung von $\bar{q} \parallel \bar{q}'$ und $3\omega = 4c$ liefert $3\,q/q' = 8\pi^2 a$ als Substitution in V/V'. Einsetzen in $16\,V/V' = Q/q'$ ergibt also $V/V' = a \cdot \pi^2/6$, womit wiederum in $Q/m \cdot \sqrt{R_-/R_+} = 1/2 \cdot \sqrt{3} \cdot V/V'$ substituiert werden kann. Diese Substitution ergibt also das einfache Theorem $Q/m \cdot \sqrt{R_-/R_+} = a \cdot \frac{\pi^2 \cdot \sqrt{3}}{12} = a\pi^2/4\cdot\sqrt{3}$ oder

$$4\,Q\,\sqrt{3R_-} = a\,\pi^2\,m\,\sqrt{R_+} \qquad \text{69b.}$$

In dieser Beziehung wird also eine feldartige elektrische Ladungsverteilung Q von latentem Charakter innerhalb einer räumlichen Gravitationsfeldverteilung unmittelbar durch die gravitative Feldquelle m ausgedrückt. Es liegt die Vermutung nahe, daß 69 b der tiefere Hintergrund für die aus 69 hergeleitete Proportionalität zwischen magnetischer Horizontalintensität H_h Drehimpulsdichte, $\eta = mr^2\Omega/V = 3m\Omega/4\pi r$ und cos φ des Breitengrades φ in der Form $H_h \sim \eta \cos\varphi$ einer mit Ω rotierenden kugelförmigen (r) Masse m ohne elektrische Ladungs- und Feldverteilung ist.

Nach dieser eindeutigen Linearisierung 69 erscheint wiederum

das Problem einer Synthese der $R_{\pm 4}$ zum R_4 ; denn sowohl 68 als auch 69 sind durch eine Trennung der Zeitkoordinate vom R_3 gekennzeichnet. Tatsächlich ist aber der R_{+4} das Tensorium gravitativer und der R_{-4} das jenige elektromagnetisch-materieller Prozesse, welche aber nach 68 und 69 stets miteinander korrelieren, so daß ein einheitlicher R_4 existent sein muß. Eine allgemeine Koordinatentransformation zwischen den $R_{\pm 4}$ über dem gleichen algebraischen Körper ist nicht möglich, doch kann eine nichteuklidische Strukturesynthesis der Somawelt versucht werden, welche eine koordinatenunabhängige Präzisierung der in Gleichung 68 zusammengefaßten Mesofeldgleichungen ermöglicht. Dies wiederum würde als Mesofeldtheorie eine elektromagnetisch-gravitative Korrelationstheorie und damit eine allgemeine Wechselwirkungstheorie der Materiefeldquanten gestatten, wenn zuvor noch eine quantendynamische Fassung der strukturellen Meso feldgleichungen ermöglicht werden kann.

Kapitel IV

DIE MESOBARISCHE STRUKTURSYNTHESIS

1.) Der mesobarische Korrelationstensor.

Mit 69 können die Quellen und Feldwirbel in 68 substituiert werden. Auf diese Weise entstehen vier in den Feldgrößen quadratische Differentialgleichungen, welche die vier Feldvektoren als Raumzeitstrukturen durch die Koordinaten des R_3, t, sowie die Quellen σ_o, σ und ς ausdrücken. Die Raumzeitstruktur selber muß dabei durch diese Quellen versursacht werden. Zwar besteht die Möglichkeit $\sigma_o = o$ und $\varsigma = o$, doch ist immer $\sigma \neq o$, wenn überhaupt ein Feldzustand definiert ist. Nach 10 entspricht aber σ immer der Dichte freier Feldenergie, so daß die vier Feldvektoren nur verschiedene Strukturzustände dieser einheitlichen Feldenergie sein können, welche entweder als $\bar{\Gamma}$ und $\bar{\mu}$ im R_{+4} oder als $\bar{E}$ und $\bar{H}$ im R_{-4} definiert sind. Wegen der Paarbildung ponderabler Feldquanten aus Imponderablen, muß angenommen werden, daß auch σ_o und ς solche durch σ bestimmte Strukturzustände im R_{-4} sind, was durch 69 b verifiziert ist. In den $R_{\pm 4}$ sind also jeweils spezielle Zustände der einheitlichen Raumzeitstruktur als Feldgrößen gegeben, welche aber stets miteinander korrelieren. Das gesamte einheitliche Strukturfeld kann jedoch nur in einem Korrelationsbereich R_4 beschrieben werden, welcher die $R_{\pm 4}$ als euklidische Somawelten impliziert. Diese eigentliche Somawelt R_4 könnte auch als mesobarischer Korrelationsbereich bezeichnet werden, weil hier Korrelation gravitativer und elektromagnetisch-materieller Feldzustände erfolgt. Die Strukturesynthesis zum R_4 muß also zu einer einheitlichen Strukturtheorie aller überhaupt möglichen Feldzustände führen.

Ein durch ein Gravitationsfeld definiertes Materiefeldquant des $R_{\pm 3}$ ist hinsichtlich des Materiefeldes im komplexen R_{-4} und

hinsichtlich seines Gravitationsfeldes im reellen R_{+4} beschrieben und muß in Bezug auf seine in den $R_{\pm 4}$ liegenden Bestimmungsstücke gegen $\hat{A}_{\pm}$, aber hinsichtlich seines einheitlichen Korrelationssystems im R_4 ($R_{\pm 4}$) gegenn $\hat{B}$ invariant sein. Diese Invarianz bezieht sich jedoch nur auf gleichberechtigte Inertialsysteme. Da $\hat{B}$ unitär ist, könnte daraus geschlossen werden, daß aber der noch unbekannte R_4 algebraisch komplexer Natur ist. Zur Beschreibung der Korrelation zwischen diesen Materie- und Gravitationsfeldanteilen des Quants werden zwei raumzeitliche Koordinatensysteme in den $R_{\pm 4}$ notwendig, die aber niemals zur Deckung gebracht werden können, weil die Niveauflächen eines Gravitationsfeldes Geschwindigkeitspotentiale darstellen und diese Geschwindigkeiten nach $\hat{B}$ komplexe Koordinatendrehungen φ verursachen. Die Koordinaten in den $R_{\pm 4}$ sind demnach gegeneinander verdreht, so daß $(\bar{e}_{\pm i} \cdot \bar{e}_{\mp k})_4 \neq \hat{E}$ kein normiertes Orthogonalsystem mehr ist. Es besteht jedoch die Möglichkeit ein cartesisches Koordinatensystem zu verwenden, auf welches eine nichteuklidisch deformierte raumzeitliche Somawelt bezogen wird. In diesem Fall wäre wegen des nichteuklidischen Charakters zwischen ko- und kontravarianten Koordinaten x_i beziehungsweise $x^{\pm i}$ zu unterscheiden. Da alle Größen auf diese cartesischen Koordinaten bezogen werden sollen, sind die Feldgrößen aus Gleichung 68 Funktionen der $x^{\pm i}$. Stets müssen die x_k des R_3 reell zählen, doch ist $\hat{B}$ unitär, und diese Unitarität äußert sich nur in der zeitlichen Matrizenränderung, nicht aber im räumlichen Abschnitt. Hieraus wäre zu schließen, daß für $x_4 \neq 0$ stets $\mathrm{Im}\, x_4 \neq 0$ bleibt, das heißt, die unbekannte Zeitdimension des R_4 kann nur komplex oder imaginär, in keinem Fall aber reell zählen. Für das algebraische Verhalten der R_4 - Koordinaten muß also $x_k = x_k^{\times}$ mit $1 \leq k \leq 3$ des R_3 aber $x_4 \neq x_4^{\times}$ gefordert werden. Die Mesofeldgleichungen 68 gelten nur, wenn die ganz speziellen Koordinaten $\bar{\eta}_{\pm k} = \bar{e}_{\pm k} \cdot \eta_{\pm k}$ verwendet werden und wenn der Korrelationsbereich zwischen den $R_{\pm 4}$ durch ein normiertes Orthogonalsystem $\bar{e}_{\pm i} \cdot \bar{e}_{\mp k} \approx \delta_{ik}$ nach 68 a approximiert werden kann. Tatsächlich ist aber die Somawelt R_4 der eigentliche Korrelationsbereich, welcher die Wechselbeziehungen zwischen den

Strukturen der $R_{\pm 4}$ vermittelt, so daß 68 unter der Voraussetzung 68 a nicht zur einheitlichen Beschreibung des durch $\sigma \neq o$ bedingten Strukturzustandes des R_4 ausreicht. Exakt ist aber $(\bar{e}_{\pm i} \cdot \bar{e}_{\pm k})_4 = \hat{\alpha} \neq \hat{E}$ im Gegensatz zu 68 a und die phänomenologischen Feldgrößen sind Fuktionen der cartesischen kontravarianten Koordinaten $x^i_{\pm}$, welche im Korrelationsbereich R_4 der beiden Somawelten $R_{\pm 4}$ aufgespannt sind. Damit sind aber auch die Elemente von $\hat{\alpha}$ und die $\eta_{\pm k}$ Funktionen dieser Koordinaten. Die Metrik $d s^2$ des R_4 wird dann im Gegensatz zur Metrik $d s^2_{\pm} = \sum_{k=1}^{4} d\eta^2_{\pm k}$ des $R_{\pm 4}$ durch eine quadratische Form bestimmt, welche sowohl im R_{+4} als auch im R_{-4} gilt. Die einzig mögliche Form einer Metrik des Korrelationsbereichs R_4, die also sowohl im R_{+4} als auch im R_{-4} existiert und dabei doch eine homogenquadratische Form bleibt, ist das Quadrat des geometrischen Mittels der beiden Differentiale $d \bar{s}_{\pm}$ nämlich $d s^2 = d \bar{s}_+ \, d \bar{s}_-$ mit $d \bar{s}_+ = \sum_{k=1}^{4} d \bar{\eta}_{\pm k}$.

Es ist $d s^2 = \sum_{l,m=1}^{4} d \bar{\eta}_{+l} \, d \bar{\eta}_{-m} = \sum_{l,m=1}^{4} \alpha_{l,m} \cdot d \eta_{+l} \cdot d \eta_{-m}$ und hierin wird wegen $\eta_{\pm j} \, (x^i_{\pm})^4_1$ allgemein $d \eta_{\pm j} = \sum_{i=1}^{4} \frac{\partial \eta_{\pm j}}{\partial x^i_{\pm}} \, d x^i_{\pm}$, was eingesetzt $d s^2 =$

$$= \sum_{l,m=1}^{4} \sum_{i,k=1}^{4} \alpha_{l,m} \frac{\partial \eta_{+l}}{x^i_{\pm}} \frac{\eta_{-m}}{x^k_{\pm}} \cdot d x^i_{\pm} \, d x^k_{\pm} =$$

$$= \sum_{i,k=1}^{4} g_{ik} \cdot d x^i_{\pm} \cdot d x^k_{\pm} \quad \text{mit} \quad g_{ik} = \sum_{l,m=1}^{4} \alpha_{l,m} \cdot \frac{\partial \eta_{+l}}{x^i_{\pm}} \frac{\eta_{-m}}{x^k_{\pm}}$$

ergibt. Die $g_{i,k} = g_{i,k} \, (x^l_{\pm})^4_1$ bilden demnach ein metrisches Korrelationsfeld, das heißt, die Metrik im R_4 ist wegen $g_{ik} \neq \delta_{i,k}$ nicht euklidisch. Zur Kürzung wird

$\sum_{i,k=1}^{4} A_{ik} \cdot x^i_{\pm} \, x^k_{\pm} = A_{i,k} \, x^i_{\pm} \, x^k_{\pm}$ eingeführt; denn immer wenn in einem Produkt ein Index zweimal (ko- und kontravariant) auftritt, wird über diesem Index die Summe der vier Dimensionen des R_4

gebildet. Liegt eine andere Summationsgrenze als 4 vor, so soll das Summationszeichen verwendet werden. Die Metrik des Korrelationsbereiches kann demnach in die Form $d s^2 = g_{i,k}\, dx^{\underline{i}}\, d x^{\underline{k}}$ gebracht werden, worin nur für $\hat{\alpha} \to \hat{E}$ im Fall der speziellen Koordinatenwahl geodätischer Koordinaten die $g_{i,k} \sim \delta_{i,k}$ werden. Im allgemeinen ist aber diese Forderung nur eine Approximation; denn wegen der Natur eines jeden, ein Materiefeldquant definierenden Gravitationsfeldes als Niveauflächen Geschwindigkeitspotentiale zu haben und wegen der Eigenschaft von B, daß diese Geschwindigkeitspotentiale komplexe Koordinatendrehungen der $R_{\pm 4}$ verursachen, sind grundsätzlich die $g_{i,k} \neq \delta_{i,k}$ und außerdem funktional von den kartesischen $x^{\underline{1}}$ des Korrelationsbereiches R_4 abhängig. Da alle mit $d s^2$ verträglichen Koordinatentransformationen der $x^{\underline{i}}$ zu quadratischen Formen der Art $g_{i,k} \cdot d x^{\underline{i}} \cdot d x^{\underline{k}}$ führen, bilden die metrischen Koeffizienten $g_{i,k}$ des Korrelationsbereiches die Komponenten eines metrischen Fundamentaltensors $^{2}\bar{g}$, der als mesobarischer Korrelationstensor bezeichnet werden soll; denn die metrische Struktur $^{2}\bar{g}$ des R_4 wird durch die Korrelation der gravitativen und elektromagnetischen Strukturen der $R_{\pm 4}$, nämlich die phänomenologischen Feldgrößen bestimmt. In einem gravitativ-materiellen System, dessen dreidimensionale Projektion nicht nur im R_{-4} (elektromagnetisch) sondern auch im R_{+4} (gravitativ) hängt, erfolgt die Korrelation zwischen der gravitativen und elektromagnetischen Struktur in einem nichteuklidischen Korrelationsbereich desssen metrischer Fundamentaltensor teils durch elektro magnetische und teils durch gravitative Strukturgrößen bestimmt wird. Dieser mesobarische Tensor $^{2}\bar{g}$ vermittelt also die Korrelation, welche durch die approximierten Mesofeldgleichungen 68 und die Linearform 69 angedeutet wird und zwar derart, daß diese Gleichungen nur für $^{2}\bar{g} = {}^{2}\bar{E}$ exakt gelten. Die Problemstellung lautet also: Eine mesobarische Strukturs ynthesis der Somawelt ist mit $^{2}\bar{g} \neq {}^{2}\bar{E}$ so durchzuführen, daß ein System tensorieller Differentialgleichungen für die Komponenten von $^{2}\bar{g}$ entsteht, welches eine einheitliche Beschreibung aller Feldzustände und ihrer Korrelationen als Strukturzustände des R_4 beschreibt. Dieser tensorielle Formalismus ist schließlich so zu fassen, daß er dem allgemeinen Quantisierungsprinzip unterworfen und seine Gültigkeit in den mikromaren Bereich erstreckt werden kann. Zuvor ist jedoch eine Symmetrieuntersuchung erforderlich. Zwar ist definitionsgemäß $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}^{\times}$ wegen der Kommutati-

vität skalarer Produkte symmetrisch, doch bleibt

$$\sum_{l,m=1}^{4} \alpha_{l,m} \, \partial\eta_{+l}/\partial x_{\pm}^{i} \cdot \partial\eta_{-m}/\partial x_{\pm}^{k} \neq \sum_{l,m=1}^{4} \alpha_{l,m} \cdot \partial\eta_{+l}/\partial x_{\pm}^{k} \cdot \partial\eta_{-m}/\partial x_{\pm}^{i} \, ,$$

was $g_{i,k} \neq g_{k,i}$, also ${}^{2}\bar{g} \neq {}^{2}\bar{g}^{\times}$ zur Folge hat. Wegen des Tensorcharakters von ${}^{2}\bar{g}$ ermöglicht dies aber die Spaltung ${}^{2}\bar{g} = {}^{2}\bar{g}_{+} + {}^{2}\bar{g}_{-}$ in einen hermiteschen Anteil ${}^{2}\bar{g}_{+} = {}^{2}\bar{g}_{+}^{\times}$ und einen antihermiteschen Anteil ${}^{2}\bar{g}_{-} = - {}^{2}\bar{g}_{-}^{\times}$. In der Metrik, also der homogenquadratischen Differentialform müssen sich die antihermiteschen Terme wegen der Summation kompensieren. Auch zeigt die Entstehung dieser Metrik, daß der Fundamentaltensor ${}^{2}\bar{g} \; (x_{\pm}^{k})_{1}^{4}$ von den Koordinaten des Argumentbereiches R_4 abhängt und somit ein raumzeitliches Tensorfeld ist. Dieser Sachverhalt wird beschrieben durch

$$d s^{2} = g_{+i,k} \, d x_{\pm}^{i} \, d x_{\pm}^{k} = \sum_{i,k=1}^{4} g_{+ik} \, d x_{\pm}^{i} \, d x_{\pm}^{k} \, ,$$

$${}^{2}\bar{g} \; (x_{\pm}^{k})_{1}^{4} = {}^{2}\bar{g}_{+} + {}^{2}\bar{g}_{-} \neq {}^{2}\bar{g}^{\times} \, , \quad x_j = x_j^{\times} \, ,$$

$$1 \leq j \leq 3 \, , \quad x_4 \neq x_4^{\times} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 70.$$

Wegen der Relativität zwischen Ko- und Kontravarianz kann man auch von den Transformationen $\eta_{\pm k} \; (x_i)_{1}^{4}$ ausgehen, was zu den kontravarianten Tensorkomponenten

$$g^{\underline{ik}} = \sum_{l,m=1}^{4} \alpha_{l,m} \, \partial\eta_{+l}/\partial x_i \cdot \partial\eta_{-m}/\partial x_k$$

und zur Metrik $d s^{2} = g^{\underline{ik}} \, d x_i \, d x_k$ führt. Auch für die kontravarianten Komponenten gilt $g^{\underline{ik}} \neq g^{\underline{ki}}$, also $g^{\underline{ik}} = g_{+}^{\underline{ik}} + g_{-}^{\underline{ik}}$ und $d s^{2} = g_{+}^{\underline{ik}} \, d x_i \cdot d x_k$ wegen $g_{-}^{\underline{ik}} = - g_{-}^{\underline{ki}}$. Es bleibt eine Frage der Zweckmäßigkeit, ob die ko- oder kontravariante Form von ${}^{2}\bar{g}$ verwendet wird. Es kommt darauf an, die mesobarische Korrelation durch dieses metrische Feld zu beschreiben. Aus Gleichung 70 geht hervor, daß die Abweichung der durch ${}^{2}\bar{g}$ bestimmten natürlichen Metrik des Korrelationsbereiches R_4 von einem euklidischen Bereich durch den Unterschied zwischen ${}^{2}\bar{g}$ und dem Einheitstensor bedingt wird. Die allgemeine mesobarische Korrelationsmetrik ist wegen ${}^{2}\bar{g} \neq {}^{2}\bar{g}^{\times}$ nicht hermitesch. Erst für ${}^{2}\bar{g} = {}^{2}\bar{o}$ kennzeichnet ${}^{2}\bar{g} = {}^{2}\bar{g}_{+}$

ein hermitesches beziehungsweise symmetrisches Feld einer Riemann' - schen Metrik und diese Metrik wird nach weiterer Approximation ${}^{*}\bar{g}_{+} = [\lambda_i \delta_{ik}]_4 = \text{const.}$ zu einer elliptischen, parabolischen oder hyperbolischen Metrik, welche im indefiniten Fall $\lambda_i = +1$, $\lambda_k = -1$ pseudoeuklidisch und im positiv- oder negativdefiniten Fall euklidisch wird. Ein euklidischer R_4 liegt also für ${}^{*}\bar{g} = {}^{*}\bar{E}$ vor. Die $R_{\pm 4}$ der gravitativen und elektromagnetischen Strukturen bilden also eine euklidische und eine pseudoeuklidische Somawelt, welche die korrelative Somawelt R_4 tangieren. Von jedem Berührungspunkt einer solchen Tangentialwelt mit der R_4 geht also ein Büschel von Richtungslinien aus, welches zu einem Büschel von Raumzeitvektoren im R_4 gehören. In den beiden Tangentialwelten $R_{\pm 4}$ gilt demnach für die homogen-linearen Koordinatentransformationen nach Art von $\hat{\underline{A}}_{\pm}$ beziehungsweise $\hat{\underline{B}}$ im Fall ko- oder kontravarianter Koordinatensysteme C und C' , wenn die Summationsregel zur Kürzung verwendet wird: $x'^{\underline{i}} = \beta^{\underline{i}}_{\underline{m}} x^{\underline{m}}$, $x^{\underline{m}} = \alpha^{\underline{m}}_{\underline{i}} x'^{\underline{i}}$ und kovariant $x_k = \beta^{\underline{l}}_{\underline{k}} x'_l$ beziehungsweise $x'_l = \alpha^{\underline{k}}_{\underline{l}} x_k$, wobei für die konstanten gemischtvarianten Coëffizienten $\alpha^{\underline{m}}_{\underline{i}} = \text{const.}$ und $\beta^{\underline{l}}_{\underline{m}} = \text{const}$ die Relation $\alpha^{\underline{m}}_{\underline{i}} \cdot \beta^{\underline{l}}_{\underline{m}} = \delta_{i,l}$ gilt. Diese homogen linearen Transformationen können auch in dem $R_{\pm 4}$, also für ${}^{*}\bar{g} = {}^{*}\bar{E}$ angewendet werden. Ist ${}^{*}\bar{g}$ ein von ${}^{*}\bar{E}$ verschiedenes metrisches Feld, so gelten homogen lineare Transformationen nur für die Koordinatendifferentiale und die gemischtvarianten Koëffizienten werden, wegen des Feldcharakters von ${}^{*}\bar{g} \neq {}^{*}\bar{E}$ zu Funktionen dieser Koordinaten, derart, daß im R_4 wegen ${}^{*}\bar{g}$ die allgemeinen Transformationen $x'^{\underline{i}} (x^{\underline{l}})^4_1$, beziehungsweise $x'_i (x_l)^4_1$ und ihre eindeutig Inversen zu Integralen werden, deren Natur nicht linear ist. Aus den totalen Differentialen dieser allgemeinen Transformationen können dann, weil im infinitesimalen Bereich die Linearität trotz ${}^{*}\bar{g}$ erhalten bleibt, die gemischtvarianten Koëffizienten als partielle Differentialquotienten ermittelt werden. Dieser Infinitesimalprozeß liefert $\alpha^{\underline{m}}_{\underline{i}} = \partial x^{\underline{m}} / \partial x'^{\underline{i}}$, $\beta^{\underline{i}}_{\underline{m}} = \partial x'^{\underline{i}} / \partial x^{\underline{m}}$ aus $d x^{\underline{m}} = \alpha^{\underline{m}}_{\underline{i}} d x'^{\underline{i}}$ und $d x'^{\underline{i}} = \beta^{\underline{i}}_{\underline{m}} d x^{\underline{m}}$. Mit Hilfe dieser Transformationen kann ein beliebiges gemischtvarian-

tes Tensorfeld vom Grade m, welches in irgendeinem abstrakten Raum aufgespannt ist, dessen Dimensionszahl mindestens gleich m sein muß, von einem Koordinatensystem in ein anderes transformiert werden, wenn der abstrakte Raum zusätzlich durch ein beliebiges metrisches Fald deformiert ist. Ist der gemischtvariante Tensor ${}^{m}_{m}\bar{T}$ in n Indizes kontra- und in m - n Indizes kovariant, so ergibt sich für seine Koordinatentransformation

$$T'^{i_1 \ldots i_n}_{i_{n+1} \ldots i_m} = \sum_{k_1 \ldots k_m} \prod_{\gamma=1}^{n} \partial x^{i_\gamma}_{-} / \partial x'^{k_\gamma}_{-} \prod_{\mu=n+1}^{m} \partial x'^{k_\mu}_{-} / \partial x^{i_\mu}_{-} \; T^{k_1 \ldots k_n}_{k_{n+1} \ldots k_m} ,$$

wenn die Umkehrungen der Koordinatentransformationen nach den algebraischen Gesetzen gemischtvarianter Tensoren für die kovarianten Indizes verwendet werden. Auch können mit den ko- oder kontravarianten Komponenten von ${}^{*}\bar{g}$ die Varianzstufen der Tensoren verändert werden. Allgemein gilt $T^{\ldots}_{\ldots i \ldots} \; g^{ik} = T^{\ldots k \ldots}_{\ldots}$ und umgekehrt $T^{\ldots i \ldots}_{\ldots} \; g_{ik} = T^{\ldots}_{\ldots k \ldots}$ und dieses Gesetz gilt für beliebige Tensorgrade beliebiger Varianzstufen. Es liegt in der Natur ko- und kontravarianter Koordinatensysteme, daß immer $g_{ik} g^{il} = \delta^{l}_{k}$ oder $g_{ki} \cdot g^{il} = \delta^{il}_{k}$ zu einem gemischtvarianten Einheitselement wird, was im Fall des hermiteschen Anteils zu $g_{+i,k} \cdot g^{il}_{+} = \delta_{k,l}$ wird. In der mesobarischen Korrelationswelt R_{+} sind alle eineindeutigen Koordinatentransformationen zulässig, die den quadratischen Charakter der Metrik 70 invariant lassen, das heißt, nach dem Trägheitsgesetz quadratischer Formen sind zumindest die Komponenten des hermiteschen Anteils von ${}^{*}\bar{g}$ an die Determinantenbedingungen

$$| g_{+ik} |_\gamma \neq 0 \; , \; 1 \leq \gamma \leq 4 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 70a$$

gebunden, was die Regularität der Transformationen einschließt. Durch die Darstellbarkeit der Relativbewegungen und die Abhängigkeit von $\hat{\alpha} = (\bar{e}_{+i} \cdot \bar{e}_{+k})_4 \neq \hat{E}$ von der momentanen Relativgeschwindigkeit, welche wiederum im ruhenden materiellen System durch Gravitationsfeldniveaus (elektromagnetische Feldquelle der Gravitation) dargestellt werden kann, wurde die Einführung des mesobarischen Korrelationstensors ${}^{*}\bar{g} \neq {}^{*}\bar{g}^{X}$ notwendig, der wegen der Feldeigenschaft ${}^{*}\bar{g}\,(x^{i}_{-})^{4}_{1}$ die Existenz eines metrisch von den $R_{\pm 4}$ abweichenden Korrelations-

bereiches R_4 fordert. Die $R_{\pm 4}$ mit ${}^{s}\underline{\bar{g}} = {}^{s}\underline{\bar{E}}$ erscheinen dann metrisch als tangentiale Somawelten, welche durch die mesobarische Korrelationsstruktur R_4 in einer metrischen Wechselbeziehung stehen. Ähnlich wie $\hat{\underline{B}}$ eine Somasynthesis der Gruppen und Tensoren im Fall gleichberechtigter Inertialsysteme ermöglicht, begründet die Existenz des nichthermiteschen mesobarischen Korrelationstensors eine mesobarische Strukturs ynthesis der Somawelt, durch welche die Strukturen der $R_{\pm 4}$ in wechselseitige Zusammenhänge gesetzt werden. Diese Strukturs ynthesis hat metrischen Charakter, weil der mesobarische Korrelationstensor die Metrik eines Korrelationsbereiches R_4 mit seinem hermiteschen Anteil definiert und somit als nichthermitescher metrischer Fundamentaltensor einer korrelativen Somawelt aufgefaßt werden kann. Die durch ${}^{s}\underline{\bar{g}}$ ermöglichte Strukturs ynthesis läuft jedoch zugleich auf eine wechselseitige Korrespondenz der $R_{\pm 4}$ durch den metrischen abweichenden mesobarischen Korrelationsbereich hinaus. Die Existenz von ${}^{s}\underline{\bar{g}} \neq {}^{s}\underline{\bar{g}}^{\times}$ zeigt, daß die Somawelt dreifach strukturiert ist. Die euklidischen $R_{\pm 4}$ tangieren R_4 mit ${}^{s}\underline{\bar{g}}$ der die Korrelation zwischen den $R_{\pm 4}$ herstellt. Die zu ${}^{s}\underline{\bar{g}}\ (x^{\underline{i}})_1^4 \neq {}^{s}\underline{\bar{g}}^{\times} \neq {}^{s}\underline{\bar{E}}$ führende mesobarische Strukturs ynthesis der Somawelt hat gezeigt, daß diese Welt R_4 in allen ihren Eigenschaften dem Feldbereich eines Synkolatorfeldes entspricht, zumal ${}^{s}\underline{\bar{g}}$ alle überhaupt möglichen phänomenologischen Feldzustände impliziert. Dies bedeutet aber, daß im R_4 der gesamte Formalismus für $n = 4$ und die Tensorgrade $m \leq 4$ gilt, der in A VII 4 für diese strukturellen Synkolatorfelder entwikkelt wurde.

2.) Korrelations- und Korrespondenzpotentiale.

Da nach dem Vorangegangenen auf den Korrelationsbereich der Formalismus aus A VII 4 anwendbar ist, kann im R_4 auch das Geodäsieproblem gestellt werden. Nach dem Extremalprinzip der Variationsrechnung, welches in der aus dem Energieprinzip abgeleiteten Fassung $\delta \int_{t_1}^{t_2} L \, d\,t = o$ zur Basis des kanonischen Formalismus wurde,

kann die Erweiterung verwendet werden und es wird $\int_{p_1}^{p_2} f \, d\,p$ dann

extremal wenn $\delta \int_{p_1}^{p_2} f \, d\, p = o$ ist. In diesem erweiterten Extremalprinzip beschreibt, in Analogie zu A VII 4 der Integrand die totale Änderung der Metrik mit dem zunächst noch willkürlichen Parameter p. Mit $f = ds/dp$ und $f^2 = g_{+ik} \dot{x}^{\underline{i}} \dot{x}^{\underline{k}} = g_{ik} \cdot \dot{x}^{\underline{i}} \dot{x}^{\underline{k}}$ kann dieses Variationsproblem gelöst werden, was auch im R_4 zur Darstellung geodätischer Raumzeitlinien in Abhängigkeit vom Parameter also zu den Differentialgleichungen $\ddot{x}^{\underline{i}} + \{k^i l\} \dot{x}^{\underline{k}} \dot{x}^{\underline{l}} = o$ führt. Zwar beschreiben alle eineindeutigen Koordinatentransformationen im R_4 den Übergang gleichberechtigter Bezugssysteme ineinander ineinander, doch muß es in dieser unendlichen Schar möglicher Bezugssysteme ein besonderes geben, welches als geodätisches System $\xi^{\underline{i}}$ wegen $\ddot{\xi}^{\underline{i}} = o$, also $\left\{ {i \atop k\,l} \right\} = o$ oder ${}^2\bar{g} = \text{const.}$ den metrischen Gegebenheiten angepaßt ist.

Für physikalische Prozesse die sich also stets in Raum und Zeit abspielen, muß stets das Prinzip $\delta \int_{t_1}^{t_2} L \, d\, t = o$ erfüllt sein und das kinetische Potential L entspricht einem, dem Quadrat der räumlichen Geschwindigkeit proportionalen Ausdruck, das heißt, es gilt die Entsprechung $L = \sum_{i,k=1}^{3} g_{ik} \dot{x}^{\underline{i}} \dot{x}^{\underline{k}}$ mit $x^{\underline{l}}(t)$ mit anderen Worten $\delta \int_{t_1}^{t_2} L \, d\, t = \delta \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i,k=1}^{3} g_{ik} \cdot \dot{x}^{\underline{i}} \dot{x}^{\underline{k}} \, d\, t = o$ hat im Falle der Geodäsie einer Bewegung $\dot{x}^{\underline{l}} = \text{const}\ (t)$ zur Folge, so daß im Falle raumzeitlicher Vorgänge $p \sim t$ gesetzt werden kann, so daß im R_4 immer

$$\ddot{x}^{\underline{i}} + \left\{ {i \atop k\,l} \right\} \dot{x}^{\underline{k}} \dot{x}^{\underline{l}} = o, \quad 2 \cdot \{jkl\}\ (p) = \partial/\partial x^{\underline{k}}\ g_{jl} + \partial/\partial x^{\underline{l}}\ g_{kj} - \partial/\partial x^{\underline{j}}\ g_{kl}, \quad p \sim t,$$

$$x^{\underline{i}} = x^{\underline{i}}\ (t) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 71$$

gesetzt werden darf. Diese Proportionalität ermöglicht eine Untersuchung geodätischer Nullinien im R_4. Die konstante Summe $g_{ik} \cdot \dot{x}^{\underline{i}} \cdot \dot{x}^{\underline{k}} = \text{const.}$ des Geodäsieproblems kann auch den Wert Null annehmen, wenn $g_{ik} \cdot d\, x^{\underline{i}}\ d\, x^{\underline{k}}$ indefinit ist und in diesem

Fall können auch Integrale gebildet werden, welche Raumzeitlinien des Korrelationsbereiches R_4 beschreiben. Diese durch $g_{ik} \cdot \dot{x}^i_{\pm} \cdot \dot{x}^k_{\pm} = o$ gekennzeichneten Raumzeitlinien werden als Nullinien bezeichnet, welche nicht notwendig geodätisch zu sein brauchen. Alle geodätischen Linien spannen ihrerseits wiederum einen Vor- und einen Nachkegel im R_4 auf. Diese beiden Raumzeitkegel sind durch $ds > o$ und $ds < o$ (beide reell) gekennzeichnet und werden durch einen Zwischenbereich mit imaginärem ds getrennt. Das Verschwinden $\int ds = o$ charakterisiert den Nullpunkt des Systems. Die Erzeugenden dieser Kegel sind, den metrischen Gegebenheiten entsprechend, nicht gradlinig, sondern gekrümmt und können nur geradlinig werden, wenn ${}^*\overline{g}$ euklidisch oder pseudoeuklidisch wird. Insbesondere wird im Fall ${}^*\overline{g} = {}^*\overline{E}$ (reell oder komplex) im Gültigkeitsbereich der Gruppen $\hat{B}$ beziehungsweise $\hat{A}_-$, also im R_{-4}, beziehungsweise in den $R_{\pm 4}$ (wenn nach Gleichung 68 und 69 Strukturen des R_{-4} in dem R_{+4} fortgesetzt sind) daß die Raumzeitlinien $v = c$ geodätische Nullinien sind; denn in den $R_{\pm 4}$ ist wegen ${}^*\overline{g} = {}^*\overline{E}$ jede gerade Raumzeitlinien geodätisch (daher sind auch die Erzeugenden des Kegelsystems geradlinig) und $v = c$ genügt darüberhinaus in diesem Fall noch der Nullinienbedingung. Nach dem Energiematerieäquivalent kann demnach jedes Quant $h \cdot \gamma$ einer elektromagnetischen Strahlung $\overline{E} \times \overline{H}$ der Frequenz γ als ein Materiefeldquant aufgefaßt werden, dessen Raumzeitlinie eine geodätische Nullinie im R_{-4} ist. Diese Aussage ergibt sich, weil für die Fundamentalinvarianten in den $R_{\pm 4}$, welche die Ausbreitung elektromagnetischer und gravitativer Feldstörungen beschreiben, die Beziehungen $\sum_{k=1}^{4} \eta^*_{\pm k} = o$ oder differentiell $\sum_{k=1}^{4} d\,\eta^*_{\pm k} = o$ gelten, was aber mit $g'_{ik} \sim \delta_{ik}$ in generalisierten Koordinaten q_k zu $g'_{ik}\, dq^i_{\pm}\, dq^k_{\pm} = o$ oder $g'_{ik} \cdot \dot{q}^i_{\pm}\, \dot{q}^k_{\pm} = o$ führt und dies ist das Charakteristikum von Nullinien, welche sich im Fall der elektromagnetischen Feldstörungen als geodätisch erwiesen. Die $g'_{ik} \sim \delta_{ik}$ sind konstant und kennzeichnen das metrische Verhalten der $R_{\pm 4}$. Da bei physikalischen Prozesse 71 immer gilt, kennzeichnen die $\ddot{x}^i_{\pm}$ aus 71 grundsätzlich raumzeitliche Beschleunigungskomponenten und wegen $\ddot{x}^i_{\pm} = -\left\{ {i \atop k\ l} \right\} \dot{x}^k_{\pm}\, \dot{x}^l_{\pm}$

scheinen die $\left\{ {i \atop k\,l} \right\}$ sich so zu verhalten, als ob die Komponenten von ${}^{*}\bar{g}$ Potentiale sind, welche Beschleunigungsprozesse verursachen, deren Wirkungen wiederum ponderomotorischer Natur sind; vorausgesetzt daß der Prozeß als solche eine geodätische Raumzeitlinie im Korrelationsbereich hat. Immer dann , wenn ein korrelatives gravitativ-materielles System mit einem anderen in einen physikalischen Zusammenhang tritt, muß es zu einer Wechselwirkung und damit zu einer Korrespondenz zwischen beiden Systemen kommen, derart, daß das aus beiden Systemen bestehende Korrespondenzsystem labil ist. Der zeitliche Verlauf dieser durch die elementare Mesofeldtheorie approximiert beschriebenen Korrespondenz hält so lange an, bis Übergang zum nächsten stabilen Zustand erreicht worden ist. Stets muß nach $\delta \int_{t_1}^{t_2} L \, d\,t = o$ ein solcher stabiler Zustand angestrebt werden und der Korrespondenzvorgang selbst muß dabei stets von ponderomotorischen Wirkungen begleitet sein, weil die Wechselwirkung im Sinne eine Korrespondenz nur durch zeitliche Positionsänderungen in der Somawelt möglich wird. Eine Störung der Geodäsie solcher Korrespondenzvorgänge kann offenbar nur durch weitere Systeme erzwungen werden, doch hätte dies, vom Aspekt des übergeordneten Korrespondenzsystems aus nur eine Definitionsänderung der korrespondierenden Systeme zur Folge, was aber wiederum zur Geodäsie der Gleichung 71 führt. Die den mesobarischen Korrelationsbereich kennzeichnenden Größen $\left\{ {i \atop k\,l} \right\}$ erscheinen demnach wegen $\ddot{x}^{i} = - \left\{ {i \atop k\,l} \right\} \dot{x}^{k} \dot{x}^{l}$ als Korrespondenzfeldkomponenten, welche ponderomotorische Wirkungen verursachen und deren Potentiale die Komponenten von ${}^{*}\bar{g}$ sind. Zwar ist ${}^{*}\bar{g}$ gegen alle eineindeutigen regulären Transformationen invariant, doch kann dies nicht für die Komponenten $\left\{ {i \atop k\,l} \right\}$ gelten, weil es für jede Struktur die Transformation in ein Koordinatensystem geben muß, in welchem $\left\{ {i \atop k\,l} \right\} = o$ wird. Hinsichtlich der allgemeinen Transformationen haben also die g_{ik} Tensoreigenschaften, während die $\left\{ {i \atop k\,l} \right\}$ im allgemeinen nicht als gemischtvariante Tensorkomponenten dritten Grades angesprochen werden können. Aus dem Bau dieser $\left\{ {i \atop k\,l} \right\}$ geht jedoch hervor, daß stets eine Invarianz gegen affine reguläre Transformationen mit konstanter orthogonaler oder unitärer Transformatormatrix vom quadratischen Typ 4 (verschwindender Matrizendefekt) gegeben ist. In Bezug auf $\hat{A} \cdot \hat{A}^{\times} = \hat{E}$, also auch in Bezug auf $\hat{\underline{A}}_{+}$ und $\hat{\underline{B}}$ verhalten sich also die $\left\{ {i \atop k\,l} \right\}$ wie Tensorkomponenten. Es erscheint daher zweckmäßig ,

diese Komponenten gemäß $\left(\begin{Bmatrix} i \\ k\,l \end{Bmatrix}\right)_4 = \hat{\{\}}$ zu einem gemischtvarianten Pseudotensor dritten Grades zusammenzufassen, der sich nur gegen die Gruppe $\hat{A} \cdot \hat{A}^{\times} = \hat{E}$ wie ein echter Tensor verhält. Im Bildungsprinzip der Gleichung 71 wurde in $f^* = g_{ik} \cdot \overset{*}{x}{}^{i} \cdot \overset{*}{x}{}^{k}$ die Kompensation von ${}^{*}\bar{g}_{-}$ tratz seiner Irrelevanz in der Metrik rückgängig gemacht. Wäre dies nicht geschehen, dann müßte $\hat{\{\}}$ einer kovarianten Hermitezität genügen. Da aber zur Vervollständigung die antihermitesche Kompensation in der Metrik rückgängig gemacht wurde, und in den $\begin{Bmatrix} i \\ k\,l \end{Bmatrix}$ die partiellen Differentiationen homogen linear sind, kommt es zur Spaltung $\begin{Bmatrix} i \\ k\,l \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} i \\ k\,l \end{Bmatrix}_{+} + \begin{Bmatrix} i \\ k\,l \end{Bmatrix}_{-}$ oder zum Scheme zusammengefaßt $\hat{\{\}} = \hat{\{\}}_{+} + \hat{\{\}}_{-}$ in Bezug auf die kovarianten Indizierungen. Wegen $\hat{\{\}}_{+} = \hat{\{\}}_{+}$ und $\hat{\{\}}_{-} = -\hat{\{\}}^{\times}_{-}$ ist $\hat{\{\}} \neq \hat{\{\}}$. Für das pseudotensorielle Korrespondenzfeld gilt also zusammengefaßt

$$\hat{\{\}} = \left(\begin{Bmatrix} i \\ k\,l \end{Bmatrix}\right)_4 , \quad \hat{\{\}} = \hat{\{\}}_{+} + \hat{\{\}}_{-} , \quad \hat{\{\}}_{+} = \hat{\{\}}^{+}_{+} , \quad \hat{\{\}}_{-} = -\hat{\{\}}^{\times}_{-} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 71a.$$

Während die Komponenten von ${}^{*}\bar{g}_{-}$ in der Metrik grungsätzlich irrelevant bleiben, führen sie doch in $\hat{\{\}}$ zu einer kovarianten Antihermitezität. Diese $\begin{Bmatrix} i \\ k\,l \end{Bmatrix}$ entstehen durch partielle Differentiationen der g_{ik}, so daß zur Interpretation der $\begin{Bmatrix} i \\ k\,l \end{Bmatrix}$ eine solche von ${}^{*}\bar{g}$ notwendig wird. ${}^{*}\bar{g} \neq {}^{*}\bar{g}^{\times}$ kennzeichnet das metrische Feld des mesobarischen Korrelationsbereiches, der seinerseits eine Strukturs yn thesis der beiden Somawelten $R_{\pm 4}$ durchführt. Die sich in den $R_{\pm 4}$ anspielenden gravitativen, beziehungsweise elektromagnetischen Prozesse stehen, also durch denmit ${}^{*}\bar{g} \neq {}^{*}\bar{E}$ metrisch anders strukturierten R_4 im korrelativen Zusammenhang. Nach C II 1 geht aber jede ponderomotorische Wirkung auf eine gravitative Niveauflächendeformation zurück, welche ihre Ursache im Wirken eines Orthogonaltrajektorfeldes auf die gravitativen Feldlinien findet, welches als Mesofeld $\bar{\mu}$ im $R_{\pm 3}$ interpretiert werden konnte. Immer dann, wenn elektromagnetische Ursachen ponderomotorische Wirkungen zur Folge haben, muß es also zu gravitativen Niveauflächendeformationen gekommen sein, so daß im $R_{\pm 3}$ das Mesofeld $\bar{\mu}$ die Korrelation zwischen elektromagnetischen und gravitativen Wirkungen herzustellen scheint. Aus diesem Grunde

liegt es nahe, eine enge Verwandtschaft zwischen ${}^2\bar{g}$ des R_4 und $\bar{\mu}$ der $R_{\pm 3}$ zu vermuten, zumal in ${}^2\bar{T}$ die Größe $\bar{\mu}$ überhaupt nicht frei auftritt, sondern nur im Zusammenhang mit $\bar{g}$ beziehungsweise $\bar{\Gamma}$ des Gravitationsfeldes in Form von $\bar{p}$, so daß $\bar{p}$ in ${}^2\bar{T}$ als ein durch $\bar{\mu}$ erweiterter Gravitationsfeldvektor im Dreidimensionalen aufgefaßt werden kann. Diese Korrelationswirkung des Mesofeldes, die in 69 explizit zum Ausdruck kommt, hat jedoch nur speziellen Charakter. Unabhängig von der Ursache wird jede ponderomotorische Wirkung von einer gravitativen Niveauflächenasymmetrie und damit von einer Mesofeldinduktion bestimmt. Da andererseits alle Feldzustände eines Materiefeldquants durch das Mesofeld in einer Korrelation stehen und ${}^2\bar{g}$ als Struktur des mespbarischen Korrelationsbereiches sämtliche Feldzustände und ihre Korrelationen impliziert, die in ihrer Gesamtheit das Matriefeldquant ausmachen, erscheint es zweckmäßig, ${}^2\bar{g}$ nicht nur als tensorielles Mesofeldpotential, sondern allgemeiner als das universelle Korrelationspotential zu bezeichnen, welches die stabile Korrelation alle Feldzustände des Quants bestimmt. Die Folge von ${}^2\bar{g}$ kann nach 71 die Korrespondenz $\ddot{\bar{x}}^i = 0$ mit einem anderen Materiefeldquant im Sinne eines ponderomotorischen Prozesses sein, der allein durch $\hat{\{\}}$ bestimmt wird. Aus diesem Grunde erscheint der Pseudotensor $\hat{\{\}}$ als ein Korrespondenzpotential des Materiefeldquants interpretierbar. Dies bedeutet aber, daß die differentielle homogenelinearre Änderung des raumzeitlichen Korrelationspotentials stets ein Korrespondenzpotential in nichtgeodätischen Koordinaten verursacht.

Da nach 71 die $\ddot{\bar{x}}^i$ stets ponderomotorische Beschleunigungen sind, müssen die $\left\{ {i \atop k\ l} \right\} \cdot \dot{\bar{x}}^k \cdot \dot{\bar{x}}^l$ stets den Komponenten einer ponderomotorischen Kraft proportional sein. Wenn dies aber so ist dann muß das Wegintegral $\int \bar{X}^i \cdot d\, x_i$ einer skelaren Energie proportional sein. Die einzige universelle skalare Energiegröße phänomenologischer Natur ist aber das Matrizenspektrum $T = s\,p\ {}^2\bar{T}$ des allgemeinen Energiedichtetensors 67 a. Hierbei handelt es sich jedoch um eine räumliche Energiedichte, doch zeigt die Untersuchung, daß auf jeden Fall ein funktioneller Zusammenhang der Form $F(T) = -\int \ddot{\bar{x}}^i \cdot d\, x_i = \int \left\{ {i \atop k\ l} \right\} \dot{\bar{x}}^k \cdot \dot{\bar{x}}^l \cdot d\, x_i$ existieren muß. Dies bedeutet aber nichts anderes, als daß ein noch unbekannter Zusammenhang der Form

$$\hat{\{\}} = \hat{F}\ ({}^2\bar{T}) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 72$$

zwischen dem Korrespondenzpotential und dem phänomenologischen Energiedichtetensor 67 a besteht, dessen funktionelles Gesetz $\hat{F}$ die

gleichen pseudotensoriellen Eigenschaften wie $\{\}^{\wedge}$ hat. Das Ziel der folgenden Untersuchungen muß es sein, den durch 72 angedeuteten Sachverhalt explizit darzustellen.

3.) Mesobarische Statik stabiler Korrelationszustände.

Die in A VII 4 durchgeführte Analyse des durch ${}^{*}\bar{g} \neq {}^{*}\bar{g}^{+}$ bestimmten Synkolationsbereiches R_4 gilt für alle Dimensionszahlen $n \geq 4$, also auch für den zur Diskussion stehenden R_4 der Struktursynthesis zwischen den $R_{\pm 4}$ für $n = 4$. Diese Analysis muß zur Erweiterung der approximierten Mesofeldgleichungen 68 und 68 a angewendet werden. In den $R_{\pm 4}$ gilt stets $\overline{div}_{\pm 4}\ {}^{*}\bar{T} = \bar{\xi}_{\pm}$ mit $div_{\mp 4}\ \bar{\xi}_{\pm} = o$, was 68 ausdrückt. Wird zunächst angenommen, daß die Feldgrößen hinreichend schwach sind (68 a), so daß ${}^{*}\bar{g} = {}^{*}\bar{E}$ approximativ im R_4 gilt, dann würde auch im R_4 ein Energieprinzip $\overline{div}_4\ {}^{*}\bar{T}_1 = \bar{\xi}_{(1)} \neq \bar{o}$ gelten. Da die Strukturen der $R_{\pm 4}$ im R_4 korrelieren, kann $\bar{\xi}_{(1)} \neq \bar{o}$ nur die Kraftdichte sein, welche von $2 \leq k \leq n$ korrespondierenden Fremdsystemen (k) als Superposition das System (1) beeinflußt. Dies bedeutet aber $\bar{\xi}_{(1)} = - \overline{div}_4 \sum_{k=2}^{n} {}^{*}\bar{T}_k$, was eingesetzt $\overline{div}_4 \sum_{k=1}^{n} {}^{*}\bar{T}_k = \bar{o}$ liefert. Ist dieses Korrespondenzsystem konservativ in statisch stabilen Korrespondenzzuständen, dann kann es stets als ein statisch stabiles System innerer Korrelationen aufgefaßt werden, dessen gesamte Energiedichte durch ${}^{*}\bar{T} = \sum_{k=1}^{n} {}^{*}\bar{T}_k$ gegeben ist. Die Basis einer Analyse stabiler Korrelationszustände im Rahmen einer mesobarischen Statik hat also vom Energieprinzip $\overline{div}_4\ {}^{*}\bar{T} = \bar{o}$ im R_4 für ${}^{*}\bar{g} \to {}^{*}\bar{E}$ auszugehen. Hierin spannen die $x_i = x^{\underline{i}}$ ein positiv orientiertes karthesisches Orthogonalsystem auf. Für $1 \leq i \leq 3$ sind die x_i eindeutig die reellen Koordinaten des R_3, während x_4 noch unbe-

stimmt ist. Da die Koordinaten nicht generalisiert sind und auf jeden Fall $x_4 \sim t$ sein muß, kann der Faktor C = const. in $x_4 = C \cdot t$ nur die Dimensionierung einer Geschwindigkeit haben; denn die x_i haben die Dimensionierung einer Länge. Weil in den $R_{\pm 4}$ die Zeitkoordinaten $\eta_{+4} = \omega t$ und $\eta_{-4} = i c t$ ganz verschieden qualifiziert sind, liegt es nahe, C in allgemeinster Form, gemäß $C = \gamma + i \varkappa$ komplex anzunehmen, so daß C für $\gamma = o$ imaginär, aber für $\varkappa = o$ reell wird. Die Realität $\varkappa = o$ ist hierbei jedoch nach Gleichung 70 von vornherein ausgeschlossen. Wenn $\overline{div}_4\ {}^2\bar{T} = \bar{o}$ ist, dann muß auch $\overline{div}_4\ {}^2\bar{T}^{\times} = \bar{o}$ sein und dies führt zur Spaltung $\overline{div}_4\ {}^2\bar{T}_+ = \bar{o}$ und $\overline{div}_4\ {}^2\bar{T}_- = \bar{o}$. Die erste Gleichung beschreibt lediglich das Energieprinzip ohne die Korrektur ${}^2\bar{T}_-$ in einem euklidischen R_4, während die zweite Beziehung mit Gleichung 67 b umgeformt werden kann. Ist $\bar{x}_4 = \bar{e}_4 \cdot x_4$ so gilt

$$\bar{o} = \overline{div}_4\ {}^2\bar{T}_- = \overline{div}_4 \begin{vmatrix} o & \phi_3 & -\phi_2 & -\phi_1 \\ -\phi_3 & o & \phi_1 & -\phi_2 \\ \phi_2 & -\phi_1 & o & -\phi_3 \\ \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & o \end{vmatrix} =$$

$= \text{rot}\ \bar{\Phi} - \partial\bar{\Phi}/\partial x_4 + \bar{e}_4\ \text{div}\ \bar{\Phi}$, was nach Abspaltung der Zeitkoordinate die beiden Gleichungen $\text{rot}\ \bar{\Phi} = \partial\bar{\Phi}/\partial x_4$ und $\text{div}\ \bar{\Phi} = 0$ mit $\bar{\Phi} = \bar{p} \times (\bar{q}_+ - i\ \bar{q}_-)$ nach 67 b liefert. Führt man hierin die beiden reellen Vektoren $\bar{P} = \bar{p} \times \bar{q}_+$ und $\bar{Q} = \bar{p} \times \bar{q}_-$ ein, so wird mit $\bar{p} \times \bar{q}^{\times} = \bar{P} - i\ \bar{Q}$ die Spaltung in einen Real- und einen Imaginärteil möglich. Man erhält zunächst $\text{div}\ \bar{P} = o$ und $\text{div}\ \bar{Q} = o$. Weiter wird mit $x_4 = (\gamma + i \varkappa) \cdot t$ aus der Rotorbeziehung $\dot{\bar{P}} - i\ \dot{\bar{Q}} = (\gamma + i \varkappa)(\text{rot}\ \bar{P} - i\ \text{rot}\ \bar{Q}) = \gamma\ \text{rot}\ \bar{P} + \varkappa\ \text{rot}\ \bar{Q} + i\ (\varkappa\ \text{rot}\ \bar{P} - \gamma\ \text{rot}\ \bar{Q})$ also $\dot{\bar{P}} = \gamma\ \text{rot}\ \bar{P} + \varkappa\ \text{rot}\ \bar{Q}$ und $\dot{\bar{Q}} = \gamma\ \text{rot}\ \bar{Q} - \varkappa\ \text{rot}\ \bar{P}$. Die beiden reellen Größen $\bar{P}$ und $\bar{Q}$ sind elektromagnetisch-gravitative Wirkungen, welche im R_4 fortschreiten, das heißt, für beide Größen muß im R_4 das reelle Ausbreitungsgesetz $\text{div}_4\ \text{grad}_4\ (\bar{P}, \bar{Q}) = \bar{o}$ gelten, was wegen der Realität und $x_4 = C\ t$ zur Wellengleichung $-C \cdot C^{\times}\ \text{div grad}\ (\bar{P}, \bar{Q}) = \partial^2/\partial t^2\ (\bar{P}, \bar{Q})$ führt, die demnach auch für die Summe und Differenz $-C \cdot C^{\times}\ \text{div grad}\ (\bar{P} \pm \bar{Q}) = \partial^2/\partial t^2\ (\bar{P} \pm \bar{Q})$ gelten muß. Die Gleichungen für $\dot{\bar{P}}$ und $\dot{\bar{Q}}$ können zeitlich differenziert und die ersten partiellen Zeitableitungen mit

diesen Summen substituiert werden. Dies liefert $\ddot{\bar{P}} = \gamma \operatorname{rot} \dot{\bar{P}} +$
$+ \varkappa \operatorname{rot} \dot{\bar{Q}} = \gamma \operatorname{rot} (\gamma \operatorname{rot} \bar{P} + \varkappa \operatorname{rot} \bar{Q}) +$
$+ \varkappa \operatorname{rot} (\gamma \operatorname{rot} \bar{Q} - \varkappa \operatorname{rot} \bar{P}) = \gamma^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{P} +$
$+ \gamma \varkappa \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{Q} + \gamma \varkappa \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{Q} - \varkappa^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{P} =$
$= (\varkappa^2 - \gamma^2) \operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{P} - 2 \varkappa \gamma \operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{Q}$ und
$\ddot{\bar{Q}} = \gamma \operatorname{rot} \dot{\bar{Q}} - \varkappa \operatorname{rot} \dot{\bar{P}} = \gamma \operatorname{rot} (\gamma \operatorname{rot} \bar{Q} - \varkappa \operatorname{rot} \bar{P}) -$
$- \varkappa \operatorname{rot} (\gamma \operatorname{rot} \bar{P} + \varkappa \operatorname{rot} \bar{Q}) = \gamma^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{Q} -$
$- \gamma \varkappa \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{P} - \gamma \varkappa \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{P} - \varkappa^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{Q} =$
$= (\varkappa^2 - \gamma^2) \operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{Q} + 2 \gamma \varkappa \operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{P}$, wenn
rot rot = grad div - div grad und $\operatorname{div} \bar{P} = \operatorname{div} \bar{Q} = o$
verwendet wird. Addition oder Subtraktion liefert $\ddot{\bar{P}} \pm \ddot{\bar{Q}} =$
$= (\varkappa^2 - \gamma^2) \operatorname{div} \operatorname{grad} (\bar{P} \pm \bar{Q}) \pm 2 \varkappa \gamma \operatorname{div} \operatorname{grad} (\bar{P} \pm \bar{Q})$,
was mit $\ddot{\bar{P}} \pm \ddot{\bar{Q}} = - C C^{\times} \operatorname{div} \operatorname{grad} (\bar{P} \pm \bar{Q})$ verglichen
$\pm 2 \varkappa \gamma \operatorname{div} \operatorname{grad} (\bar{P} \mp \bar{Q}) = (- C C^{\times} + \gamma^2 - \varkappa^2) \cdot$
$\cdot \operatorname{div} \operatorname{grad} (\bar{P} \pm \bar{Q}) = - 2 \varkappa^2 \operatorname{div} \operatorname{grad} (\bar{P} \pm \bar{Q})$ oder
$\varkappa \operatorname{div} \operatorname{grad} (\bar{P} \pm \bar{Q}) = \mp \gamma \operatorname{div} \operatorname{grad} (\bar{P} \mp \bar{Q})$ ist; denn wegen
$C = \gamma + i \varkappa$ ist $C C^{\times} = \gamma^2 + \varkappa^2$. Mit $\bar{p} \times \bar{q}_{\pm} =$
$= \bar{p} \times \bar{H} \sqrt{\mu_o} \pm \bar{p} \times \bar{E} \sqrt{\varepsilon_o}$ wird $\bar{P} + \bar{Q} = 2 \bar{p} \times \bar{H} \sqrt{\mu_o}$
und $\bar{P} - \bar{Q} = 2 \bar{p} \times \bar{E} \sqrt{\varepsilon_o}$. Damit wird $2 \varkappa \sqrt{\mu_o} \operatorname{div} \operatorname{grad} \cdot$
$\cdot \bar{p} \times \bar{H} = - 2 \gamma \sqrt{\varepsilon_o} \operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{p} \times \bar{E}$ und $2 \varkappa \sqrt{\varepsilon_o} \cdot$
$\cdot \operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{p} \times \bar{E} = 2 \gamma \sqrt{\mu_o} \operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{p} \times \bar{H}$ und Multiplikation beider Gleichungen miteinander ergibt $4 \varkappa^2 \sqrt{\varepsilon_o \mu_o} \cdot$
$\cdot \operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{p} \times \bar{H} \operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{p} \times \bar{E} = - 4 \gamma^2 \sqrt{\varepsilon_o \mu_o} \cdot$
$\cdot \operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{p} \times \bar{H} \operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{p} \times \bar{E}$ und dies liefert nach Kürzung $\gamma^2 + \varkappa^2 = o$ oder $\gamma = \pm i \varkappa$. Hiervon würde in
$C = \gamma + i \varkappa$ eingesetzt, der negative Zweig $C = o$ ergeben,
so daß x_4 überhaupt nicht definiert wäre. Übrig bleibt demnach
$\gamma = i \varkappa$, so daß $C = 2 i \varkappa$ rein imaginär wird, was Gleichung 70 entspricht. Die aus $\overline{\operatorname{div}_4} \cdot \bar{T}_- = \bar{o}$ folgenden Beziehungen
$\operatorname{rot} \bar{\Phi} = \partial \bar{\Phi} / \partial x_4$ und $\operatorname{div} \bar{\Phi} = o$ ergeben mit $\bar{\Phi} = \bar{P} - i \bar{Q}$
und $x_4 = C t = 2 i \varkappa t$ das System $2 \varkappa \operatorname{rot} \bar{P} =$
$= - \dot{\bar{Q}}$, $2 \varkappa \operatorname{rot} \bar{Q} = \dot{\bar{P}}$, $\operatorname{div} \bar{Q} = \operatorname{div} \bar{P} = o$. Partielle
Zeitdifferentiation und Substitution der ersten Zeitableitungen ergibt dann für $\bar{P}$ und $\bar{Q}$ die Wellengleichungen $\operatorname{div} \operatorname{grad} (\bar{P}, \bar{Q}) =$
$= 1/4 \varkappa^2 \partial^2 / \partial t^2 (\bar{P}, \bar{Q})$, das heißt, im R_4 schreiten die elektromagnetisch- gravitativen Feldwirkungen $\bar{P}$ und $\bar{Q}$ mit der Geschwindigkeit $2 \varkappa$ fort. Im R_{+4} ist nach $\hat{A}_+$ das Geschwindigkeitsintervall $o \leqq \beta_+ < \infty$ unbegrenzt, während im R_{-4} nach $\hat{A}_-$ die

Begrenzung $o \leq i\,\beta_- < 1$ vorliegt. Die Wirkungen $\bar{P} = \bar{p} \times \bar{q}_+$, beziehungsweise $\bar{Q} = \bar{p} \times \bar{q}_-$ bestehen aus einem gravitativen Anteil des R_{+4} und einem elektromagnetischen Anteil im R_{-4}, das heißt, die $\bar{p} \times \bar{q}_\pm$ sind im R_4 definiert und müssen daher gegen $\hat{B} = \hat{A}_+ \hat{A}_-$ invariant sein. Nach $\hat{B}$ ist aber auch im R_4 das Geschwindigkeitsintervall wie im R_{-4} begrenzt, das heißt, wenn $\bar{q}_\pm$ im R_{-4} mit $i\,\beta_- = 1$ fortschreitet, so kann $\bar{p} \times \bar{q}_\pm$ im R_4 mit keiner anderen Geschwindigkeit als $2\varkappa/c = 1$, also $2\varkappa = c < \omega$ des R_{+4} fortschreiten. Mit $2\varkappa = c$ ist also $C = i\,c$, so daß im R_4 die Zeitkoordinate

$$x_4 = i\,c\,t \qquad \ldots\ldots\ldots\

zu ersetzen ist. Die Operatorsynthesis würde für ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{E}$ zu dem eindeutigen Ausdruck $\overline{\mathrm{div}_4}\ {}^2\bar{T} = \bar{o}$ führen, doch ist hier $\overline{\mathrm{div}_4} = \lim_{{}^2\bar{\alpha} \to {}^2\bar{E}} \mathrm{sp}\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)}$ mit ${}^2\bar{\alpha} = \mathrm{const.}$ im Fall geodätischer Koordinaten. Liegen diese geodätischen Koordinaten im R_4 vor, so daß alle zur kovarianten Operatorklasse mit Doublettsignatur gehörenden Operatoren zu $\Gamma^{(6,6)}_{(-)} = \lim_{{}^2\bar{g} \to {}^2\bar{\alpha}} \Gamma^{(\varepsilon,\varkappa)}_{(-)}$ mit $1 \leq \varepsilon, \varkappa \leq 6$ werden, was immer zulässig ist, so ergibt sich die Verallgemeinerung des Energieprinzips zu $\mathrm{sp}\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)}$; ${}^2\bar{T} = \bar{o}$. Wegen der grundsätzlichen Möglichkeiten im R_4 den Parameter geodätischer Linien $\ddot{x}^{\underline{i}} + \left\{ {i \atop k\ l} \right\} \dot{x}^{\underline{k}}\ \dot{x}^{\underline{l}} = o$ durch die Zeit t zu ersetzen, zeigt sich, daß die $\left\{ {i \atop k\ l} \right\}$ die nichtinvarianten Komponenten eines Korrespondenzfeldes vom invarianten Korrelationspotential ${}^2\bar{g}$ sind, welche gemäß $\ddot{x}^{\underline{i}} = - \left\{ {i \atop k\ l} \right\} \dot{x}^{\underline{k}}\ \dot{x}^{\underline{l}}$ zweifache zeitliche Ortsänderungen, also Beschleunigungen verursachen. Diese Beschleunigungen wiederum bewirken ponderomotorische Kräfte, die ein anderes gravitativ- materielles System im Sinne einer Korrespondenz beeinflussen. Die Quelle eines solchen Korrespondenzfeldes muß aber das im R_4 ein gravitativ- materielles System beschreibendesTensorfeld ${}^2\bar{T}$ sein. Aus diesem Grunde muß es ein Tensorfeld ${}^2\bar{F} \sim {}^2\bar{T}$ geben, welches gemäß ${}^2\bar{F} = {}^2\bar{F}\ (g_{kl}\ ,\ \left\{ {i \atop k\ l} \right\},\ \partial/\partial x^{\underline{m}}\ \left\{ {i \atop k\ l} \right\})^4_1$ nur von den g_{kl}, den $\left\{ {i \atop k\ l} \right\}$ und deren ersten partiellen Ableitungen abhängt, weil $\hat{\{\}}$ das Korrespondenzpotential ist. Außerdem muß wegen $\mathrm{sp}\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)}$; ${}^2\bar{T} = \bar{o}$ und ${}^2\bar{T}\ \ {}^2\bar{F}$ auch $\mathrm{sp}\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)}$; ${}^2\bar{F} = \bar{o}$ sein. Eindeutig kann es nach A VII 4 aber nur ein Tensorfeld, nämlich ${}^2\bar{F} = {}^2\bar{R} - 1/2\ {}^2\bar{g}\ R$ geben, welches diesen Anforderungen entspricht. Der statische Zustand eines Korrelationssystems wird demnach durch die Verknüpfung ${}^2\bar{R} - 1/2\ {}^2\bar{g}\ R \sim {}^2\bar{T}$ beschrieben, worin das gravitativ materielle, also mesobarische System ${}^2\bar{T}\ (\bar{p}, \bar{q}_{\pm})$ durch ein Tensorfeld ausgedrückt wird, welches nur von dem als Mesofeld interpretierbaren Korrespondenzfeld abhängt. Wegen $\mathrm{sp}\ {}^2\bar{g} = 4$ im R_4 und $\mathrm{sp}\ {}^2\bar{R} = R$ kann mit $T = \mathrm{sp}\ {}^2\bar{T}$ diese Verknüpfung auch in die Form $T \sim \mathrm{sp}\ ({}^2\bar{R} - 1/2\ {}^2\bar{g}\ R) = - R$, also ${}^2\bar{R} = \varkappa\ ({}^2\bar{T} - 1/2\ {}^2\bar{g}\ T)$ gebracht werden, wenn $\varkappa = \mathrm{const.}$ der Proportionalitätsfaktor ist.

In diesem Zusammenhang sind die Komponenten von ${}^2\overline{R}$ die Komponenten der Spurbildung $R_{kl} = R^{m}_{\underline{=},klm}$ von ${}^4\overline{R}$. Überhaupt sei ${}^4\overline{R}$ der Tensor, der nach A VII 4 aus den Gemischtvarianten $R^{i}_{\underline{=},klm} = \partial/\partial x^{\underline{l}} \left\{ {i \atop k\,m} \right\} - \partial/\partial x^{\underline{m}} \left\{ {i \atop k\,l} \right\} + \left\{ {i \atop s\,l} \right\} \left\{ {s \atop k\,m} \right\} - \left\{ {i \atop s\,m} \right\} \left\{ {s \atop k\,l} \right\}$ besteht. Hierin ist eine Darstellung der Terme durch Γ - Operatoren möglich, nämlich $\partial/\partial x^{\underline{l}} \left\{ {i \atop k\,m} \right\} - \left\{ {i \atop s\,m} \right\} \left\{ {s \atop k\,l} \right\} = \Gamma^{(1,6)}_{(-)l} ; \left\{ {i \atop k\,m} \right\}$ und $- \partial/\partial x^{\underline{m}} \left\{ {i \atop k\,l} \right\} + \left\{ {i \atop s\,l} \right\} \left\{ {s \atop k\,m} \right\} = - \Gamma^{(1,6)}_{(-)m} ; \left\{ {i \atop k\,l} \right\}$, also $R^{i}_{\underline{=},klm} = \Gamma^{(1,6)}_{(-)l} ; \left\{ {i \atop k\,m} \right\} - \Gamma^{(1,6)}_{(-)m} ; \left\{ {i \atop k\,l} \right\}$. Zur Vereinheitlichung dieses Ausdruckes kann ein Komponentenaustauschoperator $\delta(\underline{l},m)$ mit der Eigenschaft $\delta(\underline{l},m) ; A_l = A_m$ definiert werden nach dessen Vorschrift der im Operator unterstrichene Index durch den anderen ersetzt wird. Damit wird $\left\{ {i \atop k\,m} \right\} = \delta(\underline{l},m) ; \left\{ {i \atop k\,l} \right\}$ und damit $\Gamma^{(1,6)}_{(-)l} ; \left\{ {i \atop k\,m} \right\} = \left(\Gamma^{(1,6)}_{(-)l} ; \delta(\underline{l},m) \right) ; \left\{ {i \atop k\,l} \right\}$, was zu der Vereinheitlichung $R^{i}_{\underline{=},klm} = \left(\Gamma^{(1,6)}_{(-)l} ; \delta(\underline{l},m) - \Gamma^{(1,6)}_{(-)m} \right) ; \left\{ {i \atop k\,l} \right\} = C_m ; \left\{ {i \atop k\,l} \right\}$ mit dem Operator C_m, $= \Gamma^{(1,6)}_{(-)l} ; \delta(\underline{l},m) - \Gamma^{(1,6)}_{(-)m}$ führt. Die C_m können dabei als Komponenten eines den Tensorgrad erweiternden Operators $C = \sum_{m=1}^{4} C_m$ mit kovarianter Doublettsignatur aufgefaßt werden.

Auch besteht die Möglichkeit die $4^3 = 64$ Korrespondenz- oder Mesofeldkomponenten $\left\{ {i \atop k\,l} \right\}$ formal zu einer Feldgröße $\hat{\{\}} = \left(\left\{ {i \atop k\,l} \right\} \right)_4$ zusammenzufassen, welche das Korrespondenzpotential beschreibt. Aber im allgemeinen hat dies nach 71 a weder Matrix- noch Tensoreigenschaften. Nur gegen reguläre Affinitäten mit unitärer oder orthogonaler Transformationsmatrize wird $\hat{\{\}}$ zu einem Tensorfeld 3. Grades. Mit C und $\hat{\{\}}$ können die $R^{i}_{\underline{=},klm} = C_m ; \left\{ {i \atop k\,l} \right\}$ zum Tensorschema ${}^4\overline{R} = C ; \hat{\{\}}$ zusammengefaßt werden. Hierfür gibt es zwei Möglichkeiten der Spurbildung, nämlich $s\,p\,C ; \hat{\{\}}$ und $C ; s\,p\,\hat{\{\}}$,

für deren Komponenten die Summendarstellung $C_m \; ; \; \left\{ {m \atop k\,l} \right\} = R_{kl}$ und $C_m \; ; \; \left\{ {k \atop k\,l} \right\} = A_{l,m}$ mit ${}^2\bar{A} = - {}^2\bar{A}^{\times}$ nach A VII 4 gelten. Für ${}^2\bar{B}$ aus A VII 4 folgt ganz analog $B_{km} = C_m \; ; \; \left\{ {l \atop k\,l} \right\} = C_m \; ; \; \left\{ {l \atop l\,k} \right\}^{\times}$, also ${}^2\bar{B} = C \; ; \; s\,p \, \hat{\{\}}^{\times}$ im Gegensatz zu ${}^2\bar{A} = C \; ; \; s\,p \, \hat{\{\}}$ und ${}^2\bar{R} = s\,p\,C \; ; \; \hat{\{\}}$, während $s\,p\,C \; ; \; \hat{\{\}}^{\times} = {}^2\bar{R}^{\times}$ ist. Für die Spuren von ${}^4\bar{R}$ hat man demnach ${}^2\bar{R} = s\,p\,C \; ; \; \hat{\{\}}$ und ${}^2\bar{A} = C \; ; \; s\,p \, \hat{\{\}}$ beziehungsweise ${}^2\bar{B} = C \; ; \; s\,p \, \hat{\{\}}^{\times}$ und diese Darstellung der metrischen Größen lautet, zusammengefaßt

$$ {}^4\bar{R} = C \; ; \; \hat{\{\}} \; , \; {}^2\bar{R} = s\,p\,C \; ; \; \hat{\{\}} \; , \; {}^2\bar{A} = C \; ; \; s\,p \, \hat{\{\}} \; , $$

$$ C = \sum_{m=1}^{4} C_m \; , \; C_m = \Gamma^{(1,6)}_{(-)1} \; ; \; \delta\,(\underline{l},m) - \Gamma^{(1,6)}_{(-)m} \; , $$

$$ \delta\,(\underline{l},m) \; ; \; A_l = A_m \; , \; {}^2\bar{B} = C \; ; \; s\,p \, \hat{\{\}}^{\times} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; 74, $$

Mit diesen Beziehungen wird es also möglich in der Erweiterung ${}^2\bar{R} = \varkappa \, ({}^2\bar{T} - 1/2 \; {}^2\bar{g} \; T)$ mit $T = s\,p \; {}^2\bar{T}$ des Energieprinzips $\overline{div_4} \; {}^2\bar{T} = \bar{o}$ des statischen Falles der Korrelation, die linke Seite durch einen auf das Korrespondenzfeld $\hat{\{\}}$ einwirkenden Operator, gemäß $s\,p\,C \; ; \; \hat{\{\}} = \varkappa \, ({}^2\bar{T} - 1/2 \; {}^2\bar{g} \cdot T)$ auszudrükken, der seinerseits aber wieder von $\left\{ {i \atop k\,l} \right\}$ abhängt. Sind die A_m Komponenten eines kovarianten Vektorfeldes, welches so beschaffen ist, daß die kontrahierende Operation $A_m \left\{ {m \atop k\,l} \right\}$ zu invarianten, also tensoriellen Eigenschaften führt, so können die Summen $A_m \left\{ {m \atop k\,l} \right\} = (\bar{A} \; \hat{\{\}})_{kl}$ als Komponenten eines Tensorfeldes $\bar{A} \; \hat{\{\}}$ aufgefaßt werden. Schließlich besteht noch die Möglichkeit von $\hat{\{\}}$ die Spuren zu bilden. Die Komponenten der beiden möglichen Spurbildungen $s\,p \, \hat{\{\}}$ sind dann die Summen $\left\{ {k \atop k\,l} \right\}$ beziehungsweise $\left\{ {l \atop k\,l} \right\}$. Man erhält $(s\,p \, \hat{\{\}}_1) = \left\{ {k \atop k\,l} \right\}_+ \pm \left\{ {k \atop k\,l} \right\}_-$, weil

$\left\{ {k \atop k\,l} \right\}_- = - \left\{ {k \atop l\,k} \right\}_-$ ist. Wegen $\left\{ {k \atop k\,l} \right\}_+ = \partial / \partial x^l \; l\,n\,w_+$ nach A VII 4 sind diese hermiteschen Anteile aber euklidische Gradientenkomponenten, wenn ${}^2\bar{g}_- = {}^2\bar{o}$ ist, so daß sich $s\,p \, \hat{\{\}}_+ = grad_4 \; l\,n \; w_+$ ergibt. Einige analytische Eigenschaften

des Korrespondenzfeldes sind demnach zusammengefaßt im

$$A_m \left\{ {m \atop k\,l} \right\} = \left(\bar{A} \hat{\{\}} \right)_{kl} , \quad s\,p \hat{\{\}}_+ =$$

$$= grad_4 \ln w_+ \quad \ldots\ldots\ldots\

der Untersuchung 74 und 74 a wird also ergänzt durch

$$s\,p\;C\;;\;\hat{\{\}} = \mathcal{R}\;({}^2\bar{T} - 1/2\;{}^2\bar{g}\cdot T) = \left[\sum_{m=1}^{4} G_{(m)ik}\right]_4 ,$$

$\mathcal{R}$ = const, $T = s\,p\;{}^2\bar{T}$, $m = 1 \equiv (\bar{E}, \bar{H})$,

$m = 2 \equiv (\bar{p}, \bar{E})$, $m = 3 \equiv (\bar{p}, \bar{H})$, $m = 4 \equiv (\bar{p}, \bar{p})$....

σ..... 74b,

wobwi die Festlegung der Indizierungsfolge m willkürlich ist.

Da $s\,p\;C\;;\;\hat{\{\}}$ in der Komponentenform zu einer viergliedrigen Summe $C_m\;;\;\left\{{m \atop k\;l}\right\}$ wird, und hierfür nach 74 b die Darstellungsweise $C_m\;;\;\left\{{m \atop k\;l}\right\} = \sum_{j=1}^{4} G_{(j)kl}$ gilt, kann versucht werden, die Indexfolge j so zu ordnen, daß für jeden Wert $j = m$ gilt. Diese Anordnung ist grundsätzlich möglich. Kennzeichnet $A_{(m)} \cdot B^{(\underline{m})}$ den Summanden m aus der Summe $A_i \cdot B^{\underline{i}}$, dann hat diese Ordnung der Indizierungen $\sum_{m=1}^{4} \cdot \left(C_{(m)}\;;\;\left\{{(m) \atop k\;l}\right\} - G_{(m)kl}\right) = o$ und damit jedes Indexpaar (k,l) die $1 \leq m \leq 4$ Beziehungen $C_{(m)}\;;\;\left\{{(m) \atop k\;l}\right\} = G_{(m)kl}$ zur Folge. Nach Gleichung 72 ist aber T sowie ${}^2\bar{T}$ unmittelbar durch $\hat{\{\}}$ darstellbar und es muß auf jeden Fall mit dem Volumenelement $d\,\Omega = w \cdot \prod_{k=1}^{4} d\,x^{\underline{k}}$ des R_4 (hier ist $w^2 = |g|$) die Wirkungsquantisierung $\int {}^2\bar{T} \cdot d\,\Omega = i\,c\,h\;{}^2\bar{n}$ wegen 73 gelten. Diese Quantisierung muß aber auch im mikromarenBereich die $G_{(m)kl}$ in der Form $\int G_{(m)kl}\;d\,\Omega \sim i\,c\,h\;n_{(m)kl}$ bestimmen, weil diese Größen Energiedichten proportional sind. ${}^2\bar{n}$ enthält dabei alle ganzen Quantenzahlen $n_{(m)kl}$ oder n_{kl}. Hierin muß geschlossen werden, daß die makromare Beziehung 74 b nach dem Korrespondenzprinzip eine Fortsetzung in den mikromaren Bereich hat. Auch muß wegen 72 im Gültigkeitsbereich dieser mikromaren Quantenstufen der phänomenologische Anteil ${}^2\bar{W}$ durch $\hat{\{\}}$ ausdrückbar sein. Demnach würde sich die Operatorbeziehung $s\,p\;C\;;\;\hat{\{\}} = {}^2\bar{F}\;(\hat{\{\}})$ ergeben, und dies läßt $\hat{\{\}}$ als Zustandsfunktion erscheinen. Wenn für $\hat{\{\}}$ und $s\,p\;C$ also ein abstrakter Funktionenraum existiert, dann muß $s\,p\;C$ ein Zustandsoperator der quantisierten Zustandsfunktion $\hat{\{\}}$ sein, dessen Einwirkung ein Eigenwert-

problem beschreibt, Die Eigenwerte müssen dann als diskrete Quantenstufen in einem Punktspektrum liegen. Da solche Quantenstufen wegen der Energiequantisierung von $^{s}\overline{W}$ und der $G_{(m)kl}$ auf jeden Fall existieren müssen, ist zunächst festzustellen, ob $\hat{\{\}}$ in s p C ; die Konvergenzeigenschaften einer quantisierten Zustandsfunktion hat.

In $J = \int_{\Omega} w \hat{\{\}} \cdot \hat{\{\}}^{\chi} \cdot \prod_{k=1}^{4} d x^{k}$ ist $\hat{\{\}} \cdot \hat{\{\}}^{\chi} = \left\{ \begin{matrix} i \\ k\ l \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} l\ k \\ i \end{matrix} \right\}$ $= g^{ip} \cdot g^{lq} \cdot g^{kr} \cdot \{pkl\} \cdot \{qri\}$, während w die Funktionaldeterminante der Transformation geodätischer Koordinaten in die x^{k} ist. Damit zerfällt aber der Integrand in 9 Sechsfachsummen der Form $w\, g^{ip} \cdot g^{ql} \cdot g^{kr} \cdot \partial/\partial x^{l}\, g_{kp} \cdot \partial/\partial x^{r}\, g_{qi}$ und für diese Summen gilt nach den Regeln der Determinantentheorie stets

$\int_{\Omega} w \cdot g^{ip} \cdot g^{ql} \cdot g^{kr} \cdot \partial/\partial x^{l}\, g_{kp} \cdot \partial/\partial x^{r}\, g_{qi} \cdot \prod_{j=1}^{4} d x^{j} < \infty$, so daß also auch $J < \infty$ beschränkt bleibt.

Dies bedeutet aber , daß immer die Möglichkeit der Normierung $A\, J = 1$ gegeben ist, so daß sich $\hat{\{\}}$ als konvergent erweist. Wegen dieser Konvergenz ist aber $\hat{\{\}}$ in s p C ; $\hat{\{\}}$ tatsächlich als eine Zustandsfunktion auffaßbar, wenn sich C in seiner Skalarwirkung als hermitesch erweist. Die makromaren Größen $G_{(m)kl} = C_{(m)} ; \left\{ \begin{matrix} (m) \\ k\ l \end{matrix} \right\}$ müssen dabei so durch $\hat{\{\}}$ ausgedrückt werden, daß $o = \int_{\Omega} w \cdot$ $\cdot \left(\left\{ \begin{matrix} (m) \\ k\ l \end{matrix} \right\}^{\chi} C_{(m)} ; \left\{ \begin{matrix} (m) \\ k\ l \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} (m) \\ k\ l \end{matrix} \right\} \cdot (C_{(m)} ; \left\{ \begin{matrix} (m) \\ k\ l \end{matrix} \right\})^{\chi} \right) \cdot$ $\cdot \prod_{j=1}^{4} d x^{j} = \int_{\Omega} w \left(\left\{ \begin{matrix} (m) \\ k\ l \end{matrix} \right\}^{\chi} \cdot G_{(m)kl} - \left\{ \begin{matrix} (m) \\ k\ l \end{matrix} \right\} G^{\chi}_{(m)kl} \right) \cdot$ $\cdot \prod_{j=1}^{4} d x^{j}$ erfüllt ist. Diese hierfür notwendige Symmetrie des Integranden $\left\{ \begin{matrix} (m) \\ l\ k \end{matrix} \right\}^{\chi} \cdot G_{(m)kl} = \left\{ \begin{matrix} (m) \\ k\ l \end{matrix} \right\} \cdot G_{(m)lk}$ kann aber nur erreicht werden, wenn die $G_{(m)kl}$ als Proportionalitäten $G_{(m)kl} = \lambda_{(m)\,(kl)} \cdot \left\{ \begin{matrix} (m) \\ k\ l \end{matrix} \right\}$ mit $\lambda_{m} = \lambda^{\chi}_{m}$ durch $\hat{\{\}}$ ausgedrückt werden, weil dann die Produkte im Integranden kommutieren. Einsetzen dieser Darstellung der $G_{(m)kl}$ in $C_{(m)} ; \left\{ \begin{matrix} (m) \\ k\ l \end{matrix} \right\} = G_{(m)kl}$ liefert dann tatsächlich ein Eigenwertproblem $C_{(m)} ; \left\{ \begin{matrix} (m) \\ k\ l \end{matrix} \right\} =$ $= \lambda_{(m)\,(k,l)} \cdot \left\{ \begin{matrix} (m) \\ k\ l \end{matrix} \right\}$ für welches ein abstrakter Funktionenraum existiert (dessen Trägerraum der R_4 ist) und dessen Eigenwerte als

reelle Größen ein diskretes Punktspektrum bilden. Dieses Eigenwertproblem entstand durch die eindeutige Anpassung der $G_{(m)kl}$ an die durch die Energiequantisierung bestimmte Hermitizitätsforderung von C (Skalarwirkung), weil $\hat{\{\}}$ konvergent ist. Summation längs $1 \leq m \leq 4$ liefert $C_m ; \left\{ {}^{m}_{k\,l} \right\} = \lambda_m \quad (k,l) \cdot \left\{ {}^{m}_{k\,l} \right\} = (\bar{\lambda} \cdot \hat{\{\}})_{kl}$, was mit $C_m ; \left\{ {}^{m}_{k\,l} \right\} = (s\,p\,C ; \hat{\{\}})_{kl}$ verglichen zur Tensorfassung $s\,p\,C ; \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \cdot \hat{\{\}}$ mit $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}^{\times}$ führt. In dieser Form ist das Prinzip 74 b in eine Fassung gebracht worden, die einerseits dem Quantenprinzip Rechnung trägt (durch das vektorielle Eigenwertspektrum $\bar{\lambda}$) und andererseits keinen phänomenologischen Anteil mehr enthält. In $s\,p\,C ; \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \cdot \hat{\{\}}$ liegt ohne Zweifel ein Matrizenspektrum vor, so daß eine noch universellere Fassung existieren muß. Da $\bar{\lambda} \cdot \hat{\{\}} = s\,p\,(\bar{\lambda} \times \hat{\{\}})$ ist, folgt $s\,p\,(C ; \hat{\{\}} - \bar{\lambda} \times \hat{\{\}}) = {}^{2}\bar{o}$ oder $C ; \hat{\{\}} - \bar{\lambda} \times \hat{\{\}} = {}^{4}\bar{Q}$ bedingt mit $s\,p\,{}^{4}\bar{Q} = {}^{2}\bar{o}$. Die Darstellung $\bar{\lambda} \cdot \hat{\{\}} = {}^{2}\bar{W}$ ist die mikromare Fortsetzung der makromaren Energiedichte ${}^{2}\bar{W} = \varkappa\,({}^{2}\bar{T} - 1/2\,{}^{2}\bar{g} \cdot T)$ und ihre Darstellung durch das Korrespondenzpotential. Aus diesem Grunde stehen die $\bar{\lambda}$ im Zusammenhang mit Energiestufen, so daß immer $\int \bar{\lambda} \cdot \hat{\{\}} \cdot d\Omega = |sp \int \bar{\lambda} \times \hat{\{\}} \cdot d\Omega \sim ich\,{}^{2}\bar{n} = ich\,sp\,{}^{4}\bar{n}$, also $\int \bar{\lambda} \times \hat{\{\}}\, d\Omega \sim {}^{4}\bar{n}$ gelten muß, wenn ${}^{4}\bar{n}$ in seinen Komponenten die Quantenzahlen enthält. Da dieses Quantisierungsprinzip aber mit ${}^{4}\bar{Q} \neq {}^{4}\bar{o}$ auf keinen Fall verträglich ist, weil ${}^{4}\bar{n}$ eine zahlentheoretische Funktion ganzzahliger Indizes (Quantenzahlen) ist, muß ${}^{4}\bar{Q} = {}^{4}\bar{o}$ sein. Damit erscheint das dem Matrizenspektrum $s\,p\,C ; \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \cdot \hat{\{\}}$ übergeordnete Eigenwertproblem im 4. Tensorgrad in der Form $C ; \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \times \hat{\{\}}$. Da hierin C hermitesch, $\hat{\{\}}$ konvergent und $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}^{\times}$ ist, beschreibt diese tensorielle Operatorgleichung diskrete Quantenzustände. Es handelt sich dabei aber nicht um die Zustände phänomenologischer Terme, sondern um die Quantenterme von Strukturstufen des R_4 , weil die Eigenfunktionen $\hat{\{\}}$ Strukturfunktionen (vom Fundamentaltensor abhängt) und der Zustandsoperator ebenfalls nur von Strukturgrößen des R_4 abhängt. C ist also der Zustandsoperator eines raumzeitlichen Strukturzustandes, dessen Eigenfunktionen die als Korrespondenzpotential des Mesofeldes interpretierbaren Strukturfunktionen $\hat{\{\}}$ sind. Demzufolge

sind die im diskreten vektoriellen Punktspektrum liegenden Struktur - stufen $\bar{\lambda}$ als Eigenwerte des raumzeitlichen Strukturzustandes auch als quantenhafte stabile Korrelationszustände, also als stationäre Mesofeld- zustände interprätierbar, welche wegen des energetischen Charakters des Spektrums $s\,p\;C\;;\;\hat{\{\}} = \bar{\lambda}\cdot\hat{\{\}}$ Energiezustände dieses Meso- feldes schlechthin sind. Da andererseits aufgrund der phänomenologi - schen Untersuchung die Feldmasse des Mesofeldes das positive Gegenstück zur negativen Gravitationsfeldmasse ist, so daß der Bau und die innere Korrelation jedes Materiefeldquants durch das Mesofeld bestimmt wird und da weiter jede Korrespondenz beschrieben durch $\ddot{\bar{x}}^i = -\left\{ {i \atop k\ l} \right\} \dot{\bar{x}}^k \dot{\bar{x}}^l$ im statischen Fall zur inneren Korrelation wird, beschreibt das Korres pondenzpotential $\hat{\{\}}$ den Verlauf des Mesofeldes als Korrelationszu- stand im statischen und als Korrespondenzzustand im dynamischen Fall. Die Strukturstufen $\bar{\lambda}$ sind also als quantenhafte Mesofeldniveaus der allgemeinen Feldenergieverteilung mit der Feldmassendichte σ aufzu- fassen, deren verschiedene Strukturierungen nach 68 und 69 jeden Feldzustand und jede Feldkorrelation beschreiben. Mithin kennzeichnet $\bar{\lambda} \neq \bar{o}$ in $C\;;\;\hat{\{\}} = \bar{\lambda}\times\hat{\{\}}$ stets die Existenz eines Materie- feldquants, welches somit immer als statisch stabile Korrelation ver- schiedener diskreter raumzeitlicher Strukturzustände des R_4 aufzufas- sen ist. Wegen $C\;;\;\hat{\{\}} = {}^4\bar{R}$ ist für alle $\lambda_m \neq o$ auch stets $\bar{\lambda}\times\hat{\{\}} \neq {}^4\bar{o}$, was makromar ${}^4\bar{R} \neq {}^4\bar{o}$ bedeutet. Nur für $\lambda_m = o$ wird demnach ${}^4\bar{R} = {}^4\bar{o}$. Nun ist ${}^4\bar{R}$ ein Maß für die metrischen Eigen- schaften des betreffenden Raumes. Andererseits sind die λ_m Eigen- werte stationärer Mesofeldzustände und das Verhalten von ${}^4\bar{R}$ hängt dem nach nur von diesen Mesofeldzuständen ab. Immer dann, wenn solche Me- sofeldzustände $\lambda_m \neq o$ vorhanden sind und wenn nach Gleichung 74b demzufolge Materiefeldquanten existieren, weicht das metrische Verhal- ten des R_4, also der Somawelt, vom euklidischen Raumzeitbereich in der Form ${}^4\bar{R} \neq {}^4\bar{o}$ ab. Erst dann, wenn diese Materiefeldquanten und damit die ihnen allen gemeinsamen Mesofeldzustände $\lambda_m = o$ werden, wird die Somawelt des Korrelationsbereiches, gemäß ${}^4\bar{R} = {}^4\bar{o}$ eukli- disch, so daß die Ursache des nichteuklidischen Verhaltens des R_4, also ${}^2\bar{g} \neq {}^2\bar{E}$ mit der Eigenschaft ${}^2\bar{g} \neq {}^2\bar{g}^{\times}$ auf die Existenz stationärer Mesofeldzustände zurückgeht, was sich mit der Interpreta- tion von ${}^2\bar{g}$ als tensorielles Korrelationspotential des Mesofeldes und $\hat{\{\}}$ als Korrespondenzfeldpotential der mesobarischen Wechselwir-

kung deckt.

Nach dieser Untersuchung ist also $\bar{\lambda} \neq \bar{o}$ ein Kriterium dafür, ob im diskutierten Bereich des R_4 ein diskreter Strukturzustand existiert. Wenn also ein Materiefeldquant vorhanden ist, dann wird dies durch $C ; \hat{\{\}} \neq {}^4\bar{o}$, aslo $\bar{\lambda} \neq \bar{o}$ beschrieben, was $\lambda_m \neq o$ und daher auch $\lambda^{\underline{m}} \neq o$ bedeutet. Aus der Spurbildung $sp\, C ; \hat{\{\}}$ von $C ; \hat{\{\}}$ folgte die energetische Interpretation und die diskreten Eigenschaften $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}^x$ der metrischen Strukturstufen $\bar{\lambda}$, doch gibt es wegen ${}^2\bar{g} \neq {}^2\bar{g}^x$ und $\hat{\{\}} \neq \hat{\{\}}^x$ nach A VII 4 noch zwei weitere Matrizenspektren, nämlich ${}^2\bar{A} = C ; sp\, \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \times sp\, \hat{\{\}} \neq {}^2\bar{o}$ und ${}^2\bar{B} = C ; sp\, \hat{\{\}}^x = \bar{\lambda} \times sp\, \hat{\{\}}^x \neq {}^2\bar{o}$. $\mathfrak{Ja}({}^2\bar{A}, {}^2\bar{B}) = -({}^2\bar{A}^x, {}^2\bar{B}^x)$, also $sp\, {}^2\bar{A} = sp\, {}^2\bar{B} = o$ ist, folgt $sp\, \bar{\lambda} \times sp\, (\hat{\{\}}, \hat{\{\}}^x) = o$ oder in Komponentenform $\lambda^{\underline{m}} \cdot \left\{ {k \atop k\, m} \right\} = \lambda^{\underline{m}} \cdot \left\{ {k \atop m\, k} \right\} = o$. Wegen $\lambda^{\underline{m}} \neq o$ kann dies nur durch $\left\{ {k \atop k\, m} \right\} = \left\{ {k \atop m\, k} \right\} = o$ oder $sp \hat{\{\}} = sp\, \hat{\{\}}^x = \bar{o}$ erfüllt werden. Aus diesen beiden Beziehungen folgt aber auch $\frac{1}{2} sp\, (\hat{\{\}} \pm \hat{\{\}}^x) = | sp\, \hat{\{\}}_{\pm} = \bar{o}$, so daß die Konsequenz aus den beiden übrigen Matrizenspektren $sp\, \hat{\{\}}_{\pm} = \bar{o}$ die allgemeine Operatorgleichung ergänzt. Dieser Sachverhalt wird zusammengefaßt in

$$C ; \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \times \hat{\{\}}, \quad \bar{\lambda} = \bar{\lambda}^x, \quad sp\, \hat{\{\}}_{\pm} = \bar{o} \ldots\ldots\ldots\

$\hat{\{\}} = \hat{o}$ wird. Für die universelle Raumzeitbeziehung 75 existiert wegen

$$J = \int_{\Omega} w \, \hat{\{\}} \cdot \hat{\{\}}^{\times} \cdot \prod_{k=1}^{4} d x^{k} < \infty \, , \quad A J = 1 \, ,$$

$$\int_{\Omega} w \, (\hat{\{\}}^{\times} \cdot C \, ; \hat{\{\}} - \hat{\{\}} \cdot (C \, ; \hat{\{\}})^{\times}) \cdot \prod_{k=1}^{4} d x^{k} = \bar{o}$$

..... 75 a

ein abstrakter Funktionenraum und dies bedeutet, daß wegen der Normierbarkeit $A J = 1$ der Integrand $A \hat{\{\}} \cdot \hat{\{\}}^{\times}$ als die raumzeitliche Dichte einer metrischen Strukturwahrscheinlichkeit interpretiert werden kann. Diese Interpretation besagt aber, daß $A \cdot \hat{\{\}} \cdot \hat{\{\}}^{\times}$ ein Maß für diejenige Wahrscheinlichkeit ist, mit welcher der metrische Bau des R_4 von derjenigen Struktur abweicht, für welche die zugrundegelegten Koordinaten geodätisch sind; denn für die Geodäsie gilt $\hat{\{\}} = \hat{o}$, so daß hier die Wahrscheinlichkeitsdichte verschwindet. Da 75 a von 75 erfüllt wird und die $\bar{\lambda}$ im diskreten Punktspektrum liegen, gilt für die Spektralterme $\bar{\lambda}_n$ (wenn n den Term kennzeichnet) zu denen als Lösungen des Eigenwertproblems die Eigenfunktionen $\hat{\{\}}_n$ gehören. Mit der Wahrscheinlichkeitsinterprätation muß dann

$A \, \hat{\{\}}_n^{\times} \, \bar{\lambda}_n \times \hat{\{\}}_n = A \, \hat{\{\}}_n \, \bar{\lambda}_n \, \hat{\{\}}_n^{\times}$ die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Term n des Eigenwertspektrums angeben, sodaß

$$\tilde{\bar{\lambda}} = A \sum_{n} \int_{\Omega} w \, \hat{\{\}}_n \, \bar{\lambda}_n \times \hat{\{\}}_n^{\times} \cdot \prod_{k=1}^{4} d x^{k} \, ,$$

$$C \, ; \hat{\{\}}_n = \bar{\lambda}_n \times \hat{\{\}}_n \quad \text{.....75b}$$

den phänomenologisch makromar erscheinenden Zustand des Systems n beschreibt, der also durch den wahrscheinlichsten Eigenwert bestimmt wird. Der Übergang von den mikromaren Strukturstufen zum makromaren Kontinuum des Korrespondenzfeldes erfolgt nach dem Prinzip durchgängiger Korrespondenz zwischen mikromaren und makromaren Bereichen durch die nichtmehr normierbare Divergenz $J \to \infty$. Demnach wird das makromare Feldkontinuum nur durch die Limesrelationen

$$\lim_{J \to \infty} C \, ; \hat{\{\}} = {}^{4}R \, , \quad {}^{1}R = \lim_{j \to \infty} \bar{\lambda} \cdot \hat{\{\}} =$$

$$= \mathcal{R} \left[\sum_{m=1}^{4} G_{(m)ik} \right]_4 = \mathcal{R} \, ({}^{2}\bar{T} - 1/2 \, {}^{2}\bar{g} \cdot T) \, ...$$

..... 75 c

approximativ erreicht wird. Die letzte Beziehung wiederum ist identisch mit ${}^2\bar{R} - 1/2\ {}^2\bar{g} \cdot R \sim {}^2\bar{T}$, was zum Energieprinzip $s\,p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)}\ ;\ {}^2\bar{T} = \bar{o}$ im R_4, also zum Ausgangspunkt der mesobarischen Statik stabiler Korrelationszustände zurückführt. Mithin ist 75 eine völlig universelle Beschreibung aller statischen Strukturkorrelationen, welche im R_4 möglich sind und zwar sowohl im miktomaren als auch im makromaren Bereich.

4.) Korrespondenzdynamik und Metastatik.

Sind zwei mesobarische, das heißt materiell-gravitative Systeme in Form von zwei Materiefeldquanten a und $\underline{a} = b$ gegeben, so gelten im ungestörten Fall $s\,p\ C\ ;\ \hat{\{\}} = \bar{\lambda}\ \hat{\{\}}$ beziehungsweise $s\,p\ \underline{C}\ ;\ \hat{\underline{\{\}}} = \bar{\underline{\lambda}}\ \hat{\underline{\{\}}}$, wenn a und b nicht in irgendeine Wechselwirkung miteinander treten. Liegt dagegen eine Korrespondenz zwischen beiden Systemen über eine Strecke des R_3 vor, so kann das Matrizenspektrum der Eigenwertgleichung 75 nicht mehr gelten; denn diese Gleichung bezeichnet die statisch stabile Korrelation, die aber im Korrespondenzfall für beide Systeme gestört wird. Die statischen Mesofeldzustände versuchen demnach als Folge der Korrespondenz durch dynamische Übergänge andere statisch stabile Zustände zu erreichen. Während dieses dynamischen Überganges beim Einsetzen der Korrespondenz kann also das statische Energieprinzip $s\,p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)}\ ;\ {}^2\bar{T} = \bar{o}$ nicht mehr gelten, vielmehr ist $s\,p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)}\ ;\ {}^2\bar{T} \neq \bar{o}$, und damit ist ein Vergleich von ${}^2\bar{T}$ mit ${}^2\bar{R} - 1/2\ {}^2\bar{g} \cdot R$ nicht mehr möglich, zumal ${}^2\bar{T}$ nur auf ein mesobarisches System bei statisch stabiler Korrelation bezogen ist. Der Energiedichtetensor des gesamten Korrespondenzsystems ${}^2\bar{Q}$ setzt sich offenbar aus den Energiedichtetensoren von a und b, nämlich ${}^2\bar{T}_{(a,a)}$ und ${}^2\bar{T}_{(b,b)}$, sowie beiden Wechselwirkungsenergien ${}^2\bar{T}_{(a,b)}$ von a nach b und ${}^2\bar{T}_{(b,a)}$ von b nach a, gemäß ${}^2\bar{Q} = {}^2\bar{T}_{(a,a)} + {}^2\bar{T}_{(a,b)} + {}^2\bar{T}_{(b,a)} + {}^2\bar{T}_{(b,b)}$ zusammen. Entsprechend der Divergenzentwicklung muß auf diesen Energiedichtetensor eine Vektordivergenz einwirken, so daß ein vom Nullvektor

verschiedener, aber divergenzfreier Vektor entsteht. Die Verallgemeinerung der Vektordivergenz im Korrelationsbereich ist aber jeweils die Matrizenspur eines Γ -Operators. Es kann sich bei diesen Γ-Operatoren, wegen des zweiten Grades des kovarianten Energiedichtetensors nur um die kovariante Form der Doublettsignatur $\Gamma^{(\varepsilon,\varkappa)}_{(-)}$ mit $1 \leq \varepsilon, \varkappa \leq 6$ handeln. Hierbei ist allerdings zu berücksichtigen daß die Γ - Operatoren sowohl auf a als auch auf b bezogen werden können; denn mit Ausnahme der Signatur (6,6) werden diese Operatoren wesentlich durch die Komponenten von $\{\}$ beziehungsweise $\underline{\{\}}$ bestimmt, Demzufolge sind zwei Serien von Operatoren, nämlich $\Gamma^{(\varepsilon,\varkappa)}_{(-)}$ bezogen auf a und $\underline{\Gamma}^{(\varepsilon,\varkappa)}_{(-)}$ bezogen auf $b = \underline{a}$ zu unterscheiden. Die Einwirkung ihrer Spurbildungen auf ${}^{2}\bar{Q}$ muß ponderomotorische Kraftdichten $\bar{\xi}_{\varepsilon,\varkappa} + \bar{o}$ und $\underline{\bar{\xi}}_{\varepsilon,\varkappa} + \bar{o}$ liefern. Dieser Sachverhalt kann zusammengefaßt werden in $(s\,p\ \Gamma^{(\varepsilon,\varkappa)}_{(-)})_6$; ${}^{2}\bar{Q} = (\bar{\xi}_{\varepsilon,\varkappa})_6$ und $(s\,p\ \underline{\Gamma}^{(\varepsilon,\varkappa')}_{(-)})_6$; ${}^{2}\bar{Q} = (\underline{\bar{\xi}}_{\varepsilon,\varkappa})_6$. Die sechsreihigen Matrizen dieser beiden Gleichungen können auf zweireihige reduziert werden; denn die Signaturen $3 \leq \sigma \leq 6$ können als spezielle Sonderfälle der Signaturen 1 und 2 aufgefaßt werden. So ergibt sich $\sigma = 3$ aus $\sigma = 1$ oder $\sigma = 2$ für $\left\{ {i \atop k\,l} \right\}_- = o$ und $\sigma = 4$ beziehungsweise $\sigma = 5$ aus $\sigma = 1$, beziehungsweise $\sigma = 2$ für $\left\{ {i \atop k\,l} \right\}_+ = o$ und $\sigma = 6$ folgt aus $\sigma = 1$ oder $\sigma = 2$ für $\left\{ {i \atop k\,l} \right\} = o$. Die Systeme werden demnach reduziert auf $(s\,p\ \Gamma^{(\varepsilon,\varkappa')}_{(-)})_2$; ${}^{2}\bar{Q} = (\bar{\xi}_{\varepsilon,\varkappa})_2$ und $(s\,p\ \underline{\Gamma}^{(\varepsilon,\varkappa')}_{(-)})_2$; ${}^{2}\bar{Q} = (\underline{\bar{\xi}}_{\varepsilon,\varkappa})_2$. Die $\underline{\bar{\xi}}_{\varepsilon,\varkappa}$ sind darin ponderomotorische Wirkungen auf $\underline{a}$ und $\bar{\xi}_{\varepsilon,}$ solche auf a, welche durch die Korrespondenz beider Systeme zustande kommen. Hinsichtlich des Feldes von $\underline{a}$ müssen demnach die $\underline{\bar{\xi}}_{\varepsilon,\varkappa}$ quellenfrei sein und umgekehrt. Die Skalardivergenzen im R_4 werden aber durch die Singulettoperatoren $s\,p\ \Gamma^{(\sigma)}_{(\pm)}$ ausgedrückt, wo wiederum die Signaturen $3 \leq \sigma \leq 6$ Sonderfälle von 1 und 2 sind. Auch

kommt nur die kovariante Wirkungsweise in Betracht. Demnach gelten die Divergenzfreiheiten $s\,p\,(\Gamma^{(1)}_{(-)}\,,\,\Gamma^{(2)}_{(-)})\,;\,(\xi_{\varepsilon,\varkappa})_2 = \hat{o}$ und $s\,p\,(\underline{\Gamma}^{(1)}_{(-)}\,,\,\underline{\Gamma}^{(2)}_{(-)})\,;\,(\underline{\xi}_{\varepsilon,\varkappa})_2 = \hat{o}$. Werden die Operatoren zu $\hat{M}_{(+)} = s\,p\,(\Gamma^{(1)}_{(-)}\,,\,\Gamma^{(2)}_{(-)})\,;\,(s\,p\,\underline{\Gamma}^{(\varepsilon,\varkappa')}_{(-)})_2$ und $\hat{M}_{(-)} = s\,p\,(\underline{\Gamma}^{(1)}_{(-)}\,,\,\underline{\Gamma}^{(2)}_{(-)})\,;\,(s\,p\,\Gamma^{(\varepsilon,\varkappa)}_{(-)})_2$ zusammengefaßt, so gelten für die beiden Wechselwirkungsgesetze $\hat{M}_{(\pm)}\,;\,{}^2\bar{Q}=\hat{o}$, durch welche die mesobarische Erweiterung des dynamischen Falles der approximativen Gleichung 68 teilweise erreicht worden ist. Da weiter die Operatordarstellung ${}^2\bar{R} = s\,p\,C\,;\,\hat{\{\}}$ und $R = s\,p\,{}^2\bar{R} = s\,p\,(s\,p\,C\,;\,\hat{\{\}})$ dieser Größen durch den Operator C möglich ist und C beziehungsweise $\underline{C}$ die Zustandsoperatoren der Felder a und $\underline{a}$ sind, deren Mesofelder durch ${}^2\bar{g}$ und ${}^2\underline{\bar{g}}$ beschrieben werden, kann das Gesetz $\varkappa\,{}^2\bar{T} = {}^2\bar{R} - 1/2\,{}^2\bar{g}\cdot R = s\,p\,C\,;\hat{\{\}} - 1/2\,{}^2\bar{g}\,s\,p\,(s\,p\,C\,;\,\hat{\{\}}) = (s\,p\,C - 1/2\,{}^2\bar{g}\cdot s\,p\,(s\,p\,C))\,;\,\hat{\{\}}$ für die einzelnen Anteile von ${}^2\bar{Q}$ Anwendung finden, doch sind diese Anteile wegen der Wechselwirkung dann nicht mehr quellenfrei hinsichtlich $s\,p\,\Gamma^{(6,6)}_{(-)}$. Für die Felder a und $\underline{a}$ folgt dann $s\,p\,C\,;\,\hat{\{\}} = \varkappa\,({}^2\bar{T}_{(a,a)} - 1/2\,{}^2\bar{g}\,T_{(a,a)})$ oder $s\,p\,(s\,p\,C\,;\,\hat{\{\}}) = -\,\varkappa\,T_{(a,a)}$, weil immer $s\,p\,{}^2\bar{g} = s\,p\,{}^2\underline{\bar{g}} = 4$ im R_4 ist. Daraus folgt aber $\varkappa\,{}^2\bar{T}_{(a,a)} = s\,p\,C\,;\,\hat{\{\}} - 1/2\,{}^2\bar{g}\,s\,p\,(s\,p\,C\,;\,\hat{\{\}})$ und analog $\varkappa\,{}^2\bar{T}_{(b,b)} = s\,p\,\underline{C}\,\hat{\underline{\{\}}} - 1/2\,{}^2\underline{\bar{g}}\,s\,p\,(s\,p\,\underline{C}\,;\,\hat{\underline{\{\}}})$. Da die C und $\underline{C}$ Zustandsoperatoren der beiden Felder mit den Eigenwerte λ_m und $\underline{\lambda}_m$ und den Eigenfunktionen $\hat{\{\}}$ beziehungsweise $\hat{\underline{\{\}}}$ sind, wenn die Korrespondenz fehlt, besteht die Möglichkeit, daß im Fall der Korrespondenz die Felder a und $\underline{a}$ sich so beeinflussen, daß die Zustandsoperatoren wegen der Wechselwirkung auf die zum jeweiligen Konterfeld gehörenden Eigenfunktionen einwirken, was mit den Eigenwerten λ'_m und $\underline{\lambda}'_m$ dieser Wechselwirkung zu beiden Eigenwertbeziehungen $s\,p\,C\,;\,\hat{\underline{\{\}}} = \bar{\lambda}'\,\hat{\underline{\{\}}}$ und $s\,p\,\underline{C}\,;\,\hat{\{\}} = \bar{\underline{\lambda}}'\,\hat{\{\}}$ führt, mit denen allerdings keine divergenzfreie Tensoren im Sinne ${}^2\bar{R} - 1/2\,{}^2\bar{g}\cdot R$ aufgebaut werden können. Für die Wechselwirkungsantei-

le von ${}^2\bar{Q}$ folgt dann $\mathcal{K}\ {}^2\bar{T}_{(a,b)} = s\ p\ C\ ;\ \hat{\{\}} - 1/2\ {}^2\bar{g}\ s\ p \cdot$
$\cdot (s\ p\ C\ ;\ \hat{\{\}})$ und $\mathcal{K}\ {}^2\bar{T}_{(b,a)} = s\ p\ \underline{C}\ ;\ \hat{\{\}} - 1/2\ {}^2\underline{\bar{g}}\ s\ p \cdot$
$\cdot (s\ p\ \underline{C}\ ;\ \hat{\{\}})$. Für die Summe dieser vier Tensoren folgt daher
$\mathcal{K}\ {}^2\bar{Q} = \mathcal{K}\ ({}^2\bar{T}_{(a,a)} + {}^2\bar{T}_{(b,a)} + {}^2\bar{T}_{(b,b)} + {}^2\bar{T}_{(a,b)}) = s\ p\ C\ ;\ \hat{\{\}} +$
$+ s\ p\ C\ ;\ \hat{\underline{\{\}}} + s\ p\ \underline{C}\ ;\ \hat{\{\}} + s\ p\ \underline{C}\ ;\ \hat{\{\}} - 1/2\ ({}^2\bar{g}\ s\ p \cdot$
$\cdot (s\ p\ C\ ;\ \hat{\{\}}) + {}^2\bar{g}\ s\ p\ (s\ p\ C\ ;\ \hat{\underline{\{\}}}) + {}^2\underline{\bar{g}}\ s\ p\ (s\ p\ \underline{C}\ ;\ \hat{\{\}}) +$
$+ {}^2\underline{\bar{g}}\ s\ p\ (s\ p\ \underline{C}\ ;\ \hat{\underline{\{\}}})) = s\ p\ C\ ;\ (\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}}) +$
$s\ p\ \underline{C}\ (\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}}) - 1/2\ ({}^2\bar{g}\ s\ p\ (s\ p\ C\ ;\ (\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}})) +$
$+ {}^2\underline{\bar{g}}\ s\ p\ (s\ p\ \underline{C}\ ;\ (\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}}))) = (s\ p\ C + s\ p\ \underline{C})\ ;\ (\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}}) -$
$- 1/2\ ({}^2\bar{g}\ s\ p\ (s\ p\ C) + {}^2\underline{\bar{g}}\ s\ p\ (s\ p\ \underline{C}))\ ;\ (\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}}) =$
$= [s\ p\ C + s\ p\ \underline{C} - 1/2\ ({}^2\bar{g}\ s\ p\ (s\ p\ C) + {}^2\underline{\bar{g}}\ s\ p\ (s\ p\ \underline{C}))] ;$
$;(\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}}) = ((1-1/2\ {}^2\bar{g}\ s\ p)\ ;\ s\ p\ C + (1-1/2\ {}^2\underline{\bar{g}}\ s\ p)\ ;\ s\ p\ \underline{C})\ ;$
$;(\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}}) = (\Omega + \underline{\Omega})\ ;\ (\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}})$, und hierin wird

durch die beiden, den Tensorgrad kontrahierenden Operatoren $(\Omega, \underline{\Omega}) =$
$= (1-1/2\ ({}^2\bar{g}, {}^2\underline{\bar{g}})\ s\ p)\ ;\ s\ p\ (C, \underline{C})$ eine Spaltung des auf
$\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}}$ wirkenden Operators in einen zu a und einen zu $\underline{a}$ gehörenden Anteil erreicht. Da $\mathcal{K}$ = const. eine natürliche Zahl ist, wird
$\hat{o} = \mathcal{K}\ \hat{M}_{(\pm)}\ ;\ {}^2\bar{Q} = \hat{M}_{(\pm)}\ ;\ \mathcal{K}\ {}^2\bar{Q} = \hat{M}_{(\pm)}\ ;\ (\Omega + \underline{\Omega})\ ;$
$;(\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}})$ und wegen der Separation der zu a und $\underline{a}$ gehörenden Operatoren $\Omega + \underline{\Omega}$ kann $\hat{M}_{(\pm)}\ ;\ \Omega\ ;\ (\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}}) + \hat{M}_{(\pm)}\ ;$
$;\underline{\Omega}\ ;\ (\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}}) = \hat{o}$ nur möglich werden, wenn die beiden Summanden $\hat{M}_{(\pm)}\ ;\ (\Omega, \underline{\Omega})\ ;\ (\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}}) = \hat{o}$ einzeln verschwinden.

Dieses Verhalten geht auf die Unabhängigkeit der beiden Terme zurück; denn a und $\underline{a}$ sind voneinander unabhängig und stehen nur im Fall der Korrespondenz in einer Wechselbeziehung. Andererseits werden aber

a und $\underline{a}$ durch die Funktionaloperatoren Ω und $\underline{\Omega}$ gekennzeichnet, woraus die Unabhängigkeit und damit die Separierbarkeit folgt. Nur dann, wenn die Existenz von a und $\underline{a}$ allein auf die Korrespondenz zurückgeht, (in diesem Fall bilden a und $\underline{a}$ ein Korrelationssystem), gilt diese Separierbarkeit nicht. Hieraus folgt, daß grundsätzlich zwischen zwei Formen der mesobarischen Korrelation zu unterscheiden ist, nämlich zwischen der echten und unechten Korrelation. Diese Korrelation ist dann echt, wenn die Strukturterme 75 durch die Korrelation mehrerer Strukturen entstehen, die allein durch ihre Korrespondenz existent sind (abhängig und daher nicht separierbar), während eine unechte Korrelation stets ein abgeschlossenes Korrespondenzsystem aus unabhängigen Strukturtermaggregaten der Form 75 im dynamischen Korrespondenzaustausch (unabhängig und daher separierbar) ist. Dies schließt jedoch nicht aus, daß geeignete Korrespondenzen innerhalb einer unechten Korrelation die echten Korrelationen eines echten stabilen Termschemas so beeinflussen, daß es zu Umstrukturierungen der echten Korrelation und damit zum zeitlichen Zerfall des Termschemas kommt. Mit dem vierdeutigen Operator $\hat{\mathcal{K}} = \hat{M}_{(\pm)} ; (\Omega , \underline{\Omega})$ werden also die $2 \cdot 2 \cdot 8 = 32$ Differentialgleichungen zusammengefaßt in

$$\hat{\mathcal{K}} ; \left(\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}} \right) = \hat{o}$$

und zu diesen 32 Differentialgleichungen kommen noch die $2 \cdot 16 = 32$ Eigenwertgleichungen der Korrespondenz

$$spC ; \hat{\underline{\{\}}} = \bar{\lambda}' \cdot \hat{\underline{\{\}}} \quad \text{und} \quad sp\underline{C} ; \hat{\{\}} = \bar{\underline{\lambda}}' \cdot \hat{\{\}} .$$

Diese insgesamt $64 = 4^3$ Differentialgleichungen setzen also im Fall einer dynamischen Korrespondenz von zwei mesobarischen Systemen die 4^3 Korrespondenzfeldkomponenten $\left\{ {}^{i}_{k\,l} \right\}$ des Systems a mit den entsprechenden $\left\{ {}^{i}_{k\,l} \right\}$ von $\underline{a}$ in eine Wechselbeziehung. Die mesobarische Korrespondenzdynamik des Mesofeldes wird demnach durch die Korrespondenzgesetze

$$\hat{\mathcal{K}} ; \left(\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}} \right) = \hat{o} , \quad sp\,(C,\underline{C}) ; \left(\hat{\underline{\{\}}} , \hat{\{\}} \right) =$$

$$= (\bar{\lambda}' , \bar{\underline{\lambda}}') \cdot \left(\hat{\underline{\{\}}} , \hat{\{\}} \right) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 76$$

vollständig beschrieben, wobei der Operator gemäß

$$\mathcal{R} = \hat{M}_{(\pm)} \; ; \; (\Omega \, , \, \underline{\Omega}) \, , \; \hat{M}_{(+)} = sp \left(\Gamma^{(1)}_{(-)} \, , \, \Gamma^{(2)}_{(-)} \right) ;$$

$$; (sp \; \underline{\Gamma}^{(\varepsilon, \mathcal{R})}_{(-)})_2 \; , \; \hat{M}_{(-)} = sp \left(\underline{\Gamma}^{(1)}_{(-)} \, , \, \underline{\Gamma}^{(2)}_{(-)} \right) ;$$

$$; (sp \; \Gamma^{(\varepsilon, \mathcal{R})}_{(-)})_2 \; , \; (\Omega \, , \, \underline{\Omega}) = (1 - 1/2 \; ({}^2\bar{g} \, , \, {}^2\underline{\bar{g}}) \; sp) \; ;$$

$$; sp \; (C \, , \, \underline{C}) \; \ldots\ldots\ldots\

noch Fehlstellensignaturen auftreten können. Damit reduziert sich das System $\hat{P}_{(-)} \; ; \; \Omega \; ; \; \hat{\{\}} = \hat{o}$, weil die Matrizenelemente untereinander identisch sind, auf $s\,p \; \Gamma^{(6,6)}_{(-)} \; ; \; \Omega \; ; \; \hat{\{\}} = \bar{o}$. Da die Beziehungen $s\,p \; \underline{C} \; ; \; \hat{\{\}} = \bar{\lambda}' \; \hat{\{\}}$ und $s\,p \; C \; ; \; \hat{\{\}} = \bar{\lambda}' \; \hat{\{\}}$ nichtmehr definiert sind, kann in $\hat{P}_{(-)} \; ; \Omega ; \hat{\{\}} = \hat{o}$ oder reduziert $s\,p \; \Gamma^{(6,6)}_{(-)} \; ; \; \Omega \; ; \; \hat{\{\}} = \bar{o}$ wegen $\underline{\hat{\{\}}} = \hat{o}$ die durch die Gleichung 75 a in $\Omega \; ; \; \hat{\{\}}$ zum Ausdruck gebrachte Quantisierung $J < \infty$ im Limes zum makromaren Feldkontinuum rückgängig gemacht werden. Dieser Übergang von den quantenhaften Mesofeldzuständen zum Feldkomtinuum muß also nach 75 a die Divergenz $J \to \infty$ voraussetzen so daß die Limesrelation $\lim\limits_{J \to \infty} \Omega \; ; \; \hat{\{\}} = {}^2\bar{R} - 1/2 \; {}^2\bar{g} \; R$ für die $J \to \infty$ durchgehende Korrespondenz zwischen Quantenstufen und Kontinuum gilt. Man hat also $\bar{\Phi} = \lim\limits_{J \to \infty} s\,p \; \Gamma^{(6,6)}_{(-)} \; ; \; \Omega \; ; \; \hat{\{\}} =$ $= s\,p \; \Gamma^{(6,6)}_{(-)} \; ; \; ({}^2\bar{R} - 1/2 \; {}^2\bar{g} \; R)$ zur Folge hat, was aber mit dem Ausgangspunkt von 75, also $s\,p \; \Gamma^{(6,6)}_{(-)} \; ; \; {}^2\bar{T}_{(a,a)} = \bar{o}$ identisch ist. Da das System $\underline{a}$ nichtmehr definiert ist, wird ${}^2\bar{T}_{(a,b)} = {}^2\bar{T}_{(b,a)} = {}^2\bar{T}_{(b,b)} = {}^2\bar{o}$, also bleibt nur ${}^2\bar{T}_{(a,a)} = {}^2\bar{T}$ übrig, für den das Energieprinzip $s\,p \; \Gamma^{(6,6)}_{(-)} \; ; \; {}^2\bar{T} = \bar{o}$ gilt, was mit dem metrischen Limes $s\,p \; \Gamma^{(6,6)}_{(-)} \; ; \; ({}^2\bar{R} - 1/2 \; {}^2\bar{g} \; R) = \bar{o}$ verglichen ${}^2\bar{R} - 1/2 \; {}^2\bar{g} \; R = \varkappa \; {}^2\bar{T}$ oder ${}^2\bar{R} = \varkappa \; ({}^2\bar{T} - 1/2 \; {}^2\bar{g} \cdot T)$ $= \varkappa \left[\sum\limits_{m=1}^{4} G_{(m)kl} \right]_4$ liefert. Hier kann wieder zur Konvergenz $J < \infty$ in den Gültigkeitsbereich der Gleichung 75 a der Quantenstufen zurückgegangen werden, was zur Eigenwertdarstellung

$\varkappa \left[\sum\limits_{m=1}^{4} G_{(m)k,l} \right]_4 \to \bar{\lambda} \; \hat{\{\}}$ wegen $\lim\limits_{J \to \infty} \lambda_{(m)} \; \left\{ {(m) \atop k \; l} \right\} =$ $= \varkappa \; G_{(m)k,l}$ führt. Dies gestattet auch ${}^2\bar{R} = s\,p \; C \; ; \; \hat{\{\}}$ zu setzen, daß sich $s\,p \; C \; ; \; \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \cdot \hat{\{\}}$, oder erweitert $C \; ; \; \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \times \hat{\{\}}$, also die Gleichung 75 ergibt. Es ist somit die mesobarische Statik als Sonderfall aus der dynamischen Gleichung

76 für $\hat{\{\}} = \hat{o}$ hervorgegangen, was aber bedeutet, daß die mesobarische Dynamik auch die Statik umfaßt. Eine weitere Näherung folgt, wenn in ${}^2\bar{T}$ der gravitative Strukturanteil $\bar{p} \to \bar{o}$ im R_3 vernachlässigt wird. Ist ${}^2\bar{V}$ der rein elektromagnetische, und hermitesche Energietensor, der sich aus der raumzeitlichen Erweiterung des elektromagnetischen Induktionsgesetzes ergibt, so wird aus Gleichung 67 a die Limesrelation $\lim_{p \to o} \underline{m} = {}^2\bar{V} = {}^2\bar{V}$ ersichtlich und in $\varkappa\, {}^2\bar{T} = {}^2\bar{R} - 1/2\, {}^2\bar{g}\, R$ muß dieser Limes für den metrischen Anteil einen hermitesierenden Limes koppeln. Es gibt für diesen hermitesierenden Limes die Möglichkeiten $\hat{\{\}}_- \to \hat{o}$, also ${}^2\bar{g}_- \to$ const, sowie ${}^2\bar{g}_- \to {}^2\bar{o}$ oder ${}^2\bar{g} \to {}^2\bar{\gamma\!\!\!/} = {}^2\bar{\gamma\!\!\!/}^x$, wobei die letzte Möglichkeit zugleich einer Uminterpretation des Fundamentaltensors gleichkommt. Bei der ersten Möglichkeit ${}^2\bar{g}_- \to$ const., kann die Konstante nur mit ${}^2\bar{o}$ identisch sein, was zur zweiten Möglichkeit ${}^2\bar{g}_- \to {}^2\bar{o}$ führt; denn in ${}^2\bar{R} - 1/2\, {}^2\bar{g}\, R$ kommt ${}^2\bar{g}$ frei vor, so daß ${}^2\bar{g}_- \to$ const $\neq {}^2\bar{o}$ nicht die geforderte Hermitesierung ermöglicht. Die Approximation ${}^2\bar{g} \to {}^2\bar{g}_+$ läßt den Fundamentaltensor als hermitesches Tensorpotential eines Pseudomesofeldes erscheinen, daß aber gemäß ${}^2\bar{g}_+ = {}^2\bar{\gamma\!\!\!/}$ auch als tensorielles Potential eines Pseudogravitationsfeldes interpretierbar wird, weil in ${}^2\bar{T} \to {}^2\bar{V}$ der durch das Mesofeld erweiterte Gravitationsfeldvektor des R_3 verschwindet und andererseits das durch ${}^2\bar{V}$ beschriebene elektromagnetische Feld mit einer Trägheitswirkung gekoppelt sein muß. Wegen der zweifachen Interpretationsmöglichkeit ${}^2\bar{g}_+ = {}^2\bar{\gamma\!\!\!/}$ als Pseudomeso- oder Pseudogravitationsfeld und der Notwendigkeit, daß ${}^2\bar{V}$ eine Trägheitswirkung zur Folge haben muß, ist das Äquivalenzprinzip von Gravitation und allgemeiner Trägheit zu ergänzen durch die Aussage, daß jede Trägheitswirkung durch eine induktive Wechselbeziehung zwischen Gravitations- und Mesofeld bedingt wird. Da andererseits jedes Materiefeldquant durch Trägheitswirkungen definiert ist, muß ein solches Materiefeldquant primär durch sein Mesofeld definiert sein, das wiederum nach dem Gesetz $\lim_{r \to \infty} (m(r) - m_o) < o$ als Negativum die zugehörige gravitative Raumstruktur bedingt. Die Approximation ${}^2\bar{g} \to {}^2\bar{\gamma\!\!\!/} = {}^2\bar{\gamma\!\!\!/}^x$ hat $\lim_{{}^2\bar{g} \to {}^2\bar{\gamma\!\!\!/}} ({}^2\bar{R} - 1/2\, {}^2\bar{g}\, R) = {}^2\bar{R}_{(\gamma\!\!\!/)} - 1/2\, {}^2\bar{\gamma\!\!\!/} \cdot R_{(\gamma\!\!\!/)}$ und $\lim_{p \to o} {}^2\bar{T} = {}^2\bar{V}$, also das hermitesche Gesetz ${}^2\bar{R}_{(\gamma\!\!\!/)} - 1/2\, {}^2\bar{\gamma\!\!\!/}\, R_{(\gamma\!\!\!/)} = \varkappa\, {}^2\bar{V}$ zur Folge. Diese Approximation ${}^2\bar{\gamma\!\!\!/}$, bei welcher das System

von Feldgleichungen in einem gravitativen und einen elektromagnetischen Anteil zerfällt, kann weiter untersucht werden. Unter der Voraussetzung, daß ein statischer Fall vorliegt, und ein Symmetriezentrum existiert, um welches sich die $^2\bar{\mathfrak{x}}$ erregende Masse zentrisch verteilt, kann das aus sechs voneinander unabhängigen Differentialgleichungen bestehende hermitesche System $^2\bar{R}_{(\mathfrak{x})} - 1/2\ ^2\bar{\mathfrak{x}}\ R_{(\mathfrak{x})} = \varkappa\ ^2\bar{T}$ unter Anwendung eines geeigneten Variationsproblems gelöst werden. Das Symmetriezentrum S sei der Koordinatennullpunkt des Streckenraumes R_3, dessen $1 \leq \gamma \leq 3$ Koordinaten $x^{\gamma}_{(s)}$ kartesisch sind. Ist $x^{\underline{4}}_{(s)} = i\,c\,t$, so wird die Statik ausgedrückt durch $\partial\ ^2\bar{\mathfrak{x}} \,/\!/\, x^{\underline{4}}_{(s)} = {}^2\bar{0}$ also $^2\bar{\mathfrak{x}}\ (x^{\gamma}_{(s)})^{\cdot}_1$, wobei die Abhängigkeit von den Raumkoordinaten nur in der gegen Orthogonal- oder Unitärtransformationen invarianten Form

$$R^2_{(s)} \sum_{\gamma=1}^{3} x^{\gamma 2}_{(s)}$$

möglich ist, wodurch der Symmetrieforderung genügt wird. Die anderen, gegen diese Gruppe invarianten Differentialausdrükke sind $R_{(s)}\ d\ R_{(s)}$ und $(dR_{(s)})^2$, während die Orthogonalität von $x^{\underline{4}}_{(s)}$ zum R_3 ausgedrückt wird durch $\mathfrak{x}_{4,\gamma} = \mathfrak{x}_{\gamma,4} = 0$ und $\mathfrak{x}_{44}\ \mathfrak{x}^{\underline{44}} = 1$. Auch $x^{\underline{4}}_{(s)} \cdot d\,x^{\underline{4}}_{(s)}$ ist gegen diese Gruppe invariant. Die $x^{\gamma}_{(s)}$ können gemäß $x^{\underline{1}}_{(s)} = R_s \cos\vartheta$ sowie $x^{\underline{2}}_{(s)} = R_s \sin\vartheta \cos\varphi$ und $x^{\underline{3}}_{(s)} = R_s \sin\vartheta \sin\varphi$ in Polarkoordinaten R_s, ϑ, φ des R_3 transformiert werden. Hierbei handelt es sich um eine euklidische Operation, die aber am nichteuklidischen Charakter der Metrik nichts ändern kann. Mit den nur von R_3 abhängigen Funktion W, Ψ und χ kann dann für die Metrik des R_4 der Ansatz $(d\,s)^2 = \Psi \cdot (d\,R_s^2 + R_s^2\,(d\,\vartheta)^2 + R_s^2 \sin^2\vartheta \cdot (d\varphi)^2) + \chi \cdot R_s^2\,(dR_s)^2 - W^2\,(dx^{\underline{4}}_{(s)})^2$ gemacht werden. Mit den Kürzungen $r = R_s \sqrt{\varphi}$, sowie $M = \chi^{(s)}$ und $V = W$ wird $(ds)^2 = (1 + M \cdot r^2)\,(dr)^2 + r^2\,(d\vartheta)^2 + r^2 \sin^2\vartheta\,(d\varphi)^2 - V^2\,(dx^{\underline{4}}_{(s)})^2$. Diese Metrik kann mit $x^{\underline{1}} = r\cos\vartheta$ sowie $x^{\underline{2}} = r \sin\vartheta \cos\varphi$ und $x^{\underline{3}} = r \sin\vartheta \sin\varphi$ transformiert werden und daraus können die $\mathfrak{x}_{ik}$ abgelesen werden. Dies macht zunächst eine Untersuchung von $\underline{\mathfrak{x}} = |\ ^2\bar{\mathfrak{x}}\ |_3$ von $^2\bar{\mathfrak{x}} = [\mathfrak{x}_{ik}]_3$ im R_3 möglich, was zur Bestimmung der Kontravarianten notwendig ist.

Auf diese Weise ergeben sich insgesamt die Beziehungen $\underline{\underline{g}} = 1 + M r^2$, $\underline{\underline{g}}^{ik} \cdot \underline{\underline{g}} = \delta_{ik} - M \cdot \underline{x}^i \underline{x}^k$ und daraus $\partial g_{ik} / \partial \underline{x}^l = M'/r \; \underline{x}^i \underline{x}^k \underline{x}^l + M (\delta_{il} \underline{x}^k + \delta_{kl} \underline{x}^i)$, wenn $M' = \partial M / \partial r$ ist. Mit diesen Ausdrücken wiederum wird es möglich, die ${}^2\bar{R}_{(g)}$ und $R_{(g)}$ bestimmenden $\left\{ {k \; l}^{i} \right\}_{(g)}$ explizit zu ermitteln, so daß der hermitesche Tensor ${}^2\bar{R}_{(g)} - 1/2 \; {}^2\bar{g} \; R_{(g)}$ nur durch zwei noch unbekannte Funktionen $M(r)$ und $V(r)$ bestimmt wird. Wird in der Approximation ${}^2\bar{R}_{(g)} - 1/2 \; {}^2\bar{g} \; R_{(g)} = \varkappa \, {}^2\bar{V}$ noch das Energiematerieäquivalen für die Komponenten von ${}^2\bar{V}$ angewendet und wird im Limes das Mesofeld $\bar{\mu}$ gemäß $\underline{l} \; i \; \underline{m} \;\; m = \text{const}\,(r)$ vernachlässigt, so können die bei $\bar{\mu} \to \bar{o}$ den Funktionen M und V unmittelbar bestimmt werden, was mit der Integrationskonstanten α schließlich zur Lösung

$${}^2\bar{g} = \begin{bmatrix} (1-\alpha/r)^{-1} & o & o & o \\ o & r^2 & o & o \\ o & o & r^2 \sin^2 \vartheta & o \\ o & o & o & (\alpha/r - 1) \end{bmatrix} .$$

Mit $g = | \, {}^2\bar{g} \, |_4$ wird zunächst ersichtlich, daß $g = - r^4 \sin^2 \vartheta$, also $\sqrt{|g|} = r^2 \sin \vartheta$ ist das heißt $\sqrt{|g|} = \dfrac{\partial (\underline{x}^1, \underline{x}^2, \underline{x}^3)}{\partial (r, \vartheta, \varphi)}$ ist mit der Funktionaldeterminante einer Koordinatentransformation des R_3 vom x^γ - System in Polarkoordinaten identisch. Die Konstante α in ${}^2\bar{g}$ tritt in der Lösung auf, weil bei der Bestimmung von M und neben dem Energiematerieäquivalent für $\bar{\mu} \to \bar{o}$ noch ein Extremalprinzip $\delta \int_{t_1}^{t_2} 2 L \cdot dt = o$ angewendet werden muß, das für ${}^2\bar{V} \neq {}^2\bar{o}$ zu $\alpha > o$, aber für ${}^2\bar{V} = {}^2\bar{o}$ zu $\alpha = o$ führt. Die nach dem Energiematerieäquivalent mit ${}^2\bar{V}$ verknüpfte statische gravitative Feldquelle bedingt also die Größe α in ${}^2\bar{g}$. Für $\alpha \to o$ muß das Gravitationsfeld verschwinden und dies bedingt $\underset{\alpha \to o}{l \; i \; m} \;\; {}^2\bar{g} = \begin{bmatrix} 1 & o & o & o \\ o & r^2 & o & o \\ o & o & r^2 \sin^2 \vartheta & o \\ o & o & o & -1 \end{bmatrix}$, was aber ohne weiteres in die pseudoeuklidische Metrik des R_4 transformiert werden kann. In der Approximation ${}^2\bar{g}$ kennzeichnet $\alpha > o$ die Existenz eines statischen Gravitationsfeldes mit Symmetriezentrum, dessen einzige zeitartige Komponente $1 + g_{4,4} = \alpha/r$ ein ponderomotori-

sches Beschleunigungspotential verursachen muß. Die Limesrelation $\bar{\mu} \to \bar{o}$ ist nach Gleichung 48 äquivalent mit $\omega \to \infty$, so daß diese Approximation der zu ${}^2\bar{\gamma}$ führenden $\bar{\mu} \to \bar{o}$ entspricht. Damit ergibt sich aber für die Transformationsgruppen $\lim_{\omega \to \infty} \hat{B} = \hat{A}_-$ und $\lim_{\omega \to \infty} \hat{A}_+ = \hat{E}$, das heißt, es bleibt nur noch das elektromagnetische Relativitätsprinzip $\hat{A}_-$ übrig. Unter den speziellen Voraussetzungen von $\hat{A}_-$ im R_4 (als Folge der Approximation $\omega \to \infty$) folgt für die Zeittransformation $i\,c\,d\,\vartheta = (\beta_-\,dx_1 + i\,c\,d\,t) \cdot (1+\beta_-^2)^{-1/2} = i\,c\,d\,t\,\sqrt{1+\beta_-^2}$ also $d\,\vartheta/dt = \sqrt{1+\beta_-^2}$. Entsprechend folgt aus der Zeitkomponente von ${}^2\bar{\gamma}$ im Gravitationsfeld für die Zeittransformation $d\,\vartheta' = \gamma_{4,4}\,dt'$. Wenn die Geschwindigkeit $\beta_- = v/ic$ einer hinreichend kleinen Masse durch das Gravitationsfeld α verursacht werden soll, so gilt $d\,\vartheta'/dt' = -\,d\,\vartheta/dt$ oder $1 - \alpha/r = \sqrt{1+\beta_-^2}$. Wird nun in einer Approximation das Gravitationsfeld α hinreichend schwach angenommen, so daß für alle $n > 1$ die Näherung $(\alpha/r)^n \to o$ verwendbar ist, so liefert die Quadrierung $1 + \beta_-^2 = (1-\alpha/r)^2 \approx 1 - 2\alpha/r$ oder für die vom Gravitationsfeld verursachte Geschwindigkeit $v^2\,r = 2\,\alpha\,c^2 = \text{const.}$ Setzt man zur Kürzung $2\,\alpha\,c^2 = a$, so liefert $v^2\,r = a$, wenn die Gravitationsbewegung zirkulär, also $r = \text{const.}$ und $v = 2\,\pi\,r/t$ ist, $r^3/t^2 = a/4\pi^2 = \text{const.}$ und dies ist das 3. empirische Gesetz aus B II 2, das aber die eine der empirischen Grundlagen des klassischen Gravitationsgesetzes ist.

Dieser Schluß zwingt zu der Annahme $2\,\alpha\,c^2 = \gamma\,m_o$, was zu $v^2 = \gamma\,m_o/r$ oder $\varphi = \gamma\,m_o/r$ führt; denn φ ist das Beschleunigungspotential des durch m_o verursachten Gravitationsfeldes, das mit dem Quadrat der gravitativen Geschwindigkeit identisch sein muß. Ist m die im Feld φ gravitierende Masse, so ist $m\,\varphi = \int \bar{K}\,d\,\bar{r}$ die gravitative Energie, deren Gradientenbildung zu $\bar{K} = \text{grad}\,m\,\varphi = m\,\text{grad}\,\varphi = m\,\bar{\Gamma}$ führt, weil $\text{grad}\,\varphi = \bar{\Gamma}$ der gravitative Feldvektor, also die Gravitationsbeschleunigung sein muß, wenn $m = \text{const.}$ bleibt. Nach dem Äquivalenzprinzip kann aber $\bar{\Gamma} = \ddot{\bar{s}}$ durch beliebige ponderomotorische Beschleunigungen $\ddot{\bar{s}} = \sum_{k=1}^{3} \ddot{x}_k$ ersetzt werden. Sind die X_k die Skalarkomponenten von $\bar{K}$, so folgt für das Bewegungsgesetz träger Massen $X_k = m\,\ddot{x}_k$ und dies wiederum ist die dynamische Grundgleichung aus B II 1, aus der sich die gesamte Einpunkt- und Vielpunktmechanik ableiten läßt, wenn in einer

weiteren Approximation m nicht als räumlich ausgedehnt angenommen wird, sondern im R_3 nur Trägheitszentren als dimensionslose Massenpunkte beschreibt. Wird weiter angenommen, daß ein Volumen des R_3 mit solchen Trägheitszentren ausgefüllt ist, die aber an feste Ruhelagen gebunden sind, so daß keine Relativverschiebungen innerhalb dieses Volumens möglich sind, so ergibt sich aus dieser Vielpunktmechanik die Mechanik des starren Körpers. Wird im anderen Fall angenommen, daß alle Trägheitszentren ungebunden und die einzigen Wechselwirkungen zwischen ihnen elastische Kolisionen sind, was zu einer statistischen Bewegung führt, so ergibt sich unter diesen Voraussetzungen die kinetische mechanische Theorie des idealen Gases aus B II 3, wodurch Wärme, Gasdruck, Kompressibilität und so weiter statistisch mechanisch gedeutet werden. Wird in diesem Bild berücksichtigt, daß die approximierten Trägheitszentren tatsächlich Systeme von Materiefeldquanten sind, welche attraktive Wechselwirkungen aufeinander ausüben, so führt dieses Bild zur Thermodynamik realer Gase , während das Modell des starren Körpers zu Thermodynamik des festen Aggregatzustandes führt. Aus diesen beiden mechanisch - statistischen Theorien ergibt sich eine allgemeine Thermodynamik des festen realen Körpers, seiner Elastizität und Plastizität im amorphen und kristallinen Fall, sowie der thermodynamische Übergang in den flüssigen Aggregatzustand, mit einer Thermodynamik der Viskosität (beim Schmelzprozeß Erweichungsintervall und Eutektikum) und eine Theorie der Oberflächenbildung. Hieraus folgt wiederum die Thermodynamik des Verdampfungsprozesses, sowie die Thermodynamik des realen Gases, während der umgekehrte Weg von einer Kondensationstheorie über eine Erstarrungstheorie zeigt, wie der gasförmige in den flüssigen Aggregatzustand thermodynamisch zurückgeht. In einer weiteren Spezialisierung können die thermodynamischen Voraussetzungen des flüssigen oder gasförmigen Zustandes angenommen werden, und außerdem kann zusätzlich gefordert werden, daß die statistischthermodynamische Bewegung der einzelnen Massenzentren eine Vorzugsrichtung hat. Hier sind wieder zwei Spezialisierungen möglich. Zum einen kann verlangt werden, daß sich diese Vorzugsrichtung zeitlich nicht umkehrt, was zu einer allgemeinen Theorie realer Strömungen führt (Hydrodynamik für den flüssigen, und Aerodynamik für den gasförmigen Zustand) . Zum anderen kann angenommen werden, daß die Vorzugsrichtung periodisch umgekehrt wird, was zu einer Theorie der Akustik führt (mechanische Wechselströmung), die wiederum auf den festen Aggregatzustand in seinen elastischen und plastischen Formen übertragbar ist. Ein letzter Sonderfall schließlich ist eine Theorie akustischer Kompressionsvorgänge, also der Verdichtungsfronten in Flüssigkeiten und Gasen , und dies macht eine Ergänzung

der Strömungstheorie zur Gasdynamik der Überschallströmungen möglich.

Dieser ganze Komplex mechanischer Theorien kann aus $\mathcal{H}_k = m\ddot{x}_k$ gefolgert werden und dieses Grundgesetz ergab sich nach einer ganzen Kette von Approximationen aus Gleichung 75, die wiederum ein Sonderfall von Gleichung 76 ist. Elektromagnetische Phänomene können allerdings durch diese Approximationskette noch nicht erfaßt werden.

Es bleibt noch übrig, den anderen Zweig des statischen Sonderfalles der mesobarischen Statik, nämlich $(s\,p\ \Gamma^{(\varepsilon,\ )}_{(-)})_2 ; \Omega ; \hat{\{\}} = \hat{o}$ approximativ zu untersuchen. In dem Operator ist $\hat{\{\}}$ überhaupt nichtmehr enthalten, so daß $\hat{\{\}} = \hat{o}$ auch zu keiner Änderung des Operators führen kann. Der erste Approximationsschritt kann dagegen in $\hat{\{\}}_- \to \hat{o}$ bestehen; denn dann entfällt die Typensignatur. Aus den kovarianten Dubletts wird also $lim_{\hat{\{\}}_- \to \hat{o}} \Gamma^{(\varepsilon,\varkappa)}_{(-)} = \Gamma^{(3,3)}_{(-)}$, also

$lim_{\hat{\{\}}_- \to \hat{o}} (s\,p\ \Gamma^{(\varepsilon,\varkappa)}_{(-)})_2 = \begin{pmatrix}1,1\\1,1\end{pmatrix} s\,p\ \Gamma^{(3,3)}_{(-)}$ und dies liefert die Reduktion $s\,p\ \Gamma^{(3,3)}_{(-)} ; \Omega ; \hat{\{\}}_+ = \bar{o}$. Mit $lim_{\hat{\{\}}_- \to \hat{o}} C = C_+$ wird dann $\Omega = (1-1/2\ {}^2\bar{g}\ sp) ; s\,p\ C_+ = \Omega_+ -$ $- 1/2\ {}^2\bar{g}_-\ s\,p\ (s\,p\ C_+)$ mit $\Omega_+ = (1-1/2\ {}^2\bar{g}_+ sp) ; s\,p\ C_+$. Aus $\hat{\{\}}_- = \hat{o}$ folgt unmittelbar ${}^2\bar{g}_- = {}^2\bar{a} = const.$, wobei ${}^2\bar{a} \neq {}^2\bar{o}$ sein darf. Hiermit wird $\bar{o} = s\,p\ \Gamma^{(3,3)}_{(-)} ; \Omega_+ ; \hat{\{\}}_+ -$ $- 1/2\ s\,p\ \Gamma^{(3,3)}_{(-)} ; {}^2\bar{a}\ s\,p\ (s\,p\ C_+ ; \hat{\{\}}_+)$. Für den Sonderfall ${}^2\bar{a} = {}^2\bar{o}$, der eine weitere Spezialisierung bedeutet, gilt demnach $s\,p\ \Gamma^{(3,3)}_{(-)} ; \Omega_+ ; \hat{\{\}}_+ = \bar{o}$. Hierin ist immer $\Gamma^{(3,3)}_{(-)} = \Gamma^{(6,6)}_{(-)} - F$, wobei F nach der Definition der Γ - Operatoren, durch die Komponenten von $\hat{\{\}}_+$ bestimmt wird.

Wenn $s\,p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)} ; ({}^2\bar{R} - 1/2\ {}^2\bar{g}\ R) = \bar{o}$ ist, so muß auch $s\,p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)} ; \Omega ; \hat{\{\}} = \bar{e}$ im statischen Fall sein und diese

erweiterte Divergenzfreiheit gilt auch für die Limesrelation

$\lim_{{}^{2}\bar{g}_{-} \to {}^{2}\bar{o}} sp\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)} ; ({}^{6}\bar{R} - 1/2\ {}^{2}\bar{g}\ R) = \bar{o}$, was auch

$sp\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)} ; \Omega_{+} ; \hat{\{\}}_{+} = \bar{O}$ zur Folge hat, weil in der Signatur 6 keine metrischen Größen vorkommen. Damit wird

$sp\ \Gamma^{(3,3)}_{(-)} ; \Omega_{+} ; \hat{\{\}}_{+} = 1 - F ; \Omega_{+} ; \hat{\{\}}_{+} = \bar{o}$

oder nach der Definition der Γ - Operatoren $g^{il}_{+} \left\{ {s \atop k\ l} \right\}_{+} \cdot$

$\cdot (\Omega_{+} ; \hat{\{\}}_{+})_{is} + g^{il}_{+} \left\{ {s \atop i\ l} \right\}_{+} \cdot (\Omega_{+} ; \hat{\{\}}_{+})_{sk} = o .$

Hierin ist $g^{il}_{+} \left\{ {s \atop i\ l} \right\}_{+} = \left\{ {si \atop i} \right\}_{+}$ und $g^{il}_{+} \left\{ {s \atop k\ l} \right\}_{+} = \left\{ {s\ i \atop k} \right\}_{+}$,

während $\Omega_{+} ; \hat{\{\}}_{+} = sp\ C_{+} ; \hat{\{\}}_{+} - 1/2\ {}^{2}\bar{g}_{+}\ sp \cdot$

$\cdot (sp\ C_{+} ; \hat{\{\}}_{+}) = \bar{\lambda}_{+} \hat{\{\}}_{+} - 1/2\ {}^{2}\bar{g}_{+}\ sp\ \bar{\lambda}_{+} \hat{\{\}}_{+}$,

weil immer für die statischen Mesofeldzustände die Eigenwertbeziehung $sp\ C ; \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \hat{\{\}}$ gelten muß, was sich auch auf die Approximation ${}^{2}\bar{g}_{-} \to {}^{2}\bar{o}$ erstreckt. Hieraus ergibt sich in der Komponentendarstellung $\left\{ {i\ s \atop k} \right\}_{+} \lambda_{+m} \left\{ {m \atop i\ s} \right\}_{+} + \left\{ {i\ s \atop i} \right\}_{+} \lambda_{+m} \left\{ {m \atop k\ s} \right\}_{+} =$

$= \varsigma/2 \left(\left\{ {s \atop s\ k} \right\}_{+} + \left\{ {i \atop i\ k} \right\}_{+} \right) = o$, weil stets $sp \hat{\{\}}_{+} = \bar{o}$

ist. In dieser Entwicklung wurde zur Abkürzung $\varsigma = sp\ \bar{\lambda}_{+} \hat{\{\}}_{+}$

gesetzt, Es gilt also approximativ das Theorem $\left\{ {i\ s \atop k} \right\}_{+} \lambda_{+m} \left\{ {i\ s \atop m} \right\}_{+}$

$+ \left\{ {i\ s \atop i} \right\}_{+} \lambda_{+m} \left\{ {m \atop s\ k} \right\}_{+} = o$ für ${}^{2}\bar{g}_{-} \to {}^{2}\bar{o}$. Wenn $\left\{ {j \atop j\ s} \right\}_{+} = o$

gilt, dann muß auch $o = g^{ik}_{+} \left\{ {s \atop j\ s} \right\} = \left\{ {i\ s \atop s} \right\}_{+}$ oder $\left\{ {i\ s \atop i} \right\}_{+} = o$

sein, so daß $\left\{ {i\ s \atop k} \right\}_{+} \cdot \lambda_{+m} \left\{ {m \atop i\ s} \right\}_{+} = o$ gilt und dies Wiederum kann als Integrand eines raumzeitlichen Gebietsintegrals aufgefaßt werden, das ebenfalls verschwinden muß. Hieraus wiederum kann darauf geschlossen werden, daß $\bar{\lambda}_{+} \hat{\{\}}_{+}$ hermitesch ist, was wegen

$\bar{\lambda}_{+} \hat{\{\}}_{+} = sp\ C_{+} ; \hat{\{\}}_{+}$ die Hermitezität von $sp\ C_{+}$ und

auch von C_+ selbst nach sich zieht. Wird nicht approximiert, so liefert die gleiche Untersuchung für den statischen Fall

$(s\,p\,\Gamma^{(\varepsilon,\varkappa)}_{(-)})_2 \,;\, \Omega \,;\, \hat{\{\}} = \hat{o}$ wegen $s\,p\,\Gamma^{(6,6)}_{(-)} \,;\Omega\,;\, \hat{\{\}} = \bar{o}$

für alle vier Gleichungen $g^{il} \left\{ {s \atop k\,l} \right\}_{(\varepsilon)} \lambda_m \left\{ {m \atop i\,s} \right\} +$

$+ g^{il} \left\{ {s \atop i\,l} \right\}_{(\varkappa)} \lambda_m \left\{ {m \atop s\,k} \right\} = \varrho/2 \left(\left\{ {s\,i \atop k} \right\}_{(\varepsilon)} g_{is} + \right.$

$\left. + \left\{ {s\,i \atop i} \right\}_{(\varkappa)} g_{sk} \right) = o$, weil immer $s\,p\,\hat{\{\}} = \bar{o}$ sein muß. Auch folgt $g^{il} \left\{ {s \atop i\,l} \right\} = \left\{ {s\,i \atop i} \right\} = o$ aus dem gleichen Grund. Demnach bleibt das Theorem $\left\{ {s\,i \atop k} \right\}_{(\varepsilon)} \lambda_m \left\{ {m \atop i\,s} \right\} = o$ für $\varepsilon = 1$ und $\varepsilon = 2$ übrig und hieraus folgt wiederum die Hermitezität von $\bar{\lambda}\,\hat{\{\}} = s\,p\,C \,;\, \hat{\{\}}$, weil der Ausdruck als Integrand eines raumzeitlichen Gebietsintegrales aufgefaßt werden kann. Wenn nämlich

$$\int_\Omega \sqrt{|g|} \left(\hat{\{\}}^\times \bar{\lambda}\,\hat{\{\}} - \hat{\{\}} \left(\bar{\lambda}\,\hat{\{\}} \right)^\times \right) \cdot \prod_{j=1}^{4} d\,x^j = \bar{o}$$

ist, so muß wegen $\bar{\lambda}\,\hat{\{\}} = s\,p\,C \,;\, \hat{\{\}}$ auch

$$\int_\Omega \sqrt{|g|} \left(\hat{\{\}}^\times s\,p\,C \,;\, \hat{\{\}} - \hat{\{\}} \left(s\,p\,C \,;\, \hat{\{\}} \right)^\times \right) \cdot \prod_{j=1}^{4} d\,x^j = \bar{o}$$

sein, und dies ist dann aber die Hermitezitätsbedingung des Operators $s\,p\,C$ beziehungsweise für C selbst, das heißt, im statischen Fall beschreibt $C \,;\, \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \times \hat{\{\}}$ tatsächlich ein Eigenwertproblem, dessen Eigenwertspektrum ein diskretes Punktspektrum ist und dessen Eigenfunktionen mit dem R_4 als Trägerraum einen abstrakten Funktionenraum aufspannen. Dieser Nachweis diskreter Mesofeldzustände für den Konvergenzfall

$$\int_\Omega \sqrt{|g|} \cdot \hat{\{\}}\,\hat{\{\}}^\times \prod_{j=1}^{4} d\,x^j < \infty$$ geht mithin auf den statischen Sonderfall der Gleichung 76, also auf $C \,;\, \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \times \hat{\{\}}$ beziehungsweise $s\,p\,C \,;\, \hat{\{\}} = \bar{\lambda}\,\hat{\{\}}$ und $s\,p\,\hat{\{\}}_+ = s\,p\,\hat{\{\}}_- = \bar{o}$ zurück. Andererseits weisen aber immer diskrete Eigenwerte und ein hermitescher Zustandsoperator auf die Existenz diskreter Quantenstufen der betreffenden Zustandsgrößen hin, so daß der statische Sonderfall von Gleichung 76 die Existenz quantenhafter Mesofeldzustände aufzeigt. Wenn dies aber so ist, dann muß Gleichung 76 auch die Quntentheorie als Sonderfall enthalten. Dies wird umso deutlicher, als aus

Gleichung 76 approximativ auch Wellengleichungen entwickelt werden können.

Für $J \to \infty$ wird aus der Beziehung 75 (mesobarische Statik) die halbphänomenologische makromare Feldgleichung ${}^{*}\bar{R} \sim {}^{*}\bar{T} - 1/2\ {}^{*}\bar{g} \cdot$ oder ${}^{*}\bar{R} - 1/2\ {}^{*}\bar{g} \cdot R \sim {}^{*}\bar{T} + {}^{*}\bar{T}^{\times}$, worin nach 67 a für hinreichend schwache gravitative Feldstrukturen $\bar{p} \to \bar{o}$ die Hermitezität $\lim_{\bar{p} \to \bar{o}} {}^{*}\bar{T} = {}^{*}\bar{V} = {}^{*}\bar{V}^{\times}$ und damit die elektromagnetisch-gravotative Spaltung ${}^{*}\bar{R}_{(\mathfrak{Je})} - 1/2\ {}^{*}\bar{g}_{(\mathfrak{Je})} \cdot R_{(\mathfrak{Je})} \sim {}^{*}\bar{V}$ oder ${}^{*}\bar{R}_{(\mathfrak{Je})} \sim {}^{*}\bar{V}$ $- 1/2\ {}^{*}\bar{g}_{(\mathfrak{Je})} \cdot V$ mit ${}^{*}\bar{g}_{(\mathfrak{Je})} = {}^{*}\bar{g}^{\times}_{(\mathfrak{Je})}$ approximativ erreicht wird. Auch diese Approximation kann mit $J < \infty$ in den mikromaren Bereich übertragen werden, was in Analogie zur Entwicklung von 75 zunächst $s\ p\ C_{(\mathfrak{Je})} \mid \hat{\{\}}_{(\mathfrak{Je})} = \bar{\lambda}_{(\mathfrak{Je})} \cdot \hat{\{\}}_{(\mathfrak{Je})}$ oder $C_{(\mathfrak{Je})} \mid \hat{\{\}}_{(\mathfrak{Je})} = \bar{\lambda}_{(\mathfrak{Je})} \times \hat{\{\}}_{(\mathfrak{Je})}$ liefert. Wegen ${}^{*}\bar{g}_{(\mathfrak{Je})} = {}^{*}\bar{g}^{\times}_{(\mathfrak{Je})}$ ist dies aber mit der Approximation $C_{+} \mid \hat{\{\}}_{+} = \bar{\lambda}_{+} \times \hat{\{\}}_{+}$ identisch, für welche die Hermitezität des Operators und die Konvergenz von $\hat{\{\}}_{+}$ nachgewiesen wurde. Aus diesem Grunde liegen $\bar{\lambda}_{+} = \bar{\lambda}_{(\mathfrak{Je})}$ ebenfalls in einem diskreten Punktspektrum, so daß ${}^{*}\bar{R}_{(\mathfrak{Je})} - 1/2\ {}^{*}\bar{g}_{(\mathfrak{Je})} \cdot R_{(\mathfrak{Je})} \sim {}^{*}\bar{V}$ auch die makromare Fortsetzung mikromarer Quantenstufen nach dem Korrespondenzprinzip ist. Dies bedeutet aber, daß ${}^{*}\bar{V}$ als Feldtensor eines raumzeitlichen Vektorfeldes $\bar{\Phi}$ gemäß ${}^{*}\bar{V} = \Gamma^{(\varepsilon)}_{(-)} \mid \bar{\Phi}$ darstellbar ist. Wegen der Strukturhermitezität sind aber die Singulettsignaturen $\varepsilon = (1,2,3) = +$ und $\varepsilon = (4,5,6) = -$ identisch, sodaß sich die zweideutige Darstellung ${}^{*}\bar{V} = \Gamma^{(\pm)}_{(-)} \mid \bar{\Phi}$ ergibt. Da auch für ${}^{*}\bar{g}_{(\mathfrak{Je})}$ die Divergenzfreiheit $s\ p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)} \mid ({}^{*}\bar{R}_{(\mathfrak{Je})} - 1/2\ {}^{*}\bar{g}_{(\mathfrak{Je})} \cdot R_{(\mathfrak{Je})}) = \bar{o}$ gilt, folgt für das elektromagnetische Energieprinzip $s\ p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)} \mid {}^{*}\bar{V} = \bar{o}$ oder zweideutig $s\ p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)} \mid \Gamma^{(\pm)}_{(-)} \mid \bar{\Phi} = \bar{o}$. Wird hierin ${}^{*}\bar{g}_{(\mathfrak{Je})} = {}^{*}\bar{a} = \text{const.}$ gesetzt, dann wird $\Gamma^{(\pm)}_{(-)}({}^{*}\bar{g}_{(\mathfrak{Je})} = {}^{*}\bar{a}) = \Gamma^{(6)}_{(-)}$ eindeutig (geodätisch). Die so entstandene Beziehung $s\ p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)} \mid \Gamma^{(6)}_{(-)} \mid \bar{\Phi} = \bar{o}$ in geodätischen Koordinaten kann

weiter approximiert werden. Wird die Struktur ${}^{1}\bar{a} \to {}^{2}\bar{E}$ als extrem schwach vernachlässigt, dann decken sich die geodätischen mit den carthesischen Koordinaten, und diesbedeutet Operatorlimes

$\lim_{{}^{1}\bar{a} \to {}^{2}\bar{E}} sp \Gamma_{(-)}^{(6,6)} ; \Gamma_{(-)}^{(6)} = \overline{div}_4 \overline{\overset{\wedge}{div}}_4$, was das Energieprinzip $\overline{div}_4 \overline{\overset{\wedge}{div}}_4 \bar{\Phi} = \bar{o}$ in euklidischer Fassung approximativ liefert. Die gleiche Approximation ergibt sich auch aus 76 für $\varepsilon = \varkappa = 6$ im Fall fehlender Korrespondenz ; denn es ist $\bar{o} =$

$= \lim_{J- \to \infty} sp \Gamma_{(-)}^{(6,6)} ; \curlywedge ; \overset{\wedge}{\{\}} = sp \Gamma_{(-)}^{(6,6)} ; ({}^{2}\bar{R} - 1/2\ {}^{1}\bar{g} \cdot R) \sim sp \Gamma_{(-)}^{(6,6)}$; ${}^{2}\bar{T}$ und $\bar{o} =$

$= \lim_{p \to \bar{o}} sp \Gamma_{(-)}^{(6,6)} ; {}^{2}\bar{T} = sp \Gamma_{(-)}^{(6,6)} ; {}^{2}\bar{V}$. Dies führt nach euklidischer Approximation ebenfalls zu $\overline{div}_4 \overline{\overset{\wedge}{div}}_4 \bar{\Phi} = \bar{o}$ oder in Komponentenform $\bar{e}_i \sum_{k=1}^{4} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x_k^2} = \bar{o}$ und

$\lim_{{}^{2}\bar{g} \to {}^{2}\bar{E}} \bar{e}_i \sum_{k=1}^{4} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x_k^2} = | \bar{e}_i \sum_{k=1}^{4} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2_k} = \bar{o}$

nach euklidischer Approximation. Wird über i summiert, so wird dies zu $div_4\ grad_4\ \bar{\Phi} = \bar{o}$ und hierin kann die Zeitkoordinate in der Form $\phi_4 = \varphi$, beziehungsweise $\sum_{k=1}^{3} \bar{\Phi}_i = \bar{\psi}\ (R_3)$ abgespalte werden. Wegen $x_4 = i\,c\,t$ gilt dann $div\ grad\ \bar{\psi} - \ddot{\bar{\psi}}/c^2 + \bar{e}_4\ (div\ grad\ \varphi - \ddot{\varphi}/c^2) = \bar{o}$ oder $div\ grad\ \bar{\psi} = \ddot{\bar{\psi}}/c^2$ und $div\ grad\ \varphi = \ddot{\varphi}/c^2$. Diese beiden Gleichungen sind aber Differentialgleichungen von Wellenfeldern, die sich mit der Geschwindigkeit c ausbreiten. Nach dem elektromagnetischen Relativitätsprinzip kann es sich dabei aber nur um elektromagnetische Prozesse handeln, so daß $\bar{\psi}$ und φ nur das vektorielle und skalare Potential einer elektromagnetischen Welle sein können. Diese Interpretation wird noch dadurch gerechtfertigt, daß im Limes gemäß $\lim_{p \to \bar{o}}$ ${}^{2}\bar{T} = {}^{2}\bar{V} = {}^{2}\bar{V}^{\times}$ zum elektromagnetischen Energiedichtetensor wird. Zwar kann aus der Approximation $div\ grad\ (\bar{\psi}, \varphi) = 1/c^2\ \partial^2/\partial t^2\ (\bar{\psi}, \varphi)$ noch nicht auf das elektromagnetische Induktionsgesetz und damit auf die allgemeine Elektrodynamik geschlossen werden, doch ist diese Approximation das Grundgesetz der Wellenoptik, die zur geometrischen Strahlenoptik

wird, wenn im Limes die Wellenlänge gegen Null konvergiert. Dieser Mangel liegt an der Darstellung ${}^2\bar{T} \sim \frac{\wedge}{div_4}\ \bar{\varphi}$ in $s\,p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)}\ ;\ {}^2\bar{T} = \bar{o}$; denn $\frac{\wedge}{div_4} = \lim_{{}^2\bar{g}_- \to {}^2\bar{E}} \Gamma^{(\varepsilon)}_{(-)}$ ist die euklidische Approximation eines Γ- Operators mit kovarianter Singulettsignatur. Wird also ${}^2\bar{T}$ in der Form ${}^2\bar{T} \sim \Gamma^{(\varepsilon)}_{(-)}\ ;\ \bar{\varphi}$ dargestellt, so folgt $s\,p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)}\ ;\ \Gamma^{(\varepsilon)}_{(-)}\ ;\ \bar{\varphi} = \bar{o}$ und hierin ist $(\ \Gamma^{(\varepsilon)}_{(-)}\ ;\ \bar{\varphi}\ )_{ik} = \partial\varphi_i/\partial x^k_- - \left\{ {s \atop i\ k} \right\}_{(\varepsilon)} \varphi_s$, also, wenn nach Einwirken von $\Gamma^{(6,6}_{(-)1}$ die Matrizenspur in K und l gebildet wird, $o = g^{kl}_{--}\ \partial^2\varphi_i/\partial x^k_- x^l_- - g^{kl}_{--} \left\{ {s \atop i\ k} \right\}_{(\varepsilon)} \partial\varphi_s/\partial x^l_- - \varphi_s\ g^{kl}_{--}\ \partial/\partial x^l_- \left\{ {s \atop i\ k} \right\}_{(\varepsilon)}$. Wenn im Limes $\bar{\mu} \to \bar{o}$ konvergiert, so ist dies äquivalent mit $\omega \to \infty$ und dies hätte $\hat{\{\}} = const.$ zur Folge. Mithin gilt $\lim_{\omega\to\infty} \hat{\{\}} = const.$ oder $\lim_{\omega\to\infty}\ \partial/\partial x^l_-\ \left\{ {s \atop i\ k} \right\} = o$ und dies bedeutet für die Operatorwirkung, wenn die Limesrelation gilt, $g^{kl}_{--}\ \partial^2\varphi_i/\partial x^k_-\ \partial x^l_- - \left\{ {s\ l \atop i} \right\}_{(\varepsilon)} \partial\varphi_s/\partial x^l_- = o$, worin hermitesch, also mit ${}^2\bar{g}_- \to {}^2\bar{o}$ approximiert werden kann. Diese Approximation führt dann zu

$$\lim_{{}^2\bar{g}_- \to {}^2\bar{o}} \left(g^{kl}_{--}\ \partial^2\varphi_i/\partial x^k_- \partial x^l_- - \left\{ {s\ l \atop i} \right\}_{(\varepsilon)} \cdot \partial\varphi_s/\partial x^l_- \right) =$$

$$= g^{kl}_{+-}\ \frac{\partial^2\varphi_i}{\partial x^k_- \partial x^l_-} - \left\{ {s\ l \atop i} \right\}_{+}\ \partial\varphi_s/\partial x^l_- = o,$$ und hierin kann ${}^2\bar{g}_+$ mit einer geeigneten Unitärtransformation $\hat{S} \cdot \hat{S}^{\times} = \hat{E}$ stets auf ein Diagonalschema $g^{kl}_{+-} \sim \delta_{kl}$ transformiert werden, was mit einer geeigneten Koordinatentransformation zu $\sum_{k=1}^{4} \partial^2\varphi_i/\partial x^{k^2}_- - \left\{ {s\ l \atop i} \right\}_{+}\ \partial\varphi_s/\partial x^l_- = o$ führt. Hierin ist der Operator $\left\{ {s\ l \atop i} \right\}_{+}\ \partial/\partial x^l_-$ stets hermitesch, so daß für ihn, wenn $\int \bar{\varphi} \cdot \bar{\varphi}^{\times}\, d\,\Omega < \infty$ für $\bar{\varphi}$ gefordert wird, ein diskretes Punktspektrum reeller Eigenwerte μ^2 gemäß $\left\{ {s\ l \atop i} \right\}_{+}\ \partial\varphi_s/\partial x^l_- = \mu^2\ \varphi_i$ angenommen werden darf, weil $\hat{\{\}}\ o = const.$ gefordert würde. Wird weiter angenommen, daß trotz $\mu^2 > o$ die Unterscheidung zwischen Ko- und Kontravarianz vernachlässigt werden darf, so wird

$$\sum_{k=1}^{4} \partial^2\varphi_i/\partial x^{k^2}_- - \mu^2\ \varphi_i = o \quad \text{oder} \quad div_4 grad_4\ \bar{\varphi} - \mu^2\ \bar{\varphi} = \bar{o}$$

wegen $\sum_{i=1}^{4} \bar{\varphi}_i = \bar{\varphi}$. In dieser vektorieellen Feldgleichung können die Operatoren $\bar{P} = -i\hbar$ grad und $\varepsilon = i\hbar\, \partial/\partial t$ für Impuls und Energie angewendet werden. Mit ihnen wird $\mathrm{div}_4\ \mathrm{grad}_4 =$ $= \mathrm{div}\ \mathrm{grad} - 1/c^2\ \partial^2/\partial t^2 = 1/\hbar^2 c^2\ \varepsilon^2 - 1/\hbar^2\ P^2$, also $1/c^2\ \varepsilon^2 ; \bar{\varphi} - P^2 ; \bar{\varphi} - \hbar^2 \mu^2 \bar{\varphi} = \bar{o}$, was mit $P^2 ; \bar{\varphi} = \bar{p}^2\ \bar{\varphi}$ und $\varepsilon^2 ; \bar{\varphi} = E^2\ \bar{\varphi}$ eine Deutung von μ^2 zuläßt. Es ergibt sich nämlich $E^2 - \hbar^2 \mu^2 c^2 = \bar{p}^2 \cdot c^2$ und dieser Ausdruck wird mit dem gegen $\hat{A}$ invarianten Impuls p zu dem ebenfalls gegen $\hat{A}$ invarianten Energiematerieäquivalent $E = m c^2$, wann $\hbar^2 \mu^2 = m_o^2 c^2$ gesetzt wird, wobei $m(\beta) = \mathrm{const}(r)$ und $m_o = m(o)$ ist. Die Konstanz hinsichtlich r ist eine Folge der Approximation $\omega \to \infty$ oder $\bar{\mu} \to \bar{o}$; denn hierfür verschwindet die Abhängigkeit zwischen m und r . Mit dieser Interpretation von $\hbar^2 \mu^2 c^2 = m_o^2 c^4$ wird aber $1/c^2\ \varepsilon^2 = P^2 + m_o^2 c^2 =$ $= \sum_{i=1}^{4} P_i^2$ mit $P_4 = m_o c$ zu einer linearisierten Form. Wegen der Operatornatur der P_i kann die zweideutige Linearisierung nur mit 4 Matrizen $\hat{\alpha}_i$ vom quadratischen Typ 4 durchgeführt werden, für deren Antikomutator $(\hat{\alpha}_i \times \hat{\alpha}_k)_+ = 2\ \delta_{ik}\ \hat{E}$ gilt. Vier Matrizen, die diesem Antikomutatorgesetz genügen und den quadratischen Typ haben sind nur in der Form

$$\hat{\alpha}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\alpha}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\alpha}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und}$$

$$\hat{\alpha}_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{möglich; denn tatsächlich folgt nach den Gesetzen der Matrizenmultiplikation für den Antikomutator die Stufenmatrix } (\hat{\alpha}_i \times \hat{\alpha}_k)_+ = 2\ \delta_{ik}\ \hat{E} .$$

Wird die Linearisierung der Operatorbeziehung mit diesen vier Matrizen durchgeführt, so ergibt sich unter Berücksichtigung der Antikomutatorbedingung $\pm \hat{E}/c \cdot \varepsilon = \sum_{i=1}^{4} \hat{\alpha}_i \cdot P_i$ und dies liefert die linearisierte Feldgleichung $\pm \hat{E}\ \varepsilon ; \bar{\varphi} = c \sum_{i=1}^{4} \hat{\alpha}_i\ P_i ; \bar{\varphi}$, worin gegebenenfalls die Impulskomponenten und die Energie durch skalare und vektorielle Zusatzpotentiale

äußerer elektromagnetischer oder gravitativer Feldwirkungen ergänzt werden können, was dann zu einem Ausdruck $\hat{D}\,;\,\bar{\varphi} = \bar{o}$ führt, dessen Operatoriteration $\hat{D}\,;\,D^{x}$ unter Berücksichtigung der antikommutierenden $\hat{\alpha}_i$ zu einer durch die Zusatzpotentiale ergänzten und im zweiten Grad iterierten Feldgleichung $\hat{D}\,;\,\hat{D}^{x}\,;\,\bar{\varphi} = \bar{o}$ führt, und hierin erweisen sich die $\hat{\alpha}_i$ als Spinmatrizen der Quanten des Vektorfeldes $\bar{\varphi}$. Werden in der linearisierten Form $\hat{E}\,\xi\,;\,\bar{\varphi} \pm c \sum_{i=1}^{4} \cdot \hat{\alpha}_i\, P_i\,;\,\bar{\varphi} = \bar{o}$. Die P_i und ξ explizit eingesetzt, $\hbar$ gekürzt und die Definition der $\hat{\alpha}_i$ verwendet, so folgt in der Komponentendarstellung das zweideutige Gleichungssystem

$$\dot{\varphi}_1 \pm c\,(\partial\varphi_4/\partial x_1 - i\,\partial\varphi_4/\partial x_2 + \partial\varphi_3/\partial x_3) \pm i\,m_o\,c^2/\hbar\,\varphi_1 = 0,$$

$$\dot{\varphi}_2 \pm c\,(\partial\varphi_3/\partial x_1 + i\,\partial\varphi_3/\partial x_2 + \partial\varphi_4/\partial x_3) \pm i\,m_o\,c^2/\hbar\cdot\varphi_2 = 0,$$

$$\dot{\varphi}_3 \pm c\,(\partial\varphi_2/\partial x_1 - i\,\partial\varphi_2/\partial x_2 + \partial\varphi_1/\partial x_3) \mp i\,m_o\,c^2/\hbar\cdot\varphi_3 = 0,$$

$$\dot{\varphi}_4 \pm c\,(\partial\varphi_1/\partial x_1 + i\,\partial\varphi_1/\partial x_2 - \partial\varphi_2/\partial x_3) \mp i\,m_o\,c^2/\hbar\cdot\varphi_4 = 0.$$

Wird $\bar{\varphi} = \bar{A} + i\,\bar{B}$ als eine über den komplexen algebraischen Zahlenkörper definierte Funktion aufgefaßt und nimmt man in einer Approximation $m_o = o$ an, was $\{\} = \hat{o}$ entspricht, und wird die Spaltung für den negativen Zweig mit $m_o = o$ in Real- und Imaginärteil durchgeführt, so entsteht ein System aus acht Differentialgleichungen für die Komponenten der beiden reellen Funktionen A_k und B_k. Für diese Komponenten wiederum kann die Auswahl $A_1 \sim C_3$, $A_2 \sim C_1$, $A_3 = o$, $A_4 \sim -D_2$, $B_1 = o$, $B_2 \sim C_2$, $B_3 \sim D_3$, $B_4 \sim D_1$ getroffen werden, wodurch zwei Vektoren $\bar{C}$ und $\bar{D}$ als reelle Raumzeitfunktionen im R_3 definiert worden sind. Mit diesen beiden Vektoren können die acht reellen Gleichungssysteme, wenn $a = const.$ und $b = const$ Proportionalitätsfaktoren sind zu $\mathrm{rot}\,\bar{C} = a\,\dot{\bar{D}}$, $\mathrm{rot}\,\bar{D} = b\,\dot{\bar{C}}$, $\mathrm{div}\,\bar{D} = o$, $\mathrm{div}\,\bar{C} = o$ zusammengefaßt werden Dies ist aber der Ausbreitungsformalismus elektromagnetischer und gravitativer Feldstörungen im Vakuum des R_3; denn mit $a = \varepsilon_o$ und $b = -\mu_o$ und der Anpassung $\bar{C} = \bar{H}$ beziehungsweise $\bar{D} = \bar{E}$ folgt das elektromagnetische Induktionsgesetz $\mathrm{rot}\,\bar{H} = \varepsilon_o\,\dot{\bar{E}}$, $\mathrm{rot}\,\bar{E} = -\mu_o\,\dot{\bar{H}}$, $\mathrm{div}\,\bar{E} = o$, $\mathrm{div}\,\bar{H} = o$, aber mit der

Anpassung $a = \alpha$, $b = \beta$, sowie $\bar{D} = \bar{g} = \bar{\Gamma} + R_+ \cdot \bar{\mu}$ und $\bar{C} = \bar{\mu}$ das Ausbreitungsgesetz gravitativer Feldstörungen $\operatorname{rot} \bar{\mu} - \overset{*}{\bar{\mu}} \sqrt{\alpha\beta} = \alpha \overset{*}{\bar{\Gamma}}$, $\operatorname{rot} \bar{\Gamma} + \overset{*}{\bar{\Gamma}} \sqrt{\alpha\beta} = \bar{o}$, $\operatorname{div} \bar{\Gamma} = o$ $\operatorname{div} \bar{\mu} = \Omega$ für die Approximationen $\sigma \approx o$ und $\mathfrak{m} \approx o$ der energetischen Feldmasse. Aus diesem beiden Gesetzen ergeben sich wegen $\operatorname{rot}\operatorname{rot} = \operatorname{grad}\operatorname{div} - \operatorname{div}\operatorname{grad}$ im R_3 die Ausbreitungsgesetze $\operatorname{div}\operatorname{grad}(\bar{E}, \bar{H}) = 1/c^2 \; \partial^2/\partial t^2 \; (\bar{E}, \bar{H})$ für elektromagnetische und $\operatorname{div}\operatorname{grad}(\bar{\Gamma}, \bar{\mu}) = -1/\omega^2 \; \partial^2/\partial t^2 \; (\bar{\Gamma}, \bar{\mu})$ für gravitative Feldstörungen mit $c^2 \; \varepsilon_o \; \mu_o = 1$ und $\omega^2 \; \alpha \; \beta = 1$, aus dem sich wiederum die beiden Relativitätsprinzipien $\overset{\wedge}{\underset{+}{A}}$ und damit die Existenz der beiden Somawelten $R_{\overset{+}{4}}$ ergeben. Die Approximationskette führte also von der mesobarischen Strukturssynthesis wieder zurück zur Spaltung in die beiden Somawelten. Aus dem elektromagnetischen Induktionsgesetz kann wiederum - ähnlich wie aus der Grundgleichung der Mechanik die gesamte Mechanik, Thermodynamik , Strömungstheorie und Akustik abgeleitet werden könnte - die gesamte Elektrostatik, Magnetostatik,Elektrodynamik, elektromagnetische Induktion, Drahtwellentheorie und die Theorie frei fortschreitender Induktionswellen entwickelt werden. Dieses letze Gebiet liefert, wenn die Wellengleichung für das elektromagnetische Vektorpotential $\operatorname{div}\operatorname{grad} \bar{\Phi} = \ddot{\bar{\Phi}}/c^2$ angesetzt wird, eine Theorie polarisierter elektromagnetischer Wellen während für das Skalarpotential φ die Wellengleichung $\operatorname{div}\operatorname{grad} \varphi = \ddot{\varphi}/c^2$ unpolarisierte elektromagnetische Wellen beschreibt. Für hinreichend kleine Wellenlängen wird aus der Theorie elektromagnetischer Wellen eine Theorie der Wellenpptik, wobei der Übergang vom Mikrowellenbereich zum optischen Bereich zu einer Theorie der Wärmestrahlung führt, deren Wechselwirkung mit der molekularen Materiestruktur die Thermodynamik ergänzt. Eine ähnliche Wechselwirkung optischer Prozesse mit den äußeren Molekular- und Atomstrukturen kann dnrchgeführt werden, währen der Übergang zur Wellenlänge Null im Limes die Basis der geometrischen Strahlenoptik ergibt. Auf diese Weise zeigt sich, daß alle Aussagen der theoretischen Physik in den Approximationsketten enthalten sind; denn die Theorie gravitativer Feldstörungen führt mit $\omega \to \infty$ oder mit $\bar{\mu} \to \bar{o}$ zurück zum Gravitationsgesetz $\bar{\Gamma} = \operatorname{grad} \varphi$ mit $\varphi = \varkappa \, m/r$ und $m = \text{const.}(r)$, das wiederum die Basis der Himmelsmechanik bildet und nach dem Äquivalenzprinzip wieder zum Ergebnis der ersten Approximationskette, nämlich zur Grundgleichung der Mechanik zurückführt.

Wird angenommen, daß ein mesobarisches Kontersystem ${}^2\bar{g} \neq {}^2\bar{E}$ existiert, das aber so schwach ist, daß die Änderung von ${}^2\underline{\bar{g}}$ mit $x^{\overset{i}{=}}$

des R_4 praktisch verschwindet, daß also $\partial g_{ik}/\partial x^1 \to o$, also $\hat{\{\}} \to \hat{o}$ gesetzt werden kann, so liegt der statische Fall Gleichung 75 nicht vor, während in der dynamischen Gleichung 76 immer $\hat{o} = \hat{\mathcal{K}}$; $(\hat{\{\}} + \hat{\underline{\{\}}}) \to \hat{\mathcal{K}}$; $\hat{\{\}}$ unter dieser Voraussetzung gesetzt werden kann. Außerdem ist $\lim_{\hat{\{\}} \to \hat{o}} \underline{C} = o$ und auch $\lim_{\hat{\{\}} \to \hat{o}} sp\ \underline{C} = o$, also $\lim_{\hat{\underline{\{\}}} \to \hat{o}} \underline{\Omega} = o$, was zu $\lim_{\hat{\underline{\{\}}} \to \hat{o}} \hat{\mathcal{K}} = \lim_{\hat{\{\}} \to \hat{o}} \hat{M}_{(\pm)}$; Ω führt. Diese Limesrelation wiederum ergibt die Reduktionen $sp\ \Gamma^{(6)}_{(-)}$; $(sp\ \Gamma^{(\varepsilon,\varkappa)}_{(-)})_2$; Ω ; $\hat{\{\}} = \hat{o}$ und $sp\ (\Gamma^{(1)}_{(-)}, \Gamma^{(2)}_{(-)})$; $sp\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)}$; Ω ; $\hat{\{\}} = o$, weil immer $\lim_{\hat{\{\}} \to \hat{o}} \Gamma^{(\varepsilon)}_{(-)} = \Gamma^{(6)}_{(-)}$ und $\lim_{\hat{\{\}} \to \hat{o}} \Gamma^{(\varepsilon,\varkappa)}_{(-)} = \Gamma^{(6,6)}_{(-)}$ ist. Hierin kann nochmals mit $*\bar{g} \Rightarrow *\bar{o}$ approximiert werden und dies ergibt wegen $*\lim_{g_- \to *o} \Gamma^{(\varepsilon)}_{(-)} = \Gamma^{(3)}_{(-)}$, $*\lim_{g_- \to *o} \Gamma^{(\varepsilon,\varkappa)}_{(-)} = \Gamma^{(3,3)}_{(-)}$ sowie $*\lim_{g_- \to *o} \Omega = \Omega_+$ und $*\lim_{g_- \to *o} \hat{\{\}} = \hat{\{\}}_+$ die weitere Einschränkung $sp\ \Gamma^{(6)}_{(-)}$; $sp\ \Gamma^{(3,3)}_{(-)}$; Ω_+ ; $\hat{\{\}}_+ = o$ und $sp\ \Gamma^{(3)}_{(-)}$; $sp\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)}$; Ω_+ ; $\hat{\{\}}_+ = o$. Da C und damit auch C_+ ein diskretes Punktspektrum von Eigenwerten hat, und daher nach C_+ ; $\hat{\{\}}_+ = \bar{\lambda}_+ \times \hat{\{\}}_+$ auch $*\bar{g}_+$ zahlentheoretische Funktionen eines ganzzahligen Index sein muß, gelten diese Eigenschaften auch für den Operator Ω_+. Die Größe Ω_+ ; $\hat{\{\}}_+$ kann demnach in dreifacher Weise durch Eigenwerte und Eigenfunktionen (dies richtet sich nach den Eigenschaften von $\hat{\{\}}_+$), nämlich Ω_+ ; $\hat{\{\}}_+ = *\bar{\lambda} \cdot \varphi$ oder Ω_+ ; $\hat{\{\}}_+ = [(\lambda, \varphi)_{ik}]_4$ beziehungsweise Ω_+ ; $\hat{\{\}}_+ = \lambda\ *\bar{\varphi}$ ausgedrückt werden, wenn für die hermiteschen Tensorkomponenten das Symbol $(\lambda, \varphi)_{ik} = \lambda_i \varphi_k + \lambda_k \varphi_i$ zur Kürzung des zweiten Falles eingeführt wird. Darstel-

lung durch eine vektorielle Eigenfunktion $\bar{\varphi}$ ist nur in der vorstehenden Weise möglich, weil aufgrund ${}^{2}\bar{g}_{-} \rightarrow {}^{2}\bar{o}$ immer $\Lambda_{+} ; \hat{\{\}}_{+} = (\Lambda_{+} ; \hat{\{\}}_{+})^{x}$ ist und stets $(\lambda , \varphi)_{ik} = (\lambda , \varphi)_{ki}$ gilt. Entsprechend muß auch in der Skalardarstellung ${}^{2}\bar{\lambda} = {}^{2}\bar{\lambda}^{x}$ und in der Tensordarstellung ${}^{2}\bar{\varphi} = {}^{2}\overline{\varphi}^{x}$ sein. Zunächst werde nur

$s\,p\ \Gamma^{(6)}_{(-)} ; s\,p\ \Gamma^{(3,3)}_{(-)} ; \Lambda_{+} ; \hat{\{\}}_{+} = o$ untersucht. Ist die Feldfunktion skalar, also $s\,p\ \Gamma^{(6)}_{(-)} ; s\,p\ \Gamma^{(3,3)}_{(-)} ; {}^{2}\bar{\lambda} \cdot \varphi = o$, so gilt $(s\,p\ \Gamma^{(3,3)}_{(-)} ; {}^{2}\bar{\lambda}\,\varphi)_{k} = g^{\overset{il}{+}}\,\lambda_{ik} \cdot \partial\varphi/\partial x^{\bar{l}} + F_{k}\,\varphi = \lambda^{\bar{l}}_{k}\,\partial\varphi/\partial x^{\bar{l}} + F_{k} \cdot \varphi$ und dies hat

$o = s\,p\ \Gamma^{(6)}_{(-)} ; (\lambda^{\bar{l}}_{k}\,\partial\varphi/\partial x^{\bar{l}} + F_{k}\,\varphi) = \lambda^{\bar{k}\bar{l}}\,\partial^{2}\varphi/\partial x^{\bar{k}}\partial x^{\bar{l}} + F^{\bar{k}}\,\partial\varphi/\partial x^{\bar{k}} + G\,\varphi$ zur Folge. Wird weiter ${}^{2}\bar{\lambda}^{-1}$ als auf ein Diagonalschema transformiert angenommen, also $\lambda^{\bar{k}\bar{l}} \sim \delta_{kl}$ oder $\lambda^{\bar{k}\bar{l}} = a_{1}\,\delta_{kl}$, so ergibt sich $a_{1}\,\partial^{2}\varphi/\partial x^{\bar{l}^{2}} + F^{\bar{l}}\,\partial\varphi/\partial x^{\bar{l}} + G \cdot \varphi = o$ oder nach einer Koordinatentransformation wegen $a_{1} = const.$ Auch $\Delta_{4}\,grad_{4}\,\varphi + \bar{F}\,grad_{4}\,\varphi + Q\,\varphi = o$. Diese Gleichung kann noch weiter approximiert werden. Auf jeden Fall wird durch dieses Differentialgesetz ein raumzeitliches Wellenfeld mit skalarer Zustandsfunktion φ beschrieben. Diese Zustandsfunktion kennzeichnet quantenhafte Vorgänge, wenn φ dem Konvergenzkriterium des abstrakten Funktionenraumes genügt. Da $\Lambda_{+} ; \hat{\{\}}_{+}$ diesem Kriterium genügt, weil es für $\hat{\{\}}_{+}$ erfüllt ist und Λ_{+} hermitesch ist, muß es wegen $\Lambda_{+} ; \hat{\{\}}_{+} = {}^{2}\bar{\lambda}\,\varphi$ auch für φ erfüllt sein, weil alle $\lambda_{ik} = const < \infty$ sind. Wird gefordert, daß sich $\dot{\varphi} = \partial\varphi/\partial t$ zeitlich langsam ändert, daß in guter Näherung $\ddot{\varphi} \approx o$ gesetzt werden darf, und ist immer $\bar{F} \perp grad\ \varphi$, so daß $\bar{F}\,grad_{4}\,\varphi = F_{4}/ic \cdot \dot{\varphi}$ gesetzt werden kann, so wird die Feldgleichung zu $div\ grad\ \varphi - iF_{4}/c\,\dot{\varphi} + Q\,\varphi = o$. Hierin kann nach Q vernachlässigt und $F_{4} = -\,u\,c$ eingesetzt werden, was zu $i\,u\,\dot{\varphi} + div\ grad\ \varphi = o$ führt. Dies ist aber nichts anderes als die wellenmechanische Feldgleichung eines geodätisch annähernd auf Nullinien bewegten Materiefeldes mit skalarer Zustandsfunktion φ, wenn $u = 2m/\hbar$ mit $\hbar = h/2\pi$ festgelegt wird. Die so abgewandelte Approximation $-\,2\,i\,m\,\dot{\varphi} + \hbar\,div\ grad\ \varphi = o$ (Die Einführung $u \sim m$ ist ohnewei-

teres zulässig; denn wenn auch u nicht konstant ist, muß die Trägheitsmasse m = m (r) des Feldquants bereits im statisch stabilen Fall als Ortsfunktion angegeben werden) kann noch weiter getrieben werden, wenn mit den quantentheoretischen Operatoren $\varepsilon = i\hbar\, \partial/\partial t$ und $\bar{P} = -i\hbar$ grad für Energie und Impuls gemäß $\varepsilon ; \varphi = E\varphi$ und $\bar{P} ; \varphi = \bar{p}\varphi$ beziehungsweise $-\hbar^2$ div grad $\varphi = P^2 ; \varphi = p^2 \varphi$ auf die makroskopischen Größen von Energie E und Impuls $\bar{p}$ eines nichtquantisierten Kontinuums zurückgegangen wird Es ist $o = 2im\dot{\varphi} - \hbar$ div grad $\varphi = 2m/\hbar\ \varepsilon ; \varphi - 1/\hbar\ P^2 ; \varphi = 1/\hbar\ (2mE - \bar{p}^2)\cdot\varphi$ oder $E - \bar{p}^2/2m = o$. Wird weiter angenommen, daß die Relativgeschwindigkeit v des durch φ skalar beschriebenen Materiefeldquants im Bereich $o < v \leqslant c$ liegt, so daß $p = mv$ mit $m = const.$ gesetzt werden darf, so wird die Beziehung zu $E = 1/2\ m v^2$ und dies ist der galileiinvariante Ausdruck der kinetischen Energie einer mit v bewegten Masse m. Diese Gleichung kann ebenfalls als Basis einer Entwicklung der Vielpunktmechanik verwendet werden. Neben der skalaren Wellengleichung

$$s\,p\ \Gamma^{(6)}_{(-)} ; s\,p\ \Gamma^{(3,3)}_{(-)} ; {}^{s}\bar{\lambda}\,\varphi = o$$

kann der andere Zweig, nämlich die Operatorkommutation

$$s\,p\ \Gamma^{(3)}_{(-)} ; s\,p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)} ; {}^{s}\bar{\lambda}\,\varphi = 0$$

approximativ untersucht werden. Es ist $(s\,p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)} ; {}^{s}\bar{\lambda}\,\varphi)_k = \lambda^{l}_{\underline{\underline{k}}}\ \partial\varphi/\partial x^{\underline{l}}$ und

$$o = \lambda^{kl}_{\underline{\underline{\ }}}\cdot \partial^2\varphi/\partial x^{\underline{k}}\, x^{\underline{l}} - g^{\underline{\underline{ik}}}_{+}\left\{{s \atop k\ i}\right\}_{+}\lambda^{l}_{s}\ \partial\varphi/\partial x^{\underline{l}} = \lambda^{kl}_{\underline{\underline{\ }}}\ \partial^2\varphi/\partial x^{\underline{k}}\partial x^{\underline{l}} - \left\{{s\ k \atop k}\right\}_{+}\lambda^{l}_{s}\ \partial\varphi/\partial x^{\underline{l}} = \lambda^{kl}_{\underline{\underline{\ }}}\ \partial^2\varphi/\partial x^{\underline{k}}\partial x^{l},$$

weil $s\,p\ \hat{\{\}}_{+} = \bar{o}$ und damit auch $\left\{{s\ k \atop k}\right\}_{+} = o$ ist. Wird wieder für die Kontravariante Form $\lambda^{kl}_{\underline{\underline{\ }}} \sim \delta_{kl}$ angenommen und eine Koordinatentransformation durchgeführt, so wird aus $\lambda^{kl}_{\underline{\underline{\ }}}\ \partial^2\varphi/\partial x^{\underline{k}}\partial x^{\underline{l}} = o$ nach pseudoeuklidischer Approximation

$$o = \sum_{l=1}^{4} \partial^2\varphi/\partial x_l^2 = \mathrm{div}_4\,\mathrm{grad}_4\ \varphi = \mathrm{div}\ \mathrm{grad}\ \varphi - \ddot{\varphi}/c^2 .$$

Diese Beziehung div grad $\varphi = \ddot{\varphi}/c^2$ ist aber die Gleichung eines Wellenfeldes, das sich mit der Geschwindigkeit c ausbreitet; das heißt, in dieser Approximation beschreibt φ das Skalarpotential eines elektromagnetischen Materiefeldquants; denn diesem Quant muß nach dem elektromagnetischen Relativitätsprinzip eine geodätische Nullinie zugeschrieben werden, weil seine Ausbreitungsge-

schwindigkeit im Gegensatz zu dem durch $2\,i\,m\,\dot{\phi} + \hbar\,\mathrm{div\,grad}\,\varphi = o$ beschriebenen Materiefeld (Geschwindigkeitsintervall $o \leq v < c$) die nach $\hat{A}_-$ und $\hat{B}$ überhaupt mögliche obere Schranke $v = c$ erreicht Aus der Darstellung $(\Lambda_+ ; \hat{\{\}}_+)_{ik} = (\lambda, \varphi)_{ik}$ durch ein Vektorfeld $\bar{\varphi}$ folgt dann in ähnlicher Weise zunächst aus der Fassung

$$sp\ \Gamma^{(6)}_{(-)} ; sp\ \Gamma^{(3,3)}_{(-)} ; \left[(\lambda, \varphi)_{ik}\right]_4 = o\ ,\ \text{weil}$$

$$(sp\ \Gamma^{(3,3)}_{(-)} ; \left[(\lambda,\varphi)_{ik}\right]_4)_i = g^{kl}_{+} \cdot \lambda_i \cdot \partial\varphi/\partial x^l_- +$$

$$+ \lambda^l_- \cdot \partial\varphi_i/\partial x^l_- - g^{kl}_{+} \left\{{s \atop i\ l}\right\}_+ (\lambda,\varphi)_{sk} - g^{kl}_{+} \left\{{s \atop k\ l}\right\}_+ \cdot$$

$$\cdot (\lambda, \varphi)_{is} = \lambda_i\, g^{kl}_{+}\, \partial\varphi_k/\partial x^l_- + \lambda^l_-\, \partial\varphi_i/\partial x^l_- -$$

$$- \left\{{s \atop i}\ {l \atop}\right\}_+ (\lambda, \varphi)_{sl} \quad \text{wegen} \quad \left\{{s \atop l}\ {l \atop}\right\}_+ = o \ \text{ist}\ ,$$

$$o = sp\ \Gamma^{(6)}_{(-)} ; sp\ \Gamma^{(3,3)}_{(-)} ; \left[(\lambda, \varphi)_{ik}\right]_4 =$$

$$= g^{ik}_{+} \lambda_i\, \partial/\partial x^k_- (g^{jl}_{+} \partial\varphi_j/\partial x^l_-) + \lambda^l_-\, g^{ik}_{+}\, \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^k_- \partial x^l_-} -$$

$$- g^{ik}_{+}\, \partial/\partial x^k_- \left(\left\{{s \atop i}\ {l \atop}\right\}_+ (\lambda,\varphi)_{sl}\right) = \lambda^k_-\, \partial g^{jl}_{+}/\partial x^k_-\, \frac{\partial\varphi_j}{\partial x^l_-} +$$

$$+ \lambda^k_-\, g^{jl}_{+}\, \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^k_- \partial x^l_-} + \lambda^l_-\, g^{ik}_{+}\, \partial^2\varphi_i/\partial x^k_- \partial x^l_- -$$

$$- g^{ik}_{+} \left((\lambda,\varphi)_{sl}\, \partial/\partial x^k_- \left\{{s \atop i}\ {l \atop}\right\}_+ + \left\{{s \atop i}\ {l \atop}\right\}_+ \partial/\partial x^k_- (\lambda,\varphi)_{sl}\right)$$

Die Entwicklung eines Theorems aus A VII 4 führte über die partielle Ableitung $\partial g^{il}_{+}/\partial x^m_- = - g^{jl}_{+} \left\{{i \atop j\ m}\right\}_+ - g^{ik}_{+} \left\{{l \atop k\ m}\right\}_+$, welche zur Umrechnung verwendet werden kann. Wird zugleich eine zyklische Vertauschung der Indizes vorgenommen, so folgt

$$o = 2\,\lambda^k_-\, g^{il}_{+}\, \partial^2\varphi_i/\partial x^k_- \partial x^l_- - \lambda^k_-\, \partial\varphi_i/\partial x^l_- \left(\left\{{i \atop k\ l}\right\}_+ +\right.$$

$$\left. + \left\{{l \atop k\ i}\right\}_+\right) - g^{ik}_{+} \left((\lambda, \varphi)_{sl}\, \partial/\partial x^k_- \left\{{s \atop i}\ {l \atop}\right\}_+ +\right.$$

$$\left. + \left\{{s \atop i}\ {l \atop}\right\}_+ \partial/\partial x^k_- (\lambda, \varphi)_{sl}\right) = 2\,\lambda^k_-\, g^{il}_{+}\, \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^k_- \partial x^l_-} -$$

$$- 2\,\lambda^k_-\, \partial\varphi_i/\partial x^l_- \left\{{i \atop k\ l}\right\}_+ - g^{ik}_{+} \left((\lambda,\varphi)_{sl}\, \partial/\partial x^l_- \left\{{s \atop i}\ {l \atop}\right\}_+ +\right.$$

$$\left. + \left\{{s \atop i}\ {l \atop}\right\}_+ \partial\varphi/\partial x^k_- (\lambda, \varphi)_{sl}\right), \ \text{weil} \ \left\{{i \atop k}\ {l \atop}\right\}_+ = \left\{{i \atop k}\ {l \atop}\right\}^{\times}_+ \ \text{ist.}$$

Damit wird ein durch ein Vektorfeld beschreibbares Materiefeldquant in seiner hinreichend schwachen Korrespondenz $\hat{\{\}} \to \hat{o}$ mit einem mesobarischen Kontersystem approximativ (${}^*\bar{g}_- \to {}^*\bar{o}$) durch

$$\lambda^k_- \left(g^{il}_+ \, \partial^* \varphi_i / \partial x^k_- \partial x^l_- - \partial \varphi_i / \partial x^l_- \left\{ {i \atop k} {l \atop } \right\}_+ \right) -$$

$$- 1/2 \; g^{ik}_+ \left((\lambda, \varphi)_{sk} \cdot \partial / \partial x^k_- \left\{ {s \atop i} {l \atop } \right\}_+ + \left\{ {s \atop i} {l \atop } \right\}_+ \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \; \partial / \partial x^k_- \; (\lambda, \varphi)_{sl} \right) = o$$

beschrieben. Wird dieser Ausdruck auf geodätische Koordinaten transformiert, so wird ${}^*\bar{g}_+ = \text{const}$, was $\hat{\{\}}_+ = \hat{o}$ und damit $\lambda^k_- \; g^{il}_+ \; \partial^* \varphi_i / \partial x^k_- \partial x^l_- = o$ oder

$$o = \lambda^k_- \; \partial / \partial x^k_- \; \partial \varphi^l_- / \partial x^l_- = \bar{\lambda} \left\lceil^{(6,6)}_{(-)} ; \; s\,p \left\lceil^{(6)}_{(-)} ; \; \bar{\varphi} \right.\right.$$

zur Folge hat. In euklidischer Approximation ist aber $\underset{{}^*\bar{g}_+ \to {}^*\bar{E}}{l\,i\,m} \left\lceil^{(6)}_{(-)} = \right.$ $= \text{grad}_4$ und $\underset{{}^*\bar{g}_+ \to {}^*\bar{E}}{l\,i\,m} \; s\,p \left\lceil^{(6)}_{(-)} = \text{div}_4 \right.$, somdaß der Ausdruck für ${}^*\bar{g}_+ \to {}^*\bar{E}$ zu $\bar{\lambda} \; \text{grad}_4 \; \text{div}_4 \; \bar{\varphi} = o$ wird. Diese Bedingung kann in dreifacher Weise erfüllt werden. Nämlich für $\bar{\lambda} = \bar{o}$, doch hätte dies auch für $\Lambda_+ ; \hat{\{\}}_+ = {}^*\bar{o}$ zur Folge und zu den vektoriellen Eigenfunktionen $\bar{\varphi}$ gäbe es überhaupt keine Eigenwerte, so daß $\bar{\lambda} = \bar{o}$ ausgeschlossen und $\bar{\lambda} \neq \bar{o}$ angenommen werden darf. Die zweite Möglichkeit liegt in der Orthogonalität $\bar{\lambda} \perp \text{grad}_4$, was den Skalaroperator $\bar{\lambda} \; \text{grad}_4$ zum Nulloperator werden ließe. Das kann aber auch nicht möglich sein, weil unter Zugrundelegung karthesischer Koordinaten immer $\bar{\lambda} \; \text{grad}_4 = \sum_{k=1}^{4} \lambda_k \; \partial / \partial x_k$ gesetzt werden kann und hierfür wird $\sum_{k=1}^{4} \lambda_k \; \partial / \partial x_k = o$ nur möglich, wenn alle $\lambda_k = o$, also $\bar{\lambda} = \bar{o}$ entgegen der Voraussetzung $\bar{\lambda} \neq \bar{o}$ wird. Die dritte Möglichkeit schließlich läßt $\bar{\lambda} \; \text{grad}_4 \; \text{div}_4 \; \bar{\varphi} = o$ durch $\text{div}_4 \; \bar{\varphi} = \text{const}$ erreichen, wenn sich die Konstanz auf alle x_k bezieht. Mit $\text{div}_4 \; \bar{\varphi} = \text{const}$ ist $\bar{\lambda} \; \text{grad}_4 \cdot \text{div}_4 \; \bar{\varphi} = o$ immer erfüllt, weil in $\bar{\lambda} \; \text{grad}_4$ die $\lambda_k = \text{const}$ sind, was bereits durch den Eigenwertcharakter gefordert werden muß. $\text{div}_4 \; \bar{\varphi} = \text{const}$ sagt also aus, daß immer dann Materiefeldquanten durch ein Vektorfeld be-

schreibbar sind , wenn die Quellenverteilung im R_4 approximativ durch eine Konstante hinsichtlich der R_4 - Koordinaten dargestellt werden kann. Ist $\dot{\varphi}_4 = o$ und $\bar{\gamma} = \sum_{i=1}^{3} \bar{\varphi}_i$, so wird die Quellenverteilung zu div $\bar{\gamma}$ = const. im R_3 und diese Quellengleichung kennzeichnet das allgemeine Verhalten elektromagnetischer und gravitativer Feldquellen im R_3 , zumal trotz $\dot{\varphi}_4 = o$ für den R_3 - Anteil $\dot{\bar{\varphi}} \neq \bar{o}$ sein kann.

Der andere Approximationszweig geht aus der Operatorkommutation

$$s\,p\ \Gamma^{(3)}_{(-)}\ ;\ s\,p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)}\ ;\ \left[(\lambda,\varphi)_{ik}\right]_4 = o$$

hervor. Es ist

$$(s\,p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)}\ ;\ \left[(\lambda,\varphi)_{ik}\right]_4)_k = g^{il}_{+} \lambda_i \partial\varphi_k/\partial x^{l}_{-} + \lambda_k g^{il}_{+} \partial\varphi_i/\partial x^{l}_{-} = \lambda^{l}_{-} \partial\varphi_k/\partial x^{l}_{-} + \lambda_k g^{il}_{+} \partial\varphi_i/\partial x^{l}_{-}$$

und daher

$$o = s\,p\ \Gamma^{(3)}_{(-)}\ ,\ s\,p\ \Gamma^{(6,6)}_{(-)}\ ;\ \left[(\lambda,\varphi)_{ik}\right]_4 =$$

$$= \lambda^{l}_{-} g^{km}_{+} \partial^2\varphi_k/\partial x^{l}_{-}\partial x^{m}_{-} + \lambda_k g^{km}_{+} \partial/\partial x^{m}_{-} (g^{il}_{+} \cdot \partial\varphi_i/\partial x^{l}_{-}) -$$

$$- \left\{ {s \atop k\ m} \right\}_{+} g^{km}_{+} \cdot (\lambda^{l}_{-} \partial\varphi_s/\partial x^{l}_{-} + \lambda_s g^{il}_{+} \partial\varphi_i/\partial x^{l}_{-}) =$$

$$= \lambda^{l}_{-} g^{km}_{+} \cdot \partial^2\varphi_k/\partial x^{l}_{-}\partial x^{m}_{-} + \lambda^{m}_{-} g^{il}_{+} \partial^2\varphi_i/\partial x^{l}_{-}\partial x^{m}_{-} +$$

$$+ \lambda^{m}_{-} \partial\varphi_i/\partial x^{l}_{-} \partial g^{il}_{+}/\partial x^{m}_{-}\ ,\ \text{weil}\ \left\{ {s \atop k\ m} \right\}_{+} g^{km}_{+} = \left\{ {s\ k \atop k} \right\}_{+} = o$$

wegen $s\,p \left\{ \right\}_{+} = \bar{o}$ ist. Nach zyklischer Indexvertauschung wird

$$2\,\lambda^{m}_{-} g^{il}_{+} \partial^2\varphi_i/\partial x^{l}_{-}\partial x^{m}_{-} + \lambda^{m}_{-} \partial\varphi_i/\partial x^{l}_{-} \cdot \partial g^{il}_{+}/\partial x^{m}_{-} = o$$

und hierin kann

$$\partial g^{il}_{+}/\partial x^{m}_{-} = - g^{jl}_{+} \left\{ {i \atop j\ m} \right\}_{+} - g^{ik}_{+} \left\{ {l \atop k\ m} \right\}_{+} =$$

$$= -\left(\left\{ {i\ l \atop m} \right\}_{+} + \left\{ {l\ i \atop m} \right\}_{+} \right) = -\,2 \left\{ {i\ l \atop m} \right\}_{+}$$

verwendet werden. Einsetzen liefert

$$\lambda^{m}_{-} g^{il}_{+} \partial^2\varphi_i/\partial x^{m}_{-}\partial x^{l}_{-} - \lambda^{m}_{-} \partial\varphi_i/\partial x^{l}_{-} \left\{ {i\ l \atop m} \right\}_{+} = \left| \lambda^{m}_{-} \left(g^{il}_{+} \partial^2\varphi_i/\partial x^{m}_{-}\partial x^{l}_{-} - \partial\varphi_i/\partial x^{l}_{-} \left\{ {i\ l \atop m} \right\}_{+} \right) = o \right.$$

Diese Bedingung wird entweder erfüllt, wenn alle $\lambda^{m}_{-} = o$ werden oder aber, wenn $g^{il}_{+} \partial^2\varphi_i/\partial x^{l}_{-}\partial x^{m}_{-} - \left\{ {i\ l \atop m} \right\}_{+} \partial\varphi_i/\partial x^{l}_{-} = o$ gilt. Da voraussetzungsgemäß wegen ihres Eigenwertcharakters die $\lambda^{m}_{-} \neq o$ sein müssen, kann nur

$g_{+}^{il} \; \partial^2 \varphi_i / \partial x_{-}^{m} \partial x_{-}^{l} - \left\{ {i \; l \atop m} \right\}_{+} \partial \varphi_i / \partial x_{-}^{l} = o$ sein, was mit dem Operator $C_{m}^{i} = (g_{+}^{il} \; \partial / \partial x_{-}^{m} - \left\{ {i \; l \atop m} \right\}_{+}) \; ; \; \partial / \partial x_{-}^{l}$ in die einfache Form $C_{m}^{i} \; ; \; \varphi_i = o$ eines Systems aus vier Differenzialgleichungen gebracht werden kann. Auch durch dieses System des 2. Approximationszweiges wird $\bar{\varphi}$ mit den g_{+ik} in Zusammenhang gebracht doch fallen im Gegensatz zu der ersten Relation hier die $\lambda^{m} \neq o$ bereits vonselbst aus. Eine analoge Transformation auf geodätische Koordinaten liefert $o = \partial^2 \varphi^{l} / \partial x_{-}^{m} \partial x_{-}^{l} = \Gamma_{(-)m}^{(6)} \; ; \; s \; p \; \Gamma_{(-)}^{(6)} \; ; \; \bar{\varphi}$ oder $\Gamma_{(-)}^{\{6\}} \; ; \; s \; p \; \Gamma_{(-)}^{(6)} \; ; \; \bar{\varphi} = \bar{o}$. Im euklidischen Limes wird daraus schließlich $grad_4 \; div_4 \; \bar{\varphi} = \bar{o}$, was nur noch die Möglichkeit $div_4 \; \bar{\varphi} = const$ übrig läßt, so daß dieserzweite Approximationsweg über den Ausschluß der beiden Möglichkeiten $\bar{\lambda} = \bar{o}$ oder $\bar{\lambda} \perp grad_4$ in $\bar{\lambda} \; grad_4 \; div_4 \; \bar{\varphi} = o$ exakt entscheidet. In beiden Fällen entsteht $div_4 \; \bar{\varphi} = const.$, beziehungsweise $div \; \bar{\psi} = const.$ für $\dot{\phi}_4 = o$ aber $\dot{\bar{\psi}} \neq \bar{o}$ im R_3.

Die letzte Möglichkeit der Darstellung von $\Omega_{+} \; ; \; \hat{\{\}}_4$ erfolgt gemäß $\Omega_{+} \; ; \; \hat{\{\}}_{+} = \lambda \; {}^{2}\bar{\varphi}$ mit $\lambda = const.$ Durch eine tensorielle Feldfunktion ${}^{2}\bar{\varphi} = {}^{2}\bar{\varphi}^{\times}$, die hermitesch sein muß. λ kann wegen seiner Konstanz in jedem Fall vor die Γ- Operatoren gezogen und gekürzt werden, so daß sich für die beiden letzten Approximationszweige $s \; p \; \Gamma_{(-)}^{(6)} \; ; \; s \; p \; \Gamma_{(-)}^{(3,3)} \; ; \; {}^{2}\bar{\varphi} = o$ und $s \; p \; \Gamma_{(-)}^{(3)} \; ; \; s \; p \; \Gamma_{(-)}^{(6,6)} \; ; \; {}^{2}\bar{\varphi} = o$ ergibt. Es ist

$$(s \; p \; \Gamma_{(-)}^{(3,3)} \; ; \; {}^{2}\bar{\varphi})_i = g_{+}^{kl} \left(\partial \varphi_{ik} / \partial x_{-}^{l} - \left\{ {s \atop i \; l} \right\}_{+} \varphi_{sk} - \left\{ {s \atop k \; l} \right\}_{+} \varphi_{is} \right) = g_{+}^{kl} \; \partial \varphi_{ik} / \partial x_{-}^{l} - \left\{ {s \; k \atop i} \right\}_{+} \varphi_{sk}$$

, also

$$o = s \; p \; \Gamma_{(-)}^{(6)} \; ; \; s \; p \; \Gamma_{(-)}^{(3,3)} \; ; \; {}^{2}\bar{\varphi} = g_{+}^{im} \left(\partial / \partial x_{-}^{m} \left(g_{+}^{kl} \frac{\partial \varphi_{ik}}{\partial x_{-}^{l}} \right) - \varphi_{sk} \; \partial / \partial x_{-}^{m} \left\{ {s \; k \atop i} \right\}_{+} - \left\{ {s \; k \atop i} \right\}_{+} \partial \varphi_{sk} / \partial x_{-}^{m} \right) =$$

$$= g_{+}^{im} \; g_{+}^{kl} \; \partial^2 \varphi_{ik} / \partial x_{-}^{l} \partial x_{-}^{m} + g_{+}^{im} \; \partial \varphi_{ik} / \partial x_{-}^{l} \; \partial g_{+}^{kl} / \partial x_{-}^{m} - \left\{ {s \; k \atop i} \right\}_{+} g_{+}^{im} \; \partial \varphi_{sk} / \partial x_{-}^{m} - \varphi_{sk} \; g_{+}^{im} \; \partial / \partial x_{-}^{m} \left\{ {s \; k \atop i} \right\}_{+} =$$

$= g_{+}^{im}\ g_{+}^{kl}\ \partial^2\varphi_{ik}/\partial x_{-}^{l}\partial x_{-}^{m} - 2\ g_{+}^{im}\ \partial\varphi_{ik}/\partial x_{-}^{l}\ \left\{ {k\ l \atop m} \right\}_{+} -$
$- \left\{ {s\ k \atop i} \right\}_{+} g_{+}^{im}\ \partial\varphi_{sk}/\partial x_{-}^{m} - \varphi_{sk}\ g_{+}^{im}\ \partial/\partial x_{-}^{m}\ \left\{ {s\ k \atop i} \right\}_{+}$. Für das Tensorfeld gilt demnach das Gleichungssystem

$g_{+}^{im}\ g_{+}^{kl}\ \partial^2\varphi_{ik}/\partial x_{-}^{l}\partial x_{-}^{m} - 2\ \partial\varphi_{ik}/\partial x_{-}^{l}\ \left\{ {kli \atop } \right\}_{+} -$
$- \left\{ {skm \atop } \right\}_{+} \partial\varphi_{sk}/\partial x_{-}^{m} - \varphi_{sk}\ g_{+}^{im}\ \partial/\partial x_{-}^{m}\ \left\{ {s\ k \atop i} \right\}_{+} = 0$

oder nach zyklischer Indexvertauschung wegen der hermiteschen Eigenschaften aller Komponenten $g_{+}^{im}\ (g_{+}^{kl}\ \partial^2\varphi_{ik}/\partial x_{-}^{l}\ x_{-}^{m} -$
$- \varphi_{sk}\ \partial/\partial x_{-}^{m}\ \left\{ {s\ k \atop i} \right\}_{+}) - 3\ \partial\varphi_{ik}/\partial x_{-}^{l}\ \left\{ {kli \atop } \right\}_{+} = 0$.

Das Gegenstück des anderen Zweiges $s\,p\ \Gamma_{(-)}^{(3)}\ ;\ s\,p\ \Gamma_{(-)}^{(6,6)}\ ;\ {}^{s}\bar{\varphi}=0$ wird, wegen $(s\,p\ \Gamma_{(-)}^{(6,6)}\ ;\ {}^{s}\bar{\varphi})_i = g_{+}^{kl}\ \partial\varphi_{ik}/\partial x_{-}^{l}$ zu

$s\,p\ \Gamma_{(-)}^{(3)}\ ;\ s\,p\ \Gamma_{(-)}^{(6,6)}\ ;\ {}^{s}\bar{\varphi} = g_{+}^{im}\ \partial/\partial x_{-}^{m}\ (g_{+}^{kl}\ \frac{\partial\varphi_{ik}}{\partial x_{-}^{l}}) -$
$- g_{+}^{im}\ \left\{ {s \atop i\ m} \right\}_{+} g_{+}^{kl}\ \partial\varphi_{ik}/\partial x_{-}^{l} = g_{+}^{im}\ g_{+}^{kl}\ \frac{\partial^2\varphi_{ik}}{\partial x_{-}^{l}\partial x_{-}^{m}} -$
$- 2\ g_{+}^{im}\ \partial\varphi_{ik}/\partial x_{-}^{l}\ \left\{ {k\ l \atop m} \right\}_{+}$ also $g_{+}^{im}\ g_{+}^{kl}\ \partial^2\varphi_{ik}/\partial x_{-}^{l}\ x_{-}^{m} -$
$- 2\ \partial\varphi_{ik}/\partial x_{-}^{l}\ \left\{ {kli \atop } \right\}_{+} = 0$. Beide Gleichungen können in geodätische Koordinaten transformiert werden, was in beiden Fällen zum gleichen Ausdruck, nämlich $\partial^2\varphi_{-}^{km}/\partial x_{-}^{k}\partial x_{-}^{m} = 0$ oder nach euklidischer Approximation $\mathrm{div}_4\ \overline{\mathrm{div}_4}\ {}^{s}\bar{\varphi} = 0$ führt, und dies bedeutet $\overline{\mathrm{div}_4}\ {}^{s}\bar{\varphi} = \mathrm{const}$, ; denn die Vektordivergenz eines hermiteschen Tensorfeldes im R_4 kann kein Feldrotor sein. Auch die Quellenverteilung im R_4 eines Feldes mit tensorieller Feldfunktion muß demnach konstant sein, was ein Analogon zu $\mathrm{div}_4\ \bar{\varphi} = \mathrm{const}$. bildet. Währemd $\bar{\varphi}$ approximativ als elektromagnetische Feldfunktion interpretierbar ist, kann ${}^{s}\bar{\varphi}$ als gravitative Feldfunktion gedeutet werden; denn die Approximation von $C\ ;\ \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \times \hat{\{\}}$ zum Feldkontinuum $J \to \infty$, sowie ${}^{s}\bar{g} \to {}^{1}\bar{\mathcal{g}} = {}^{s}\bar{\mathcal{g}}^{\times}$ mit $\bar{p} \to \bar{o}$ führte zu ${}^{s}\bar{R}_{(\mathcal{g})} - 1/2\ {}^{s}\bar{\mathcal{g}}\ R_{(\mathcal{g})} = \varkappa\ {}^{s}\bar{V}$, wovon die Lösung ${}^{s}\bar{\mathcal{g}}$ eine Deutung von ${}^{s}\bar{\mathcal{g}}$ als tensorielles Gravitationspotential nahegelegt hat und dies wiederm läßt es

vernünftig erscheinen ${}^{2}\bar{\varphi} = {}^{2}\bar{\varphi}^{\chi}$ als Zustandsfunktion des Feldes ${}^{2}\bar{\mathcal{H}} = {}^{2}\bar{\mathcal{H}}^{\chi}$ anzusprechen.

Diese sechs Approximationsreihen der Gleichung 76 für ${}^{2}\bar{g} \to {}^{2}\bar{\delta}$ führten zu approximativen Feldgleichungen skalarer, vektorieller und tensorieller Feldfunktionen, auf die wiederum die quantisierte kanonische Feldmechanik anwendbar ist. Bildung der kanonischen Energiedichtetensoren im R_4 und der daraus folgenden quantisierbaren Drehimpulstensoren (vom 3. Grad) liefert nach der Drehimpulsquantisierung Aussagen über das Spinverhalten der Feldquanten von φ, $\bar{\varphi}$ und ${}^{2}\bar{\varphi}$. Es zeigt sich, daß die Spinquantenzahlen für φ gemäß $s_0 = 0$ immer verschieden, während für $\bar{\varphi}$ und ${}^{2}\bar{\varphi}$ die Quantenzahlen $s_1 = \pm 1$ und $s_2 = \pm 2$ gelten. Skalare Feldquanten sind also grundsätzlich spinlos, während jedes tensorielle Feldquant Spineigenschaften hat, derart, daß die positiv oder negativ orientierte Spinquantenzahl in ihrem Betrag dem von Null verschiedenen Tensorgrad der Feldfunktion entspricht (Skalare sind vom Tensorgrad Null).

Es besteht die Möglichkeit, aus der allgemeinen dynamischen Gleichung 76, deren Approximationen im Vorangegangenen alle Aussagen der deduktiven Basis richtig wiedergeben, neben dem statischen Sonderfall eines stabilen mesobarischen Systems noch einen anderen Sonderfall zu untersuchen, der weder statisch noch dynamisch ist, aber durch eine Spezialisierung der Gleichung 76 gewonnen werden kann. Der statische Fall ist durch das Fehlen eines mesobarischen Kontersystems und die zeitliche Konstanz der gravitativ- elektromagnetischen oder gravitativ- materiellen Korrelation charakterisiert, wodurch die statische Stabilität des als Materiefeldquant erscheinenden mesobarische Systems bestimmt wird. Im Gegensatz hierzu wird im dynamischen Fall durch das jeweilige mesobarische Kontersystem diese Korrelation induktiv zeitlich geändert, wodurch die dynamische Korrespondenz zwischen den Systemen gekennzeichnet wird, die wiederum eine Zustandsänderung oder eine vollständige Transmutation des mesobarischen Systems zur Folge hat. Neben diesen beiden Möglichkeiten besteht noch der Fall, daß zwar bei dem mesobarischen System die Bedingungen der mesobarischen Statik erfüllt, aber aufgrund der inneren Struktur des Systems die statische Stabilität der Korrelation nur während eines bestimmten Zeitintervalls (seine Länge hängt von der Struktur des Systems ab) gewährleistet ist, während nach Ablauf dieses Zeitintervalls die zuvor die zuvor stabile Korrelation aufgrund einer inneren Dynamik labil wird und das System spontan transmutiert oder seinen Zustand ändert. Diese Labilität der Korrelation eines statischen Systems könnte durch eine mesobarische Metastatik beschrieben werden. In der dynamischen

Grundgleichung $\hat{\mathcal{R}} \; ; \; (\hat{\{\}} + \underline{\hat{\{\}}}) = \hat{o}$ seien die Systeme a und $\underline{a}$ nicht abgeschlossene korrespondierende mesobarische Systeme, sondern a kennzeichnet die elktromagnetische Materiefeldstruktur, die mit der begleitenden gravitativen Struktur $\underline{a}$ in mesobarischer Korrelation steht, wodurch das statisch stabile oder nach dem Zeitintervall labile mesobarische System als Materiefeldquant gegeben ist. $\hat{\{\}}$ ist also das elektromagnetische Materiefeld a bestimmende und das entsprechende, die gravitative Struktur bestimmende Mesofeld in der metastatischen Abwandlung der Gleichung 76. In $\hat{\mathcal{R}} \; ; \; (\hat{\{\}} + \underline{\hat{\{\}}} = \hat{o}$ mit $\hat{\mathcal{R}} = \hat{M}_{(\pm)} \; ; \; (\Lambda, \underline{\Lambda})$ wird $\hat{M}_{(\pm)} \; ; \; \Lambda \; ; \; (\hat{\{\}} + \underline{\hat{\{\}}}) = \hat{o}$, wodurch primär a beschrieben wird zu $\hat{M}_{(\pm)} \; ; \; \underline{\Lambda} \; ; \; (\hat{\{\}} + \underline{\hat{\{\}}}) =$ (beschreibt primär $\underline{a}$) addiert, was die Bedingung der Metastatik erfüllt. Diese Addition liefert $\hat{o} = \hat{M}_{(\pm)} \; ; \; (\Lambda + \underline{\Lambda}) \; ; \; (\hat{\{\}} + \underline{\hat{\{\}}}) =$ $= \hat{M}_{(\pm)} \; ; \; (\Lambda \; ; \; \hat{\{\}} + \underline{\Lambda} \; \underline{\hat{\{\}}} + \Lambda \; ; \; \underline{\hat{\{\}}} + \underline{\Lambda} \; ; \; \hat{\{\}})$ und hierin können die reinen Anteile $\Lambda \; ; \; \hat{\{\}} = (1 - 1/2 \; {}^2\bar{g} \; s \; p) \; \bar{\lambda} \; ; \; s \; p \; C \; ; \; \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \; \hat{\{\}} - 1/2 \; {}^2\bar{g} \; s \; p \; \bar{\lambda} \; \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \; \hat{\{\}}$ und entsprechend $\underline{\Lambda} \; ; \; \underline{\hat{\{\}}} = \underline{\bar{\lambda}} \; \underline{\hat{\{\}}}$ gesetzt werden; denn wegen der erfüllten statischen Bedingungen gilt $C \; ; \; \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \times \hat{\{\}}$ oder $s \; p \; C \; ; \; \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \; \hat{\{\}}$ mit $s \; p \; \hat{\{\}} = \bar{o}$, was $s \; p \; \bar{\lambda} \; \hat{\{\}} =$ $= \lambda_m \; \left\{ {m \atop k \; l} \right\} g^{\underline{kl}} = \lambda_m \; \left\{ {m \; k \atop k} \right\} = \lambda^{\underline{l}} \; \left\{ {k \atop l \; k} \right\} = o$ zur Folge hat. Der Wechselwirkungsanteil $\underline{\Lambda} \; ; \; \underline{\hat{\{\}}} + \underline{\Lambda} \; ; \; \hat{\{\}}$ kann im Limes zum Feldkontinuum $\lim_{J \to \infty} (\underline{\Lambda} \; ; \; \underline{\hat{\{\}}} + \underline{\Lambda} \; ; \; \hat{\{\}}) =$ $= \mathcal{K} \; {}^2\bar{W}$ durch einen Energiedichtetensor ${}^2\bar{W}$ der gravitativ-elektromagnetischen Korrelation approximiert werden und diese teilweise Approximation zum Feldkontinuum liefert für die metastatische Grundgleichung die approximierte Form $\hat{M}_{(\pm)} \; ; \; (\bar{\lambda} \; \hat{\{\}} + \underline{\bar{\lambda}} \; \underline{\hat{\{\}}} + \mathcal{K} \; {}^2\bar{W}) = \hat{o}$ in zweideutiger Fassung. Der Energiedichtetensor des gesamten mesobarischen Systems ist ${}^2\bar{T}$, in welchen nach Gleichung 67 a der Mesofeldanteil überhaupt nicht mehr frei auftritt. Neben den elektromagnetischen Feldkomponenten gibt es in ${}^2\bar{T}$ nur noch die Komponenten eines durch das Mesofeld $\bar{\mu}$ im R_3 erweiterten Gravitationsfeldvektors. ${}^2\bar{T}$ beschreibt das statisch stabile mesobarische Gesamtsystem, doch kommt es im Inneren dieses Systems bei zeitlichen

Korrelationsänderungen zu Transmutationen; das heißt, über ${}^2\overline{W}$ kommt es zu Wechselbeziehungen zwischen a (beschrieben durch ${}^2\overline{V} = \lim_{p \to o} {}^2\overline{T}$) und $\underline{a}$, dessen Energiedichtetensor nach der iterierten Gleichung 55 durch ${}^2\overline{T}'$ beschrieben wird, der noch die Möglichkeit offen läßt, daß es bei der Transmutation zu einer freien gravitativen Emission $\overline{\Gamma} \times \overline{\mu} \neq \overline{o}$ im R_3 kommt. Nach dem Energieprinzip muß aber die Gesamtenergie vor und nach der Zustandsänderung des mesobarischen Systems und auch während des Überganges konstant bleiben. Währen der labilen Korrelationsänderung gilt für den Energieinhalt ${}^2\overline{V} + {}^2\overline{W} + {}^2\overline{T}'$ und während des stabilen Zustandes vor Eintreten der Labilität ${}^2\overline{T}$, also ${}^2\overline{T} = {}^2\overline{V} + {}^2\overline{W} + {}^2\overline{T}'$. Daraus folgt ${}^2\overline{W}$, weil die übrigen drei Tensoren bereits bekannt sind Für den Ansatz einer mesobarischen Metastatik kann demnach

$$\lim_{J \to \infty} (\underline{\Omega} \; ; \; \hat{\{\}} + \Omega \; ; \; \underline{\hat{\{\}}}) = \varkappa \, {}^2\overline{W} \, , \; {}^2\overline{W} = {}^2\overline{T} - {}^2\overline{T}' - {}^2\overline{V} \, , \; {}^2\overline{V} = \lim_{p \to o} {}^2\overline{T} \, , \; \hat{M}_{(\pm)} \; ; \; (\overline{\lambda} \hat{\{\}} + \varkappa \, {}^2\overline{W} + \underline{\overline{\lambda}} \; \underline{\hat{\{\}}}) = \hat{o} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 77$$

verwendet werden, was eine Verallgemeinerung des Systems 69 a darstellt. Wenn das Spektrum der möglichen Materiefeldquanten nach $C \; ; \; \hat{\{\}} = \overline{\lambda} \times \hat{\{\}}$ festliegt, könnte eine metastatische Untersuchung dieser Materiefeldquanten zeigen, wie groß die Zeitintervalle der statischen Stabilität der Korrelation sind und welche Transmutationen nach Eintreten der korrelativen Labilität ablaufen, das heißt, in welche mesobarischen Strukturen ein korrelativ labiles mesobarisches System zerfällt. Auch könnte eine exakte oder approximative Analyse der Metastatik über die wechselseitige Transmutation der Strukturen des R_{-4} und derjenigen des R_{+4} ineinander und über die Bedingungen dieser Transformationen Aufschluß geben. Alle diese vorangegangenen Untersuchungen der mesobarischen Dynamik, Statik und Metastatik legen es nahe, eine Analyse der quantenhaften stationären Mesofeldzustände im Zusammenhang mit den Strukturen der Materiefeldquanten durchzuführen, weil offensichtlich diese Strukturen allein durch die Eigenwerte von $\hat{\{\}}$ bestimmt werden; denn das metrische Maß des Korrelationsbereiches R_4, nämlich ${}^4\overline{R}$ wird ausgedrückt durch ${}^4\overline{R} = \overline{\lambda} \times \hat{\{\}}$.

Synmetronische

Begriffsbildungen zu Band I.

Materiefeldquant :
Oberbegriff der alle ponderablen Elementarkorpuskeln und imponderablen Energiequanten umfaßt.
Sexualentropie :
Aus der Fortpflanzungswahrscheinlichkeit abgeleitete Entropie.
Evolutionskoordinate :
Generalisierte quantitativ nicht gefaßte aber zeitmodulierte genetische Variable als Bezugsgröße der Mutationsraten.
Evolutionsraum :
Von den Evolutionskoordinaten aufgespannter abstrakter Vektorraum.
Sexualisentropie :
Konstanter Verlauf der Sexualentropie.
Sexualisentrope :
Isentrope Struktur des Evolutionsraumes.
Sexualisentrope Vektorpotenz :
Abstraktes Vektorfeld im Evolutionsraum, dessen Rotor die Evolutionsgeschwindigkeit auf der Sexualisentropen bestimmt.
Binärfunktion:
Zustandsfunktion einer Organismenart.
Phylogenetisches Evolutionsvolumen :
Volumen eines Gebildes im Evolutionsraum, dessen Punktmannigfaltigkeit sämtliche Evolutionszustände umfaßt, welche eine Taxonome während ihrer Phylogenese durchläuft.
Entelechie :
Organisationszustand mit zeitlicher Finalbestimmung.
Mesofeld :
Koppelungszustand zwischen gravitativen und elektromagnetischen, beziehungsweise materiellen Strukturen.
Somawelt :
Das gesamte allgemeine Raumzeittensorium.
Somasynthesis :
Die Synthese von Transformationsgruppen und Tensoren, die in verschiedenen algebraischen Raumzeittensorien definiert sind.

Energiematrix :
Übermatrix aller Energiedichtetensoren der zur Wechselbeziehung kommenden Feldzustände.
Korrelation :
Innere Wechselbeziehung der ein Materiefeldquant definierenden Feldzustände.
Korrespondenz :
Wechselbeziehung in sich geschlossener Quantenstrukturen zu einem übergeordneten Korrelationssystem.
Kontrabarie :
Transformation photonischer in gravitonische Strukturen.
Dynabarie :
Transformation statischer Gravitonensysteme in photonische Strukturen.
Telebarie :
Kopplung von kontra- und dynabarischen Prozessen, also Absorbtion und Emission von Gravitonen über photonische Strukturen.
Telektronik :
Emission und Absorbtion von Photonen über Gravitonensysteme.
Mesobarie :
Allgemeine Korrelationen gravitonischer und elektromagnetischer, beziehungsweise materieller Strukturen.
Metastatik :
Der sich aus der mesobarischen Dynamik ergebende Sonderfall korrespondenzfreier Zustände mit zeitlich veränderlicher Korrelation.