

Anmerkungen zur Heimschen Modifikation des Newtonschen Gesetzes

Dr. Konrad Grüner

Vorwort

Ziel dieses Aufsatzes ist die Darstellung der Grundideen Heims zur Modifikation des Newtonschen Gesetzes. Dabei sollen die bisher bekannten kritischen Kommentare berücksichtigt werden.

Nach Heim kann die Gravitation letztlich nur im 6-dimensionalen Raum verstanden werden. Er versteht Gravitationsfelder im vierdimensionalen „Erlebnisraum“ als Folge von Strukturänderungen im Transbereich. Leider fehlt in Heims Veröffentlichungen eine ausführliche analytische Entwicklung dieser Theorie. Ein erster Ansatz ist in [1] (siehe S. 212ff: „Hermetrische Elementarstrukturen“) zu finden. Heim hat sich dagegen in den Jahren 1955 bis 1963 in halbklassischer Art immer wieder mit einer Modifikation des Newtonschen Gesetzes beschäftigt und diese auch in seinen Büchern an vorrangiger Stelle veröffentlicht. Auf diese Modifikation, die in der Vergangenheit wiederholt Anlass zu kontroversen Diskussionen gab, auf die Heim sich aber in seinen Arbeiten immer wieder bezieht, soll dieser Beitrag beschränkt sein. Es sei nicht verschwiegen, dass Heim vorhatte, diesen Teil seiner Theorie noch einmal zu überarbeiten.

Einen freien Zugang zu dieser Modifikation und ihrer Anwendung geben Heims Bücher [1,2], im Einzelnen die Abschnitte:

- Logische und empirische Basis.
- Der makromare Hintergrund.
- Gravitative Raumstrukturen und ihre Extrema,

in den Kapiteln I und II in Band 1 sowie das Kapitel V „Kosmologie“ in Band 2.

Das Thema ist an unterschiedlichen Stellen auch in seinen handschriftlichen Entwürfen angesprochen, die jedoch derzeit nur einem kleinen Kreis zur Verfügung stehen. Es handelt sich hierbei um insgesamt mehrere tausend Seiten in 17 Bänden.

Einführung in das Thema

Ein Begriff, der eine wesentliche Rolle bei der Modifikation des Newtonschen Gesetzes spielt aber auch allgemein bei Diskussion der „Heimschen Theorie“ immer wieder erwähnt wird, ist das „Mesofeld“ (meso: griech. → mittel...zwischen). Heim hat dieses Feld rein mathematisch aus dem zeitlich veränderlichen Gravitationsfeld entwickelt. In der Folgezeit wurde das Mesofeld teils angezweifelt und teils mystifiziert. Heute wissen wir, dass es bis auf einen Proportionalitätsfaktor identisch ist mit dem gravitomagnetischen Feld, das sich bei Linearisierung der Feldgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie (ART, Einsteinsches Gravitationsgesetz) also für den Fall schwacher Felder ergibt. Da sich Mesofeld und Gravitationsfeld gegenseitig induzieren vermutet Heim Rückwirkungen auch auf das statische Gravitationsfeld also auf das Newtonsche Gesetz.

Das Newtonsche Gesetz lautet bei Annahme einer punktförmigen Masse M_0 im Abstand r :

$$(1) \quad \text{Gravitationspotenzial:} \quad \varphi = -\frac{GM_0}{r} \left[\left(\frac{m}{s} \right)^2 \right]$$

wobei $G = \text{Gravitationskonstante}$

$$(2) \quad \text{Gravitationsfeldstärke:} \quad |\vec{g}| = \frac{d\varphi}{dr} = \frac{GM_0}{r^2} \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

$\vec{g} = -\text{grad}\varphi$ steht für ein Beschleunigungsfeld radial zur Zentralmasse. Als Gradientenfeld ist es wirbelfrei.

Heim stört die Singularität der Gleichungen (1) und (2) bei $r=0$. Er argumentiert ferner, die Beobachtung, dass Galaxienhaufen (als offensichtlich größte Einheit im optischen Universum) sich mit zunehmender Geschwindigkeit voneinander entfernen, würde auch für eine Modifikation für sehr große Entfernungen sprechen (Attraktionsgrenze ρ).

Heim kannte vermutlich die Vorgehensweise Einsteins, die Bewegungsgleichungen durch ein additives Glied zu ergänzen. Im nichtrelativistischen Modell ergibt sich damit für die Beschleunigung in radialer Richtung (vergl. [3], S. 662):

$$(3) \quad \frac{d\varphi}{dr} = -\frac{GM_0}{r^2} + \Lambda \frac{r}{3} \quad \Lambda \text{ steht für die kosmische Konstante.}$$

Heim sucht nach einer geschlossenen und physikalisch begründbaren Lösung und verallgemeinert deshalb den Ausdruck für das Gravitationspotenzial zu:

$$(4) \quad \varphi = + \frac{GM(r)}{r} \left(1 - \frac{r}{\rho}\right)^2 \quad \text{mit } \vec{g} = \text{grad}\varphi$$

Auch Heim nimmt Radialsymmetrie an. Aus Dimensionsgründen (Quadrat einer Geschwindigkeit) setzt er entgegen der Konvention bewusst das Pluszeichen. $M(r)$ ist die auf r bezogene (feldreduzierte) Zentralmasse M_0 , die, so Heim: „auf Grund des Relativitätsprinzips gravitativer Raumstrukturen in relativer Ruhe ortsabhängig ist“. An anderer Stelle bezeichnet Heim $M(r)$ explizit auch als Trägheitsmasse. Relativistisch entartete Gravitationsquellen möchte Heim ausschließen. Sein Ziel ist also eine Modifikation für starke bis sehr schwache Felder. Das Feld, das sich z.B. theoretisch aus den Gleichungen (1) und (2) für die Oberfläche der Sonne ergibt, ist noch als sehr schwach zu bezeichnen.

Heims Gravitationsfeld-/Mesofeldgleichungen

Im folgenden Abschnitt werden die Heimschen Feldgleichungen in differentieller Form angegeben (Gln. 5 – 8) und direkt mit den entsprechenden Gleichungen, die sich bei Linearisierung der Einsteinschen Feldgleichungen ergeben, verglichen (Gln. 5* – 8*). Diese sind dem Internet (wikipedia.org/wiki/gravitoelectromagnetism) entnommen, Heims Gleichungen seinen Entwürfen.

$$(5) \quad \alpha \operatorname{div} \vec{g} = -\sigma \quad \leftrightarrow \quad (5^*) \quad \operatorname{div} \vec{g} = -4\pi G\sigma$$

$$(6) \quad \beta \operatorname{div} \vec{\mu} = -\sigma \operatorname{div} \vec{f} \quad \leftrightarrow \quad (6^*) \quad \operatorname{div} \vec{B} = \beta \operatorname{div} \vec{\mu} = 0$$

$$(7) \quad \operatorname{rot} \vec{g} = -\beta \dot{\vec{\mu}} + \frac{\sigma}{\alpha} \vec{f} \quad \leftrightarrow \quad (7^*) \quad \operatorname{rot} \vec{g} = -\dot{\vec{B}}$$

$$(8) \quad \operatorname{rot} \vec{\mu} = \alpha \dot{\vec{g}} - \sigma \vec{v} \quad \leftrightarrow \quad (8^*) \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \frac{1}{\omega^2} (\dot{g} - 4\pi\sigma \vec{v})$$

Dabei bedeuten im Einzelnen:

α, β : Feldkonstanten; $\vec{g}, \vec{\mu}$: Gravitations-, Mesofeld; $\vec{B}$: gravitomagnetisches Feld;
 $\dot{\vec{g}}, \dot{\vec{\mu}}, \dot{\vec{B}}$: Zeitableitungen; σ : differentielle Massendichte; $\vec{v}$: Geschwindigkeitsfeld;
 $\sigma \vec{v}$: Massenstromdichte; $\vec{f}$: Hilfsfunktion; div und rot sind Vektoroperatoren mit

deren Hilfe Aussagen zur Quell- und Wirbelstärke von Vektorfeldern getroffen werden können.

Die differentielle Massendichte σ kann bei Heim Werte < 0 annehmen.

In Gleichung 8* hat ω den Wert der Lichtgeschwindigkeit (c). Für α und β ergibt sich nach Heim allgemein der Zusammenhang: $\alpha\beta\omega^2=1$. Rein formal kann β einen positiven Wert (Wellenausbreitung) oder einen negativen Wert (Ausbreitung einer Potenzialstörung mit imaginärer Geschwindigkeit) annehmen. Auf das Vorzeichen von β wollte sich Heim in [1] und [2] nicht festlegen. Es gibt jedoch Hinweise, insbesondere beim Studium seiner Entwürfe, dass er zu $\beta < 0$ tendierte.

Auf Grund eines Operatorfehlers bei der Berechnung der Feldkonstante α erhielt Heim in der Folge für $|\omega|$ den Wert $\frac{4}{3}c$. Dieser Wert ist noch in seinen Büchern zu finden. Um die unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten in Einklang mit seiner Überzeugung zu bringen, dass ein Photon immer von einem Graviton begleitet wird, konstruiert Heim zwei Räume, deren Verschränkung unsere Welt darstellen. In der Folge wird von $|\omega| = c$ ausgegangen.

Wählt man für die Feldkonstanten die Werte des Vakuums:

$$\alpha_0 = \frac{1}{4\pi G} = 1.192 \cdot 10^9 \left[\frac{kg \cdot s^2}{m^3} \right] \quad \beta_0 = \frac{4\pi G}{|\omega^2|} = 9,3215 \cdot 10^{-26} \left[\frac{m}{kg} \right] !$$

so stimmen die beiden Gleichungssysteme bis auf die (spekulative) Vektorfunktion $\vec{f}$ (Gln. 5+6) überein. Wenn $\vec{f}$ ein Wirbelfeld ist, was zu vermuten ist, wird die rechte Seite von Gleichung (6) ebenfalls zu Null.

Heim definiert analog zum elektrischen Feldwellenwiderstand des freien Raumes ($Z_L=376.73\Omega$) einen Feldwellenwiderstand der Gravitation:

$$Z_G = \sqrt{\frac{\beta_0}{\alpha_0}} = 2.796437 \cdot 10^{-18} \left[\frac{m^2}{kgs} \right]$$

Es zeigt sich, dass die Voraussetzung (transversaler) Gravitationswellen sehr starke Mesfelder sind:

$$|\vec{\mu}_t| = \frac{|\vec{g}_t|}{Z_G} = 3.57 \cdot 10^{17} |\vec{g}_t|$$

Gleichung (5) wird als „Poissongleichung“ bezeichnet. Sie ist Grundgleichung zur Bestimmung des statischen Gravitationsfeldes für den Fall schwacher Felder. Auch die Gleichungen (1) und (2) lassen sich mit (5) ableiten.

Heims modifiziertes Newtonsches Gesetz

Wie eingangs bereits erwähnt geht Heim vom einfachsten Fall einer relativistisch nicht entarteten Masse M_0 aus und sucht nach einer modifizierten Lösung für geringe und sehr große Entfernungen vom Zentralkörper M_0 . Heim setzt die Randbedingung: $M_0 = M(r_0)$. r_0 wird durch ein Volumen V_0 definiert, das M_0 voll umschließt. Der einheitliche Radius ρ des von ihm vermuteten attraktiven Wirkungsbereichs geht seiner Vorstellung nach nur auf die Mikrostruktur bzw. die mittlere Masse m_0 der atomaren Letzteinheiten des Zentralkörpers ($M_0 = Lm_0$) zurück. Den Letzteinheiten sind elementare Gravitationsfelder bzw. Feldquanten zuzuordnen, die so zu einer Quantenstruktur des Gravitationsfeldes führen. Energie und Wellenlänge $\lambda = 2\rho$ eines einzelnen Feldquants berechnet Heim aus der Änderung Δm der Masse $m(r)$ im Bereich $\hat{r}_0 \leq r \leq \rho$. $\hat{r}_0$ sei der Radius der Letzteinheit. λ und ρ sind in kosmischen Größenordnungen zu erwarten. Entsprechend Gleichung (4) ergibt sich für das Potenzialfeld allgemein:

$$(9) \quad \varphi = G \frac{Lm(r)}{r} \left(1 - \frac{r}{\rho}\right)^2 \quad L = 1, 2 \dots \dots N$$

Zur Bestimmung der Funktionen $M(r)$ und $\varphi(r)$ benötigt Heim neben (4) eine zweite Gleichung. Diese findet er durch Anwendung des Energieerhaltungssatzes:

$$(10) \quad M(r)c^2 + E_g + E_\mu = M_0 c^2$$

E_g und E_μ stehen für die Gravitations- und Mesofeldenergiebeträge im Raumbereich, der durch die Veränderliche $\bar{r}$ definiert wird wobei: $r_0 \leq \bar{r} \leq r$. Heim nennt Gleichung (10) „makromares Energieprinzip im Gravitationsfeld unter Berücksichtigung der Einheit von Feld und Quelle“. Mit diesem Schritt führt Heim die Lichtgeschwindigkeit in seine Theorie ein.

Die Feldenergien leitet Heim aus den Gleichungen (7) und (8) ab. Er erhält:

$$(11) \quad M(r)c^2 + \frac{\alpha}{2} \int_{r_0}^r \vec{g}^2 dV + \frac{\beta}{2} \int_{r_0}^r \vec{\mu}^2 dV = M_0 c^2$$

wobei dV das Volumenelement $dV = 4\pi\bar{r}^2 d\bar{r}$ darstellt. Im Fall beschleunigter Massen innerhalb von V_0 kann das Gravitationsfeld $\vec{g}$ additiv aus einem Gradientenfeld und einem Wirbelfeld $\vec{A}$ ($\text{rot}\vec{A} \neq 0$) zusammengesetzt werden. Damit geht Gleichung (11) über in:

$$(12) \quad M(r)c^2 + \frac{\alpha}{2} \int_{r_0}^r (\text{grad}\varphi)^2 dV \pm \int_{r_0}^r \left[\frac{|\beta|}{2} \vec{\mu}^2 \pm \frac{\alpha}{2} (\vec{A}^2 + 2\vec{A}\text{grad}\varphi) \right] dV = M_0 c^2$$

In Gleichung (12) sind die Fälle $\beta < 0$ (Minuszeichen) und $\beta > 0$ abgehandelt. Heim entscheidet sich für den Fall $\beta < 0$. Anschließend vereinfacht er nach einer Reihe von Überlegungen den Integranden des zweiten Integrals (Energiedichte η) wieder:

$$(13) \quad \eta = \frac{c^2}{F_\rho} \frac{dM(r)}{dr} \quad \text{wobei: } F_\rho = 4\pi\rho^2$$

die Grenzfläche des attraktiven Bereichs ist. Mit diesem Ansatz lässt sich für Gleichung (12) schreiben:

$$(14) \quad M(r)c^2 + \frac{\alpha}{2} \int_{r_0}^r (\text{grad}\varphi)^2 dV - \frac{c^2}{F_\rho} \int_{r_0}^r \frac{dM(\bar{r})}{d\bar{r}} dV = M_0 c^2$$

Nach Differenzierung von Gleichung (14) erhält Heim schließlich die Grundgleichung seiner Modifikation:

$$(15) \quad c^2 \frac{dM(r)}{dr} + 2\pi\alpha r^2 \left(\frac{d\varphi(r)}{dr} \right)^2 - c^2 \left(\frac{r}{\rho} \right)^2 \frac{dM(r)}{dr} = 0$$

Mit Ansatz (4) hat Heim damit 2 Gleichungen zur Bestimmung von $\varphi(r)$ und $M(r)$. Die Lösungen, die er erhält, sind transzendenter Natur und schwierig zu analysieren.

$\varphi(r) = f_1[\varphi(r), M_0, \rho, \alpha, c]$ und $M(r) = f_2[\varphi(r), M_0, \alpha, c]$ vergl. Anlagen 1+2.

Die Funktion $\varphi(r) \geq 0$ ist nur im Bereich $r_- \leq r \leq r_+$ reell. Es ergeben sich theoretisch somit zwei Ereignishorizonte r_- und r_+ , wobei folgender Zusammenhang besteht:

$$(16) \quad r_- r_+ \approx \rho^2$$

Die Ereignishorizonte sind mit sehr starken Feldern verbunden. Ihre numerische Bestimmung ist deshalb mit Sicherheit fehlerhaft. Rein rechnerisch ergibt sich für r_- (ρ wird hierbei nicht benötigt):

$$r_- = 2e \frac{2GM_0}{c^2} \quad \text{mit } \alpha = \frac{1}{\pi G} : \quad \text{Feldkonstante der ART}$$

$$r_- = e \frac{2GM_0}{c^2} \quad \text{mit } \alpha = \alpha_0$$

Die korrekte Lösung ist der Schwarzschildradius:

$$r_{sr} = \frac{2GM_0}{c^2}$$

Die Bestimmung von ρ erfordert nach Heim die Untersuchung der Trägheitsmasse bzw. relativen Masse $m(r)$ für den Fall einer atomaren Letzteinheit m_0 ($L=1$ in Gleichung (9)). Wie oben angedeutet wertet er mit Hilfe der Fernfeldlösung für $M(r)$ bzw. $m(r)$ die Abnahme Δm im Intervall $\hat{r}_0 \leq r \leq \rho$ aus und leitet daraus die Energie $\Delta m c^2$ eines massiven Gravitons ab, dessen Wellenlänge λ seiner Meinung nach den grundsätzlichen Verlauf des Gravitationspotenzials prägt. Wie bei einem Photon setzt Heim an:

$$(17) \quad \lambda = 2\rho = \frac{h}{\Delta m c}$$

wobei λ die Comptonwellenlänge zu Δm und h die Plancksche Konstante ist

und schließlich für ρ :

$$(18) \quad \rho = \frac{h^2}{8aGm_0^3} \quad \text{mit } a = \pi\alpha G$$

In das Ergebnis würde auch der Radius von m_0 eingehen. Diesen eliminiert Heim jedoch durch gleichsetzen mit der halben Comptonwellenlänge von m_0 . Wählt man für m_0 die Masse des Protons, so ergibt sich für ρ ein Wert von ca. 10^7 Lichtjahren. Dieser Wert ergibt sich auch mit der Formel:

$$(19) \quad \rho_p = \frac{1}{8a} \frac{\lambda_p}{\alpha_G}$$

wobei: λ_p die Comptonwellenlänge des Protons und α_G die in der Astrophysik verwendete und ebenfalls auf das Proton bezogene Feinstrukturkonstante der Gravitation ist.

Damit ist die Modifikation abgeschlossen. Die erzielten Lösungen sind für Heim Ausgangspunkt bei der Bearbeitung einer Reihe von Problemen der Kosmologie. Er kommt zu plausiblen Ergebnissen, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll.

Schriftliche Kommentare zu Heims Lösung

Es gibt eine Reihe von kritischen, schriftlich gefassten Kommentaren zu Heims Modifikation des Newtonschen Gesetzes [5-8]. Die wesentlichen Aspekte sollen hier wiedergegeben werden. Im nächsten Abschnitt schließen sich Kommentare vom Autor dieses Beitrags an.

[5] bezieht sich auf den Fall $\rho \rightarrow \infty$, den Heim mit der Vorgabe $E_\mu \ll E_g$ vorausgehend behandelt hat. Es wird nachgewiesen, dass Heims Ansatz für $\varphi(r, \rho \rightarrow \infty)$

$$\varphi(r) = \frac{GM(r)}{r}$$

die Poissongleichung (5) nur für sehr schwache Felder erfüllt. Es gilt:

$$(20) \quad \alpha_0 \operatorname{div}(\operatorname{grad}\varphi(r)) = -\sigma(r), \quad \text{mit} \quad \sigma(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dM(r)}{dr}$$

Die differentielle Massendichte $\sigma(r) \leq 0$ ist im vorliegenden Fall keine reale Massendichte sondern wird als Feldmassendichte bezeichnet, da sie der differentiellen Feldenergiedichte zugeordnet wird. Für Gleichung (20) lässt sich direkt eine Lösung angeben, wenn $-\sigma(r)$ stärker als die Funktion $f=1/r$ gegen Null konvergiert:

$$(21) \quad \varphi(r) = \frac{GM_0}{r} + G \int_{r_0}^r \frac{\sigma(\bar{r})}{r} 4\pi\bar{r}^2 d\bar{r} + G \int_r^\infty \frac{\sigma(\bar{r})}{\bar{r}} 4\pi\bar{r}^2 d\bar{r}$$

bzw. per Definition:

$$(22) \quad \varphi(r) = \frac{GM(r)}{r} + G \int_r^\infty \frac{\sigma(\bar{r})}{\bar{r}} 4\pi\bar{r}^2 d\bar{r}$$

Daraus folgt unmittelbar, dass der Ansatz Heims für $\varphi(r)$ nur für sehr schwache Felder also große Werte r gültig ist, wo der Beitrag des Integrals vernachlässigt werden kann.

[6-8] ist eine grundlegende Untersuchung der Heimschen Modifikation des Newtonschen Gesetzes aus Sicht der ART. Ausgangspunkt sind der Vortrag, den Heim 1976 bei der Firma MBB gehalten hat und der im Internet zu finden ist (vergl. auch [4] Seite 81) sowie die oben genannten Abschnitte in [1]. Direkte Vergleiche beziehen sich auch hier nur auf den Fall $\rho \rightarrow \infty$. Es werden folgende Ergebnisse genannt:

- Für die Lösung der Differentialgleichung aus dem MBB-Vortrag ($\alpha = \frac{3}{64\pi G}$) besteht keine Übereinstimmung mit den Feldgleichungen bzw. Feldlösungen der ART.
- Es besteht eine Übereinstimmung in erster Ordnung bei schwachen Feldern, wenn für α der entsprechende Wert der ART übernommen wird (Anlage 1).
- Eine Übereinstimmung in erster und zweiter Ordnung besteht, wenn an Stelle des Heimschen Ansatzes (4) für $\varphi(r)$ der Ansatz (23) verwendet wird.

$$(23) \quad \frac{d\varphi(r)}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2}$$

Dieser Ansatz lässt sich durch Differenzierung von Gleichung (21) (am einfachsten aus Gleichung (20) d.A.) gewinnen. Er führt zusammen mit der Grundgleichung (15) mit $\rho \rightarrow \infty$ zu einer einfachen Differentialgleichung für die Funktion $M(r)$, die jedoch nicht im Intervall $r_0 \leq \bar{r} \leq r$ sondern im Intervall $\infty \geq \bar{r} \geq r$ integriert wird. Das entspricht der Sichtweise der ART, da die Trägheitsmasse $M(r)$ nur von einem stationären Beobachter, der sich bei $r \rightarrow \infty$ (bzw. $r=\rho$!) an einem gravitationsfeldfreien Ort befindet, bestimmt werden kann. Damit wird eine Abhängigkeit von r_0 vermieden. Anfangswert $M(\rho)$ ist die (Punkt-) Masse M_0 . Die Feldlösung $\varphi(r)$ stimmt mit der Lösung des Ast-

rophysikers K. Schwarzschild (1873-1916) überein, die dieser aus den Einsteinschen Feldgleichungen für das Schwerfeld einer Punktmasse gewonnen hat (vergl. Anlage 1 und Anlage 2). Damit wird auch der Schwarzschildradius (Ereignishorizont r_-) richtig wiedergegeben.

Die Untersuchungen in [6-8] behandeln jedoch auch den Fall $\rho < \infty$. Eine geeignete Erweiterung von Ansatz (23) wird in

$$(24) \quad \frac{d\varphi(r)}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \left(1 - \left(\frac{r}{\rho} \right)^2 \right)$$

gesehen und als „korrigierter Heimansatz“ bezeichnet. Dieser Ansatz präjudiziert einen Vorzeichenwechsel bei $r=\rho$ und geht für $r \rightarrow \infty$ in Gleichung (23) über. Zusammen mit Gleichung (15) ergibt sich jetzt ein Gleichungssystem, das im Vergleich zur Heimschen Vorgehensweise ebenfalls wesentlich einfacher zu lösen ist (Anlage 1). Da die Lösungen $\varphi(r)$ und $M(r)$ im Bereich sehr schwacher Felder mit jenen Heims übereinstimmen, ändert sich die Beziehung für ρ nicht. Auch der Zusammenhang (16) ändert sich nicht. Der Ereignishorizont r_- entspricht wieder dem Schwarzschildradius. Bezüglich r_+ wird spekuliert, ob es sich um den (Hubble-) Radius r_H des optischen Universums handelt. Für den Fall $r \rightarrow r_-$ bzw. r_+ ergibt sich jeweils der Grenzwert $M(r) = \infty$, so wie es die ART verlangt.

In [6-7] wird auch darauf hingewiesen, dass die Gleichungen der ART zu einem ähnlichen Verlauf führen, wie in Gleichung (24) angegeben, wenn für die differentielle Massendichte formal der Ausdruck

$$(25) \quad \sigma(r) = -\frac{M_0}{2\pi\rho^2 r}$$

angenommen wird. Es handelt sich hierbei nicht um eine Feldmassendichte sondern, wie in der ART üblich, um eine Dichte, die sich aus einer realen Masse- und einer Druck-Verteilung ableitet.

Setzt man Gleichung (25) in die Poissongleichung (20) ein, so ergibt sich:

$$(26) \quad \frac{d\varphi(r)}{dr} = -\frac{GM_0}{r^2} \left(1 - \left(\frac{r}{\rho} \right)^2 \right)$$

Eine Abschätzung des Anteils der viel diskutierten „dunklen Energie“ führt mit diesem Verlauf und der Annahme $2\rho = r_H$ zu sehr guten Ergebnissen.

In [8] wird schließlich noch ein Widerspruch in der Hypothese Heims festgestellt. Gleichung (13) ergibt im Bereich $r > \rho$ unzulässige positive Energiedichten, da $M(r)$ wieder ansteigt.

Als Ausweg aus diesem Dilemma wird eine Lösung präsentiert, die direkt vom vollständigen Gleichungssystem (5 – 8 bzw. 5* – 8*) ausgeht. Das zeitabhängige Wirbelfeld $\vec{A}$ wird richtungsunabhängig aber normal zum Radiusvektor $\vec{r}$ angenommen:

$$(27) \quad \vec{A} = \vec{A}(r, t) = A(r)\{\sin(\omega t)\vec{e}_\theta + \cos(\omega t)\vec{e}_\phi\}$$

Die nach umfangreicher Analysis erzielten Feldlösungen sind der korrigierten Heimplösung sehr ähnlich (Nulldurchgang, zwei Ereignishorizonte). Näherungslösungen ergeben eine Übereinstimmung mit anderen Theorien, so auch einen mit Gleichung (25) vergleichbaren Verlauf für $\sigma(r)$ zur Abschätzung des Anteils der dunklen Energie.

Kommentare des Autors

Grundsätzliche Bemerkungen zum Mesofeld

Zunächst ist es notwendig, noch einmal auf Heims Gleichungssystem (5-8) einzugehen. Es finden sich in seinen Schriften keine Literaturhinweise, die es ermöglichen würden, seine diesbezüglichen Überlegungen richtig einzuordnen. Es ist interessant, dass Heim in seinen Entwürfen noch von einem Mesofeld spricht, später dann in seinen Büchern nur mehr von einem Hilfsvektorfeld. Heim nimmt vermutlich an, ein neues Feld gefunden zu haben. Tatsächlich wird es aber bereits in der ART Einsteins (1916) abgehandelt, nachdem schon Maxwell (1865) und Heaviside (1893) auf Gravitationswellen hinweisen bzw. diese mit der Notwendigkeit eines zweiten Feldes neben dem Gravitationsfeld verbinden. Die Linearisierung der Einsteinschen Feldgleichungen für schwache Felder geschieht allerdings erst 1963 und der vermutlich erste (indirekte) Nachweis im Labor 2001 mit dem Experiment von Taymar und De Matos [9].

Die Gleichungen (5-8) lassen sich auch aus Analogiebetrachtungen gewinnen. Dahinter verbirgt sich vermutlich ein universelles Gesetz wonach sich allgemein physikalische Felder in einem vorgegebenen Volumen so ausbilden, dass der Feldenergieinhalt für vorgegebene Randbedingungen zu einem Minimum wird. Das sollte für das Mesofeld

und das Gravitationsfeld genauso gelten wie für das magnetische und das elektrische Feld.

Wie einfach nachvollzogen werden kann, resultieren die Gleichungen (5-8) tatsächlich direkt aus den Maxwellschen Gleichungen des freien Raumes, wenn an Stelle der elektrischen Dimensionen [Ampere] und [Volt] die Dimensionen [Kilogramm/Sekunde] und [(Meter/Sekunde)²] $\triangleq$ *Gravitationspotential* gesetzt werden. Damit ergeben sich folgende Entsprechungen:

Elektrisches Feld $\vec{E}$ [$\frac{V}{m}$]	$\leftrightarrow$	Gravitationsfeld $\vec{g}$ [$\frac{m}{s^2}$]
Magnetisches Feld $\vec{H}$ [$\frac{A}{m}$]	$\leftrightarrow$	Mesofeld $\vec{\mu}$ [$\frac{kg}{sm}$]
Elektrische Feldkonstante ϵ [$\frac{As}{Vm}$]	$\leftrightarrow$	Feldkonstante α [$\frac{kg s^2}{m^3}$]
Magnetische Feldkonstante μ [$\frac{Vs}{Am}$]	$\leftrightarrow$	Feldkonstante β [$\frac{m}{kg}$]
Ladungsdichte ρ [$\frac{As}{m^3}$]	$\leftrightarrow$	Massendichte σ [$\frac{kg}{m^3}$]
Stromdichte $\vec{j}$ [$\frac{A}{m^2}$]	$\leftrightarrow$	Massenstromdichte $\sigma \vec{v}$ [$\frac{kg}{sm^2}$]

Wie zu erwarten gehen bei den oben genannten Dimensionstransformationen Beziehungen für Kräfte, Leistungen und Energien in jeweils solche über, wie z.B.:

Coulombkraft	$\leftrightarrow$	Gravitationskraft
Lorentzkraft im magnetischen Feld	$\leftrightarrow$	Lorentzkraft im Mesofeld

Der algebraische Aufbau der entsprechenden Gesetze ist gleich. Nach der derzeitigen Lehrbuchmeinung besteht allerdings der bedeutsame physikalische Unterschied, dass zwischen Massen ausschließlich Anziehungskräfte wirksam sind, während die Träger elektrischer Ladungen einander anziehen und abstoßen, je nachdem, ob sie ungleich-

namig oder gleichnamig geladen sind. Diese vermeintliche Diskrepanz liegt sicher daran, dass die wahre Natur von Masse und Ladung bisher nicht verstanden wird.

Bei der Annahme $\vec{f} = \vec{0}$ ergeben sich für die Gleichungen (5-8) tatsächlich vollständige Übereinstimmung mit den Maxwellschen Gleichungen wenn negative Ladungsdichte und physikalische Stromrichtung angenommen wird.

Gravitationswellen (Potenzialstörungen) entstehen theoretisch durch negativ oder positiv beschleunigte Massenbewegungen. Die Massenträgheit kann als Selbstinduktionsprozess verstanden werden. Ein gleichförmig bewegter Massenstrom (z.B. Rotationsbewegung) erzeugt ein statisches Mesofeld (ohne Abstrahlung), das mit dem Permanentmagnetismus verglichen werden kann. Bewegt sich ein zweiter Massenstrom in diesem Feld, so ergeben sich je nach Bewegungsrichtung Anziehungs- oder Abstoßungskräfte proportional zur Stärke des Mesofeldes, der Stärke und Geschwindigkeit des Massenstroms sowie in Abhängigkeit vom eingeschlossenen Winkel zwischen den Richtungen von Mesofeld und Massenstrom. Proportionalitätsfaktor ist die Feldkonstante β_0 , die einen sehr geringen Betrag hat. Es ist jedoch davon auszugehen, dass Mesofelder, die von Galaxien erzeugt werden, in den Innen- und Außenbereichen zusätzliche Kräfte erzeugen, die nicht vernachlässigt werden können. Benachbarte Galaxien mit gleichem Drehsinn müssten sich abstoßen oder anziehen, je nach dem ob ihre Nachbarschaft äquatorial oder polar ist. Auch die Abflachung von Kugelgalaxien zu Scheibengalaxien könnte die Wirkung von Lorenzkräften in Mesofeldern sein.

Nach Heim spielt das Mesofeld als Nahwirkungsfeld auch bei der Bildung elementarer Massen sowie im Atomkern eine wichtige Rolle (wie z.B. abstoßende „starke Kraft“ zwischen benachbarten Nukleonen auf Grund des sehr geringen Abstandes und gleichem Eigenspin (d.A.).

Anmerkungen zum modifizierten Newtonschen Gesetz

Wegen veränderter Integrationsgrenzen ($r_0 \rightarrow \infty$) folgt die Verifizierung der Schwarzschildlösung in [8] nicht exakt dem Lösungsweg Heims. Dies soll kurz nachgeholt werden. Ausgangspunkt sind die Gleichungen (23) und (15). Durch Eliminierung von $\frac{d\varphi(r)}{dr}$ entsteht eine Differentialgleichung für $M(r)$, die einfach zu lösen ist:

$$(27) \quad \int_{M_0}^M \frac{dM(r)}{M(r)^2} = \frac{2Ga}{c^2} \int_{r_0}^r \frac{1}{r^2} dr \quad a = \pi\alpha G$$

Integration und Auflösung nach $M(r)$ ergibt:

$$(28) \quad M(r) = \frac{M_0}{1 + r_{sr}a \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right)} \quad \text{mit:} \quad r_{sr} = \frac{2GM_0}{c^2}$$

Aus Gleichung (28) folgt unmittelbar: $M(r_0) = M_0$. Der Ereignishorizont $r = r_-$ ergibt sich formal aus dem Grenzwert:

$$(29) \quad \lim_{r \rightarrow r_-} M(r) = \infty \quad \rightarrow \quad r_- = \frac{ar_{sr}r_0}{ar_{sr} + r_0}$$

Wählt man für a den Wert $a=1$ (ART) so nähert sich r_- für nicht relativistische ($r_0 > r_{sr}$) sehr schnell dem Schwarzschildradius der ART. Es kann deshalb davon ausgegangen werden, dass sich auch das Gravitationspotenzial und das Gravitationsfeld den Lösungen Schwarzschilds nähern (vergl. Anlage 1). Das Ergebnis ist durchaus positiv zu bewerten, da bei dieser Lösung die Problematik einer Punktmasse vermieden wird. Wenn man bedenkt, dass Schwarzschild seine Lösung aus den komplexen Einsteinschen Feldgleichungen gewonnen hat, so ist der Weg Heims als sehr einfach zu bezeichnen. Allgemeine Schlussfolgerungen müssen daraus noch gezogen werden.

Um Kompatibilität mit der ART herzustellen, müsste das „makromare Energieprinzip“ Heims (vergl. Gleichungen (10) und (11)) umgeschrieben werden:

$$(30) \quad M(r)c^2 = M_0c^2 + E_g + E_\mu = M_0c^2 + \frac{\alpha}{2} \int_{\rho}^r \vec{g}^2 dV + \frac{\beta}{2} \int_{\rho}^r \vec{\mu}^2 dV$$

Mit Blick auf Heims Modifikation des Newtonschen Gesetzes für große r erhebt sich nun die grundsätzliche Frage, ob Mesofeldprozesse den statischen Teil des Gravitationsfeldes $\vec{g}$ einer nichtrelativistischen, isolierten Masse M_0 so beeinflussen können, dass ab einer Entfernung $r = \rho$ wieder eine Zunahme des Potenzials zu verzeichnen ist. Das statische Gravitationsfeld ist definitionsgemäß zeitunabhängig. Schwache statische Mesofelder und Gravitationsfelder sind wegen Gleichungen (5) und (6) entkoppelt. Ein

zeitabhängiges Mesofeld induziert ein zeitabhängiges Gravitationsfeld (Wirbelfeld), d.h. die Überlagerung mit dem statischen Gravitationsfeld ist ebenfalls zeitabhängig.

Vor diesem Hintergrund erscheint die Vorstellung Heims, die zur Einführung des Parameters ρ geführt hat, als spekulativ. Er präjudiziert mit Ansatz (4) eine Nullstelle im Gravitationsfeld bei $r=\rho$, ohne diese im Gültigkeitsbereich von Gleichung (5) abzusichern. Tatsächlich erfüllt auch der korrigierte Ansatz (24) Gleichung (5) ohne Einschränkung der Funktion $M(r)$ angenähert nur im Bereich $r \ll \rho$, aber nicht, wenn r die Grössenordnung von ρ erreicht oder $r > \rho$ ist. Dies zeigt sich bei Entwicklung von Gleichung (20):

$$(31) \quad \frac{\alpha_0}{r^2} \frac{d \left[r^2 \left(-\frac{GM(r)}{r^2} \left(1 - \left(\frac{r}{\rho} \right)^2 \right) \right) \right]}{dr} = -\sigma = -\frac{1}{4\pi r^2} \frac{dM}{dr}$$

bzw.

$$(32) \quad \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dM(r)}{dr} - \frac{1}{4\pi \rho^2} \left(\frac{dM(r)}{dr} + \frac{2M(r)}{r} \right) = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dM(r)}{dr}$$

Sieht man von $\rho \rightarrow \infty$ ab, so gibt es nur einen bestimmten Verlauf $M(r)$, der Gleichung (32) im gesamten Gültigkeitsbereich erfüllt. Dazu muss der Klammerausdruck zu Null werden. Diese Forderung führt auf die Bedingungen:

$$(33) \quad M(r) = \frac{C}{r^2}, \quad \frac{dM(r)}{dr} = -\frac{2C}{r^3}, \quad \sigma = -\frac{C}{2\pi r^5}$$

mit Integrationskonstante $C \geq 0$

Die Lösungen $M(r)$ der Gleichungssysteme (4+15) bzw. (24+15) genügen diesen Bedingungen in den kritischen r -Bereichen nicht. Näherungslösungen würden sich ergeben, wenn der Ausdruck

$$(34) \quad -\frac{1}{4\pi \rho^2} \left(\frac{dM(r)}{dr} + \frac{2M(r)}{r} \right)$$

vernachlässigt werden kann. Oberflächlich betrachtet sollte dies insbesondere im Bereich $r \rightarrow \rho$ mit den Näherungen:

$$\frac{dM(r)}{dr} \approx 0, \quad M(r) \approx M_0$$

möglich sein. Das Restglied wird jedoch identisch zum Ausdruck von Gleichung (25) und ist somit nicht vernachlässigbar.

Sind damit alle Lösungen mit einem endlichen ρ -Wert falsch?

Gleichung (3) wird zwischenzeitlich auch durch astronomische Messungen bestätigt. Das Korrekturglied geht demnach auf eine Kraftkomponente zurück, die bis heute nicht geklärt ist. Die Gesamtbeschleunigung geht somit auf die Wirkung von zwei unterschiedlichen Kraftfeldern zurück. Es verwundert deshalb nicht, dass auch Gleichung (3) die Poissongleichung nicht erfüllt. Aus dieser Sicht, ist es vermutlich falsch, Lösungen zu fordern, die im gesamten Definitionsbereich auch die Poissongleichung erfüllen.

Die grundsätzliche Übereinstimmung der Heimschen Lösung mit dem (scheinbaren) Potenzialverlauf, der sich aus Gleichung (3) ableiten lässt, ist eine Erklärung dafür, dass Heim die Hubblekonstante erfolgreich herleiten kann.

Zum Schluss dieses Abschnitts ist es notwendig, das Dilemma bezüglich Gleichung (13) anzusprechen.

Die Überlegungen, die Heim bei der Ableitung dieser Gleichung angestellt hat, haben z.T. spekulativen Charakter. Der Schritt von Gleichung (12) zu Gleichung (13) kann aber durchaus als konsequente Nutzung des Feldmassebegriffs für das in den eckigen Klammern zusammengefasste Restfeld gedeutet werden. Dessen Energieinhalt ist einer Änderung der relativen Masse direkt proportional, wobei der Proportionalitätsfaktor gerade so gewählt wird, dass die Lösungen der Grundgleichung (15) an der Stelle $r = \rho$ bestimmte Eigenschaften haben. In [1] (Seite 84) formuliert Heim explizit die Bedingung $\frac{dM(r)}{dr} \leq 0$, um eine positive Feldmassendichte auszuschließen. Die Verletzung dieser Forderung im Bereich $r > \rho$ durch alle bisherigen Lösungen $M(r)$ lässt sich jedoch formal korrigieren, wenn man bei der Ableitung von Gleichung (15) nicht $\beta < 0$ sondern $\beta > 0$ (Wellenausbreitung!) wählt. Damit wechselt das Vorzeichen des dritten

Gliedes von Gleichung (15). Durch einfaches Umformen der Differentialgleichung erkennt man sofort, dass obige Bedingung immer erfüllt ist.

Mit Ansatz (24) erhält man als sehr gute Näherungslösungen ($r_{sr}a \ll \rho$) :

$$(35) \quad M(r) = \frac{M_0}{1 - \frac{r_{sr}a(1 - (\frac{r}{\rho})^2)}{r}}$$

wobei: $a = \pi\alpha G$ $r_{sr} = \frac{2GM_0}{c^2}$ (Schwarzschildradius)

und

$$(36) \quad \frac{d\varphi(r)}{dr} = -\frac{1}{r^2} \frac{GM_0(1 - (\frac{r}{\rho})^2)}{1 - \frac{r_{sr}a(1 - (\frac{r}{\rho})^2)}{r}}$$

Wie zu erwarten, stimmen die Lösungen (35) und (36) für $r \ll \rho$ mit den korrigierten Heimplösungen überein, aber es fehlt der scharfe Ereignishorizont r_+ bei $r \gg \rho$. In Anlage 2 sind Diagramme (Abbildungen 4 und 5) zum prinzipiellen Verlauf der Beschleunigungsfunktion (36) sowie dem daraus resultierenden Potenzialverlauf zu finden. Es fällt auf, dass die Beschleunigung (anders als im Fall $\beta < 0$) nach der Vorzeichenumkehr schnell einem relativen Maximum entgegen strebt, um dann langsam wieder abzunehmen. Einen ähnlichen Verlauf hat Heim in seinem MBB-Vortrag beschrieben. Der Potenzialverlauf krümmt sich deshalb mit zunehmendem Radius nach unten ungleich dem Verlauf in Abbildung 2, der sich nach oben krümmt. Die Potenzialfunktion, die sich aus der empirischen Gleichung (3) ableiten lässt, ergibt für sehr große Entfernung eine quadratische Krümmung nach oben.

Auch Gleichung (36) erfüllt die Poissongleichung nicht!

Zusammenfassung und Schlusswort

In den fünfziger Jahren entwickelt Heim auf der Basis einer Reihe von Ideen seine Modifikation des Newtonschen Gesetzes. Es handelt sich dabei im Einzelnen um folgende Aussagen:

- Neben dem Gravitationsfeld existiert das Mesofeld als zweites Feld,
- die Feldmasse muss in die Berechnung des Gravitationsfeldes einbezogen werden,
- Feld und Quelle verbindet das makromare Energieprinzip (Energieerhaltungssatz),
- das Potenzialfeld wird von Feldquanten geprägt.

Unabhängig von (relativ geringen) Fehlern, die sich bei der Ausarbeitung der Modifikation eingeschlichen haben, kann die Gültigkeit der ersten drei Aussagen bestätigt werden. Für den Sonderfall der unendlich fernen Attraktionsgrenze ergibt sich für die korrigierte Lösung Übereinstimmung mit der Schwarzschildlösung. Aussage vier kann nicht abschließend bewertet werden. Eine offene Frage ist auch, inwieweit die gefundenen Potenzialverläufe im gesamten Definitionsbereich die Poissongleichung erfüllen müssen. Eine offene Frage ist auch der Einfluss einer zusätzlich vorhandenen realen Massendichte auf die Heimschen Lösungen.

Die gefundenen Lösungen sind durch die Ansätze weitgehend vorgeprägt. Eine weniger vordefinierte Herangehensweise ist die geschlossene Lösung des vollständigen Gleichungssystems. Die Hilfsmittel, die zur numerischen Auswertung benötigt werden, sind inzwischen wesentlich weiter fortgeschritten als in den fünfziger Jahren. In [8] wird dieser Weg beschritten. Es ist jedoch noch nicht klar, ob die erzielte Lösung, die der Heimschen Lösung, vom prinzipiellen Feldverlauf her gesehen, sehr ähnlich ist, einen realen physikalischen Hintergrund hat. Das Wirbelfeld $\vec{A}$ ist richtungsunabhängig und mit einheitlicher Rotationsfrequenz angesetzt. Es fällt auf, dass im Quellbereich die Amplitude des Wirbelfeldes in der Größenordnung des Gravitationspotenzials sein muss. Erwartungsgemäß ist die Amplitude des Mesofeldes an dieser Stelle noch sehr viel größer. Zur Erzielung der Lösung ist eine umfangreiche Variation der Anfangswerte notwendig.

Diese Ergebnisse sowie neue Untersuchungen zu „schwarzen Löchern“ lassen vermuten, dass das Mesofeld nach Heim (bzw. das gravitomagnetische Feld nach Einstein) tatsächlich eine wichtige Rolle im kosmischen Geschehen spielt. Folgende Überlegungen stützen diese Vermutung:

Die gesamte Materie im Kosmos ist in (zunehmender!) Bewegung. Es sind Rotations-, Umlauf- und Ausbreitungsbewegungen von Massen zu beobachten. Dies gilt für den Makrokosmos als auch für den Mikrokosmos. Die damit verbundene Bewegungsenergie

ist Quellenergie von Mesofeldern, die zusätzlich zu den normalen Gravitationskräften Lorentzkräfte ausüben. Diese sollten wegen des extrem langen Zeitpfeils zu messbaren Wirkungen führen.

Ein Gedanke Heims, der bisher nicht erwähnt wurde, jedoch insbesondere im relativistischen Bereich von Bedeutung sein muss, ist die Kopplung von Gravitations- und Mesofeld mit dem elektromagnetischen Feld. Heim hat z.B. für eine schnell rotierende dielektrische Masse ein magnetisches Feld abgeleitet. Eine einfache Erklärung, die nicht auf den 6-dimensionalen Raum Heims zurückgreifen muss, könnte die Annahme einer äquivalenten Feldmasse auch für die elektromagnetischen Felder sein (vergleiche auch [10], Kapitel 7, Seite 227ff: *The Dynamics of General Relativity*, R.Arnowitt, S. Deser, C.W. Misner). Aus Analogiegründen müsste es generell auch eine Feldladung geben.

Abschließend ist zu wünschen, dass die überaus interessanten Arbeiten Heims zur Kosmogenie Bestand haben. Sie entstanden auf der Grundlage seiner Modifikation des Newtonschen Gesetzes und geben nicht nur Auskunft zur Entstehung des Kosmos und zu dessen Alter sondern auch zur Veränderung der Naturkonstanten in Abhängigkeit vom wachsenden Durchmesser des gesamten Universums. Danach sind physikalische Größen wie die Plancksche -Masse und -Ladung oder das Produkt aus Gravitationskonstante und Dielektrizitätskonstante echte d.h. zeitunabhängige Naturkonstanten und nicht die verschiedenen Feldkonstanten, die Lichtgeschwindigkeit oder das Wirkungsquantum.

Schrifttum

[1] Heim, B.: Elementarstrukturen der Materie

Einheitliche strukturelle Quantenfeldtheorie der Materie und Gravitation,

Band 1, dritte veränderte Auflage, Resch-Verlag Innsbruck, 1998

[2] Heim, B.: Elementarstrukturen der Materie

Einheitliche strukturelle Quantenfeldtheorie der Materie und Gravitation,

Band 2, Resch-Verlag Innsbruck, 1984

[3] Meschede, D. : Gerthsen Physik

33. , überarbeitete Auflage, Springer-Verlag 2005

[4] von Ludwiger, I.: Das neue Weltbild des Physikers Burkhard Heim

Verlag KOMPLETT MEDIA GmbH, 2006

[5] Müller, A.: Zur Monotonie des Gravitationspotenzials in der Theorie von B. Heim

Private Mitteilung, Mai 1996

[6] Mansson, B.: Analytic Solution of Heims Gravity Differential Equation

Private Mitteilung, Oktober 2006

[7] Mansson, B.: The Correct Heim Differential Equation ,

Private Mitteilung, May 2007

[8] Mansson, B.: A Comparison between the Original Heim Solution (with corrected coefficients), the Corrected Heim Solution and Schwarzschild Solution and an Investigation of the Mesofield

Private Mitteilung, Oktober 2007

- [9] Scholkmann, F.: Ganka, Th.: Gravitomagnetisches Feld nun erstmals im Labor nachgewiesen?

Übersichtsaufsatz im Internet, 10. März 2007

- [10] Witten, L.: Gravitation, an Introduction to Current Research,

John Wiley & Sons, Inc., New York London, 1962.

Anhang 1: Zusammenstellung der wichtigsten Formeln

	Heimansatz	
Differentialgleichung $a = \pi \alpha G$	$\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 + \frac{c^2}{2a} H \left(\frac{d\varphi}{dr} + H\varphi\right) = 0$ $rH = \frac{\rho + r}{\rho - r}$	
Gravitationspotenzial $\varphi(r)$ $\varphi(r)_{\text{schwach}}$	$qe^{-q} = \frac{4aGM_0}{c^2} \frac{\left(1 - \frac{r}{\rho}\right)^2}{r}$ $q = 1 - \sqrt{1 - \frac{8a}{c^2} \varphi(r)}$ $\approx \frac{GM_0}{r} + \frac{2}{c^2} \left(\frac{GM_0}{r}\right)^2 \quad \rho \rightarrow \infty, a = 1$	
Gravitationsfeldstärke $\frac{d\varphi(r)}{dr}$	$-GM_0 \left(\frac{1 - \left(\frac{r}{\rho}\right)^2}{r^2}\right) e^q$	
Trägheitsmasse M(r)	$\frac{M_0}{2} (2 - q) e^q$	

	„Korrigierter Heimansatz“	Schwarzschildlösung (ART)
	$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{2}{r\left(1 - \left(\frac{r}{\rho}\right)^2\right)} \frac{d\varphi}{dr} \pm \frac{2a}{c^2} \left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 = 0$	$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr} + \frac{2}{c^2} \left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 = 0$ $\rho \rightarrow \infty, a = 1$
	$\pm \frac{c^2}{2a} \ln \left(1 - \frac{2a}{c^2} \frac{GM_0}{r} \left(1 - \frac{r}{\rho}\right)^2\right)$ $\pm \frac{c^2}{2a} \ln \left(1 - \frac{ar_{sr}}{\left(1 + \frac{ar_{sr}}{r_0}\right)r}\right), \quad \text{wenn:}$ $\rho \rightarrow \infty, \quad \frac{2GM_0}{c^2} = r_{sr}, \quad r \geq r_0$ $\approx \mp \left(\frac{GM_0}{r} + \frac{1}{c^2} \left(\frac{GM_0}{r}\right)^2\right), \rho \rightarrow \infty, a = 1$	$\frac{c^2}{2} \ln \left(1 - \frac{2}{c^2} \frac{GM_0}{r}\right)$ $\varphi_{ART} = c^2 \left(1 - e^{-\frac{\varphi}{c^2}}\right)$ $\approx -\frac{GM_0}{r} - \frac{1}{c^2} \left(\frac{GM_0}{r}\right)^2$
	$\pm \frac{\frac{GM_0}{r^2} \left(1 - \left(\frac{r}{\rho}\right)^2\right)}{1 - \frac{2a}{c^2} \frac{GM_0}{r} \left(1 - \frac{r}{\rho}\right)^2}$	$\frac{\frac{GM_0}{r^2}}{1 - \frac{2}{c^2} \frac{GM_0}{r}}$
	$\frac{M_0}{1 - \frac{2a}{c^2} \frac{GM_0}{r} \left(1 - \frac{r}{\rho}\right)^2}$	$\frac{M_0}{1 - \frac{2}{c^2} \frac{GM_0}{r}}$

Anhang 2: Diagramme

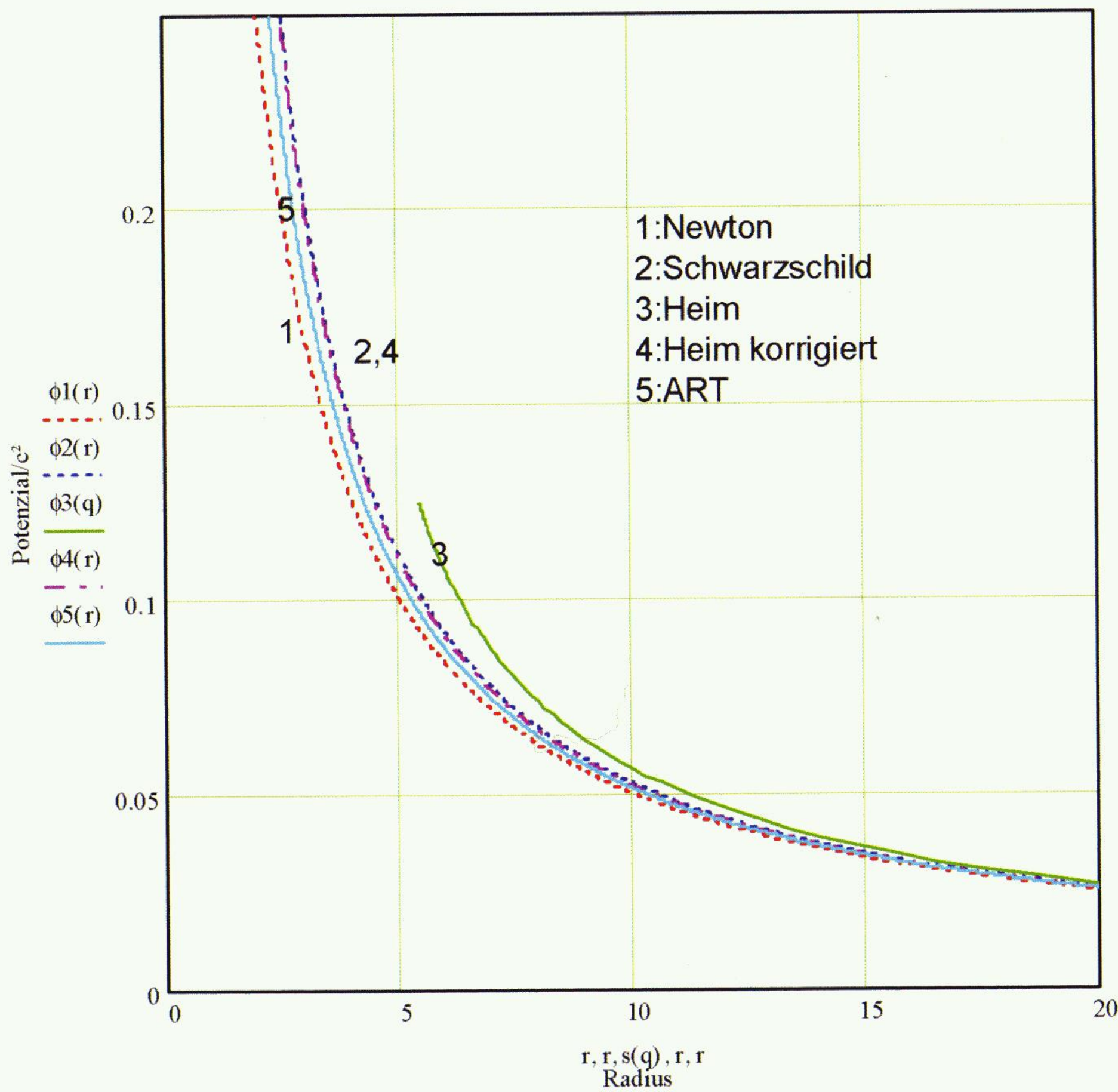


Abbildung 1:
Vergleich der normierten Potenzialverläufe für die verschiedenen Lösungsansätze

$$\rho \rightarrow \infty, r_{sr} = 1[LE], r_0/r_{sr} = 100, a = 1, (\phi_5/c^2)_{max} = 1$$

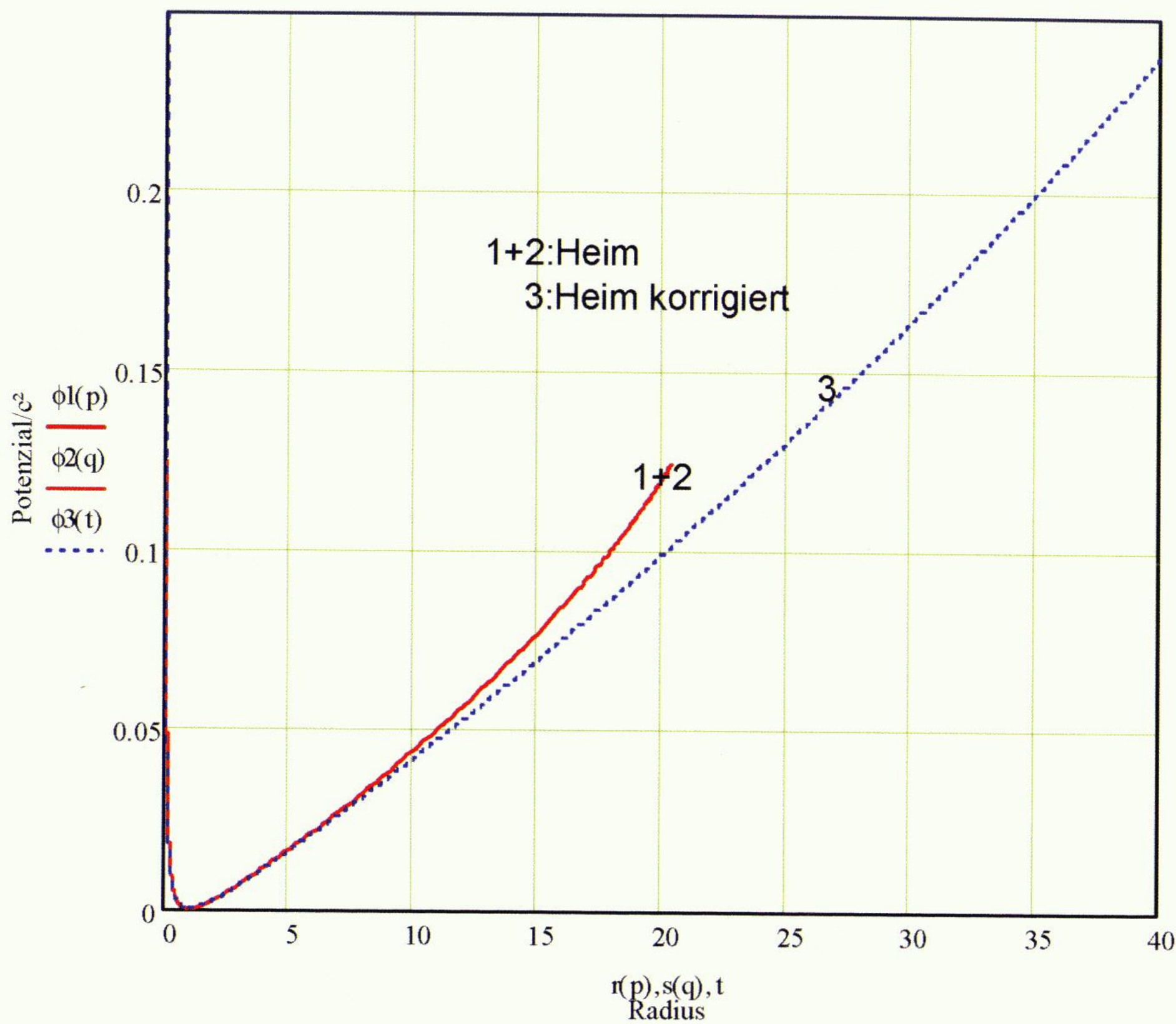


Abbildung 2:
Grundsätzlicher Verlauf des Heimschen Gravitationspotenzials

$$\rho = 1[LE], r_{sr} = 0.01[LE], a = 1$$

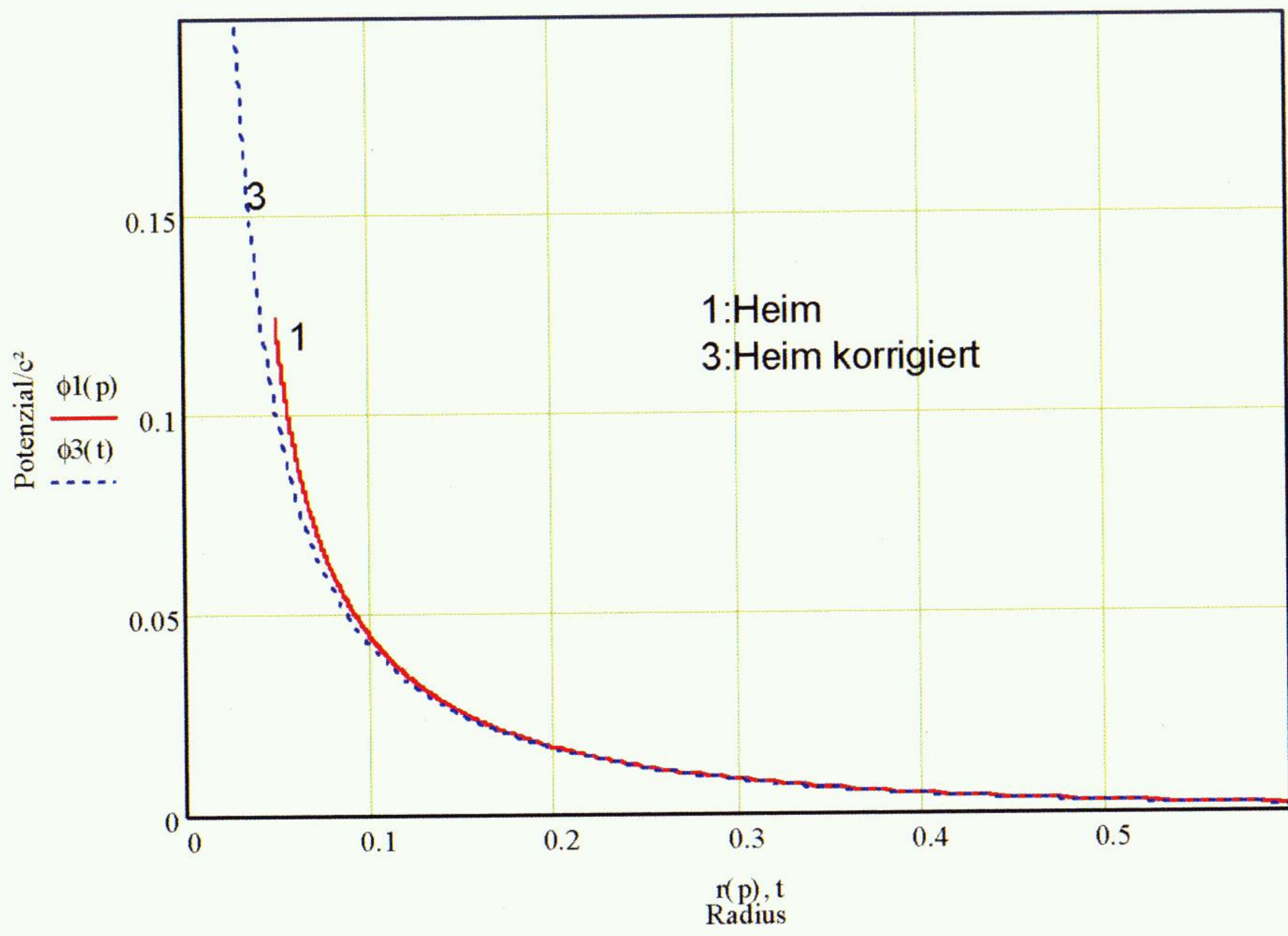


Abbildung 3:
Feinauflösung der Gravitationspotenziale nach Abbildung 2 für $r > 0.2p$

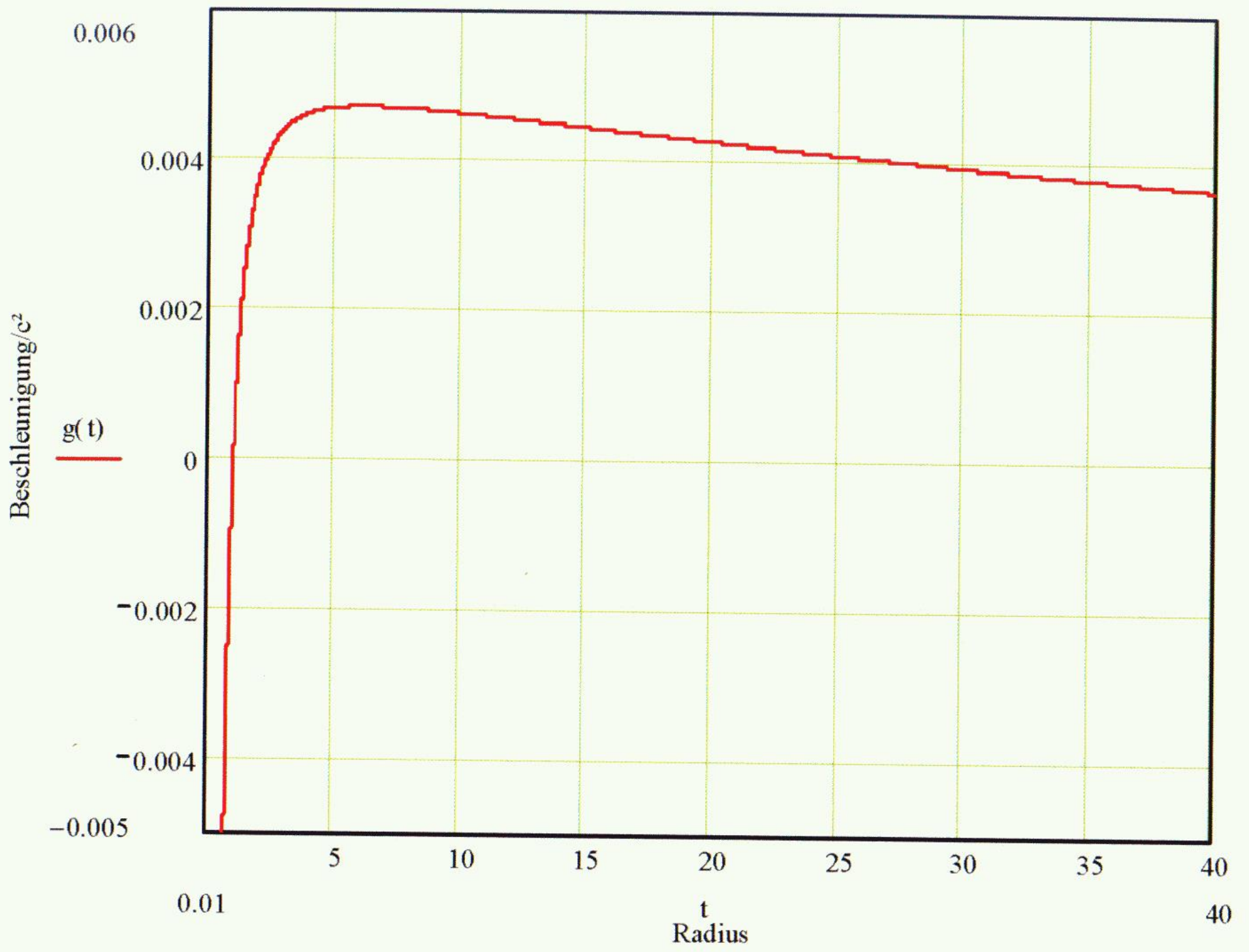


Abbildung 4:

Ortsabhängigkeit der Beschleunigungsfunktion im Fall $\beta > 0$

$$\rho = 1[LE], r_{sr} = 0.01[LE], a = 1$$

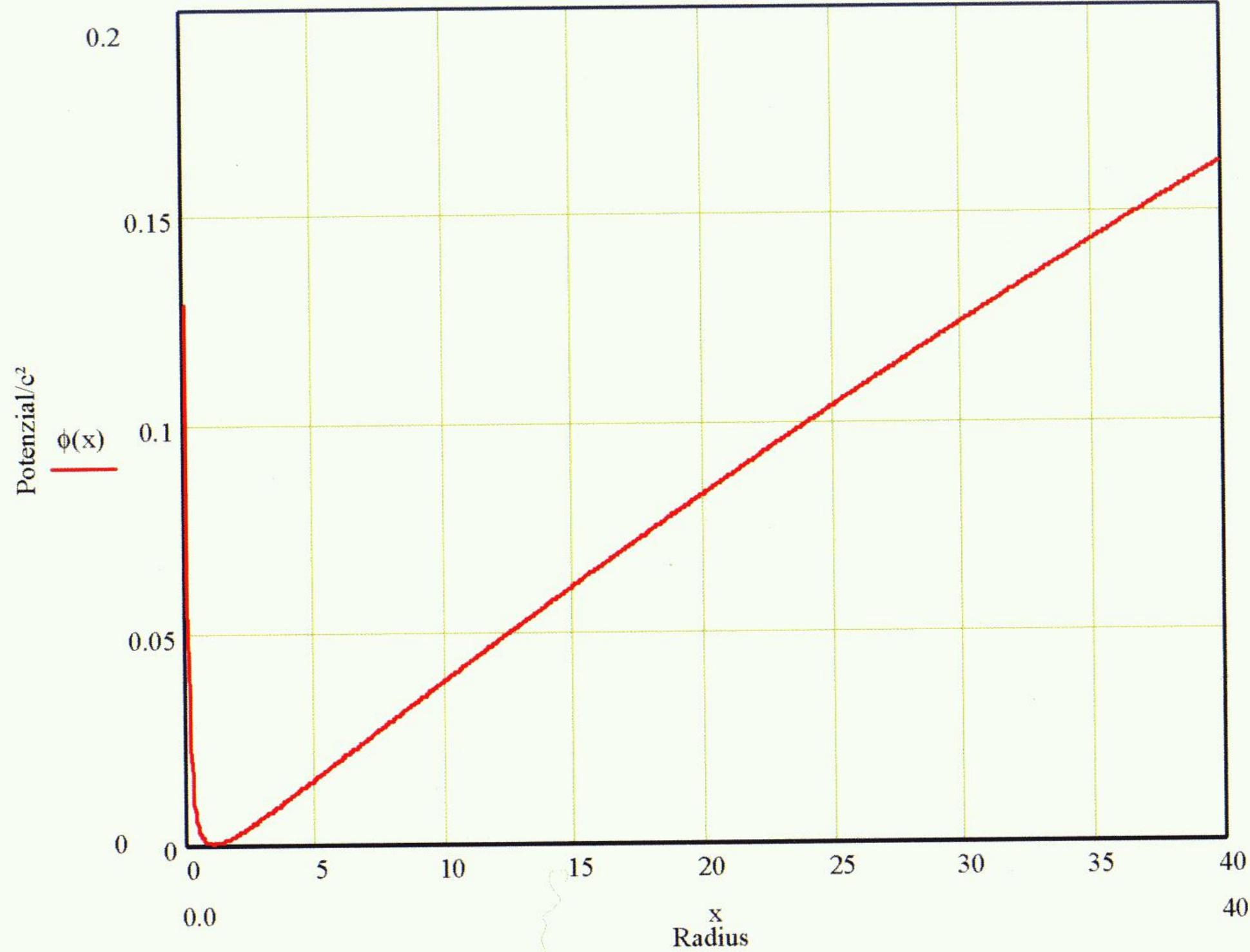


Abbildung 5:
Grundsätzlicher Verlauf des Heimschen Gravitationspotenzials im Fall $\beta > 0$