

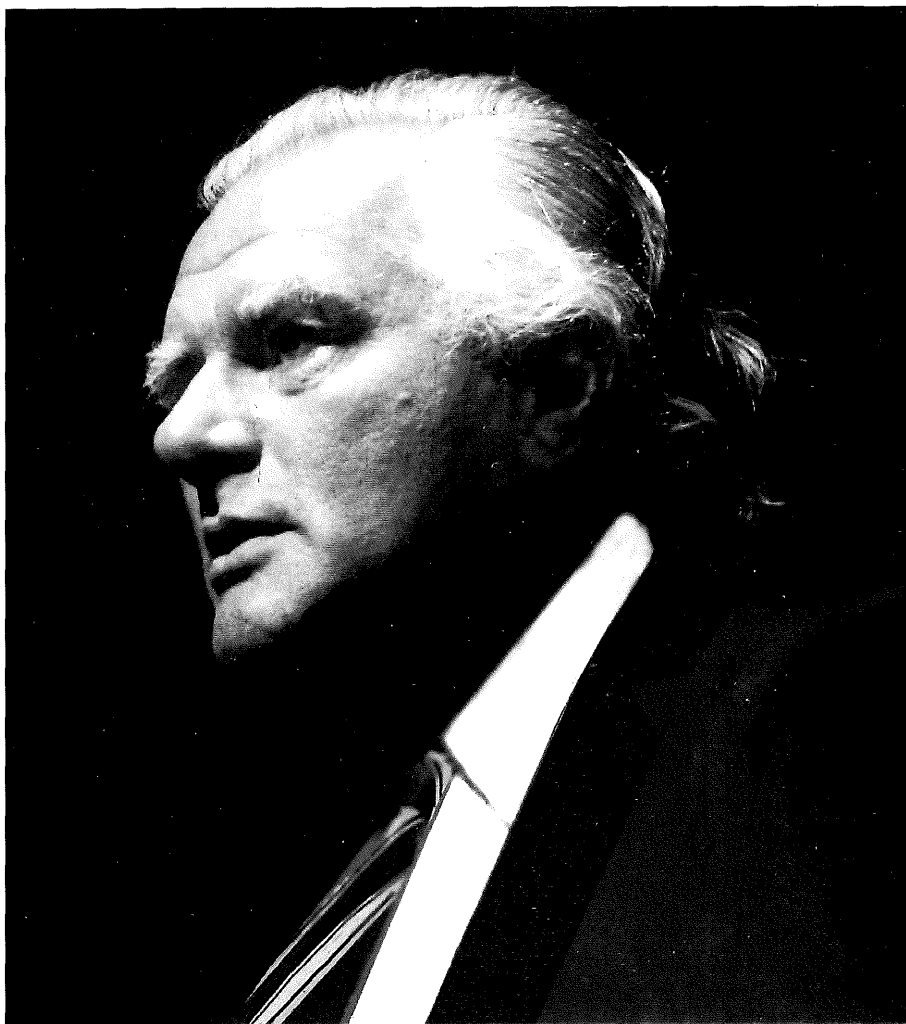
Burkhard Heim

Elementarstrukturen der Materie

**Einheitliche strukturelle
Quantenfeldtheorie
der Materie und Gravitation**

1

 **esch**



Dipl.-Phys. Burkhard Heim wurde 1925 in Potsdam geboren. In der Chemisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin kam es 1944 bei Laborarbeiten zu einer Explosion, bei der er beide Hände verlor, nahezu vollständig erblindete und eine schwere Gehörschädigung erlitt. Ab 1945 Chemiestudium, ab 1949 Studium der theoretischen Physik in Göttingen, das 1954 mit dem Hauptdiplom abgeschlossen wurde. Seit 1949 eigenständige Arbeiten hinsichtlich einer allgemeinen Feldtheorie, in der alle physikalischen Felder und deren Quellen einheitlich als dynamische Eigenschaften rein geometrischer Strukturen beschrieben werden. Diese Theorie wurde während der letzten Dekaden unter schwierigsten äußeren Bedingungen entwickelt und seit 1975 in mehreren Schritten teilweise veröffentlicht. Das Interesse an der Heimschen Theorie nimmt immer mehr zu und wird durch das Vorliegen der Gesamtausgabe unter dem Titel „Burkhard Heim: Einheitliche Beschreibung der Welt“ besonders herausgefordert: B. Heim: Elementarstrukturen der Materie, Bd. 1 (3., veränd. Aufl. 1998); B. Heim: Elementarstrukturen der Materie, Bd. 2 (2., unveränd. Aufl. 1996); W. Dröscher/B. Heim: Strukturen der physikalischen Welt und ihrer nichtmateriellen Seite (1. Aufl. 1996); B. Heim/W. Dröscher/A. Resch: Einführung in Burkhard Heim: Einheitliche Beschreibung der Welt mit Begriffs- und Formelregister (neubearb. Aufl. 1998).

INSTITUT FÜR GRENZGEBIETE DER WISSENSCHAFT

BURKHARD HEIM
EINHEITLICHE BESCHREIBUNG DER WELT

Herausgegeben von Andreas Resch

1. B. Heim: Elementarstrukturen der Materie, Bd. 1
2. B. Heim: Elementarstrukturen der Materie, Bd. 2
3. W. Dröscher/B. Heim: Strukturen der physikalischen Welt
und ihrer nichtmateriellen Seite
- B. Heim/W. Dröscher/A. Resch: Einführung in Burkhard Heim:
Einheitliche Beschreibung der Welt mit Begriffs- und
Formelregister



RESCH VERLAG INNSBRUCK 1998

Burkhard Heim

Elementarstrukturen der Materie

**Einheitliche strukturelle
Quantenfeldtheorie
der Materie und Gravitation
1**

3., veränderte Auflage



RESCH VERLAG INNSBRUCK 1998

Manuskripteinreichung: 17. September 1978

Alle Rechte, auch die des auszugsweisen Nachdruckes,
der photographischen Wiedergabe und der Übersetzung vorbehalten.

© 1980 by Andreas Resch Verlag, Innsbruck

Printed in Austria

Gesamtherstellung: Andreas Resch Verlag, Innsbruck 1998

ISBN 3-85 382-008-5

VORWORT

Die Frage nach den Elementarstrukturen der Materie hat unter den Hochenergiephysikern im Laufe der Zeit zu einer Reihe von Theorien geführt. Als verbindendes Konzept der zur Zeit bekanntesten Theorien der Elementarteilchenphysik kann die *Quantenfeldtheorie* bei gleichzeitiger Anwendung von Symmetrieprinzipien (u. a. das der Eichfelder) angesehen werden. Hierzu gehören die *Quantenelektrodynamik*, die die Wechselwirkung von Licht und Materie beschreibt, das *Weinberg-Salam-Modell*, das die elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkungen vereinigt, das *Quark-Modell*, das den starken Wechselwirkungen zuzuordnen ist und die *Supergravitationstheorien*, mit denen man sich eine Vereinigung aller vier Wechselwirkungsfelder sowie eine Darstellung sämtlicher, bisher experimentell aufgefundener Elementarteilchen bei gleichzeitiger Anwendung des Prinzips der gebrochenen Symmetrie erhofft. Mit der *zehndimensionalen Superstringtheorie* wird schließlich noch versucht, die bei den Supergravitationstheorien aufgetretenen Schwierigkeiten zu überwinden.

Mit dem *Quarkmodell* ist wohl der innere Aufbau der Hadronen beschreibbar, Einzelheiten über die innere Struktur der Quarks oder Leptonen, soweit jene existieren, lassen sich derzeit jedoch nicht angeben. Als weiteres Problem kommt hinzu, daß sich die elektroschwache und -starke Wechselwirkung von der gravitativen Wechselwirkung wesentlich unterscheiden. Auf der einen Seite stehen phänomenologische Erscheinungsformen, eingebettet in einen euklidischen Raum, auf der anderen Seite weisen Abweichungen gegenüber einer euklidischen Raumstruktur (Riemannsche Geometrie) auf physikalische Phänomene wie Gravitationsfeld und Masse hin.

So liegt gegenwärtig keine einheitliche Beschreibung aller bekannten Felder und Teilchen in einer empirisch überprüfbaren Form vor, die von einer gemeinsamen Basis abgeleitet werden kann. Zwar versuch-

te EINSTEIN in seinen späteren Lebensjahren den Elektromagnetismus mittels einer mathematischen Theorie mit der Gravitation zu vereinen, hatte damit aber keinen Erfolg.

Auch die nunmehr in zwei Bänden vorliegende Heimsche Theorie geht von der *Allgemeinen Relativitätstheorie* (ART) aus, beschreitet aber völlig neue Wege und unterscheidet sich daher wesentlich von den bisherigen Theorien.

Die Grundidee der *Heimschen Theorie* ist die Darstellung physikalischer Letzteinheiten (Fundamentarteilchen) durch geometrische Größen. Ihre wesentlichen Merkmale sind:

1. Existenz eines sechsdimensionalen Raumes (R_6), der Teilraum eines zwölfdimensionalen Raumes (R_{12}) ist. Die physikalisch zugängliche vierdimensionale Raumzeit (R_4) liegt eingebettet im R_6 . Die Transkoordinaten x_5 und x_6 haben imaginären Charakter, deren Richtung umkehrbar ist.
2. Quantelung des mehrdimensionalen Raumes infolge einer nicht unterscheidbaren geometrischen Flächeneinheit τ , die etwa dem Quadrat der Planckschen Länge entspricht.
3. *Neuartige Kosmologie* und daraus resultierende hermitesche Vielfachgeometrie. Der im R_6 liegende hermitesche Fundamentaltensor setzt sich kompositiv aus den die Vielfachgeometrie beschreibenden nicht hermiteschen Fundamentaltensoren zusammen.
4. *Geometrisierung der Elementarteilchen*, physikalische Interpretation geometrischer Terme. Im mikromaren Bereich kann der Energie-Impuls-Tensor proportional zu einer zu Christoffel-Symbolen gleichartigen geometrischen Größe gesetzt werden. Rein geometrische Eigenwertgleichungen werden derart gebildet.
5. Als nicht abgeleitete empirische Naturkonstanten werden in der gesamten Theorie nur γ , $\hbar$, ε_0 und μ_0 verwendet.
6. *Beschreibung eines Elementarteilchens* durch geometrische Größen, die im Sinne einer Dynamik interner Art zyklisch ihre Struktur ändern.
7. Ableitung der für Elementarteilchen streng gültigen *Symmetriegesetze* und Bestimmung von deren Ruhemassen.

8. Existenz einer «*Weltgleichung*», deren eine Näherungskette die Einsteinschen Feldgleichungen der ART, aber eine andere Kette von Approximationen die Diracschen Gleichungen der relativistischen Quantenelektrodynamik liefert.

So berücksichtigt die Heimsche Theorie den besonders in letzter Zeit forcierten Trend, dem *Raum* an sich mehr physikalische Eigenschaften zuzuordnen. Ob nun Physik nur von der Geometrie eines mehrdimensionalen Raumes aus verstanden werden kann, wird die Zukunft zeigen. Auf alle Fälle weist die mit der Erfahrung übereinstimmende Fülle theoretischer Daten der Heimschen Feldtheorie auf ein so erfolgreiches Konzept hin, daß an dieser Theorie nicht vorbeigegangen werden kann und eine intensive Beschäftigung mit ihr notwendig wird, um dem seit langem angestrebten Ziel eines einheitlichen physikalischen Weltbildes näherzukommen bzw. dieses zu erreichen.

Zur Erleichterung des Studiums dieser Darlegungen hat der Resch Verlag die von Burkhard HEIM / Walter DRÖSCHER erstellte «Einführung in Burkhard Heim, Elementarstrukturen der Materie mit Begriffs- und Formelregister» (1985) herausgegeben. Diese Einführung enthält auch sämtliche Formeln des 2. Bandes, der 1984 erschien.

Als Herausgeber dieses Bandes, der nun in einer völligen Neubearbeitung vorliegt, schulde ich einen besonderen Dank Burkhard HEIM für sein Vertrauen und Walter DRÖSCHER für die Mitarbeit bei der Erstellung des Manuskripts, vor allem des in Kap. II angeführten Existenzbeweises des R_{12} , der mittels Induktionsschluß aus dem R_6 gefolgert wird, und von Kap. IV, 4 und IV, 5, sowie für das Mitlesen der Korrekturen. Mag. Priska Kapferer danke ich für die Erstellung des schwierigen Satzes.

Möge diese Veröffentlichung zu einem umfassenderen Verständnis von Welt und Mensch führen.

Innsbruck, 25. März 1989

Andreas Resch

VORWORT ZUR 3. AUFLAGE

Die vorliegende Neuauflage von „Elementarstrukturen der Materie, Bd. 1“ wurde um einen Anhang II (Differentialbeziehung) erweitert, deckt sich aber ansonsten mit der zweiten Auflage. Durch die Einbindung in das Gesamtwerk „Burkhard Heim: Einheitliche Beschreibung der Welt“ erfährt auch dieser Band einen größeren Stellenwert in Inhalt und Aussage. Für ein umfassendes Verständnis ist daher die Lektüre aller drei Bände notwendig, wobei der zusätzliche Registerband vor allem mit der Einführung, dem Begriffs- und Formelregister die Lektüre und das Verständnis erleichtern kann.

So darf ich dem Leser ein hohes Maß an Konzentration wünschen, um die gebotene Darstellung zu erfassen.

Innsbruck, am 2. Juli 1998

Andreas Resch

INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort	v
Inhalt	ix
Einführung	1

KAPITEL I DER MAKROMARE HINTERGRUND MIKROMARER PROZESSE

1. Logische und empirische Basis	9
2. Der makromare Hintergrund	14
3. Die nichthermitesche Raumzeitstruktur	23
4. Mikromare Diskontinuitäten	33

KAPITEL II DAS WELTTENSORIUM

1. Weltdimensionen	37
2. Konstruktion des Welttensoriums	52
3. Hermitesche Weltstrukturen	59
4. Gravitative Raumstrukturen und ihre Extrema	75

KAPITEL III METRONISCHE STRUKTURTENSORIEN

1. Metronische Elementaroperationen	99
2. Selektoren	115
3. Selektortheorie primitiv strukturierter Tensorien	127
4. Metronische Hyperstrukturen und Metronisierungs- verfahren	136
5. Polymetrie relativer metronischer Kondensationen	147

KAPITEL IV

DIE WELT ALS HYPERSTRUKTUR

1. Strukturelle Kondensationsstufen	173
2. Hermetrieformen	192
3. Hermetrische Elementarstrukturen	212
4. Kosmogonische Konsequenzen aus dem Begriff des Weltmetrons	249
5. Hintergründe und Quellen des Quantenprinzips	266
6. Vorschau auf Band II	293
 Begriffsregister	 299
Anhang I: Tabellen	301
Zusammenstellung einiger theoretischer Daten stabiler und metastabiler Elementarpartikel	302
Anhang II: Differentialbeziehung	303
Namen- und Sachregister	307

* Vermerk zu Band 1 : Im letzten Kapitel (IV) von Band 1 wurden die Abschnitte IV., 4. und IV., 5. angefügt, doch handelt es sich hier um einen Vorgriff auf den bereits veröffentlichten Band 2, weil diese Analysen erst während der gemeinsamen Arbeit mit W. Dröscher bei der Neuerstellung dieses Bandes entstanden sind. Diese beiden Abschnitte sollten von der Sache her erst nach Band 2, VIII., 4. gelesen werden, um danach VIII., 5. anzuschließen. Auch in Band 1, IV., 6. werden einige auf Band 2 bezogene Korrekturen angeführt, die ebenfalls erst bei der Neuauflage dieses ersten Bandes hergeleitet werden konnten.

Korrekturen: es gilt:

$\omega = c$;

$\tau = \gamma h / (2 c^3)$

EINFÜHRUNG

Wenn der Versuch unternommen werden soll, in einheitlicher Form möglichst umfassende Bereiche der materiellen Welt zu beschreiben, dann kann die Grundlage einer solchen Beschreibung nur eine einheitliche quantitative Theorie der Eigenschaften materieller Letzteinheiten sein.

Die an den Partikelbeschleunigern der Hochenergiephysik gewonnene Empirie weist nun darauf hin, daß die möglichen Übergänge von freier Energie zu ponderabler Materie derartige materielle Letzteinheiten – also Elementarstrukturen der Materie – sind. Zumindest nach dem gegenwärtigen Stand hochenergiephysikalischer Technologien war es offenbar nicht möglich, irgendwelche Subkonstituenten empirisch zu isolieren, aus denen diese Elementarkorpuskeln zusammengesetzt wären, obgleich Neutrinostreuungen auf Internstrukturen hinweisen.

Einen scheinbaren Widerspruch zur Auffassung der Elementarkorpuskeln als materielle Letzteinheiten bildet offensichtlich die empirische Tatsache, daß nahezu alle diese Partikel radioaktiven Zerfallsvorgängen unterworfen sind. Unterstellt man die Existenz irgendwelcher Subkonstituenten, so ist auf keinen Fall eine Analogie zur Atom- oder Nuklidstruktur erkennbar; denn die Bindungsenergie im Falle atomarer oder nuklearer Strukturen ist stets wesentlich kleiner als die Gesamtmasse des betreffenden atomistischen komplexen Systems, während im Fall der Elementarkorpuskeln (aufgrund einer Betrachtung der Zerfallsprozesse) diese Bindungsenergie ungefähr der Partikelmasse entsprechen würde. Im Gegensatz zur Dynamik atomarer oder nuklearer Strukturen muß demnach die Dynamik der Elementarpartikel relativistische Züge tragen.

Das gegenwärtig von den meisten Sachverständigen akzeptierte Modell zur Beschreibung der Elementarkorpuskeln ist das sogenannte «Quarkmodell». Hier werden aus gruppentheoretischen Gründen die «Quarks» als materielle Letzteinheiten postuliert, von denen es ursprünglich drei geben sollte und die sämtliche Elementarkorpuskeln

aufbauen. Tatsächlich ist dieses Modell recht gut geeignet, sowohl qualitativ als auch quantitativ hadronische Fermionen und Bosonen wiederzugeben. Allerdings mußten mit fortschreitender Zahl empirisch aufgefundener Elementarpartikel auch die Zahl der materiellen Letzteinheiten dieses Modells ständig vergrößert werden. Auf diese Weise wurde die Komplikation des Modells ständig erhöht, bis schließlich der Gesamtzahl empirisch aufgefundener Elementarpartikel eine nahezu ebenso große Zahl konzipierter Letzteinheiten wie «Quarks» oder «Gluonen» bzw. «Higgs» gegenüberstand, um den Bau der Elementarpartikel zu erklären. Nach unserer Auffassung wäre diese Methodik durchaus gerechtfertigt, wenn die hypothetischen Letzteinheiten in einheitlicher Form verstanden werden könnten und die Fundamentalsymmetrien einer relativistischen Basisdynamik der Elementarkorpuskeln deutlich erkennbar wären. Offensichtlich scheint dies gegenwärtig auch nicht annähernd möglich zu sein. Andererseits erscheint es prinzipiell unmöglich, ohne empirische Hinweise elementare Systeme von komplexen Systemen zu unterscheiden. Wenn man nun den Elementarkorpuskeln eine unbegrenzte Zahl von virtuellen Freiheitsgraden zuspricht, dann würden die Quarks zu physikalisch nicht realen Quasipartikeln, denen nur eine phänomenologische Bedeutung zukäme.

Werden andererseits entgegen dieser Quark-Hypothese die Elementarkorpuskeln als wirkliche materielle Letzteinheiten aufgefaßt (wofür zumindest die durch die gegenwärtige Experimentaltechnologie bedingte empirische Hochenergiephysik sprechen könnte), dann sind zwar in diesem Bereich Begriffe wie «teilbar in» oder «besteht aus» nicht anwendbar (W. HEISENBERG), doch muß dann die Tatsache des beobachteten radioaktiven Zerfalls der meisten Elementarkorpuskeln in andere Korpuskeln niedrigerer Masse verstanden werden. Aufgrund dieser empirischen Widersprüchlichkeit scheint es sinnvoll, im Bereich der Elementarkorpuskeln den Begriff des «Elementaren» relativiert zu verwenden, derart, daß diese Elementarkorpuskeln – bezogen auf ihre Eigenschaft, Materie zu sein – durchaus elementare Letzteinheiten sind, daß aber trotzdem wie auch immer geartete interne Strukturierung

gen möglich sind, deren eventuelle zeitliche Variabilität sich durchaus in den Zerfallsprozessen oder auch in Wechselwirkungen und einer relativistischen Basisdynamik äußern mag. Andererseits dürfte es unmöglich sein, bei der Beschreibung dieser Verhältnisse von einem einfachen System (wie z. B. in der Atom- und Nuklearphysik) auszugehen.

Die Basis einer jeden theoretischen Analyse mathematischer Art ist stets ein System von Erfahrungen, die irgendein beobachtender Mensch sammelt. Für einen Menschen erfahrbar sind aber nur solche Bereiche der Welt, die, wie auch immer als Erlebnis verarbeitbar, also bewußt erlebbar sind, doch ist nur das erlebbar, was geschieht. Geschehnisse sind Folgen von Ereignisstrukturen, so daß die Elemente der menschlich erfahrbaren Welt Ereignisse sind, die stets (bezogen auf irgendwelche Maßsysteme und Bezugspunkte) durch 4 Zahlenangaben quantifizierbar sind, wenn es sich um Ereignisse des quantitativ-materiellen Teiles der Weltganzheit handelt. Unabhängig davon, wie die Elementarkorpuskeln spekulativ interpretiert werden können, oder welche Modellvorstellungen mehr oder weniger zweckmäßig erscheinen, kann nach unserer Auffassung ganz allgemein festgestellt werden, daß diese Elementarkorpuskeln auf jeden Fall Ereignisstrukturen sind, die sich deutlich unterscheidbar vom Hintergrund nicht unterscheidbarer Ereignisse einer leeren Welt abheben und zugleich Zentren wie auch immer gearter Wechselwirkungen sind. Aus diesem Grunde erscheint uns der Versuch gerechtfertigt, in radikaler Weise eine mehrdimensionale Geometrisierung der empirisch-phänomenologischen Sachverhalte durchzuführen und von diesem Gesichtspunkt her auf indirektem Wege ein mathematisches Schema zu finden, welches ein Analogon zu den empirischen Befunden darstellt und eine Beschreibung der Fundamentalsymmetrien sowie Symmetrien höherer Ordnung gestattet, deren Invarianzforderungen eventuell eine relativistische Basisdynamik ermöglichen.

Die vorliegende Schrift ist ein verhältnismäßig verdichteter Auszug aus einer sehr umfangreichen unveröffentlichten Studie, der sich allein auf die Thematik materieller Letzteinheiten beschränkt, während Darlegungen kosmologischer und astrophysikalischer Art weitgehend aus-

geklammert werden. Gerade die Problematik der Elementarkorpuskeln gestattet eine solche Beschränkung, derart, daß logische Diskontinuitäten vermieden werden konnten. Andererseits sind aber die theoretischen Untersuchungen auch von unserem Aspekt her gesehen noch stark im Fluß. Aus diesem Grunde werden die noch offenen Fragen herausgestellt, und es wird stets darauf hingewiesen, wenn zusätzliche Terme nicht deduzierbar waren, sondern aus empirischen Gründen heuristisch konzipiert wurden. Auch wurden in den vorläufigen Lösungsformeln überall dort Summanden oder Faktoren Y_k mit $k \geq 1$ angebracht, wo möglicherweise bei einer späteren Weiterführung der Deduktionen Korrekturausdrücke erscheinen können. Dies bezieht sich jedoch im wesentlichen auf den zweiten Band dieser Schrift. Bei den numerischen Untersuchungen wurde vorerst und dem gegenwärtigen Stand der theoretischen Arbeit entsprechend für alle $Y_k = 1$ gesetzt.

Zur sprachlichen Vereinfachung wurden an Stelle der Begriffe makrokosmisch bzw. makroskopisch oder mikrokosmisch bzw. mikroskopisch die einmal von Treder (Physikertagung 1965 in Hoechst) formulierten Begriffe makro- und mikromar verwendet.

Im allgemeinen hält sich die Schreibweise des Formelsatzes an die DIN-Empfehlungen. Abweichend davon wird eine Größe X durch das Zeichen $\hat{X}$ in der Form $\hat{X}$ als Matrix mit den Elementen X_{ik} ausgewiesen. Sind die X_{ik} komplexer Natur, dann wird das Zeichen x für die hermitesche Konjugation $\hat{X}^x = \hat{X}_T^*$ verwendet, bei der einer komplexen Konjugation die Indextransposition adjungiert wird. Ferner wird abweichend von DIN an Stelle des Kommutatorzeichens $[a, b] = ab - ba$ das alte Zeichen $(axb)_\pm = ab \pm ba$ für Kommutator oder Antikommutator verwendet, weil das Zeichen $[a, b]$ vom Autor bereits vor längerer Zeit für einen anderen Zweck vergeben wurde. Auch werden an Stelle des vektoranalytischen Nablaoperators die früher gebräuchlichen Operatoren div , grad und rot im R_3 verwendet, für die im R_n mit $n > 3$ gemäß div_n , grad_n und rot_n indiziert werden. Hier ist div_n die spezielle Skalardivergenz eines Vektorfeldes, während die den allgemeinen Tensorgrad verjüngende Skalardivergenz eines

Tensorfeldes durch $\overline{\text{div}}_n$ und die den Tensorgrad erweiternde Tensordivergenz durch $\widehat{\text{div}}_n$ symbolisiert wird.

Gelten dagegen die Theoreme des Infinitesimalkalküls nicht mehr, weil der R_n durch geometrische Letzteinheiten $\tau > 0$ strukturiert wird, dann kommen die in Kapitel III definierten Symbole zur Anwendung.

Bei allen physikalischen Darlegungen wird das internationale Maßsystem verwendet, so daß als nicht abgeleitete empirische Naturkonstanten die Influenzkonstante ε_0 , die Induktionskonstante μ_0 sowie die Newtonsche Gravitationskonstante γ und das Wirkungsquant $h = 2\pi\hbar$ auftreten. Zur Vermeidung von Mehrdeutigkeiten wird bei numerischen Werten die Dimensionierung, gegebenenfalls in $[\]$, hinter dem Betrag angegeben.

Für den ermutigenden Zuspruch, dieses Buch zu schreiben, danke ich besonders Herrn Prof. Dr. H. P. DÜRR und für die tatkräftige Unterstützung meiner Arbeit der GmbH MESSERSCHMITT-BÖLKOW-BLOHM. Herrn Dipl. Ing. R. Höhndorf danke ich für das Mittragen der Druckkosten. Ein besonderer Dank gilt Dipl. Ing. Walter Dröscher und Prof. Dr. Dr. Andreas Resch, durch deren ständige Mitarbeit der Band die vorliegende Form erreichte. An dieser Stelle soll schließlich nicht unerwähnt bleiben, daß ohne die geduldige und energische Mitarbeit meiner Frau, die jeden neuen Gedanken und all die schwierigen Manuskripte aufzeichnete, auch dieses Buch nicht hätte verfaßt werden können. Aus diesem Grunde gebührt ihr der Dank aller, die sich gern mit diesem Buch befassen.

KAPITEL I

DER MAKROMARE HINTERGRUND MIKROMARER PROZESSE

1. Logische und empirische Basis

Eine Beschreibung der materiellen Welt kann optimal nur dann erfolgen, wenn die Beschreibungsmethodik dem quantitativen Charakter der Materie angepaßt, also selbst von quantitativer Natur ist. Aus diesem Grunde kommt als optimale Deskriptionsmethodik nur ein mathematisches Schema in Betracht. Die Mathematik ist zwar ein an nur wenige Axiome gebundenes und in sich selbst geschlossenes System, jedoch ist dieses System an sich noch keineswegs ein Schema, welches als Abbild dieser materiellen Welt angesprochen werden kann. Die mathematische Beschreibung muß stets darauf hinauslaufen, ein mathematisches Schema aufzufinden, derart, daß dieses Schema ein Analogon zu den Strukturen der quantitativen materiellen Welt darstellt, was aber ohne Voraussetzungen nicht möglich sein kann.

Die notwendige Voraussetzung zur Auffindung dieses mathematischen Schemas muß aus der Natur der materiellen Welt selbst stammen, d. h., es muß eine induktive Basis aus einer physikalischen Empirie gefunden werden, welche aus empirisch gut begründeten und quantitativ formulierten, physikalischen Aussagen besteht. Hierbei sollte es sich um eine möglichst geringe Zahl empirisch gut fundierter physikalischer Prinzipien größtmöglicher Universalität handeln.

Als eine solche induktive empirische Basis einer mathematischen Beschreibung der materiellen Welt verwendeten wir die folgenden Sätze:

- (a) Es gibt allgemeine Erhaltungsprinzipien wie z. B. solche der Energie, des Impulses oder der elektrischen Ladung.
- (b) Es gibt Extremalprinzipien wie z. B. das Entropiegesetz im makro-maren Bereich, welche durch Variationstheoreme formulierbar sind.
- (c) Physikalische Wirkungen sind stets ganzzahlige Vielfache einer als Wirkungsquant h bezeichneten kleinsten Wirkung, so daß die atomistische Struktur der Materie und die Nichtexistenz eines energetischen Kontinuums als Folge dieses Quantenprinzips anzusehen sind.

Über diese drei Prinzipien hinaus nahmen wir in die induktive Basis der mathematischen Deduktionen noch die Tatsache auf, daß im makromaren Bereich materielle Strukturen über den hinsichtlich der Drehgruppe kompakten physikalischen Raum R_3 hinweg durch Wirkungsfelder in physikalischen Zusammenhängen stehen.

(d) Im makromaren Bereich existieren die Wirkungsfelder des Elektromagnetismus, der Gravitation und solche geringer Reichweite.

(d₁) Das elektromagnetische Feld wird durch das elektromagnetische Induktionsgesetz (MAXWELL) eichinvariant beschrieben.

(d₂) Vom Gravitationsfeld ist empirisch nur bekannt, daß seine skalare Feldfunktion (Quadrat einer zirkulären Geschwindigkeit) der felderregenden Masse direkt und dem Abstand vom Gravitationszentrum umgekehrt proportional und das Feld nicht eichinvariant ist (NEWTON).

(d₃) Es gibt im Nuklearbereich Nahwirkungsfelder.

Diese drei letzten empirischen Aussagen (d₁), (d₂) und (d₃) geben die Natur solcher Felder nur im Rahmen der Meßbarkeitsgrenzen wieder und sind wahrscheinlich nicht exakt.

Neben dieser empirischen Basis unserer Untersuchungen theoretischer Art sei kurz eine Empirie der zur Diskussion stehenden Elementarstrukturen der Materie angeführt. Die Experimentaluntersuchungen der Hochenergiephysik weisen ein Spektrum von Elementarkorpuskeln auf, zu dem es ein spiegelsymmetrisches Spektrum von Antikorpuskeln gibt. Uns erscheint die Wahrscheinlichkeit sehr groß, daß es sich bei diesen Korpuskeln tatsächlich um materielle Letzteinheiten handelt; denn trotz steigenden technologischen Aufwandes in der experimentellen Hochenergiephysik konnte bei Kollisionsuntersuchungen festgestellt werden, daß die kollidierenden Partikel nicht in irgendwelche Subsysteme zerfallen, sondern Paare (Korpuskel-Antikorpuskel) bilden. Aus diesem Grunde halten wir den Schluß für sinnvoll, diese Elementarkorpuskeln nicht nur als materielle Letzteinheiten aufzufassen, sondern sie auch als erlaubte Übergänge von freier Energie zu ponderabler Materie zu interpretieren, wofür ihr bereits gegenwärtig verhältnismäßig umfangreiches Spektrum ebenfalls sprechen dürfte.

Jede einzelne Elementarkorpuskel als Term dieses vorläufigen empirischen Spektrums verfügt wiederum über eine Serie quantitativ fest-

stellbarer Eigenschaften wie Baryonenziffer, Spin, Isospin, Seltsamkeitsquantenzahl, elektrisches Ladungsverhalten oder die Eigenschaft, eine spiegelsymmetrische Antikorpuskel zu sein. Darüber hinaus kommt jeder Korpuskel eine meßbare Trägheitsruhemasse und eine zeitliche mittlere Existenzdauer zu, nach deren Ablauf mit Ausnahme der als Elektronen und Protonen bezeichneten Partikel diese Korpuskeln im Rahmen eines radioaktiven Zerfalles in andere Terme des Spektrums transmutieren. Umgekehrt können auch Wechselbeziehungen zwischen diesen Elementarpartikeln beobachtet werden, welche wiederum zu Elementarpartikeln des empirischen Spektrums führen. Bei diesen Zerfalls- und Reaktionsprozessen kann eine ganze Reihe von Erhaltungssätzen gewisser Partikeleigenschaften beobachtet werden, von denen einige als Erhaltungsprinzipien (a) immer gelten, während andere Erhaltungssätze unter gewissen Bedingungen durchbrochen werden. Demzufolge erscheinen auch die Symmetrien gestört, die solchen Erhaltungssätzen entsprechen.

Neben diesen empirischen Elementarpartikeln gibt es noch Neutrinozustände, welche Zerfalls- und Reaktionsprozesse begleiten können, aber mit derzeitigen Mitteln nur indirekt nachweisbar und quantitativ noch nicht meßbar sind.

In der bekannten Weise können die vektoranalytischen Differentialgleichungen aus (d_1) ineinander substituiert werden, was unter Verwendung vektoranalytischer Operatortheoreme das Ausbreitungsgesetz elektromagnetischer Induktionen als transversale Wellengleichung im ladungsfreien Vakuum mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit $c\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0} = 1$ (Lichtgeschwindigkeit) liefert. Im ungestörten Fall sind die Wellenzonen wegen $c = \text{const}$ im R_3 kugelsymmetrisch, während die Frequenz ν und die Wellenlänge λ durch $\lambda\nu = c$ verknüpft sind. Bezogen auf Inertialsysteme, die mit konstanter Geschwindigkeit v relativ bewegt werden, ist λ vom jeweiligen Bezugssystem abhängig, während die sphärische Symmetrie der Wellenzonen beim Wechsel der Inertialsysteme invariant bleibt. Hierdurch wird das elektromagnetische Relativitätsprinzip begründet, welches auch die Invarianz der Wellengleichung fordert. Dies wiederum liefert als Transfor-

mationsgruppe beim Wechsel der inertialen Bezugssysteme eine Lorentzgruppe mit quadratischer Transformationsmatrix $\hat{A}_-$ vom Typ 4 und orthogonaler Eigenschaft $\hat{A}_- \hat{A}_{-T} = \hat{E}$ (Einheitsmatrix), wobei sich der Begriff orthogonal auf den zugrundeliegenden komplexen algebraischen Zahlkörper bezieht, so daß im speziellen Fall

$\hat{A}_{-T} = \hat{A}_-^* \neq \hat{A}_-$ wird. Mit $\hat{A}_-$ werden die reellen Koordinaten x_1 , x_2 und x_3 des physischen R_3 und die Zeit t transformiert, so daß die Begriffe Raum und Zeit relativiert werden. Auf diese Weise wird die Einführung einer vierten Koordinate als imaginäre Lichtzeit $x_4 = ict$ und die Konstruktion einer Raumzeit als Minkowskiraum R_{-4} über dem komplexen algebraischen Zahlkörper nahegelegt. Die Zustandsänderungen in der materiellen Welt erscheinen dann im R_{-4} als Ereignisstrukturen, die gegen $\hat{A}_-$ invariant sind. Ausgeschlossen ist hier allerdings (d_2). Eine Konsequenz dieser lorentzinvarianten Darstellung der Naturgesetze ist u. a. das Energie-Materieäquivalent $E = mc^2$, wonach jeder Energie E eine Masse m äquivalent ist, wenn ganz allgemein als Masse der Trägheitswiderstand gegen Bewegungsänderungen im R_3 verstanden wird. Ist m_0 eine Ruhemasse und ist $v = \beta c$ eine Relativgeschwindigkeit, dann gilt auch für m (als Transversalmasse) die bekannte lorentzinvariante Darstellung

$m\sqrt{1 - \beta^2} = m_0$ und für den Impuls $p = mv$. Hieraus folgt dann das relativistische Energieprinzip $E_Q = pc$. Andererseits folgt aus (c), daß die Wirkungsquantisierung unmittelbar eine Quantisierung der Energie eines Wellenfeldes der Frequenz ν im Vakuum gemäß $E_n = nh\nu$ mit ganzzahligem $n \geq 1$ zur Folge hat. Die Substitution $\nu\lambda = c$ und der Vergleich $E_n = E_Q$ liefert dann die Beziehung $p\lambda = h$ als de Broglie-Gleichung, die einen Quantendualismus ausdrückt, derart, daß ein jedes materielle Quant sowohl in einem Korpuskular- als auch in einem Wellenbild erscheinen kann. Aus diesem Grunde werden die Energiequanten $h\nu$ des elektro-magnetischen Feldes als Photonen bezeichnet.

Hier scheint uns eine Präzisierung der Terminologie angebracht zu sein. In der Literatur werden häufig diese Photonen und hypothetische Gravitonen als masselos bezeichnet. Tatsächlich müssen aber diesen Quanten nach dem Energiematerieäquivalent Feldmassen zugespro-

chen werden, obgleich sie keine Ruhemasse haben. Wir sprechen daher von der *Imponderabilität* der Photonen und Gravitonen, die sich in $m_0 = 0$ ausdrückt. Bei den Elementarkorpuskeln hingegen ist stets $m_0 > 0$, so daß diesen Partikeln nach unserer Terminologie die Eigenschaft der *Ponderabilität* zukommt.

Wenn von Elementarstrukturen der Materie gesprochen wird, dann kann es sich hierbei nicht nur um die ponderablen Elementarpartikel handeln, vielmehr erscheinen uns auch die imponderablen Photonen und hypothetischen Gravitonen als solche Elementarstrukturen, so daß es uns gerechtfertigt erscheint, für ponderable und imponderable Elementarstrukturen den Begriff des elementaren *Materiefeldquants* (*Mq*) als Oberbegriff einzuführen. Mit diesem Begriff des *Mq* erweitert sich zwangsläufig die bereits in der Vorbemerkung skizzierte Problemstellung.

Es muß darauf ankommen, die Gesamtheit aller *Mq* einheitlich zu beschreiben; denn eine einheitliche Theorie der materiellen Welt kann nur eine einheitliche Theorie dieser *Mq* sein. Möglicherweise eignet sich für eine derartige Beschreibung eine entsprechende Strukturtheorie. Auch muß eine Möglichkeit erarbeitet werden, wie das Spektrum der ponderablen *Mq* separiert werden kann und wie ein möglichst vollständiger Satz von Fundamentalsymmetrien erstellbar ist, deren Invarianzforderungen eine allgemeine relativistische Basisdynamik der Elementarpartikel begründen.

Wir halten es für durchaus denkbar, daß diese Fundamentalsymmetrien der Basisdynamik sich als Symmetrien höherer Ordnung erweisen könnten.

2. Der makromare Hintergrund

Bereits die gegenwärtig empirisch bekannte Gesamtheit der Mq ist verhältnismäßig umfangreich und bietet ein überaus verwirrendes Bild verschiedenster Eigenschaften. Oberflächlich betrachtet scheint eine einheitliche Beschreibung unmöglich zu sein, zumal ein einfaches System als Ausgangspunkt einer Beschreibung nicht existiert. Unabhängig von diesem phänomenologischen Bild müssen jedoch alle diese Mq wie auch immer geartete Zustände der Energie sein, derart, daß jedem Mq nach dem aus (d₁) folgenden Energiematerieäquivalent eine ponderable oder auch imponderable Trägheitsmasse zukommen muß.

Eine deduktive einheitliche Beschreibung der Mq muß von einer Eigenschaft ausgehen, die allen Mq gleichermaßen zukommt und diese Mq dadurch definiert, daß diese Eigenschaft bei keinem Mq verschwindet. Hier bietet sich wiederum die Trägheitsmasse oder aber die Dauer der Existenzzeit an. Hinsichtlich der Existenzzeit ergibt sich nach unserer Auffassung kein günstiger Ansatzpunkt. Zwar ist diese Zeit stets vom Wert 0 verschieden, wenn eine Struktur überhaupt als existent erscheinen soll, doch setzt dieses Zeitintervall als deduktiver Ausgangspunkt eine konkrete Kenntnis der Raumzeitstruktur des Mq voraus, und außerdem ist diese Zeit bei einigen Mq mindestens so groß wie das Weltalter der Materie selbst. Uns erscheint daher der Begriff der Trägheitsmasse aller Mq ein geeigneter deduktiver Ausgangspunkt zu sein.

Aus (d₂) und dem Begriff der Trägheitskräfte kann in der bekannten Weise nach A. EINSTEIN auf ein weiteres Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation geschlossen werden, derart, daß jede Trägheitswirkung einer Gravitationswirkung äquivalent ist, und demzufolge jede Trägheitsmasse als Quelle eines Gravitationsfeldes aufzufassen ist. Wenn aber jedes Mq irgendein energetischer Zustand ist, dem Trägheitsmasse äquivalent zugesprochen werden muß, dann muß daraus ge-

geschlossen werden, daß jedes wie auch immer geartete Mq als Quelle eines elementaren Gravitationsfeldes erscheint. Daraus folgt zwangsläufig, daß die allgemeine Gravitation das einheitliche Hintergrundphänomen ist, vor welchem sich das Mikrogesehen der Mq ereignet, so daß diese allgemeine Gravitation zugleich die allen Mq gleichermaßen zukommende Eigenschaft darstellt. Es muß also darauf ankommen, zunächst dieses Hintergrundphänomen der Gravitation auszuloten.

Vom Phänomen der Gravitation ist indes empirisch außerordentlich wenig bekannt, und zwar im makromaren Bereich u. a. nur das Newton'sche Gravitationsgesetz (d_2), welches im ungestörten statischen Fall ein kugelsymmetrisches asymptotisch verlaufendes Coulomb-Feld beschreibt, während im mikromaren Bereich über den Gravitationsfeldverlauf im R_3 empirisch nichts bekannt ist. Auf indirektem Wege lassen sich jedoch noch einige weitere Aussagen machen. Ist M_0 die makromare felderregende Masse und r ein Abstand vom Schwerpunkt dieser Masse, dann gilt bekanntlich außerhalb eines von M_0 ausgefüllten Kugelvolumens vom Radius $r_0 \leq r$ für die Gravitationsfeldfunktion φ_n empirisch $r\varphi_n = \gamma M_0$ gemäß (d_2) mit dem Feldvektor $\vec{G}_n = \text{grad}\varphi_n$ als Fallbeschleunigung. Es sei hier bemerkt, daß neben φ_n aus (d_2) noch empirisch überprüfbare Aussagen der Allgemeinen Relativitätstheorie existieren, wie die Lichtbeugung durch hinreichend starke Gravitationsfelder, die Rotverschiebung des von hinreichend starken Gravitationsfeldquellen emittierten Lichtes, unterschiedliche elektromagnetische Signallaufzeiten bei unterschiedlichen Gravitationsfeldern oder die Achsenpräzession geschlossener exzentrischer Gravitationsbahnen. Diese über (d_2) hinausgehenden Erfahrungen sollen zunächst nicht berücksichtigt werden, weil es einerseits vorerst nur darauf ankommt, den Ansatz zu einer phänomenologischen Gravitationsdynamik zu erarbeiten, während sich andererseits die Grundgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (und damit auch ihre Lösungen) später als Approximationen eines übergeordneten Zusammenhangs ergeben. Soll eine solche Antizipation nicht vorgenommen werden, dann bleibt als phänomenologischer Ausgangspunkt empirischer

Art nur (d_2) mit (d_1) , also $r\varphi_n = \gamma M_0$, mit dem Feldvektor $\vec{G}_n = \text{grad } \varphi_n$ des empirischen Sachverhaltes (d_2) .

Dieses Gravitationsfeld verursacht das Phänomen der Schwerkraft, doch kann diese Schwerkraft immer forttransformiert werden, wenn sich der schwere Körper im System einer kräftefrei gravitierenden Bewegung (z. B. freier Fall) befindet, während die diese Schwerkraft verursachende Gravitation als Skalarfeld φ_n invariant bleibt. Dieser Zustand muß aber hinsichtlich des leeren R_3 ein energetischer Zustand sein, so daß auch dem Gravitationsfeldzustand nach dem Energiematerieäquivalent eine Feldmasse zugeordnet werden muß, die wiederum einer zusätzlichen Gravitationsfeldquelle entspricht. Die Folge hiervon wäre dann eine geringfügige Abweichung des räumlichen Feldverlaufes von φ_n , die zwar weit unter jeder Meßbarkeitsgrenze liegt, aber möglicherweise unter geeigneten Bedingungen doch erscheinen könnte. Auswirken kann sich eine solche Korrektur nur in der Form, daß $M = M(r)$ aus $M_0 = M(r_0)$ und der gravitativen Feldmasse $M(r) - M_0$ im betreffenden Volumen zusammengesetzt ist. Die Newtonsche Funktion φ_n wäre daher zu $r\varphi = \gamma M(r)$ und $\vec{G} = \text{grad } \varphi$ zu korrigieren. Im mikromaren Bereich wäre die Frage zu entscheiden, ob das Gravitationsfeld ein Quantenfeld ist oder nicht. Im Fall des elektrischen Feldes erscheint die Wechselwirkung als ponderomotorische Kraft, wobei der Quantencharakter dieses Feldes seinen Ausdruck in der Unschärferelation kanonisch konjugierter Größen findet. Denkt man sich nun die ponderomotorische Kraft durch ein entsprechendes Gravitationsfeld verursacht, so ist nach BONDI nicht einzusehen, warum nur durch den Wechsel des die ponderomotorische Kraft verursachenden Zustandes nunmehr die vom spezifischen Feldzustand unabhängigen kanonisch konjugierten Größen dieser allgemeinen Unschärferelation nicht mehr unterworfen sein sollten. Wie dem auch sei, auf jeden Fall muß es im mikromaren Bereich elementare Gravitationsfelder der Mq geben, die deshalb elementar sind, weil die Mq materielle Letzteinheiten darstellen und offenbar das Gravitationsfeld sich hinsichtlich seiner Feldquelle additiv verhält. Schließlich beschreibt (d_2) ein statisches Feld, so daß uns als eine eindeutige Erweiterungsmög-

lichkeit der Versuch sinnvoll erschien, im Sinne einer Gravitationsdynamik zeitliche Änderungen des Feldes unter impliziter Berücksichtigung von $M(r)$ als Ansatz durchzuführen.

Zu diesem Zweck wird im physischen Raum R_3 ein cartesisches, rechtsorientiertes Koordinatensystem mit den reellen Koordinaten x_1 , x_2 und x_3 aufgespannt, die Funktionen der Zeit t sein können. Zur Kürzung werden funktionale räumliche Abhängigkeiten (sofern keine Mehrdeutigkeiten erscheinen) in der Form $f(x_1, x_2, x_3) = f(x)$ geschrieben. Auch seien diese Koordinaten mit dem normierten Orthogonalsystem $\vec{e}_i \vec{e}_k = \delta_{ik}$ gemäß $\vec{x}_k = \vec{e}_k x_k$ orientiert. Im allgemeinen Fall wird eine aus heterogenen Diskontinuitäten zusammengesetzte Masse $M_{(0)} = \text{const}$ auf dieses Koordinatensystem bezogen, derart, daß der Schwerpunkt dieser Masse im Koordinatennullpunkt liegt. Die Diskontinuitäten von $M_{(0)}$ sollen sich im allgemeinen Fall bewegen,

wobei für diese zeitlichen Ortsänderungen $\vec{v} = \sum_{k=1}^3 d\vec{x}_k / dt$

als jeweilige Geschwindigkeit gesetzt wird. Da $M_{(0)} = \text{const}$ sein soll, muß es stets eine geschlossene Fläche X_0 geben, welche das Volumen $V_0 = V(x_0)$ von $M_{(0)}$ so umschließt, daß kein diskontinuierliches Element dieser Masse X_0 und damit V_0 trotz $\vec{v} \neq \vec{0}$ verläßt. Diese Masse $M_{(0)}$ in $V_{(0)}$ ist in jedem Fall Quelle eines Gravitationsfeldes, welches sowohl in $V_{(0)}$ als auch in Volumina $V(x > x_0) > V_0$ erscheint, wobei $V(x)$ das Quellenvolumen V_0 enthält. Wird dem Vorangegangenen entsprechend das Gravitationsfeld als ein energetischer Zustand des Raumes aufgefaßt, dann entspricht diesem Zustand eine Feldmasse $\mu(x, t)$, die sich aus einem internen Anteil $\mu_i(x \leq x_0)$ in V_0 und einem externen Anteil $\mu_e(x > x_0)$ in $V(x)$ gemäß $\mu(x, t) = \mu_e(x, t) + \mu_i(x, t)$ zusammensetzt. Neben diesen drei Feldmassen und der Quellenmasse $M_{(0)} = \text{const}$ muß es noch die Massen $M_0 = \mu_i + M_{(0)}$ und allgemein $M(x, t) = \mu_e + M_0 = \mu(x, t) + M_{(0)}$ in $V(x)$ geben. Wird zur Kürzung $V(x) = V$ in Analogie zu V_0 gesetzt, dann ergeben sich aus diesen sechs zu unterscheidenden Massen zunächst als globale Dichten der Feldmasse $\sigma_{g\mu} = \mu / V$, sowie $\sigma_i = \mu_i / V_0$ und $\sigma_e = \mu_e / (V - V_0)$, während für die Feldquellendichten $\sigma_g = M / V$, $\sigma_{g0} = M_0 / V$, $\sigma_0 = M_{(0)} / V$,

$\sigma_{(0)0} = M_{(0)} / V_0$ und $\sigma_{00} = M_0 / V_0$ in globaler Form geschrieben werden kann. Neben diesen 8 globalen Dichten muß es noch eine differentielle Dichte σ_μ und die allgemeine differentielle Massendichte $\sigma(x, t)$ geben.

Da sich die vorgeschlagene Korrektur mit $\mu(x, t)$ nur auf die Feldquelle $M(x, t)$ bezieht, würde $\mu(x, t) \rightarrow 0$ mit $M(x, t) \rightarrow M_{(0)} = \text{const}$ zur Newtonschen Approximation $\varphi(x, t) \rightarrow \varphi_n$ und $\vec{G}(x, t) \rightarrow \vec{G}_n = \text{grad} \varphi_n$ führen. Andererseits gilt für diesen Feldvektor $\text{div} \vec{G}_n \sim \sigma_{(0)0}$, so daß zu vermuten ist, daß in der korrigierten Fassung $a \text{div} \vec{G} = \sigma$ mit $a = \text{const} > 0$ gilt.

Unter den vorgegebenen Voraussetzungen muß für $\sigma(x, t)$ die totale Zeitableitung verschwinden. Da in $\frac{d\sigma}{dt} = 0$ allgemein

$$d\sigma = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \sigma}{\partial x_k} dx_k + \dot{\sigma} dt, \text{ also } \frac{d\sigma}{dt} = \dot{\sigma} + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \sigma}{\partial x_k} dx_k / dt =$$

$= \dot{\sigma} + \vec{v} \text{grad} \sigma$ gilt und wegen $\text{div} \vec{v} = 0$ mit $\sigma \text{div} \vec{v} = 0$ additiv erweitert werden kann, folgt unmittelbar $\dot{\sigma} + \text{div}(\sigma \vec{v}) = 0$ aus $\frac{d\sigma}{dt} = 0$.

In $\alpha \text{div} \vec{G}(x, t) = \sigma(x, t)$ kann partiell nach t differenziert werden, was wegen der Kommutativität partieller Ableitungen zu $\alpha \text{div} \dot{\vec{G}} = \dot{\sigma}$ führt, worin mit $\dot{\sigma} = -\text{div}(\sigma \vec{v})$ substituiert werden kann. Die entstehende Quellenfreiheit $\text{div}(\alpha \dot{\vec{G}} + \sigma \vec{v}) = 0$ kann offenbar nur mit $\text{div} \text{rot} = 0$ allgemein erfüllt werden, so daß ein Hilfsvektorfeld

$\vec{\mu}(x, t) \perp \alpha \dot{\vec{G}} + \sigma \vec{v}$ angenommen werden muß, für welches

$\text{rot} \vec{\mu} \sim \alpha \dot{\vec{G}} + \sigma \vec{v}$ gilt. Eine eventuelle Erweiterung von (d_2) im Sinne einer phänomenologischen Gravitationsdynamik muß also von

$$\text{rot} \vec{\mu} \sim \alpha \dot{\vec{G}} + \sigma \vec{v}, \quad \alpha \text{div} \vec{G} = \sigma, \quad \alpha = \text{const} > 0 \quad (*)$$

ausgehen, worin sich α mit Sicherheit vom Proportionalitätsfaktor in der Poisson-Fassung der Newtonschen Näherung (d_2) unterscheidet.

Im ersten Teil von $(*)$ ist hinsichtlich des Proportionalitätsfaktors nur $b \neq 0$ bekannt. Eine Rotorbildung liefert wegen $\text{rot} \text{rot} = \text{grad} \text{div} - \text{div} \text{grad}$ im physischen Raum

$$\alpha \text{rot} \vec{G} + \text{rot}(\sigma \vec{v}) = b \text{rot} \text{rot} \vec{\mu} = b(\text{grad} \text{div} \vec{\mu} - \text{div} \text{grad} \vec{\mu})$$

oder mit der Kürzung

$$\text{grad} \text{div} \vec{\mu} - (\text{rot}(\sigma \vec{v}))/b = \vec{w} \quad \text{die Beziehung} \quad \alpha \text{rot} \vec{G} \sim -\text{div} \text{grad} \vec{\mu} + \vec{w}.$$

Voraussetzungsgemäß soll ein gravitationsdynamischer Prozeß beschrieben werden, der sich in $\vec{\mu}$ äußert. Aus diesem Grunde könnte angenommen werden, daß sich $\vec{\mu}$ im R_3 entweder im Sinne einer sogenannten «Gravitationsstrahlung» oder aber mindestens im Sinne der Feldstörung eines Potentialfeldes ausbreitet. Mit $a^2 \neq 0$ in

$0 < |a^2| < \infty$ kann also heuristisch $\text{div} \text{grad} \vec{\mu} = a^2 \vec{\mu}$ geschrieben werden, was jedoch einen etwas spekulativen Charakter trägt. Wegen $a^2 \neq 0$ kann das negative Vorzeichen des Operators $\text{div} \text{grad}$ in a^2 aufgenommen werden, was mit $a^2 / \alpha = \beta = \text{const} \neq 0$ den Zusammenhang $\alpha \text{rot} \vec{G} \sim \alpha \beta \vec{\mu} + \vec{w}$ ergibt. Die Zweideutigkeit des Vorzeichens ist jetzt auf die Konstante β beschränkt. Abgesehen von $\text{rot}(\sigma \vec{v})$ wird $\vec{w}$ wesentlich vom Gradienten der unbekannten Quellenverteilung $\text{div} \vec{\mu}$ bestimmt und erscheint in $\text{kgm}^{-3} \text{s}^{-1}$ dimensioniert. Aus diesem Grunde ist es zweckmäßig, $\vec{w}$ als ein undimensioniertes räumliches Feld $\vec{f}(x) = \text{const}$ hinsichtlich t aufzufassen, welches mit einem zeitabhängigen Faktor multipliziert werden muß. Mit Sicherheit wird die Quellenverteilung von $\vec{\mu}$ wesentlich durch die zeitliche Änderung der differentiellen Felddichte σ_μ bestimmt, so daß heuristisch $\vec{w} = \dot{\sigma}_\mu \vec{f}(x)$ gesetzt werden könnte, zumal damit eine Zeitintegration möglich wird. Man erhält, wenn man berücksichtigt, daß in

$M(x, t) = \mu(x, t) + M_{(0)}$ wegen $M_{(0)} = \text{const}$ hinsichtlich x und t die Zeitabhängigkeit nur in μ erscheint, also $\dot{\sigma}_\mu = \dot{\sigma}$ sein muß,

$\alpha \text{rot} \vec{G} \sim \alpha \beta \dot{\vec{\mu}} + \vec{f} \dot{\sigma} dt$. Im Volumen $V(x) = \text{const}$ hat die Dichteintegration von $\sigma_{(0)}$ bis zur differentiellen Gesamtdichte σ zu erfolgen; denn dieses Intervall umschließt die gesamte Dichteverteilung des Quellenfeldes σ_μ . Daraus folgt $\text{rot} \vec{G} \sim \beta \dot{\vec{\mu}} + (\sigma - \sigma_{(0)}) \vec{f} / \alpha$. Hier wird mit $\text{div} \text{rot} = 0$ die Divergenzbeziehung

$$\alpha \beta \text{div} \dot{\vec{\mu}} = -\text{div}((\sigma - \sigma_{(0)}) \vec{f}) = -\vec{f} \text{grad}(\sigma - \sigma_{(0)}) - (\sigma - \sigma_{(0)}) \text{div} \vec{f} =$$

$$= -(\sigma - \sigma_{(0)}) \text{div} \vec{f}, \text{ wenn } \vec{f} \perp \text{grad}(\sigma - \sigma_{(0)}) \text{ gilt, was durchaus möglich ist. Die Beziehung (*) wird also ergänzt durch}$$

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{G} &\sim \beta \dot{\vec{\mu}} + (\sigma - \sigma_{(0)}) \vec{f} / \alpha, & \alpha \beta \text{div} \dot{\vec{\mu}} &= -(\sigma - \sigma_{(0)}) \text{div} \vec{f}, \\ \beta &= \text{const} \neq 0 \end{aligned} \quad (**a).$$

Die beiden Systeme (*) und (**a) können unter der Voraussetzung kleiner Feldquellenmassen und sehr geringer Felddichten approximiert werden. Mit $\text{grad} \sigma_{(0)} \approx \vec{0}$ und $\sigma - \sigma_{(0)} \approx 0$, also $\text{div} \vec{G} \approx \sigma_{(0)}$ wird mit $\vec{v} = \vec{0}$ und der Forderung $\text{div} \vec{\mu} \approx 0$, sowie der Festlegung $b = 1$ (wodurch die Allgemeinheit nicht eingeschränkt wird), das System zu $\text{rot} \vec{\mu} = \alpha \vec{G}$ und $\text{rot} \vec{G} = \beta \dot{\vec{\mu}}$. Partielle Zeitdifferentiation und wechselseitige Substitution ergibt unter Verwendung von $\text{rot rot} = \text{grad div} - \text{div grad}$ für beide Bestimmungsstücke des Gravitationsfeldes $\vec{p} \triangleq (\vec{G}, \vec{\mu})$ das gleiche raumzeitliche Ausbreitungsgesetz $\text{div grad} \vec{p} + \alpha \beta \ddot{\vec{p}} = \vec{0}$, worin wegen $\beta \neq 0$ eine Zweideutigkeit erscheint. Ist $\beta < 0$, dann beschreibt die Beziehung die transversale Wellengleichung einer «Gravitationsstrahlung», die sich mit der unbekannten Geschwindigkeit ω in $0 < \omega < \infty$ ausbreitet, während für $\beta > 0$ die Beziehung eine vierdimensionale Potentialgleichung wird, welche die Ausbreitung einer gravitativen Feldstörung mit ω beschreibt. In beiden Fällen gilt jedoch $\omega^2 \alpha |\beta| = 1$, so daß zur Ergänzung $\vec{p} \triangleq (\vec{G}, \vec{\mu}), \text{div grad} \vec{p} + \alpha \beta \ddot{\vec{p}} = \vec{0}, \omega^2 \alpha |\beta| = 1, 0 < \omega < \infty$ (**b) geschrieben werden kann.

Empirisch war es bis zum gegenwärtigen Zeitpunkt nicht möglich, transversale Gravitationswellen einer Gravitationsstrahlung auch nur qualitativ nachzuweisen (WEBER und WHEELER). Auch erscheint das Gravitationsfeld trotz des gravitationsdynamischen Versuches (*) bis (**b) bei allen empirischen Potentialmessungen als ein nicht eichinvariantes Feld, weil prinzipiell $\sigma - \sigma_{(0)} \neq 0$ und $\text{div} \vec{\mu} \neq 0$ bleibt.

Andererseits müssen jedoch auf jeden Fall zeitliche Potentialstörungen des Feldes existieren, die als Gezeitenwirkungen real beobachtbar sind. Aus diesen Gründen wurde im folgenden $\beta > 0$ unterstellt, doch ändert sich an der folgenden Konstruktion nichts, wenn $\beta < 0$ wahr sein sollte.

Die gravitativen Feldstörungen breiten sich also als raumzeitliche Potentiale mit einer unbekannten Geschwindigkeit ω aus. Zwar liegt

$\omega = c$ nahe, doch scheint uns dies ein spekulativer Schluß, der nicht unbedingt gerechtfertigt zu sein braucht; denn tatsächlich ist nur $0 < \omega \ll \infty$ bekannt. Diese Potentialgleichung kann in einer reellen Raumzeit R_{+4} mit der Zeitkoordinate $x_{+4} = \omega t$ beschrieben werden, wobei der R_{+4} eine Hilfskonstruktion ist, so daß im R_{+4} die Mq ausgeschlossen und nur Gravitationsfeldstrukturen mit ihren zeitlichen Störungen zugelassen werden. Damit ist die Möglichkeit gegeben, auch im R_{+4} ein Relativitätsprinzip hinreichend schwacher gravitativer Feldstörungen hinsichtlich mit $v = \text{const}$ bewegter Inertialsysteme aufzustellen, was ebenfalls zu einer Lorentzgruppe mit der vierreihigen quadratischen Transformationsmatrix $\hat{A}_+$ führt, die orthogonaler Natur $\hat{A}_+ \hat{A}_{+T} = \hat{E}$ ist. Explizit ergibt sich aus dem gravitationsdynamischen Ansatz für den Sonderfall einer Relativbewegung längs der Koordinate x_1 mit $\vec{v} = d\vec{x}_1 / dt = \text{const}$ hinsichtlich t und der Richtung für $\hat{A}_+$ mit $\omega\beta_+ = v$ und der reellen Drehung $tg\psi_+ = \beta_+$ das Schema

$$\hat{A}_+ = \begin{pmatrix} \cos\psi_+ & 0 & 0 & \sin\psi_+ \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\psi_+ & 0 & 0 & \cos\psi_+ \end{pmatrix}$$

in Analogie zur imaginären Drehung $tg\psi_- = i\beta_-$ mit $c\beta_- = v$ in der ebenfalls orthogonalen Matrix

$$\hat{A}_- = \begin{pmatrix} \cos\psi_- & 0 & 0 & i\sin\psi_- \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\sin\psi_- & 0 & 0 & \cos\psi_- \end{pmatrix}$$

des elektromagnetischen Relativitätsprinzips im R_{-4} aus (d₁).

In diesem R_{+4} können nun die gravitativen Feldgrößen durch einen antisymmetrischen Feldtensor $G_{km} = -G_{mk}$ zusammengefaßt werden, so daß die vierdimensionale Vektordivergenz (R_{+4}) dieses Ten-

sors das für zeitlich variable Gravitationsfelder erweiterte Gravitationsgesetz in einer gegen $\hat{A}_+$ invarianten Form beschreibt.

In ähnlicher Weise kann $(\mathbf{d}_1)$ in einer gegen $\hat{A}_-$ invarianten Form im R_{-4} durch einen antihermiteschen Feldtensor $F_{km} = -F_{mk}^*$ des elektromagnetischen Feldes im R_{-4} durch eine Vektordivergenz dieses Tensorfeldes beschrieben werden, die einem elektrischen Viererstrom proportional ist. Auch existiert zu F_{km} der duale Tensor.

Tatsächlich sind die Raumzeitkonstruktionen $R_{\pm 4}$ mit $x_{+4} = \omega t$ sowie $x_{-4} = ict$ und gemeinsamen R_3 -Koordinaten oder die Matrizen $\hat{A}_{\pm}$ nur fiktive Hilfskonstruktionen; denn eine Raumzeit R_{+4} , in welcher es nur gravitative Feldstrukturen gibt, entbehrt ebenso der physikalischen Realität wie eine Raumzeit, welche allein von gravitationsfreien Mq bestimmt wird. In der wirklichen Raumzeit R_4 erscheinen die Mq als gravitative Feldquellen und die entsprechenden Gravitationsfelder stets als Einheit. Die $R_{\pm 4}$ können nicht als Tangentialraumzeiten an R_4 betrachtet werden, vielmehr scheint hier eine «Verschränkung» vorzuliegen, so daß die im R_3 definierte Einheit aus Feldquelle und Gravitationsfeld sowohl in einem R_{-4} (mit dem Mq als Feldquelle) als auch hinsichtlich des Gravitationsfeldes im R_{+4} gegeben ist. Es muß daher darauf ankommen, zunächst diesen wahren R_4 aus einer Synthese zu konstruieren.

3. Die nichthermitesche Raumzeitstruktur

Die sich durch $x_{+4} = \omega t$ und $x_{-4} = ict$ algebraisch unterscheiden-
den $R_{\pm 4}$ sowie $\hat{A}_{\pm}$ bedingen, daß durch die Invarianz gegen $\hat{A}_{-}$ für
ponderable Strukturen im R_3 die Geschwindigkeitsbegrenzung
 $0 \leq v < c$ besteht, während im R_{+4} durch $\hat{A}_{+}$ jeder Wert $0 \leq v < \infty$
zugelassen wird, wenn $\beta > 0$ in (*a) gilt.

Die Multiplikation der $\hat{A}_{\pm}$ zeigt $(\hat{A}_{-} \times \hat{A}_{+})_{-} = \hat{0}$, das heißt, we-
gen dieser Kommutativität sind die $\hat{A}_{\pm}$ der $R_{\pm 4}$ reguläre Affinitäten,
so daß im R_4 eine Invarianz gegen $\hat{B} = \hat{A}_{+}\hat{A}_{-}$ gefordert werden
muß.

Wegen des Faktors $\hat{A}_{-}$ ist auch $\hat{B}$ über dem komplexen algebrai-
schen Zahlenkörper gegeben, und wegen der Orthogonalität der kom-
mutierenden Faktoren wird die Orthogonalität $\hat{B} \hat{B}_T = \hat{E}$ sofort evi-
dent, wobei im speziellen Fall $\hat{B}_T = \hat{B}^*$ wird. Nun erscheinen die Ele-
mente von $\hat{A}_{+}$ in $\hat{B}$ derart als Faktoren der Elemente von $\hat{A}_{-}$, daß
durch $\hat{B}$ im R_4 ebenfalls die Geschwindigkeitsbegrenzung $0 \leq v < c$
für ponderable Strukturen gilt. Sollte sich aus empirischen Gründen
 $\beta < 0$ in (*a) herausstellen, dann hätte dies $x_{+4} = i\omega t$ sowie
 $tg\psi_{+} = i\beta_{+}$ zur Folge und $\hat{A}_{+}$ hätte den gleichen algebraischen Cha-
rakter wie $\hat{A}_{-}$, so daß der R_{+4} ebenfalls ein Minkowskiraum würde.
Für $\hat{B}$ bedeutete dies, daß es zwar die Begrenzung $0 \leq v < c$ gibt, aber
der Faktor β_{-} im Fall $\omega < c$ als $1 + \beta_{-}^2 > 2$ relevant wird. Da alle
hochenergiephysikalischen Erfahrungen an Partikelbeschleunigern auf
 $0 \leq v < c$ eindeutig hinweisen, müßte im Fall $\beta < 0$ aufgrund dieser Er-
fahrungen $\omega \geq c$ gefordert werden. Für die Konstruktion der $R_{\pm 4}$, so-
wie die Synthese von $\hat{B}$ und R_4 ist wegen $0 \leq v < c$ die Zweideutigkeit
 $\beta > 0$ oder $\beta < 0$ der unbekannten Konstante in (*a) völlig belanglos.
Aus diesem Grunde kann der gesuchte R_4 nur ein Minkowskiraum
sein, der wie der R_{-4} von den reellen vertauschbaren R_3 -Koordinaten
und der mit ihnen nicht vertauschbaren imaginären Zeitkoordinate

x_{-4} = ict aufgespannt wird, so daß auch im R_4 eine Quaternionendarstellung gegeben ist.

Hinsichtlich der $R_{\pm 4}$ können aus (*) bis (*b) sowie aus dem elektromagnetischen Relativitätsprinzip aus (d₁) gegen die $\hat{A}_{\pm}$ invariante Feldtensoren der Gravitation $G_{km}(R_{+4})$ und des Elektromagnetismus $F_{km}(R_{-4})$ in ihrer Existenz nachgewiesen werden. Hieraus folgt wiederum die Existenz der Synthese eines gegen $\hat{B}$ invarianten einheitlichen Feldtensors $M_{km}(R_4) \neq M_{mk}^*$, dessen Iteration zu einem kano-

nischen Energiedichtetensor $T_{ik} = \sum_{m=1}^4 M_{im} M_{mk}$ führt.

Dieser Tensor $T_{ik} \neq T_{ki}^*$ kann wegen des Energiematerieäquivalents auch als ein allgemeiner Materietensor im makromaren Bereich aufgefaßt werden, der das Gravitationsfeld und dessen Quelle einheitlich umfaßt; denn wegen des Ansatzes (Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation) $M(x,t) = \mu(x,t) + M_{(0)}$ mit $M_{(0)} = \text{const}$ hinsichtlich x und t enthält T_{ik} den energetischen Anteil $\mu(x,t)$, der im allgemeinen die Nichthermitizität des Materietensors bedingt. Ein solcher Materietensor muß wegen der atomistischen Natur jeglicher Materie und dem Prinzip (c) auch für die Mq existieren, so daß die Stetigkeit der tensoriellen Funktion $T_{ik}(x_1, \dots, x_4)$ im makromaren Bereich eine Folge des Korrespondenzprinzips ist. Feld und Feldquelle eines Mq bilden also stets eine Einheit.

Nach der Vorbemerkung sind die Elemente der erfahrbaren Welt Ereignisse, wobei jede Zahlenquadrupel (x_1, x_2, x_3, x_4) eines solchen Ereignisses ein R_4 -Punkt ist, sofern (c) vorerst noch unberücksichtigt bleibt. Auch wurde in dieser Vorbemerkung festgestellt, daß jedes Mq und damit jede makromare Materiestruktur als eine Ereignisstruktur des R_4 aufgefaßt werden muß, wobei die Mq darüber hinaus noch als Zentren quantenhafter physikalischer Wechselwirkungen angesprochen werden müssen. Die allgemeine phänomenologische Größe dieser Ereignisstrukturen mit Wechselwirkungspotenzen ist dabei der sowohl im mikromaren als auch im makromaren Bereich existierende phänomenologische Materietensor $T_{ik} \neq T_{ki}^*$.

Die x_k mit $1 \leq k \leq 4$ sollen im folgenden ein cartesisches rechts-orientiertes Koordinatensystem bilden, auf welches der R_4 bezogen wird. Die reellen Koordinaten x_1, x_2 und x_3 des R_3 werden durch $x_4 = \text{ict}$ (nicht vertauschbar mit den R_3 -Koordinaten) zu diesem cartesischen Koordinatensystem C ergänzt, wobei das normierte Orthogonalsystem $\vec{e}_i \vec{e}_k = \delta_{ik}$ der Einheitsvektoren $\vec{e}_k$ gemäß $\vec{x}_k = \vec{e}_k x_k$ diese Koordinaten orientiert. Ist der R_4 pseudoeuklidischer Natur, dann wird sein Netz geodätischer Linien mit den x_k identisch. Dies bedeutet, daß die Ereignisse als Elemente physikalischen Geschehens – also die Punkte des R_4 – völlig gleichförmig liegen und daher keine Ereignisstrukturen unterscheidbar sind. Ist also das cartesische System C hinsichtlich der R_4 -Struktur geodätisch, dann bedeutet dies, daß der R_4 leer ist und der allgemeine Materietensor T_{ik} nicht existiert. Wenn dagegen eine einheitliche materielle Struktur $T_{ik} \neq T_{ki}^*$ gegeben ist, dann existieren unterscheidbare Ereignisstrukturen, die sich vom leeren R_4 abzeichnen und als Deformation der gleichförmigen Ereignismannigfaltigkeiten des leeren R_4 aufzufassen sind. T_{ik} beschreibt im R_3 die gravitative Feldquelle und ihr Gravitationsfeld einheitlich, so daß sich im Fall einer solchen Deformation der Ereignisstrukturen die $R_{\pm 4}$ (als Hilfskonstruktionen) im R_4 «verschränken», das heißt, diese Hilfskonstruktionen haben einen gemeinsamen R_3 , aber verschiedene Zeitzählungen $x_{\pm 4}$, die jedoch stets auf $x_4 = \text{ict}$ des R_4 abgebildet werden können. Wenn also ein Mq im R_4 existiert, dann erscheint dieses Mq als eine nichteuklidisch deformierte und daher unterscheidbare Ereignisstruktur, die auf den leeren (also pseudo-euklidischen) R_4 und damit auf die Koordinaten x_k bezogen werden kann. Da solche Ereignisstrukturen zugleich als Zentren von Wechselwirkungen aufgefaßt werden müssen und jede dieser Wechselwirkungen durch typische Invarianzeigenschaften (Symmetrien) gekennzeichnet ist, wird der metrische Charakter der Raumzeitstruktur des Mq durch die Invarianzeigenschaften der einzelnen Wechselwirkungen geprägt. Nach der Empirie gibt es mindestens vier Wechselwirkungen, so daß ihre Gesamtzahl n im Intervall $4 \leq n < \infty$ liegen muß. Im allgemeinen erweisen sich diese Wechselwirkungen wiederum empirisch als

eichinvariant, doch gibt es mindestens eine, nämlich die Gravitation, die nicht eichinvariant ist. Man kann also allgemein mit $m \geq 1$ nicht eichinvarianten Wechselwirkungsfeldern rechnen, doch bleibt $m < n$ wegen der nachweisbaren eichinvarianten Wechselwirkungsfelder. Die Gesamtheit der n Felder des Mq könnte also aus $1 \leq m < n$ nicht eichinvarianten (+) und $n - m > 0$ eichinvarianten (−) Wechselwirkungsfeldern bestehen. Für jedes Feld kann eine charakteristische, durch die Feldsymmetrien bestimmte partielle Ereignisstruktur konzipiert werden, die durch ein geodätisches, raumzeitliches Koordinatensystem $\vec{\xi}_p^{(j)} = \vec{e}_p^{(j)} \xi_p^{(j)}$ existiert, wobei die Orientierungen $\vec{e}_p^{(j)}$ nicht notwendig ein normiertes Orthogonalsystem bilden. Die Indizierungen liegen dabei in $1 \leq j \leq n$, wogegen für die Koordinatenzählung $1 \leq p \leq 4$ gilt. Diese vier n geodätischen Koordinaten können nun auf das cartesische System x_k mit $1 \leq k \leq 4$ des leeren R_4 bezogen werden, so daß die Transformationen $\vec{\xi}_p^{(j)}(x_1, x_2, x_3, x_4)$ existieren.

Wegen des empirischen Prinzips (a) können nur solche Transformationen zugelassen werden, die eineindeutig und wegen des aus dem Prinzip (c) folgenden Korrespondenzprinzips im makromaren Bereich stetig sind. Wegen der physikalischen Unmöglichkeit divergierender Selbstenergiepotentiale muß darüber hinaus von diesen Isomorphismen noch die Freiheit von Unendlichkeitsstellen gefordert werden. Insgesamt müssen also die $4n$ Transformationen $\vec{\xi}_p^{(j)}(x_1, \dots, x_4)$ solche der globalen Poincaré-Gruppe sein.

Hinsichtlich der strukturellen R_4 -Eigenschaften des Mq können die n Felder in die Untergruppe der $n - m > 0$ eichinvarianten und der $m \geq 1$ nicht eichinvarianten Wechselwirkungen aufgeteilt werden. Die totalen Differentiale der $4m$ und der $4(n - m)$ geodätischen Koordinaten sind dann mit $1 \leq p \leq 4$ zusammenfaßbar zu dem nicht eichin-

varianten System $d\vec{z}_p^+ = \sum_{j=1}^m d\vec{\xi}_p^{(j)}$ und dem eichinvarianten System

$d\vec{z}_p^- = \sum_{j=m+1}^n d\vec{\xi}_p^{(j)}$, so daß wegen dieser additiven Zusammen-

fassung die $d\vec{z}_p^\pm$ als Resultanten der entsprechenden vektoriellen Koordinatendifferentiale erscheinen. In $\vec{z}_p^\pm = \vec{e}_p^\pm z_p^\pm$ brauchen die resultierenden Orientierungen $\vec{e}_p^\pm$ ebenfalls nicht notwendig ein normiertes Orthogonalsystem zu bilden, und die Transformationen $\vec{z}_p^\pm(x_1, \dots, x_4)$ gehören zu Untergruppen (eichinvariant: $-$, nicht eichinvariant: $+$) der globalen Poincaré-Gruppe im R_4 . Als vektorielle Linienelemente

der $z_p^\pm$ ergeben sich dann $d\vec{s}_\pm = \sum_{p=1}^4 d\vec{z}_p^\pm$ mit $\vec{z}_p^\pm = \vec{e}_p^\pm z_p^\pm$.

Da die Strukturen metrische Abweichungen von der Pseudoeuklidizität der leeren Raumzeit sind, muß zwischen ko- und kontravarianten Indizierungen unterschieden werden. Weil stets über die Zahl der Dimensionen summiert wird, wenn in einer Größe ein Index sowohl in ko- und kontravarianter Stellung steht, werde zur Kürzung

$$\sum_{p=1}^4 A_p B^p = A_p B^p$$

der Summenoperator fortgelassen. In den Ausnahmefällen, bei denen der Summationsprozeß nicht erfolgt, wird der betreffende Index eingeklammert. Es gilt dann für das vektorielle Linienelement im R_4 die Darstellung $d\vec{s} = d\vec{s}_+ + d\vec{s}_-$, wobei im allgemeinen $\cos(d\vec{s}_+, d\vec{s}_-) \neq 0$ bleibt.

Damit wird die Metrik für $\vec{z}^\pm = (\vec{z}^\pm)^*$ im R_4 zu $ds^2 = ds_+^2 + 2d\vec{s}_+ d\vec{s}_- + ds_-^2$, oder wegen der Darstellbarkeit totaler

$$\text{Differentialle} \quad dz_p^\pm = \frac{\partial z_p^\pm}{\partial x^i} dx^i$$

$$\text{auch } ds_+^2 = \sum_{p,q=1}^4 \vec{e}_p^+ \vec{e}_q^+ \frac{\partial z_p^+}{\partial x^i} \frac{\partial z_q^+}{\partial x^k} dx^i dx^k = g_{ik}^{(1)} dx^i dx^k$$

$$\text{sowie } 2d\vec{s}_+ d\vec{s}_- = 2 \sum_{p,q=1}^4 \vec{e}_p^+ \vec{e}_q^- \frac{\partial z_p^+}{\partial x^i} \frac{\partial z_q^-}{\partial x^k} dx^i dx^k = g_{ik}^{(2)} dx^i dx^k$$

$$\text{und } ds_-^2 = \sum_{p,q=1}^4 \bar{e}_p^- \bar{e}_q^- \frac{\partial z_p^-}{\partial x^i} \frac{\partial z_q^-}{\partial x^k} dx^i dx^k = g_{ik}^{(3)} dx^i dx^k \text{ oder}$$

$$ds^2 = (g_{ik}^{(1)} + g_{ik}^{(2)} + g_{ik}^{(3)}) dx^i dx^k = g_{ik} dx^i dx^k.$$

Die Koeffizienten dieser homogen quadratischen Differentialform $g_{ik}^{(\beta)}$ oder g_{ik} sind Tensorkomponenten, und zwar bezogen auf die Invarianz gegen die globale Poincaré-Gruppe. Auch sind diese Tensoren Feldfunktionen der x_k des C -Bezugssystems eines leeren R_4 . Dabei ist $g_{ik}(x_1, x_2, x_3, x_4)$ das Feld des metrischen Fundamentaltensors, welches die zugelassenen Ereignisstrukturen des R_4 in invarianter Form kennzeichnet, die der materiellen Struktur entsprechen, welche phänomenologisch durch $T_{ik} \neq T_{ki}$ dargestellt werden. Die Symmetrie von $g_{ik}^{(1)} = g_{ki}^{(1)}$ und $g_{ik}^{(3)} = g_{ki}^{(3)}$ wird in dieser Darstellung sofort evident, während sich $g_{ik}^{(2)} \neq g_{ki}^{(2)}$ als asymmetrisch erweist, so daß auch $g_{ik} \neq g_{ki}$ ein asymmetrischer Fundamentaltensor ist.

Im allgemeinen komplexen Fall $\bar{z}^\pm \neq (\bar{z}^\pm)^*$ und $T_{ik} \neq T_{ki}^*$ folgt wegen $d\bar{z}^* = (\partial\bar{z}^*/\partial x^k)^*(dx^k)^* = (\partial\bar{z}^*/\partial x^k)dx^k = \bar{z}_{,k}^* dx^k$ für die Metrik $ds^2 = d\bar{s}d\bar{s}^* = (d\bar{s}_+ + d\bar{s}_-)(d\bar{s}_+ + d\bar{s}_-)^* = \bar{z}_{,i}^+ \bar{z}_{,k}^{+*} dx^i dx^k + (\bar{z}_{,i}^+ \bar{z}_{,k}^{+*} + \bar{z}_{,i}^- \bar{z}_{,k}^{+*}) dx^i dx^k + \bar{z}_{,i}^- \bar{z}_{,k}^{+*} dx^i dx^k$. Hierin wird die Hermitezität $\bar{z}_{,i}^+ \bar{z}_{,k}^{+*} \equiv g_{ik}^{(1)} = g_{ki}^{(1)*}$ und $\bar{z}_{,i}^- \bar{z}_{,k}^{+*} \equiv g_{ik}^{(3)} = g_{ki}^{(3)*}$ evident, während offensichtlich $\bar{z}_{,i}^+ \bar{z}_{,k}^{+*} + \bar{z}_{,i}^- \bar{z}_{,k}^{+*} \equiv g_{ik}^{(2)+} = (g_{ki}^{(2)+})^*$ der Hermitesierung eines nichthermiteschen Tensors $g_{ik}^{(2)} \neq g_{ki}^{(2)*}$ mit $g_{ik}^{(2)-} dx^i dx^k = 0$ entspricht. Es kann also $ds^2 = (g_{ik}^{(1)} + g_{ik}^{(2)} + g_{ik}^{(3)}) dx^i dx^k = g_{ik} dx^i dx^k$ mit $g_{ik} = \sum_{\beta=1}^3 g_{ik}^{(\beta)}$ und $g_{ik}^{(1,3)} = (g_{ik}^{(1,3)})^x$, aber $g_{ik}^{(2)} \neq g_{ik}^{(2)x}$, also $g_{ik} \neq g_{ik}^x$ geschrieben werden. Mithin gilt im R_4 der nichthermitesche Fundamentaltensor einer allgemeinen Cartan-Geometrie als Folge einer raumzeitlichen Geometrisierung allgemeiner Wechselwirkungsfelder der Mq .

Wegen dieser Nichthermitezität und der Tensornatur können daher $T_{ik} = T_{ik}^+ + T_{ik}^-$ und $g_{ik} = g_{ik}^+ + g_{ik}^-$ jeweils in einen hermiteschen

$(T_{ik'}^+ g_{ik}^+)$ und einen antihermiteschen Anteil $(T_{ik'}^- g_{ik}^-)$ gespalten werden, wobei sich selbstverständlich die Indizierung $(\pm)$ nicht mehr auf die $z_p^\pm$, sondern auf das Vorzeichen nach der hermiteschen Konjugation bezieht.

In der bekannten Weise gilt auch im Fall $g_{ik} \neq g_{ki}^*$ für die Veränderung der Indexstellung $g_{im} g^{mk} = \delta_{i.}^k$, wobei nur im hermiteschen Fall δ_{ik} als Einheitselement verwendet werden soll. In g_{ik} gilt

$g_{ik}^- = -(g_{ki}^-)^*$, also $g_{ik}^- dx^i dx^k = 0$, was für die Metrik wegen des Summationsprozesses $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k = g_{ik}^+ dx^i dx^k$ zur Folge hat, so

daß die Metrik als alleiniger Ausgangspunkt stets nur eine Riemannsche Geometrie $g_{ik}^+ = (g_{ki}^+)^*$ liefert. Allerdings besteht die Möglichkeit, und zwar unabhängig von der Metrik, im Strukturfeld eines nichthermiteschen Fundamentaltensors Parallelverschiebungen durchzuführen, wobei die in der bekannten Weise definierten Dreizeigersymbole $\Gamma_{km}^i \neq \Gamma_{mk}^{i*}$ in den kovarianten Indizierungen nichthermitesch bleiben und gemäß $\Gamma_{km}^i = \Gamma_{(+)km}^i + \Gamma_{(-)km}^i$ in einen hermiteschen und einen antihermiteschen Anteil spaltbar sind. Auf diese Weise wird die kovariante Differentiation möglich und es kann ein Krümmungstensor $R_{.kmp}^i$ aufgebaut werden, der ebenfalls nichthermitescher Natur ist, was auch für seine als Ricci-Tensor definierte Matrizen Spur

$R_{.kmp}^i = R_{km}^i \neq R_{mk}^{i*}$ gilt. Nach den Gesetzen der Determinantentheorie und der Darstellung dieser Tensoren durch die gemischtvarianten Γ -Symbole kann dann auch R_{km} gespalten werden. Schließlich ist die skalare Krümmung ebenfalls als Matrizen Spur

$R = R_{km} g^{mk} = R_{k.}^k$ definiert, wobei auch $R \neq R^*$ werden kann.

Neben diesen Strukturgrößen des R_4 können in der bekannten Weise für $g_{ik} \neq g_{ki}^*$ die verschiedensten Theoreme und Identitäten (insbesondere solche hermitescher Symmetrie) entwickelt werden, für welche es kein Analogon in der Riemannschen Geometrie gibt, während sich bei einer Betrachtung des Geodäsieproblems formal die gleiche Geodätenbeziehung $\ddot{x}^i + \Gamma_{km}^i \dot{x}^k \dot{x}^m = 0$ ergibt, wo im Fall des R_4 als Parameter die Zeit t gewählt werden kann. Wird diese Wahl vorgenommen, dann werden die $\ddot{x}^i \leq 0$ für $\Gamma_{km}^i \geq 0$ Beschleunigungskomponenten, die im Fall $g_{ik} = g_{ki}^*$ durch die ersten partiellen Ableitungen

der g_{ik} nach den C -Koordinaten ausgedrückt erscheinen. Beschleunigungen werden aber stets durch wie auch immer geartete Wechselwirkungspotentiale verursacht, so daß es sinnvoll erscheint, die $g_{ik} \neq g_{ki}^*$ des metrischen Fundamentaltensors als allgemeine nicht-hermitesche Wechselwirkungspotentiale tensorieller Natur zu interpretieren.

Wird approximativ $g_{ik}^{(2)} = g_{ik}^{(3)} = 0$, also $g_{ik} = g_{ik}^{(1)} = g_{ki}^{(1)*}$ gesetzt, dann sind im R_4 die Belange der Riemannschen Geometrie erfüllt. Ist andererseits der phänomenologische Tensor T_{ik} der einheitliche Energiedichtetensor eines elektromagnetischen Feldes und vernachlässigt man mit $\vec{p} = \vec{0}$ den gravitativen Anteil, so daß $T_{ik} = V_{ik} = V_{ki}^*$ zum hermiteschen kanonischen Energiedichtetensor des Feldes (d_1) wird, dann muß V_{ik} wegen (a) divergenzfrei sein. In der Allgemeinen Relativitätstheorie werden die $g_{ik}^{(1)}$ der Riemannschen Geometrie wegen der Geodätengleichung als tensorielle Gravitationspotentiale interpretiert. Da eindeutig nur ein Strukturtensor in dieser Riemannschen Geometrie konstruiert werden kann, der divergenzfrei ist und allein von den $g_{ik}^{(1)}$ sowie deren ersten und zweiten partiellen Ableitungen nach den Raumzeitkoordinaten abhängt, nämlich

$$R_{ik}^{(1)} - \frac{1}{2} g_{ik}^{(1)} R^{(1)}, \text{ wird in der Allgemeinen Relativitätstheorie}$$

$$R_{ik}^{(1)} - \frac{1}{2} g_{ik}^{(1)} R^{(1)} \sim V_{ik} \text{ gesetzt. Diese Grundbeziehung der}$$

Allgemeinen Relativitätstheorie wird nun dahin interpretiert, daß der dem divergenzfreien Strukturtensor proportionale phänomenologische Tensor als gravitative Feldquelle das Strukturfeld Riemannscher Geometrie erregt, welches seinerseits als Gravitationsfeld eine Interpretation findet.

Diese Grundgleichung der Allgemeinen Relativitätstheorie hat sich im makromaren Bereich durchaus bewährt und gibt eine Reihe makromarer physikalischer Sachverhalte kosmologischer Art verhältnismäßig gut wieder. Aus diesem Grunde muß an eine weiterführende Untersuchung die Forderung gestellt werden, in einer Näherung diese Grundgleichung der Allgemeinen Relativitätstheorie zu liefern. Nun ist

T_{ik} wegen der Nichthermitizität nicht notwendig divergenzfrei und auch der Drehimpulstensor ist aus dem gleichen Grunde ($T_{ik}^- \neq 0$) ebenfalls nicht divergenzfrei, so daß (a) offenbar verletzt wird. Andererseits ist wegen $g_{ik} \neq g_{ki}^*$ auch $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R$ nicht notwendigerweise divergenzfrei, doch liefert

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R \sim T_{ik} \quad (1)$$

für $g_{ik}^{(2)} = g_{ik}^{(3)} = 0$ und $\vec{p} = \vec{0}$ die Grundlage der Allgemeinen Relativitätstheorie, jedoch sollte (1) wegen dieser möglichen Verletzung von (a) anders interpretiert werden, und zwar als

$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R^{(1)} \sim V_{ik}$. In T_{ik} ist der phänomenologische Gravitationsanteil mit seiner Feldquelle bereits enthalten, während der nichthermitesche Fundamentaltensor

$$g_{ik} = \sum_{\beta=1}^3 g_{ik}^{(\beta)} \neq g_{ki}^* \quad (1a)$$

wegen der auch im R_4 gültigen Geodätengleichung

$$\ddot{x}^i + \Gamma_{km}^i \dot{x}^k \dot{x}^m = 0 \quad (1b)$$

als das tensorielle Potential wie auch immer gearteter Wechselwirkungen aufzufassen ist. Es liegt daher der Gedanke nahe, in (1) ein Äquivalenzprinzip zu sehen, derart, daß durch die Proportionalität der nichthermitesche Strukturanteil $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R$ der durch T_{ik} beschriebenen phänomenologischen Materiestruktur des R_4 äquivalent ist.

Auch Albert EINSTEIN hatte den Versuch unternommen, den hermiteschen Fundamentaltensor seiner Allgemeinen Relativitätstheorie durch einen spekulativ angebrachten antihermiteschen Summanden in die allgemeinere nichthermitesche Form zu bringen, um auf diese Weise den phänomenologischen Tensor der Allgemeinen Relativitätstheorie zu eliminieren. Dieser Versuch wurde im Jahr 1949 in der Schrift «The meaning of Relativity» veröffentlicht. Es entstanden so nichthermitesche Strukturbeziehungen einer Weyl'schen Raumzeitgeometrie,

jedoch erscheint die Lösungsmannigfaltigkeit zu eingeschränkt, als daß es sich um ein Naturgesetz handeln könnte. Auch wurde (wie bereits in der Allgemeinen Relativitätstheorie) der gesamte Erfahrungsbereich (c) von der Betrachtung ausgeklammert. Ein Hinweis theoretischer Art auf (c) aus einer einheitlichen Strukturtheorie allein kann offenbar nicht erwartet werden, weil es sich bei (c) um einen völlig anderen logischen Erfahrungsbereich handelt als derjenige, der die makromaren Feldkontinuen kennzeichnet.

Nach (1b) müssen die Γ_{km}^i den Komponenten von Wechselwirkungskräften im R_3 entsprechen, die jedoch nur gegenüber regulären Affinitäten als Komponenten eines gemischtvarianten Tensorfeldes vom dritten Grad erscheinen und von denen wegen der Summation in (1b) nur die hermiteschen Komponenten relevant sind.

Der theoretische Ansatz (1) bis (1b) genügt zwar dem empirischen Prinzip (b), weil (1b) unmittelbar aus einem Variationstheorem deduziert werden kann, welches das Extremalprinzip (b) ausdrückt; jedoch wird von diesem Ansatz (a) nicht notwendig und (c) überhaupt nicht erfüllt. Auch erscheint wegen $g_{ik} \neq g_{ki}^*$ der Zustand einer momentanen R_3 -Struktur von der gesamten Vorgeschichte abhängig. Sofern diese Defekte des Ansatzes von so geringer Größenordnung sind, daß sie empirisch nicht erscheinen, wäre zu untersuchen, wann eine Korrektur angebracht ist. Dies wird sich jedoch erübrigen, weil weiter unten gezeigt werden kann, daß sich diese Defekte kompensieren, wenn das empirische Prinzip (c) berücksichtigt wird. Die Feldgleichungen (d₁) und (d₂) des empirischen Satzes (d) sind ohnehin in (1) enthalten, weil die g_{ik} Komponenten eines allgemeinen tensoriellen Wechselwirkungspotentials sind, welches auf jeden Fall (d) enthalten muß.

4. Mikromare Diskontinuitäten

In (1) ist T_{ik} als rein phänomenologischer Tensor noch durch die g_{ik} ergänzbar, weil diese Größen nicht nur die Komponenten des metrischen Fundamentaltensors sind, sondern wegen (1b) auch als Komponenten eines allgemeinen tensoriellen Wechselwirkungspotentials interpretiert werden können. Für ihre Matrizen Spur gilt $g^k_{\cdot k} = 4$ im R_4 und für die Spur des phänomenologischen Tensors $g^{ik} T_{ik} = T^k_{\cdot k} = T$. Als Matrizen Spur von (1) folgt also $R \sim -T$, so daß (1) auch in die Fassung $R_{ik} \sim T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} T = W_{ik}$ gebracht werden kann, wo die W_{ik} ebenfalls Komponenten eines Energiedichtetensors (in erweiterter Form) sind. Diese Energien beziehen sich auf R_3 -Volumina und sind selbst die zeitlichen Änderungen von Wirkungen ω_{ik} . Bekanntlich ist andererseits die metrische Determinante, also das als Determinante geschriebene Tensorschema $g = |g_{ik}|_4 < 0$, weil ds^2 eine indefinite homogene quadratische Differentialform ist, so daß für die Funktionaldeterminante $w = \sqrt{-g}$ zu setzen ist. Damit folgt für das Element eines R_4 -Volumens die Darstellung $d\Omega = w dx^1 dx^2 dx^3 dx^4$, und dies bedeutet wegen $x_4 = ict$ für die $W_{ik} = ic \frac{d\omega_{ik}}{d\Omega} w$. Nach dem Prinzip (c) der empirischen Basis gilt aber für die Wirkungen grundsätzlich $\omega_{ik} = h N_{ik}$, wobei im allgemeinen die N_{ik} komplexe Zahlen mit ganzzahligem Real- und Imaginärteil sind. Wegen dieser Ganzzahligkeit erscheint die typische Diskontinuität mikromarer Quantenstufen; denn diese ganzen Zahlen können sich nur um ± 1 ändern. Dies bedeutet, daß in W_{ik} die Differentiale durch Differenzen zu ersetzen sind. Die durch $\eta_{ik} \Delta\Omega = \Delta N_{ik}$ definierte Dichte η_{ik} ist als die auf eine R_4 -Volumendifferenz bezogene Zahl der Wirkungsquanten in diesem Raumzeitvolumen interpretierbar, so daß η_{ik} die mikromaren Diskontinuitäten des Prinzips (c) ausdrückt. Die Substitutionen liefern

also $W_{ik} = ichw\eta_{ik}$ oder

$$R_{ik} \sim w\eta_{ik}, \quad w = \sqrt{-g}, \quad g = |g_{ik}|_4 \quad (2)$$

mit

$$\eta_{ik} = \frac{\Delta N_{ik}}{\Delta \Omega}, \quad \Delta \Omega = w \Delta x^1 \Delta x^2 \Delta x^3 \Delta x^4 \quad (2a)$$

Diese Beziehung zeigt, daß einerseits wegen (c) die Struktur R_{ik} mit Γ_{km}^i sowie g_{ik} im mikromaren Bereich nicht mehr als metrisches Kontinuum erscheint, sondern in diskreten quantenhaften Stufen. Andererseits weist aber die Differenz $\Delta \Omega$ in der diskontinuierlichen Dichte η_{ik} darauf hin, daß die Raumzeit selbst diskontinuierlich ist, was möglicherweise den Schluß auf geometrische Letzteinheiten zuläßt.

KAPITEL II

DAS WELTTENSORIUM

1. Weltdimensionen

Das Feld des nichthermiteschen Fundamentaltensors

$g_{ik}(x_1, x_2, x_3, x_4)$ beschreibt einen invarianten metrischen Zustand des R_4 derart, daß die Γ_{km}^i die Abweichungen dieses metrischen Strukturzustandes vom pseudoeuklidischen C -System der x^k -Koordinaten darstellen, wobei sich diese Γ_{km}^i jedoch nur gegen reguläre Affinitäten mit unitärer Transformationsmatrix wie gemischtvariante Tensorkomponenten dritten Grades verhalten. Die Beziehung (1) gilt im Kontinuum des makromaren Bereiches, doch weist die Diskontinuität (2) unmittelbar auf die Existenz einer durchgängigen Korrespondenz in den mikromaren Bereich hin. Stets kann das makromare Feldkontinuum des Fundamentaltensors g_{ik} im R_4 so korrigiert werden, daß die Γ_{km}^i als makromare Größen sich in den Mikrobereich fortsetzen und hier in Funktionen $\varphi_{km}^i(x_1 \dots x_4) \neq \varphi_{mk}^{i*}$ übergeleitet werden, die sich ebenfalls hinsichtlich regulärer Affinitäten wie gemischtvariante Tensorkomponenten dritten Grades verhalten. Während die Γ_{km}^i nicht konvergent zu sein brauchen, kann für die φ_{km}^i dennoch eine Konvergenz erreicht werden, so daß für ein raumzeitliches Gebietsintegral der Form $J_{km}^i = \int_{\Omega} \varphi_{km}^i \varphi_{mk}^{i*} d\Omega < \infty$ gilt, was die Normierung $J_{km}^i = 1$ ermöglicht. Diese Konvergenz geht allerdings im allgemeinen beim Übergang $\varphi_{km}^i \rightarrow \Gamma_{km}^i$ nach dem Korrespondenzprinzip im makromaren Kontinuum verloren. Die konvergenten φ_{km}^i beschreiben also den metrischen, aber nichthermiteschen Zustand des R_4 im mikromaren Bereich und setzen sich nach dem Korrespondenzprinzip als nicht notwendig konvergente Γ_{km}^i in das makromare R_4 -Kontinuum fort. Demzufolge muß es im Mikrobereich des R_4 mit $1 \leq p \leq 4$ hermitesche Funktionaloperatoren C_p geben, welche auf die φ_{km}^i einzeln so einwirken, daß für jeden Index p das Gebietsintegral

$$\int_{\Omega} ((\varphi_{km}^{(p)})^x C_{(p)} \varphi_{km}^{(p)} - \varphi_{km}^{(p)} (C_{(p)} \varphi_{km}^{(p)})^x) d\Omega = 0$$

erfüllt wird. Die Einwirkung dieses Funktionaloperators erfolgt dann in der Form $C_p \varphi_{km}^p$, derart, daß beim Übergang in das makromare Feldkontinuum und unter Aufgabe der Konvergenz $J_{km}^i \rightarrow \infty$ neben $\varphi_{km}^i \rightarrow \int_{km}^i$ die Operatorwirkung $C_p \varphi_{km}^p \rightarrow R_{km}$ zum Strukturtenor (1) wird. Dieser Übergang zum Feldkontinuum bedeutet zugleich, daß die Diskontinuität η_{ik} aus (2) zur stetigen Funktion $w\eta_{ik} \rightarrow T_{ik} - 1/2 g_{ik} T$ wird, und zwar bis auf einen Proportionalitätsfaktor. Ist $\alpha = \text{const}$ ein solcher Faktor, und gilt $W_{ik} = T_{ik} - 1/2 g_{ik} T$, dann ist $R_{ik} \sim w\eta_{ik}$ die durch (c) bedingte Konsequenz aus $R_{ik} = \alpha W_{ik}$. Andererseits gilt die Näherung $C_p \varphi_{km}^p \rightarrow R_{km}$ beim Übergang in das makromare Feldkontinuum, so daß auch

$$C_p \varphi_{km}^p \rightarrow \alpha W_{km} \text{ gesetzt werden darf. Nun kann } \alpha W_{km} = \sum_{j=1}^4 G_{(j)km}$$

stets (der Summation hinsichtlich p entsprechend) als Summe von 4 Anteilen dargestellt werden, die sich in ihrer Art (j) unterscheiden. Werden diese Summanden so geordnet, daß $p = j$ gilt, dann wäre

$$\sum (C_{(p)} \varphi_{km}^{(p)} - G_{(p)km}) \rightarrow 0, \text{ oder } C_{(p)} \varphi_{km}^{(p)} \rightarrow G_{(p)km}. \text{ Der Operator } C_p$$

in dieser Beziehung ist hermitescher Natur und die φ_{km}^p sind gemäß $J_{km}^p = 1$ konvergente Funktionen des metrischen Zustandes, während darüber hinaus die Diskontinuität nach (2) wegen (c) im mikromaren Bereich existiert. Hieraus könnte geschlossen werden, daß die $1 \leq p \leq 4$ hermiteschen Funktionaloperatoren C_p Zustandsoperatoren und die φ_{km}^p Zustandsfunktionen metrischer Zustände des R_4 selbst sind, welche durch die η_{ik} aus (2) verursacht werden.

Wegen des Quantenprinzips (c) sind auf jeden Fall die $G_{(p)km}$ im mikromaren Bereich ebenso durch Zustandsoperatoren eines Zustandsraumes als Unterraum des abstrakten Funktionenraumes darstellbar wie die φ_{km}^i , deren Zustandsfunktionen als Wahrscheinlichkeiten des Möglichen im Sinne futurischer Aussagen einer offenen Zukunftsmodalität interpretierbar sind. Die entsprechenden hermiteschen linearen Operatoren dieses Zustandsraumes seien $H_{km}^{(p)}$ und $L_{km}^{(p)}$ mit den Eigenwerten $h_{km}^{(p)} = h_{km}^{(p)*}$ sowie $l_{km}^{(p)} = l_{km}^{(p)*}$ und der Zustandsfunktion ψ ,

für welche die Normierung $\int \psi \psi^* d\Omega = 1$ im Sinne der quantentheoretischen Wahrscheinlichkeitsinterpretation gilt. Damit ist für den Übergang in den Mikrobereich $G_{(p)km} \psi \rightarrow H_{km}^{(p)} \psi = h_{km}^{(p)} \psi$ und $\varphi_{km}^{(p)} \psi = L_{km}^{(p)} \psi = l_{km}^{(p)} \psi$ zu setzen. Für den Makrobereich gilt hingegen

$$\ddot{x} = - \int_{km}^i \dot{x}^k \dot{x}^m \text{ und wegen } \int_{km}^i \rightarrow \varphi_{km}^i \text{ auch } \ddot{x}^i \rightarrow - \varphi_{km}^i \dot{x}^k \dot{x}^m.$$

Integrale der Form $\int \ddot{x}^i dx^i$ sind stets Energien proportional, was auch im mikromaren Bereich Gültigkeit hat. Auch erfordert mit Sicherheit eine metrische Strukturierung des R_4 einen energetischen Aufwand, so daß heuristisch $H_{km}^{(p)} \sim L_{km}^{(p)}$ im Sinne $H_{km}^{(p)} = \lambda_{(p)}(k, m) L_{km}^{(p)}$ konzipiert

werden soll. Mit $H_{km}^{(p)} \psi = \lambda_{(p)}(k, m) L_{km}^{(p)} \psi = \lambda_{(p)}(k, m) l_{km}^{(p)} \psi$ wird

$$0 = \int (\psi^* H_{km}^{(p)} \psi - \psi (H_{km}^{(p)} \psi)^*) d\Omega = (\lambda_{(p)}(k, m) l_{km}^{(p)} -$$

$$- (\lambda_{(p)}(k, m) l_{km}^{(p)*}) \int \psi \psi^* d\Omega, \text{ was wegen } \int \psi \psi^* d\Omega = 1 \text{ und}$$

$$l_{km}^{(p)} = l_{km}^{(p)*} \text{ nur durch } \lambda_p(k, m) = (\lambda_p(k, m))^* \text{ erfüllt werden kann.}$$

Die λ_p haben offensichtlich ebenfalls die Eigenschaft von Eigenwerten. Für den Übergang der $G_{(p)km}$ in den Mikrobereich gilt also

$$G_{(p)km} \psi \rightarrow H_{km}^{(p)} \psi = \lambda_{(p)}(k, m) L_{km}^{(p)} \psi = \lambda_{(p)}(k, m) \varphi_{km}^{(p)} \psi, \text{ also}$$

$$G_{(p)km} \rightarrow \lambda_{(p)}(k, m) \varphi_{km}^{(p)} \text{ wegen } \varphi_{km}^{(p)} \psi = L_{km}^{(p)} \psi. \text{ Andererseits gilt der}$$

$$\text{Übergang } G_{(p)km} \rightarrow C_{(p)} \varphi_{km}^{(p)} \text{ wegen } R_{km} \rightarrow C_p \varphi_{km}^p, \text{ was im Vergleich}$$

$C_{(p)} \varphi_{km}^{(p)} = \lambda_{(p)}(k, m) \varphi_{km}^{(p)}$ liefert. In diesem System sind die $\lambda_p = \lambda_p^* \neq 0$ Eigenwerte, die sämtlich diskrete Punktspektren bilden, wobei sich die Indizierung (k, m) am Eigenwertsymbol $\lambda_p(k, m)$ auf die zugehörige kovariante Indizierung der Strukturfunktion φ_{km}^p bezieht. So erfüllt

$$C_{(p)} \varphi_{km}^{(p)} = \lambda_{(p)}(k, m) \varphi_{km}^{(p)} \text{ zwar das empirische Prinzip (c), doch kön-}$$

nen die φ_{km}^p nicht als Wahrscheinlichkeiten interpretiert werden; denn die C_p wirken wegen $C_p \varphi_{km}^p \rightarrow R_{km}$ als Funktionaloperatoren im Sinne nichtlinearer Verknüpfungen, so daß die Lösungen als Strukturfunktionen des metrischen Zustandes der Raumzeit nicht additiv superponieren, was aber die Voraussetzung für die quantentheoretische Wahrscheinlichkeitsinterpretation ist. Die C_p beschreiben also nicht-lineare metrische Zustände einer nichthermiteschen Raumzeit an sich, die in metrischen Stufen $\lambda_p(k, m)$ auftreten. Andererseits sind diese $\lambda_p(k, m)$ den Energiemassen derjenigen materiellen Elementarstrukturen äquivalent, die als Raumzeitdeformationen im Sinne der empirischen Mq erscheinen. Wegen der Nichtlinearität der Raumzeitzustände werden sich daher für die theoretischen Mq -Massen keine Unschärfbereiche der Quantentheorie ergeben, sondern diskrete Massen in Übereinstimmung mit den Ergebnissen der empirischen Hochenergiephysik. Es wäre denkbar, daß die Quantisierungsschwierigkeiten in der allgemeinen Relativitätstheorie eventuell in diesem Sachverhalt ihre Ursache haben; denn beim Übergang der nichtlinearen Mikrozustände einer nichthermiteschen Raumzeit in das makromare Kontinuum ergibt sich über (2) bei Vernachlässigung des Prinzips (c) das System (1), das unter Voraussetzung der Separation von Gravitationsfeld und Feldquelle sowie einer Riemannschen Raumzeitgeometrie approximativ die Grundgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie liefert.

Da die Summe $C_p \varphi_{km}^p = \lambda_p \varphi_{km}^p$ in ihren beiden Seiten bei der Approximation zum makromaren Kontinuum $R_{km} = R_{.kmp}^p$ erreicht, liegt der Gedanke nahe, in dieser Summe die Matrizen Spur eines übergeordneten Prinzips vom vierten Tensorgrad, nämlich

$$C_p \varphi_{km}^i - \lambda_p \varphi_{km}^i = Q_{.kmp}^i \text{ mit } Q_{.kmp}^p = 0 \text{ zu sehen.}$$

Hier würde $Q_{.kmp}^i \neq 0$ der Ganzzahligkeit N_{ik} aus $\omega_{ik} = hN_{ik}$ des Prinzips (c) widersprechen, so daß $Q_{.kmp}^i = 0$ und damit $C_p \varphi_{km}^i = \lambda_p(k, m) \varphi_{km}^i$ gefordert werden muß. Der Widerspruch zu (c) erscheint immer dann, wenn durch $Q_{.kmp}^i \neq 0$ die Hermitezität von C_p

und die Konvergenz der φ_{km}^i gestört wird. Ist dagegen $Q_{.kmp}^i$ gemäß $Q_{.kmp}^i = \underline{C}_p \varphi_{km}^i \neq 0$ ebenfalls durch einen hermiteschen Operator $\underline{C}_p \neq C_p$ ausdrückbar, dann kann die Forderung $Q_{.kmp}^i = 0$ entfallen, wenn $C_p - \underline{C}_p \neq 0$ auch die Eigenschaft eines Zustandsoperators aufweist oder $\underline{C}_p \varphi_{km}^p = 0$ gemäß $Q_{.kmp}^p = 0$ ist. Analog zur makromaren Approximation $\lambda_p \varphi_{km}^p \rightarrow R_{km}$ wäre approximativ $\lambda_p(k, m) \varphi_{km}^i \rightarrow R_{.kmp}^i$, so daß die Eigenwerte $\lambda_p > 0$ der diskreten Punktspektren als metrische diskrete Strukturstufen des R_4 interpretiert werden müssen, derart, daß leere Eigenwertspektren, $\lambda_p = 0$ dieser Strukturstufen unmittelbar die Bedingung $R_{.kmp}^i = 0$ einer leeren (also von Ereignisstrukturen freien) Raumzeit zur Folge hat.

Mit der Konvergenz $\int \varphi_{km}^i \varphi_{km}^{ix} d\Omega = \text{const} < \infty$ kann die Operatorhermitezität in $C_p \varphi_{km}^i = \lambda_p(k, m) \varphi_{km}^i$, also

$$0 = \int (\varphi_{km}^{ix} C_p \varphi_{km}^i - \varphi_{km}^i (C_p \varphi_{km}^i)^x) d\Omega =$$

$$(\lambda_p(k, m) - (\lambda_p(k, m))^x) \int \varphi_{km}^i \varphi_{km}^{ix} d\Omega$$

nur durch $\lambda_p(k, m) = (\lambda_p(k, m))^x = (\lambda_p(k, m))^*$ erfüllt werden. Da für $k = m$ hieraus die Realität $\lambda_p = \lambda_p^*$ folgt, gilt die Symmetrie $\lambda_p(k, m) = \lambda_p(m, k)$.

Wegen des infinitesimalen Charakters von $R_{.kmp}^i$ sind die algebraischen Eigenschaften dieses Tensors beim Übergang $R_{.kmp}^i \rightarrow C_p \varphi_{km}^i$ in den mikromaren Bereich übertragbar; denn $C_p \varphi_{km}^i = \lambda_p(k, m) \varphi_{km}^i$ besagt lediglich, daß in diesem Bereich quantenhafte diskrete Strukturstufen des Krümmungsmaßes vorliegen. $R_{.kmp}^i \neq 0$ bedeutet, daß sich Vektoren und Skalare ändern, wenn sie in dem Strukturfeld auf geschlossenen infinitesimalen Kurven von einem Ausgangspunkt zu diesem Punkt in einem Umlauf zurückgeführt werden, und zwar würde im Fall $g_{ik} = g_{ki}$ oder $g_{ik} = g_{ik}^x$ die Vektorrichtung, jedoch nicht sein

Betrag oder irgendeine andere Skalargröße geändert. Liegt dagegen $g_{ik} \neq g_{ik}^x$ vor, dann käme es sowohl zur Änderung der Vektorrichtung als auch des Vektorbetrages oder irgendeiner Skalargröße. Für die kovariante Form $R_{ikmp} = g_{ij} R^i{}_{.kmp}$ gelten die Antisymmetrien

$R_{ikmp} = -R_{kimp}$ sowie $R_{ikmp} = -R_{ikpm}$ und $R_{ikmp} = -R_{mpik}$. Für $g_{ik} \neq g_{ik}^x$ gilt allerdings auch $R^i{}_{.kmp} \neq -R^k{}_{.imp}$.

Wegen der Korrespondenz $C_p \phi_{km}^i \rightarrow R^i{}_{.kmp}$ ist anzunehmen, daß auch die möglichen Matrixspuren der mikromaren Operatorbeziehung im Makrobereich die gleichen algebraischen Eigenschaften haben. Für

$R^i{}_{.kmp} = \Gamma_{kp,m}^i - \Gamma_{km,p}^i + \Gamma_{ms}^i \Gamma_{kp}^s - \Gamma_{ps}^i \Gamma_{km}^s$ gibt es die Spurbildungen in $i = p$ sowie $i = m$ und $i = k$. Die Spur $i = p$ liefert dabei $R^p{}_{.kmp} = R_{km} \rightarrow C_p \phi_{km}^p = \lambda_p(k, m) \phi_{km}^p$, wogegen $i = m$ zu einem gleichartigen Ausdruck $R^m{}_{.kmp} = -R_{kp}$ führt. Die Matrixspur

$C_p \phi_{km}^p = \lambda_p(k, m) \phi_{km}^p$ ergibt wegen $C_p \phi_{km}^p \rightarrow R_{km}$ und

$\lambda_p(k, m) \phi_{km}^p \rightarrow \alpha(T_{km} - g_{km} T/2)$ die Beziehung (1), doch ist

$R_{km} - g_{km} R/2 \neq R_{km}^x - g_{km}^x R^*/2$, weil die Raumzeit nach (1a) nicht hermitesch ist. Dies bedeutet, daß die Vektordivergenz des strukturellen Tensorfeldes $R_{km} - g_{km} R/2$ nicht verschwindet, so daß auch der Energiedichtetensor wegen $g_{km} \neq g_{km}^x$ nicht divergenzfrei sein kann. Wegen dieser Verletzung des Energieprinzips (a) wäre im R_4 mit $g_{km} \neq g_{km}^x$ die Zeitsymmetrie gebrochen.

Dieser Sachverhalt kann dahin interpretiert werden, daß der gegenwärtige Zustand einer durch die $\lambda_p(k, m)$ beschriebenen Elementarstruktur von ihrer gesamten faktischen Vorgeschichte abhängt. Im makromaren Bereich erscheint diese Abhängigkeit empirisch auf keinen Fall, doch wäre es denkbar, daß im Mikrobereich die von N. BOHR konzipierten Individualprozesse materieller Elementarstrukturen auf ihre nichthermitesche Raumzeitstruktur zurückgeführt werden können. Im Gegensatz zu einer hermiteschen Raumzeit $g_{ik} = g_{ik}^x$ ist also als Folge der Nichthermitizität der physischen Raumzeit in

$R_{km} \rightarrow C_p \phi_{km}^p$ und $\alpha(T_{km} - g_{km} T/2) \rightarrow \lambda_p(k, m) \phi_{km}^p$ die Summe $C_p \phi_{km}^p - \lambda_p(k, m) \phi_{km}^p = 0$ gliedweise $C_{(p)} \phi_{km}^{(p)} - \lambda_{(p)}(k, m) \phi_{km}^{(p)} = 0$ erfüllt, so daß die 64 Operatorbeziehungen

$$C_{(p)} \phi_{km}^{(p)} = \lambda_{(p)}(k, m) \phi_{km}^{(p)} \quad (3)$$

die 64 Eigenwertspektren $\lambda_p(k, m)$ diskreter struktureller Stufen des metrischen R_4 -Zustandes ausdrücken; denn die Indizierungen k, m und p durchlaufen unabhängig voneinander die Indizierungen der R_4 -Koordinaten. Für die Spur $i = k$ gilt hingegen

$R_{.kmp}^k = \lceil_{kp, m}^k - \lceil_{km, p}^k + \lceil_{ms}^k \lceil_{kp}^s - \lceil_{ps}^k \lceil_{km}^s = A_{mp} \rightarrow C_p \phi_{km}^k =$
 $= \lambda_p(k, m) \phi_{km}^k$, worin die antisymmetrische Transposition $A_{mp} =$
 $= -A_{pm}$ mit $A_{mm} = 0$ gilt. Dieses Verhalten der letzten Spur geht auf die Antisymmetrie von $R_{.kmp}^i$ in m und p zurück; denn es gilt auch $R_{.kmm}^i = 0$. Wenn nach dem Korrespondenzprinzip

$C_p \phi_{km}^i \rightarrow R_{.kmp}^i$ die algebraischen Eigenschaften des Krümmungstensors auf $C_p \phi_{km}^i$ übertragbar sind, dann müßte auch $C_m \phi_{km}^i = 0$ und damit $\lambda_m(k, m) \phi_{km}^i = 0$ gelten. Die ϕ_{km}^i verschwinden nur im Fall der Euklidizität oder des Bezuges auf geodätische Koordinaten, doch gilt im allgemeinen $\phi_{km}^i \neq 0$, wenn diese metrische Funktion die Abweichung der Struktur vom euklidischen Bereich darstellt. Die 64 möglichen Eigenwertspektren $\lambda_p(k, m)$ zu jeder kovarianten Indizierung sind hingegen diskrete Eigenwertspektren von Strukturstufen (energetischen Zuständen äquivalent) und damit noch unbekannte zahlentheoretische Funktionen ganzer Quantenzahlen. Es ist durchaus denkbar, daß trotz $\phi_{km}^i \neq 0$ einige dieser Spektren prinzipiell leer bleiben, so daß $\lambda_m(k, m) \phi_{km}^i = 0$ allgemein durch $\lambda_m(k, m) = 0$ erfüllt wird.

Da die C_p hermitesche Operatoren sind, die zugleich als metrische Operatoren des R_4 -Zustandes selbst anzusprechen sind, muß

die Hermetizitätsbedingung in (3) wegen $\lambda_p(k, m) = \lambda_p^*(k, m)$ neben $\lambda_m(k, m) = 0$ auch $\lambda_m(m, k) = 0$ liefern. Von den 64 Eigenwertspektren $\lambda_p(k, m)$, die von (3) beschrieben werden, sind also neben den 16 Spektren $\lambda_m(k, m)$ noch die 16 Spektren $\lambda_m(m, k)$ prinzipiell leer, so daß (3) zu ergänzen ist durch

$$\lambda_m(k, m) = 0, \quad \lambda_m(m, k) = 0 \quad (3a),$$

worin allerdings die vier leeren Spektren $m = k$, also $\lambda_m(m, m) = 0$ doppelt auftreten, was die Zahl der 32 leeren Spektren auf 28 reduziert.

In der Beziehung (3) ist die rechte Seite räumlichen Energiedichten $\varepsilon_{km}^{(p)}$ gemäß $\lambda_{(p)}(k, m)\varphi_{km}^{(p)} \sim \varepsilon_{km}^{(p)}$ direkt proportional, woraus eine Interpretation metrischer Strukturstufen abgelesen werden kann. Nach (c) und (2) werden die R_{km} durch die raumzeitlichen Dichten der Wirkungsquanten oder die räumlichen Dichten quantenhafter Energieniveaus wegen $C_p \varphi_{km}^p \rightarrow R_{km}$ (makromare Approximation) bestimmt, so daß im mikromaren Bereich diese Dichten $\varepsilon_{km}^{(p)}$ quantenhafter Energieniveaus im Sinne von diskreten Stufen die metrischen Eigenschaften des R_4 unstet ändern. In (3) durchlaufen die Indizierungen unabhängig voneinander die Ziffern 1 bis 4 der R_4 -Dimensionen, so daß (3) insgesamt 64 Operatorgleichungen für ebenso viele Punktspektren $\lambda_p(k, m)$ enthält. Die durch die Nichthermitezität bedingte Zusatzbeziehung (3a) würde 32 Gleichungen umfassen, doch ist $\varphi_{k(k)}^{(k)} = \varphi_{(k)k}^{(k)}$ völlig evident, was dazu führt, daß diese vier Beziehungen doppelt auftreten und die Zahl der 32 Beziehungen (3a) auf 28 reduziert. Da nun die λ_p das diskontinuierliche Strukturfeld der Raumzeit mit der Eigenschaft (3a) bestimmen, muß mit den 28 Beziehungen (3a) in den 64 Beziehungen (3) substituiert werden. Die Folge einer solchen Substitution ist dadurch gekennzeichnet, daß prinzipiell von den 64 Punktspektren 28 leer bleiben, was auf die Natur der nichthermiteschen Raumzeitstruktur selbst zurückgehen muß. Es verbleiben mithin $64 - 28 = 36$ diskontinuierliche Energiedichten $\lambda_{(p)}\varphi_{km}^{(p)} \sim \varepsilon_{km}^{(p)} \neq 0$ wegen $\lambda_p(k, m) \neq 0$ der 36 verbleibenden Punktspektren. Diese

Energiedichten müssen aber gegen die zugelassenen Koordinatentransformationen invariant sein, das heißt, sie müssen die Komponenten eines kanonischen Energiedichtetensors, also eines Tensors vom zweiten Tensorgrad bilden, dessen Divergenzfreiheit (a) ausdrückt. Diese 36 verschiedenen Komponenten können nur in einem sechsreihigen quadratischen Matrixschema untergebracht werden. Ein solcher zu fordernder sechsreihiger Energiedichtetensor kann nur in einem Raum dargestellt werden, dessen Dimensionszahl mit der Reihenzahl des Tensors identisch ist; denn Zeilen und Spalten eines Tensors sind stets Vektoren.

Aus diesem Grunde liegt der Gedanke nahe, den R_4 durch zwei verborgene Dimensionen x_5 und x_6 zu einem R_6 zu erweitern, derart, daß die Raumzeit R_4 ein Unterraum dieses R_6 ist. Da der R_6 die Raumzeit als Unterraum impliziert, soll im folgenden dieser zu konstruierende R_6 als «Welt» bezeichnet werden, weil er auf jeden Fall alle überhaupt möglichen physischen Strukturen beinhalten muß. Das cartesische rechtsorientierte Koordinatensystem C des R_4 muß also wegen der Existenz der $1 \leq (i, k) \leq 6$ **Weltdimensionen** x_k durch zwei zum leeren R_4 normale Koordinaten x_5 und x_6 zum Bezugssystem C (ebenfalls cartesisch und rechtsorientiert) der Welt R_6 erweitert werden. Zur Konstruktion dieses cartesischen Systems von **Weltkoordinaten** erscheint es unerlässlich, zunächst die Existenz und algebraische Natur der verborgenen Weltdimensionen x_5 und x_6 zu klären.

Wird im allgemeinen Fall angenommen, daß das System (3) in einem allgemeinen R_n beschrieben wird, dann würde (3) eine Zahl von $z_1 = n^3$ Spektren $\lambda_p(k, m)$ beschreiben, von denen (3a) entsprechend $2n^2$ leer sind. Auch hier würden n für $k = m$ doppelt auftreten, so daß sich für die Zahl leerer Spektren $z_2 = 2n^2 - n$ ergibt. Die Zahl nach (3a) nicht leerer Spektren wäre dann

$z = z_1 - z_2 = n^3 - 2n^2 + n = n(n^2 - 2n + 1) = n(n - 1)^2$, und diese Elemente $\lambda_{(p)}(k, m) \varphi_{km}^{(p)} \sim \varepsilon_{km}^{(p)}$ müßten dann nach (a) wegen der Invarianz das quadratische Schema eines Tensors vom Rang N und dem Matrizendefekt O ausfüllen, welches in einem R_N mit $N > n$ darstellbar ist. Mithin gilt auch $z = N^2$, also $N^2 = n(n - 1)^2$ oder

$N = (n - 1)\sqrt{n}$. Dies bedeutet, daß ein R_n stets dann als Unterraum eines R_N mit $N > n$ aufgefaßt werden kann, wenn n eine Quadratzahl ist, weil nur dann $\sqrt{n}$ und damit auch N ganzzahlig ist. Im Fall $n = 0$ oder $n = 1$ ergibt sich $N = 0$, wogegen $n = 2$ oder $n = 3$ nicht möglich sind, während sich für den empirischen R_4 mit $n = 4$ völlig eindeutig $N = 6$ folgern läßt. Durchlaufen i und k als Koordinatenindizierungen die Ziffern 1 bis 6 im R_6 , aber p, α und β die Ziffern 1 bis 4 im R_4 , dann gilt für $\lambda_{(p)}(\alpha, \beta) \varphi_{\alpha\beta}^{(p)} \sim \varepsilon_{\alpha\beta}^{(p)}$ die Zuordnung $\varepsilon_{\alpha\beta}^{(p)} \triangleq T_{ik}$, wenn T_{ik} das Tensorschema im R_6 symbolisiert. Diese Zuordnung ist jedoch nicht willkürlich; denn der Raumzeitabschnitt $T_{\alpha\beta}$ muß dem phänomenologischen Teil in (1) entsprechen, während T_{ik} aus diesem Raumzeitabschnitt durch eine doppelte Ränderung mit T_{i5} und T_{i6} bzw. T_{5i} und T_{6i} entsteht. Bezeichnet j die zwischen 1 und 3 laufende Indizierung der R_3 -Koordinaten des physischen Raumes, dann würden die raumartigen Komponenten dieser Ränderung T_{j5} und T_{j6} mit ihren Transpositionen bedeuten, daß x_5 - und x_6 -Strukturen unmittelbar auf solche des R_3 Einfluß nehmen, wenn $T_{j5} \neq 0$ und (oder) $T_{j6} \neq 0$ ist. In diesem Fall müßten typische physikalische Phänomene empirisch beobachtbar sein, die jedoch in der Experimentalphysik nie festgestellt worden sind. Aus diesem empirischen Grund wäre also für die 12 raumartigen Komponenten der Ränderung $T_{j5} = T_{j6} = 0$ sowie $T_{5j} = T_{6j} = 0$ zu setzen. Nach W. DRÖSCHER kann diese aus empirischen Gründen notwendige Forderung aus (3) und (3a) hergeleitet werden.

Wegen des Übergangs $C_p \varphi_{km}^i \rightarrow R_{.kmp}^i$ in den makromaren Bereich folgt völlig unabhängig von den Symmetrieeigenschaften der g_{ik} aufgrund der algebraischen Struktur der Beziehung (3) die Symmetrie $C_p \varphi_{mp}^i = -C_m \varphi_{pp}^i$ oder $\lambda_p(m, p) \varphi_{mp}^i + \lambda_m(p, p) \varphi_{pp}^i = 0$. Da stets $\varphi_{km}^i \neq 0$ gilt, wenn i. B. auf die verwendeten Koordinaten eine metrische Struktur vorausgesetzt wird, und auch $|\varphi_{km}^i| < \infty$ bleibt, aber nach (3a) immer $\lambda_m(m, p) = \lambda_m(p, m) = 0$ gilt, folgt aus dieser Symmetriebeziehung auch $\lambda_m(p, p) = 0$ bzw.

$\lambda_p(m, m) = 0$. Es handelt sich hierbei um 16 Beziehungen, von denen die 4 für $p = m$ bereits in (3a) berücksichtigt wurden. Es verbleiben demnach 12 weitere verschwindende Eigenwertspektren, nämlich

$$\lambda_p(m, m) = 0, \quad p \neq m \quad (3b),$$

die wegen $\lambda_{(p)}(k, m)\varphi_{km}^{(p)} \sim \varepsilon_{km}^{(p)}$ im R_4 und $\varepsilon_{\alpha\beta}^{(p)} \triangleq T_{ik}$ aussagen, daß der Tensor T_{ik} des R_6 tatsächlich 12 Komponenten enthält, die verschwinden. Diese Nullstellen können dabei nicht im Raumzeitabschnitt und auch nicht in der zeitlichen Ränderung liegen, so daß mit (3b) die empirische Forderung $T_{j5} = T_{j6} = 0$ und $T_{5j} = T_{6j} = 0$ erfüllt und zugleich erklärt wird. Es kann demnach das R_6 -Schema in der folgenden Form dargestellt werden:

$$\Rightarrow \vec{T} = \begin{bmatrix} (11) & (12) & (13) & (14) & 0 & 0 \\ (21) & (22) & (23) & (24) & 0 & 0 \\ (31) & (32) & (33) & (34) & 0 & 0 \\ (41) & (42) & (43) & (44) & (45) & (46) \\ 0 & 0 & 0 & (54) & (55) & (56) \\ 0 & 0 & 0 & (64) & (65) & (66) \end{bmatrix}, \quad T_{ik} \equiv (ik) \quad (3c).$$

Zunächst wird deutlich, daß zumindest im reellen Fall $T_{ik} = T_{ik}^*$ für die Determinante im Allgemeinen $|T_{ik}|_6 \neq 0$ bleibt, so daß, wenn das Schema als Matrix geschrieben wird, $rg \hat{T} = 6$, also $\text{def} \hat{T} = 0$ gilt. Demnach sind die T_{ik} tatsächlich Tensorkomponenten, doch ist dies noch kein Beweis dafür, daß der R_6 tatsächlich existiert.

Wird die R_4 -Symmetriebeziehung

$$\lambda_{(m)}(m, p)\varphi_{mp}^i + \lambda_{(p)}(m, m)\varphi_{mm}^i = 0 \text{ in die Form}$$

$$\varphi_{mp}^i = -(\lambda_p(m, m)/\lambda_m(m, p))\varphi_{mm}^i \text{ gebracht, dann entsteht nach (3a)}$$

und (3b) wegen $\lambda_m(m, p) = \lambda_p(m, m) = 0$ ein uneigentlicher Quotient. Existiert hinsichtlich des Bezugssystems eine metrische Struktur, dann ist sowohl für alle R_4 -Indizierungen $\varphi_{lcm}^i \neq 0$ als auch

$$|\varphi_{lcm}^i| < \infty, \text{ so daß der uneigentliche Quotient den Limes}$$

$$-(\lambda_p(m, m)/\lambda_m(m, p)) \rightarrow a_{mp} = \text{const} \neq 0 \text{ mit } |a_{mp}| < \infty \text{ liefert.}$$

Damit ist nach W. DRÖSCHER die Existenz des R_6 als Hyperraum der Welt bewiesen. Berücksichtigt man, daß $\lambda_{(p)}(\alpha, \beta)\varphi_{\alpha\beta}^{(p)} \sim \varepsilon_{\alpha\beta}^{(p)} \triangleq T_{ik}$

Größen des mikromaren Bereiches sind, dann wird deutlich, daß im Schema (3c) der Transabschnitt (hier bezieht sich die Silbe Trans auf den Unterraum R_4) nämlich aus den Komponenten T_{55}, T_{56} sowie T_{65} und T_{66} nur über die Zeitreihen T_{i4} bzw. T_{4i} mit $1 \leq i \leq 6$ auf den Raumzeitabschnitt und indirekt auf die R_3 -Verteilung Einfluß nehmen kann. Dies bedeutet, daß wegen (3c) im mikromaren Bereich die Zukunft prinzipiell offen ist, also futurische Aussagen nur Wahrscheinlichkeitsaussagen über Möglichkeiten sein können. Erst wenn viele Mikrozustände superponieren und ein makromares Kollektiv bilden, wird die Eindeutigkeit einer faktischen Kausalität vorgetäuscht. C. F. v. WEIZSÄCKER führte in genialer Weise die gesamte abstrakte Quantentheorie als Rahmenwerk auf nur zwei Prämissen, nämlich die Existenz trennbarer Alternativen und die Existenz einer offenen Zukunft zurück. Es erscheint interessant, daß sich diese zweite Prämisse aus (3c) offenbar von selbst ergibt.

Unter Berücksichtigung von (3b) im allgemeinen Fall eines R_n ist $z = n(n-1)^2$ nochmals zu vermindern um die Zahl $n^2 - n$ nach (3b), was $r = z - n^2 + n = n(n-1)^2 - n^2 + n =$
 $= n(n-1)(n-2) = 6\binom{n}{3}$ ergibt. Existiert $R_n \rightarrow R_N$ mit $N \geq n \geq 0$, dann muß r mit $N^2 - \alpha N$ verglichen werden, worin $\alpha = \text{const} > 1$ ein noch offener Faktor ist. Für die quadratische Gleichung $N^2 - \alpha N = r$ ergeben sich die Lösungen $N_{1,2} = \alpha/2 \pm \sqrt{r + \alpha^2/4}$, in denen wegen (3b) für $\alpha = 2$, also $N_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+r}$ gesetzt werden kann. Hieraus wird deutlich, daß nur für die nichtrelevanten Fälle $n = 0$ bis $n = 2$ neben $N = N_1 = 2$ noch ein negativer Zweig $N_2 = 0$ existiert, jedoch für alle $n \geq 3$ nicht mehr. Wenn also der R_n als Unterraum des R_N anzusprechen ist, dann muß im Dimensionsgesetz

$$N = 1 \pm \sqrt{1+r}, \quad r = 6\binom{n}{3}, \quad 0 \leq n \leq N, \\ (N) \text{MOD}(1) = 0 \quad (3d)$$

die Zahl $1+r$ eine Quadratzahl sein, weil auf jeden Fall N ganzzahlig ist. Diese Ganzzahligkeit wird jedoch nur im Fall eines R_4 mit $n = 4$, also $1+r = 25$ und für $n = 6$ durch $1+r = 121$ erfüllt,

was $N(n=4) = 6$ und $N(n=6) = 12$ liefert. Mithin kann der R_4 nur gemäß $R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_{12}$ der Unterraum eines R_6 oder eines R_{12} sein, während die übrigen Möglichkeiten auszuschließen sind. Sieht man zunächst von der Möglichkeit des R_{12} ab, dann erscheint es wesentlich, den algebraischen Charakter der R_6 -Koordinaten x_5 und x_6 zu ermitteln.

Offensichtlich können diese Zusatzdimensionen der Welt auf keinen Fall komplexer Natur sein, so daß für x_5 und x_6 nur reelle oder imaginäre Zählungen angenommen werden dürfen. Wegen der Realität der R_3 -Koordinaten und $x_4 = \text{ict}$ ist die Signatur des R_4 -Unterraumes eindeutig durch $(+++ -)$ gegeben, so daß die Signatur des zu konstruierenden R_6 vierdeutig wird. Für die möglichen R_6 -Signaturen kommen nur $a(+++ -++)$, ferner $b(+++ -+-)$ sowie $c(+++ --+)$ und $d(+++ ---)$ in Betracht. Im R_4 -Unterraum gilt für die Funktionaldeterminante (i. B. auf die zugelassenen Koordinatentransformationen) $w = \sqrt{-g}$, worin der algebraische Charakter dieser Funktionaldeterminante von der metrischen Determinante g bestimmt wird. Der R_6 ist nun lediglich die dimensionelle Erweiterung der Raumzeit, so daß der algebraische Charakter der Funktionaldeterminante bei dieser Erweiterung erhalten bleiben muß; denn auch in der R_6 -Welt muß die Invarianz zugelassener Koordinatentransformationen gegen die globale Poincarégruppe gefordert werden. Aus diesem Grunde entfallen von vornherein die Signaturmöglichkeiten b und c , das heißt, es ist die Alternative a oder d zu entscheiden.

Nach dem empirischen Prinzip (b) wird die physische Welt von Stabilitäten beherrscht, und zwar ist insbesondere der makromare Gravitationsfeldverlauf so beschaffen, daß sich gravitierende Körper auf geschlossenen Keplerbahnen (in sehr guter Näherung Kegelschnitte) stabil bewegen können, während im mikromaren Bereich die Basis der materiellen Welt durch die Existenz stabiler Grundzustände der Hüllenelektronen atomarer Strukturen gekennzeichnet ist. Wird nun eine Welt unterstellt, in der es $p \geq 3$ reelle Dimensionen gibt ($p = 3$ des R_3 ist evident), dann kann das Gravitationsgesetz im makromaren Bereich für diesen Fall entwickelt werden. Eine Analyse möglicher Bah-

nen zeigt, daß es für $p > 4$ überhaupt keine stabile Gravitationsbahn, sondern nur logarithmische Spiralen gibt, während für $p = 4$ neben diesen logarithmischen Spiralen nur die Kreisbahn existiert, die aber wegen der Irrationalität der Zahl π sofort in eine nichtstabile logarithmische Spirale umschlägt. Nur für $p \leq 3$ sind die tatsächlich beobachteten stabilen Bahnen möglich, was im makromaren Bereich $p = 3$ festlegt. Eine analoge Untersuchung quantentheoretischer Art atomarer Elektronenhüllen zeigt, daß die stabilen Grundzustände nur im Fall $p \leq 3$ erscheinen, während für alle $p > 3$ diese stabilen Grundzustände nicht möglich sind. Die empirische Existenz stabiler Materie weist also auch im mikromaren Bereich auf $p = 3$ hin. So zeigt **(b)**, daß nur die Signatur d für den R_6 in Betracht kommt. Demnach muß das cartesische rechtsorientierte Bezugssystem C des R_4 durch zwei imaginäre Koordinaten $x_5 = i\varepsilon$ und $x_6 = i\eta$ zu einem cartesischen Bezugssystem C des R_6 erweitert werden. Das R_6 -Bezugssystem C wird also beschrieben durch

$$(x_1, x_2, x_3) = (x_1^*, x_2^*, x_3^*) \triangleq R_3, \quad x_4 = \text{ict}, \quad x_5 = i\varepsilon, \quad x_6 = i\eta. \quad (4)$$

Diese $1 \leq k \leq 6$ Koordinaten sind voneinander unabhängig, so daß ein normiertes Orthogonalsystem von Einheitsvektoren $\vec{e}_k$ gemäß

$$1 \leq k \leq 6, \quad \vec{x}_k = \vec{e}_k x_k, \quad \vec{e}_i \vec{e}_k = \delta_{ik} \quad (4a)$$

diese Weltkoordinaten orientiert und den R_6 als Vektorraum aufspannt.

Hinsichtlich des R_4 haben x_5 und x_6 in **(4)** und **(4a)** die Eigenschaft verborgener Weltkoordinaten, die es jedoch nach der Kopenhagener Schule der Quantentheorie nicht geben dürfte. Zunächst wäre festzustellen, daß x_5 und x_6 imaginär zählen und hinsichtlich ihrer noch unbekannten Semantik mit Sicherheit völlig anders geartet sind als die von der Kopenhagener Schule zugelassenen Raumzeitkoordinaten. Schließlich wäre es auch denkbar, daß J. v. NEUMANN im Rahmen dieser Schule den Begriff der Quantentheorie eventuell etwas zu eng gefaßt haben könnte, was zur damaligen Zeit einen Hyperraum mit verborgenen Weltkoordinaten ausschließen mußte.

Die Herleitung von **(4)** zeigte, daß es nur drei reelle Weltkoordinaten geben kann, so daß auch bei dem nach **(3d)** möglichen Übergang

$R_6 \rightarrow R_{12}$ die zusätzlichen Koordinaten $x_7 \dots x_{12}$ ebenfalls imaginär zählen. Der Bau von (3c) legt nahe, daß die Mengen der R_6 -Koordinaten in der Form $\{x_1, x_2, x_3\}, \{x_4\}, \{x_5, x_6\}$ strukturiert sind. Im Fall $R_6 \rightarrow R_{12}$ setzt sich mit großer Wahrscheinlichkeit diese Strukturierung in der Form $\{x_p, x_{p+1}\}$ fort, wenn für p die Zahlen 7, 9, 11 stehen. Wenn dies angenommen und berücksichtigt wird, daß nach (3d) für $n = 0$ bis $n = 2$ stets $N = 2$ für den positiven und $N = 0$ für den negativen Zweig von (3d) liefert, dann wäre im Sinne von $R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_{12}$ die Beziehung $R_6 \cup R_2 \rightarrow R_6 \cup R_0$ möglich. Unter der vorgegebenen Strukturierung der Menge der R_{12} -Koordinaten wird somit der R_{12} in einen R'_6 zurücktransformiert. Es gelten demnach die Übergänge $R_4 \rightarrow R_6 \rightarrow R_{12} \rightarrow R'_6$ mit $R_4 \subset R_6 \subset R_{12}$ bzw. $R_4 \subset R'_6 \subset R_{12}$. Es werde der Übergang $R_6 \rightarrow R_{12}$ und die automatische Rücktransformation $R_{12} \rightarrow R'_6$ durch die Beziehung

$$R_6 \rightarrow R_{12} \rightarrow R'_6 \neq R_6 \quad (4b)$$

zum Ausdruck gebracht. Die explizite Herleitung dieses Sachverhaltes erfolgt in IV., 5. dieses Bandes, wobei sich zeigen wird, daß der ebenfalls denkbare Fall $R'_6 = R_6$ ausgeschlossen werden muß.

2. Konstruktion des Welttensoriums

Im folgenden werde der R_6 auf das durch (4) und (4a) beschriebene System C cartesischer rechtsorientierter Weltkoordinaten x_k bezogen. Die Punkte des R_6 , also die **Weltpunkte**, werden dann durch jeweils 6 Koordinatenangaben gekennzeichnet und müssen offensichtlich wegen der Zeitzählung x_4 ebenfalls als Ereignisse interpretiert werden. Diese Interpretation hat aber zur Folge, daß zwischen den physisch manifestierbaren – also **manifesten** – **Ereignissen** $x_5 = x_6 = 0$ und den **latenten Ereignissen** $x_5 \neq 0$ und (oder) $x_6 \neq 0$ unterschieden werden muß. Hier sind die manifesten Ereignisse die Punkte des raumzeitlichen Unterraumes R_4 der Welt, während die latenten oder auch virtuellen Ereignisse die Weltpunkte außerhalb dieses Unterraumes sind. Lineare Mannigfaltigkeiten der Weltpunkte sollen als **Weltlinien** bezeichnet werden. Diese Weltlinien brauchen dabei nicht notwendig im R_4 zu verlaufen, doch kennzeichnet eine nur im R_4 liegende Weltlinie als Raumzeitlinie das zeitliche Geschehen eines R_4 -Punktes und die Gesamtheit aller Raumzeitlinien im R_4 die zeitliche **kosmische Bewegung** des reellen, hinsichtlich der Drehgruppe kompakten R_3 (physisches Universum).

Das System C der Weltkoordinaten spannt in $1 \leq p \leq 6$ Dimensionen verschiedene Unterräume V_p auf. So gibt es zunächst 6 eindimensionale Gebilde V_1 als Koordinaten x_k und 15 Flächen V_2 , ferner 20 Unterräume V_3 sowie 15 Unterräume V_4 und 6 Hyperflächen V_5 der Welt R_6 . In allen diesen V_p sind Gebilde der Welt möglich. Von den 20 Unterräumen V_3 sind 18 komplexer Natur, während einer von den 3 imaginären Koordinaten aufgespannt wird und sich ein weiterer als der reelle physische R_3 erweist. Ganz analog ist auch die Raumzeit R_4 einer der 15 Unterräume V_4 .

Dieser R_6 ist seiner Natur nach ein affiner Raum, der dimensionell den ebenfalls affinen R_4 einschließt. Als allgemeine Affinitätsmatrix

ergab sich im R_4 die reguläre und orthogonale Matrix $\hat{B}$ der Lorentzgruppe gleichberechtigter Inertialsysteme, welche die Summe der Koordinatenquadrate im R_4 invariant läßt. Nun kann durch eine geeignete doppelte Ränderung von $\hat{B}$ stets eine orthogonale quadratische Matrix $\hat{C}$ im R_6 vom quadratischen Matrizenotyp 6 konstruiert werden, so daß der raumzeitliche Matrizenabschnitt aus $\hat{C}$ mit $\hat{B}$ identisch und die Orthogonalität durch $\hat{C} \hat{C}_T = \hat{E}$ erfüllt wird. Die Regularität dieser sechsreihigen Affinitätsmatrix wird dabei durch das Verhalten der Matrizen determinante $|C_{ik}|_6 \neq 0$ bedingt, was $\text{def} \hat{C} = 0$ und daher $\text{rg} \hat{C} = 6$, also Identität des Ranges mit Matrizenotyp und Dimensionszahl zur Folge hat, was die Regularität von $\hat{C}$ ausdrückt. Für die Matrizen determinante kann dann stets $|C_{ik}|_6 = 1$ erreicht werden.

Der Abstand $\vec{s}$ eines Weltpunktes vom Koordinatenursprung, nämlich $\vec{s} = \sum_{k=1}^6 \vec{e}_k x_k$ erfährt beim Wechsel des Systems C in ein gleichberechtigtes System C' durch $\hat{C}$ die Transformation $\vec{s}' = \hat{C} \vec{s}$ oder invers $\vec{s} = \hat{C}^{-1} \vec{s}' = \hat{C}_T \vec{s}'$. Wegen $\hat{C} \hat{C}_T = \hat{E}$ bleibt also die indefinite quadratische Form s^2 , aber auch $\vec{s} d\vec{s}$ und ds^2 gegen die regulären Affinitäten $\hat{C}$ invariant. Bei diesen Invarianten handelt es sich um indefinite homogene quadratische Formen, deren Trägheitsindex 3 wegen der R_6 -Signatur $(+++--)$ grundsätzlich invariant bleibt. Die invariante Differentialform $ds^2 = \sum_{k=1}^6 dx_k^2$ ist dabei die Metrik einer von Ereignisstrukturen freien Welt eines pseudoeuklidischen R_6 , wobei die Pseudoeuklidizität durch die Geodäsie des cartesischen C -Systems charakterisiert wird.

Diese Invarianz solcher homogener quadratischer Formen gegen $\hat{C} = \text{const}$ als Folge der Orthogonalität ist die Invarianz gegen die allgemeine Gruppe der Parallelverschiebungen und Koordinatendrehungen, so daß sich bereits hierdurch die x_k als 6 voneinander unabhängige Wertevorräte erweisen, was diese x_k aus (4) und (4a) daher als Dimensionen eines R_6 kennzeichnen. In dieser Welt können die verschiedensten Invarianzforderungen gestellt werden, was, auf die jeweilige Transformationsgruppe bezogen, Felder von **Welttensoren**

des allgemeinen Tensorgrades m definiert, wobei dieser Tensorgrad gemäß $0 \leq m \leq 6$ nach den Prinzipien der Tensorgeometrie allerdings durch die Zahl der Weltdimensionen begrenzt wird. Im folgenden werden Tensorfelder $m = 0$ als **Weltskalare** und $m = 1$ als **Weltvektoren** bezeichnet.

Der Weltlinienabstand von zwei infinitesimal benachbarten Weltpunkten, also $d\vec{s} = \sum_{k=1}^6 \vec{e}_k dx_k = \sum_{k=1}^6 \dot{\vec{x}}_k dt$ kann auf das Zeitelement dt bezogen werden und definiert so eine **Weltgeschwindigkeit** $d\vec{s} = \vec{Y} dt$, die in der Form $\vec{Y} = \vec{v} + i\vec{u}$ explizit ausgedrückt werden kann, wenn $\vec{v}$ die Relativgeschwindigkeit im R_3 und $u^2 = c^2 + \dot{\varepsilon}^2 + \dot{\eta}^2$ ist. Für $\dot{\varepsilon} = \dot{\eta} = 0$ wird also $u = c$. Der infinitesimale Abstand $d\vec{s}$ ist ein Weltlinienelement, so daß für die Richtungscosinus der Winkel α_k zwischen den Weltlinientangenten und den x_k allgemein $\cos \alpha_k ds = dx_k$ oder $Y \cos \alpha_k = \dot{x}_k$ gilt. Hieraus wird sofort deutlich, daß sich für alle Indizierungen $j \neq 4$ stets $\cos \alpha_j = 0$ oder $2\alpha_j = \pi$ erreichen läßt, obgleich im allgemeinen $\cos \alpha_j \neq 0$ ist. Nur im Fall $k = 4$ ergibt sich wegen $x_4 = ict$ mit $u\beta = v$ wegen $\dot{x}_4 = ic$ die Beziehung $u\sqrt{1-\beta^2} \cos \alpha_4 = c$, so daß für α_4 wegen $\cos \alpha \neq 0$ niemals die Orthogonalität erreichbar ist, die für alle $j \neq 4$ ermöglicht werden kann. Da also grundsätzlich in der Welt $2\alpha_4 \neq \pi$ bleibt, muß auf die morphologische Anisotropie der Welt in bezug auf x_4 geschlossen werden, was wiederum auf eine Schar früher oder später liegender Streckenräume R_3 normal zu x_4 hinweist.

Wird die Beziehung der Richtungscosinus $Y \cos \alpha_k = \dot{x}_k$ quadriert und summiert, dann folgt $Y^2 \sum_{k=1}^6 \cos^2 \alpha_k = \sum_{k=1}^6 \dot{x}_k^2 = Y^2$, das heißt, für die Richtungscosinus der Tangentenwinkel gilt das Theorem

$$\sum_{k=1}^6 \cos^2 \alpha_k = 1. \quad (5)$$

Da nun für alle $j \neq 4$ stets $\cos \alpha_j = 0$ erreicht werden kann, und zwar durch $\dot{x}_k = 0$ oder $\vec{v} = \vec{0}$ und $\dot{\varepsilon} = \dot{\eta} = 0$, folgt aus (5) unter dieser Voraussetzung $\cos^2 \alpha_4 = 1$ oder nach Radizierung

$\cos \alpha_4 = \pm 1$. Hier wird die zeitliche morphologische Anisotropie des R_6 besonders deutlich, was in

$$j \neq 4, \quad 2\alpha_j = \pi, \quad \cos \alpha_4 = \pm 1 \quad (5a)$$

zusammengefaßt werden soll. Diese Anisotropie der Welt hinsichtlich x_4 bedeutet zunächst, daß x_4 auf keinen Fall mit den übrigen 5 Weltdimensionen vertauschbar ist. Andererseits weist das doppelte Vorzeichen in (5a) darauf hin, daß es zur Zeitkoordinate $x_4 = x_4^+$ für $\cos \alpha_4 = +1$ im R_6 noch eine antiparallele Zeitählung x_4^- geben kann, das heißt, zum raumzeitlichen Unterraum $R_4 \equiv R_4^+$ ist im R_6 eine Antiraumzeit R_4^- möglich. Alle raumzeitlichen Unterräume bilden aber parallele Scharen aus $0 \leq v_p < \infty$ Raumzeiten $R_4^+(v_p)$ oder $R_4^-(v_p)$ normal zu den beiden anderen imaginären Weltdimensionen x_p mit $p = 5$ oder $p = 6$, so daß $R_4^+(0) \triangleq R_4^+ \triangleq R_4$ und analog $R_4^-(0) \triangleq R_4^-$ wird. Wegen (5a) ist aber im ganzen R_6 die gleiche Zeitählung als Weltdimension x_4 und die gleiche morphologische Geschichtlichkeit der R_3 -Streckenräume existent, die sich im Fall $\cos \alpha_4 = -1$ nur im Vorzeichen unterscheidet. Dies bedeutet, daß die beiden Scharen paralleler Raumzeiten normal zu den x_p als Scharen von Parallelräumen $R_3^+(v_p)$ und $R_3^-(v_p)$ für $p = 5$ und $p = 6$ aufzufassen sind, die denselben Zeitählungen x_4 unterworfen sind. Beide Scharen sind Parallelräume zum physischen Universum R_3 . Dieser R_3 ist ein reeller, hinsichtlich der Drehgruppe kompakter dreidimensionaler Raum, dessen Koordinaten vertauschbar sind. Wegen der Scharen möglicher Parallelräume normal zu den Koordinaten x_5 und x_6 scheint neben der zeitlichen Anisotropie des R_6 auch eine strukturelle Anisotropie in x_5 und x_6 möglich zu sein, woraus folgt, daß nicht nur x_4 , sondern sämtliche imaginären Koordinaten weder untereinander noch mit den reellen R_3 -Koordinaten vertauschbar sind.

In Anlehnung an (5) können noch die Winkel $\varphi(v)$ und $\varphi(u)$ zwischen dem Weltlinienelement $d\vec{s}$ (also der Weltlinientangente) und dem Real- bzw. Imaginärteil von $\vec{Y}$ untersucht werden. Für $\varphi(v) = \angle(d\vec{s}, \vec{v})$ und $\varphi(u) = \angle(d\vec{s}, i\vec{u})$ gelten die Kosinus

$$\cos\varphi(v) = \frac{vdt}{ds} = v/Y \text{ und } \cos\varphi(u) = \frac{iudt}{ds} = iu/Y, \text{ oder wegen}$$

$$\vec{Y} = \vec{v} + i\vec{u} \quad \text{im Betrag} \quad Y = iu\sqrt{1 - \beta^2} \quad \text{mit} \quad u\beta = v \quad \text{auch}$$

$\sqrt{1 - \beta^2} \cos\varphi(v) = -i\beta$ und $\sqrt{1 - \beta^2} \cos\varphi(u) = 1$, was für die Sinusbeträge nach dem Theorem $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ die Ausdrücke

$\sqrt{1 - \beta^2} \sin\varphi(v) = 1$ und $\sqrt{1 - \beta^2} \sin\varphi(u) = i\beta$ liefert. Hieraus folgt wiederum $\operatorname{ctg}\varphi(v) = -i\beta$ und $\operatorname{tg}\varphi(u) = i\beta$ oder im Vergleich $\operatorname{ctg}\varphi(v) = -\operatorname{tg}\varphi(u) = \operatorname{ctg}(\varphi(u) + \pi/2)$, also die Komplementarität

$$\varphi(v) - \varphi(u) = \pi/2. \quad (5b)$$

Hinsichtlich der Relativbewegung $v \neq 0$ im R_3 muß es auch im R_6 eine reguläre orthogonale Transformationsmatrix $\underline{\hat{C}} = (\underline{\hat{C}}_{ik})_6$ in Analogie zu den $\hat{A}_\pm$ der $R_{\pm 4}$ oder $\hat{B}$ des R_4 mit der Eigenschaft $\underline{\hat{C}} \underline{\hat{C}}_T = \hat{E}$ und $|\underline{\hat{C}}_{ik}|_6 \neq 0$ geben, deren Raumzeitabschnitt wegen $x_4 = ict$ des R_4 die Lorentzmatrix des elektromagnetischen Relativitätsprinzips als Approximation liefern muß. Es soll unterstellt werden, daß die x_5 - und (oder) x_6 -Komponente einer im R_3 mit $v = \text{const} > 0$ relativ bewegten Masse sich allein aufgrund dieser Relativbewegung nicht verändert. Auch soll die Relativbewegung auf der Koordinate x_1 im R_3 erfolgen. Wegen $\vec{Y} = \vec{v} + i\vec{u}$ und $u^2 = c^2 + \dot{\epsilon}^2 + \dot{\eta}^2$ kann als Bezugsgröße u im R_6 verwendet werden. Mit dem Geschwindigkeitsmaß $\beta = v/u$ und der imaginären Drehung $\psi = -\psi^*$ wird dann wegen $i\beta = \operatorname{tg}\psi$ in Analogie zur speziellen Lorentzmatrix der Raumzeit zunächst $\underline{\hat{C}} = \hat{C}$ mit $C_{km} = \delta_{km}$ für $k = 2, k = 3, k = 5$ und $k = 6$, aber $C_{11} = C_{44} = \cos\psi$ und $C_{14} = -C_{41} = \sin\psi$, während $C_{k2} = C_{k3} = C_{k5} = C_{k6} = 0$ für $k = 1$ und $k = 4$ gilt. Dieser spezielle Fall $\hat{C}$ wird also beschrieben durch

$$\hat{C}(R_6) = \begin{pmatrix} \cos\psi & 0 & 0 & \sin\psi & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\psi & 0 & 0 & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad u\beta = v, \quad i\beta = \operatorname{tg}\psi,$$

$$\psi = -\psi^*, \quad \vec{Y} = \vec{v} + i\vec{u}, \quad u^2 = c^2 + \dot{\epsilon}^2 + \dot{\eta}^2. \quad (5c)$$

Für diese Matrix ist $\hat{C}_T = \hat{C}^*$ wegen $\psi = -\psi^*$ und der ungeraden Eigenschaft der Sinusfunktion. Im Raumzeitabschnitt von $\hat{C}$ erscheint der multiplikative Einfluß von $\hat{A}_+$ auf $\hat{A}_-$ zu $\hat{B}$ in der Bezugsgeschwindigkeit u , für welche erst im Fall $\dot{\epsilon} = \dot{\eta} = 0$ die Konstanz $u = c$ in $\hat{A}_-$ gesetzt werden kann. Empirisch macht sich der Einfluß $\dot{\epsilon} \neq 0$ und $\dot{\eta} \neq 0$ in $u \neq c$ nur dann bemerkbar, wenn die x_5 - und (oder) x_6 -Komponente des relativ bewegten Systems sich zeitlich verändert.

Aufgrund der Beziehung (5) bis (5b) besteht nun die Möglichkeit, die aus der Relativitätstheorie bekannte R_4 -Konstruktion des zeitartigen Vor- und Nachkegels in den R_6 zu übertragen. Auch hier erscheint in bezug auf x_4 im R_4 -Unterraum (bezogen auf einen manifesten Weltpunkt) ein zweischaliger Hyperbelraum, der von jeweils einem konischen Asymptotenraum umschlossen wird, derart, daß alle hinsichtlich des gegenwärtigen Bezugsweltpunktes früher liegenden (faktisch vergangenen) und alle später liegenden (potentiell futurischen) Weltpunkte solche dieser zweischaligen Hyperbelräume oder solche der konischen Asymptotenräume sind. Die Weltpunkte dieser Asymptotenräume sind dabei stets Punkte von Weltlinien, die den Charakter geodätischer Nulllinien tragen. Während im pseudo-euklidischen Fall diese zweischaligen Hyperbelräume und die zugehörigen konischen Räume im R_4 symmetrisch sind, ist diese Symmetrie der Unterräume in x_5 und x_6 nicht mehr notwendig gegeben. Eine Analyse dieser Konstruktion des R_6 zeigt, daß die Konstanz von $\hat{C}$ mindestens $\beta = \text{const}$ oder aber weitergehender $\vec{Y} = \text{const}$ voraussetzt. Die Invarianz der möglichen Welttensoren gegen die regulären Affinitäten der orthogonalen Affinitätsmatrix $\hat{C} = \text{const}$ kann sich also nur auf Weltlinien beziehen, welche mindestens $v \sim u$ (also $\beta = \text{const}$) oder $\vec{Y} = \text{const}$ erfüllen.

Die vorangegangenen Untersuchungen bezogen sich auf eine leere, also von unterscheidbaren Ereignisstrukturen freie Welt eines pseudo-euklidischen R_6 . Wenn aber unterscheidbare Strukturen von Weltpunkten existieren, welche die Unterräume R_4 und R_3 schneiden,

dann wären alle wie auch immer gearteten Geschehensabläufe und Phänomene im kompakten R_3 des physischen Universums als dreifach singuläre Abbildung solcher Weltstrukturen aufzufassen.

3. Hermitesche Weltstrukturen

Die Invarianz gegen die regulären Affinitäten $\hat{C} = \text{const}$ setzt nach der vorangegangenen Untersuchung $\vec{Y} = \text{const}$, mindestens aber $\beta = \text{const}$ voraus, was $\varphi(v) = \text{const}$ und $\varphi(u) = \text{const}$ zur Folge hat. Das konstante Verhalten dieser beiden Winkel aus (5b) bedeutet, daß die betreffenden Weltlinien mit ihren Tangenten identisch werden. Wird also $\beta = v/u = \text{const}$ durch $\vec{Y} = \text{const}$ mit $\vec{v} = \text{const}$ im R_3 und $u = \text{const}$ erreicht, dann gibt es im R_6 überhaupt keine gekrümmten Weltlinien und die homogen quadratische Differentialform der Metrik $ds^2 = \sum_{k=1}^6 dx_k^2$ kennzeichnet wegen ihrer

Invarianz gegen $\hat{C}$ das System C aus (4) als geodätisch. In diesem Fall kann es im R_6 keine unterscheidbaren Ereignisstrukturen geben, so daß hier der Fall einer leeren Welt vorliegt.

Im allgemeinen sind $\vec{Y}(x_1 \dots x_6)$ mit $\vec{v}(x_1 \dots x_6)$, sowie $\vec{u}(x_1 \dots x_6)$ und $\beta(x_1 \dots x_6)$ Funktionen der C -Koordinaten, so daß auch die beiden nach (5b) komplementären Winkel zu solchen Funktionen werden, was dann ebenfalls für die Tangentenrichtungen (5) gilt. Dies ist jedoch nur möglich, wenn die Weltlinien gekrümmt sind, also unterscheidbare Ereignisstrukturen in der Welt existieren. Trotzdem besteht die Möglichkeit geradliniger Weltlinien $\beta = \text{const}$, nämlich dann, wenn $v(x_1 \dots x_6)$ und $u(x_1 \dots x_6)$ durch das Verhalten von x_5 und x_6 so beschaffen sind, daß sich die Koordinatenabhängigkeiten im Quotienten v/u aufheben, so daß $\beta = \text{const}$ wird. Hierbei handelt es sich allerdings um einen Sonderfall, der für die folgenden Untersuchungen keinerlei Relevanz hat. Wenn gekrümmte Weltlinien Ereignisstrukturen anzeigen, dann ist R_6 nicht mehr leer, sondern er weist als *Weltstrukturen* metrische Deformationen hinsichtlich der x_k des C -Systems (4) auf, welche nichteuklidischer Natur sind. Da die dreifach singulären R_3 -Projektionen die gesamte Phänomenologie des Univer-

sums als R_3 -Schnitte dieser Weltstrukturen kosmologisch darstellen, müssen diese Weltstrukturen bei Abbildungsprozessen regulärer Art sich so verhalten, daß die Abbildungen der Weltstrukturen nicht nur eindeutig sind, sondern auch die eindeutig Inversen existieren. Ferner dürfen bei diesen Abbildungen keine Singularitäten in Form von Unendlichkeitsstellen erscheinen und die abbildenden Koordinatentransformationen müssen (zumindest im makromaren Bereich) stetig sein. Dies bedeutet, daß die zugelassenen Transformationen $x'_k(x_1 \dots x_6)$ bei der Abbildung von Weltstrukturen ebenfalls Transformationen der globalen Poincarégruppe sein müssen. Die Weltstrukturen sind demnach grundsätzlich invariant in bezug auf diese Transformationsgruppe. Da die zu beschreibenden Weltstrukturen als metrische Deformationen von Ereignismannigfaltigkeiten nichteuklidischer Natur sind, muß wieder zwischen ko- und kontravarianten Größen unterschieden werden. Auch werde zur Kürzung wieder die Summationsregel $A_k A^k$, erstreckt über $1 \leq k \leq 6$, verwendet, wobei die Einklammerung der Indizes diese Summenbildung ausschließt.

Wegen der Invarianz der Weltstrukturen gegen die Poincaré-Gruppe muß auch eine Transformation $\eta_k(x_1 \dots x_6)$ in die auf die betreffende Struktur bezogenen geodätischen Koordinaten η_k existieren, welche durch Einheitsvektoren $\vec{e}_k$ mit $|\vec{e}_k| = 1$ gemäß $\vec{\eta}_k = \vec{e}_k \eta_k$ wegen ihrer Unabhängigkeit orientiert sind. Da die Struktur nichteuklidisch ist, brauchen die $\vec{e}_k$ nicht notwendig orthogonal zu sein, vielmehr kann $\vec{e}_i \vec{e}_k = \cos(\vec{e}_i, \vec{e}_k)$ eine Funktion der x_j , also $(\vec{e}_i \vec{e}_k)_6 = \hat{A}(x_1 \dots x_6) \neq \hat{E}$ sein. Aus $\vec{e}_i \vec{e}_k = \vec{e}_k \vec{e}_i$ folgt unmittelbar die Symmetrie $\hat{A} = \hat{A}_T$. Bezogen auf die η_k gilt dann wegen der Geodäsie

für die Metrik $ds^2 = \sum_{p,q=1}^6 d\vec{\eta}_p d\vec{\eta}_q^*$, und hierin ist

$$d\vec{\eta}_p = \frac{\partial \vec{\eta}_p}{\partial x^k} dx^k, \text{ so daß für die Metrik}$$

$$ds^2 = \sum_{p,q=1}^6 \frac{\partial \vec{\eta}_p}{\partial x^i} \frac{\partial \vec{\eta}_q^*}{\partial x^k} dx^i dx^k = g_{ik} dx^i dx^k = g^{ik} dx_i dx_k \text{ gilt.}$$

Hierin sind die Koeffizienten $g_{ik} = \vec{\eta}_i \vec{\eta}_k^* = g_{ki}^*$ hermitescher Na-

tur, was sowohl auf den Summationsprozeß zu $\Sigma \vec{\eta}_p \Sigma \vec{\eta}_q^* = \vec{\eta} \vec{\eta}^*$ als auch auf $\hat{A} = \hat{A}_T$ zurückgeht. Auch sind diese Koeffizienten der quadratischen Form die Komponenten des metrischen Fundamentalensors der R_6 -Struktur, der wegen $g_{ik}(x_1 \dots x_6) = g_{ki}^*$ ein hermitesches Tensorfeld, bezogen auf das C -System, darstellt. Diese Weltstrukturen erweisen sich also gemäß

$$g_{ik}(x_1 \dots x_6) = g_{ki}^* \quad (6)$$

als hermitesch, während die Strukturen des Unterraumes R_4 nichthermitescher Natur waren. Eine mögliche Interpretation dieser Nichthermitizität könnte durch die Tatsache gegeben sein, daß diese nichthermiteschen R_4 -Strukturen nur die raumzeitlichen Schnitte allgemeiner Weltstrukturen des R_6 sind. Wegen (6) gelten für die Beschreibung der Weltstrukturen alle Theoreme und Identitäten der Riemannschen Geometrie, wobei die Parallelverschiebungen in der bekannten Weise durch Christoffelsymbole $\Gamma_{km}^i = \Gamma_{mk}^{i*}$ bestimmt

werden. Ist $g = |g_{ik}|_6$ die metrische Determinante, dann gilt für die Funktionaldeterminante $w = \sqrt{-g}$ wie im R_4 , weil sich wegen der Signaturen $(+++ -)$ im R_4 und $(++++ - - -)$ im R_6 das Vorzeichen von g nicht ändert. Als Folge von (6) gilt dann für g das be-

kannte Theorem Riemannscher Geometrie $\frac{\partial g}{\partial x^k} = 2g \Gamma_{km}^m$,

welches auch auf die Theoreme und Identitäten der allgemeineren nichthermiteschen Geometrie für $g_{-ik} = 0$, also $g_{ik} = g_{ik}^x$ angewendet werden kann und so zu den entsprechenden Theoremen hermitescher Geometrie (6) führt. Unabhängig von der Dimensionszahl kann bekanntlich R_{kmp}^i durch die Γ_{km}^i in der nichtlinearen Form $R_{kmp}^i = \Gamma_{kp,m}^i - \Gamma_{km,p}^i + \Gamma_{ms}^i \Gamma_{kp}^s - \Gamma_{ps}^i \Gamma_{km}^s$ ausgedrückt werden.

Hier sind drei Spurbildungen möglich, und zwar in $i = p$, was zu den Ricci-Tensoren $R_{kmp}^p = R_{km}$ und $R_{kmp}^m = -R_{kp}$ führt, wobei die

Spur $R_k^k = R$ die Skalkrümmung ist. Darüber hinaus gibt es als dritte Möglichkeit der Matrixspur die Bildung in $i = k$, also $R_{kmp}^k = \Gamma_{kp,m}^k - \Gamma_{km,p}^k + \Gamma_{ms}^k \Gamma_{kp}^s - \Gamma_{ps}^k \Gamma_{km}^s = B_{mp}$, die als Kom-

ponenten eines antisymmetrischen Tensors $\vec{B} = -\vec{B}_T$ mit den Diagonalkomponenten $B_{mm} = 0$ erscheinen. Weiter gilt wegen der Hermitezität (im Gegensatz zur nichthermiteschen Geometrie) grundsätzlich für das Einheitsselement $\delta^i_{\cdot k} = \delta_{ik} = \delta_{ki}$.

Auch im R_6 muß das empirische Prinzip (b) erfüllt sein; denn auch im Bereich hermitescher Weltstrukturen kann ein Geodäsieproblem gestellt werden, wobei in der Geodätengleichung

$\ddot{x}^i + \Gamma^i_{km} \dot{x}^k \dot{x}^m = 0$ als Parameter die Zeit t zu verwenden ist, weil die Welt in bezug auf x_4 die anisotrope morphologische Geschichtlichkeit früher oder später liegender R_3 -Streckenräume aufweist. Dies bedeutet aber, daß die $\ddot{x}^i$ Beschleunigungskomponenten im R_6 sind, die wegen der Geodätengleichung allein durch die Γ^i_{km} bestimmt werden, die ihrerseits erste partielle Koordinatenableitungen der g_{ik} sind, so daß die Komponenten des Fundamentaltensors (6) als universelle tensorielle Wechselwirkungspotentiale aufgefaßt werden können, die grundsätzlich Beschleunigungen als Folge wie auch immer beschaffener Wechselwirkungen physikalischer Art verursachen. Wegen dieser Interpretation der g_{ik} muß die prinzipielle Möglichkeit bestehen, alle phänomenologischen Größen als Funktionen der Γ^i_{km} und der g_{km} darzustellen, was einer radikalen Geometrisierung physikalischer Vorgänge entspräche und zugleich eine Beschreibung dieser Vorgänge durch hermitesche Weltstrukturen ermöglichen würde.

Die 36 diskontinuierlichen Energiedichten $\varepsilon^{(\mu)}_{\alpha\beta} \neq 0$ des nichthermiteschen R_4 bilden die Komponenten eines Energiedichtetensors $\varepsilon_{ik} \triangleq \varepsilon^{(\mu)}_{\alpha\beta}$ im R_6 , doch gilt $\varepsilon_{ik} \neq \varepsilon^*_{ki}$, was auf den Einfluß von Wechselwirkungskomponenten zurückgehen könnte. Im Fall eines geschlossenen Systems in Wechselwirkung stehender Konstituenten kann daher die Hermitesierung $\frac{1}{2}(\varepsilon_{ik} + \varepsilon^*_{ki}) = \varepsilon'_{ik} = (\varepsilon'_{ki})^*$ durchgeführt werden, doch muß dann die exakte Gültigkeit des Prinzips (a), also die Divergenzfreiheit dieses Energiedichtetensors im R_6 , gefordert werden. Beim Übergang in das makromare Kontinuum nach dem Korrespondenzprinzip $\varepsilon'_{ik} \rightarrow T_{ik} = T^*_{ki}$ bleibt diese Forderung der Di-

vergenzfreiheit, dem Prinzip (a) entsprechend, erhalten. Andererseits sind die T_{ik} die Komponenten eines kanonischen Energiedichtetensors, welche wegen der allgemeinen Interpretation von (6) sowohl von den g_{ik} als auch von deren ersten und zweiten partiellen Koordinatenableitungen abhängen müssen. In Analogie zur Allgemeinen Relativitätstheorie gibt es auch im R_6 unter der Voraussetzung (6) eindeutig nur einen divergenzfreien Strukturtenor, der von den g_{ik} und deren ersten und zweiten partiellen Koordinatenableitungen aufgebaut wird, nämlich $R_{ik} - 1/2 g_{ik} R$, so daß mit dem Proportionalitätsfaktor $\alpha = \text{const}$ dieser Sachverhalt in $R_{ik} - 1/2 g_{ik} R = \alpha T_{ik}$ zusammengefaßt werden kann. Diese hermitesche Tensorgleichung genügt den Prinzipien (a) und (b), während (d) in den Formen (d₁) und (d₂) als Sonderfall im R_4 , bzw. in den $R_{\pm 4}$ enthalten ist. Mit den Matrizen Spuren $T = T_k^k$ und $g_k^k = 6$ liefert die Matrizen Spur $-2R = \alpha T$, also $R_{ik} = \alpha(T_{ik} - g_{ik} T/4)$.

Wegen des Überganges der Mikrozustände $\varepsilon_{ik}^i \rightarrow T_{ik}$ in das makromare Feldkontinuum der Struktur g_{ik} beziehungsweise Γ_{km}^i muß es im mikromaren Bereich eine konvergente Funktion $\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}$ im R_6 geben, für welche der Übergang in den makromaren Bereich

$\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} \rightarrow \Gamma_{km}^i$ besteht. Wenn aber $\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}$ existiert, dann muß es in Ana-

logie zur nichthermiteschen R_4 -Struktur auch im hermiteschen R_6 einen Funktionaloperator C geben, dessen Komponenten C_p so von den partiellen Koordinatenableitungen und den $\left\{ \begin{smallmatrix} r \\ p \ q \end{smallmatrix} \right\}$ abhängen, daß beim Übergang in das makromare Kontinuum die Operatorwirkung zu $C_p \left\{ \begin{smallmatrix} p \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} \rightarrow R_{km}$ wird. Wegen der Operatorhermitezität der $\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}$ und ihrer Konvergenz muß also ein abstrakter Funktionenraum existieren, so daß $\left\{ \begin{smallmatrix} p \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}$ die Einwirkung eines Zustandsoperators auf eine konvergente Zustandsfunktion beschreibt. Die Eigen-

werte $\lambda_p(k, m)$ dieser Operatorwirkung müssen dann reell sein und diskrete Punktspektren bilden. Auch hier erscheint die Interpretation der λ_p als diskrete Strukturstufen gegeben; denn C_p , der die $\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}$ nichtlinear verknüpft, wird als Funktionaloperator allein von metrischen Größen bestimmt, so daß die Operatorwirkung auf eine metrische Funktion des R_6 nur ein metrischer Zustand dieses R_6 selbst sein kann. Aus diesem Grunde muß also $C_p \left\{ \begin{smallmatrix} p \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} = \lambda_p(k, m) \left\{ \begin{smallmatrix} p \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}$ gesetzt werden, wobei wegen des makromaren Übergangs

$C_p \left\{ \begin{smallmatrix} p \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} \rightarrow R_{km}$ und $R_{km} = \alpha(T_{km} - g_{km}T/4)$ auch der Übergang $\lambda_p \left\{ \begin{smallmatrix} p \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} \rightarrow \alpha(T_{km} - g_{km}T/4)$ existieren muß. Auch im R_6 sind also die diskreten Strukturstufen Energiedichten äquivalent.

Im allgemeinen wirken die C_p in einer den Pseudotensorgrad der gemischtvarianten $\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}$ erweiternden Form, so daß $C_p \left\{ \begin{smallmatrix} p \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}$ einer Matrizenspur entspricht. Wird zur Kürzung das gesamte Schema der 216 Komponenten $\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}$ als Pseudotensor $(\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\})_6 = \widehat{\{ \}}$ und $C = \sum C_p$ eingeführt, dann wäre $C_p \left\{ \begin{smallmatrix} p \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} = (spC\widehat{\{ \}})_{km}$ und $(spC\widehat{\{ \}})_{km} \rightarrow R_{km}$ beim Übergang in das makromare Kontinuum. Die λ_p könnten bei dieser Kürzung als Vektorkomponenten von $\vec{\lambda}$ im R_6 aufgefaßt werden, so daß auch

$\lambda_p(k, m) \left\{ \begin{smallmatrix} p \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} = (\vec{\lambda}\widehat{\{ \}})_{km}$ in dieser Schreibweise gesetzt werden kann, was zur Matrizenspur $spC\widehat{\{ \}} = \vec{\lambda}\widehat{\{ \}}$ führt. Die den Pseudotensorgrad erweiternde Wirkung des hermiteschen Operators wäre dann darstellbar durch

$$C_p \left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} - \lambda_p(k, m) \left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} = Q_{kmp}^i \text{ mit } Q_{kmp}^p = 0.$$

Auch hier muß aus den gleichen Gründen wie im R_4 -Unterraum

$Q_{.kmp}^i = 0$ gefordert werden, was $C_p \left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} = \lambda_p(k, m) \left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}$ liefert.

Mit den Kürzungen

$$\left(\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} \right)_6 = \widehat{\{ \}}, \quad C = \sum_{p=1}^6 C_p, \quad \vec{\lambda} = \sum_{p=1}^6 \vec{e}_p \lambda_p \quad (7)$$

kann also die den Pseudotensorgrad erweiternde Wirkung des hermiteschen Operators $C_p \left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} = (C\widehat{\{ \}})^i_{kmp}$ und

$\lambda_p(k, m) \left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} = (\vec{\lambda} \times \widehat{\{ \}})^i_{kmp}$ in der Form eines der Matrizen Spur übergeordneten Systems

$$C\widehat{\{ \}} = \vec{\lambda} \times \widehat{\{ \}} \quad (8)$$

geschrieben werden. Wegen des Übergangs $(sp C\widehat{\{ \}})_{km} \rightarrow R_{km}$ muß

also $(C\widehat{\{ \}})^i_{kmp} \rightarrow R^i_{kmp}$ und nach (8) auch $(\vec{\lambda} \times \widehat{\{ \}})^i_{kmp} \rightarrow R^i_{kmp}$

ein Übergang in das makromare Feldkontinuum sein. Aus diesem Grunde bedingt das Fehlen der diskreten Strukturstufen $\vec{\lambda} = \vec{0}$ unmittelbar $R^i_{kmp} = 0$, also die Pseudoeuklidizität des R_G . Diese Pseudoeuklidizität ist aber das Kriterium der Leere der Welt, so daß alle Weltstrukturen auf die nicht leeren Spektren $\vec{\lambda}$ mikromarer Strukturstufen zurückgehen.

Die Matrizen Spur der allgemeinen Beziehung (8), also

$$sp C\widehat{\{ \}} = \vec{\lambda} \widehat{\{ \}} \quad (8a)$$

kennzeichnet die den Pseudotensorgrad verjüngende Wirkung des Operators der Strukturzustände, wobei (8a) beim Übergang in das makromare Feldkontinuum zu $R_{ik} = \alpha(T_{ik} - g_{ik}T/4)$ oder nach Bildung der Matrizen Spur zu $R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \alpha T_{ik}$ wird, was wegen der Divergenzfreiheit dieses Ausdruckes als Folge (6) das empirische Prinzip (a), aber auch (b) erfüllt, weil der Übergang

$\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} \rightarrow \Gamma^i_{km}$ die Geodätengleichung im makromaren Kontinuum $\ddot{x}^i + \Gamma^i_{km} \dot{x}^k \dot{x}^m = 0$ erfüllt, was dem Prinzip (b) entspricht. Das

Prinzip (c) wird hingegen durch die Existenz eines abstrakten Funktionenraumes erfüllt, dessen Trägerraum der R_6 ist; denn die Hermitezität des Zustandsoperators und die Konvergenz der Zustandsfunktionen bedingen die reellen $\vec{\lambda}$ im diskreten Punktspektrum. Schließlich impliziert $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \alpha T_{ik}$ bei der doppelt singulären Abbildung in den R_4 die empirische Aussage (d) in den Formen (d₁) und (d₂) hinsichtlich der $R_{\pm 4}$, so daß alle empirischen Sätze (a) bis (d) von (8a) erfüllt werden, was dann auch für das übergeordnete Prinzip (8) gilt. Neben der Matrizenspur $R_{kmp}^p = R_{km}$ des Überganges

$(C\widehat{\{\}})^i_{kmp} \rightarrow R^i_{kmp}$ von (8) ist noch die Matrizenspur

$R_{kmp}^k = B_{mp} = -B_{pm}$ mit $B_{mm} = 0$ möglich, die sich aus dem Übergang der Spurbildung $(Csp\widehat{\{\}})_{mp} \rightarrow B_{mp}$ oder $(\vec{\lambda} \times sp\widehat{\{\}})_{mp} \rightarrow B_{mp}$ der Beziehung (8) ergibt.

Wegen $B_{mm} = 0$ und $B_{mp} \rightarrow \lambda_p(k, m) \left\{ \begin{smallmatrix} k \\ k \\ m \end{smallmatrix} \right\}$ ist also auch $\lambda_m(k, m) \left\{ \begin{smallmatrix} k \\ k \\ m \end{smallmatrix} \right\} = 0$, und damit $\lambda^m(k, m) \left\{ \begin{smallmatrix} k \\ k \\ m \end{smallmatrix} \right\} = 0$ oder $0 = \lambda^m(k, m) \left\{ \begin{smallmatrix} k \\ k \\ m \end{smallmatrix} \right\} = sp(\vec{\lambda} \times sp\widehat{\{\}}) = \vec{\lambda} sp\widehat{\{\}}$. Da im R_6 wegen

$g_{ik} = g_{ik}^\times$ der zu (1) analoge Strukturtensor und mit ihm der Energiedichtetensor divergenzfrei ist, aber im R_6 auch (4b) gilt, kann nicht unterstellt werden, daß in der Summe $\vec{\lambda} sp\widehat{\{\}}$ die Terme prinzipiell unabhängig sind. Aus diesem Grunde kann allgemein $\vec{\lambda} sp\widehat{\{\}} = 0$ im hermiteschen R_6 nur durch $\cos(\vec{\lambda}, sp\widehat{\{\}}) = 0$, also die Orthogonalität $\vec{\lambda} \perp sp\widehat{\{\}}$ erreicht werden. Aufgrund des Überganges $(sp\widehat{\{\}})_m = \left\{ \begin{smallmatrix} k \\ k \\ m \end{smallmatrix} \right\} \rightarrow \left[\begin{smallmatrix} k \\ km \end{smallmatrix} \right]$ wird eine Interpretation dieser Orthogonalität möglich; denn im Fall (6) gilt das Theorem

$\frac{\partial g}{\partial x^k} = 2g \left[\begin{smallmatrix} m \\ km \end{smallmatrix} \right]$ der metrischen Determinante g beziehungsweise der Funktionaldeterminante $w = \sqrt{-g}$. Symbolisiert grad_6 den pseudoeuklidischen Gradienten im R_6 , dann wird dieses Theorem $\left[\begin{smallmatrix} m \\ km \end{smallmatrix} \right] = (\text{grad}_6 \ln w)_k$, so daß der Übergang $sp\widehat{\{\}} \rightarrow \text{grad}_6 \ln w$ in

den makromaren Bereich gilt. Die zweite Möglichkeit zur Bildung der Matrizen Spur von (8), nämlich

$$\vec{\lambda} \perp sp\{\} \rightarrow \text{grad}_6 \ln w \quad (8b)$$

zeigt, daß die Richtungslinien der $\vec{\lambda}$ im makromaren Feldkontinuum stets zum Gradientenvektor des Logarithmus der Funktionaldeterminante normal verlaufen.

Es sei hier bemerkt, daß möglicherweise auch der Matrixspur $R_{kmp}^m = -R_{kp}$ eine physikalische Bedeutung zukommen kann. Neben dem Übergang $C_p \left\{ \begin{smallmatrix} p \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} = \lambda_p(k, m) \left\{ \begin{smallmatrix} p \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} \rightarrow R_{km}$ wäre dann noch $C_p \left\{ \begin{smallmatrix} m \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} = \lambda_p(k, m) \left\{ \begin{smallmatrix} m \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} \rightarrow -R_{kp}$ möglich. Diese Spekulation würde bedeuten, daß es in jedem Spektrum diskreter Strukturstufen physikalisch realer Art (positives Krümmungsmaß) noch einen virtuellen Spektralabschnitt (Krümmungsmaß mit entgegengesetztem Vorzeichen) geben müßte. Sollte dies den submikromaren Eigenschaften des R_6 entsprechen, dann wäre es denkbar, daß längs x_4 reale und virtuelle Zustände von Strukturstufen im Sinne zeitlicher Oszillationen ineinander übergehen, so daß im Fall der Stabilität ein dynamisches Gleichgewicht an sich nicht stationärer submikromarer Struktur-Fluktuationen existieren würde.

Diese Oszillationen von Mikrofluktuationen sind mit Sicherheit die Quelle des in Bd. II, VI., 5. beschriebenen Kondensorflusses, der als ein Elementarphänomen materieller Strukturen anzusprechen ist. Es wäre denkbar, daß durch diese Mikrofluktuationen auch Begriffe wie Vakuumpolarisation oder virtuelle Terme interpretierbar werden, was den empirischen Casimir-Effekt in einem interessanten Licht erscheinen ließe.

Unabhängig von dieser Spekulation kann nach (4) und (4a) der R_6 auch als ein Raum aufgefaßt werden, der von drei komplexen, zweidimensionalen Vektorräumen aufgespannt ist. Jeder dieser komplexen zweidimensionalen Vektorräume ist aber durch eine $SU(2)$ isomorph zu einer $O(3)$ eines reellen, hinsichtlich der Drehgruppe kompakten, dreidimensionalen Raumes, nämlich $T_3(x_4)$ sowie $G_3(x_5)$ und

$S_3(x_6)$, wenn hinter dem Symbol des jeweiligen reellen Raumes die imaginäre Koordinate des R_6 angegeben wird, die den abgebildeten komplexen Vektorraum kennzeichnet. Diese 3 voneinander unabhängigen reellen Räume spannen also einen $R_9 \triangleq R_9(T_3, G_3, S_3)$ auf, derart, daß der physische R_3 auch als Manifestationsraum möglicher R_9 -Strukturen aufgefaßt werden muß. Da es jedoch für $p > 3$ reelle Weltdimensionen weder im makromaren Bereich stabile Gravitationsbahnen, noch im mikromaren Bereich stabile atomare Elektronenhüllen geben kann (was die eindeutige R_6 -Signatur bedingte), ist der R_9 entweder als eine dem R_{+4} analoge Hilfskonstruktion oder evtl. als Bezugsraum vor der Kosmogonie der Materie zu interpretieren. Wird diese letzte Interpretation akzeptiert, dann ergibt sich die Frage, ob die Dimensionszahl $n = 9$ des Bezugsraumes R_n sukzessiv auf beliebige $n > 9$ erweitert werden kann, oder ob dieser Prozeß in eindeutiger Weise begrenzt ist.

Nach dem Dimensionsgesetz (3d) existiert für keinen R_n ein R_9 , und auch für $n = 9$ gibt es keinen Wert N , der diesem Gesetz genügt. Andererseits können im R_{12} die Koordinaten des Unterraumes R_6 aufgrund des Isomorphismus der $SU(2)$ hinsichtlich der $O(3)$ in reeller Form eines R_9 beschrieben werden. Die verbleibenden imaginären Koordinaten $x_7 = -x_7^*$ bis $x_{12} = -x_{12}^*$ spannen wiederum mit sechs reellen Dimensionen des R_9 weitere sechs komplexe Vektorebenen auf, für die der gleiche Isomorphismus anwendbar sein muß, so daß der R_{12} als Äquivalent einem R_{21} entspricht. Auch im Fall des R_{21} ist weder $n = 21$ noch $N = 21$ mit (3d) verträglich, so daß festgestellt werden kann, daß sowohl der R_9 als auch der R_{21} lediglich als reelle Äquivalente $R_6 \triangleq R_9$ und $R_{12} \triangleq R_{21}$ aufzufassen sind, die als Hilfskonstruktionen reeller Art verwendet werden können, weil die $SU(2)$ eines komplexen zweidimensionalen Vektorraumes isomorph mit der $O(3)$ eines reellen dreidimensionalen Raumes ist. Mit großer Wahrscheinlichkeit kommt diesen Äquivalenten R_9 oder R_{21} weder eine kosmologische noch eine kosmogonische Bedeutung zu.

Da die Γ_{km}^i nur gegen reguläre Affinitäten als gemischtvariante Tensorkomponenten vom 3. Grad erscheinen, gilt dies auch für die mikromaren Funktionen $\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}$, so daß hier die allgemeine Invarianz gegen die Poincaré-Gruppe eingeschränkt ist, während andererseits $\{\}$ in (8) als Zustandsfunktion des metrischen Strukturzustandes auftritt.

Eine heuristische Untersuchung dieses Sachverhaltes muß vom phänomenologischen Energiedichtetensor T_{ik} der makromaren Approximation $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \alpha T_{ik}$ von (8a) ausgehen. Die kanonischen Energiedichtetensoren in den Räumen $R_{\pm 4}$ und R_4 sind stets die Iterationen von Feldtensoren. Somit liegt der Gedanke nahe, daß auch T_{ik} die Iteration eines einheitlichen Feldtensors M_{ik} des R_6 -Zustandes im makromaren Bereich ist. Es wäre dann $T_{ik} = \sum_{v=1}^6 M_{iv} M_{vk}$, so daß es darauf ankommen muß, aus diesem

System die M_{ik} zu ermitteln, da die phänomenologischen T_{ik} bekannt sind. Da $T_{ik} = T_{ki}^*$ gilt, kann nur $M_{ik} = \pm M_{ki}^*$ sein, weil allein auf diese Weise die Iteration in allgemeiner Form zu einem hermiteschen Tensor führt. Werden zur Kürzung die Tensoren gemäß $(T_{ik})_6 = \hat{T}$ und $(M_{ik})_6 = \hat{M}$ als quadratische Matrizen vom Typ 6 geschrieben, dann läuft die Bestimmung von $\hat{M}$ darauf hinaus, in der nunmehr als $\hat{T} = \hat{M}^2$ erscheinenden Iteration $\hat{M} = \sqrt{\hat{T}}$ zu bestimmen. Zunächst kann $\hat{T} = \hat{T}^x$ und $\hat{M} = \pm \hat{M}^x$, sowie die Regularität $rg \hat{T} = rg \hat{M} = 6$ mit $def \hat{T} = def \hat{M} = 0$ als Folge des Tensorcharakters festgestellt werden. Dies bedeutet aber, daß nicht nur $\sqrt{\hat{T}}$ existiert, sondern daß darüber hinaus für $\hat{T}$ die charakteristische Gleichung $|\hat{T}_{ik} - \lambda \delta_{ik}|_6 = 0$ das Eigenwertproblem einer Hauptachsentransformation in das Diagonalschema $\hat{\Lambda} = (\Lambda_i \delta_{ik})_6$ beschreibt. Eine Entwicklung der charakteristischen Determinante über die Minore in das invariante Säkularpolynom liefert für λ eine algebraische Beziehung vom Grade $rg \hat{T} = 6$, deren $1 \leq i \leq 6$ Lösungen als Matrizenpektrum $\Lambda_i \neq 0$ die Elemente des Diagonalschemas von $\hat{\Lambda}$ sind, die

also von den T_{ik} bestimmt werden. Stets sind die Diagonalkomponenten in der doppelten Ränderung des R_4 -Abschnittes von $\hat{T}$ im mikromaren Bereich wesentlich schwächer als alle anderen phänomenologischen Wechselwirkungen, und dies bedeutet für die Matrizen Spur $T = sp \hat{T} \geq 0$, d. h., $\hat{T}$ ist positiv definit oder mindestens semidefinit. Aus diesem Grunde kann für $\hat{T}$ stets eine unitäre quadratische Matrix, nämlich $\hat{S} = (S_{ik})_6$ mit $def \hat{S} = 0$ und $\hat{S} \hat{S}^x = \hat{E}$ aufgefunden werden, welche ebenfalls gemäß $\hat{S} \hat{T} \hat{S}^x = \hat{\lambda}$ die Hauptachsentransformation ermöglicht, so daß $\hat{S} \hat{T} - \hat{\lambda} \hat{S} = \hat{O}$ die 36 Bestimmungsgleichungen der S_{ik} darstellt. Somit ist auch $\hat{S}$ explizit durch die T_{ik} gegeben. Nunmehr wird in $\hat{\lambda} = \hat{S} \hat{T} \hat{S}^x$ mit $\hat{T} = \hat{M}^2 = \hat{M} \hat{E} \hat{M} = \hat{M} \hat{S} \hat{S}^x \hat{M}$ substituiert, was $\hat{\lambda} = \hat{S} \hat{M} \hat{S}^x \hat{S} \hat{M} \hat{S}^x = (\hat{S} \hat{M} \hat{S}^x)^2$ nach den Regeln der Matrizenmultiplikation liefert. Bildung der Matrixdeterminanten ergibt dann nach einem Theorem der Determinantentheorie

$$|(\hat{S} \hat{M} \hat{S}^x)^2|_6 = |\hat{S} \hat{M} \hat{S}^x|_6^2, \text{ aber } |\hat{\lambda}|_6 = \prod_{i=1}^6 \lambda_i \neq 0, \text{ weil } \hat{\lambda} \text{ ein Diagonalschema ist.}$$

Mit $\lambda_i = \pm \sqrt{\lambda_i}$ und $\hat{\lambda} = (\lambda_i \delta_{ik})_6$ gilt also $|\hat{S} \hat{M} \hat{S}^x|_6 = |\hat{\lambda}|_6$ oder in Matrizenform $\hat{S} \hat{M} \hat{S}^x = \hat{\lambda}$. Diese Beziehung kann links mit $\hat{S}^x$, aber rechts mit $\hat{S}$ multipliziert werden, was wegen der Unitarität von $\hat{S}$ die explizite Darstellung des gesuchten Feldtensors in der Matrizenform $\hat{M} = \hat{S}^x \hat{\lambda} \hat{S}$ liefert, wobei sich $M_{ik} = \pm M_{ki}^*$ wegen $\hat{T} = \hat{T}^x$ erweist.

Nach diesen Untersuchungen existiert also $\vec{\hat{M}}$, dessen Zweideutigkeit $\vec{\hat{M}} = \pm \vec{\hat{M}}^x$ hinsichtlich der Adjunktion empirisch nach $(\mathbf{d}_1)$ eliminiert werden kann. Mit dem elektrischen $(\vec{E})$ sowie den magnetischen $(\vec{H})$ räumlichen Feldvektoren des elektromagnetischen Feldes und der mit $\vec{v}$ im R_3 bewegten Ladungsdichte ϱ kann bekanntlich $(\mathbf{d}_1)$ in der Fassung $\text{rot} \vec{H} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varrho \vec{v}$, $\text{rot} \vec{E} = -\mu_0 \vec{H}$, $\varepsilon_0 \text{div} \vec{E} = \varrho$, $\text{div} \vec{H} = 0$ als elektromagnetisches Induktionsgesetz beschrieben werden, welches seinerseits das elektromagnetische Relativitätsprinzip begründet. Nach diesem Prinzip bauen die insgesamt sechs Komponenten der beiden räumlichen Feldvektoren einen einheitlichen elek-

tromagnetischen Feldtensor $\vec{\vec{F}}(\vec{E}, \vec{H}) = -\vec{\vec{F}}^\times$ mit $F_{mm} = 0$ im R_4 auf. Andererseits kann jedes Photon als imponderables Mq (ohne Ruhemasse) im Wellenbild durch $(\mathbf{d}_1)$ approximiert werden, doch gilt für die Feldenergie das Energie-Materieäquivalent, so daß dem Photon eine Trägheit als Feldmasse zukommt. Mithin muß es für ein Photon auch die räumlichen Vektorfelder $\vec{G}$ und $\vec{\mu}$ aus $(*)$ und $(*\mathbf{a})$ geben, die auf irgendeine Weise $\vec{\vec{F}}$ ergänzen, derart, daß der Raumzeitabschnitt von $\vec{\vec{M}}(R_6)$, also $\vec{\vec{M}}_{(4)} \rightarrow \vec{\vec{F}} = -\vec{\vec{F}}^\times$ für $\vec{G} \rightarrow \vec{0}$ und $\vec{\mu} \rightarrow \vec{0}$ des Photons approximiert. Aus diesem Sachverhalt könnte geschlossen werden, daß eindeutig $\vec{\vec{M}} = -\vec{\vec{M}}^\times$ mit $M_{mm} = 0$ zu setzen ist. Die $\binom{6}{2} = 15$ Komponenten des einheitlichen Feldtensors $\vec{\vec{M}}$ eines Photons im R_6 sind linear aus den Komponenten der phänomenologischen räumlichen Vektorfelder $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{G}$ und $\vec{\mu}$ nach $(\mathbf{d}_1)$ und $(\mathbf{d}_2)$ in der Form $(*)$ und $(*\mathbf{a})$ strukturiert. Hier würde nach $(*)$ und $(*\mathbf{a})$ die Feldmasse des elektromagnetischen Feldes als Quelle von $\vec{G}$ und $\vec{\mu}$ anzusprechen sein. Feldquelle und Feld sind aber stets eine Einheit, so daß im Fall des Photons ein weiteres räumliches Vektorfeld $\vec{K}$ konzipiert werden muß, welches die Kopplung zwischen dem elektromagnetischen Feld und einer Gravitationsfeldstruktur bedingt. $\vec{\vec{M}}$ wird demnach aus 5 räumlichen Vektorfeldern aufgebaut, deren 15 Komponenten die $\binom{6}{2} = 15$ Komponenten des R_6 -Tensors ausfüllen könnten.

Hieraus ergeben sich zwei wesentliche Konsequenzen:

- a) Nach dem empirischen Prinzip $(\mathbf{a})$ gilt für den kanonischen Energiedichtetensor im R_6 die Quellenfreiheit $\overline{\text{div}}_6 \vec{\vec{T}} = \vec{0}$, wobei $\vec{\vec{T}} = sp(\vec{\vec{M}} \times \vec{\vec{M}})$ als Iteration des einheitlichen Feldtensors aufzufassen ist. Dies bedeutet, daß auch $\overline{\text{div}}_6 \vec{\vec{M}} = \vec{0}$ gilt. Im Raumzeitabschnitt dieser Divergenz $\overline{\text{div}}_4 \vec{\vec{M}}_{(4)}$ erscheinen neben $\text{div} \vec{E} \sim \varrho$, $\vec{v}\varrho$ und $\text{div} \vec{H} = 0$ aus $(\mathbf{d}_1)$ noch die Divergenzen aus $(*)$ und $(*\mathbf{a})$, so

daß $\overrightarrow{\text{div}}_4 \vec{M}_{(4)} \sim \vec{I}$ einem komplexen Viererstrom $\vec{I} \neq \vec{I}^*$ proportional wird, der aus einem neutralen Strom und einem Ladungsstrom besteht. Da durch diese Ströme jede materielle Zustandsänderung einer R_3 -Struktur in x_4 bestimmt wird, liegt der Gedanke nahe, daß in $\overrightarrow{\text{div}}_6 \vec{M} = \vec{0}$ zum Ausdruck kommt, daß alle materiellen raumzeitlichen Strukturänderungen auf die partiellen Ableitungen nach x_5 und x_6 zurückgehen. Möglicherweise könnte die unbekannte Semantik von x_5 und x_6 in dieser Richtung kosmologisch hinterfragt werden, derart, daß die Begriffe «Masse» oder «elektrische Ladung» als ausgeartete Abbildungen von R_6 -Strukturen in die Unterräume R_4 oder R_3 aufzufassen sind, wenn der R_6 pseudoeuklidisch approximiert und seine Strukturen phänomenologisch ausgedeutet werden.

b) Die 5 phänomenologischen räumlichen Vektorfelder, welche die $M_{ik} = -M_{ki}^*$ mit $M_{kk} = 0$ linear durch ihre Komponenten definieren, bilden drei verschiedene phänomenologische Gruppen von Erscheinungsformen, nämlich $(\vec{E}, \vec{H})$ im Sinne $(\mathbf{d}_1)$ sowie $(\vec{G}, \vec{\mu})$ im Sinne $(\mathbf{d}_2)$ und $\vec{K}$, die sämtlich als Strukturen der Hilfskonstruktionen der $R_{\pm 4}$ und des R_4 erscheinen. Nach $\hat{A}_{\pm}$ und $\hat{B}$ käme die Zuordnung $R_{-4}(\vec{E}, \vec{H}), R_{+4}(\vec{G}, \vec{\mu})$ und $R_4(\vec{K})$ dieser phänomenologisch verschiedenen Erscheinungsbilder in Betracht.

Durch diese dreifache Strukturierung der M_{ik} in bezug auf die Unterräume R_4 und $R_{\pm 4}$ könnte nunmehr der heuristische Schluß auf drei äquivalente metrische Partialstrukturen $g_{ik}^{(\mu)}$ mit $1 \leq \mu \leq 3$ im R_6 gezogen werden, so daß $g_{ik} = g_{ki}^*$ als Feld einer metrischen **Strukturkomposition** aus diesen Partialstrukturen μ aufgefaßt wird. Bei dieser Komposition $g_{ik}(g_{ik}^{(1)} \dots g_{ik}^{(3)})$ ist zwar $g_{ik} = g_{ki}^*$, doch können im allgemeinen Fall die Partialstrukturen als Funktionen der x^j nicht-hermitesch sein. Es scheint demnach rein heuristisch gemäß

$$g_{ik}(g_{ik}^{(1)} \dots g_{ik}^{(3)}) = g_{ki}^*, \quad g_{ik}^{(\mu)}(x_1 \dots x_6) \neq g_{ki}^{(\mu)*} \quad (9)$$

das hermitesche Strukturfeld (6) nach einem unbekannten Kom-

positionsgesetz als **Kompositionsfeld** aus drei nichthermiteschen **Partialstrukturen** aufgebaut zu sein. In einem von nur einer Partialstruktur μ bestimmten R_6 -Bereich können Parallelverschiebungen eines Vektorfeldes durchgeführt werden, die dann durch die den $\lceil_{km}^i$ entsprechenden metrischen Größen $\lceil_{km}^i(\mu) \neq \lceil_{mk}^{i*}(\mu)$ beschrieben werden.

Nun erscheint es möglich, im mikromaren Bereich Kombinationen $\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}_{(\mu)} \neq \left\{ \begin{smallmatrix} i \\ m \ k \end{smallmatrix} \right\}_{(\mu)}^*$ aufzufinden, welche gemäß $\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}_{(\mu)} \rightarrow \lceil_{km}^i(\mu)$ in das makromare Feldkontinuum übergehen und zu

$\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} = \sum_{\mu=1}^3 \left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}_{(\mu)}$ superponieren. Mit der analogen Kürzung

$\widehat{\left\{ \right\}}_{(\mu)} = \left(\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}_{(\mu)} \right)_6$ wird dann wegen der Nichthermiteizität

$\widehat{\left\{ \right\}}_{(\mu)} = \widehat{\left\{ \right\}}_{(\mu)}^+ + \widehat{\left\{ \right\}}_{(\mu)}^-$ dieses Superpositionsgesetz zu

$$\widehat{\left\{ \right\}} = \sum_{\mu=1}^3 \widehat{\left\{ \right\}}_{(\mu)}^+, \quad \sum_{\mu=1}^3 \widehat{\left\{ \right\}}_{(\mu)}^- = \hat{0}, \quad (9a)$$

weil $\widehat{\left\{ \right\}}$ hermitesch ist. Unter dieser Voraussetzung wird die Zustandsfunktion in (8) zu einem echten gemischtvarianten Tensorfeld vom dritten Grad, denn geodätische Koordinaten können immer nur in bezug auf eine Partialstruktur gefunden werden, so daß die Geodäsie hinsichtlich der beiden übrigen μ nicht gegeben ist und somit $\widehat{\left\{ \right\}}$ auf diese Weise nicht forttransformiert werden kann.

Die Konstruktion des R_6 und die Existenz seiner hermiteschen Strukturen (6) sowie das mikromare Gesetz (8) sind offensichtlich eine Konsequenz der durch (c) bedingten Ganzzahligkeit des Zählers der η_{ik} aus (2) und (2a). Der andere Zweig möglicher Konsequenzen aus (2) ist im Differenzencharakter der R_4 -Elemente im Nenner der η_{ik} zu sehen; denn wegen $\eta_{ik} < \infty$ und der Ganzzahligkeit der Zähler kann der infinitesimale Limes zum Differential nicht durchgeführt werden, so daß heuristisch die Existenz geometrischer Letzteinheiten vermutet werden kann. Die Suche nach solchen Letzteinheiten kann jedoch nicht allein auf der Basis (8) erfolgen, vielmehr

werden hierzu möglichst universelle phänomenologische Beziehungen benötigt, welche die Definition geeigneter Extremalprinzipien gestatten. Am geeignetsten erscheint hier das allgemeine Hintergrundphänomen der Gravitation und das Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation.

4. Gravitative Raumstrukturen und ihre Extrema

Die Herleitung einer geometrischen Letzteinheit muß unter Berücksichtigung von (c) als Grundlage von einem allgemeinen Hintergrundphänomen materieller Strukturen ausgehen, als welches sich (d₂) empirisch anbietet. Da für die g_{ik} der R_6 -Struktur (8) und (8a) als Geodätenbeziehung $\ddot{x}^i + \left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} \dot{x}^k \dot{x}^m = 0$ mit dem Parameter der phänomenologischen Zeitählung gilt, müssen die g_{ik} als allgemeine tensorielle Wechselwirkungspotentiale interpretiert werden, wobei die Gravitation ebenfalls als eines dieser Wechselwirkungsfelder anzusprechen ist. Diese Tensorpotentiale stehen im R_6 durch (8) in nichtlinearen Zusammenhängen von zweiter Ordnung im zweiten Grad, weil $g_{ik} = g_{ki}^*$, also $2 \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] = g_{im,k} + g_{ki,m} - g_{km,i}$ ist.

Da nach (9) die gravitative Feldstruktur heuristisch als eine Partialstruktur des R_6 aufzufassen ist, die mit anderen Partialstrukturen die g_{ik} aus (8) komponiert, aber dieses Kompositionsgesetz wegen des heuristischen Charakters von (9) unbekannt ist, bleibt nur die Möglichkeit, das Gravitationsfeld aus (d₂) gemäß (*) bis (*b) phänomenologisch als skalares Feld zu beschreiben, wobei diese Beschreibung wegen (8) mit Sicherheit in einer unbekannten nichtlinearen Differentialgleichung bestehen muß (s. Anh. II: Differentialbeziehg., S. 303).

Der Ansatz zu (*) ging auf $M(x) = M(x_1, x_2, x_3)$ und $\varphi(x) \rightarrow \varphi_n$ mit $r\varphi_n = \gamma M_{(0)} = \text{const}$ zurück, wobei $M(x)$ eine Konsequenz des Energiematerieäquivalents und des Äquivalenzprinzips von Trägheit und Gravitation ist. Im Fall eines ungestörten Gravitationsfeldes gelten die Verhältnisse einer sphärischen Symmetrie nach (d₂), was wegen $\varphi \rightarrow \varphi_n$ auch auf $M(x)$ mit $\varphi(x)$ übertragen werden muß. In diesem Fall treten die R_3 -Koordinaten nur in der quadratischen Form $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = r^2$ auf, so daß der Abstand r vom Gravitationszentrum die einzige Variable ist. Mithin wird wegen $M(x) = M(r)$ das

Gravitationsfeld durch die skalare Zustandsfunktion $r\varphi(r) = \gamma M(r)$ als Zentralfeld mit der unbekannten Ortsfunktion $M(r)$ im R_3 beschrieben. Zwar gilt für den Feldvektor die Näherung $\vec{G} \rightarrow \vec{G}_n = \text{grad}\varphi_n$, doch ist andererseits nach **(*a)** stets $\text{rot}\vec{G} \neq \vec{0}$; denn selbst wenn $\vec{\mu} = \vec{0}$ wäre, bleibt wegen $\mu(r) \neq 0$ in

$M(r) = \mu(r) + M_{(0)}$ sowohl $\sigma - \sigma_{(0)} \neq 0$ als auch $\vec{f} \neq \vec{0}$. Da $\text{rotgrad} = \vec{0}$ ist, aber $\vec{G} \rightarrow \text{grad}\varphi_n$ und dennoch $\text{rot}\vec{G} \neq \vec{0}$ bleibt, hat $M(r)$ in **(*a)** zur Folge, daß $\vec{G}$ additiv aus einem Gradienten- und einem Wirbelfeld in der Form $\vec{G} = \vec{A} + \text{grad}\varphi$ mit $\text{rot}\vec{A} \neq \vec{0}$ aufgebaut ist, so daß in der Newtonschen Näherung $\vec{G} \rightarrow \vec{G}_n$ stets $\vec{A} \rightarrow \vec{0}$ oder $\text{rot}\vec{A} \rightarrow \vec{0}$ zu setzen ist. Damit wird $\text{rot}\vec{A} \sim \beta\vec{\mu} + (\sigma - \sigma_{(0)})\vec{f}/\alpha \neq \vec{0}$ in **(*a)**. Aus diesem Grunde muß das statische, ungestörte kugelsymmetrische Gravitationsfeld als der stationäre Zustand eines dynamischen Gleichgewichtes von Feldfluktuationen aufgefaßt werden, deren Beträge jedoch unter der gegenwärtigen Meßbarkeitsgrenze liegen dürften, weil mit Sicherheit $\beta\vec{\mu}$ und $\sigma - \sigma_{(0)}$ im Betrag sehr klein sein werden; denn die unbekannte Funktion $\mu(r)$ als Feldmasse bleibt auf jeden Fall im beobachtbaren Bereich sehr klein. Dies könnte auf Oszillationen realer und virtueller Strukturstufen zurückgehen, die nach **(8b)** im Text erwähnt wurden.

Ist $b = \text{const}$ ein undimensionierter frei verfügbarer Proportionalitätsfaktor, der mit γ zu $b\gamma$ dimensioniert wird, dann kann angenommen werden, daß mit großer Wahrscheinlichkeit die Differenz zwischen der Quelle des Feldes $\vec{A}$ und $b\gamma\sigma_{(0)}$ mit $b\gamma$ der globalen Feldmassendichte $\sigma_{g\mu} = \mu(r)/V$ proportional ist. Es wäre also der Ansatz $\text{div}\vec{A} - b\gamma\sigma_{(0)} = b\gamma\sigma_{g\mu}$ denkbar, der zu $\text{div}\vec{A} = b\gamma(\sigma_{g\mu} + \sigma_{(0)}) = b\gamma(\mu(r) + M_{(0)})/V = b\gamma M(r)/V$ führt. Im kugelsymmetrischen Fall ist $3V = 4\pi r^3$ und $dV = 4\pi r^2 dr$, so daß sich für die Konstante der Wert $b = 4\pi/3$ anbietet; denn dann wird $\text{div}\vec{A} = \gamma M/r^3$, was mit der Substitution $r\varphi = \gamma M(r)$ die einfache Darstellung $\text{div}\vec{A} = \varphi/r^2$ gestattet.

Die Quellenverteilung von $\vec{G}$ ist also $\text{div}\vec{G} = \text{div}\vec{A} + \text{divgrad}\varphi = \text{divgrad}\varphi + \varphi/r^2$, weil $\vec{G} = \vec{A} + \text{grad}\varphi$ zu setzen ist. In $\text{div}\vec{G} = \text{divgrad}\varphi + \varphi/r^2$ kann der Operator divgrad in räum-

liche Polarkoordinaten transformiert werden, wenn η für den Azimut- und ϑ für den Höhenwinkel steht. Bekanntlich gilt für diese Transformation

$$\begin{aligned} \text{divgrad} &= r^{-2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \text{cosec}^2 \vartheta \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \\ &+ (r \sin \vartheta)^{-2} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right), \end{aligned}$$

das heißt, im Fall sphärischer Symmetrie gibt es wegen der Unabhängigkeit von den Winkeln nur Ableitungen nach r , weil

$$\frac{\partial}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \vartheta} = 0 \quad \text{ist. Daher gilt } \partial r = dr, \text{ während } \vartheta = \pi/2, \text{ also}$$

$\text{cosec} \vartheta = \sin \vartheta = 1$, und für den Operator im kugelsymmetrischen Fall

$$\text{divgrad} = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \text{ zu setzen ist. Mithin gilt}$$

$$\text{div} \vec{G} = \frac{d^2 \varphi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr} + \varphi/r^2, \text{ worin } r \text{ durch das Volumen}$$

$3V = 4\pi r^3$ und $dV = 4\pi r^2 dr$ ausgedrückt werden kann. Substitution mit $\varphi = \gamma M(r)/r$ ergibt dann

$$\begin{aligned} \text{div} \vec{G} &= \frac{4}{3} \pi \gamma \left(9V \frac{d^2 M}{dV^2} + 6 \frac{dM}{dV} + M/V \right) = \\ &= \frac{4\pi\gamma}{3V} \left(9V^2 \frac{d^2 M}{dV^2} + 6V \frac{dM}{dV} + M \right). \end{aligned}$$

Für die unbekannte Funktion $M(r)$ ist ein Normverlauf denkbar, der auf einer Niveaufläche F_B (umschließt ein Bezugsvolumen V_B) zu den identischen Dichten

$$\left(V \frac{d^2 M}{dV^2} \right)_B = \left(\frac{dM}{dV} \right)_B = \left(\frac{M}{V} \right)_B \text{ führt, so daß es zweckmäßig er-}$$

scheint, in $\text{div} \vec{G}$ mit dem Faktor $9 + 6 + 1 = 16$ zu normieren und

$$\text{den Dichteoperator } 16V\Delta = 9V^2 \frac{d^2}{dV^2} + 6V \frac{d}{dV} + 1 \text{ einzuführen,}$$

dessen Wirkung $\Delta M = \sigma$ die differentielle Dichte in (*) ergibt. Man

$$\text{erhält also } \text{div} \vec{G} = \frac{64}{3} \pi \gamma \Delta M = 64 \pi \gamma \sigma / 3. \text{ Verglichen mit}$$

$\text{div}\vec{G} = \sigma/\alpha$ aus (*) folgt für den Proportionalitätsfaktor in dieser Beziehung $64\pi\gamma\alpha = 3$.

Mit $\vec{G} = \vec{A} + \text{grad}\varphi$ wird aus $\alpha\text{div}\vec{G} = \sigma$ der Ausdruck $\text{divgrad}\varphi = \sigma/\alpha - \text{div}\vec{A} = \frac{4}{3}\pi\gamma\left(9V\frac{d^2M}{dV^2} + 6\frac{dM}{dV}\right)$, in welchem $M(r) = \mu(r) + M_{(0)}$ ist. Wenn für das Volumen V_0 der Feldquelle $3V_0 = 4\pi r_0^3$ angenommen wird, und wenn nur der Außenbereich $V > V_0$, also $r > r_0$ zur Diskussion steht, dann ist in diesem Außenbereich $dM_{(0)}/dV = 0$, während $d\mu/dV \neq 0$ bleibt. Zwar ist mit Sicherheit $|\mu| \ll M_{(0)}$, doch kann die differentielle Änderung der Feldmasse $d\mu/dV$ in Größenordnungen liegen, die nicht vernachlässigt werden dürfen, zumal der Verlauf $\mu(r)$ völlig unbekannt ist. Mit $dM_{(0)}/dV = 0$ für $r > r_0$ wird $\text{divgrad}\varphi$ daher zu $\text{divgrad}\varphi = \frac{4}{3}\pi\gamma\left(9V\frac{d^2\mu}{dV^2} + 6\frac{d\mu}{dV}\right) \sim \sigma_\mu$, also zur differentiellen Feldmassendichte.

Nach dem gravitationsdynamischen Ansatz (*) bis (*b) existieren drei Konstanten, nämlich α , β und ω , von denen α durch $64\pi\gamma\alpha = 3$ unter den Voraussetzungen von (*) bestimmt wurde. Da nach (*b) der Zusammenhang $\omega^2\alpha\beta = 1$ gilt, muß nur noch ω oder β ermittelt werden.

Ob das Gravitationsfeld dem Prinzip (c) genügt, ist unbekannt, doch verhält sich $\varphi(r)$ hinsichtlich der Feldquelle M additiv. Andererseits gibt es nach (c) wegen des Wirkungsquants weder ein Kontinuum der Wirkungen noch ein energetisches Kontinuum, wobei alle Energien dem Energiematerieäquivalent genügen. Demzufolge kann es auch kein Kontinuum ponderabler Massen geben, was völlig der Empirie einer atomistischen Natur der Materie entspricht. Die ponderable Feldquelle $M > 0$ des Gravitationsfeldes ist also aus $1 \leq L < \infty$ atomaren Elementen $m(r)$ gemäß $M = Lm$ aufgebaut, so daß es unabhängig von der offenen Frage, ob das Gravitationsfeld nach (c) quantisiert ist oder nicht, auf jeden Fall elementare Gravitationsfelder der atomaren Elemente m geben muß, welche durch $r\varphi(r) = \gamma m(r)$ beschreibbar

sind. An die unbekannte Funktion $m(r)$ muß dabei die Forderung gestellt werden, daß stets $\varphi \geq 0$ bleibt, weil φ als Quadrat einer reellen Geschwindigkeit im R_3 dimensioniert ist. Auch muß für $r = 0$ immer $\varphi(0) < \infty$ bleiben; denn andernfalls würden unendliche Selbstenergiepotentiale auftreten.

Für $m(r)$ ist die Ruheenergie $E_r = m(r)c^2$, so daß sich mit $m_0 = m(r_0)$ als geometrische Begrenzung $r_0 \leq r$ des Elements m_0 für die statische gravitative Feldenergie $E_s = E_r - m_0c^2 = (m(r) - m_0)c^2$ ergibt.

Die Beziehungen (*) und (*a) legen nahe, daß ein statisches Gravitationsfeld als der stationäre Zustand des dynamischen Gleichgewichtes sehr schwacher Feldfluktuationen aufzufassen ist. Es sei E_g die integrale Energie dieser Fluktuationen, deren räumliche Dichte $\eta_g = dE_g/dV$ ist. Wird (*) skalar mit $\vec{G}$ bzw. (*a) skalar mit $\vec{\mu}$ multipliziert und beide Produkte voneinander subtrahiert, dann ergibt sich $\vec{G} \text{rot} \vec{\mu} - \vec{\mu} \text{rot} \vec{G} = \alpha \vec{G} \vec{G} - \beta \vec{\mu} \vec{\mu} + \sigma \vec{G} \vec{v} - (\sigma - \sigma_{(0)}) \vec{\mu} \vec{f}$, worin nach einem Operatortheorem $\vec{G} \text{rot} \vec{\mu} - \vec{\mu} \text{rot} \vec{G} = \text{div}(\vec{G} \times \vec{\mu})$ gilt. Für die Leistungsdichte der Feldfluktuationen gilt offensichtlich

$$\dot{\eta}_g = \text{div}(\vec{G} \times \vec{\mu}) + (\sigma - \sigma_{(0)}) \vec{\mu} \vec{f} - \sigma \vec{G} \vec{v}, \quad \text{oder} \quad \dot{\eta}_g = \alpha \vec{G} \vec{G} - \beta \vec{\mu} \vec{\mu}.$$

Nach räumlicher und zeitlicher Integration folgt daraus

$$2E_g = \alpha \int \vec{G}^2 dV - \beta \int \vec{\mu}^2 dV \quad \text{und für dieses Integral muß}$$

$E_g = -E_s$, also $m(r)c^2 + \frac{\alpha}{2} \int \vec{G}^2 dV - \frac{\beta}{2} \int \vec{\mu}^2 dV = m_0c^2$ gesetzt werden, weil E_g mit der statischen negativen potentiellen Feldenergie identisch sein muß. Bei der Beziehung $mc^2 + E_g = m_0c^2$ handelt es sich um das makromare Energieprinzip im Gravitationsfeld unter Berücksichtigung der Einheit von Feld und Feldquelle. Hier wird mit Sicherheit die Approximation wegen

$$\beta \int \vec{\mu}^2 dV \ll \alpha \int \vec{G}^2 dV \quad \text{und} \quad |\vec{A}| \ll |\text{grad} \varphi|$$

zu $m(r)c^2 + \frac{\alpha}{2} \int (\text{grad} \varphi)^2 dV = m_0c^2$ möglich, wobei diese Beziehung (a) nicht ganz exakt erfüllt, weil (c) unberücksichtigt blieb. Unter der Voraussetzung der Kugelsymmetrie $dV = 4\pi r^2 dr$ und $(\text{grad} \varphi)^2 = (d\varphi/dr)^2$ sowie $m_0 = \text{const}$ hinsichtlich $r > r_0$ ergibt

sich nach Differentiation unter Verwendung der neuen Konstanten $32c^2a = 3\gamma$ aus $64\pi\gamma a = 3$ mit $r\phi(r) = \gamma m(r)$ die nichtlineare totale Differentialgleichung

$$a\left(\frac{dm}{dr}\right)^2 + (1 - 2am/r)\frac{dm}{dr} + a(m/r)^2 = 0, \text{ die den makromaren}$$

Verlauf der unbekannten Funktion $m(r)$ approximativ wiedergibt.

Mit der Hilfsfunktion $\eta(r) = m/r$ kann die Differentialgleichung transformiert werden und diese Transformation ermöglicht eine Separation der Variablen und eine Homogenisierung, wenn als neues Argument $\ln r$ verwendet wird. Die Lösung $rqe^{-q} = A$ ist mit

$q = 1 \pm \sqrt{1 - 4am/r}$ zweideutig, doch kommt wegen der Unmöglichkeit unendlicher Selbstenergiepotentiale nur der negative Zweig $rqe^{-q} = A$ mit $q = 1 - \sqrt{1 - \varepsilon\phi}$ in Betracht. Hier wurde $r\phi = \gamma m$ und $8c^2\varepsilon = 3$ zur Kürzung verwendet. $A = \text{const}$ ist die Integrationskonstante, die wegen $\phi \rightarrow \phi_n$ und $(\varepsilon\phi^v) \approx 0$ für alle ganzzahligen $v > 1$ zu $16c^2A = 3\gamma m_0$ bestimmt werden kann. Diese Konstante ist also eine reelle Zahl, doch läßt die linke Seite der Lösung $rqe^{-q} = A$ auch komplexe Werte zu, die aber wegen der Realität von A nicht auftreten dürfen. Aus diesem Grunde muß für den Radikanden $1 - \varepsilon\phi \geq 0$ gefordert werden, wobei die Gleichung für $\phi = \phi_{ext}$ gemäß $\varepsilon\phi_{ext} = 1$ bereits das Extremum setzt.

Werden in $rqe^{-q} = \text{const}$ der Ausdruck e^{-q} und $q = 1 - \sqrt{1 - \varepsilon\phi}$ als Reihen entwickelt, aber die Glieder $v > 1$ approximativ $(\varepsilon\phi)^v \approx 0$ gesetzt, jedoch in qe^{-q} auch $v = 2$ zugelassen, dann entsteht für $m(r)$ aus $rqe^{-q} = \text{const}$ eine quadratische Approximation, die eine Abschätzung der gravitativen Feldmasse

$\underline{\mu}_g = m(r) - m_0$ gestattet. Es handelt sich bei $\underline{\mu}_g$ wegen der vorausgesetzten Kugelsymmetrie um die Feldmasse im Volumen

$$\frac{4}{3}\pi(r^3 - r_0^3), \text{ so daß } \mu_g = \lim_{r \rightarrow \infty} (m - m_0) \text{ die gesamte gravitative}$$

Feldmasse des von m_0 erregten Gravitationsfeldes ist. Es zeigt sich, daß $\mu_g < 0$, aber $|\mu_g| \ll m_0$ ist, das heißt, die zu $\mu_g < 0$ komplementäre Masse ist nicht m_0 , sondern die Feldmasse $\mu_q = -\mu_g$ des orthogonalen Trajektorienfeldes $\vec{\mu}$, welches gemeinsam mit $\vec{G}$ die gravitative R_3 -Struktur nach (*) und (*a) bestimmt.

Ist andererseits $M\sqrt{1-\beta^2} = M_0$ die gegen $\hat{A}_-$ invariante Transversalmasse einer mit $v = c\beta$ stationär bewegten Masse M_0 , dann gilt für die kinetische Energie die bekannte Darstellung $E_k^2 = (M^2 - M_0^2) c^4 = M^2 c^4 \beta^2$ oder $E_k = Mc^2 \beta = Mcv$ in einer gegen $\hat{A}_-$ invarianten Form.

Erfolgt die Bewegung radial und quasistationär, verursacht durch das φ -Feld, dann ist $E_k = M_q$ oder $\varphi = cv$. Bezogen auf das Gravitationszentrum von $\varphi(r)$ erreicht bei r die freifallende Masse M als maximale Geschwindigkeit $v_p^2 = 2\varphi(r)$ (parabolische Geschwindigkeit), die zum absoluten Geschwindigkeitsmaximum v_{max} im Gravitationsfeld wird, wenn für φ die Extremwertbedingung $\varphi_e = 2\varphi$ aus $Imq = 0$ der approximierten Lösung $rqe^{-q} = \text{const}$ eingesetzt wird. Allerdings handelt es sich dann nicht mehr um eine Massenbewegung im R_{-4} , sondern um die Bewegung einer bloßen Trägheitswirkung, so daß die durch (*) bis (*b) bedingte Hilfskonstruktion R_{+4} mit $\hat{A}_+$ anzuwenden ist. Es gilt dann $\varphi_e = 2cv_{max}$, wobei dieser Maximalwert der Geschwindigkeit als höchstmögliche Geschwindigkeit einer Trägheitswirkung durch $\omega = v_{max}$ interpretiert werden kann. In $2\varphi = 2cv$ wird also $2\varphi = \varphi_{ext}$ für $v = \omega$, also $\varphi_{ext} = 2\omega c$, was mit $8c^2\varepsilon = 3$ in das Realitätsextremum $\varepsilon\varphi_{ext} = 1$ der Beziehung $rqe^{-q} = \text{const}$ (Approximation) eingesetzt für ω die einfache Darstellung $3\omega = 4c$ liefert. Unter Verwendung von $64\pi\gamma\alpha = 3$ und $\omega^2\alpha|\beta| = 1$ aus (*b) kann $|\beta|$ zu $c^2|\beta| = 12\pi\gamma$ bestimmt werden, so daß die gravitationsdynamischen Konstanten der Beziehungen (*) bis (*b) gemäß

$$3\omega = 4c, \quad \omega^2\alpha|\beta| = 1 \quad (10)$$

und

$$64\pi\gamma\alpha = 3, \quad c^2|\beta| = 12\pi\gamma \quad (10a)$$

auf die bekannten Naturkonstanten γ und c reduziert werden. Setzt man der allgemeinen Relativitätstheorie entsprechend $\omega = \omega' = c$ und $\varphi \rightarrow \varphi_n$ mit $M = M_{(0)} = \text{const}$, dann wäre der Poissonbeziehung

entsprechend $\text{divgrad}\varphi_n = 4\pi\gamma\sigma_0$, also $4\pi\gamma\alpha' = 1$ und $|\beta'| = 4\pi\gamma/c^2$, also zusammengefaßt

$$4\pi\gamma\alpha' = 1, \quad c^2|\beta'| = 4\pi\gamma, \quad \omega' = c \quad (10b),$$

wobei die Abweichung gegenüber (10) und (10a) möglicherweise auf die Quellenverteilung

$$\alpha \text{div}\vec{G} = \Lambda m(r), \quad 16VA = \left[3V \frac{d}{dV} + 1 \right]^2 \quad (10c),$$

also auf den Ansatz (*) allein zurückgeht. In (10c) bedeutet $[\]^2$, daß der hierdurch eingeklammerte Differentialoperator im zweiten Grad iteriert wird. Die Tatsache $\omega > c$ bildet hier keinen Widerspruch zu $v < c$; denn in $\hat{A}_+$ der Hilfskonstruktion R_{+4} wäre $v > \omega > c$ durchaus möglich, doch wird dies durch den Faktor $\hat{A}_-$ in $\hat{B} = \hat{A}_+\hat{A}_-$ wieder kompensiert und die Schranke $v < c$ für ponderable Massen gesetzt.

Nunmehr muß es darauf ankommen, im exakten Energieprinzip $E_r + E_g = E = \text{const}$ mit $2E_g = \alpha[\vec{G}^2 dV - \beta[\vec{\mu}^2 dV$ und $\vec{G} = \vec{A} + \text{grad}\varphi$ das Prinzip (c) anzuwenden. Zwar wird durch (8) und (8a) eine solche Quantisierung nahegelegt, doch beziehen sich diese Gleichungen auf mikromare Weltstrukturen allgemeiner tensorieller Wechselwirkungspotentiale g_{ik} , wobei die gravitative Struktur durchaus eine nicht quantenhafte Begleitstruktur aller dem Prinzip (c) unterworfenen Wechselwirkungsstrukturen sein kann. Auch ist empirisch über eine Quantenstruktur des Gravitationsfeldes nichts bekannt. Andererseits gibt es aber wegen (c) die Mq als materielle Letzteinheiten, so daß mindestens (wie schon erwähnt) elementare Gravitationsfelder dieser Mq gefordert werden müssen. Da es sich bei diesen Feldern stets um energetische R_3 -Strukturen handelt, die sich vom leeren R_3 unterscheiden, muß eine Wellenlänge λ' für ein elementares Gravitationsfeld als Folge des Quantendualismus existieren, welche von m_0 des Mq bestimmt wird und eine Reichweite $\varsigma < \infty$ des gravitativen Attraktionsfeldes definiert. Auf jeden Fall sind λ' und ς in makromaren kosmischen Größenordnungen zu erwarten; denn nach der phänomenologischen Hierarchie der Wechselwirkungen fällt die Reichweite

ab, wenn die Stärke der Wechselwirkung steigt. In dieser phänomenologischen Hierarchie erscheint aber die gravitative Wechselwirkung als die schwächste Wechselwirkung überhaupt. Offensichtlich gilt für das Volumen des Wirkungsbereiches eines attraktiven Gravitationsfeldes $(\lambda')^3 \pi / 6$, aber auch $\frac{4}{3} \pi \zeta^3$, was im Vergleich $\lambda' = 2\zeta$ nahelegt. Sollten (was sehr wahrscheinlich ist) Gravitonen als Gravitationsfeldquanten existieren, dann müßten diese Gravitonen wegen ihrer Darstellbarkeit durch tensorielle Zustandsfunktionen Bosonen sein, und λ' kann nur von der mittleren Masse m_0 atomistischer Einheiten abhängen, von denen $L < \infty$ die mit M_0 bezeichnete makromare Feldquelle gemäß $M_0 = Lm_0$ zusammensetzen. Die makromare Quelle M_0 und der Verlauf $M(r)$ bestimmen also nur die Intensität des Feldes, während $\lambda' = 2\zeta < \infty$ allein von der mittleren Masse m_0 atomarer Einheiten der Mikrostruktur abhängt und einen gravitativen Wirkungsbereich vom räumlichen Radius ϱ definiert. Es gelte für die makromare gravitative Raumstruktur $r\varphi = \gamma M(r)$ mit $M(r_0) = M_0$ und $r_0 \leq r \leq \zeta < \infty$, so daß die Mikrostruktur m_0 von M_0 für M_0 eine Raumfläche $F = 4\pi\zeta^2$ festlegt, auf welcher $\varphi(\zeta) = 0$ wird. Wegen der außerordentlichen Schwäche des Gravitationsfeldes $|\mu_g| \ll m_0$ ist in sehr guter Näherung $m_0 \approx m(r)$ und auch $M_0 \approx M(r)$, während $m(\zeta) \neq 0$ völlig evident sind. Mit $r\varphi_n = \gamma M_0$ nach (d_2) wird $\varphi_1(\varrho) = 0$ durch $\varphi_1 = \varphi_n(r) - \varphi_n(\zeta)$ erreicht, wenn $r = \zeta$ gesetzt wird. Nun ist φ das Quadrat einer reellen Geschwindigkeit im R_3 , so daß für alle r stets $\varphi \geq 0$ bleiben muß.

Dies wird zwar von φ_n erfüllt, nicht aber von φ_1 im Bereich $r < \zeta$. Die durch ζ nach (c) durchgeführte Korrektur zu φ_1 ist daher unvollständig, doch gibt es eine spekulative, aber immerhin heuristisch brauchbare Möglichkeit $\varphi_{(n)} = \varphi_1 + \varphi_2$ mit $\varphi_2 = f\varphi_n - \varphi_n(\zeta)$, worin f das Verhältnis der Niveaufläche $4\pi r^2$ zur Begrenzungsfläche F des attraktiven Gravitationsfeldes, also $f = (r/\zeta)^2$ sein soll. Einsetzen liefert für die zweite Korrektur

$r\varphi_{(n)} = \gamma M_0((1 - 2r/\zeta) + (r/\varrho)^2) = \gamma M_0(1 - r/\varrho)^2$, die bereits neben $\varphi_{(n)}(\zeta) = 0$ die Forderung $\varphi_{(n)} \geq 0$ für alle r im R_3 erfüllt. Schließlich ist noch M_0 durch $M(r)$ zu ersetzen, was die durch (c) in der Form

$\lambda' = 2\zeta < \infty$ bedingte Korrektur von φ in der Form

$r\varphi(r) = \gamma M(r)(1 - r/\varrho)^2$ mit $M = Lm$ und $1 \leq L < \infty$ liefert, wo-

bei in der M_0 -Struktur der Mittelwert atomarer Massen

$m_0 = \text{const}$ und somit auch $\lambda' = \text{const}$ stets erreichbar ist.

Im Energieprinzip (a) der gravitativen Raumstruktur $M(r)c^2 + \frac{\alpha}{2} \int \vec{G}^2 dV - \frac{\beta}{2} \int \vec{\mu}^2 dV = M_0 c^2 = E = \text{const}$ erscheint es sinnvoll, die bekannten Größen zu separieren. Mit $\vec{G} = \vec{A} + \text{grad}\varphi$ wird $\vec{G}^2 = \vec{A}^2 + 2\vec{A}\text{grad}\varphi + (\text{grad}\varphi)^2$, so daß im Gegensatz zur früheren Schreibweise zweckmäßig der unbekannte Term

$E_q = \frac{\alpha}{2} \int \vec{A}(\vec{A} + 2\text{grad}\varphi) dV - \frac{\beta}{2} \int \vec{\mu}^2 dV$ eingeführt wird, weil der Verlauf von $\vec{\mu}$ ebenso unbekannt ist wie derjenige von $\vec{A}$ und $\angle(\vec{A}, \text{grad}\varphi)$, wogegen für die bekannten Anteile $E_r = M(r)c^2$ und $E_g = \frac{\alpha}{2} \int (\text{grad}\varphi)^2 dV$ geschrieben werden soll. In dem so formulierten Energieprinzip $E_r + E_g + E_q = E$ ist neben $E_r = Mc^2$ der korrigierte Verlauf $\varphi(r)$ in $E_g = \frac{\alpha}{2} \int (\text{grad}\varphi)^2 dV$ zu verwenden.

Wegen $\mu_g < 0$ ist $\frac{dM}{dr} < 0$ und für die Dichte $\eta_q = dE_q/dV > 0$

des durch $\mu_q = -\mu_g$ bedingten energetischen Anteiles E_q könnte angenommen werden, daß η_q der Änderung von M mit r , bezogen auf die Begrenzungsfläche F , proportional ist, so daß

$F\eta_q \sim -\frac{dM}{dr}$ gemäß $\lim_{F \rightarrow \infty} \eta_q = 0$, aber auch wegen

$FE_q \sim -\int \frac{dM}{dr} dV$ der Limes $\lim_{F \rightarrow \infty} E_q = 0$, also $\lim_{\zeta \rightarrow \infty} E = E'$ gilt.

Nach dem Energiematerieäquivalent im R_4 und in der Hilfskonstruktion R_{-4} kann der Proportionalitätsfaktor von η_q nur c^2 sein, so daß

$E_q = -\frac{c^2}{F} \int \frac{dM}{dr} dV$ in E einzusetzen ist, was

$Mc^2 + \frac{\alpha}{2} \int (\text{grad}\varphi)^2 dV - \frac{c^2}{F} \int \frac{dM}{dr} dV = E = \text{const}$ ergibt. Unter

Voraussetzung der sphärischen Symmetrie kann $(\text{grad}\varphi)^2 = (\frac{d\varphi}{dr})^2$

und $dV = 4\pi r^2 dr$ gesetzt werden, was nach Differentiation die totale Differentialgleichung nichtlinearer Art, nämlich

$$c^2 \frac{dM}{dr} + 2\pi \alpha r^2 \left(\frac{d\varphi}{dr} \right)^2 - c^2 (r/\varsigma)^2 \frac{dM}{dr} = 0 \quad \text{wegen } F = 4\pi \varsigma^2 \text{ liefert.}$$

In dieser Beziehung ist mit dem durch $\varsigma < \infty$ korrigierten Verlauf $r\varphi = \gamma M(r)(1 - r/\varsigma)^2$ zu substituieren, so daß sich für φ mit der Kürzung $rH = \frac{1+x}{1-x}$ als Hilfsfunktion und $x = r/\varsigma$ nach einigen Umrechnungen die nichtlineare Fassung

$$\left(\frac{d\varphi}{dr} \right)^2 + \frac{32}{3} c^2 H \left(\frac{d\varphi}{dr} + H\varphi \right) = 0 \quad \text{ergibt. Diese Differentialgleichung impliziert in } \varphi(r) \text{ den unbekannten Verlauf } M(r) \text{ und kann durch die Wahl geeigneter Substitutionen einer Separation der Variablen sowie einer Homogenisierung unterworfen werden. Die homogenisierte Form ist dann integrierbar. Zu dieser Integration wird}$$

$$\left(\frac{d\varphi}{dr} \right)^2 + \frac{32}{3} c^2 H \left(\frac{d\varphi}{dr} + H\varphi \right) = 0 \quad \text{mit } (r\varepsilon)^2 \text{ multipliziert, worin}$$

$$8c^2\varepsilon = 3 \text{ ist, und es werden die Substitutionen } \eta = \varepsilon\varphi, \text{ sowie}$$

$$x = r/\varrho \text{ und } S = rH = \frac{1+x}{1-x} \text{ eingeführt. Dies liefert}$$

$$r^2 \left(\frac{d\eta}{dr} \right)^2 + 4S \left(\frac{rd\eta}{dr} + S\eta \right) = 0, \text{ worin mit dem neuen Argument}$$

$$\ln r \text{ und } \eta' = d\eta/(d\ln r) \text{ wegen } rd\eta/dr = \eta' \text{ gemäß}$$

$\eta'^2 + 4S\eta' = -4S^2\eta$ homogenisiert werden kann. Diese quadratische Gleichung hat also die Lösungen $\eta' = -2S(1 \pm \sqrt{1 - \eta})$, worin die Substitution $Q = 1 \pm \sqrt{1 - \eta}$ oder $\eta = 1 - (Q - 1)^2$ zweckmäßig ist, denn es gilt dann $d\eta = -2(Q - 1)dQ$, was $(Q - 1)dQ/Q = -d\ln(Qe^{-Q})$ oder eingesetzt $d\ln(Qe^{-Q}) = -Sd\ln r = -Sdx/x$ liefert. Mit $(1 - x)S = 1 + x$ wird daraus

$$-Sdx/x = -\frac{1+x}{1-x} dx/x = d\ln(1 - x) + \frac{dx}{x^2 - x}. \text{ Verwendung der}$$

Substitutionen $u = 2x - 1$ und $w = ARTGu$ liefert

$$\frac{dx}{x^2 - x} = -\frac{2du}{1 - u^2} = -2dw = -2dARTGu = -d\ln \frac{1+u}{1-u} =$$

$$= d\ln((1 - x)(x)), \text{ was in } d\ln(Qe^{-Q}) = d\ln(1 - x) + \frac{dx}{x^2 - x} \text{ einge-}$$

setzt die integrierbare Fassung

$d\ln(Qe^{-Q}) = d\ln(1-x) + d\ln((1-x)/x) = d\ln((1-x)^2/x)$ liefert. Ist $A = \text{const}$ die Integrationskonstante, dann folgt mit $x = r/\varrho$ und $\varrho = \text{const}$ die Lösung $rQe^{-Q} = A(1-r/\varrho)^2$, wo mit $\eta = \varepsilon\varphi$ und $Q = 1 \pm \sqrt{1 - \varepsilon\varphi}$ deutlich wird, daß wegen der Unmöglichkeit unendlicher Selbstenergiepotentiale nur der negative Zweig $Q = q = 1 - \sqrt{1 - \varepsilon\varphi}$ in Betracht kommt.

Als Lösung ergibt sich $rqe^{-q} = A(1-r/\varsigma)^2$, worin wieder $q = 1 - \sqrt{1 - \varepsilon\varphi}$ und $8c^2\varepsilon = 3$ ist. Eine Reihenentwicklung und $(\varepsilon\varphi)^\nu \approx 0$ für $\nu > 1$, sowie die Notwendigkeit des Anschlusses an die Empirie (**d**₂) in der Form $\varphi \rightarrow \varphi_n$ und $r \ll \varsigma$ liefert dann für die Integrationskonstante $A = \gamma M_0 \varepsilon / 2$, so daß die Lösung unter Berücksichtigung der atomistischen Mikrostruktur $M = Lm$ in der Fassung

$$rqe^{-q} = A(1-r/\varsigma)^2, \quad 16c^2A = 3\gamma M_0, \quad M = Lm, \quad 1 \leq L < \infty \quad (11)$$

mit

$$q = 1 - \sqrt{1 - \varepsilon\varphi}, \quad 8c^2\varepsilon = 3 \quad (11a)$$

und

$$r\varphi(r) = \gamma Lm(r)(1-r/\varsigma)^2 \quad (11b)$$

angegeben werden kann.

Für den Feldvektor $\vec{G}_g = \text{grad}\varphi$ des statischen und kugelsymmetrischen φ -Feldes gilt im Betrag $|\vec{G}_g| = \frac{d\varphi}{dr}$, und eine Differentiation von (11) liefert für diesen Betrag der Fallbeschleunigung

$$r^2 G_g = -\gamma M_0 (1 - (r/\varsigma)^2) e^q (1+q)^{-1}. \quad (11c)$$

Aus diesen Beziehungen wird die Bedeutung von ς unmittelbar transparent; denn (11) und (11b) sowie (11c) zeigen, daß $\varphi > 0$ und $G_g < 0$ für $r < \varsigma$ ein attraktives Feld kennzeichnen, welches bei $r = \varsigma$ gemäß $\varphi = 0$ und $G_g = 0$ begrenzt wird. Im Bereich $r > \varsigma$ dagegen steigt $\varphi > 0$ wieder schwach an, doch erscheint wegen eines Vorzeichensprunges $G_g > 0$ hier als ein schwaches Abstoßungsfeld, welches aber nur bis zu einer endlichen Grenzdistanz de-

finiert sein kann, welche durch die Realitätsschranke von (11) gegeben sein muß. Zur quantitativen Untersuchung ist die explizite Bestimmung von ς entscheidend. Zu einer solchen Bestimmung von ς muß berücksichtigt werden, daß ς unmittelbar durch λ' gegeben sein muß und eine singuläre Fläche $F = 4\pi\varsigma^2$ hinsichtlich φ und G_g im R_3 setzt. In (11) und in (11b) wird $L = 1$ gesetzt, also nur eine atomare Einheit von M_0 betrachtet. Als gravitative Feldmasse μ_g in $r_0 \leq r \leq \varsigma$ gilt dann $\mu_g = \lim_{r \rightarrow \varsigma} (m - m_0) = m(\varsigma) - m_0$, für welche im

R_{+4} wegen der Invarianz gegen $\hat{A}_+$ ebenfalls ein Äquivalent $\varepsilon_g = -\mu_g \omega^2$ gilt. Unter der Voraussetzung der Existenz von Gravitonen im R_{+4} müßte dann auch $\varepsilon_g = h\nu_w$ mit $\lambda' \nu_w = \omega$ gelten, was mit $\lambda' = 2\varsigma$ die Beziehung $2\varsigma\mu_g\omega = -h$ ergibt, so daß die explizite Bestimmung von $\mu_g = m(\varsigma) - m_0$ die Darstellung von ς ermöglicht. Es wird wieder (11) so approximiert, daß Reihenentwicklungen von (11a) und e^{-q} gemäß $(\varepsilon\varphi)^\nu \approx 0$ für die Glieder $\nu > 1$ approximativ abgebrochen werden können, während in qe^{-q} noch ein quadratisches Glied zugelassen wird. Dies liefert

$$(1 - r/\varsigma)^2 \sim r q e^{-q} \approx \frac{r \varepsilon \varphi}{2} (1 - \varepsilon \varphi / 2) \quad \text{oder} \quad m(1 - \varepsilon \varphi / 2) = \text{const}$$

nach (11b). Wegen dieser Konstanz gilt auch

$$m(1 - \varepsilon \varphi / 2) = m_0(1 - \varphi(r_0)\varepsilon/2) \quad \text{oder} \quad m(r) - m_0 = \frac{\varepsilon}{2} (\varphi(r) - \varphi(r_0)), \text{ was unter Berücksichtigung von } \varphi(\varsigma) = 0 \text{ die Feldmasse } \mu_g = m(\varsigma) - m_0 = -\frac{\varepsilon}{2} m_0 \varphi(r_0) < 0, \text{ also}$$

$$16c^2 r_0 \mu_g = -3\gamma m_0^2 (1 - r_0/\varrho)^2 \text{ liefert. Der Bereich } 2r_0 \text{ im } R_{-4} \text{ bzw. } R_4 \text{ wird zweckmäßig mit der Compton-Wellenlänge } \lambda \text{ der gesamten Energie } m_0 c^2, \text{ also } \lambda m_0 c = h \text{ gemäß } \lambda = 2r_0 \text{ identifiziert. Substitution mit } 2r_0 \cdot m_0 c = h \text{ und } \mu_g \text{ in } 2\mu_g \omega = -h \text{ ergibt dann } \varsigma(1 - h(2m_0 c \varsigma)^{-1})^2 = \frac{h^2}{\gamma m_0^3}, \text{ worin jedoch}$$

stets $2m_0 c \varsigma > h$ bleiben muß. Diese Darstellung für ς gilt außerdem nur im Gültigkeitsbereich der Approximation von (11), also für hinreichend schwache φ -Felder. Offensichtlich kann diese Näherung nicht im Innern sehr dichter Sterne oder im Extremfall der Neu-

tronensterne angewendet werden. Diese Einschränkung soll durch den Faktor Y_1 in der Fassung

$$Y_1 \varsigma (1 - h(2 Y_1 m_0 c \varsigma)^{-1})^2 = \frac{h^2}{\gamma m_0^3}, \quad 2 Y_1 m_0 c \varsigma > h \quad (12)$$

der **Gravitationsgrenze** ς berücksichtigt werden. Mit $2 Y_1 m_0 c \varsigma \gg h$ kann (12) abermals approximiert werden und liefert dann

$$\gamma m_0^3 Y_1 \varsigma = h^2, \quad 2 Y_1 m_0 c \varsigma \gg h. \quad (12a)$$

Auf jeden Fall gilt für hinreichend schwache φ -Felder $Y_1 = 1$, so daß im folgenden mit $\gamma m_0^3 \varsigma = h^2$ weiter gearbeitet werden soll. Wesentlich für die Bestimmung des numerischen ς -Wertes ist die Annahme hinsichtlich der mittleren Massen m_0 der atomistischen mikromaren Einheiten von M_0 der makromaren Feldquelle, die einer Annahme hinsichtlich der Nuklearkräfte atomarer Nuklide entspricht. Wenn die Natur so geartet ist, daß die atomistischen Einheiten Nukleonen der Masse m_N sind, dann muß in (12a) für $m_0 = m_N$ gesetzt werden, was numerisch $Y_1 \varsigma \approx 46 \text{ Mpc}$ liefert. Träfe dieser Fall zu, dann müßte $Y_1 > 1$ angenommen werden, wenn die astronomische Beobachtung zutrifft, wonach es zwar Spiralnebelnester, aber keine Systeme höherer Ordnung gibt. Da in großen Abständen auf jeden Fall die Approximationsbedingung für (12a) erfüllt wird, sofern die φ -Quelle keine relativistisch entartete Materie ist, bleibt $Y_1 = 1$. Trifft die Beobachtung der Nichtexistenz gravitierender Systeme höherer Ordnung zu, dann wäre wegen $Y_1 = 1$ der Schluß denkbar, daß die Nukleonenkräfte so hinsichtlich des φ -Feldes beschaffen sind, daß für m_0 die mittlere Nuklidmasse (also das mittlere Atomgewicht A_i) der Materie M_0 in (12a), also $m_0 = A_i m_N$ einzusetzen ist, was

$$A_i^3 \varsigma \approx 46 \text{ Mpc} \quad (12b)$$

zur Abschätzung der mittleren ς -Werte von Spiralnebeln liefert. Unter Voraussetzung der empirischen Russell-Zusammensetzung intragalaktischer Materie, nämlich 70 % H , 29 % He und 1 % schwere Elemente, liegt das mittlere Atomgewicht zwischen 1,9 und 2,4, weil Fe das kosmologisch häufigste schwere Element ist, so daß ς für die Spiralnebel im allgemeinen nach (12b) zwischen 10^7 und $2 \cdot 10^7$ Lichtjah-

ren liegen dürfte. Dieser Befund kann eine Nichtexistenz von Systemen höherer Ordnung verständlich machen; denn liegt die Distanz der Komponenten eines Spiralnebelhaufens unterhalb dieser Schranke, dann müssen diese Komponenten wegen $r < \varsigma$ und $G_g < 0$ in einem attraktiven physikalischen Zusammenhang stehen und optisch das Bild der Ordnung solcher attraktiver Systeme vergegenwärtigen, während sich in Distanzen $r > \varsigma$ wegen $G_g > 0$ die Materie völlig chaotisch im R_3 verteilt.

Es werde nunmehr der Bereich $r > \varsigma$ betrachtet. Da sich aus (11) nach einer Differentiation $(1 + q)G_g r^2 = -\gamma M_0(1 - (r/\varsigma)^2)e^q$ für den Betrag der Fallbeschleunigung ergibt, würde jedes Massensystem abgestoßen, was zu einer allgemeinen Fluchtbewegung der Geschwindigkeit v führen muß. Ein Beobachter in einem solchen Massensystem (Spiralnebelnest) erhält den Eindruck, daß alle anderen Massensysteme eine radiale Fluchtbewegung ausführen, deren Geschwindigkeit mit der Distanz anwächst und sich als Dopplereffekt gemäß $\frac{\delta\lambda}{\lambda} = v/c > 0$ der Wellenlängen λ aller Photonen $E = h\nu = hc/\lambda$ im Sinne einer dispersionsfreien Rotverschiebung äußert, die von den radial mit v fliehenden Massensystemen optisch emittiert werden. G_g wächst dabei von $G_g = 0$ bis auf einen Maximalwert an, der dann erreicht wird, wenn φ_{ext} die Realitätsschranke aus (11) erreicht. Man könnte versucht sein, die beobachtete dispersionsfreie kosmologische Rotverschiebung in dieser Form durch einen Dopplereffekt zu interpretieren und die empirische Hubble-Beziehung $cz = Hs$ mit $\lambda z = \delta\lambda$ und der Hubblekonstanten $H = \text{const}$ durch diesen Dopplereffekt $z = v/c$ auszudrücken. Eine solche Interpretation würde die allgemeine kosmologische Hypothese des sogenannten «Urknalls» nahelegen, die anscheinend auch durch die beobachtete 3°K-Hintergrundstrahlung bestätigt wird. Indes kann diese nahezu isotrope 3°K-Strahlung wesentlich plausibler und vollkommen anders erklärt werden. Auch kann im Rahmen einer verfeinerten Beobachtungstechnik eine ganze Reihe deutlicher Anomalien dieser kosmologischen Rotverschiebung aufgezeigt werden, die eine Interpretation $z = v/c$ in Frage stellen. Die Konsequenz hieraus muß der Schluß sein, daß

$G_g > 0$ in $r > \varsigma$ nicht ponderomotorisch erscheint, sondern nur latenter Natur ist. Nach diesem Konzept würde also in $r > \varsigma$ eine relativ zur Quelle von G_g ruhende oder in Richtung $G_g > 0$ bewegte Masse keinerlei ponderomotorischen Einfluß erfahren, doch würde diese Masse in ihrer Bewegung verzögert, wenn sie sich entgegen $G_g > 0$ aus $r > \varsigma$ dieser Feldquelle nähert. Es seien zwei Spiralnebelsysteme S_1 und S_2 mit ς_1 und ς_2 gegeben, deren Gesamtdistanz $s \gg \varrho_1$ und $s \gg \varrho_2$, bzw. $s \gg \varsigma_1 + \varsigma_2$ ist, so daß für den Abstand ihrer Schwerpunkte $s + \varrho_1 + \varrho_2 \approx s$ gesetzt werden kann.

Wird ein Photon $E = mc^2$ der imponderablen Feldmasse m in S_2 emittiert, dann würde diese photonische Trägheitswirkung m auf dem Wege nach S_1 in $r > \varsigma_2$ ständig durch $G_1 > 0$ beeinflußt, nicht aber durch $G_2 > 0$ des emittierenden Systems. Gleiches gilt dann auch für ein gegenläufiges Photon, welches von S_1 emittiert wird. Auf diese Weise erfährt $E = mc^2 = h\nu = ch/\lambda$ eine Energieminderung um δE auf $E - \delta E$, was wegen $E = ch/\lambda$ nur einer Erhöhung der Wellenlänge um $\delta\lambda$ auf $\lambda + \delta\lambda$, also einer Rotverschiebung, entsprechen kann. Tatsächlich ist aber nicht nur $G_1 > 0$ oder umgekehrt $G_2 > 0$ allein wirksam, sondern die gesamte Masse vor dem laufenden Photon, die als $G_g > 0$ im R_3 relevant ist.

Eine Analyse dieses Denkansatzes zum Verständnis der kosmologischen Rotverschiebung würde an dieser Stelle von der eigentlichen Thematik zu weit abweichen. Aufgrund der auf (11) zurückgehenden gravitativen R_3 -Struktur

$$\begin{aligned} \varphi(r < \varrho) &> 0, & G(r < \varrho) &< 0, & \varphi(\varrho) &= 0, & G(\varrho) &= 0, \\ \varphi(r > \varrho) &> 0, & G(r > \varrho) &> 0 \end{aligned} \quad (13)$$

wird im Kosmologiekapitel V des Bd. II dieser Schrift der Ansatz explizit untersucht und die Begriffe der Hubbleschen Rotverschiebung extragalaktischer Spiralnebelspektren sowie des Hubbleradius von einem übergeordneten Niveau her analysiert.

Insgesamt ist offenbar der Beziehung (11) eine gewisse Aussagefähigkeit nicht abzuspochen, doch ist (11) noch keineswegs eine strukturelle Beziehung, sondern lediglich eine phänomenologische

Erweiterung von (d_2) durch (d_1) und (c) , welche die gravitativ bedingte Raumstruktur phänomenologisch beschreibt. Das Prinzip (c) findet seinen Ausdruck in $\varsigma < \infty$ wegen $h > 0$ und der Atomistik $m_0 > 0$. Eine Vernachlässigung von (c) hätte $h = 0$ und $m_0 = 0$ und damit $\varsigma \rightarrow \infty$ zur Folge, weil in $(12a)$ der Nenner in dritter, aber der Zähler in zweiter Potenz zu 0 wird. In der zu (11) führenden Differentialgleichung in der Fassung

$$\varepsilon \left(\frac{d\varphi}{dr} \right)^2 + 4H \left(\frac{d\varphi}{dr} + H\varphi \right) = 0 \text{ mit } rH = \frac{1+x}{1-x} \text{ und } x = r/\varsigma \text{ be-}$$

deutet also die Vernachlässigung von (c) den Limes $\lim_{\varsigma \rightarrow \infty} H = 1/r$,

$$\text{also } \varepsilon \left(\frac{d\varphi}{dr} \right)^2 + \frac{4}{r} \left(\frac{d\varphi}{dr} + \varphi/r \right) = 0. \text{ Eine Vernachlässigung von } (d_1)$$

würde nicht nur $M(r) = M_0$ für alle r , sondern auch $c \rightarrow \infty$ und $\omega \rightarrow \infty$ nach (10) bedeuten. Dies hat eine Dekomposition des R_4 in den R_3 und $t \sim x_4$ sowie den Übergang der Gruppe

$$\hat{B} \text{ in die Galileigruppe des } R_3 \text{ und } \lim_{c \rightarrow \infty} \varepsilon = 0, \text{ also } \frac{d\varphi}{dr} + \varphi/r = 0$$

zur Folge. Für diese Differentialgleichung gilt aber stets $r\varphi = \text{const}$, was das Kennzeichen für $\varphi = \varphi_n$ nach (d_2) in der Form $r\varphi_n = \gamma M_0$ ist. Diese Form (d_2) erscheint somit historisch bedingt, während (11) eine Erweiterung der Empirie (d_2) durch die empirischen Befunde (d_1) und (c) zu sein scheint.

Nunmehr kann der Versuch unternommen werden, die Extrema der gravitativen Raumstruktur (11) zu untersuchen. Da A und $(1 - r/\varsigma)^2$ als Quadratzahl reell sind, wird hierdurch auch die Realität $\text{Im}(qe^{-q}) = 0$ der linken Seite von (11) erzwungen, was $1 - \varepsilon\varphi \geq 0$ fordert. Ist $r = R > \varsigma$ die Lage dieser Realitätsgrenze der Beziehung (11) , dann gilt $\varphi(R) = \varphi_{ext} = 1/\varepsilon$, also $1 - \varepsilon\varphi(R) = 0$ oder $\varepsilon\gamma M(R) = R(1 - R/\varsigma)^{-2}$ nach $(11b)$. Andererseits ist $q(R) = 1$ und daher $R(1 - R/\varsigma)^{-2} = eA$ nach (11) , was im Vergleich $\varepsilon\gamma M(R) = eA$ liefert. Mit der Näherung $2A = \varepsilon\gamma M_0$ wird daraus $M(R) = M_0 \cdot \frac{e}{2}$, was für die Realitätsschranke mit $x = R/\varsigma$ die quadratische Bestimmungsgleichung

$(1-x)^2 = \frac{4\omega c\varsigma}{e\gamma M_0}x$ liefert. Mit der Kürzung $\alpha e\gamma M_0 = 2\omega c\varsigma$ ergeben sich die beiden Lösungen

$$R_{\pm} = \varsigma(1 + \alpha)(1 \pm \sqrt{1 - (1 + \alpha)^{-2}}), \quad \alpha e\gamma M_0 = 2\omega c\varsigma, \quad (14)$$

doch ist hier stets $\alpha \gg 1$, also $R_{\pm} = \varsigma \alpha (1 \pm \sqrt{1 - 1/\alpha^2})$ in sehr guter Näherung erfüllt. Wenn schließlich noch $(1/\alpha^2)^{\nu} \approx 0$ für alle $\nu > 1$ gesetzt werden kann, was ebenfalls stets approximativ erfüllt ist, dann wird (14) zu der sehr vereinfachten Approximation

$$R_+ = 2\alpha\varsigma, \quad 2\alpha R_- = \varsigma, \quad R_+ R_- = \varsigma^2, \quad (14a)$$

aus welcher $R_+ < \infty$ hervorgeht. Mit α ergibt sich dann für die andere Realitätsschranke ein offenbar submikromarer Wert

$$4\omega c R_- = e\gamma M_0 \quad (14b)$$

in sehr guter Näherung, der weitgehend dem Schwarzschild-Radius aus der Allgemeinen Relativitätstheorie entspricht; denn zur Abschätzung ergibt sich numerisch $R_- \approx 3,78 \cdot 10^{-28} M_0$. Es könnte sein, daß dieser Schwarzschild-Radius durch die untere Realitätsschranke von (11) interpretiert werden muß. Es handelt sich bei R_- um den Radius eines Minimalvolumens im R_3 , welches M_0 beinhalten könnte, doch ist nicht notwendig R_- eine Größe mit realer physikalischer Bedeutung, weil selbst eine noch so geringfügige Unterschreitung von R_- bedeuten würde, daß $Im(qe^{-q}) = 0$ verletzt wird. Für die durch M_0 bedingte phänomenologische gravitative Raumstruktur gilt also das Intervall

$$R_- < r \leq \varsigma, \quad (G_g \leq 0), \quad \varsigma < r \leq R_+ < \infty, \quad (G > 0) \quad (14c)$$

denn aus $R_+ = 2\alpha\varsigma$ wird $R_+ < \infty$ unmittelbar evident. In (11) bis (11b) kennzeichnet (12) den geometrischen Ort aller Wendepunkte von (11c), während (14) die Realitätsschranken von (11) in Approximationen (14a) und (14b) wiedergibt, so daß durch diese Beziehungen die Extrema der durch (11) beschriebenen gravitativen Raumstruktur gegeben sind.

Es werde im folgenden angenommen, daß im ganzen R_3 nur ein Massensystem $M_0 = Lm_0$ existiere und daß $L = 1$ auf nur ein atomares Element reduziert wird. Nunmehr kann auch $A_i = 1$ gesetzt und nur ein einzelnes Mq der Masse m_M im R_3 zugelassen werden. Die Gesamtmasse dieses Mq (welche für die Compton-Wellenlänge λ relevant ist), wäre dann $m_M(R)$, was nach (11b) wegen $M(R) = M_0 e / 2$ für R_- den Wert

$$R_- = \varsigma_M (1 + \alpha_M) (1 - \sqrt{1 - (1 + \alpha_M)^{-2}})$$

ergibt, der aber nach (11b) die Realitätsschranke $1 - \varepsilon\varphi(R_-) = 0$ gemäß $\varsigma m_M(R_-)(1 - R_- / \varsigma_M)^2 = 2\omega c R_-$ ebenfalls erfüllt. Mit

$$\lambda m_M(R_-)c = h \text{ wird daraus } \lambda R_- = \frac{\gamma h}{2\omega c^2} (1 - R_- / \varsigma_M)^2, \text{ worin}$$

nach (14) auf jeden Fall die Leerraumbedingung $\lambda \rightarrow \infty$ die Limesrelationen $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} m_M(R_-) = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} 1/\varsigma_M = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} R_- = 0$ bedingt, wäh-

rend λR_- im Fall dieser Leerraumbedingung uneigentlich wird. Da auch $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} (R_- / \varsigma_M) = 0$ ist, kann der Limes dieses uneigentlichen

Produktes in den leeren R_3 ebenfalls durchgeführt werden, was gemäß

$$\tau = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} (\lambda R_-) = \frac{\gamma h}{2\omega c^2} = \text{const} > 0 \text{ eine positive reelle Naturkon-}$$

stante mit der Dimensionierung einer Fläche liefert, die allein von den (d_2) sowie (d_1) und (c) bestimmenden Naturkonstanten abhängt. Numerisch ergibt sich ein Betrag von ca. $6,15 \cdot 10^{-70}$ Quadratmetern. Diese, im folgenden als «Metron» zu bezeichnende Naturkonstante

$$\tau \omega c^2 = \pi \gamma \hbar \quad (15)$$

ist offensichtlich eine Konstante des R_3 , unabhängig davon, ob dieser Raum leer ist oder nicht. Da in (2) der Limes nicht zu einem infinitesimalen R_4 -Element durchgeführt werden kann, muß (15) auch auf den R_4 -Unterraum, aber auch auf den R_6 ausgedehnt werden, weil sich derartige Differenzen wegen (8a) auch für R_6 -Volumina ergeben. Das **Welttensorium** R_6 scheint daher so beschaffen zu sein, daß wie auch immer geartete R_2 -Unterräume F ganzzahlige Vielfache $N > 0$ (reell oder imaginär) dieser Konstante τ gemäß

$$F(x_1 \dots x_6) = N\tau, \quad N > 0 \quad (15a)$$

sind. Dies setzt jedoch stets eine geodätische Begrenzung der τ voraus, aber auch eine Einschränkung der zugelassenen Koordinatentransformationen als Folge der durch $\tau = \text{const}$ bedingten Flächenisometrie hinsichtlich τ und die Tatsache, daß sich N aus (15a) im Betrag nur um ± 1 ändern kann.

Die Annahme der geodätischen Begrenzung von τ wird durch die Forderung einer metrischen Gleichberechtigung aller τ gestützt. Ganz allgemein sei in einem beliebig dimensionierten R_m (von reellen und imaginären Koordinaten aufgespannt) ein Unterraum R_p mit $p \leq m$ gegeben, dessen Volumina V_p gemäß $V_p = N\tau$ aus N (ganzzahlig) p -dimensionalen, metrisch gleichberechtigten, τ -Zellen strukturiert sind. Für die kleinstmöglichen Koordinatendifferenzen im R_p gilt dann $\delta x^i = \alpha^i \sqrt[p]{\tau}$, wenn die $\alpha^i = \text{const}$ den reellen oder imaginären Charakter der x^i angeben. Ist weiter w_p die durch die metrische Determinante des Fundamentaltensors definierte Funktionaldeterminante,

dann gilt für beliebige R_p -Volumina $V_p = \int_{x^1} \dots \int_{x^p} w_p \prod_{i=1}^p dx^i$, was

mit $V_p = N\tau$ verglichen $\tau = \frac{1}{N} \int_{x^1} \dots \int_{x^p} w_p \prod_{i=1}^p dx^i = w_p \prod_{i=1}^p \delta x^i$

liefert. Wenn die x^i die τ begrenzen, also $\delta x^i = \alpha^i \sqrt[p]{\tau}$ gilt, dann

wird mit $\prod_{i=1}^p \alpha^i = |\alpha^i \delta_{ik}|_p = \underline{\alpha} = \text{const} \neq 0$ auch $\prod_{i=1}^p \delta x^i = \tau \underline{\alpha}$,

was eingesetzt $w_p \underline{\alpha} = 1$ oder $w_p = \text{const}$ ergibt. Dies ist aber nur möglich, wenn die Komponenten des Fundamentaltensors im R_p hinsichtlich der x^i Konstante und die $\Gamma_{km}^i = 0$ sind, was nach der Geodätengleichung die x^i wegen $\ddot{x}^i = 0$ als geodätische Koordinaten ausweist. Aus diesem Grunde sind die τ stets geodätisch begrenzt und daher metrisch gleichberechtigt, was auch für $p = 2$ in (15) und (15a) gilt.

Ist der gesamte R_m mit $m > p$ der τ -Strukturierung unterworfen, dann gilt für die geodätischen Koordinaten $\prod_{k=1}^m \delta x_k \sim (\sqrt[p]{\tau})^m$. Für das R_m -Volumen gilt dann die Differenz $\Delta V_m \sim (\sqrt[p]{\tau})^m$, worin $\sqrt[p]{\tau}$ stets

eindimensional in der Koordinatendimensionierung zählt und die Funktionaldeterminante als Konstante im Proportionalitätsfaktor erscheint. Ob der R_m mit $\tau(p)$ ein vollständig metronisierter Zellenraum (metronisches Tensorium) mit $m > p$ ist oder nicht, hängt in $\Delta V_m \sim \tau^{m/p}$ vom Exponenten $M = m/p$ ab. Ist $m \text{ MOD } p \neq 0$, also $(M) \text{ MOD } (1) \neq 0$, dann liegt ein solches Tensorium offenbar nicht vor, weil im Fall eines Tensoriums die Dimensionszahl des R_m ein ganzzahliges Vielfaches der Dimensionszahl des Metrions τ sein müßte. Dies bedeutet, daß der R_m mit $m \geq p$ immer dann als ein metronisches Tensorium, also als ein vollständig metronisierter Zellenraum aufzufassen ist, wenn das Dimensionsverhältnis $M = m/p$ der Ganzzahligkeit $(M) \text{ MOD } (1) = 0$ genügt. Andererseits sind in $\Delta V_m \sim \tau^M$ im Fall eines Tensoriums $(M) \text{ MOD } (1) = 0$ wegen $m = Mp$ vom strukturellen Gesichtspunkt her gesehen M verschiedene metronische Strukturen möglich, was dann auch im gesamten R_m gilt.

Im Fall $m = 6$ nach (4) und $p = 2$ nach (15) ist auch der R_6 wegen $m \text{ MOD } p = 0$ als ein metronischer Zellenraum (Tensorium) aufzufassen, in welchem $M = 3$ metronische Partialstrukturen möglich sein können, was den heuristischen Schluß (9) stützt. Desgleichen ist auch der Unterraum R_4 als Raumzeit wegen $M = 2$ ein solches Tensorium, in dem nur Raumzeitzellen $\Delta V_4 \sim \tau^2 > 0$ möglich sind, was den Beziehungen (2) und (2a) vollständig entspricht. Aus diesem Grunde muß (15) als die gesuchte und durch (2a) geforderte geometrische Letzteinheit angesprochen werden.

In einem beliebig dimensionierten R_m mit metronischen Letzteinheiten der Dimension $p \leq m$ ist die Existenzbedingung des vollständigen metronischen Tensoriums immer verknüpft mit der Möglichkeit metrischer Partialstrukturen, wenn sich als Dimensionsgesetz beliebiger τ in Räumen R_m allgemein

$$m/p = M \geq 1, \quad (M) \text{ MOD } (1) = 0 \quad (15b)$$

ergibt.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß $0 < \varrho < \infty$ eine Distanz im reellen kompakten R_3 ist, d. h., wegen $\varsigma \sim m_0^{-3}$

kann es im R_3 eine sogenannte «Antigravitation», erregt durch negative oder imaginäre ponderable m_0 , nicht geben. Indes zeigt R_- , daß es im astrophysikalischen Bereich durchaus extrem hohe Massendichten entarteter Materie geben kann, wobei allerdings die Fragen nach der Existenz sogenannter «Schwarzer Löcher» vorerst offen bleiben darf. Auch sei bemerkt, daß τ aus (15) nicht im Sinne eines «Weltäthers» ausgedeutet werden sollte. Es muß vielmehr darauf ankommen, die Konsequenzen (8) und (15) aus (2) zu einer einheitlichen Beschreibung zu synthetisieren. Wegen (15b) muß jedoch zuvor eine formale Methodik unter der Voraussetzung $\tau > 0$ entwickelt werden.

KAPITEL III

METRONISCHE STRUKTURTENSORIEN

1. Metronische Elementaroperationen

Wird $p = 2$ nach (15) gesetzt, dann darf eine Fläche F , also ein R_2 , nicht mehr als ein Punktkontinuum aufgefaßt werden, sondern muß sich aus einer endlichen Zahl $0 < n < \infty$ mit ganzzahligen reellen $n \leq N$ von elementaren Flächenquanten, den Metronen $\tau > 0$, zusammensetzen, welche durch die geodätischen Linien von F begrenzt werden. Diese Tatsache aber macht unabhängig von $p = 2$ eine Revision der infinitesimalen Analysis notwendig; denn diese Analysis wird durch zwei Limesrelationen, nämlich durch das Integral und den Differentialquotienten begründet, deren Existenz eine beliebige Teilbarkeit der Flächen, also ein Punktkontinuum, voraussetzt. Ist $y = f(x)$ irgendeine, in einem Definitionsbereich x stetige Funktion der x, y -Ebene, so wird ein zwischen zwei Nullstellen liegendes Flächenstück, welches von einem Kurvenstück $f(x)$, einem zwischen den beiden Nullstellen liegendes Abszissenstück $a \leq x \leq b$ und den Ordinaten $y(a)$ und $y(b)$ begrenzt wird, durch das Integral

$F = \int_a^b y dx = \int_a^b f dx$ beschrieben, wenn $\tau = 0$, also ein Kontinuum R_2 angenommen wird. Dieses Integral ist aber gemäß

$$\int_a^b y dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{v=1}^n [y_{v-1}(x_v - x_{v-1}) + \frac{1}{2}(y_v - y_{v-1})(x_v - x_{v-1})] = \\ = \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{v=1}^n (y_v + y_{v-1}) \Delta x_v = \lim_{v \rightarrow \infty} \sum_{v=1}^n \Delta F_v \text{ ein Grenzwert. Hier}$$

ist $n \rightarrow \infty$ äquivalent mit $\Delta F_v \rightarrow 0$, was mit Gleichung (15) in Widerspruch steht, denn nach dieser Gleichung kann allenfalls $\Delta F_v \rightarrow \tau > 0$ mit $n < \infty$ für $F < \infty$ erreicht werden, und dies hat für $\Delta F_v = \tau$ den

$$\text{Limes } \int_a^b f dx \equiv \lim_{\Delta F_v \rightarrow \tau} \sum_{v=1}^n \tilde{y}_v \Delta x_v = n\tau \text{ mit } \tilde{y}_v = \frac{1}{2}(y_v + y_{v-1}) \text{ zur}$$

Folge. Alle Flächendifferenzen sind in diesem Limes mit dem Metron

identisch, so daß immer $\tilde{y}_v \Delta x_v = \tau$ für alle $1 \leq v \leq n$ gesetzt werden kann. Andererseits soll voraussetzungsgemäß $y = f(x)$ eine stetige Funktion sein, und an dieser Stetigkeit kann auch $\tau > 0$ nichts ändern. Die Begrenzung der Elemente τ richtet sich gemäß Gleichung (15a) allein nach den metrischen Gegebenheiten des R_p , die aber im vorliegenden Fall nur durch den Verlauf $f(x)$ im R_2 bestimmt werden. Der Definitionsbereich von f ist der euklidische R_2 , d. h., die geodätischen Koordinaten sind cartesisch und das zur Diskussion stehende Flächenstück wird begrenzt durch $a \leq x \leq b$, sowie durch

$y_a = y(a), y_b = y(b)$ und die Kurve $y = f(x)$. Wenn die Begrenzung eines Metrons durch die metrischen Gegebenheiten der integralen Fläche bestimmt wird, so müssen alle Metronen hinsichtlich ihrer metrischen Begrenzung gleichberechtigt sein, wenn F eine metrische Einheit bilden und n ganzzahlig sein soll. Dies bedeutet, daß im vorliegenden Fall die Fläche $\tau > 0$ stets durch zwei Ordinaten y_v und y_{v-1} sowie den Funktionsverlauf $f(x)$ zwischen $v-1$ und v begrenzt wird, so daß für

$\Delta F_v = \tilde{y}_v \Delta x_v = \int_{x_{v-1}}^{x_v} f dx$ der infinitesimale Integralbegriff anwendbar

wird. Aus $F = \lim_{\Delta F \rightarrow \tau} \sum_{v=1}^n \tilde{y}_v \Delta x_v = n\tau$ wird also $n\tau = \sum_{v=1}^n \int_{x_{v-1}}^{x_v} f dx$.

Nach dem Integralbegriff gilt stets $\sum_{v=1}^n \int_{x_{v-1}}^{x_v} = \int_{x_0}^{x_n}$, wodurch die

metrische Forderung erfüllt wird, wonach alle τ aus F , wegen der Stetigkeit von f , stetig einander anschließen. Es ist also

$$\sum_{v=1}^n \int_{x_{v-1}}^{x_v} f dx = \int_{x_0}^{x_n} f dx = F_n - F_0 \text{ mit } F_n = F(x_n) \text{ und}$$

$F_0 = F(x_0) = C$. Dies liefert in $\lim_{\Delta F_v \rightarrow \tau} \sum_{v=1}^n \tilde{y}_v \Delta x_v = n\tau$ eingesetzt

$F(x_n) = n\tau + C$, wobei C nur von x_0 abhängt. Aufgrund dieses Zusammenhanges kann, da $F = \int f dx$ aus der Funktion f hervorgeht, x_n aus $F(x_n) = n\tau + C$ zu $x_n = x(n)$ als zahlentheoretische Funktion

des ganzzahligen Index n eliminiert werden, so daß die Substitution in $f(x)$ auch die Ordinatenzählung $y_n = f(n)$ als solche Funktion darstellt. Die metronenhafte Revision der integralen Limesrelation findet demnach ihren Ausdruck in

$$y = f(x), \quad \lim_{\Delta F_v \rightarrow \tau} \sum_{v=1}^n \tilde{y}_v \Delta x_v = n\tau, \quad \Delta F_v = \tilde{y}_v \Delta x_v = \int_{x_{v-1}}^{x_v} y dx,$$

$$\sum_{v=1}^n \int_{v-1}^v = \int_0^n, \quad \int_{x_0}^{x_n} f(x) dx = n\tau, \quad x_n = x(n),$$

$$y_n = f(n) \quad \text{M1.}$$

Diese Darstellung einer Fläche durch eine Metronensumme setzt voraus, daß $\int_{x_{v-1}}^{x_v} y dx$ tatsächlich die Dimensionierung einer Fläche

hat, so daß (M1) nicht auf beliebige Integrale erweitert werden kann. Ist dagegen eine Fläche definierbar, so hat die Darstellung (M1) wegen $\tau > 0$ stets eine Quantisierung der Flächenkoordinaten zur Folge, die sich nicht mehr stetig ändern können, sondern zahlentheoretische Funktionen ganzzahliger Indizes werden, weil die Fläche kein Punktkontinuum mehr ist. Die Elimination des ganzzahligen Index n , der in $x_n = x(n)$ und $y_n = f(n)$ als Parameter aufgefaßt werden kann, muß wieder $y = f(x)$ liefern, weil der stetige Verlauf dieser Begrenzungskurve wegen der stetigen Anschlußforderung der Metronen nicht in Frage gestellt wurde. Wenn die Koordinaten zahlentheoretische Funktionen werden, deren Verläufe durch die metrischen Eigenschaften derjenigen Flächen bestimmt werden, die den zweidimensionalen Bereich aufspannen, dann muß auch jede andere Funktion dieses Bereiches zu einer solchen zahlentheoretischen Funktion $\varphi(n)$ werden. Eine solche **metronische Funktion** φ stellt gegenüber (M1) eine Abstraktion dar, welche von der Dimensionszahl $p = 2$ des Metrions unabhängig ist und auch für beliebige $p \neq 2$ gilt, denn $\varphi(n)$ beschreibt immer eine einfache Folge von Metronen im R_m der Dimension $p \leq m$, die als **einfaches metronisches Tensorium** bezeichnet werden soll. Diese Abstraktion setzt jedoch (15b) voraus. Das Argument eines

solchen einfachen Tensoriums (dessen Struktur durch φ beschrieben wird), ist eine einfache Folge ganzzahliger Metronenziffern n , welche die jeweilige Zahl der Metronen angeben, die bis zu der betreffenden Stelle im Tensorium enthalten sind. Die Struktur $\varphi(n)$ des Tensoriums wird als einfach bezeichnet, weil nur eine Folge von Metronenziffern das Argument bildet. Eindimensional ist diese Struktur dagegen nicht, weil die τ im R_p mit $1 \leq p \leq m$ definiert sind, und die Eindimensionalität nur den einen Sonderfall $p = 1$ kennzeichnet. Die Funktion $\varphi(n)$ beschreibt demnach die Struktur eines einfachen, aber p -dimensionalen metronischen Tensoriums, deren Argument aus einer ganzzahligen Folge von Metronenziffern besteht. Da n ganzzahlig ist, kann sich das Argument von φ nur um ± 1 ändern, und dies legt eine metronenhafte Revision des Differentialquotienten als der zweiten infinitesimalen Limesrelation nahe.

Wegen $x_n = x(n)$ kann auch $\varphi(n) = p(x_n)$ gesetzt werden, wenn n nicht mehr die Grenze des Definitionsbereiches, sondern irgendeine laufende Metronenziffer angibt. Das diskrete Intervall $x_0 \leq x_n \leq x_N$ wird für $N \rightarrow \infty$ gemäß $\lim_{N \rightarrow \infty} x_n = x$ zum Kontinuum $a \leq x \leq b$, weil dies mit $\tau = 0$ identisch ist, und $\lim_{N \rightarrow \infty} p(x_n) = p(x)$ in dieser Näherung zur stetigen Funktion wird. Gilt $N \rightarrow \infty$, dann ist der Differentialquotient gegeben durch die Limesrelation

$$\frac{dp}{dx} = \lim_{x_1 \rightarrow x} \frac{p(x_1) - p(x)}{x_1 - x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} (p(x+h) - p(x)) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta x},$$

wobei es wegen der Konvergenz $h \rightarrow 0$ im Kontinuum belanglos ist, ob

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} \text{ aus } \frac{1}{h} (p(x+h) - p(x)) \text{ oder } \frac{1}{h} (p(x) - p(x-h)) \text{ gebildet wird.}$$

Ist dagegen $N < \infty$, also das Intervall diskret und $p(x_n) = \varphi(n)$ diskontinuierlich, dann gibt es mit $v > 0$ (ganzzahlig) für die Bildung des Differenzenquotienten die beiden Möglichkeiten

$$\frac{\Delta \varphi}{\Delta n} = \frac{1}{v} (\varphi(n+v) - \varphi(n)) \text{ und } \frac{\Delta \varphi}{\Delta n} = \frac{1}{v} (\varphi(n) - \varphi(n-v)).$$

Die erste Möglichkeit muß ausfallen, denn n durchläuft das ganzzahlige Intervall $0 \leq n \leq N$, während die ganzen Zahlen $v > 0$ ebenfalls

positiv sind, so daß das Argument $n + v > N$ werden kann, doch wäre für $n + v > N$ die Funktion φ nicht mehr definiert, weil bei der Metronenziffer $n + v = N$ die Intervallgrenze liegt. Mit der möglichen Form

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta n} = \frac{1}{v}(\varphi(n) - \varphi(n - v)),$$

kann ein Grenzprozeß durchgeführt werden, doch kann nicht $v \rightarrow 0$ konvergieren, weil v ganzzahlig ist. $v = 0$ ist auch nicht möglich, denn der kleinstmögliche Wert, um den sich n ändern kann, ist ± 1 . Für v käme also nur die untere Grenze $v = 1$ in Betracht, denn $v = -1$ würde zu der oben ausgeschlossenen Möglichkeit führen. Dieser Mindestwert $v = 1$ führt dann für φ zu einem, dem Differentialquotienten ähnlichen Begriff

$$\frac{\delta\varphi}{\delta n} = \lim_{v=+1} \frac{1}{v}(\varphi(n) - \varphi(n - v)) = \varphi(n) - \varphi(n - 1),$$

wenn das Symbol δ diesen Variationsprozeß kennzeichnet. Ist $p(n) = n$, dann ist offensichtlich $\delta p = \delta n$, doch da sich n nur um $+1$ ändern kann,

wird $\delta n = 1$ und $\frac{\delta\varphi}{\delta n} = \delta\varphi$ formal immer verwendbar. Im Inter-

vall $0 \leq n \leq N$ der **Metronenziffern** gilt demnach für die Metronendifferenziation (**Metronendifferential**) die Darstellung

$$\delta\varphi = \varphi(n) - \varphi(n - 1), \quad 0 \leq n \leq N \quad \text{M2.}$$

Die zu diesem Metronendifferential inverse Operation, das **Metronintegral**, kann offenbar nur ein Summationsprozeß sein, bei dem im Gegensatz zum infinitesimalen Integral über sprunghaft sich um 1 ändernde ganzzahlige Argumente summiert wird. Ist $\varphi(n) = \delta\varphi(n)$ das Metronendifferential einer Funktion $\varphi(n)$, so könnte, wenn $n_1 \geq 1$ und $n_2 > n_1$ zwei Metronenziffern des Intervalls sind, eine Summation zwischen $n_1 \leq n \leq n_2$ aller φ durchgeführt werden, und dieser Prozeß entspräche der Revision des infinitesimalen Integralbegriffs zum Metronintegral. Dieser metronenhafte Integrationsvorgang werde in Analogie zur infinitesimalen Integration symbolisiert durch

$$\int_{n_1}^{n_2} \varphi(n) \delta n.$$

Zwar ist $\delta n = 1$, doch wird diese Größe angegeben, damit ersichtlich wird, über welche Metronenziffer im Fall mehrerer Argu-

mente das Metronintegral gebildet wird. Ist dagegen der **Metronintegral** selber ein Metrondifferential, also $\varphi = \delta\varphi$, dann wird

$\varphi \delta n = \delta\varphi \delta n = \delta\varphi$, weil immer $\delta\varphi = \frac{\varphi}{\delta n}$ gesetzt werden kann. Einsetzen von $\varphi = \delta\varphi$ liefert

$$\sum_{n_1}^{n_2} \varphi \delta n = \sum_{n_1}^{n_2} \delta\varphi = \sum_{n=n_1}^{n_2} (\varphi(n) - \varphi(n-1)) = \varphi(n_2) - \varphi(n_1 - 1).$$

Setzt man $J(n_1, n_2) = \varphi(n_2) - \varphi(n_1 - 1)$, dann gilt für das begrenzte Metronintegral die Darstellung

$$J(n_1, n_2) = \sum_{n_1}^{n_2} \varphi(n) \delta n, \quad S \triangleq \Sigma, \quad n_1 \geq 1, \quad n_2 > n_1 \quad \text{M2a.}$$

Die Revisionen **(M2)** und **(M2a)** gestatten noch weitere Entwicklungen. Zunächst kann der Prozeß der Metrondifferentiation wiederholt werden. Ist bereits $\varphi = \delta\varphi$, dann wird offensichtlich

$\delta\varphi = \delta(\delta\varphi) = \delta^2\varphi$ zur zweiten Ableitung. Die so definierten vielfachen Metrondifferentiale sind explizit darstellbar. Es gilt zum Beispiel

$$\delta^0\varphi = \varphi, \quad \delta^1\varphi = \delta\varphi = \varphi(n) - \varphi(n-1),$$

$$\delta^2\varphi = \varphi(n) - 2\varphi(n-1) + \varphi(n-2),$$

$$\delta^3\varphi = \varphi(n) - 3\varphi(n-1) + 3\varphi(n-2) - \varphi(n-3),$$

$$\delta^4\varphi = \varphi(n) - 4\varphi(n-1) + 6\varphi(n-2) - 4\varphi(n-3) + \varphi(n-4),$$

$$\delta^5\varphi = \varphi(n) - 5\varphi(n-1) + 10\varphi(n-2) - 10\varphi(n-3) + 5\varphi(n-4) - \varphi(n-5) \text{ u. s. w.}$$

Wird dieses Rekursionsverfahren und die Schlußweise der vollständigen Induktion angewendet, so folgt für irgendein k -faches Metrondifferential, weil die Rekursionsformel $\delta^k\varphi = \delta(\delta^{k-1}\varphi)$ gilt,

$$\delta^k\varphi = \sum_{v=0}^k (-1)^v a_v(k) \varphi(n-v), \quad a_v(k) = \binom{k}{v}, \quad 0 \leq k \leq N \quad \text{M3}$$

worin die $a_v(k)$ die ganzzahligen Koeffizienten aus der Zeile k der Matrix des Pascal'schen Dreiecks sind, wenn die Dreiecksspitze mit dem einen Element 1 als Zeile $k=0$ aufgefaßt wird.

Wegen dieser Eigenschaften der $a_v(k)$ gilt immer $a_v(k) = \binom{k}{v}$. Mit diesem Gesetz können nach Gleichung **(M3)** alle vielfachen Metrondifferentiale gebildet werden, doch erscheint es für die Durchführung

metronischer Differentialoperationen zweckmäßig, für $k = 1$ einige Umformungen zu entwickeln. Neben $\varphi(n) = \varphi$ seien auch $u(n) = u$ und $v(n) = v$ Metronenfunktionen und zur Kürzung werde $\varphi(n-1) = \varphi'$ verwendet, so daß $\delta\varphi = \varphi - \varphi'$ gilt. Zunächst sei $\varphi = \sum_j u_j(n)$. Offenbar ist dann

$$\delta\varphi = \delta\sum_j u_j = \sum_j u_j - \sum_j u'_j = \sum_j (u_j - u'_j) = \sum_j \delta u_j, \text{ d. h., es gilt immer}$$

$$\delta\sum_j u_j(n) = \sum_j \delta u_j. \text{ Ist dagegen } \varphi = C = \text{const}(n), \text{ dann muß } \varphi = \varphi'$$

sein, was $\delta\varphi = \delta C = 0$ zur Folge hat. Für die Konstante gilt demnach immer $\delta C = 0$. Für $\varphi = Cu(n)$ folgt daher $\delta\varphi = Cu - Cu' = C\delta u$, also die Regel $\delta(Cu) = C\delta u$, wonach konstante Faktoren C wieder als Faktoren auftreten. Schließlich ist $\varphi = uv$ als Produkt darstellbar. Für diesen Fall wird $\delta\varphi = uv - u'v'$ und hierin kann immer $u' = u - \delta u = u - \delta u$, und entsprechend $v' = v - \delta v$ gesetzt werden, was $u'v' = (u - \delta u)(v - \delta v) = uv - u\delta v - v\delta u + \delta u\delta v$ liefert. Einsetzen in $\delta\varphi = uv - u'v'$ ergibt dann eine Produktregel, nämlich $\delta(uv) = u\delta v + v\delta u - \delta u\delta v$. Schließlich ist noch der Fall

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{u}{v} \text{ denkbar. Es gilt } \delta\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u}{v} - \frac{u'}{v'} = \frac{1}{vv'}(uv' - vu') = \\ &= \frac{1}{vv'} \left| \begin{array}{cc} uu \\ vv \end{array} \right| = \frac{1}{vv'} \left| \begin{array}{cc} u(u - \delta u) \\ v(v - \delta v) \end{array} \right| = \frac{1}{vv'}(u(v - \delta v) - v(u - \delta u)) = \\ &= \frac{1}{vv'}(v\delta u - u\delta v) = \frac{1}{vv'} \left| \begin{array}{cc} \delta u \delta v \\ uv \end{array} \right|. \text{ Weiter ist } vv' = v(v - \delta v) = \\ &= v^2 - v\delta v = \left| \begin{array}{cc} v \delta v \\ vv \end{array} \right| = v \left| \begin{array}{cc} v & v \\ 1 & 1 \end{array} \right|. \text{ Nach Einsetzen folgt also für das} \end{aligned}$$

$$\text{Quotientengesetz } \delta\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{1}{v} \left| \begin{array}{cc} \delta u \delta v \\ uv \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{cc} v \delta v \\ 1 & 1 \end{array} \right|^{-1}. \text{ Alle diese Regeln}$$

der metronischen Differentialoperationen für $k = 1$ werden zusammengefaßt in

$$\begin{aligned} \delta\sum_j u_j(n) &= \sum_j \delta u_j, & \delta C &= 0, & \delta(Cu) &= C\delta u, & C &= \text{const}(n), \\ \delta(uv) &= u\delta v + v\delta u - \delta u\delta v, & \delta\left(\frac{u}{v}\right) &= \frac{1}{v} \left| \begin{array}{cc} \delta u \delta v \\ uv \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{cc} v \delta v \\ 1 & 1 \end{array} \right|^{-1} \quad \mathbf{M3a.} \end{aligned}$$

Das einfache Metrondifferential $\delta\varphi = f(n)$ kann aufgrund seiner Bildung $\delta\varphi = \varphi(n) - \varphi(n-1)$ in einfacher Weise interpretiert werden. Offenbar gibt f die Funktionsziffern von φ an, die zwischen zwei metronischen Funktionswerten liegen, wenn sich das Argument um den Wert 1 ändert. Je steiler φ anwächst, umso größer muß f ausfallen, und umgekehrt, so daß $\delta\varphi > 0$ angibt, daß φ mit wachsendem n ansteigt, während φ mit wachsendem n abnimmt, wenn $\delta\varphi < 0$ ist. Im Fall $\delta\varphi = 0$ dagegen muß ein Extremwert vorliegen, der ein Maximum ist, wenn $\delta^2\varphi < 0$, aber ein Minimum für $\delta^2\varphi > 0$ wird. Das zweite Metrondifferential muß nämlich aufgrund seiner Definition die Änderung des Steigungssinnes einer metronischen Funktion beschreiben, weil das erste Metrondifferential diese Steigung darstellt. Gilt also $\delta^2\varphi = 0$, dann bedeutet dies, daß an dieser Stelle der Steigungssinn von φ im Sinne eines Wendepunktes geändert wird. Zusammengefaßt wird dieser Sachverhalt in dem System

$$\begin{aligned} \delta\varphi = 0, \quad n = n_{ext}, \quad \varphi = \varphi_{ext}, \quad \varphi_{ext} = \varphi_{max}, \quad \delta^2\varphi < 0, \\ \varphi_{ext} = \varphi_{min}, \quad \delta^2\varphi > 0, \quad \varphi_{ext} = \varphi_w, \quad \delta^2\varphi = 0 \end{aligned} \quad \mathbf{M3b},$$

welches das metronische Analogon zur infinitesimalen Extremwerttheorie darstellt. Nach dieser Analyse des Metrondifferentials kann der Begriff des Metronintegrals weiter entwickelt werden.

Nach der Darstellung der Gleichung (M2a) ist $\int_{n_1}^{n_2} \varphi \delta n = \phi(n_2) - \phi(n_1 - 1)$ offensichtlich zerlegbar, nämlich dann, wenn v ein zwischen n_1 und $n_2 \neq n_1$ liegender Zwischenwert ist. Es gilt $\int_{n_1}^v \varphi \delta n = \phi(v) - \phi(n_1 - 1)$ und $\int_{v+1}^{n_2} \varphi \delta n = \phi(n_2) - \phi(v)$, also nach Addition $\int_{n_1}^v \varphi \delta n + \int_{v+1}^{n_2} \varphi \delta n = \phi(n_2) - \phi(n_1 - 1)$, was im Vergleich das Theorem $\int_{n_1}^{n_2} \varphi \delta n = \int_{n_1}^v \varphi \delta n + \int_{v+1}^{n_2} \varphi \delta n$ liefert. Unmittelbar aus der Definition folgt weiter $\int_{n_1+1}^{n_1} \varphi \delta n = 0$, aber

$\mathcal{S}_{n_1} \varphi \delta n = \phi(n_1) - \phi(n_1 - 1) = (\delta\phi)_{n_1} = \varphi(n_1)$, denn die metronische

Integrabilitätsbedingung lautet $\varphi = \delta\phi$. Nach diesen Untersuchungen

und Gleichung (M2a) ist $\left| \mathcal{S}_{n_1}^{n_2} \varphi \delta n \right| \neq \left| \mathcal{S}_{n_2}^{n_1} \varphi \delta n \right|$ im Gegensatz zum

analogen infinitesimalen Integral. Es gelten

$$\mathcal{S}_{n_1}^{n_2} \varphi \delta n = \phi(n_2) - \phi(n_1 - 1) \quad \text{und} \quad \mathcal{S}_{n_2}^{n_1} \varphi \delta n = \phi(n_1) - \phi(n_2 - 1),$$

was addiert $\mathcal{S}_{n_1}^{n_2} \varphi \delta n + \mathcal{S}_{n_2}^{n_1} \varphi \delta n = \phi(n_2) - \phi(n_1 - 1) + \phi(n_1) -$

$-\phi(n_2 - 1) = (\delta\phi)_{n_1} + (\delta\phi)_{n_2} = \varphi(n_1) + \varphi(n_2)$ ergibt. Nun gilt aber das Theorem $\mathcal{S}_v^v \varphi \delta n = \varphi(v)$, was eingesetzt das weitere metronische

Integraltheorem $\mathcal{S}_{n_1}^{n_2} + \mathcal{S}_{n_2}^{n_1} = \mathcal{S}_{n_1}^{n_1} + \mathcal{S}_{n_2}^{n_2}$ liefert. Die Theoreme der metro-

nischen Integrationsgrenzen werden demnach zusammengefaßt in

$$\mathcal{S}_{n_1}^v + \mathcal{S}_{v+1}^{n_2} = \mathcal{S}_{n_1}^{n_2}, \quad \mathcal{S}_{n_1+1}^{n_1} = 0, \quad \mathcal{S}_{n_1}^{n_1} \varphi \delta n = \varphi(n_1).$$

$$\mathcal{S}_{n_1}^{n_2} + \mathcal{S}_{n_2}^{n_1} = \mathcal{S}_{n_1}^{n_1} + \mathcal{S}_{n_2}^{n_2}$$

M4.

Diese Theoreme zeigen, daß sich das Metronintegral bereits im Verhalten seiner Integrationsgrenzen wesentlich vom infinitesimalen Integral unterscheidet. Dagegen kann in völliger Analogie zum infinitesimalen Integral auch das Metronintegral als Funktion der oberen oder unteren Grenze aufgefaßt werden. Ist $n_1 = a$ und

$n_2 = b$, dann gilt $\mathcal{S}_a^n \varphi \delta v = \phi(n) - \phi(a - 1)$, bzw.

$\mathcal{S}_n^b \varphi \delta v = \phi(b) - \phi(n - 1)$ oder $\mathcal{S}_{n+1}^b \varphi \delta v = \phi(b) - \phi(n)$, so daß im

Fall einer Abhängigkeit von der unteren Grenze $n+1$ das Vor-

zeichen von ϕ umgekehrt wird. Nach $\delta(u+v) = \delta u + \delta v$ und $\delta C = 0$ für $C = \text{const}$ liefert die Metrondifferentiation

$$\delta \underset{a}{S}^n \phi(v) \delta v = \underset{a}{S}^n \phi \delta v - \underset{a}{S}^{n-1} \phi \delta v = \phi(n) - \phi(a-1) - \phi(n-1) + \phi(a-1) = \phi(n) - \phi(n-1) = \delta \phi, \text{ während andererseits}$$

$\delta \underset{a}{S}^n \phi(v) \delta v = \lim_{a \rightarrow n} \underset{a}{S}^n \phi \delta v = \underset{a}{S}^n \phi \delta v = \phi(n)$ ist. Der Vergleich ergibt $\phi = \delta \phi$ für die metronische Integrabilität, d. h., das Metronintegral einer Funktion ϕ ist immer dann ausführbar, wenn zu ϕ eine Funktion ϕ gefunden werden kann, derart, daß $\delta \phi = \phi$ ist, also ϕ als primitive Funktion von ϕ erscheint. Da in

$\phi(n) - \phi(a-1) = \underset{a}{S}^n \phi(v) \delta v$ immer $\phi(a-1) = C = \text{const}$ wegen $a = \text{const}$ ist, kann zur Kürzung für das unbestimmte Metronintegral $\phi(n) = S\phi(n)\delta n + C$ gesetzt werden, was wegen $\delta C = 0$ wieder den Fundamentalsatz $\delta \phi = \phi$ liefert, wenn $\delta S\phi \delta n = \phi(n)$ ist, was wegen $\delta S\phi \delta n = \phi \delta n = \phi$ und $\delta n = 1$ evident ist. Die metronische Integrabilitätsforderung und der Fundamentalsatz sind demnach enthalten in

$$\phi(n) = S\phi(n)\delta n + C, \quad \delta \phi = \phi \quad \text{M5}$$

Dieser Zusammenhang ermöglicht die Entwicklung metronischer Integrationsregeln.

Bei der Entwicklung solcher Regeln kann man von den Regeln der metronischen Differentiation ausgehen. Für $\delta \phi = \sum_j \delta u_j$ wird

$$\phi = S \sum_j \delta u_j = \sum_j u_j, \text{ was wegen } S \delta u_j = u_j \text{ zur Vertauschung}$$

$S\Sigma = \Sigma S$ der Operationen führt. Ist $\delta \phi = 0$, so kann nur $S \delta \phi = C = \text{const}$ sein, und für $\delta \phi = a \delta u$ wird $S \delta \phi = S a \delta u$, was mit $\phi = a u$ verglichen zu $S a \delta u = a S \delta u$ mit $a = \text{const}$ wird. Schließlich kann noch das Metronintegral über $\delta(uv) = u \delta v + v \delta u - \delta u \delta v$ erstreckt werden. Man erhält aus $uv = S u \delta v + S v \delta u - S \delta u \delta v$, wenn $\delta v = f$, also $v = S f \delta n$ eingeführt wird, $S u f \delta n = u S f \delta n - S \delta u S f \delta n + S f \delta u = u S f \delta n + S(f - S f \delta n) \delta u$. Diese Regeln metronischer Integration können in den nachstehenden Beziehungen zusammengefaßt werden:

$$S\Sigma = \Sigma S, \quad S\delta\varphi = C = \text{const}, \quad \delta\varphi = 0, \quad Sa\varphi\delta n = aS\varphi\delta n,$$

$$Sug\delta n = uSg\delta n + S(g - Sg\delta n)\delta u \quad \mathbf{M6.}$$

Nach dem Gesetz $\delta\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{1}{v} \left| \begin{array}{cc} \delta u \delta v \\ u v \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{cc} v \delta v \\ 1 1 \end{array} \right|^{-1}$ wird

$$\begin{aligned} \frac{u}{v} &= S \left| \begin{array}{cc} \delta u \delta v \\ uv \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{cc} v \delta v \\ 1 1 \end{array} \right|^{-1} \frac{\delta n}{v} = S \frac{v\delta u - u\delta v}{v^2 - v\delta v} \delta n = \\ &= S \frac{v\delta u - u\delta v}{v(n)v(n-1)} \delta n, \text{ und danach kann immer } S \frac{\varphi}{\psi} \delta n = \frac{u}{\psi} \text{ mit} \end{aligned}$$

$\psi(n)$ gesetzt werden, wenn zwei Funktionen u und v so gewählt werden können, daß der Quotient $\frac{\varphi}{\psi}$ des metronischen Integranden in der Form $\frac{\varphi}{\psi} = \frac{v\delta u - u\delta v}{v(n)v(n-1)}$ durch diese beiden Funktionen ausgedrückt werden kann. Nach dem Hilfsgesetz der metronischen Integration

$$S \frac{\varphi}{\psi} \delta n = \frac{u}{v}, \quad \frac{\varphi}{\psi} = \frac{v\delta u - u\delta v}{v(n)v(n-1)} \quad \mathbf{M6a}$$

besteht die Möglichkeit, quotientenhafte Integranden umzuformen.

Ist δ so beschaffen, daß δ stets mit einem Faktor $\alpha \ll 1$ in der Form $\alpha\delta = \delta_\epsilon$ mit $0 < |\delta_\epsilon| \ll 1$ auftritt, dann würde $\delta_\epsilon\varphi(n)$ infinitesimale Verhältnisse approximieren, wenn im Fall p -dimensionaler Metronen $\alpha = \sqrt[p]{\tau}$ hinreichend klein ist, was mit $p = 2$ im R_6 für $\sqrt{\tau}$ und τ nach (15) mit Sicherheit erfüllt ist. Unter dieser Voraussetzung besteht die Möglichkeit, in der Form $\delta_\epsilon\varphi \approx \varphi\delta_\epsilon \ln\varphi$ die Definition, des natürlichen Logarithmus zu übertragen. Hiermit wird es möglich, einen approximativen Zugang zu transzendenten metronischen Funktionen zu finden. Ist $f = e^\varphi$, dann wäre $\delta_\epsilon f = e^\varphi - \exp(\varphi - \delta_\epsilon\varphi) = e^\varphi(1 - \exp(-\delta_\epsilon\varphi))$ oder $1 - \exp(-\delta_\epsilon\varphi) \approx \delta_\epsilon \ln f = \delta_\epsilon \ln e^\varphi = \delta_\epsilon\varphi$, also $\delta_\epsilon e^\varphi \approx e^\varphi \delta_\epsilon\varphi$, was durch $\delta_\epsilon\varphi \approx \varphi\delta_\epsilon \ln\varphi$ ergänzt wird. Mit

$$0 < |\delta_\epsilon| \ll 1, \quad \delta_\epsilon\varphi \approx \varphi\delta_\epsilon \ln\varphi, \quad \delta_\epsilon e^\varphi \approx e^\varphi \delta_\epsilon\varphi \quad \mathbf{M7}$$

können direkt die Hyperbelfunktionen, aber auch die trigonometrischen Funktionen mit den zugehörigen Umkehrfunktionen, also den

Area- bzw. den Arcusfunktionen im metronischen Bereich analysiert werden.

Ist $f(n)$ so beschaffen, daß $\varphi(n)$ definierbar wird, und zwar als neue Variable, d. h., daß f zu $f(\varphi)$ wird, dann kann gemäß

$$\begin{aligned} \delta_\varphi f &= \frac{1}{\delta\varphi} (f(\varphi) - f(\varphi - \delta\varphi)), \text{ also} \\ f &= f(\varphi), \quad \delta_\varphi f \delta\varphi = f(\varphi) - f(\varphi - \delta\varphi) \end{aligned} \quad \text{M8}$$

zur Entwicklung eines Analogons zur Kettenregel verwendet werden, mit deren Hilfe beliebige implizite Funktionen der metronischen Differentiation unterworfen werden können.

Im allgemeinen ist φ nicht nur über einem einfachen Tensorium n definiert. Vielmehr bilden $1 \leq i \leq L < \infty$ Tensorien n_i in den ganzzahligen Intervallen $\kappa_i \leq n_i \leq N_i < \infty$ mit $\kappa_i \geq 1$ ein L -dimensionales **metronisches Gitter** in einem R_L , derart, daß $\varphi = \varphi(n_1 \dots n_L)$ gilt, wofür im folgenden zur Kürzung $\varphi(n_1 \dots n_L) = \varphi(n_i)_1^L$ gesetzt werden soll. In diesem Fall kann auch die φ -Steigung untersucht werden, und zwar gilt partiell $\delta_i \varphi = \varphi - \varphi(\dots, n_i - 1, \dots)$, während für die totale Änderung $\delta = \sum_{i=1}^L \delta_i$ hergeleitet werden kann.

Bei der Bildung der totalen Änderung δ^K mit ganzzahligem $K \geq 1$ erscheinen die δ_i in Iterationen, doch gilt für die Folge dieser Schritte stets $(\delta_i \times \delta_k)_- = 0$ in Analogie zur partiellen infinitesimalen Differentiation. Zusammengefaßt werde dieser Sachverhalt in

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi(n_1 \dots n_L) = \varphi(n_i)_1^L, \quad 1 \leq \kappa_i \leq n_i \leq N_i < \infty, \\ \delta_i \varphi &= \varphi - \varphi(\dots, n_i - 1, \dots), \quad \delta = \sum_{i=1}^L \delta_i, \quad (\delta_i \times \delta_k)_- = 0 \quad \text{M9.} \end{aligned}$$

Hier besteht nun wiederum die Möglichkeit $1 \leq j \leq \lambda$ Transformationen $\psi_j(n_1 \dots n_L)$ so aufzufinden, daß $\varphi = \varphi(\psi_1 \dots \psi_\lambda)$ wird. Sind auf diese Weise die n_i implizit in φ enthalten, dann kann in einer Erweiterung der Beziehung (M8) ein Analogon zur allgemeinen infinitesimalen Kettenregel, nämlich $\delta\varphi = \sum_{j=1}^{\lambda} \delta_{\psi_j} \varphi \delta\psi_j$ mit $\delta_{\psi_j} \varphi =$

$= (\varphi - \varphi(\dots, \psi_j - \delta\psi_j, \dots))(\delta\psi_j)^{-1}$, also zusammengefaßt in

$$\varphi = \varphi(\psi_1, \dots, \psi_\lambda), \quad \psi_j = \psi_j(n_1 \dots n_L), \quad \delta\varphi = \sum_{j=1}^{\lambda} \delta\psi_j \varphi \delta\psi_j, \\ \delta\psi_j \varphi = (\varphi - \varphi(\dots, \psi_j - \delta\psi_j, \dots))(\delta\psi_j)^{-1} \quad \mathbf{M9a}$$

aufgefunden werden. Allgemein kann jedoch eine solche Kettenregel nur selten verwendet werden, weil für δ keine allgemeinen, der infinitesimalen Analysis analogen Regeln auffindbar sind, so daß der Prozeß δ individuell durchgeführt werden muß.

Die metronische Integration findet für $L > 1$ ihre analoge Erweiterung in

$$\varphi = \underset{1+\kappa_1}{S^{N_1}} \dots \underset{1+\kappa_L}{S^{N_L}} \varphi(n_i)_1^L \prod_{k=1}^L \delta n_k, \quad \delta_i n_k = \delta_{ik} \quad \mathbf{M10}$$

als Analogon zum Gebietsintegral, wobei $\delta_i n_k = \delta_{ik}$ evident sein dürfte, wenn die n_k unabhängig sind.

Eine metronische Funktion $\varphi(n_i)_1^L$ kann nicht nur als zahlentheoretische Funktion ganzzahliger Indizes, sondern auch als vielfache Folge aufgefaßt werden, für die Konvergenzuntersuchungen angestellt werden können. φ konvergiert mit wachsendem n_i nach dem allgemeinen Konvergenzkriterium immer dann, wenn $|\varphi(n_i)_1^L - \varphi(n'_i)_1^L| < \varepsilon$ unter eine beliebig kleine Schranke $\varepsilon > 0$ fällt, sofern es irgendeine sehr große Zahl $N = N(\varepsilon) > 0$ gibt, und die $n_i > N$ und $n'_i > N$ vorgebar sind. Wenn dieses Konvergenzkriterium erfüllt ist, muß es für φ selbst eine Schranke g geben, derart, daß auch $|\varphi - g| < \varepsilon$ für $n_i > N$ wird, und diese Schranke g wäre dann als Grenzwert der L -fachen Folge φ anzusprechen, d. h. für $|\varphi(n_i)_1^L - g| < \varepsilon$ mit $\varepsilon > 0$ und $n_i > N(\varepsilon) > 0$ gilt $\lim_{(n_i)_1^L \rightarrow \infty} \varphi = g$, d. h. es konvergiert $\varphi \rightarrow g$, wenn alle $1 \leq i \leq L$

Zahlenfolgen $n_i \rightarrow \infty$ über alle Grenzen wachsen. φ konvergiert für $g < \infty$, divergiert aber für $g \rightarrow \infty$. Wenn g existiert, dann muß es auch möglich sein, den L -fachen Limes nacheinander durchzuführen,

d. h., mit $\lim_{n_i \rightarrow \infty} \varphi = \varphi_1(n_i)_2^L$ muß auch $|\varphi - \varphi_1| < \varepsilon$ sowie

$|\varphi_1 - \varphi_2| < \varepsilon$ mit $\varphi_2 = \lim_{n_2 \rightarrow \infty} \varphi_1$ usw., also allgemein

$|\varphi_k - \varphi_{k+1}| < \varepsilon$ mit $\varphi_{k+1}(n_i)_{k+2}^L = \lim_{n_{k+1} \rightarrow \infty} \varphi_k$ sein. Wird dieses Verfahren weitergeführt, so folgt schließlich $|\varphi(n_L) - g| < \varepsilon$ für $n_L > N$, was $\lim_{n_L \rightarrow \infty} \varphi(n_L) = g$ zur Folge hat. Bei dieser sukzessiven Durchführung der Einzellimes muß offensichtlich, wenn g überhaupt existieren soll, die Reihenfolge der Einzellimes $n_i \rightarrow \infty$ vertauschbar sein, denn wäre dies nicht der Fall, so würde jede Permutation dieser Reihenfolge zu einem anderen Grenzwert g führen, und dies würde bedeuten, daß kein eindeutiger Vielfachlimes in der Form

$\lim_{(n_i)_1^L \rightarrow \infty} \varphi(n_i)_1^L = g$ existiert, und von einer Konvergenz oder Divergenz der metronischen Funktion φ könnte nicht gesprochen werden.

Auch der Begriff der Homogenität ist auf eine Klasse metronischer Funktionen anwendbar. Die Funktion φ wird als vom ganzzahligen Grade $h \geq 1$ homogen bezeichnet, wenn $\varphi(t, n_i)_1^L = t^h \varphi(n_i)_1^L$ für irgendeine Zahl $t \neq 0$ gilt. Hierbei kann $t \neq 0$ jeden Zahlenwert annehmen, doch wird eine der infinitesimalen Beziehung $\sum_{i=1}^n x_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = hf$ mit $f(t, x_i)_1^n = t^h f(x_i)_1^n$ völlig analoge metronische Beziehung möglich, wenn $t = n \geq 1$ als metronischer Parameter ebenfalls ganzzahlig wird.

Mit $\eta_i = nn_i$ wird dann $\varphi(n, n_i)_1^L = n^h \varphi(n_i)_1^L$. Hierin ist

$$\delta_n \varphi = \sum_{i=1}^L \delta_{\eta_i} \varphi \delta_n \eta_i = \sum_{i=1}^L n_i \delta_{\eta_i} \varphi (\eta_i)_1^L \text{ wegen}$$

$$\delta_n \eta_i = nn_i - (n-1)n_i = n_i. \text{ Andererseits ist aber}$$

$$\delta_n \varphi = (n^h - (n-1)^h) \varphi(n_i)_1^L, \text{ was wegen der binomischen Entwicklung}$$

$$(n-1)^h = (-1)^h \sum_{v=0}^h (-1)^v \binom{h}{v} n^v \text{ also } n^h - (n-1)^h =$$

$$\sum_{v=0}^{h-1} (-1)^{h+v+1} \binom{h}{v} n^v \text{ zu } \delta_n \varphi = (-1)^{h+1} \sum_{v=0}^{h-1} (-1)^v \binom{h}{v} n^v \varphi(n_i)_1^L$$

$$\text{führt und mit } \delta_n \varphi = \sum_{i=1}^L n_i \delta_{\eta_i} \varphi (\eta_i)_1^L \text{ verglichen die Relation}$$

$\sum_{i=1}^L n_i \delta_{\eta_i} \varphi(\eta_i)_1^L = (-1)^{h+1} \sum_{v=0}^{h-1} (-1)^v \binom{h}{v} n^v \varphi(n_i)_1^L$ liefert. Hierin

kann für den metronischen Parameter, der jeden ganzzahligen Wert $n \neq 0$ annehmen kann, der zweideutige Wert $n = \pm 1$ gesetzt werden. Damit wird aber $\eta_i = \pm n_i$, sowie $\delta_{\eta_i} = \pm \delta_i$ und $(-1)^v n^v = (-1)^v \cdot (\pm 1)^v = (\mp 1)^v$. Diese Annahme liefert den Zusammen-

hang $\varphi(n, n_i)_1^L = n^h \varphi(n_i)_1^L$ mit $\pm \sum_{i=1}^L n_i \delta_i \varphi(n_i)_1^L =$
 $= (-1)^{h+1} \varphi \sum_{v=1}^{h-1} \binom{h}{v} \cdot (\mp 1)^v$ und $n = \pm 1$ für homogene Metron-
 funktionen. Ist φ homogen, so braucht das Metrondifferential $\phi = \delta \varphi$
 gemäß $\phi(n, n_i)_1^L \neq n^k \phi(n_i)_1^L$ mit $n = \text{const}$ nicht mehr homogen zu
 sein, weil die Metrondifferentiation einer Potenz gemäß $\delta N^k = N^k -$
 $-(N-1)^k$ immer im Gegensatz zum infinitesimalen Differential ein
 Polynom ist, doch wird der Grad von φ durch die Bildung $\delta \varphi$ vom
 Wert h auf $k = h-1$ reduziert. Nur dann, wenn in der homogenen

Metronfunktion φ vom Grade h in der Form $\varphi = \sum_{j=1}^{\binom{L}{h}} S_j$ mit

$S_j \sim \prod_{a=1}^h n_a$ darstellbar ist, also wenn in keinem Summanden n_i in
 einer anderen als ersten Potenz auftritt (die Folge $a = a(j)$ wird durch
 das kombinatorische Gesetz der L Kombinationen zur Klasse h be-
 stimmt), müssen sämtliche Metrondifferentiale beliebiger Ordnung k
 wiederum homogene Metronfunktionen vom Grade $h-k$, also
 $\delta^k \varphi(n, n_i)_1^L = n^{h-k} \delta^k \varphi(n_i)_1^L$ sein, wenn $n = \text{const}$ gesetzt wird. So-
 fern auf diese Weise überhaupt homogene Metronfunktionen definiert
 sein sollen, muß $h-k \geq 1$ oder $k \leq h-1$ sein, was wegen $k \geq 0$ für
 die Ordnungen das geschlossene Intervall $0 \leq k \leq h-1$ liefert. Dies

gilt allerdings nur für den Fall, daß φ in der Form $\varphi = \sum_{j=1}^{\binom{L}{h}} S_j$ mit
 $S_j \sim \prod_{a(j)=1}^h n_a$ darstellbar ist, denn andernfalls können die Metron-

differentiale der Ordnung k der Homogenitätsforderung nicht mehr genügen.

In $\varphi = \varphi(n_i)_1^L$ ist φ explizit durch die n_i des metronischen R_L gegeben, doch kann auch eine implizite Verknüpfung der n_i mit φ in der allgemeinen Form $F(\varphi, n_i)_1^L = \text{const}$ vorliegen. Wegen $F = \text{const}$ ist auf jeden Fall $\delta F = 0$ und auch $\delta F = \delta_\varphi F + \sum_{i=1}^L \delta_i F$, also

$\delta_\varphi F + \sum_{i=1}^L \delta_i F = 0$. Hierin ist $\delta_\varphi F = f(\delta\varphi, \varphi, n_i)_1^L$, was eingesetzt

$f(\delta\varphi, \varphi, n_i)_1^L = - \sum_{i=1}^L \delta_i F$ ergibt, woraus eventuell $\delta\varphi$ leichter elimi-

nierbar ist als φ aus $F = \text{const}$. Wird nicht nur $F = \text{const}$, sondern auch $\varphi = \text{const}$ angenommen, so ist immer $\delta F = \sum_{i=1}^L \delta_i F = 0$ und

$\delta\varphi = 0$, was $f(0, \varphi, n_i)_1^L = 0$ zur Folge hat. Diese Beziehung ist grundsätzlich erfüllt, wenn $\delta_\varphi F \sim \delta\varphi$ ist; denn dann muß immer $f = 0$ für $\delta\varphi = 0$ sein.

2. Selektoren

Jede metronische Funktion $\varphi(n_i)_1^L$ kann wegen der Ganzzahligkeit der n_i auch als eine L -fache Zahlenfolge aufgefaßt werden, für welche alle Kriterien der Vielfachfolgen gelten. Ein solches Zuordnungsgesetz φ , als Zahlenfolge aufgefaßt, wählt im allgemeinen, wenn die n_i die positiven ganzen reellen Zahlen durchlaufen, aus dem jeweiligen algebraischen Körper irgendeine Folge von Zahlen aus, und die durch φ gekennzeichnete Folge wiederum muß sich in ihrer Struktur ändern, wenn das Zuordnungsgesetz $\varphi()$ geändert wird. Größen, die ein Zuordnungsgesetz ändern, werden aber als Operatoren definiert, woraus folgt, daß es auch metronische Operatoren geben muß. Ist zum Beispiel φ vom Grade h homogen, derart, daß die Beziehung

$$\sum_{i=1}^L n_i \delta_i \varphi = (-1)^{h+1} \sum_{v=0}^{h-1} \binom{h}{v} \varphi \text{ gilt, so kann } \sum_{i=1}^L n_i \delta_i = C \text{ als}$$

metronischer Operator aufgefaßt werden. Mit der Kürzung

$$(-1)^{h+1} \sum_{v=0}^{h-1} \binom{h}{v} = \lambda \text{ wird dann } C; \varphi = \lambda \varphi, \text{ woraus ersichtlich wird,}$$

daß die Schreibweise metronischer Gleichungen unter Verwendung metronischer Operatoren wesentlich vereinfacht werden kann, wenn „;“ besagt, daß C als Auswähler wirkt.

Ein metronischer Operator wirkt also auf irgendeine Zahlenfolge ein, derart, daß auf diese Weise aus einem entsprechenden algebraischen Körper eine eindeutig definierte andere Zahlenfolge ausgewählt wird, weshalb es angebracht erscheint, die metronischen Operatoren als **Selektoren** zu bezeichnen, damit eine präzise Unterscheidung vom infinitesimalen Operatorbegriff erreicht wird. Da alle analytischen Operationen durch einzelne Selektoren dargestellt werden können, ist jede metronische Funktion φ durch eine Folge von Selektoren darstellbar, die auf die einfachen Folgen $n_i > 0$ der positiven ganzen reellen Metronenziffern einwirkt. Zur Darstellung von metronischen Funktionen

violdimensionalen metronischen Argumente erscheint noch die Einführung eines **Zuordnungsselektors** $Z(i) = ()_i$ zum jeweiligen metronischen Bereich i angebracht, so daß $Z(i); n = n_i$ ist, d. h., die beliebige ganze Zahlenfolge n laufe im metronischen Bereich i . Wenn nun also $\phi = \phi(n_i)_1^L$ ist, dann kann auch $\phi = \phi(Z(i); n)_1^L$ geschrieben werden, und diese L Zuordnungsselektoren wiederum können durch $1 \leq k \leq K$ andere Selektoren C_k verknüpft sein, was den Zusammenhang ϕ in einer Selektorfassung liefert. Offenbar gilt

$\phi(Z(i); n)_1^L = \phi(C_k, Z(i))_{i,k=1}^{L,K}; n$, wenn $\phi(C_k, Z(i))_{i,k=1}^{L,K}$ der **Funktionalselektor** ist, in welchem die L **Koordinationsselektoren** durch die K Selektoren C_k so verknüpft werden, daß die Einwirkung $\phi; n = \phi(n_i)_1^L$ auf die Folge der ganzen positiven reellen Zahlen n die metronische Funktion ϕ liefert. Die Koordinations- und Funktionalselektoren machen also gemäß

$$Z(i) = ()_i, \quad \phi(n_i)_1^L = \phi; n, \quad \phi = \phi(C_k, Z(i))_{i,k=1}^{L,K},$$

$$C_k; n_i = f_k(n_i)$$

M11

eine allgemeine Selektorthorie möglich, die so beschaffen ist, daß die Theorie metronischer Funktionen in dieser allgemeinen Selektorthorie enthalten ist. Grundsätzlich muß zwischen den Koordinations- und Funktionalselektoren unterschieden werden. Nicht nur ϕ , sondern auch C_k sind solche Funktionalselektoren, wobei allerdings ϕ als kombinierter Funktionalselektor von mehreren **Argumentselektoren** abhängt, während die C_k einfache, also nicht kombinierte Funktionalselektoren sind. Aufgrund dieser Selektordefinition ist es evident, daß es auch einen **Null-** und einen **Einheitsselektor** $0; n = 0$ und $E; n = 1$ geben muß. Ebenso geht aus dem Selektorbegriff hervor, daß alle Selektoren dem assoziativen und distributiven Gesetz hinsichtlich Addition und Multiplikation genügen müssen, während im allgemeinen das kommutative Gesetz nur hinsichtlich der Addition gilt. In bezug auf die Multiplikation braucht das kommutative Gesetz nicht mehr zu gelten; denn auch die Operationen der metronischen Differentiation und Integration können als Funktionalselektoren aufgefaßt werden, so daß für zwei Selektoren C_i und C_k ein von Null verschiedener Anti-

kommutator und Kommutator $(C_i \times C_k)_+ \neq 0$ möglich werden kann, wobei sich die Existenz, also die Abweichung vom Nullsektor, nach dem Bau der beiden zur Diskussion stehenden Selektoren richtet. Auch ein **Konstantensektor** muß existieren, nämlich dann, wenn $C; n = a = \text{const}(n)$ für alle n ist. Dieser Sektor kann nur die Gestalt $C = a \frac{()}{()}$ haben, so daß die Definitionsbeziehung des allgemeinen Selektors (M11) zu ergänzen ist durch

$$\begin{aligned} 0; n = 0, \quad E; n = 1, \quad E; (); n = n, \quad (C_i \times C_k)_\pm \neq 0, \\ C; n = a = \text{const}(n), \quad C = a \frac{()}{()} \end{aligned} \quad \text{M11a.}$$

Im folgenden werden metronische Vektoren durch Überstreichung gekennzeichnet.

Jeder metronische Bereich n_i muß in geometrischer Interpretation die Dimensionierung p von τ haben, d. h., die Metronisierung des R_p mit $p \leq L$ bedingt eine Metronisierung der $1 \leq i \leq L$ Koordinaten x_i des R_L , so daß die L metronischen Bereiche n_i diese Koordinatenmetronisierungen wiedergeben. Wenn dies aber so ist, dann muß, wie der metronische Bereich geometrisch auch immer verläuft, jeder Folge n_i von Metronenziffern eine vektorielle Orientierung $\bar{e}_i$ mit $|\bar{e}_i| = 1$ zugeordnet werden können, was eine Erweiterung des Koordinationsselektors zum **orientierten Koordinationssektor** $\bar{Z}(i) = \bar{e}_i()$ nahelegt, wobei die L einzelnen Orientierungen $\bar{e}_i$ zueinander nicht notwendig orthogonal zu verlaufen brauchen, d. h., die quadratische Matrix vom Typ L der Orientierungen $(\bar{e}_i \bar{e}_k)_L = \hat{A}$ kann im allgemeinen $\hat{A} \neq \hat{E}$ sein, wobei $\hat{A}(x_i)_1^L$ mit $x_i(n_i)$ gilt. Mit diesem durch

$$\bar{Z}(i) = \bar{e}_i(), \quad |\bar{e}_i| = 1, \quad (\bar{e}_i \bar{e}_k)_L = \hat{A}(n_i)_1^L \quad \text{M11b}$$

definierten orientierten Koordinationssektor wird offensichtlich eine metronische Tensoranalysis möglich; denn mit $\bar{Z}(i); n = \bar{e}_i n_i = \bar{n}_i$

wird die Definition eines Metavektors $\bar{n} = \sum_{i=1}^L \bar{Z}(i); n = \bar{Z}; n$ mit

dem Sektor $\bar{Z} = \sum_{i=1}^L \bar{Z}(i)$ möglich, und dieser Metavektor wieder-

um gestattet die Erweiterung zum allgemeinen metronischen Vektor.

Wenn nämlich ein Koordinationsselektor durch die $\bar{e}_i$ orientierbar ist, dann muß es auch allgemeine orientierte Funktionalselektoren $\bar{C}_i = \bar{e}_i C_i$ geben, wobei die Selektorgesetze $C_i; n = \varphi_i(n_k)_1^L$ metronische Skalarkomponenten darstellen sollen. Mit $\sum_{i=1}^L \bar{e}_i \varphi_i = \bar{\varphi}$ und

$\sum_{i=1}^L \bar{e}_i C_i = \bar{C}$ wird dann ein allgemeines metronisches Vektorfeld

über dem L -dimensionalen metronischen Argument mit Hilfe des orientierten Funktionalselektors $\bar{C}$ durch $\bar{\varphi} = \bar{C}; n$ beschrieben. Dieser metronische Vektor wiederum kann als metronischer Tensor vom ersten Grad aufgefaßt werden. Ist $T_{i_1 \dots i_m}$ die Komponente irgendeines metronischen Tensors ${}^m\bar{T} = [{}^m] [T_{i_1 \dots i_m}]_L$ mit $m \geq 1$ (Tensorgrad), dann baut sich nach dem Begriff des metronischen Vektors diese Komponente gemäß $T_{i_1 \dots i_m} = \prod_{k=1}^m \varphi_{i_k}$ aus metronischen Vektorkomponenten auf, woraus sofort $m \leq L$ ersichtlich wird. Andererseits ist stets $\varphi_{i_k} = C_{i_k}; n$ und $\prod_{k=1}^m \varphi_{i_k} = \prod_{k=1}^m C_{i_k}; n = \left(\prod_{k=1}^m C_{i_k} \right); n$, so daß auf diese Weise ein tensorieller Funktionalselektor

${}^m\bar{C} = [{}^m] \left[\prod_{k=1}^m C_{i_k} \right]_L$ vom Grade $m \leq L$ definiert worden ist, der ge-

mäß ${}^m\bar{T} = {}^m\bar{C}; n$ einen metronischen Tensor vom Grade m durch seine Einwirkung auf die unbestimmte positive ganze Zahlenfolge n liefert, wobei sich für $m = 0$ metronische Skalarfunktionen ergeben, die schon im vorangegangenen diskutiert wurden. Die begriffliche Erweiterung des orientierten Koordinationsselektors zum orientierten Funktionalselektor ermöglicht demnach gemäß

$$\bar{C}_i = \bar{e}_i C_i, \quad C_i; n = \varphi_i(n_k)_1^L,$$

$${}^m\bar{C} = [{}^m] \left[\prod_{k=1}^m C_{i_k} \right]_L, \quad {}^m\bar{T} = {}^m\bar{C}; n, \quad 0 \leq m \leq L \quad \mathbf{M11c}$$

auch eine Metronisierung des allgemeinen Tensorfeldes.

Die Begründung einer metronischen Tensoranalysis sowie einer metrischen Theorie metronischer Tensoren ist möglich, weil nach (M11a) die Matrix der Orientierungen $\hat{A} = \hat{A}(n_i)_1^L$ ebenfalls eine metronische Funktion sein kann. Zur Durchführung dieses Programmes wird es jedoch erforderlich, die Eigenschaften tensorieller Selektoren ${}^m\overline{C}$ zu analysieren. Ist $1 \leq l \leq m$ irgendein laufender Index aus

$$C_{i_k \dots i_m} = \prod_{k=1}^m C_{i_k}, \text{ derart, daß die Darstellung}$$

$$\prod_{k=1}^m C_{i_k} = \prod_{k=1}^{l-2} C_{i_k}; C_{i_{l-1}}; C_l; \prod_{k=l+1}^m C_{i_k} \text{ mit } C_{i_l} = C_l \text{ möglich}$$

wird (das Symbol $\prod$ hat hier nur formale Bedeutung, weil die Selektorwirkung der Multiplikation analog ist), dann kann eine Transposition T in den Indizes $l-1$ und l durchgeführt werden. Für die Komponenten von

$${}^m\overline{C}^{Tl-1,l} \text{ gilt dann } C_{i_1 \dots i_m}^{Tl-1,l} = \prod_{k=1}^{l-2} C_{i_k}; C_l; C_{i_{l-1}}; \prod_{k=l+1}^m C_{i_k}.$$

Andererseits muß in Analogie zum analytischen Tensorbegriff

$${}^m\overline{C}_{\pm(l-1,l)} = \frac{1}{2} ({}^m\overline{C} \pm {}^m\overline{C}^{\times l-1,l}) \text{ hermitesch bzw. antihermitesch}$$

($\pm$) in $l-1, l$ sein. Die Symmetrisierung bzw. Antisymmetrisierung nimmt in Komponentenform die Gestalt

$$2C_{\pm(l-1,l)i_1 \dots i_m} = C_{i_1 \dots i_m} \pm C_{i_1 \dots i_m}^{Tl-1,l} = \prod_{k=1}^{l-2} C_{i_k}; C_{i_{l-1}}; C_l;$$

$$\prod_{k=l+1}^m C_{i_k} \pm \prod_{k=1}^{l-2} C_{i_k}; C_l; C_{i_{l-1}}; \prod_{k=l+1}^m C_{i_k} = \prod_{k=1}^{l-2} C_{i_k};$$

$$(C_{i_{l-1}}; C_l \pm C_l; C_{i_{l-1}}); \prod_{k=l+1}^m C_{i_k} = \prod_{k=1}^{l-2} C_{i_k}; (C_{i_{l-1}} \times C_l)_{\pm};$$

$$\prod_{k=l+1}^m C_{i_k} \text{ mit } C_{i_k} = C_{i_k}^* \text{ an, d. h. eine symmetrische bzw. antisym-}$$

metrische Form existiert, je nachdem, ob die beiden zur Transposition

kommenden Teilselektoren einen vom Nullselektor verschiedenen Antikommutator bzw. Kommutator haben.

Für $C_{i_k} \neq C_{i_k}^*$ können über dem komplexen algebraischen Zahlkörper entsprechende Hermitezitätsuntersuchungen mit Hilfe der Adjunktionen durchgeführt werden, doch entfällt dann die einfache Schreibweise mit Kommutatoren bzw. Antikommutatoren. Der allgemeine Fall kann ohne Eingrenzung der Allgemeingültigkeit auf $m = 2$ reduziert werden. Die Symmetrieuntersuchungen tensorieller Selektoren laufen demnach stets auf das Schema

$$\begin{aligned} {}^2\overline{C} &= [C_i; C_k]_L, & {}^2\overline{C} &= {}^2\overline{C}_+ + {}^2\overline{C}_- = {}^2\overline{C}^*, \\ {}^2\overline{C}_\pm &= \frac{1}{2} [(C_i \times C_k)_\pm]_L, & {}^2\overline{C}_+ &= {}^2\overline{C}_+^x, & {}^2\overline{C}_- &= -{}^2\overline{C}_-^x \quad \text{M12} \end{aligned}$$

hinaus, wonach immer ${}^2\overline{C}_\pm = {}^2\overline{0}$ gilt, wenn $(C_i \times C_k)_\pm = 0$ im reel-len Fall wird, und dies ist unabhängig davon, ob $m = 2$ oder $m > 2$ gilt. Die zur Hermitesierung bzw. Antihermitesierung kommenden Indizes brauchen nicht notwendig benachbart zu sein, doch kann das Problem dann nicht allgemein auf eine Analyse des Antikommutators bzw. des Kommutators der beiden Teilselektoren reduziert werden, es sei denn, daß die übrigen Teilselektoren kommutieren, so daß durch eine Folge von Transpositionen eine derartige Reduktion möglich wird. Eine andere wesentliche Operation tensorieller Selektoren ist die Kontraktion des Tensorgrades durch Bildung der Matrizen Spuren. Gilt $C_{i_j} = C_j$ und $C_{i_l} = C_l$, so wird von ${}^m\overline{C}$ die Matrizen Spur durch $j = l$ und Summation aller $1 \leq l \leq L$ gebildet, was m um 2 reduziert. Allgemein ist dann $sp_{j=l} {}^m\overline{C} =$

$$= [{}^{m-2}] \left[\sum_{l=1}^L \prod_{k=1}^{j-1} C_{i_k}; C_l; \prod_{k=j+1}^{l-1} C_{i_k}; C_l; \prod_{k=l+1}^m C_{i_k} \right]_L = {}^{m-2}\overline{C}$$

und daraus folgt $sp_{i=k} {}^m\overline{C}_{+(i,k)} = {}^{m-2}\overline{C}$, was jetzt nicht mehr hermitesch zu sein braucht, aber es wird $sp_{i=k} {}^m\overline{C}_{-(i,k)} = {}^{m-2}\overline{0}$ sein, weil stets $(C_i \times C_k)_- \sim (1 - \delta_{ik})$ ist. Auch hier kann ohne Einschränkung der Allgemeinheit auf $m = 2$ reduziert werden, was

$$sp^2 \overline{C} = \sum_{i=1}^L C_i^2, \quad sp_{i=k} {}^m \overline{C}_{+(i,k)} = {}^{m-2} \overline{C},$$

$$sp_{i=k} {}^m \overline{C}_{-(i,k)} = {}^{m-2} \overline{0} \quad \text{M12a}$$

im reellen Fall ergibt. Auf den tensoriellen Selektor vom Grade $m \geq 1$ kann ein weiterer orientierter Funktionalselektor $\overline{D}$ einwirken, wobei eine tensorielle und eine skalare Einwirkung möglich ist. Wird das Ergebnis dieser Einwirkung mit $\overline{W}$ bezeichnet, so liefert $\overline{D}; {}^m \overline{C} = {}^{m+1} \overline{W}$ stets eine Erweiterung des Tensorgrades, vorausgesetzt, daß $\overline{D}$ ein orientierter Funktionalselektor ist, während $sp \overline{D}; {}^m \overline{C} = {}^{m-1} \overline{W}$ die skalare Einwirkung kennzeichnet. Ein orientierter Funktionalselektor erweitert den Tensorgrad um 1 bei tensorieller Einwirkung, während die skalare Wirkung den Tensorgrad um 1 kontrahiert, weil es sich um die Matrizen Spur der tensoriellen Wirkung handelt. Ist der Funktionalselektor dagegen in der Form D nicht orientiert, so kann gemäß $D; {}^m \overline{C} = {}^m \overline{W}$ der Tensorgrad nicht geändert werden. $\overline{D}; {}^m \overline{C} = {}^{m+1} \overline{W}$ ist allerdings nur dann möglich, wenn $m \leq L-1$ bleibt, denn der Grad darf die Dimensionszahl nicht überschreiten. Eine spezielle Form von $\overline{D}$ ist $\overline{D} = \overline{\partial} = \sum_{i=1}^L \overline{e}_i \partial_i$, was bei tensorieller Einwirkung ein An-

alogon zur infinitesimalen Tensordivergenz und bei skalarer Einwirkung ein Analogon zur Skalardivergenz bildet, während $\overline{\partial}; () - (\overline{\partial}; ())^x$ eine Analogie zum infinitesimalen Feldrotor darstellt. Der Sonderfall $\overline{\partial}$ in seiner Einwirkung auf eine metronische Funktion $m = 0$ wäre die Analogie zum infinitesimalen Gradienten. Diese tensorielle, skalare und indifferente Einwirkung von Funktionalselektoren auf Tensorselektoren mit dem Spezialfall $\overline{\partial}$ wird demnach zusammengefaßt in

$$\overline{D}; {}^m \overline{C} = {}^{m+1} \overline{W}, \quad sp \overline{D}; {}^m \overline{C} = {}^{m-1} \overline{W}, \quad D; {}^m \overline{C} = {}^m \overline{W},$$

$$\overline{\partial} = \sum_{i=1}^L \overline{e}_i \partial_i, \quad \overline{\partial} \varphi = \text{GRAD}_L \varphi, \quad \overline{\partial}; {}^m \overline{C} = \widehat{\text{DIV}}_L {}^m \overline{C},$$

$$sp \overline{\partial}; {}^m \overline{C} = \overline{\text{DIV}}_L {}^m \overline{C}, \quad \overline{\partial}; {}^m \overline{C} - (\overline{\partial}; {}^m \overline{C})^x = \text{ROT}_L {}^m \overline{C} \quad \text{M12b},$$

wobei die metronischen Gegenstücke zu den infinitesimalen tensorana-

lytischen Differentialoperatoren in der vorstehenden Weise symbolisiert werden.

Auch für diese Selektoren können metronentheoretische Sätze entwickelt werden, da jeder dieser Selektoren ein metronentheoretisches Äquivalent zu einem infinitesimalen Operator darstellt. So folgt zum Beispiel immer, wenn $ImROT_L = 2\bar{0}$ ist, $spROT_L = 0$, weil $ROT_L = -(ROT_L)^x$ gilt. Weiter folgt in Komponentendarstellung

$$(\widehat{DIV}_L ROT_L)_{ikl} = \partial_i(\partial_k())_l - \partial_l(\partial_k())_i \neq 0 \quad \text{und} \quad (sp\widehat{DIV}_L ROT_L)_l = (\overline{DIV}_L ROT_L)_l = \sum_{i=1}^L \partial_i(\partial_i())_l - \partial_l(\partial_i())_i = \sum_{i=1}^L \partial_i^2()_l - \sum_{i=1}^L \partial_l \partial_i()_i.$$

$$\text{Weiter ist } DIV_L GRAD_L = \sum_{i=1}^L \partial_i^2, \text{ also } (\overline{DIV}_L ROT_L)_l =$$

$$DIV_L GRAD_L()_l - \partial_l \sum_{i=1}^L \partial_i()_i = DIV_L GRAD_L()_l - (GRAD_L)_l DIV_L(), \text{ weil } \sum_{i=1}^L \partial_i()_i = DIV_L() \text{ ist. Mithin gilt also}$$

das Theorem $\overline{DIV}_L ROT_L = DIV_L GRAD_L() - GRAD_L DIV_L()$, wenn der Selektor auf ein metronisches Vektorfeld wirkt. Abermalige Divergenzbildung liefert $DIV_L \overline{DIV}_L ROT_L = sp\bar{\partial}; sp\bar{\partial}(\bar{\partial} - (\bar{\partial})^x) =$

$$= \sum_{i,l=1}^L \partial_l \partial_i(\partial_i())_l - \partial_l(\partial_i())_i = \sum_{i,l=1}^L \partial_i^2 \partial_l()_l - \sum_{i,l=1}^L \partial_l^2 \partial_i()_i = 0.$$

Schließlich kann noch ein weiteres Theorem des metronischen Rotors abgeleitet werden. Der kombinierte Selektor $ROT_L GRAD_L$ kann offenbar als Tensorelektor vom 2. Grad nur auf metronische Skalarfelder wirken, doch gilt für seine Komponentendarstellung

$$(ROT_L GRAD_L)_{ik} = \partial_i \partial_k - \partial_k \partial_i = (\partial_i \times \partial_k)_-, \text{ doch wurde bei der Deduktion des partiellen Metronendifferentials das Theorem}$$

$(\partial_i \times \partial_k)_- = 0$ abgeleitet, so daß $ROT_L GRAD_L = 2\bar{0}$ gilt. Für diese speziellen Selektoren der Gleichung **(M12b)** gelten demnach die Theoreme

$$ImROT_L = 20, \quad spROT_L = 0,$$

$$\overline{DIV}_L ROT_L = DIV_L GRAD_L - GRAD_L DIV_L,$$

$$DIV_L \overline{DIV}_L ROT_L = 0, \quad ROT_L GRAD_L = 20 \quad \mathbf{M12c.}$$

Ganz entsprechend können auch einige metronische Integraltheoreme

entwickelt werden. Mit $\bar{n} = \sum_{i=1}^L \bar{e}_i n_i = (\sum_{i=1}^L \bar{Z}(i)); n$ und

$$\begin{aligned} \bar{n} = \bar{N}; n, \text{ also } \bar{N} = \sum_{i=1}^L \bar{Z}(i) \text{ wird } \delta \bar{N} = \sum_{i=1}^L \delta \bar{Z}(i) = \\ = \sum_{i=1}^L \bar{e}_i \delta_i(), \text{ oder } \delta \bar{N}; n = \sum_{i=1}^L \bar{e}_i \quad \text{wegen} \quad Z(i); n = n_i \quad \text{und} \end{aligned}$$

$\delta_i n_i = 1$. Es gilt daher, wenn ein normiertes Orthogonalsystem $(\bar{e}_i \bar{e}_k)_L = \hat{E}$ vorausgesetzt wird und ϕ der skalare Feldsektor der metronischen Funktion $\phi = \phi; n$ ist, $GRAD_L \phi \delta \bar{N} = \sum_{i=1}^L \delta_i \phi = \delta \phi$,

so daß die Bildung des Metronintegrals möglich wird. Da die Grenzen des metronischen Integrationsvorganges als Konstante festliegen, wird $S\delta\phi; n = \text{const}$ und dies bedeutet $S(GRAD_L; \phi \delta \bar{N}); n = \text{const}$ für alle n . Ein anderes Theorem ergibt sich, wenn $\delta\Omega(L) = \prod_{k=1}^L \delta_k n_k = (\prod_{k=1}^L \delta_k Z(k)); n$ und $\delta\Omega(L) = \delta V; n$ gesetzt wird und $\bar{\phi}$ ein

vektorieller Feldsektor ist. In diesem Fall kann

$$DIV_L \bar{\phi} \delta V = \sum_{j=1}^L \delta_j \phi_j \delta_j Z(j) \prod_{k=1}^{j-1} \delta_k Z(k) \prod_{j+1}^L \delta_k Z(k) =$$

$$= \sum_{j=1}^L \bar{e}_j \delta_j \phi_j \delta_j Z(j) \sum_{k=1}^L \bar{e}_k \delta V_k \text{ mit}$$

$$\delta V_k = \prod_{l=1}^{k-1} \delta_l Z(l) \prod_{k+1}^L \delta_l Z(l) \text{ gebildet werden. Kennzeichnet}$$

$\Omega(L-1)$ die $(L-1)$ -dimensionale Hyperfläche des R_L , dann kann das L -fache Metronintegral über $(DIV_L \bar{\phi} \delta V); n$ erstreckt werden.

Mit der Kürzung $\underset{\Omega(L)}{\mathbf{S}} = \underset{n_1}{\mathbf{S}} \underset{n_L}{\mathbf{S}}$ wird dann $\underset{\Omega(L)}{\mathbf{S}} (\text{DIV}_L \bar{\phi} \delta V); n =$

$$= \underset{\Omega(L-1)}{\mathbf{S}} (\delta \bar{V} \underset{i=1}{\sum}^L \delta_i \underset{k=1}{\sum}^L \bar{e}_k \phi_k); n = \underset{\Omega(L-1)}{\mathbf{S}} (\delta \bar{V} \underset{i=1}{\sum}^L \delta_i \bar{\phi}); n =$$

$$= \underset{\Omega(L-1)}{\mathbf{S}} (\bar{\phi} \delta \bar{V}); n, \text{ wenn } \delta \bar{V} = \sum_{k=1}^L \bar{e}_k \delta V_k \text{ verwendet wird. Es}$$

folgt das Selektorthorem $\underset{\Omega(L)}{\mathbf{S}} \text{DIV}_L \bar{\phi} \delta V = \underset{\Omega(L-1)}{\mathbf{S}} \bar{\phi} \delta \bar{V}$. Es kann

noch formal ein weiteres metronisches Integraltheorem hinsichtlich des metronischen Rotors abgeleitet werden. Mit $|\delta \bar{f}_j| = \delta_i n_i \delta_k n_k$ und $i \neq k \neq j$, also $\delta^2 \bar{F}; n = \delta^2 \bar{f}$ mit $\binom{L}{2}$ Komponenten folgt, da $\text{ROT}_L; \bar{\phi}$ die gleiche Komponentenzahl hat, bei skalarer Multiplikation die Skalargröße $(\text{ROT}_L \bar{\phi} \delta^2 \bar{F}); n =$

$$\sum_{i,k=1}^L (\delta_i \phi_k - \delta_k \phi_i); n \delta_i n_i \delta_k n_k =$$

$$= \sum_{k=1}^L \delta_k \sum_{l=1}^L \bar{e}_l \phi_l; n \sum_{i=1}^L \bar{e}_i \delta_i n_i \text{ und dieser Ausdruck kann zwei-}$$

fach metronisch integriert werden. Es folgt $\underset{f}{\mathbf{S}}(\text{ROT}_L \bar{\phi} \delta^2 \bar{F}); n =$

$$= \mathbf{S} \delta n \underset{i=1}{\sum}^L \delta_i \bar{\phi}; n = \mathbf{S}(\mathbf{S} \delta \bar{\phi}; n) \delta n = \mathbf{S} \bar{\phi}; n \delta n = \mathbf{S}(\bar{\phi} \delta \bar{N}); n,$$

also der metronintegrale Selektorzusammenhang

$\mathbf{S} \text{SROT}_L \bar{\phi} \delta^2 \bar{F} = \mathbf{S} \bar{\phi} \delta \bar{N}$. Die metronischen Integraltheoreme können in dem System

$$\mathbf{S}(\text{GRAD}_L \phi \delta \bar{N}); n = \text{const}, \quad \underset{\Omega(L)}{\mathbf{S}} \text{DIV}_L \bar{\phi} \delta V = \underset{\Omega(L-1)}{\mathbf{S}} \bar{\phi} \delta \bar{V},$$

$$\mathbf{S} \text{SROT}_L \bar{\phi} \delta^2 \bar{F} = \mathbf{S} \bar{\phi} \delta \bar{N}, \quad \delta \bar{N} = \sum_{i=1}^L \delta_i \bar{Z}(i),$$

$$\delta V = \prod_{k=1}^L \delta_k Z(k), \quad \delta \bar{V} = \sum_{j=1}^L \bar{e}_j \delta V_j,$$

$$\delta V_j = \prod_{k=1}^{j-1} \delta_k Z(k) \prod_{j+1}^L \delta_k Z(k), \quad (\bar{e}_i \bar{e}_k)_L = \hat{E},$$

$$\delta^2 \bar{F} = [\delta_i Z(i) \delta_k Z(k)]_L$$

zusammengefaßt werden. Alle diese Theoreme, die differentiell in (M12c) und integral in (M13) enthalten sind, bilden die metronischen Analogien zu den entsprechenden differentiellen und integralen tensoranalytischen Sätzen der infinitesimalen Analysis. In Analogie zu den infinitesimalen Operatorgleichungen muß es nach dem Vorangegangenen auch Selektorgleichungen geben, deren Analyse jedoch teilweise auch auf (M7) zurückgreifen muß.

Selektorgleichungen liegen immer vor, wenn Funktionalselektoren durch irgendwelche Relationen miteinander in Zusammenhängen stehen. Die allgemeinste Form einer totalen differentiellen Selektorgleichung wird durch einen Funktionalselektor bestimmt, der Metrondifferentiale bis zur Ordnung $1 \leq \nu \leq N$ mit $1 \leq \kappa \leq T$ Selektoren p_κ in Zusammenhang setzt, so daß Potenzen von den Graden $0 \leq \mu \leq M \neq N \neq T$ auftreten. Derartige allgemeine totale differentielle Selektorbeziehungen der Ordnung N vom Grade M sind dabei im allgemeinen inhomogener Art, doch können bei der metronischen Integration Homogenisierungsverfahren angewendet werden. Allgemeine Integrationsregeln können nicht entwickelt werden, so daß jede differentielle Selektorgleichung individuell behandelt werden muß, aber es besteht immer die Möglichkeit der Transformation und der Substitution. Liegen dagegen tensorielle Selektorgleichungen beliebigen Tensorgrades vor, oder handelt es sich um partielle Selektorgleichungen über einem vieldimensionalen Argument, dann muß zur Lösung stets ein ganzes System partieller Selektorgleichungen vorgegeben sein.

Eine Selektorgleichung beschreibt ganz allgemein stets ein System von Bedingungen, denen die Schar metronischer Lösungsfunktionen genügt, so daß die Selektorgleichung aus der unendlichen Mannigfaltigkeit denkbarer metronischer Funktionen diejenigen auswählt, welche diesem System der Selektorbedingungen genügen. Umgekehrt können induktiv aus vorgegebenen Bedingungen entsprechende Selektorbeziehungen deduziert werden. So gibt es beispielsweise Fibonacci-Folgen der Form $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ mit $a_n > a_{n-1} > a_{n-2}$ und $0 < a_n/a_{n-1} < \infty$, bei denen das Glied n von allen vorangegangenen Gliedern abhängt. Nun kann jede Zahlenfolge $a_n = \varphi(n)$ als metroni-

sche Funktion aufgefaßt werden, so daß sich die Bedingungen der Fibonacci-Folgen in den Zusammenhängen $\varphi(n) = \varphi(n-1) + \varphi(n-2)$ und $\varphi(n)/\varphi(n-1) > 1$ ausdrücken lassen. Hieraus kann nun der Selektor dieser Folgen hergeleitet werden, der als **Kreationsselektor** bezeichnet werden soll, weil der Anstieg von Entitäten gleicher Art in Strukturen der Natur häufig einer derartigen Folge genügt. Aus $\varphi(n) = \varphi(n-1) + \varphi(n-2)$ folgt unmittelbar $\varphi(n-2) = \varphi(n) - \varphi(n-1) = \delta\varphi$, während die Bildung des zweiten Metrondifferentials $\delta^2\varphi = \delta(\varphi - \varphi(n-1)) = \delta\varphi - \delta\varphi(n-1) = \delta\varphi - \varphi(n-1) + \varphi(n-2)$ liefert. Substitution mit $-\varphi(n-1) = \delta\varphi - \varphi$ und $\varphi(n-2) = \delta\varphi$ liefert dann $\delta^2\varphi = 3\delta\varphi - \varphi$ oder $\delta^2\varphi - 3\delta\varphi + \varphi = 0$ als Selektorgleichung, so daß für den Kreationsselektor $\delta^2 - 3\delta + () = 0$ gilt. Da die Folge a_n und damit $\varphi(n)$ monoton steigt, muß es einen Grenzwert ξ für $\varphi(n)/\varphi(n-1) > 1$ im Intervall $1 < \xi < \infty$ geben, so daß $1 < \lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n)/\varphi(n-1) = \lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n-1)/\varphi(n-2) = \xi < \infty$ existieren muß. Aus dem Kreationsselektor folgt die Selektorgleichung $\delta^2\varphi - 3\delta\varphi + \varphi = 0$, die zur Folge $\varphi(n) = \varphi(n-1) + \varphi(n-2)$ zurückführt. Division durch $\varphi(n-1)$ und Bildung des Limes liefert dann $\varphi(n)/\varphi(n-1) = 1 + \varphi(n-2)/\varphi(n-1)$ und $\xi = \lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n)/\varphi(n-1) = 1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n-2)/\varphi(n-1) = 1 + (\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n-1)/\varphi(n-2))^{-1} = 1 + 1/\xi$, oder $\xi = 1 + 1/\xi$, das heißt, der Limes kann aus der quadratischen Gleichung $\xi^2 - \xi = 1$ unter der Bedingung $\xi > 1$ bestimmt werden. Man erhält für die beiden Lösungen $2\xi_{\pm} = 1 \pm \sqrt{5}$, worin wegen $\sqrt{5} > 1$ und $\xi > 1$ nur der Zweig $\xi = \xi_+$, also $2\xi = 1 + \sqrt{5}$ in Betracht kommt. Der Kreationsselektor und der Limes seiner Funktionen

$$\delta^2 - 3\delta + () = 0, \quad 2\xi = 1 + \sqrt{5} \quad \text{M14}$$

beschreibt also die Fibonacci-Reihen.

3. Selektortheorie primitiv strukturierter Tensorien

Bevor eine metrische Theorie entwickelt werden kann, wird eine Erweiterung der Begriffsbildung des metronischen Tensoriums und eine Untersuchung über die möglichen Dimensionen metronischer Tensorien erforderlich. Ist das Metron durch $\tau > 0$ in einem R_p als Element gegeben, dann werden diese Metronen durch die $(p-1)$ -dimensionalen Hyperflächen $x_p = y(x_i)_1^{p-1}$ begrenzt, welche mit einem Scharparameter t die Hyperflächenschar $f(x_i, t)_1^p = 0$ in euklidischer Form in R_p bilden, derart, daß die Bedingung des stetigen Anschlusses der p -dimensionalen Metronen $\tau > 0$ erfüllt ist. Der auf diese Weise zu jedem von τ zugelassenen t -Wert koordinierte R_p muß dann hinsichtlich eines Volumens ein ganzzahliges Vielfaches von τ sein, was eine ganzzahlige Koordinatenteilung der $1 \leq i \leq p$ Koordinaten x_i gemäß $x_i(n)$ zur Folge hat. Die ganzzahlige Folge n läuft dabei im metronischen Bereich $1 \leq n \leq N$, während die p Raster $x_i(n) \triangleq x_{(i)n}$ als einfaches **primitiv strukturiertes, metronisches Tensorium** bezeichnet werden. Ein solches einfaches Tensorium ist also immer p -dimensional und wird von p Koordinaten $x_{(i)n}$ aufgespannt, welche als **metronische Raster** zahlentheoretische Funktionen der ganzzahligen Metronenziffer n sind. Im expliziten Fall ist dies wegen

$$\int_{\omega} \prod_{i=1}^p dx_i = n\tau \text{ evident, doch muß im impliziten Fall } f(x_i, t)_1^p = 0$$

der Parameter t eliminiert werden. Hierbei wird $df = 0$, also

$$\sum_{i=1}^p \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i + \dot{f} dt = 0 \text{ mit der partiellen Parameterableitung}$$

$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial t}$ verwendet. Dieses totale Differential gestattet dann immer

$$\prod_{i=1}^p dx_i \text{ unter Elimination von } t, \text{ so daß die Dimensionszahl } p, \text{ und}$$

wegen $\int \prod_{i=1}^p dx_i = n\tau$ die Rasteraufteilung $x_{(i)n}$ auch im impliziten Fall $f=0$ gewahrt bleibt. Alle diese einfachen metronischen Tensorien sind euklidische Hyperflächen R_p innerhalb eines R_{p+1} , doch werden sie zu beliebigen metrischen Strukturen in diesem $R_{p+1} \equiv V$, wenn der Scharparameter t als weitere Dimension $t = z$ eingeführt wird. $f(x_i)_1^{p+1} = 0$ mit $z = x_{p+1}$ ist dann die allgemeinste Form einer Hyperfläche im V , deren Projektion auf eine der p -dimensionalen Koordinatenhyperebenen durch Gleichsetzung der nicht in dieser Hyperebene enthaltenen Koordinate mit einem Parameter erfolgt. Dieser Parameter erscheint seinerseits in der Hyperebene als Scharparameter einer Schar von $(p-1)$ -dimensionalen Hyperflächen, die als Niveaulächen zu interpretieren sind. Ein solcher Scharparameter muß dann das metrische Verhalten der p -dimensionalen Struktur des V wiedergeben, welche in die gleichdimensionale Hyperebene projiziert wurde. Werden diese Projektionsparameter mit η_k bezeichnet, dann folgt für die $1 \leq k \leq p$ Projektionen $f_k(x_i)_1^p = \eta_k = \text{const.}$ Dieses System von p Hyperflächen, beschrieben im x_i -Bereich, kann auch auf den η_k -Bereich regulär abgebildet werden, wenn die f_k eindeutig sind, so daß ihre Inversen F_k existieren. Eine Inversion liefert $x_i = F_i(\eta_k)_1^p$, was wiederum einer Beschreibung von p Hyperflächen gleichkommt, die nunmehr aber auf einen η_k -Bereich bezogen worden sind, während die x_i nur noch die Eigenschaften von Parametern haben. Da immer die Möglichkeit besteht, die $(p-1)$ -dimensionale Hyperfläche $x_p(x_i)_1^{p-1} = x_p$ zu einer euklidischen Schar $f(x_i, t)_1^p = 0$ zu ergänzen, und da weiter mit $t = x_{p+1}$ diese Hyperflächenschar zu einer beliebigen Hyperfläche $f(x_i)_1^{p+1} = 0$ im V wird, muß geschlossen werden, daß $f=0$ wegen der Metronisierung des Volumens $F = n\tau$ dieser Hyperfläche eine allgemeine metrische Strukturierung des einfachen metronischen Tensoriums beschreibt. Ist $f=0$ ein metronisches Tensorium, so muß gefordert werden, daß die Grenze des metronischen Bereiches, also die höchstmögliche Metronenziffer, eine Invariante gegen Koordinatentransformationen η_k ist, wenn nicht bei einer Deformation der Hyperfläche Metronen entstehen oder vergehen

sollen. Da aber Koordinatentransformationen nur Änderungen des Aspektes sind und bloße Änderungen dieses Aspektes unmöglich eine derart fundamentale Konstante τ ändern können, ist diese Invarianz der Metronenziffer evident.

Alle metronischen Funktionen $\varphi(n)$, deren metronisches Argument eindimensional ist, sind demnach geometrisch als Zustandsfunktionen interpretierbar, die jedem Element, also jedem Metron eines einfachen, durch n gekennzeichneten Tensoriums, einen metronischen Zustandswert φ zuordnen, der sich unstetig mit den Metronenziffern n ändert. Dieser Begriff der metronischen Funktion und des einfachen metronischen Bereiches muß neben der metrischen noch eine dimensionelle Erweiterung erfahren, denn jede metronische Funktion ist als zahlen-theoretische Funktion ganzzahliger Indizes immer als Zahlenfolge interpretierbar, doch gibt es neben den einfachen Folgen $L = 1$ auch mehrfache Zahlenfolgen $L > 1$ und demzufolge metronische Funktionen $\varphi(n_i)_1^L$, die von L metronischen Argumenten n_i abhängen. Sind die $\xi_{(i)k}$ mit $1 \leq k \leq p$ die geodätischen Koordinaten des einfachen Tensoriums i , dann wäre $n_i(\xi_{(i)k})_1^p$, d. h., jede Folge n_i des Argumentes kennzeichnet eine Folge von Metronen, also ein einfaches metronisches Tensorium $n_i(\xi_{(i)k})_{k=1}^p$, weil von τ die Dimensionszahl p ist. Auch sind die $\xi_{(i)k}$ immer geodätische Koordinaten des betreffenden Tensoriums n_j , weil nach dem Fundamentalsatz der Metronentheorie alle Metronen geodätisch begrenzt sind und dem Prinzip des stetigen Anschlusses genügen. Diese geodätischen Koordinaten bilden nach dem Vorangegangenen grundsätzlich ein geodätisches metronisches Gitter $\xi_{(i)k}(n_i)$, was wegen $\tau > 0$ nur von der ganzzahligen Metronenziffer n_i des einfachen Tensoriums bestimmt wird. Demnach besteht die Möglichkeit, da jede Folge n_i des L -dimensionalen metronischen Argumentes ein einfaches Tensorium darstellt, $\varphi(n_i)_1^L = \varphi((\xi_{(i)k})_{k=1}^p)_1^L$ zu setzen, was nach Einführung eines allgemeinen Koordinatensystems geometrisch zu der Darstellung $\varphi(n_i)_1^L = \varphi(x_k)_{k=1}^{pL}$ führt. Diese pL Koordinaten x_k können aber unmöglich alle voneinander unabhängig sein, d. h., pL ist trotz der formalen Übereinstimmung mit Gleichung (15b) im allgemeinen nicht

mit der Dimensionszahl N des R_N identisch, in welchem das L -fache metronische Tensorium geometrisch dargestellt werden kann. Jeder Folge der $1 \leq i \leq L$ Metronenziffern entspricht dabei ein R_p als einfaches metronisches Tensorium, d. h., der das L -fache Tensorium darstellende R_N muß hinsichtlich N so beschaffen sein, daß in ihm L voneinander unabhängige R_p enthalten sein können. Die Bedingung hierfür lautet aber $L = \binom{N}{p}$. Diese Beziehung ist eine Auswahlregel für $L \geq 1$, denn für N gilt die Auswahlregel (15b). Das L -fache metronische Argument von φ ist durch seine Diskontinuität charakterisiert, und diese metronische Diskontinuität muß auch den R_N kennzeichnen, in welchem die metrische Darstellung des L -fachen Argumentes von $\varphi(n_i)_1^L$ erfolgt. Insbesondere muß eine Volumendiskontinuität im R_N vorliegen, aus welcher sich die Auswahlregel $N = pM$ der Gleichung (15b) ergeben hat. Substitution in $L = \binom{N}{p}$ liefert dann das Auswahlprinzip für die Zahl L der im R_N möglichen einfachen metronischen Tensorien, nämlich $L = \binom{pM}{p}$, so daß die metronische Darstellung des L -fachen metronischen Tensoriums im R_N stets auf

$$\varphi(n_i)_1^L = \varphi(x_i)_1^N, \quad L = \binom{N}{p} \quad \text{M15}$$

zurückgeht. Ein allgemeines metronisches Feld $\varphi(n_i)_1^L$ über dem L -fachen Tensorium ist also immer eine metronische Zustandsfunktion, die jedem Element des darstellenden R_N mit $N = pM$ einen metronischen Zustandswert zuordnet, derart, daß der R_N zur Hyperfläche eines R_{N+1} wird, denn $\varphi = \varphi(n_i)_1^L = \varphi(x_k)_1^N$ kann stets implizit in der Form $F(x_k)_1^{N+1} = 0$ geschrieben werden. Existieren $1 \leq i \leq N$ Feldgleichungen der Form $\varphi_i = \varphi_i(x_k)_1^N$ eindeutig und existieren die eindeutig inversen $x_k = x_k(\varphi_i)_1^N$, so bildet das eineindeutige System $\varphi_i(x_k)_1^N$ ein System von generalisierten Koordinatentransformationen des metronischen Tensoriums, welche entweder als Transformationen von x_k in φ_k oder als Deformationen des Tensoriums aufgefaßt werden können.

Kennzeichnen die $1 \leq k \leq N$ Werte ξ_k geodätische Koordinaten mit den Orientierungen $\bar{\xi}_k = \bar{e}_k \xi_k$ und $(\bar{e}_i \bar{e}_k)_N = \hat{B}(\xi_k)_1^N = \hat{A}(n_i)_1^L$,

dann gilt $d\vec{s} = \sum_{k=1}^N d\vec{\xi}_k$ oder quadriert $ds^2 = \sum_{i,k=1}^N \bar{e}_i \bar{e}_k d\xi_i d\xi_k$.

Sind weiter die Koordinaten ganz beliebig und ist im allgemeinen Fall, in Analogie zur metronischen Erweiterung des einfachen Tensoriums, das N -dimensionale Tensorium in beliebiger Weise nichteuklidisch strukturiert, so daß zwischen ko- und kontravarianten Koordinaten zu unterscheiden ist, dann gilt für die allgemeine Transformation in x^k -

Koordinaten $\xi_i = \xi_i(x^k)_1^N$ und $d\xi_i = \sum_{k=1}^N \frac{\partial \xi_i}{\partial x^k} dx^k$, was für die Me-

trik, wenn zur Unterscheidung vom infinitesimalen Fall $\tau = 0$ die kontravarianten Indizierungen für $\tau > 0$ unterstrichen werden,

$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$ oder hiermit identisch $ds^2 = g^{ik} dx_i dx_k$ ergibt, wo-

bei zur Kürzung wiederum die Summationsregel $A_i B^i = \sum A_{(i)} B^{(i)}$ gilt.

Im allgemeinen kann dabei $g_{ik} \neq g_{ki}^*$ nichthermitesch sein. Der Übergang vom metrischen Kontinuum ${}^2\bar{g}(x_k)_1^N \neq {}^2\bar{g}^x$ zum diskontinuierlichen

metronischen Tensorium hat also zunächst in einem Übergang von der infinitesimalen Differentialform der Metrik $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$

zur Differenzform $\Delta s^2 = g_{ik} \Delta x^i \Delta x^k$ zu bestehen, und hierin ist die

Existenz von $\tau > 0$ zu berücksichtigen. Die Metrik Δs^2 beschreibt eine

Flächendifferenz, die aber gegen Koordinatentransformationen stets invariant

bleiben muß und für deren untere Schranke daher $\Delta s^2 = (\delta s)^2 = f(p, \tau)$ gilt, so daß für $p = 2$ stets $f = \tau$ wird. Es

kann immer angenommen werden, daß die x_i die Koordinaten des strukturlosen R_N mit ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{E}$ sind, auf den die Struktur

${}^2\bar{g}(x^i)_1^N$ bezogen wird. Dies bedeutet aber, daß die charakteristischen

x_i ein orthogonales metronisches Gitter äquidistanter geodätischer Geraden hinsichtlich des Bezugsraumes bilden. Hieraus folgt

$$\delta x_i = \sum_{k=1}^N \delta_k x_i = \alpha_i \sum_{k=1}^N \delta_k n_i = \alpha_i, \text{ weil immer } \delta_k n_i =$$

$= \delta_i n_k = \delta_{ik}$ ist. Weiter ist auch $\delta x^i = \alpha^i$ und $\alpha_i = \kappa_i^p \sqrt{\tau}$ bzw.

$\alpha^i = \kappa^i{}^p \sqrt{\tau}$, und die Faktoren $\Delta x^i \Delta x^k$ sind die Projektionen von Δs^2 ,

was wegen $\lim \Delta s^2 = (\delta s)^2$ auch $\lim \Delta x^i \Delta x^k = \delta x^i \delta x^k = \kappa^i \kappa^k {}^p \sqrt{\tau^2}$

bedeutet. Diese metronischen Beziehungen können in die aus $\lim \Delta s^2 = \lim g_{ik} \Delta x^i \Delta x^k$ folgende metronische Metrik

$(\delta s)^2 = g_{ik} \delta x^i \delta x^k$ eingesetzt werden, was mit der durch τ und p bestimmten Konstanten $\alpha(p, \tau) = \sqrt[p]{\tau - 2} f(p, \tau)$ die Beziehung

$\kappa^i \kappa^k g_{ik} = \alpha$ liefert. Hierin ist α so beschaffen, daß $\alpha(2, \tau) = 1$ wegen $f = \tau$ für $p = 2$ ist. Andererseits sind die metrischen Größen

$g_{ik} = g_{ik}(x^L)_1^N$ insgesamt N^2 Tensorkomponenten, weil ${}^2\bar{g} \neq {}^2\bar{g}^x$ ist.

Dieser metrische Fundamentaltensor aber kennzeichnet die metrischen Eigenschaften des metronischen Tensoriums und muß daher selbst eine tensorielle metronische Funktion sein, die von den L Folgen von Metronenziffern n_l mit $1 \leq l \leq L$ des Tensoriums abhängt. Demnach gilt ${}^2\bar{g}(x^L)_1^N = {}^2\bar{g}(n_l)_1^L$ und dieser metronische Fundamentaltensor wiederum kann nach dem Selektorbegriff durch einen tensoriellen Selektor vom zweiten Grad ${}^2\bar{\gamma}$ in die Form ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{\gamma}; n$, oder in Komponentendarstellung $g_{ik} = \gamma_{ik}; n$ gebracht werden. Mithin gilt für die metronische Darstellung der Metrik des Tensoriums

$\kappa^i \kappa^k \gamma_{ik}; n = \alpha = \left(\alpha \frac{()}{()} \right); n$, was zur Darstellung des **Metrikselektors**

$\kappa^i \kappa^k \gamma_{ik} - \alpha \frac{()}{()} = 0$ führt. Hierin kann der metrische **Fundamental-**

selektor ${}^2\bar{\gamma} \neq {}^2\bar{\gamma}^x$ in zweifacher Weise entstehen, nämlich entweder

als Extension ${}^2\bar{\gamma} = \bar{\gamma} \times \bar{\gamma}$ aus einem vektoriellen Selektor oder aber

als Kontraktion ${}^2\bar{\gamma} = sp({}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa})$ aus einem tensoriellen Selektor

${}^2\bar{\kappa}$. Ist ${}^2\bar{\gamma} \neq {}^2\bar{\gamma}^x$, also ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}_+ + {}^2\bar{\gamma}_-$ mit ${}^2\bar{\gamma}_+ = {}^2\bar{\gamma}_+^x$, und

${}^2\bar{\gamma}_- = -{}^2\bar{\gamma}_-^x$, dann muß auch ${}^2\bar{\kappa} \neq {}^2\bar{\kappa}^x$ im Fall der Kontraktion sein,

während im Fall der Extension $(\gamma_i \times \gamma_k)_\pm \neq 0$ weder kommutativ

noch antikommutativ zu sein braucht. Die metronische Metrik eines

Tensoriums wird also durch das System

$${}^2\bar{g}(x^L)_1^N = {}^2\bar{\gamma}(Z^L)_1^N; n, \quad \kappa^i \kappa^k \gamma_{ik} - \alpha(p, \tau) \frac{()}{()} = 0,$$

$$\alpha(p, \tau) \neq 1, \quad p \neq 2, \quad {}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}_+ + {}^2\bar{\gamma}_- \neq {}^2\bar{\gamma}^x, \quad {}^2\bar{\gamma} = \bar{\gamma} \times \bar{\gamma},$$

$$(\gamma_i \times \gamma_k)_\pm \neq 0, \quad {}^2\bar{\gamma} = sp({}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa}), \quad {}^2\bar{\kappa} \neq {}^2\bar{\kappa}^x$$

M16

beschrieben.

Zur Analyse des Metrikselektors $\kappa^i \kappa^k \gamma_{ik} - \alpha \frac{()}{()} = 0$ muß festgestellt werden, daß die einzelnen Summanden von α Projektionen von $(\delta s)^2$ auf die Koordinatenebenen sind, von denen es $\binom{N}{2}$ im R_N gibt. Dies bedeutet aber, daß in diesen Summanden auch Richtungsgrößen enthalten sein müssen, weil zu jeder Projektion eine Richtung und ein Richtungssinn gegeben sein muß. Die Faktoren κ^i sind nun diejenigen Faktoren, welche den metronisierten algebraischen Zahlenkörper x^i kennzeichnen. Wird gefordert, daß eine Invarianz gegen grundsätzlich alle regulären Transformationen vorliegt (wobei die Eindeutigkeit nicht notwendig gefordert zu werden braucht), dann bedeutet dies für das quadratische Schema $\hat{\kappa} = (\kappa^i \kappa^k)_N$ die Eigenschaft $def \hat{\kappa} = 0$ und $rg \hat{\kappa} = N$, was nur möglich ist, wenn $|\hat{\kappa}|_N \neq 0$ gilt. Wird weiter ${}^2\bar{\gamma}$ in der Form ${}^2\bar{\gamma} = \bar{\gamma} \times \bar{\gamma}$ oder $\gamma_{ik} = \gamma_i;() \gamma_k$ dargestellt, dann folgt für die Hermitesierung bzw. Antihermitesierung unmittelbar

$\gamma_{\pm ik} = \frac{1}{2} (\gamma_i \times \gamma_k)_{\pm}$. In α kommt es wegen der Summation jedoch wie bei der infinitesimalen nichthermiteschen Metrik zu einer Kompensation der antihermiteschen Summanden. Insgesamt wird dieser Sachverhalt in

$$\hat{\kappa} = (\kappa^i \kappa^k)_N, \quad |\hat{\kappa}|_N \neq 0, \quad {}^2\bar{\gamma} = \bar{\gamma} \times \bar{\gamma}, \quad \gamma_{\pm ik} = \frac{1}{2} (\gamma_i \times \gamma_k)_{\pm},$$

$$\kappa^i \kappa^k (\gamma_i \times \gamma_k)_{+} - 2 \alpha \frac{()}{()} = 0 \quad \text{M16a}$$

zusammengefaßt, wobei immer $\hat{\kappa} = \hat{\kappa}_T$ ist, weil die Elemente die kommutativen Produkte von Zahlenfaktoren sind. Durch die Gleichungen (M15) bis (M16a) werden alle metrischen Eigenschaften eines primitiv strukturierten metronischen Tensoriums im R_N wiedergegeben. Der metronischen Beschreibung im L -fachen Tensorium ist offensichtlich die geometrische Darstellung im R_N völlig äquivalent. Diese Darstellung im R_N kann daher stets für metrische Untersuchungen verwendet werden, zumal wegen ${}^2\bar{g} \neq {}^2\bar{g}^x$ die gleichen Beziehungen gelten wie im kontinuierlichen R_n , doch muß immer berücksichtigt werden, daß die Koordinaten im R_N zahlentheoretische Funktionen sind, die sich nicht stetig ändern. Nach der Forderung des stetigen Anschlusses aller Metronen können die Metronen eines einfachen Tensoriums

nur von geodätischen Linien begrenzt werden. Im R_N gibt es unter allen nach (M16a) zugelassenen Koordinatensystemen ein System geodätischer Koordinaten. Die geodätischen Linien werden immer durch $\ddot{x}^i + \Gamma_{kl}^i \dot{x}^k \dot{x}^l = 0$ im nichtgeodätischen System x^k beschrieben. Sind die ξ^k geodätisch, dann gilt $\ddot{\xi}^i = 0$, oder $\Gamma_{kl}^i = 0$, was soviel wie ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{a} = \text{const}$ bedeutet. Der metrische Fundamentaltensor liefert dann für alle n gemäß ${}^2\bar{\gamma}; n = {}^2\bar{a}$ einen konstanten Wert.

Für eine Volumendifferenz gilt im R_N mit ${}^2\bar{g} \neq {}^2\bar{g}^x \neq {}^2\bar{E}$, bezogen auf die für ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{E}$ geodätischen Koordinaten x^k , die Beziehung $\Delta V = w \prod_{k=1}^N \Delta x^k$, wenn $w^2 = |g|$ und $g = |{}^2\bar{g}|_N$ ist. Metronisch ist

immer $\lim \Delta x^k = \delta x^k = \alpha^k = \kappa^k \sqrt[{}^2\bar{\gamma}]{}^2\bar{\tau}$, also

$$\lim \Delta V = \delta V = \lim w \prod_{k=1}^N \Delta x^k = w \sqrt[{}^2\bar{\gamma}]{{}^2\bar{\tau}}^N \prod_{k=1}^N \kappa^k. \text{ Weil nach der}$$

Auswahlregel (15b) aber $N = pM$ ist, und $\prod_{k=1}^N \kappa^k = \kappa = \text{const}$ in jedem Fall gesetzt werden kann, gilt für das metronische Volumenelement des R_N , wenn dieser Raum mit p -dimensionalen Metronen $\tau > 0$ und $p \leq N = pM$ metronisiert wurde, $\delta V = \kappa \tau^M w$, d. h., δV ist eine von der metrischen Determinante abhängige Funktion.

Mit $\gamma; n = |{}^2\bar{\gamma}|_N; n = w^2$ folgt also für das integrale Volumen des Tensoriums

$$\gamma; n = |{}^2\bar{\gamma}|_N; n = w^2, \quad w = W; n, \quad V = \kappa \tau^M S W; n \delta_n,$$

$$\kappa = \prod_{k=1}^N \kappa^k \quad \text{M17.}$$

Wird auf das metronische Gitter geodätischer Koordinaten ξ^k transformiert, dann wird ${}^2\bar{\gamma}; n = \text{const}$ und damit auch $W; n = \text{const}$, was in Gleichung (M17) eingesetzt $V \sim n \tau^M$ zur Folge hat. In diesem Fall wird V zum ganzzahligen Vielfachen der konstanten Elementarzelle $\delta V \sim \tau^M$ mit $M = \frac{N}{p}$, wobei die Eigenschaften des R_N in dem Proportionalitätsfaktor enthalten sind. Nur im euklidischen Fall

${}^2\bar{g} = {}^2\bar{E}$ nimmt dieser Faktor den Wert 1 an, so daß hier $\delta V = \tau^M$ oder $\delta V = \tau$ für $p = N$ wird.

Die auf diese Weise beschriebenen L -fachen metronischen Tensorien im metrischen R_N sind noch der Einschränkung der primitiven Strukturierung unterworfen, d. h., die L einfachen Tensorien bestehen jeweils nur aus einer Folge von Metronen, die nach der Forderung des stetigen Anschlusses einander angepaßt sind. Auch im Fall eines nicht-euklidischen R_p besteht das einfache **primitiv strukturierte Tensorium** nur aus einer Folge geodätisch begrenzter Metronen in Form eines geodätischen Hyperflächenstreifens. Bei tatsächlichen Tensorien müssen dagegen Hyperstrukturen vorliegen, so daß die einfachen Tensorien **Feinstrukturen** in Form **metronischer Gitter** aufweisen, welche durch geodätische Gitter (die durch die metrische Struktur bestimmt sind) begrenzt werden. Eine diesbezügliche Erweiterung des Begriffes vom **metronischen Tensorium** ist daher noch im Rahmen der Metronentheorie durchzuführen.

4. Metronische Hyperstrukturen und Metronisierungsverfahren

Das im vorangegangenen untersuchte L -fache metronische Tensorium, welches metrisch im R_N mit $N = pM$ insgesamt $L = \binom{N}{p}$ voneinander unabhängige R_p aufspannt, ist trotz seiner beliebigen metrischen Struktur ${}^2\bar{g} + {}^2\bar{g}^x$ im R_N primitiv strukturiert; denn die L einfachen Tensorien R_p bestehen nur aus einfachen geodätisch begrenzten Metronenfolgen und bilden daher nur einfache geodätische Hyperflächenstreifen. Tatsächlich können aber in einem R_N die metronischen Tensorien niemals einfache Metronenfolgen sein, wenn der ganze R_N – der Voraussetzung entsprechend – vollständig metronisiert sein soll. Es muß vielmehr eine Summe solcher einfacher Folgen einen Bereich R_p ausfüllen, derart, daß jedes Tensorium R_p , also jede Metronziffer n_i mit $1 \leq i \leq L$ eine p -fache Metronenfolge sein muß, was der p -Dimensionalität entspricht. Wenn also in einer Abstraktion die Begriffsbildung des primitiv strukturierten Tensoriums erweitert wird, dann erscheint jedes beliebig erstreckte einfache Tensorium R_p des R_N in Form einer **metronischen Feinstruktur** als metronisches Gitter. Zugleich ist der R_N im allgemeinsten Fall aber noch einer metronischen Strukturierung unterworfen, welche das metrische Verhalten eines jeden R_p bestimmt. Nach der Forderung des stetigen Anschlusses aller Metronen müssen daher die Einzelelemente τ eines jeden R_p durch geodätische Linien begrenzt werden, so daß eine geodätische metrische Netzstruktur als Ausdruck des metrischen Verhaltens die metronische Feinstruktur eines jeden R_p im R_N trägt. Auf diese Weise erhält das metronische Tensorium eine metronische **Hyperstruktur** im R_N , welche die allgemein gültige Fassung des Begriffes eines **metronischen Tensoriums** darstellt.

Zunächst werde das Verhalten eines R_p mit Hyperstruktur untersucht. Dimensionell sind in dieser einfachen metronischen Hyperstruktur $M = 1$ also $N = p$ und $L = 1$. Für $M > 1$ ist nach Gleichung

(M17) immer $\delta V = \alpha \tau^M$ mit dem metrischen Faktor α . Ist aber $M = 1$, so muß grundsätzlich der Orientierung entsprechend

$\delta V = \pm \tau$, also $\alpha = \pm 1$ sein, denn $\tau > 0$ muß wegen der vorausgesetzten Eigenschaft eine universelle Konstante zu sein, gegen jede metrische Deformation und jede Koordinatentransformation invariant bleiben, denn anderenfalls wäre τ keine Konstante dieser Art, was im Widerspruch zur Voraussetzung stehen würde. Nur für $M = 1$ ist $\alpha = \pm 1$ eine vom metrischen Verhalten unabhängige Eigenschaft. Für alle $M > 1$ kann $\alpha \neq \pm 1$ bleiben und wird von der metrischen Struktur bestimmt. Wird zum Beispiel aus dem R_N mit $M > 1$ in den R_{N-1} projiziert, dann gilt $\delta V' = \alpha' \tau^M$ im R_N und

$\delta V = \alpha \tau^{\frac{1}{p}(N-1)}$ in der Projektion, also $\frac{\delta V'}{\delta V} = \frac{\alpha'}{\alpha} p \sqrt[p]{\tau}$. Anderer-

seits gilt aber $\frac{\delta V'}{\delta V} = \delta x$, wenn x die bei der Projektion verloren-

gegangene Koordinate ist. Für ihr metronisches Element kann immer $\delta x = \kappa_x p \sqrt[p]{\tau}$ mit $|\kappa_x| = 1$ angenommen werden, was im Vergleich $\alpha = \alpha \kappa_x$ liefert. Da in den metrischen Größen nach Gleichung (M17) immer w enthalten ist und α für die Projektion gilt, muß auch $w' = w$ sein. $w' = \pm 1$ wird im euklidischen Fall erreicht, doch gilt offenbar $\alpha' = w' = \pm 1$ dann, wenn darüber hinaus noch $M = 1$, also $N = p$ angenommen wird. Mit $M = 1$ wird also der R_p und damit der R_N zu einer einfachen metronischen Hyperstruktur, weil nunmehr parallele, primitiv strukturierte Tensorien den ganzen $R_p \equiv R_N$ wegen $p = N$ ausfüllen. Wie auch immer die metrische Beschaffenheit dieser einfachen Hyperstruktur ist, für ihre metronischen Elemente muß grundsätzlich $\delta V = \tau$ wegen der metronischen Invarianz und $\alpha = \pm 1$ gelten. Alle diese Metronen müssen jedoch geodätisch begrenzt sein, so daß ein geodätisches Gitter den R_p metrisch bestimmt. Zur Analyse einer allgemeinen Hyperstruktur $M > 1$ wird zunächst eine Präzisierung des Feinstrukturbegriffes der L einfachen Tensorien R_p notwendig, die den R_N aufbauen. Wegen der p -Dimensionalität eines jeden R_p wäre also die Feinstruktur dadurch gekennzeichnet, daß die Metronenziffern n_i nicht einfache Zahlenfolgen sind, sondern jeweils p -fache Folgen bilden; das heißt, jede Folge n_i ist zu einer zahlentheoretischen

Funktion zu ergänzen, welche von p ganzzahligen Indizes $k_1^{(i)} \geq 1$ mit $1 \leq l \leq p$ gemäß $n_i(k_l^{(i)})_1^p$ abhängt, so daß jedes Metron im R_p durch p ganze Zahlen $k_l^{(i)}$ festgelegt wird. Dieses Zuordnungsgesetz n_i innerhalb der einfachen Hyperstrukturen i des R_N (allgemeine Hyperstruktur) wird im wesentlichen durch den Definitionsbereich

$P_l^{(i)} \leq k_l^{(i)} \leq Q_l^{(i)}$ dieser **Feinstrukturziffern**, also die metrische Begrenzung der einfachen Hyperstruktur i im zugehörigen R_p bestimmt. Nach der Selektorthorie könnte also $n_i(k_l^{(i)})_1^p = c_i; n$ durch einen Selektor, den sogenannten **Feinstrukturselektor** $c_i = c_i(\kappa_l^{(i)})_1^p$ ausgedrückt werden, der auf jeden Fall ein kombinierter Funktional-selektor ist, dessen p -dimensionales Selektorargument $\kappa_l^{(i)}$ immer p Koordinationselektoren enthalten muß, weil die $k_l^{(i)}$ unabhängig voneinander die ganzen Zahlen ihrer Definitionsbereiche

$P_l^{(i)} \leq k_l^{(i)} \leq Q_l^{(i)}$ durchlaufen. Mit diesem Feinstrukturselektor erfährt der Begriff des metronischen Feldes $\varphi(n_i)_1^L$ eine Erweiterung; denn es gilt $\varphi(n_i)_1^L = \varphi(c_i; n)_1^L = \phi; n$ mit dem kombinierten Funktionalselektor $\phi = \phi(K_k)_1^G$, wobei die $G \neq L$ Funktionalselektoren ($G = L$ ist auch möglich), K_k die L Feinstrukturselektoren c_i enthalten. Die Feinstrukturen der einfachen Tensorien R_p einer L -fachen Hyperstruktur im R_N werden demnach beschrieben durch

$$n_i(k_l^{(i)})_1^p = c_i; n, \quad P_l^{(i)} \leq k_l^{(i)} \leq Q_l^{(i)}, \quad c_i = c_i(\kappa_l^{(i)})_1^p, \quad \kappa_l^{(i)}; n = k_l^{(i)}, \\ \varphi(n_i)_1^L = \varphi(c_i; n)_1^L = \phi; n, \quad \phi = \phi(K_k)_1^G \quad \text{M18.}$$

Hierin wird der Selektor ϕ als **Feldselektor** bezeichnet, weil er durch sein Auswahlgesetz das metronische Feld φ in allgemeinen metronischen Tensorien hinsichtlich seines Verlaufes beschreibt. Die Feinstrukturgleichung (M18) allein kann noch nicht die Hyperstruktur beschreiben; denn hierfür ist noch eine metrische Untersuchung erforderlich. Die L einfachen Tensorien n_i sind in einem $N = pM$ -dimensionalen Raum R_N geometrisch darstellbar, wenn L der Auswahlregel $L = \binom{N}{p}$ genügt. Dieser R_N hat dabei im allgemeinen Fall die metrische Struktur ${}^2\bar{g}(x^k)_1^N \neq {}^2\bar{g}^x$, wenn er auf beliebige kontravariante Koordinaten x^k bezogen wird. Diese notwendige metrische Untersuchung muß im allgemeinsten Fall auf eine metronische Theo-

rie der Strukturkomposition hinauslaufen; denn in infinitesimaler Approximation $\tau \rightarrow 0$ ist die allgemeinste metrische Beschreibung des R_N durch die **Strukturkomposition** gegeben. Besteht das **Kompositionsfeld** aus $M = \omega \geq 1$ Strukturtenoren, dann bleibt das Gesetz $N = p\omega$ für $\tau > 0$ gültig, weil diese Dimensionsbeziehung von der inneren Beschaffenheit des Tensoriums nicht abhängt, sondern allein auf die Eigenschaft der Infinitesimalmetrik zurückgeht, eine homogene quadratische Differentialform zu sein. Die metronische Metrik ist aber ebenfalls eine solche quadratische Form, woraus unmittelbar folgt, daß $N = p\omega$ auch für metronische Strukturkompositionen gilt. Die metrische Struktur des R_N bedingt die Begrenzung seiner metronischen Elemente; denn nach der Forderung des stetigen Metronenanschlusses müssen die metronischen Elemente geodätisch begrenzt werden. Für die Gleichungen aller geodätischen Linien gilt aber in der Parameterdarstellung $\ddot{x}^i + \Gamma_{kl}^i \dot{x}^k \dot{x}^l = 0$ mit $1 \leq (i, k, l) \leq N$ im Kompositionsfeld des R_N und diese geodätischen Linien bilden das metrische Netz, dessen die Metronen begrenzende Linien das metronische Gitter des R_N aufspannen und seine Hyperstruktur bestimmen. Werden die x^k einer regulären Transformation $x^k(\xi^l)_1^N$ unterworfen, so daß im ξ^l -System $\ddot{\xi}^l = 0$, also $\Gamma_{kl}^i = 0$ und daher ${}^2\bar{g} = \text{const}$ ist, dann wird dieses ξ^l -System vom metrischen Gitter der geodätischen Linien gebildet, so daß die metronische Hyperstruktur des R_N auf dieses System bezogen werden kann. Wird dieses System geodätischer Koordinaten ξ^l zugrunde gelegt, so kommt es wegen der metronischen Gesamtstruktur zu einem Auswahlprinzip, das heißt, das Koordinatenkontinuum wird zu einem nicht mehr infinitesimalen metronischen Gitter, weil in den einzelnen R_p der Wert τ nicht unterschritten werden kann. Dies bedeutet aber, daß die $1 \leq k \leq N$ Koordinaten ξ^k selbst metronische Funktionen $\xi^k = \xi^k(n_i)_1^L$ werden, die durch die L Feinstrukturselektoren bestimmt sind, so daß die ξ^k selber durch kombinierte Funktionalelektoren X^k , die sogenannten kontravarianten **Hyperstrukturselektoren**, ausgedrückt werden können. Offensichtlich finden diese Hyperstrukturselektoren ihren Ausdruck in den Feinstrukturselektoren und in dem metronischen Fundamentelektor des Tensoriums (der auch die

c_j enthalten muß), wie auch die Hyperstruktur selbst durch die Feinstruktur und die metrische Struktur bestimmt wird. Die metronische Hyperstruktur eines L -fachen metronischen Tensoriums im R_N wird beschrieben durch

$${}^2\bar{\gamma};n = \text{const}, \quad \xi^k = X^k; n, \quad 1 \leq k \leq N \quad \mathbf{M18a.}$$

Nur in bezug auf die Hyperstruktursektoren, oder kurz **Hypersektoren**, X_l beziehungsweise X^l mit $1 \leq l \leq N$, sowie in bezug auf das durch sie beschriebene metronische Gitter ist die Geodäsiebedingung ${}^2\bar{\gamma};n = \text{const}$ erfüllt, während in bezug auf alle anderen Koordinaten ${}^2\bar{\gamma}$ zu einem Feldsektor wird. Dieser **Fundamentalsektor** des Strukturfeldes beschreibt aber andererseits wegen ${}^2\bar{\gamma};n = {}^2\bar{g}$ grundsätzlich irgendeine nichteuklidische Struktur des Tensoriums. Erst wenn in bezug auf die speziellen x^k für das metrische Feld

${}^2\bar{g} = [\kappa_i \kappa_{lc} \delta_{ik}]_N = [\pm \delta_{ik}]_N$ wird, dann existiert im R_N kein metrisches Feld und damit auch keine metrische Struktur. In einem solchen metrisch leeren R_N sind daher die cartesischen, also geradlinig orthogonalen x^k geodätisch, so daß immer dieser leere R_N als Bezugsraum metrischer Strukturen verwendet werden kann. Andererseits gelten im Fall $\tau > 0$ für die Koordinaten des metrisch leeren R_N die metronischen Linearitäten $x_k = \alpha_k n_k$, die durch einfache Koordinationssektoren darstellbar sind. Wegen dieser Linearität wird deutlich, warum sich der strukturlose metronische R_N besonders gut als Bezugsraum metronischer Hyperstrukturen eignet. Das metronische Bezugsgitter $x_k = \alpha_k n_k = \kappa_k^p \sqrt{\tau} \cdot ()_k; n = C_k; n$ kann also durch einen linear wirkenden Selektor, den sogenannten **Gittersektor** $C_k = \kappa_k^p \sqrt{\tau} \cdot ()_k$ beschrieben werden, auf den die Hypersektoren bezogen werden können. $C_k \neq X_k$ weist stets auf die Existenz einer Hyperstruktur hin, während $C_k = X_k$ das Fehlen einer solchen Struktur anzeigt. Im Fall $C_k \sim X_k$ oder $C_k = \sum_{l=1}^N a_l X_l$, mit $a_l = \text{const}$, liegen Pseudostrukturen vor, die durch Drehungen und Paralleltranslationen der x_k im Sinne regulärer Affinitäten zum leeren R_N werden und daher mit $C_k = X_k$ äquivalent sind. Dieser als Bezugsgröße dienende Gittersektor wird demnach durch

$$C_k = \kappa_k^p \sqrt{\tau}(), \quad x_k = C_k; n, \quad C_k = X_k, \quad {}^2\bar{\gamma}; n = \text{const},$$

$$C_k \neq X_k, \quad {}^2\bar{\gamma}; n = {}^2\bar{g}$$

M18b

beschrieben.

Der Begriff der metronischen Hyperstruktur kann noch verfeinert werden, weil in jedem einfachen Feinstrukturbereich R_p Flächenorientierungen durchführbar sind. Es seien $\bar{s}$ und $\bar{\sigma}$ zwei voneinander unabhängige geodätische Gitterlinien innerhalb einer der $\binom{p}{2}$ Koordinatenebenen eines R_p , welche die betreffende Koordinatenfläche j mit $1 \leq j \leq \binom{p}{2}$ aufspannen. Da die beiden Linien voneinander unabhängig sind, können sie als die orientierten geodätischen Koordinaten $\bar{\xi}_\alpha$ und $\bar{\xi}_\beta$ der Koordinatenfläche j des R_p aufgefaßt werden, für deren Metrondifferential sich wegen der Orientierung die tensorielle Größe $\delta^2 \bar{F}_{\alpha\beta} = \delta \bar{\xi}_\alpha \times \delta \bar{\xi}_\beta$ ergeben muß. Hieraus folgt unmittelbar

$$\delta^2 \bar{F}_{\alpha\beta} = -\delta^2 \bar{F}_{\beta\alpha} \quad \text{Die metronische Integration liefert}$$

$${}^2\bar{F}_{\alpha\beta} = S S \delta \bar{\xi}_\alpha \times \delta \bar{\xi}_\beta \quad \text{und dieses Metronintegral muß wegen}$$

$${}^2\bar{F}_{\alpha\beta} = -{}^2\bar{F}_{\beta\alpha}, \text{bezogen auf den } R_N, \text{ durch den metronischen Feldrotor eines Vektorfeldes } \bar{\varphi}_{\alpha\beta} = \bar{\varphi}_{\alpha\beta}; n \text{ gemäß } {}^2\bar{F}_{\alpha\beta} = \text{ROT}_N \bar{\varphi}_{\alpha\beta} \text{ ausdrückbar sein. Da } 1 \leq j \leq \binom{p}{2}, \text{ also } 1 \leq (\alpha, \beta) \leq p \text{ im } R_p \text{ gilt, können diese } \binom{p}{2} \text{ orientierten Flächen zur antisymmetrischen Hypermatrix}$$

$$\hat{F} = ({}^2\bar{F}_{\alpha\beta})_p = (\text{ROT}_N \bar{\varphi}_{\alpha\beta})_p = \text{ROT}_N (\bar{\varphi}_{\alpha\beta})_p = \text{ROT}_N \hat{\varphi}$$

zusammengefaßt werden, wenn formal $\hat{\varphi} = (\bar{\varphi}_{\alpha\beta})_p$ verwendet wird. Jede metronische Funktion ist nach der Selektortheorie durch einen Selektor darstellbar, was auch für matrizenhafte Systeme solcher Funktionen gelten muß. Es ist $\hat{F} = \hat{s}; n$ und $\text{ROT}_N \hat{\varphi} = \text{ROT}_N \hat{\varphi}; n$, also im Vergleich $\hat{s} = \text{ROT}_N \hat{\varphi}$. Jeder Rotor, also auch der metronische, muß aber als Spin aufgefaßt werden, so daß $\hat{s}$ als Schema der $\binom{p}{2}$ **Spinselektoren** ${}^2\bar{s}_{\alpha\beta}; n = {}^2\bar{F}_{\alpha\beta}$ des einfachen Tensoriums R_p aus der L -fachen Hyperstruktur zu interpretieren ist. Die vektoriellen **Spinfeldfunktionen** $\bar{\varphi}_{\alpha\beta}$ sind dabei zum Schema $\hat{\varphi}$ und die **Spinfeldselektoren** zum Schema $\hat{\varphi}$ zusammengefaßt, welches ebenso wie sein Feldrotor auf den R_N bezogen wurde. Stets ist das Schema dieser Spinfeldselek-

toren so beschaffen, daß das Schema der Spinselektoren gemäß $\hat{s}; n$ jedem metronischen Bereich, also jeder Feinstruktur des R_p einen metronischen Spin hinsichtlich des R_N zuordnet, so daß $(\hat{s}; n)_{n=1} = \hat{\tau}$ das Spinschema eines Metrons in bezug auf den R_N angibt. Der den Begriff der metronischen Hyperstruktur ergänzende Begriff des **Metronspins** ist also in

$$\begin{aligned} \hat{s} &= \text{ROT}_N \hat{\phi}, \quad (\hat{s}; n)_{n=1} = \hat{\tau}, \quad \hat{s} = ({}^2\bar{s}_{\alpha\beta})_p, \quad \hat{\phi} = (\bar{\phi}_{\alpha\beta})_p, \\ {}^2\bar{s}_{\alpha\beta}; n &= \mathbf{S} \mathbf{S} \bar{\delta}_{\zeta_\alpha}^\varepsilon \times \bar{\delta}_{\zeta_\beta}^\varepsilon \end{aligned} \quad \mathbf{M19}$$

enthalten. Mit diesem Spinselektor wird der metronischen Hyperstruktur noch eine stark variierebare Spinstruktur überlagert, welche den Elementen des Tensoriums Spinorientierungen zuordnet. Die durch die Gleichungen (M18) und (M18b) beschriebene metrische Hyperstruktur wird also durch (M19) zu einem metronischen Tensorium mit spinorientierter Hyperstruktur ergänzt, wodurch der Begriff des metronischen Tensoriums in die universellste Formulierung gebracht wurde. Liegt zu einer gegebenen infinitesimalen R_N -Struktur die Information $\tau > 0$ mit $p \leq N$ und $M \geq 1$ vor, dann erfolgt die Metronisierung in fünf Schritten.

a) Es wird untersucht, ob bzw. wie N und M zu erweitern sind, damit die dimensionelle Basisbeziehung (15b) erfüllt wird. Eine notwendige Erweiterung würde also zusätzliche Informationen hinsichtlich der metrischen Struktur erfordern.

b) Aus den Zahlen p und τ sowie N und den Kennziffern κ_k können nach Gleichung (M18b) alle Gitterselektoren des leeren, also strukturlosen Bezugsraumes R_N aufgebaut werden. Die Metronisierung des leeren Bezugsraumes ist jedoch erst dann abgeschlossen, wenn nach Gleichung (M19) das Schema der Spinfeldselektoren aufgeschlossen worden ist, das heißt, wenn die metronische Spinmatrix $\hat{s}$ und $\hat{\tau}$ bekannt sind. Bei der Aufstellung dieser antisymmetrischen Matrizen ist zu berücksichtigen, daß im strukturlosen Fall Hyper- und Gitterselektoren identisch werden und daher die Metronen durch gerade orthogonale Gitterlinien begrenzt werden, so daß jede metronische Volumen-

zelle eines einfachen Tensoriums durch $2\binom{p}{2} = p(p-1)$ spinorientierte Flächen R_2 begrenzt wird, die in ihrer Gesamtheit die der Hyperstruktur überlagerte metronische Spinorientierung bestimmen.

c) In diesem Schritt hat die Bestimmung der metrischen Struktur des R_N zu erfolgen. Die $1 \leq k \leq N$ Koordinaten y_k des R_N erhalten ihre

Orientierungen $\bar{e}_k$ derart, daß $d\bar{s} = \sum_{k=1}^N \bar{e}_k dy_k$ möglich wird, wo-

mit die infinitesimale Metrik $ds^2 = \sum_{ik=1}^N \bar{e}_i \bar{e}_k dy_i dy_k$ gebildet wer-

den kann. Hierin werden die $y_k = y_k(x^l)_1^N$ auf cartesische kontravariante x^k transformiert und das Verhalten von $(\bar{e}_i \bar{e}_k)_N$ untersucht, was $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$, also ${}^2g(x^k)_1^N$ bezogen auf die x^k liefert. Ist auf diese Weise 2g des R_N bekannt, dann können aus den $1 \leq i \leq N$ Differentialgesetzen $\ddot{x}^i + \int_{kl}^i \dot{x}^k \dot{x}^l = 0$ die N Scharen geodätischer Linien bestimmt werden, die als Netz der metrischen Struktur selber zu einem Koordinatensystem ξ^k werden. Wegen $\ddot{\xi}^k = 0$ müssen die Transformationen $x^l = x^l(\xi^k)_1^N$ zu $\int_{kl}^i = 0$, also ${}^2g = \text{const}$ hinsichtlich ξ^k führen. Wenn aber ${}^2\bar{g} = \text{const}$ ist, dann muß auch $g = |g_{ik}|_N = \text{const}$ sein.

Weil g mit dem Quadrat der Funktionaldeterminante

$$|g| = \left(\frac{\partial(x^k)_1^N}{\partial(\xi^l)_1^N} \right)^2 \text{ identisch ist, hat } g = \text{const} \text{ auch } \frac{\partial(x^k)_1^N}{\partial(\xi^l)_1^N} = \text{const}$$

zur Folge, woraus $x^k(\xi^l)_1^N$ oder invers $\xi^l(x^k)_1^N$ ermittelt werden kann. Damit ist die metrische Struktur des R_N gegeben. Wenn auf diese Weise ${}^2\bar{g}(x^k)_1^N$ und $\xi^l(x^k)_1^N$ explizit bekannt sind, dann kann nach (M18b) stets die Metronisierung mit $x^k = C^k; n = \kappa^{\underline{k}^p} \sqrt{\tau}()^{\underline{k}; n}$ durchgeführt werden, so daß gemäß ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{\gamma}(C^k)_1^N; n$ und $\xi^l = X^l(C^k)_1^N; n$ der Fundamentalsektor sowie die Hypersektoren als Funktionalsektoren der nach (M18b) vorgegebenen Gittersektoren erscheinen.

d) Durch die in c) gewonnene Darstellung von X^l und ${}^2\bar{\gamma}$ durch die bekannten Gittersektoren ist die Beschreibung der Hyperstruktur in

metronischer Fassung bereits prinzipiell erreicht; denn im allgemeinen erübrigen sich die Feinstruktursektoren c_i , weil die Abhängigkeit der $L - N \geq 0$ Koordinaten der L -einfachen Tensorien $R_p^{(i)}$ mit den Metronenziffern n_i wegen $1 \leq i \leq L = \binom{N}{p} \geq N$ für $N \geq p$ im R_N bereits durch die N Gittersektoren nach (M18b) eliminiert wurde. Werden trotzdem diese L Feinstruktursektoren c_i als Funktionalsektoren der p -dimensionalen Subrastrer benötigt, so können sie durch ein Metronintegral ebenfalls auf die N Gittersektoren zurückgeführt werden. Hierzu wird der Definitionsbereich Ω_N von ${}^2\bar{\gamma}; n$ auf die einfachen Tensorien R_p projiziert, was für $N > p$ stets möglich ist (die $R_p^{(i)}$ sind hier Unterräume) und als Projektionen die Bereiche Ω_i in diesen Unterräumen liefert. Nach der stetigen Anschlußbedingung aller τ werden die Metronen geodätisch durch die ξ^L des betreffenden $R_p^{(i)}$ begrenzt, so daß für eine Volumendifferenz

$$\Delta V_i = \prod_{l=1}^p \Delta \xi_{(i)}^l = \Delta \int_{V_i} \prod_{l=1}^p d\xi_{(i)}^l \quad \text{in } 1 \leq i \leq L \quad \text{folgt. Die Metroni-}$$

sierung führt zu $\lim \Delta V_i = \delta V_i$ und die Metronenbedingung fordert in allen einfachen Tensorien $\delta V_i = \tau$. Einsetzen dieser metronischen

Limesrelation ergibt $\int_{\tau} \prod_{l=1}^p d\xi_{(i)}^l = \tau$ und diese Beziehung kann me-

tronisch längs $1 \leq v \leq n_i$ integriert werden. Einerseits gilt

$$\sum_{v=1}^{n_i} \int_{\tau} \prod_{l=1}^p d\xi_{(i)}^l \delta v = V_i (\xi_{(i)}^L)_1^p \quad \text{und andererseits}$$

$$\sum_{v=1}^{n_i} \int_{\tau} \prod_{l=1}^p d\xi_{(i)}^l \delta v = \sum_{v=1}^{n_i} \tau \delta v = \tau n_i, \text{ also } V_i (\xi_{(i)}^L)_1^p = \tau n_i,$$

weil die Metronenziffern v die ganze Projektion Ω_i durchlaufen. Es ist weiter $\xi_{(i)}^L = X_{(i)}^L; n$ und $X_{(i)}^L = X_{(i)}^L (C_k)_1^N$, also

$V_i (\xi_{(i)}^L)_1^p = V_i (C_k; n)_1^N = F_i; n$, wobei der Volumensektor F_i wiederum ein Funktionalsektor der C_k ist. In $F_i; n = \tau n_i$ ist die Metronenziffer $n_i = n_i (k_{(i)}^L)_1^p$ durch das p -dimensionale Subrastrer $k_{(i)}^L$ bestimmt, dessen ganze Zahlen durch Koordinationssektoren

$k_{(i)}^l = ()_{(i)}^l; n$ darstellbar sind, so daß $n_i = c_i; n$ durch den Feinstruktureselektor ausdrückbar ist, der immer als Funktionalselektor erscheint. Einsetzen in $F_i; n = \tau n_i$ liefert dann eine Reduktion der Feinstruktureselektoren auf Gitterselektoren, nämlich

$$F_i; n = \bigcup_{v=1}^{n_i} \prod_{\tau=1}^p d\xi_{(i)}^l \delta v, \quad 1 \leq i \leq L \leq N,$$

$$\tau c_i(()_{(i)}^l)_1^p = F_i(C_k)_1^N$$

M20

womit die Metronisierung des R_N vollständig durchgeführt worden ist; denn alle die Hyperstruktur bestimmenden Selektoren γ_{kl} sowie X^L und c_i mit $1 \leq (k, l) \leq N$ und $1 \leq i \leq L$ konnten nach c) und d) explizit durch die Gitterselektoren C_k ausgedrückt werden, die aber unmittelbar alle Eigenschaften der metronischen Hyperstruktur enthalten. Wenn die Projektionen Ω_i soweit bekannt sind, daß die Intervallgrenzen aller Gitterlinien der Hyperstruktur, nämlich $P_{(i)}^L \leq \xi_{(i)}^L \leq Q_{(i)}^L$ in dem betreffenden Unterraum $R_p^{(i)}$ festliegen, dann kann das Metronintegral $F_i; n$ ausgeführt werden; denn wegen des stetigen geodätischen Anschlusses aller Metronen wird auch für das infinitesimale Gebietsintegral das Additionstheorem

$$\int_a^b + \int_b^c = \int_a^c \text{ anwendbar, was zur}$$

$$\text{Lösung } \bigcup_{v=1}^{n_i} \prod_{\tau=1}^p d\xi_{(i)}^l \delta v = \int_{\Omega_i} \prod_{l=1}^p d\xi_{(i)}^l \text{ führt.}$$

e) Nach dem Vorangegangenen kann mit den Gitterselektoren jede Art von Feldgleichungen im R_N , also in der metronischen Hyperstruktur metronisiert werden, was darauf hinausläuft, daß alle Bestimmungsstücke der Feldgleichungen zu Selektoren werden. Ist $\varphi = \varphi(x^k)_1^N$ eine Feldfunktion, so wird diese mit $x^k = C^k; n$ gemäß

$\varphi(x^k)_1^N = \varphi(C^k; n)_1^N = \phi; n$ zum Feldselektor $\phi(C^k)_1^N$. Auch die infinitesimalen Operationen der Differentiation und Integration werden mit dem Gitterselektor zu metronischen Operationen. So folgt

$$\text{für die partielle Differentiation das Korrelat } \frac{\partial \varphi}{\partial x^k} \rightarrow \left(\frac{\delta_k \phi}{\delta C^k} \right); n \text{ mit}$$

$$\delta C^k = \sum_{i=1}^N \delta_i C^k \quad \text{und} \quad \delta_i n^L = \delta_{il}, \quad \text{so da\ss sich f\ur das totale}$$

Differential die Korrelation

$$d\phi = \sum_{k=1}^N \frac{\partial \phi}{\partial x^k} dx^k \rightarrow \left(\sum_{k=1}^N \delta_{(x^k)} \phi \right); n \text{ ergibt.}$$

Ganz entsprechend folgt f\ur die Integration $\int \phi d\psi \rightarrow S\phi; n \delta\psi$, wenn ψ irgendeine andere Funktion des R_N ist. Die Anwendung des Metronisierungsverfahrens auf beliebige Feldgleichungen wird demnach beschrieben durch

$$\begin{aligned} \phi(x^k)_1^N \rightarrow \phi; n, \quad \frac{\partial \phi}{\partial x^k} \rightarrow \left(\frac{\delta_k \phi}{\delta C^k} \right); n, \quad d\phi \rightarrow \left(\sum_{k=1}^N \delta_{(C^k)} \phi \right); n, \\ \delta C^k = \sum_{i=1}^N \delta_i C^k, \quad \delta_i n^L = \delta_{il}, \quad \int \phi d\psi \rightarrow S\phi; n \delta\psi \end{aligned} \quad \text{M20a}$$

worin auch Gleichungen eines metrischen Feldes enthalten sind; denn ${}^2\bar{g}$ kann stets als tensorielle Feldfunktion aufgefa\st werden, welche in der metronischen Hyperstruktur durch den metrischen Fundamental-selektor dargestellt wird.

Nach diesem in den Schritten a) bis e) enthaltenen Metronisierungsverfahren k\nnen alle infinitesimal formulierten Beziehungen einer metronischen Revision unterworfen werden.

5. Polymetrie relativer metaphorischer Kondensationen

Im folgenden werde vorübergehend in (15b) $M = \omega$ gesetzt. Ferner soll für die infinitesimale Operation der kovarianten Differentiation ein Operator $\lceil$ verwendet werden, der auf beliebige gemischtvariante Tensorfelder höheren Grades $m \leq N$ einwirken kann. Ist $g_{ik} \neq g_{ki}^*$, dann gibt es hinsichtlich der Dreizeigersymbole $1 \leq \varepsilon \leq 6$ Formen der Wirkung, nämlich $\lceil_{km}^i$ sowie $(\lceil_{km}^i)^x$ oder $(\lceil_{km}^i)_+$ bzw. $(\lceil_{km}^i)_-$, ferner $(\lceil_{km}^i)^x_-$ und $0\lceil_{km}^i = 0$ als Fehlstelle, welche in den Kombinationen s_1 kontravariant (+) und s_2 kovariant (−) auf das gemischtvariante Tensorfeld einwirken, was durch $\lceil_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)}$ symbolisiert werden soll. Hier seien s_1 und s_2 die kontra- bzw. kovariante Typensignatur der Operatorwirkung. Diese Signaturen bestehen aus $1 \leq \varepsilon_1(s_1) \leq n_1$ oder $1 \leq \varepsilon_2(s_2) \leq n_2$ kontra- oder kovarianten Wirkungsvorschriften aus jeweils nur einer Modalität ε_1 oder ε_2 in $1 \leq \varepsilon \leq 6$, wenn das gemischtvariante Tensorfeld durch n_1 kontravariante und n_2 kovariante Indizierungen gekennzeichnet und somit $n_1 + n_2 = m$ der Tensorgrad ist. Diese $\lceil$ -Operatoren erweitern den Tensorgrad um 1, so daß m auf $m \leq N - 1$ eingeschränkt werden muß, wenn keine Matrizen Spur gebildet wird. Es sei ein metrisches Kompositionsfeld im R_N gegeben, das aus $1 \leq v \leq \omega$ **Partialstrukturen** ${}^2\bar{g}_{(v)}(x^i)_1^N \neq {}^2\bar{g}_{(v)}^x$ besteht und welche zu dem Kompositionsfeld ${}^2\bar{g}({}^2\bar{g}_{(v)})_1^\omega \neq {}^2\bar{g}^x$ komponieren. Zunächst werde dieses Kompositionsfeld analysiert. Sind die $\xi_j(x^k)_1^N$ die im allgemeinen nicht orthogonalen geodätischen Koordinaten, dann gilt für die infinitesimale Metrik $(ds)^2 = g_{ik}dx^i dx^k$, was aber mit Hilfe der bekannten Gitterselektoren $C_k = \alpha_k(\cdot)_k$ in $x^k = C^k; n$ und $\alpha^k = \alpha_k = \kappa_k^p \sqrt{\tau}$ metronisiert werden kann, wenn für die Hyperselektoren $\psi_k; n = \xi_k$ gesetzt wird.

Wegen ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{\gamma}; n$ wird also nach dem Metronisierungsverfahren $\alpha_i \alpha_k \gamma_{ik} = \sum_{l, m=1}^N \delta_i \bar{\psi}_l \delta_k \bar{\psi}_m = \delta_i \bar{\psi} \delta_k \bar{\psi}$, weil $\bar{\psi} = \sum_{s=1}^N \bar{\psi}_s$ gilt. Dieser

Ausdruck wiederum führt eindeutig zu dem linearen Theorem $\alpha_k \bar{\gamma} = \delta_k \bar{\psi}$; denn es kann ${}^2\bar{\gamma} = \bar{\gamma} \times \bar{\gamma}$ durch einen vektoriellen Selektor $\bar{\gamma}$ dargestellt werden, für dessen skalare Komponenten $(\gamma_i \times \gamma_k)_\pm \neq 0$ gilt, wenn ${}^2\bar{\gamma} \neq {}^2\bar{\gamma}^x$ ist. Aus dem Theorem $\delta_k \bar{\psi} = \alpha_k \bar{\gamma}_k$ kann der Hyperselektor $\bar{\psi}$ durch eine metronische Integration gewonnen werden. Zunächst muß dabei in Betracht gezogen werden, daß, wenn $\delta_i n_k = \delta_{ik}$ ist, auch $\delta_i n^k = \delta_{ik}$ sein muß, was zu

$$\delta_k n^k = \sum_{l=1}^N \delta_l n^k = \delta n^k \text{ führt. Da } \delta_k n^k = 1 \text{ ist, muß also auch}$$

$\delta n^k = 1$, also $\alpha_k \bar{\gamma}_k = \alpha_k \bar{\gamma}_k; () \delta n^k$ sein. Wegen $x^k = \alpha_k n^k$ des leeren Bezugsraumes und $\alpha_k \delta n^k = \delta x^k$ kann also das Theorem immer in der Form $\delta_k \bar{\psi} = \bar{\gamma}_k; () \delta x^k$ geschrieben werden. Summation liefert

$$\sum_{k=1}^N \delta_k \bar{\psi} = \delta \bar{\psi}, \text{ also } \delta \bar{\psi} = \sum_{k=1}^N \bar{\gamma}_k; () \delta x^k. \text{ Hierin können die vektorellen Selektoren } \bar{\gamma}_k \text{ immer als Zeilen- oder Spaltenvektoren eines}$$

Matrizenselektors $\hat{\kappa}$ aufgefaßt werden, so daß die Summation in der

$$\text{Form } \sum_{k=1}^N \bar{\gamma}_k; () \delta x^k = \hat{\kappa}; () \delta \bar{x} \text{ durchgeführt werden kann. } \hat{\kappa} \text{ ist dabei}$$

von quadratischem Typ und gegen alle zugelassenen eindeutigen regulären Transformationen invariant; d. h., $\hat{\kappa} = {}^2\bar{\kappa}$ ist ein tensorieller Selektor, bezogen auf diese Transformationen. Für den Hyperselektor gilt demnach die Metronendifferentialgleichung $\delta \bar{\psi} = {}^2\bar{\kappa}; () \delta \bar{x}$, die wegen $\bar{\psi} = S \delta \bar{\psi}$ auch als Metronintegral $\bar{\psi} = S {}^2\bar{\kappa}; () \delta \bar{x}$ geschrieben werden kann. Der Hyperselektor der metronischen Hyperstruktur des Kompositionsfeldes erweist sich demnach als metronischer Integralsektor mit dem Kern ${}^2\bar{\kappa}$, der wegen dieser Eigenschaft als **Gitterkern** bezeichnet werden soll. Da dieser Gitterkern ein tensorieller Selektor ist, dessen Zeilen- oder Spaltenvektoren die Vektorselektoren $\bar{\gamma}_k$ von ${}^2\bar{\gamma}$ sind, muß die Iteration des Gitterkerns mit dem Fundamentalselektor identisch sein, das heißt, es gilt ${}^2\bar{\gamma} = sp({}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa})$. Aus diesem Sachverhalt ergibt sich unmittelbar der Zusammenhang zwischen den beiden Darstellungsmöglichkeiten ${}^2\bar{\gamma} = \bar{\gamma} \times \bar{\gamma}$ und ${}^2\bar{\gamma} = sp({}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa})$ des Fundamentalselektors. Nimmt man

$${}^2\bar{\kappa} = {}^2\bar{\kappa}_+ + {}^2\bar{\kappa}_- \neq {}^2\bar{\kappa}^x \text{ an, und wird neben dieser Spaltung}$$

${}^2\bar{\gamma} = sp({}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa})$ berücksichtigt, dann folgt

$$2\gamma_{-ik} = \gamma_{ik} - \gamma_{ki}^* = 2 \sum_{\mu=1}^N (\kappa_{+i\mu} \kappa_{-\mu k} + \kappa_{-i\mu} \kappa_{+\mu k}), \text{ das heißt, es ist}$$

entweder ${}^2\bar{\kappa}_+ = {}^2\bar{0}$ oder ${}^2\bar{\kappa}_- = {}^2\bar{0}$, wenn ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}^*$ ist, da immer ${}^2\bar{\kappa} \neq {}^2\bar{0}$ bleiben muß. Der Hyperselektor kennzeichnet den metrischen Zustand des metronisch strukturierten R_N in bezug auf den leeren $R_{N(0)}$. Nach $\bar{\psi} = S^2\bar{\kappa};() \delta \bar{x}$ ist $\bar{\psi} = \pm \bar{\psi}^*$, wenn ${}^2\bar{\kappa} = {}^2\bar{\kappa}_{\pm}$ verwendet wird, so daß ${}^2\bar{\kappa};() \delta \bar{x} = ({}^2\bar{\kappa};() \delta \bar{x})^*$ gefordert werden muß. Ist dagegen

$$2\gamma_{+ik} = 2 \sum_{\nu=1}^N (\kappa_{+i\nu} \kappa_{+\nu k} + \kappa_{-i\nu} \kappa_{-\nu k}) = 0, \text{ also } {}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}_-, \text{ dann}$$

muß stets ${}^2\bar{\kappa}_{\pm} = {}^2\bar{0}$ sein, was ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{0}$ bedeuten würde, und dies steht im Widerspruch mit ${}^2\bar{\gamma} \neq {}^2\bar{0}$, so daß ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}_-$ grundsätzlich ausgeschlossen ist. In ${}^2\bar{\gamma}$ muß also immer ${}^2\bar{\gamma}_+ \neq {}^2\bar{0}$ sein, während ${}^2\bar{\gamma}_-$ nicht allein existieren kann. Diese Theoreme werden zusammengefaßt in

$$\bar{\psi} = S^2\bar{\kappa};() \delta \bar{x}, \quad {}^2\bar{\gamma} = sp({}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa}), \quad {}^2\bar{\gamma}_+ \neq {}^2\bar{0}, \quad \bar{\psi}; n = \bar{\xi},$$

$$\bar{x} = \sum_{k=1}^N \bar{e}_k C^k$$

M21.

Eine ganz analoge Untersuchung kann für die Partialstrukturen an gestellt werden. In diesem Zusammenhang ist es zunächst angebracht, die Begriffe eines sogenannten **Sieboperators** und der **Siebkette** zu definieren, deren Notwendigkeit sich aus der **Polymetrie** von Partialstrukturen aus $M = \omega > 1$ Gitterkernen ${}^2\bar{\kappa}_{(\mu)}$ mit $1 \leq \mu \leq \omega$ ergibt. Es kann stets durch einen derartigen Sieboperator $S(\mu)$ die nichteuclidische Natur eines der Gitterkerne $S(\mu); {}^2\bar{\kappa}_{(\mu)}; n = {}^2\bar{E}$ gelöscht werden. Ist also $F({}^2\bar{\kappa}_{(\mu)})_1^\omega$ irgendein Funktionalselektor, dann wird mit einem solchen Sieboperator ein Gitterkern gemäß

$$S(j); F({}^2\bar{\kappa}_{(1)} \dots {}^2\bar{\kappa}_{(j)} \dots {}^2\bar{\kappa}_{(\omega)}) = F({}^2\bar{\kappa}_{(1)} \dots {}^2\bar{E}()/() \dots {}^2\bar{\kappa}_{(\omega)}) \text{ eliminiert.}$$

Nunmehr können $1 \leq j \leq s$ metrische Sieboperatoren nacheinander einwirken, derart, daß eine s -gliedrige Siebkette entsteht, was durch $S(j)_1^p = S(1); \dots S(j); \dots S(p)$ symbolisiert werden soll. Wenn es also

einen Funktionalselektor F gibt, der von s metrischen Strukturgrößen μ_j derart abhängt, daß $\mu_j = E$ zum Einheitsselektor wird, wenn die metrische Struktur nicht existiert, dann würde für $s \leq \omega$ die Siebkette auf $F(\mu_j)_1^s$ in der Form $S(j)_1^s; F(\mu_j)_1^s = F(E)$ einwirken. Dieser Sachverhalt legt die Existenz zu $S(j)$ inverser Sieboperatoren nahe, durch welche eine metrische Größe μ wieder in einen Selektor $f(E)$ eingefügt wird. Diese Inversen sollen durch $(\mu)S$ symbolisiert werden, so daß die Einwirkung durch die Form $(\mu)S; f(E) = f(\mu)$ beschrieben wird. Die Erweiterung von $(\mu)S$ ist dann die inverse Siebkette $(\mu_j)_1^s S = (\mu_1)S; \dots (\mu_j)S; \dots (\mu_s)S$, die den Prozeß

$S(j)_1^s; F(\mu_j)_1^s = F(E)$ in der Form $(\mu_j)_1^s S; F(E) = F(\mu_j)_1^s$ umkehrt.

Solche metrischen Siebketten werden also durch

$$S(\mu_j)_1^s; F(\mu_j)_1^s = F(E; ()), \quad (\mu_j)_1^s S; F(E; ()) = F(\mu_j)_1^s, \quad s \leq \omega \quad \mathbf{M21a}$$

in ihrer Definition und Wirkungsweise beschrieben. Mit derartigen metrischen Siebketten kann willkürlich der Grad der Polymetrie reduziert werden. Ist nämlich ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{\gamma}; n$, dann muß diese Selektorfassung

wegen ${}^2\bar{g}({}^2\bar{g}_{(v)})_1^\omega = {}^2\bar{g}({}^2\bar{\gamma}_{(v)}; n)_1^\omega = {}^2\bar{\gamma}({}^2\bar{\gamma}_{(v)})_1^\omega; n$ auch für die Partial-

strukturen ${}^2\bar{g}_{(v)} = {}^2\bar{\gamma}_{(v)}; n$ gelten, wobei ${}^2\bar{\gamma}_{(v)}(C_k)_1^N$ ebenfalls durch die Gitterselektoren bestimmt wird, da in jeder der ω Partialstrukturen eine Metrik möglich sein muß, denn nach Einwirkung einer $(\omega - 1)$ -gliedrigen metrischen Siebkette $S(j)_1^{\omega-1}$ auf das Kompositionsfeld bleibt gemäß $S(j)_1^{\omega-1}; {}^2\bar{g}({}^2\bar{g}_{(v)})_1^\omega = {}^2\bar{g}({}^2\bar{g}_{(\alpha)})$ nur eine einzige Partialstruktur übrig. Aus der Existenz dieser metronisierbaren Metrik

$(ds_{(v)})^2 = g_{(v)ik} dx^i dx^k$ folgt dann mit den Hyperselektoren

$\xi_{(v)}^l = \psi_{(v)}^l; n$ der betreffenden Partialstruktur ein der Gleichung

(M21) analoges metronisches Integraltheorem, nämlich

$$\bar{\psi}_{(v)} = S^2 \bar{\kappa}_{(v)}; () \bar{\partial} \bar{x} \quad \text{mit dem Bildungsgesetz} \quad {}^2\bar{\gamma}_{(v)} = sp({}^2\bar{\kappa}_{(v)} \times {}^2\bar{\kappa}_{(v)}).$$

Da hier der Gitterkern von v zweifach auftritt, erscheint die Kennzeichnung des zugehörigen Fundamentalselektors durch den Doppelsuffix ${}^2\bar{\gamma}_{(v)} = {}^2\bar{\gamma}_{(vv)}$ zweckmäßig. Alle Partialstrukturen werden also von ω Gitterkernen ${}^2\bar{\kappa}_{(v)}$ aufgebaut, so daß für das Komposi-

tionsgesetz ${}^2\bar{\gamma}({}^2\bar{\gamma}_{(vv)})_1^\omega = {}^2\bar{\gamma}({}^2\bar{\kappa}_{(v)})_1^\omega$ gesetzt werden kann. Durch die Einwirkung der metrischen Siebkette ergibt sich demnach zu Gleichung (M21) die Ergänzung

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_{(v)} &= S^2\bar{\kappa}_{(v)};() \delta\bar{x}, & {}^2\bar{\gamma}_{(vv)} &= sp({}^2\bar{\kappa}_{(v)} \times {}^2\bar{\kappa}_{(v)}), \\ {}^2\bar{\gamma}_{(vv)};n &= {}^2\bar{g}_{(v)}(x^L)_1^N, & {}^2\bar{\gamma} &= {}^2\bar{\gamma}({}^2\bar{\kappa}_{(v)})_1^\omega, & N = p\omega\end{aligned}\quad \text{M21b}$$

welche der Metronisierung der Partialstrukturen Rechnung trägt. Die Bildung von ${}^2\bar{\gamma}_{(vv)} = sp({}^2\bar{\kappa}_{(v)} \times {}^2\bar{\kappa}_{(v)})$ aufgrund der Metronisierung ermöglicht eine Vertiefung des Begriffes vom Fundamentalselektor der Partialstrukturen; denn es ist grundsätzlich die Bildung

$sp({}^2\bar{\kappa}_{(\mu)} \times {}^2\bar{\kappa}_{(v)})$ mit $\mu \neq v$ möglich, was zu den Selektoren

${}^2\bar{\gamma}_{(\mu v)} = sp({}^2\bar{\kappa}_{(\mu)} \times {}^2\bar{\kappa}_{(v)})$ führt. Die Möglichkeit dieser Selektoren ergibt sich unmittelbar aus der metronischen Erweiterung der infinitesimalen Theorie. Wegen der nichthermiteschen Eigenschaften der Gitterkerne aller Partialstrukturen wird ${}^2\bar{\gamma}_{(\mu v)} \neq {}^2\bar{\gamma}_{(\mu v)}^*$, aber auch ${}^2\bar{\gamma}_{(vv)} = {}^2\bar{\gamma}_{(v)}$ zur ursprünglichen Partialstruktur. Offensichtlich umfaßt die Hypermatrix $\hat{\gamma} = ({}^2\bar{\gamma}_{(\mu v)})_\omega$ alle Fundamentalselektoren, die aus den Gitterkernen der ω Partialstrukturen gebildet werden können. Im allgemeinen wird $\hat{\gamma} \neq \hat{\gamma}_T$ bleiben, weil $({}^2\bar{\kappa}_{(\mu)} \times {}^2\bar{\kappa}_{(v)})_- \neq {}^2\bar{0}$ nicht notwendig zu kommutieren braucht. Die in diesem Matrixselektor $\hat{\gamma}$ enthaltenen ω Diagonalelemente sind eindeutig die Fundamentalselektoren der entsprechenden Partialstrukturen, während die $\omega(\omega - 1)$ Extradiagonalen fundamentale Korrelationen der Gitterkerne im Sinne weiterer Fundamentalselektoren bilden, von denen ein jeder tensoriellen Charakter haben muß, also in einen hermiteschen und einen antihermiteschen Anteil spaltbar ist. Da in diesen extradiagonalen Elementen eine erste tensorielle Korrelation der Gitterkerne vorliegt, sollen diese Elemente im Gegensatz zu den diagonalen **Partialexektoren** als **Korrelationsvermittler** und demzufolge $\hat{\gamma}$ als **Korrelator** bezeichnet werden. Diese beiden Selektortypen

$${}^2\bar{\gamma}_{(\mu v)} = sp({}^2\bar{\kappa}_{(\mu)} \times {}^2\bar{\kappa}_{(v)}), \quad \hat{\gamma} = ({}^2\bar{\gamma}_{(\mu v)})_\omega \quad \text{M22}$$

haben in der infinitesimalen Analysis kein Analogon und müssen daher

als eine Folge der Metronisierung des R_N aufgefaßt werden, obgleich mit $\tau \rightarrow 0$ aus ${}^2\bar{\gamma}_{(\mu\nu)};n$ eine infinitesimale Feldfunktion wird. Wenn der Sieboperator auf $\hat{\gamma}$ einwirkt, dann muß $S(v);{}^2\bar{\gamma}_{(vv)} = {}^2\bar{E}\frac{()}{()}$, also $S(v);{}^2\bar{\kappa}_{(v)} = {}^2\bar{E}\frac{()}{()}$ wegen ${}^2\bar{\gamma}_{(vv)} = sp({}^2\bar{\kappa}_{(v)} \times {}^2\bar{\kappa}_{(v)})$ und

$S(v);{}^2\bar{\gamma}_{(\mu\nu)} = sp({}^2\bar{\kappa}_{(\mu)} \times {}^2\bar{E}) = {}^2\bar{\kappa}_{(\mu)}$ berücksichtigt werden. Kommt es zur Einwirkung $S(v);\hat{\gamma}$ dann entarten in $\hat{\gamma}$ die Zeile v und die Spalte v zu den betreffenden Gitterkernen, während im Schnitt beider Reihen ${}^2\bar{E}\frac{()}{()}$ liegt. $\psi_k;n = \xi_k$ kennzeichnet eine Gitterlinie der metronischen Hyperstruktur des R_N , aber $C_k;n = x_k$ die entsprechende für den leeren $R_{N(0)}$. Für $\bar{\psi} = \bar{C}$ wird auch der R_N leer und die ξ_k geradlinig äquidistant metronisiert. Erst für ${}^2\bar{\gamma} \neq {}^2\bar{E}$ wird $\bar{\psi} \neq \bar{C}$ und $\bar{\psi};n$, bezogen auf $\bar{x}$ des $R_{N(0)}$, gekrümmt. Da grundsätzlich jede gekrümmte Linie länger ist als die gerade, auf welche sie projiziert wird, muß im Fall der Projektion für die Metronenziffern nachfolgender Sachverhalt gelten. Sind in einem Intervall $a_k \leq x_k \leq b_k$ insgesamt $n_k = \frac{1}{\alpha_k}(b_k - a_k)$ Metronenziffern, aber längs der über diesem

Intervall definierten Kurve ξ_k dagegen N_k Metronenziffern, dann muß, weil die gekrümmte Linie ξ_k mindestens die gleiche Länge wie die Gerade x_k hat, $N_k \geq n_k$ sein. Da außerdem, bezogen auf die Gitterlinie $x_k \sim n_k$ stets $N_k(n_l)_1^N$ ist, folgt $\delta_l N_k \geq \delta_l n_k = \delta_{lk}$. Offenbar kommt es bei der Projektion zu Häufungsstellen der projizierten Metronenziffern, und diese metronischen Kondensationen müssen wiederum ein Maß für die metrische Abweichung sein, welche zwischen ξ_k und x_k besteht. Diese Abweichung ist aber nichts anderes als der Unterschied zwischen der metronischen Hyperstruktur eines Tensoriums und einem leeren Tensorium. Dieser Unterschied wächst mit dem Grad der metronischen **Kondensation**, so daß die Möglichkeit besteht, die metronische Hyperstruktur R_N durch eine metronische Theorie von **Strukturkondensationen** zu beschreiben, wenn es gelingt, ein Maß des Kondensationsgrades aufzufinden. Hier erscheint der Be-

griff der «Kondensation» nicht nur relativer Natur, sondern auch von metaphorischer Art. Wird in $\delta_l N_k \geq \delta_{lk}$ der Faktor $K_k \geq 1$ eingeführt, so daß $\delta_l N_k = K_k \delta_{kl}$ wird, dann kann K_l als ein solches Maß des Kondensationsgrades betrachtet werden, denn $K_k = 1$ bedeutet das Fehlen und $K_k > 1$ das Vorhandensein einer Kondensation längs x_k . Es ist

$$K_k = \sum_{l=1}^N \delta_l N_k = \delta N_k \text{ und wegen } \sum_{i=1}^N \delta_i n_k = \delta n_k = 1.$$

Wenn $\sum_{k=1}^N \delta N_k = \delta \sum_{k=1}^N N_k = \delta \underline{N}$ gesetzt wird, folgt

$$\delta \underline{N} = \sum_{k=1}^N K_k \delta n_k = \bar{K} \delta \bar{n} \text{ oder } \underline{N} = S \bar{K} \delta \bar{n}. \text{ Diese Beziehung}$$

$$\underline{N} = S \bar{K} \delta \bar{n}, \quad \bar{n} = \sum_{k=1}^N \bar{e}_k Z(k); n \quad \text{M23}$$

beschreibt vollständig die metronische Strukturkondensation, und zwar $\underline{N}$ die integrale Kondensation bzw. $\bar{K}$ den Kondensationsgrad, also die metronische Dichte der integralen Kondensation. Aus der Darstellung $\delta_l N_k = K_k \delta_{kl}$ folgt direkt ein Zusammenhang zwischen $\bar{K}$ und dem Gitterkern. Es ist nämlich stets, wenn das metronische Gitter für ${}^2\bar{\gamma} \neq {}^2\bar{E}$ auf dasjenige von ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{E}$ bezogen wird,

$$\delta_l N_k = \delta_{xl} \xi_k (x_m)_1^N = \frac{1}{\alpha_l} \delta_l \xi_k, \text{ was mit } \delta_l N_k = K_k \delta_{kl} \text{ verglichen}$$

$$\delta_l \xi_k = \alpha_l K_k \delta_{kl} = \alpha_l K_k \delta_l n_k \text{ oder nach Summation}$$

$$\delta \xi_k = K_k \sum_{l=1}^N \alpha_l \delta_l n_k = K_k \delta x_k \text{ liefert. Multiplikation mit } \bar{e}_k \text{ und}$$

$$\text{abermalige Summation liefert dann } \delta \bar{\xi} = \sum_{k=1}^N \bar{K}_k \delta x_k = {}^2\bar{K} \delta \bar{x}, \text{ weil}$$

die $\bar{e}_k$ zum System ξ_k gehören und das quadratische Schema invariant bleibt. Bildung des Metronintegrals und Substitution mit dem Hyperselektor $\bar{\xi} = \bar{\psi}; n$ liefert dann $\bar{\psi}; n = S^2 \bar{K} \delta \bar{x}$. Verglichen mit

$\bar{\psi}; n = S^2 \bar{\kappa}; n \delta \bar{x}$ folgt demnach ${}^2\bar{K} = {}^2\bar{\kappa}; n$, das heißt, die Vektoren $\bar{K}_k$, die nach Gleichung (M23) den metronischen Kondensationsgrad

$$\bar{K} = \sum_{k=1}^N \bar{K}_k \text{ darstellen, erweisen sich als Zeilen- oder Spaltenvektoren}$$

ren des Gitterkerntensors ${}^2\overline{\kappa};n$, so daß gemäß der Identität

$${}^2\overline{K} = {}^2\overline{\kappa};n \quad \text{M23a}$$

der Gitterkern ${}^2\overline{\kappa}$ unmittelbar als ein Maß des metronischen Kondensationsgrades einer Hyperstruktur angesehen werden kann, wodurch dieser Selektor eine anschauliche Interpretation erfährt.

Wird der R_N vorübergehend nicht metronisch, sondern infinitesimal aufgefaßt, und wird in ihm ein kontravariantes Vektorfeld parallel verschoben, dann erfahren seine Komponenten, wenn $\Gamma_{kl}^i \neq 0$ bezogen auf den $R_{N(0)}$ ist, eine infinitesimale Änderung

$$A^i + dA^i = A^i - \Gamma_{kl}^i A^k dx^l \quad \text{oder} \quad dA^i = -\Gamma_{kl}^i A^k dx^l, \quad \text{wobei die übliche}$$

Summationsregel gemischtvarianter Indizes Anwendung finden soll.

Es ist $dA^i \neq 0$ für $\Gamma_{kl}^i \neq 0$, aber $dA^i = 0$ für $\Gamma_{kl}^i = 0$, also im pseudoeuklidischen $R_{N(0)}$. Wenn ${}^2\overline{g} = {}^2\overline{E}$ ist, dann wird ein Vektorfeld durch Translationen nicht geändert, wohl aber im Fall ${}^2\overline{g} \neq {}^2\overline{E}$.

Der gleiche Sachverhalt muß auch gelten, wenn der R_N mit ${}^2\overline{g} \neq {}^2\overline{E}$ eine auf den leeren $R_{N(0)}$ bezogene metronische Hyperstruktur ist.

$\vec{A}(x^l)_1^N$ wird dann zur metronischen Vektorfunktion $\vec{A}(n^l)_1^N$ und die

Differentiale werden zu Metronendifferentialen, während $(\Gamma_{kl}^i)_\tau$ andeu-

ten soll, daß die Strukturfunktion Γ_{kl}^i , bezogen auf die $x^L = \alpha_l n^L$, ge-

ten soll, daß die Strukturfunktion Γ_{kl}^i bezogen auf die $x^L = \alpha_l n^L$ ge-

mäß $\tau > 0$ metronisiert worden ist (für die α_l gelte im folgenden die Summationsregel nicht). Wegen $\delta x^L = \alpha_l$ gilt demnach für die Metro-

nisierung der Infinitesimaltranslation $\delta A^L = -(\Gamma_{kl}^L)_\tau A^k \alpha^l$, wobei

$\alpha^L = \alpha_l$ lediglich angibt, daß hier dem Gesetz gemischtvarianter Indizes

zufolge summiert wurde. Die metronische Änderung des Vektorfeldes

als Folge der Translation muß in der Projektion in den $R_{N(0)}$ wieder-

um als eine Dichteänderung der $\vec{A}$ bestimmenden Metronenziffern er-

scheinen, und zwar unabhängig davon, ob Γ_{kl}^i die metrischen Eigen-

schaften eines Kompositionsfeldes oder einer Partialstruktur angibt.

Wenn aber $(\Gamma_{kl}^i)_\tau$ als metrische Funktion die Änderung des metroni-

schen Kondensationsgrades eines Vektorfeldes bei einer Ortsänderung

im R_N beschreibt, dann muß der diese Funktion bestimmende Funk-

tionalselektor in fundamentaler Weise die Ortsänderung eines jeden metronischen Kondensationsgrades kennzeichnen, derart, daß dieser Kondensor, oder besser **Fundamentalkondensor**, den metronischen Kondensationszustand der Hyperstruktur des R_N in bezug auf $R_{N(0)}$ in universellster Form beschreibt. Zunächst muß die kovariante Form $\lceil_{ikl}(\tau)$ beschrieben werden, wobei im allgemeinsten Fall ${}^2\bar{g}_{(ab)} \neq {}^2\bar{g}_{(ab)}^x$ sein kann und der hierzu gehörige Fundamentelelektor soll ein Extradagonalelement von $\hat{\gamma}$ mit den Gitterkernen ${}^2\bar{a}$ und ${}^2\bar{b}$ (beide nichthermitesch) sein. Unter diesen universellen Voraussetzungen ${}^2\bar{g}_{(ab)} = {}^2\bar{\gamma}_{(ab)}; n$ und ${}^2\bar{\gamma}_{(ab)} = sp({}^2\bar{a} \times {}^2\bar{b}) + {}^2\bar{\gamma}_{(ab)}^x$, wird die kovariante Metronisierung möglich.

Im symmetrischen bzw. hermiteschen Sonderfall $g_{ik} = g_{ki}$ oder $g_{ik} = g_{ki}^*$ können die $\lceil_{ikm}$ eindeutig in der bekannten Weise durch $2\lceil_{ikm} = \frac{\partial g_{im}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{ki}}{\partial x^m} - \frac{\partial g_{km}}{\partial x^i}$ dargestellt werden. Diese explizite Beschreibung ist jedoch im allgemeinen Fall einer nichthermiteschen Cartan-Geometrie unmöglich; denn ein eindeutiger Zusammenhang zwischen den Dreizeigersymbolen und den $g_{ik} \neq g_{ki}^*$ kann ohne weitere Zusatzannahmen hinsichtlich der g_{ik} nicht aufgefunden werden (D. K. SEN, Fields and / or Particles). Allerdings müssen sich im allgemeinen Fall dieser Cartan-Geometrie beim Übergang

$g_{ik} \rightarrow g_{+ik} = g_{+ki}^*$ die Darstellung kovariant hermitescher Dreizeigersymbole ergeben. Auch müssen diese $\lceil_{ikm}$ für $g_{ik} \neq g_{ki}^*$ beim Bezug auf geodätische Koordinaten verschwinden. Da bei diesem Bezug $g_{ik} = \text{const}$ hinsichtlich aller Koordinaten wird und dann $\lceil_{ikm} = 0$ gilt, können die nichthermiteschen Dreizeigersymbole nur in irgendeiner Form von den partiellen Ableitungen der Komponenten g_{ik} abhängen. Gilt ganz allgemein $g_{ik}^{(ab)} = \gamma_{ik}^{(ab)}; n$ mit ${}^2\bar{\gamma}_{(ab)} \neq {}^2\bar{\gamma}_{(ab)}^x$ für $\tau > 0$, dann werden die nichthermiteschen Dreizeigersymbole gemäß $\lceil_{ikm}^{(ab)} \rightarrow \lceil_{ikm}^{(ab)}(\tau > 0)$ zu metronischen Funktionen, die, wie auch immer geartet, gemäß $\lceil_{ikm}^{(ab)}(\tau > 0) = \left[\begin{smallmatrix} ikm \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}; n$ durch nicht-hermitesche Funktionalselektoren $\left[\begin{smallmatrix} ikm \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}$ ausgedrückt werden

können, die ihrerseits hinsichtlich der kovarianten Indizes (k, m) in einen hermiteschen und einen antihermiteschen Anteil (indiziert durch $+$ oder $-$) spaltbar sind. Mithin sind diese Funktionalselektoren $\left[\begin{smallmatrix} ikm \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}$ die Komponenten des Fundamentalkondensors für

${}^2\bar{\gamma}_{(ab)} \neq {}^2\bar{\gamma}_{(ab)}^*$. Werden diese Komponenten gemäß

${}^{[3]}\left[\left[\begin{smallmatrix} pkl \end{smallmatrix}\right]_{(ab)}\right]_N = [\widehat{ab}]$ zu einem Schema zusammengefaßt, dann bezeichnet dieses Schema den Fundamentalkondensor der allgemeinen Struktur ${}^2\bar{\gamma}_{(ab)} = sp({}^2\bar{a} \times {}^2\bar{b}) \neq {}^2\bar{\gamma}_{(ab)}^*$ in kovarianter Fassung. Zusammengefaßt wird die kovariante Form dargestellt durch

$${}^2\bar{\gamma}_{(ab)} = sp({}^2\bar{a} \times {}^2\bar{b}), \quad \left[\begin{smallmatrix} (ab) \\ pkl \end{smallmatrix} \right](\tau) = \left[\begin{smallmatrix} pkl \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}; n$$

$${}^{[3]}\left[\left[\begin{smallmatrix} pkl \end{smallmatrix}\right]_{(ab)}\right]_N = [\widehat{ab}]$$

M24.

Bei der Metronisierung von Strukturfeldgleichungen erscheinen die metrischen Feldfunktionen nicht in ko-, sondern in gemischtvarianter Form, so daß der gemischtvariante Fundamentalkondensor aufgefunden werden muß. Ist im allgemeinsten Fall ${}^2\bar{\gamma}_{(cd)} = sp({}^2\bar{c} \times {}^2\bar{d})$ irgendein anderes Element von $\hat{\gamma}$ und stehen die zugehörigen Strukturtenso rien in Korrelation zueinander, dann besteht nach der Theorie der Kompositionsfelder und ihrer Partialstrukturen immer die Möglichkeit, $\left[\begin{smallmatrix} pkl \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}$ mit der kontravarianten Form ${}^2\bar{\gamma}_{(cd)}^{-1}$ in die gemischtvariante Stufe zu heben. Dieser Prozeß ist aber nicht eindeutig, weil die extradiagonalen Fundamentalselektoren von $\hat{\gamma}$ sich jeweils aus zwei verschiedenen Gitterkernen aufbauen. Bei dem Übertragungsvorgang in die gemischte Varianz bedeutet $\gamma_{(cd)}^{ip} \left[\begin{smallmatrix} pkl \end{smallmatrix} \right]_{(ab)} = \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}^{(cd)}$, daß

dieses **Binärfeld** dadurch entstanden ist, daß der kontravariante Index vom Gitterkern ${}^2\bar{c}_{(-)}$ geliefert wurde, während der Index des Gitterkerns ${}^2\bar{d}_{(+)}$ die Summation ermöglicht; denn es gilt stets

$$\gamma_{(cd)}^{ip} = \sum_{v=1}^N c_v^i d_v^p. \text{ Hieraus folgt unmittelbar, daß im allgemeinen}$$

$\left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}^{(cd)} \neq \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}^{(cd)}$ wird. Allgemein können in einem solchen Fundamentalkondensor (ab) als **Basissignatur**, (cd) als **Kontrasignatur** zur Basis und die Angaben $(+, -)$ bzw. $(-, +)$ als **Wirkungssignatur** zwischen Kontra- und Basissignatur bezeichnet werden. Auch diese gemischtvarianten Formen können zu dem allgemeinen Schema des gemischtvarianten binären Fundamentalkondensors

$$^{[3]} \left[\left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}^{(cd)} \right]_N = \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ \widehat{ab} \end{smallmatrix} \right] \text{ zusammengefaßt werden. Ganz analog kann}$$

noch ein ternärer und ein quartärer, also völlig kontravarianter Fundamentalkondensor gebildet werden. Doch sind hierfür keine zusätzlichen Kriterien zu entwickeln, weil diese Ternär- und Quartärformen in den infinitesimalen Strukturfeldgleichungen nicht auftreten. Für den binären Fundamentalkondensor gilt also

$$^2\overline{\gamma}_{(cd)} = sp(^2\overline{c} \times ^2\overline{d}), \quad \gamma_{(cd)}^{i\overline{p}} \left[\begin{smallmatrix} pkl \end{smallmatrix} \right]_{(ab)} = \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}^{(cd)},$$

$$^{[3]} \left[\left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}^{(cd)} \right]_N = \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ \widehat{ab} \end{smallmatrix} \right] \quad \text{M24a.}$$

Mit diesem Selektor wird es wiederum möglich, die $\left[\right]$ -Operatoren in eine metronische Selektorfassung zu bringen. Die infinitesimalen $\left[\right]$ -Operatoren wirken linear durch die Komponenten der Parallelverschiebungsfelder. Wenn ein $\left[\right]$ -Operator metronisiert wird, dann wirken nach (M24) und (M24a) immer die metronischen Kondensationszustände im Sinne von Funktionalselektoren auf irgendeine metronische Feldfunktion, das heißt, die metronisierten $\left[\right]$ -Operatoren sind immer Funktionalselektoren, welche mit Hilfe von metronischen Kondensationsfeldern wirken. Aus diesem Grunde erscheint für derartige metronisierte Operatoren die Bezeichnung **Kondensfeldselektoren** angebracht. Es kommt nunmehr darauf an, mit den Gleichungen (M24) und (M24a) diese Kondensfeldselektoren durch eine Metronisierung der infinitesimalen $\left[\right]$ -Operatoren kovarianter Differentiation explizit darzustellen.

Werden die das metronische Gitter bildenden geodätischen Linien als Parameterfunktionen auf das geodätische System x^i aus $R_{N(0)}$ bezogen, dann genügen diese Gitterlinien dem Gleichungssystem $\ddot{x}^i + \Gamma_{kl}^i \dot{x}^k \dot{x}^l = 0$. Ist p der Parameter, dann gilt auch für die Metronenziffern $n^i(p)$ im $R_{N(0)}$, wobei auch p metronisiert erscheinen muß. Demnach gilt $\ddot{x}^i = \alpha_i \delta_p^2 n^i$ und $\dot{x}^i = \alpha_i \delta_p n^i$, während aus der Translationsfeldkomponente eine Kondensorwirkung

$\Gamma_{kl}^i \rightarrow \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}^{(cd)}; n$ wird. Dies bedeutet, daß für das metronische Gitter

die Gleichung $\delta_p^2 n^i + \frac{\alpha_k \alpha_l}{\alpha_i} \delta_p n^k \delta_p n^l \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}^{(cd)}; n = 0$ gilt, und zwar in

bezug auf die Hyperstruktur C_0 des $R_{N(0)}$. Wird dagegen auf die Hyperstruktur C_ξ des R_N bezogen, dann gilt infinitesimal $\ddot{\xi}^i = 0$ mit $\Gamma_{kl}^i = 0$, was in $\Gamma_{kl}^i \rightarrow \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}^{(cd)}; n$ eingesetzt

$\left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}^{(cd)}; n = 0$ liefert, so daß $\left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}^{(cd)} = 0$ mit dem Nullsektor identisch wird. Bezogen auf C_ξ gilt demnach $\left[\widehat{\frac{cd}{ab}} \right]_{(\xi)} = \hat{0}$, während dieser

Kondensor, bezogen auf C_0 oder irgendein anderes System vom Nullschema verschieden bleibt. Dieser Sachverhalt wird zusammengefaßt in

$$\delta_p^2 n^i + \frac{\alpha_k \alpha_l}{\alpha_i} \delta_p n^k \delta_p n^l \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(ab)}^{(cd)}; n = 0, \quad n^i = n^i(p),$$

$$\delta_p^2 \xi^i = 0, \quad \left[\widehat{\frac{cd}{ab}} \right]_{(\xi)} = \hat{0}, \quad \left[\frac{cd}{ab} \right] \neq \hat{0} \quad \text{M25,}$$

wobei die Hyperstruktur C_ξ des R_N auf C_0 des $R_{N(0)}$ bezogen wurde. Da $\ddot{x}^i + \Gamma_{kl}^i \dot{x}^k \dot{x}^l = 0$ gegen alle regulären eineindeutigen Transformationen invariant ist, muß die metronische Fassung auch dann gelten, wenn die Hyperstruktur C_ξ auf irgendeine andere Struktur $C' \neq C_0$ des R_N abgebildet wird; denn dann bezieht sich die Kondensation nur auf ein anderes von $x^i \sim n^i$ abweichendes Gitter x'^i , das aber auch auf C_0 bezogen werden kann. Wegen der Invarianz und der

Möglichkeit, den gleichen Parameter zu wählen, gilt dann für die metronische Kondensation in bezug auf dieses neue Gitter die Metronendifferentialgleichung

$$\delta_p^2 x'^i + \delta_p x'^k \delta_p x'^l \left[\begin{matrix} i \\ k \ l \end{matrix} \right]_{(ab)^+}^{(cd)} (C') ; n = 0 \quad \text{M25a,}$$

wodurch das Gitternetz C_ξ der Hyperstruktur auf ein anderes Koordinatennetz C' regulär abgebildet worden ist, welches wiederum als Gitter einer Hyperstruktur $\left[\begin{matrix} c' d' \\ a' b' \end{matrix} \right] = \hat{0}$ aufgefaßt werden kann, denn das

Verschwinden des Fundamentalkondensors kennzeichnet grundsätzlich ein Koordinatengitter als Strukturgitter einer entsprechenden Hyperstruktur. Ist noch ein weiteres Koordinatensystem C'' gegeben, welches wiederum als Gitter einer Hyperstruktur $\left[\begin{matrix} c'' d'' \\ a'' b'' \end{matrix} \right] = \hat{0}$ aufge-

faßt werden kann, dann besteht die Möglichkeit, nicht nur

$$\left[\begin{matrix} \widehat{cd} \\ \widehat{ab} \end{matrix} \right]_{(\xi)} = \hat{0} \text{ gemäß } \left[\begin{matrix} \widehat{cd} \\ \widehat{ab} \end{matrix} \right] \neq \hat{0} \text{ auf } C_0 \text{ des } R_{N(0)} \text{ oder } \left[\begin{matrix} \widehat{cd} \\ \widehat{ab} \end{matrix} \right]_{(C')} \neq \hat{0}$$

auf C' regulär abzubilden, sondern auch $\left[\begin{matrix} \widehat{cd} \\ \widehat{ab} \end{matrix} \right]_{(C'')} \neq \hat{0}$ regulär auf C''

abbilden. Dies ergibt die Möglichkeit, wegen der Invarianz der Gleichung (M25) im Rahmen einer Metronisierung des Transformationsgesetzes des Fundamentalkondensors eine Abbildung von C'' nach C' durchzuführen, wenn das infinitesimale Transformationsgesetz $x''^i(x'_l)_1^N$, also die Funktionaldeterminante bekannt ist, weil immer

in der metronischen Übertragung $\frac{\partial x''^i}{\partial x'^k} \rightarrow \delta_{x'^k} x''^i$ ist. Wenn die metronische Transformation $x''^i(x'^k)_1^N$ gilt, kann das Transformationsgesetz der $\left[\begin{matrix} i \\ k \ l \end{matrix} \right]$ direkt in eine metronische Fassung gebracht werden. Es folgt

$$\delta_{x''^m}^2 x''^i + \left[\begin{matrix} i \\ k \ l \end{matrix} \right]_{(ab)^+}^{(cd)} (C'') ; n \delta_{x''^m} x''^k \delta_{x''^l} x''^l = \left[\begin{matrix} p \\ m \ \mu \end{matrix} \right]_{(ab)^+}^{(cd)} (C') ; n \delta_{x''^p} x''^i \quad \text{M25b.}$$

Auch das nichtmetronisierte Theorem für $\left[\begin{matrix} i \\ k \ l \end{matrix} \right]$ im Fall der Hermite-

zität, nämlich $\frac{\partial g}{\partial x^m} = 2g \Gamma_{km}^k$ mit $g = |g_{ik}|_N$ kann in eine metronische Struktur übertragen werden, wenn auf C_0 bezogen und

${}^2\bar{g}_{(ab)} = {}^2\bar{g}_{(ab)}^x$ gefordert wird. Außerdem soll der binäre Feldkern des Fundamentalkondensors in Anwendung kommen. Auch müssen die beiden Gitterkerne ${}^2\bar{a} = {}^2\bar{b} = {}^2\bar{\kappa}$ miteinander identisch werden, so daß die kontravariante und die Wirkungsindizierung im Kondensor-symbol überflüssig werden. Mit ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{\gamma}; n$, sowie

${}^2\bar{\gamma} = sp({}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa}) = {}^2\bar{\gamma}^x$ und $\gamma; n = |\gamma_{ik}|_N; n = e^{2\varphi}; n$ wird dann

$\frac{\partial}{\partial x^l} \ln \sqrt{|g|} \rightarrow \frac{1}{a_l} \delta_l \varphi; n$ und $\Gamma_{kl}^k \rightarrow \left[\begin{smallmatrix} k \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(\kappa)}^{(\kappa)}; n$, was zu dem Selektortheorem

$$\delta_l \varphi = \alpha_l \left[\begin{smallmatrix} k \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(\kappa)}^{(\kappa)}, \quad \ln \sqrt{|g|} = \varphi; n, \quad {}^2\bar{g} = {}^2\bar{\gamma}; n,$$

$${}^2\bar{\gamma} = sp({}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa}) = {}^2\bar{\gamma}^x$$

M25c

führt. Hierin erscheint φ als ein Funktionalselektor, der durch den Binärfeldkern eines metrischen Fundamentalkondensors bestimmt wird, dessen Fundamentalselektor ein Diagonalelement aus $\hat{\gamma}$ ist.

Ganz analog wie im infinitesimalen R_N können auch metronische Vektorfelder in einem metronischen Tensorium Translationen erfahren, doch sind diese Translationen nicht mehr infinitesimaler Natur, weil jede Funktion metronisch ist und die Subraster einer metronischen Feinstruktur existieren. Es ist also deshalb möglich, den ganzen analytischen Weg, der zur Definition der Γ -Operatoren führt, in metronischer Fassung zu wiederholen. Hierin zeigt sich zunächst

$$\left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ - \\ \widehat{ab} \end{smallmatrix} \right] \neq \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ + \\ \widehat{ab} \end{smallmatrix} \right], \text{ wenn } {}^2\bar{c} \neq {}^2\bar{d} \text{ gilt.}$$

Es zeigt sich außerdem aufgrund der metronischen Paralleltranslation

$$\left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ - \\ \widehat{ab} \end{smallmatrix} \right] \neq \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ - \\ \widehat{ab} \end{smallmatrix} \right]^x, \text{ wenn } {}^2\bar{\gamma}_{(ab)} \neq {}^2\bar{\gamma}_{(ab)}^x, \text{ also mindestens einer der}$$

beiden Gitterkerne aus der Basissignatur nicht hermitesch ist. Wenn aber ein solcher Fundamentalkondensor nicht hermitesch ist, muß er

wegen seines Charakters, gegenüber regulären Affinitäten ein tensorieller Selektor dritten Grades zu sein, hinsichtlich der beiden nichthermiteschen kovarianten Indizes in einen hermiteschen (+) und einen antihermiteschen (−) Anteil spaltbar sein. Die allgemeinen Eigenschaften des Fundamentalkondensors werden demnach ergänzt durch

$$\begin{aligned} \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ - \\ \widehat{ab} \end{smallmatrix} \right] &\neq \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ + \\ \widehat{ab} \end{smallmatrix} \right], & 2\bar{c} &\neq 2\bar{d}, & \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ - \\ \widehat{ab} \end{smallmatrix} \right] &\neq \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ - \\ \widehat{ab} \end{smallmatrix} \right]^x, & 2\bar{\gamma}_{(ab)} &\neq 2\bar{\gamma}_{(ab)}^x, \\ \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ - \\ \widehat{ab} \end{smallmatrix} \right] &= \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ - \\ \widehat{ab} \end{smallmatrix} \right]_+ + \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ - \\ \widehat{ab} \end{smallmatrix} \right]_-, & \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ - \\ \widehat{ab} \end{smallmatrix} \right]_{\pm} &= \pm \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ - \\ \widehat{ab} \end{smallmatrix} \right]_{\pm}^x \end{aligned} \quad \text{M26.}$$

Wenn der universelle $\sqcap$ -Operator als Kondensfeldselektor in eine metronisierte Fassung gebracht werden soll, dann bleibt auf jeden Fall das Gesetz der Typensignatur sowie die kontra- beziehungsweise kovariante Signaturkoordination der betreffenden Signaturen zur ko- oder kontravarianten Wirkung erhalten, doch wird die Variationsmöglichkeit der Kondensfeldselektoren wesentlich größer als diejenige der $\sqcap$ -Operatoren; denn im Gegensatz zu der einen Klasse metrischer Komponenten gibt es im metronischen Bereich nicht nur $\omega = \frac{N}{p}$ Partialstrukturen in der Diagonalen von $\hat{\gamma}$, sondern noch $\omega^2 - \omega$ extradiagonale Fundamentalselektoren, was zu ω^2 Selektoren dieser Art und daher zu $Z(\omega) = 2\binom{\omega^2}{2} + \omega^2 = \omega^4$ Fundamentalkondensoren führen muß. Da alle Partialstrukturen $2\bar{\gamma}_{(\nu\nu)}$ aus $\hat{\gamma}$ zu $2\bar{\gamma}$ komponieren und diese Komposition wegen des metronischen Charakters über die $\omega(\omega - 1)$ Extradiagonalen $2\bar{\gamma}_{(\mu\nu)}$ mit $\mu \neq \nu$ (metronische Glieder der Korrelationsvermittler) läuft, kommen in einem metronischen $\sqcap$ -Operator, also einem Kondensfeldselektor, in den additiven Kondensorgliedern mehrere Kondensorsignaturen (Basis-, Kontra- und Wirkungssignatur) zur Geltung. Darüber hinaus können, im Gegensatz zu den infinitesimalen $\sqcap$ -Operatoren, in den Typensignaturen $(s_1)(s_2)$ alle Modalitäten der $1 \leq \varepsilon \leq 6$ Wirkungsvorschriften (s. III, 5) simultan und kombiniert differenzierte **Typensignaturen** aufbauen, was die Variationsmöglichkeiten dieser Selektoren nochmals erhöht. Dies ist des-

halb möglich, weil beim Übergang vom Tensorfeld zum metronischen Tensorfeld und zum Tensorselektor die den Tensor aufbauenden Vektoren separat zu vektoriellen Selektoren werden, welche als solche Selektoren auch separat durch die Modalitäten ε einer allgemeinen Nichthermiteizität geprägt werden können. Da außerdem

$\frac{\partial}{\partial x^k} \rightarrow \delta_{x^k} = \frac{1}{\alpha_k} \delta_k$ ist, folgt für den allgemeinen Kondensfeldselektor mit einem beliebigen gemischtvarianten Multipllett als Typensignatur, aber aus nur einem Kondensortyp,

$$\begin{aligned} \left[\begin{smallmatrix} (s_1)(s_2) \\ (\pm) \end{smallmatrix} \right] \left(\begin{smallmatrix} cd \\ ab \end{smallmatrix} \right)_k &= \frac{1}{\alpha_k} \delta_k + \sum_{\lambda=\mu+1}^m \left(\right) \left[\begin{smallmatrix} i \lambda \\ \sigma k \end{smallmatrix} \right] \left(\begin{smallmatrix} cd \\ (ab)_{(e_\lambda(s_1))} \end{smallmatrix} \right); n - \\ &- \sum_{\lambda=1}^{\mu} \left(\right) \left[\begin{smallmatrix} \sigma \\ i_\lambda k \end{smallmatrix} \right] \left(\begin{smallmatrix} cd \\ (ab)_{(e_\lambda(s_2))} \end{smallmatrix} \right); n = \left(\begin{smallmatrix} cd \\ ab \end{smallmatrix} \right)_{(\pm)k}^{(s_1)(s_2)}, \end{aligned}$$

wenn dieser so übertragene Kondensfeldselektor auf ein metronisches Tensorfeld vom Grade m einwirkt, wobei m höchstens die um 1 verminderte Dimensionszahl des Tensoriums erreichen darf. Im allgemeinen Fall wird dieser Selektor von verschiedenen Kondensoren aufgebaut, die sich in ihrer Kondensorsignatur voneinander unterscheiden. Kennzeichnet $\alpha(\lambda)$ die Basis und $\beta(\lambda)$ die Kontrasignatur mit der jeweiligen Wirkungsindizierung, dann kann in der Form

$$\begin{aligned} \left(\begin{smallmatrix} \beta \pm \\ \alpha \end{smallmatrix} \right)_{(\pm)k}^{(s_1)(s_2)} &= \frac{1}{\alpha_k} \delta_k + \sum_{\lambda=\mu+1}^m \left(\right) \left[\begin{smallmatrix} i_\lambda \\ \sigma k \end{smallmatrix} \right] \left(\begin{smallmatrix} \beta(\lambda) \\ \alpha(\lambda) \end{smallmatrix} \right)_{(e_\lambda(s_1))}^{(\pm)}; n - \\ &- \sum_{\lambda=1}^{\mu} \left(\right) \left[\begin{smallmatrix} \sigma \\ i_\lambda k \end{smallmatrix} \right] \left(\begin{smallmatrix} \beta(\lambda) \\ \alpha(\lambda) \end{smallmatrix} \right)_{(e_\lambda(s_2))}^{(\pm)}; n \end{aligned}$$

diese Erweiterung erfolgen, wenn wie bei den $\left[\right]$ -Operatoren die Singulettsignaturen durch

$$\left[\right] = \left[\right]_{(1)}, \left[\right]^x = \left[\right]_{(2)}, \left[\right]_+ = \left[\right]_{(3)}, \left[\right]_- = \left[\right]_{(4)}, \left[\right]_-^x = \left[\right]_{(5)} \text{ und}$$

$0\left[\right] = \left[\right]_{(6)}$ indiziert werden. Auch liefert eine Zusammenfassung der Selektorkomponenten den gesamten, den Tensorgrad erweiternden

$$\text{Kondensfeldselektor } \left(\begin{smallmatrix} \beta \pm \\ \alpha \end{smallmatrix} \right)_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)} = \sum_{k=1}^N \left(\begin{smallmatrix} \beta \pm \\ \alpha \end{smallmatrix} \right)_{(\pm)k}^{(s_1)(s_2)}. \text{ Dabei sind } \alpha$$

und $\beta_{\pm}$ die Signaturgesetze der Kondensorsignatur. Insgesamt wird also die universellste Form des Kondensfeldselektors durch das System

$$\begin{aligned} \left(\beta_{\pm} \right)_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)} &= \sum_{k=1}^N \left(\beta_{\pm} \right)_{(\pm)k}^{(s_1)(s_2)}, \quad m \leq N-1, \quad \left(\beta_{\pm} \right)_{(\pm)k}^{(s_1)(s_2)} = \frac{1}{\alpha_k} \delta_k + \\ &+ \sum_{\lambda=\mu+1}^m \left(\right)_{\sigma} \left[\begin{matrix} i_{\lambda} \\ \sigma \end{matrix} \right]_{k}^{(\beta(\lambda))(\pm)}; n - \sum_{\lambda=1}^{\mu} \left(\right)_{\sigma} \left[\begin{matrix} \sigma \\ i_{\lambda} \end{matrix} \right]_{k}^{(\beta(\lambda))(\pm)}; n, \\ [] &= []_{(1)}, \quad []^x = []_{(2)}, \quad []_+ = []_{(3)}, \quad []_- = []_{(4)}, \quad []^x_- = []_{(5)}, \\ 0[] &= []_{(6)} \end{aligned} \quad \mathbf{M27}$$

beschrieben, vorausgesetzt, daß auch in dem zugrundegelegten R_N alle $x^k \sim n^k$ mit $1 \leq k \leq N$ bleiben. Im Kondensfeldselektor von Gleichung **M27** beschreibt α die Folge der Basissignaturen $\alpha(\lambda)$ und $\beta_{\pm}$ die Folge der Kontrasignaturen $\beta(\lambda)$ in der Wirkungsweise $\pm$ längs der ganzzahligen Indizierung $1 \leq \lambda \leq m$. Damit ist der Kondensfeldselektor in universellster Form eindeutig definiert. Gibt es in dem betreffenden Definitionsbereich des Tensoriums P kontravariante Multiplettsignaturen s_1 und Q kovariante s_2 , dann kann eine **Wirkungsmatrix** der Typensignaturen als Rechteckschema vom Typ PQ , nämlich

lich $\left(\widehat{\beta_{\pm}} \right)_{(\pm)} = \left(\left(\beta_{\pm} \right)_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)} \right)_{P,Q}$ zusammengestellt werden, welche für die

Kondensorsignatur alle Kondensfeldselektoren enthält. Darüber hinaus gibt es aber noch V Basissignaturen und W Kontrasignaturen mit gleichzeitiger Wirkungsangabe, so daß alle VW Typensignaturmatrizen wiederum als Rechteckschema in die Form einer Hypermatrix gebracht werden können, welche als **totale Wirkungsmatrix**

$\widehat{\Gamma} = \left(\left(\widehat{\beta_{\pm}} \right)_{(\pm)} \right)_{V,W}$ bezeichnet werden soll. In dieser durch

$$\left(\widehat{\beta_{\pm}} \right)_{(\pm)} = \left(\left(\beta_{\pm} \right)_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)} \right)_{P,Q}, \quad \widehat{\Gamma} = \left(\left(\widehat{\beta_{\pm}} \right)_{(\pm)} \right)_{V,W} \quad \mathbf{M27a}$$

beschriebenen totalen Wirkungsmatrix sind also alle in dem Definitionsbereich des betreffenden Tensoriums möglichen $PQVW$ Kon-

densfeldselektoren enthalten, über die nunmehr metronische Theoreme entwickelt werden können.

Es besteht die Möglichkeit, auf diesen allgemeinen Kondensfeldselektor den Sieboperator $(\omega - 1)$ -fach anzuwenden, so daß von den Fundamentalselektoren aus $\hat{\gamma}$ nur ${}^2\bar{\gamma}_{(11)} = {}^2\bar{\gamma} \mp {}^2\bar{E}$ mit

${}^2\bar{\gamma} = sp({}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa}) \mp {}^2\bar{\gamma}^\times$ übrig bleibt. In diesem Fall kann auch

${}^2\bar{\gamma}; n = {}^2\bar{g}$ als Kompositionsfeld formal aufgefaßt werden und die Fundamentalkondensoren werden dann zu $\left[\frac{cd}{ab} \right] = [\widehat{\kappa}] \mp \widehat{0}$, während die

Kondensfeldselektoren sich in ihrer Kondensorsignatur nicht mehr unterscheiden. Dies bedeutet

$$\begin{pmatrix} \beta_{\pm} \\ \alpha \end{pmatrix}_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)} = (\kappa)_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)}. \text{ Unter der Voraussetzung}$$

$${}^2\bar{\gamma}_{(\mu\nu)} = {}^2\bar{E}, \quad (\mu, \nu) \mp 1, \quad {}^2\bar{\gamma}_{(11)} = {}^2\bar{\gamma} \mp {}^2\bar{E},$$

$${}^2\bar{\gamma} = sp({}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa}) \mp {}^2\bar{\gamma}^\times, \quad \left[\frac{cd}{ab} \right] = [\widehat{\kappa}], \quad \begin{pmatrix} \beta_{\pm} \\ \alpha \end{pmatrix}_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)} = (\kappa)_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)} \quad \mathbf{M28}$$

können weitere Approximationen entwickelt werden. Für ${}^2\bar{\gamma}_- \rightarrow {}^2\bar{0}$ wird ${}^2\bar{\gamma} \rightarrow {}^2\bar{\gamma}' = {}^2\bar{\gamma}'^\times$ und dies bedeutet, daß die Singulettsignaturen $1 \leq \varepsilon \leq 3$ gemäß $[\]_{(\varepsilon)} = [\]_+$ und $4 \leq \varepsilon \leq 6$ gemäß $[\]_{(\varepsilon)} = 0$ identisch werden, so daß sich die differenzierten Typensignaturen nur aus zwei Singulettanteilen, nämlich $\varepsilon = 3$ und $\varepsilon = 6$ zusammensetzen können. Wird eine weitere Approximation ${}^2\bar{\gamma}'; n = {}^2\bar{a} = \text{const}$ durchgeführt, dann verschwinden alle Fundamentalkondensoren, weil nur noch das Singulett $\varepsilon = 6$ übrig bleibt. Schließlich ist noch ${}^2\bar{a} \rightarrow {}^2\bar{E}$ möglich und dann wird, da eine Unterscheidung zwischen ko- und kontravarianten Indizierungen nicht mehr erscheint,

$$\lim_{{}^2\bar{\gamma} \rightarrow {}^2\bar{E}} (\kappa)_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)} = D\widehat{IV}_{(x)} \quad \mathbf{M28a}$$

das heißt, im Limes ergeben sich die metronischen Differentialselektoren unter der Voraussetzung $m > 0$ aus dem Kondensfeldselektor (M28) ohne Kondensorsignatur, wenn (κ) besagt, daß in (M12b) das

Metronddifferential als $\frac{1}{\alpha_m} \delta_m$ nach den κ_k des $R_{N(0)}$ zu bilden ist.

Diese Kondensfeldselektoren erweitern stets den Tensorgrad $m > 0$ der metronischen Funktion, auf welche sie einwirken, während die Bildung der Matrizen Spur m um 1 vermindert, so daß diese Spurbildungen der Kondensfeldselektoren zu Kontraktionsselektoren werden. Dies bedeutet, daß auch $\lceil _l$ metronisiert werden kann; und zwar folgt unmittelbar

$$(\kappa)_1 = \frac{1}{\alpha_l} \delta_l - \left[\begin{smallmatrix} s \\ l \ s \end{smallmatrix} \right]_{(\kappa)_+}^{(\kappa)}; n, \quad \lim_{2\bar{\gamma} \rightarrow 2\bar{E}} (\kappa) = \text{GRAD}_{(x)} \quad \text{M28b,}$$

denn dieser Selektor kann auch auf metronische Skalarfunktionen $m = 0$ einwirken. Ist p eine metronische Funktion, auf welche $(\kappa)_l$ wirkt, dann kann $\frac{1}{p}(\kappa)_l; p$ und $\frac{1}{p}(\kappa)_m; p$ gebildet und metronisch nach m beziehungsweise l differenziert und subtrahiert werden. Es ist

$$\frac{1}{p}(\kappa)_l; p = \frac{1}{\alpha_l} \frac{1}{p} \delta_l p - \left[\begin{smallmatrix} s \\ l \ s \end{smallmatrix} \right]_{(\kappa)_+}^{(\kappa)}; n, \text{ und } \frac{1}{\alpha_m} \delta_m \frac{1}{p}(\kappa)_l; p =$$

$$= \frac{1}{\alpha_l \alpha_m} \delta_m \frac{1}{p} \delta_l p - \frac{1}{\alpha_m} \delta_m \left[\begin{smallmatrix} s \\ l \ s \end{smallmatrix} \right]_+; n, \text{ also}$$

$$\frac{1}{\alpha_m} \delta_m \frac{1}{p}(\kappa)_l; p - \frac{1}{\alpha_l} \delta_l \frac{1}{p}(\kappa)_m; p = \frac{1}{\alpha_l} \delta_l \left[\begin{smallmatrix} s \\ m \ s \end{smallmatrix} \right]_+; n - \frac{1}{\alpha_m} \delta_m \left[\begin{smallmatrix} s \\ l \ s \end{smallmatrix} \right]_+; n,$$

wenn zur Kürzung $\left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(\kappa)}^{(\kappa)} = \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]$ gesetzt wird. Mithin gilt das Theorem

$$\frac{1}{\alpha_m} \delta_m \frac{1}{p}(\kappa)_l; p - \frac{1}{\alpha_l} \delta_l \frac{1}{p}(\kappa)_m; p = \frac{1}{\alpha_l} \delta_l \left[\begin{smallmatrix} s \\ m \ s \end{smallmatrix} \right]_+; n - \frac{1}{\alpha_m} \delta_m \left[\begin{smallmatrix} s \\ l \ s \end{smallmatrix} \right]_+; n,$$

$$\left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{(\kappa)}^{(\kappa)} = \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right], \quad \text{M29}$$

weil stets $\frac{1}{\alpha_l p} \delta_l p = \frac{1}{\alpha_l} \delta_l \ln p$ und $(\delta_k \times \delta_l)_- = 0$ ist. Auch die übrigen Theoreme und Identitäten der infinitesimalen $\lceil$ -Operatoren können, wenn eine metronische Hyperstruktur R_N vorausgesetzt wird, in die Fassung der Kondensfeldselektoren für $2\bar{\gamma} = sp(2\bar{\kappa} \times 2\bar{\kappa})$ mit $2\bar{\kappa} \neq 2\bar{\kappa} \times$ gebracht werden. Die Metronisierung $2\bar{g} = 2\bar{\gamma}; n$ liefert dann

in bezug auf das Gitter $x^i = \alpha_i n^i$ diese Theoreme in metronischer Form, nämlich

$$sp\left((\kappa)_{(+)}^{(1)} + (\kappa)_{(+)}^{(2)}\right); \underline{A} = 2 \text{DIV}_{(x)} \underline{A}, \quad sp\left((\kappa)_{(+)}^{(1)} - (\kappa)_{(+)}^{(2)}\right); \underline{A} =$$

$$= 2 \underline{A}^k \left[\begin{smallmatrix} s & \\ s & k \end{smallmatrix} \right]_{(\kappa)-}^{(\kappa)}; n, \quad \underline{A} = p \overline{A}, \quad (\kappa)_{(+)}^{(1,2)}; \underline{\gamma}^{ik} =$$

$$= \frac{1}{\alpha_k} \delta_k \underline{\gamma}^{ik} - \left[\begin{smallmatrix} s & \\ s & k \end{smallmatrix} \right]_{(\kappa)-}^{(\kappa)}; n \cdot \underline{\gamma}_+^{ik}, \quad \gamma_{ik}(\kappa)_{(+)}^{(1,2)}; \underline{\gamma}^{ik} = (N-2)(\kappa)_l; w,$$

$${}^2\overline{\gamma} = w^2 \overline{\gamma}, \quad W = \sqrt{|\gamma|}, \quad \gamma = |\gamma_{ik}|_N, \quad w = W; n \quad \mathbf{M29a},$$

und hieraus folgt in völliger Analogie zur infinitesimalen Analysis eine hermitesche Symmetrie tensorieller Selektoren vom dritten Grad, welche durch die Einwirkung von Kondensfeldselektoren auf den nicht-hermiteschen Fundamentalselektor entstehen. Diese hermitesche Symmetrie wiederum kann auf Tensorselektoren beliebigen Grades $m \leq N$ erweitert werden und dies begründet die Spaltbarkeit eines jeden Tensorselektors in einen hermiteschen und einen antihermiteschen Anteil, bezogen auf zwei Indizes gleicher Varianzstufe, ein Sachverhalt, der sich bei der Definition des tensoriellen Selektors unmittelbar aus der Spaltbarkeit infinitesimaler Tensorfelder ergeben hat.

Der allgemeine Kondensfeldselektor kann noch weiteren Approximationen unterworfen werden. Wird nämlich angenommen, daß in $\hat{\gamma}$ nicht nur alle extradiagonalen Korrelationsvermittler verschwinden und die Diagonale nur das eine Element ${}^2\overline{\gamma} = sp({}^2\overline{\kappa} \times {}^2\overline{\kappa})$ enthält, sondern wird weiter unterstellt, daß auch der Gitterkern ${}^2\overline{\kappa} = \pm {}^2\overline{\kappa}^\times$ entweder hermitesch oder antihermitesch, niemals aber nichthermitesch ist, dann folgt ${}^2\overline{\gamma} = {}^2\overline{\gamma}^\times$, und dies hat zur Folge, daß alle Komponenten des Fundamentalkondensors hermitesch werden; das heißt, die ersten drei Modalitäten der Typensignaturen der Kondensfeldselektoren werden identisch (+), desgleichen die Signaturen 4, 5 und 6, nämlich (-). Wird schließlich angenommen, daß das Strukturgitter nur gegen die x^i gedreht oder parallel verschoben ist, dann wird stets ${}^2\overline{\gamma}; n = \text{const}$ und der Fundamentalkondensor wird zu $\hat{0}$, so daß alle

nicht differenzierten Typensignaturen mit den Fehlstellen $(-)$ identisch und die Kondensfeldselektoren zu $\widehat{D\hat{I}V}_{(x)}$ werden, wenn die Drehung oder Parallelverschiebung des Gitters kompensiert, also

${}^2\bar{\gamma}; n = {}^2\bar{E}$ wird.

Wegen $\begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}_{(ab)}^{(cd)} = \gamma_{(cd)}^{is}; () \begin{bmatrix} skl \end{bmatrix}_{(ab)} = \gamma_{(cd)}^{is}; () \left(\begin{bmatrix} skl \end{bmatrix}_{(ab)+} + \right.$

$\left. + \begin{bmatrix} skl \end{bmatrix}_{(ab)-} \right) = \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}_{(ab)+}^{(cd)} + \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}_{(ab)-}^{(cd)}$ gehen die Eigenschaften der adjungierten Kondensoren immer nur auf die Basissignatur, niemals aber auf die Kontrasignatur zurück, so daß diese Eigenschaften der Kondensoren nur von den Elementen aus $\hat{\gamma}$ bestimmt werden, aus denen die kovarianten Kondensoren gebildet worden sind. Auch das Varianzstufengesetz gilt für korrelierende Elemente dieser Matrix und muß in der

Fassung $g_{(cd)}^{is} g_{(ab)sk} = \left(\gamma_{(cd)}^{is}; () \gamma_{(ab)sk} \right); n = f_k^i(\alpha); n$ gelten, wenn zur

Kürzung $\alpha \triangleq \begin{pmatrix} cd \\ ab \end{pmatrix}$ für die Kondensorsignatur eingeführt wird. Da eine Varianzstufenänderung mehrfach durchgeführt werden kann, muß es neben den Komponenten des Fundamentalkondensors noch solche Kondensorkomponenten geben, die wegen $f_m^i(\alpha) \neq \delta_m^i$ in der Form

$F_m^i(\alpha) \begin{bmatrix} m \\ k \ l \end{bmatrix}_{(ab)}^{(cd)}$ die Korrelation zwischen den Elementen (cd) und

(ab) aus $\hat{\gamma}$ durch den sog. **Verbundselektor** $F_m^i(\alpha)$ ausdrücken. Mit dem Einheitsselektor E wird also die Korrelation als Abweichung vom nicht korrelierten Zustand, und zwar durch den als **Korrelations-tensor** bezeichneten Selektor mit den Komponenten

$Q_m^i(\alpha) = F_m^i(\alpha) - \delta_m^i E$ beschrieben, für den im Fall der Korrelationsfreiheit $Q_m^i(\alpha) = 0$ gelten muß. Hier sei bemerkt, daß dieser Korrelationstensor immer dann als **Kopplungstensor** bezeichnet wird, wenn der skalare **Kopplungsselektor** $Q(\alpha) = sp^2 \overline{Q}(\alpha) \neq 0$ im Sinn der Matrixspur existiert. Neben den Kondensoren $\left[\begin{smallmatrix} cd \\ ab \end{smallmatrix} \right]$ sind also

im Fall korrelierender Elemente des polymetrischen Korrelators

auch gekoppelte Kondensoren $sp\left({}^2\overline{Q}(\alpha);() \times \left[\frac{\widehat{cd}}{\frac{cd}{ab}}\right]\right)$ relevant.

Diese Gültigkeit des Korrelationsgesetzes der Varianzstufen hat aber zur Folge, daß Paralleltranslationen in der metronischen Hyperstruktur

sowohl mit $\left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix}\right]_{(ab)}^{(cd)}$ als auch mit $Q_m^i(\alpha) \left[\begin{smallmatrix} m \\ k \ l \end{smallmatrix}\right]_{(ab)}^{(cd)}$ im Korrela-

tionsbereich der Partialstrukturen durchgeführt werden können, deren Gesamtheit zur Paralleltranslation im Kompositionsfeld mit

$\left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix}\right]_{(\kappa)}^{(\kappa)} = \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix}\right]$ führt. Die $Q_m^i(\alpha)$ sind hierbei allerdings Funktional-

selektoren, die in konkreter Form von den Verbundselektoren $f_j^i(\beta)$

abhängen, wobei diese Abhängigkeit allein vom Kompositionsgesetz ${}^2\overline{\gamma}({}^2\overline{\kappa}_{(\mu)})_1^\omega$ bestimmt wird. Aus dieser Darstellung folgt unmittelbar,

daß die Komposition einer metronischen Hyperstruktur als Selektorge-
setz in metronisierter Komponentendarstellung

$\left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix}\right] = \sum_{\alpha=1}^{\omega^4} \left(\left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix}\right]_{(ab)}^{(cd)} + Q_m^i(\alpha);() \left[\begin{smallmatrix} m \\ k \ l \end{smallmatrix}\right]_{(ab)}^{(cd)} \right)$ beschrieben werden

kann. Offensichtlich sind die Q_m^i als Komponenten eines gemischtva-
rianten tensoriellen Selektors ${}^2\overline{Q}$ aufzufassen, so daß sich insgesamt
für das Grundgesetz der Strukturkondensationen

$$\overline{\Gamma} = \sum_{\alpha=1}^{\omega^4} \left(\left[\frac{\widehat{cd}}{\frac{cd}{ab}}\right] + sp^2\overline{Q}(\alpha);() \times \left[\frac{\widehat{cd}}{\frac{cd}{ab}}\right] \right), \quad \alpha \triangleq \left(\frac{cd}{ab}\right) \quad \text{M30}$$

ergibt.

Eine sehr wesentliche, jede metrische Struktur beschreibende Größe
ist der Krümmungstensor infinitesimaler Translationen, nämlich ${}^4\overline{R}$
mit den Komponenten

$$R_{.klm}^i = \frac{\partial}{\partial x^l} \Gamma_{km}^i - \frac{\partial}{\partial x^m} \Gamma_{kl}^i + \Gamma_{sl}^i \Gamma_{km}^s - \Gamma_{ms}^i \Gamma_{kl}^s. \text{ Wird hierin}$$

Γ_{kl}^i als metrisches Maß des Kompositionsfeldes aufgefaßt, dann kann

unter Verwendung von $\Gamma_{kl}^i \rightarrow \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix}\right]; n$ und $\frac{\partial}{\partial x^j} \rightarrow \frac{1}{\alpha_j} \delta_j$ auch diese me-

trische Größe metronisiert werden, was zu $R_{.klm}^i \rightarrow \zeta_{klm}^i; n =$

$$= \left(\frac{1}{\alpha_l} \delta_l \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] - \frac{1}{\alpha_m} \delta_m \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] + \left[\begin{smallmatrix} i \\ l \ s \end{smallmatrix} \right]; () \left[\begin{smallmatrix} s \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] - \left[\begin{smallmatrix} i \\ m \ s \end{smallmatrix} \right]; () \left[\begin{smallmatrix} s \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] \right); n \text{ nach ei-}$$

ner Anwendung des Metronisierungsverfahrens führt. Dieser Selektor ${}^4\bar{\zeta}$ ist in infinitesimaler Approximation ein Maß der Strukturkrümmung, denn ${}^4\bar{R} = {}^4\bar{0}$ beschreibt die euklidische Metrik, während ${}^4\bar{R} \neq {}^4\bar{0}$ die Abweichung von diesem metrischen Bezugskontinuum kennzeichnet. Entsprechend beschreibt ${}^4\bar{\zeta} = {}^4\bar{0}$ das durch die Gitterselektoren C_k beschriebene Gitter des strukturlosen, also leeren Bezugsbereiches $R_{N(0)}$, wogegen alle ${}^4\bar{\zeta} \neq {}^4\bar{0}$ irgendwelche Kompositionsfelder von Hyperstrukturen wiedergeben. Offensichtlich beschreibt ${}^4\bar{\zeta}$ die Verdichtung, also die metrische Kompression eines metronischen Kondensationszustandes, so daß der Selektor ${}^4\bar{\zeta}$ als metronischer **Strukturkompressor** bezeichnet werden kann, der gemäß

$$\zeta_{.klm}^i = \frac{1}{\alpha_l} \delta_l \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] - \frac{1}{\alpha_m} \delta_m \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] + \left[\begin{smallmatrix} i \\ l \ s \end{smallmatrix} \right]; () \left[\begin{smallmatrix} s \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] - \left[\begin{smallmatrix} i \\ m \ s \end{smallmatrix} \right]; () \left[\begin{smallmatrix} s \\ k \ l \end{smallmatrix} \right],$$

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} {}^4\bar{\zeta}; n = {}^4\bar{R}$$

M31

durch die Komponenten des Fundamentalkondensors ausgedrückt werden kann. Da wegen $\tau > 0$ in $(\bar{\ })$ nach **(M27a)** differenzierte Typensignaturen auftreten, was für infinitesimale $\bar{\ }$ -Operatoren nicht der Fall ist, kann die Komponentendarstellung **(M31)** durch Kondensfeldselektoren gemäß

$$\begin{aligned} & \frac{\delta_m}{\alpha_m} \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ p \end{smallmatrix} \right] - \frac{\delta_p}{\alpha_p} \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] + \left[\begin{smallmatrix} i \\ m \ s \end{smallmatrix} \right]; () \left[\begin{smallmatrix} s \\ k \ p \end{smallmatrix} \right] - \left[\begin{smallmatrix} i \\ p \ s \end{smallmatrix} \right]; () \left[\begin{smallmatrix} s \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] = \\ & = ()_{(-)m}^{(1,6)}; \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ p \end{smallmatrix} \right] - ()_{(-)p}^{(1,6)}; \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] = \left| \begin{array}{cc} ()_{(-)m}^{(1,6)}, ()_{(-)p}^{(1,6)} \\ \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right], \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ p \end{smallmatrix} \right] \end{array} \right| = \\ & = \left| \begin{array}{cc} ()_{(-)m}^{(1,6)}, ()_{(-)p}^{(1,6)} \\ (), \delta_p^m () \end{array} \right|; \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] = \left| \begin{array}{cc} \delta_p^m, 1 \\ (), \delta_p^m () \end{array} \right| ()_{(-)p}^{(1,6)}; \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] = K_p^{(m)}; \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] \end{aligned}$$

umgeschrieben werden. Mithin existiert das Tensorschema der Selektorbeziehung

$${}^4\bar{\zeta} = K; \widehat{\square}, \quad \text{M31a}$$

wonach der den Tensorgrad um 1 erhöhende Funktionalselektor K als **Strukturkondensor** der darstellende Selektor von ${}^4\bar{\zeta}$ ist, dessen Komponenten durch

$$K_p^{(m)} = \left| \begin{array}{c} \delta_m^p, 1 \\ () , \delta_p^m () \end{array} \right| \begin{array}{c} ()^{(1,6)} \\ (-)_p \end{array} \quad \text{M31b}$$

beschrieben werden. In dem zweireihigen Determinantenselektor wurde das gemischtvariante Kronecker-Element verwendet, welches mit der Summationsregel über einen Index in beiden Varianzstufen gemäß $\delta_p^Q A_Q = A_p$ eine Indexvertauschung bewirkt.

Mit dem Kompositionsgesetz (M30) metronischer Strukturen kann der kompositive Kompressor (M31) in die Fundamentalkondensoren der Partialstrukturen gespalten werden. Eine Substitution mit (M30) in Gleichung (M31) liefert diese Spaltung, so daß der kompositive Strukturkompressor additiv aus den entsprechenden Tensorselektoren der einzelnen möglichen Kondensorsignaturen (Basis-, Kontra- und Wirkungssignatur) zusammengesetzt erscheint. Allerdings tritt neben der Summe dieser partiellen Strukturkompressoren als weiterer Summand noch ein nicht spaltbares Selektorglied auf, welches den kompositiven Fundamentalkondensor quadratisch enthält.

KAPITEL IV

DIE WELT ALS HYPERSTRUKTUR

1. Strukturelle Kondensationsstufen

Die Beziehungen (8) und (15) sind die Konsequenzen der beiden von (2) aufgezeigten logischen Zweige. Mit den Methoden aus Kapitel III, beschrieben durch die Gleichungen (M1) bis (M31b), erscheint eine Synthesis von (8) und (15) durchaus möglich; denn $N = 6$ des R_6 geht nicht auf (8) zurück, sondern auf die nichthermitesche Natur des R_4 . Auch ändert sich an der metrischen Strukturierung des R_6 durch $\tau > 0$ nichts, weil wegen des stetigen Metronenanschlusses durch die geodätische Begrenzung der τ aus dem infinitesimalen geodätischen Netz sechsfach unendlicher Scharen geodätischer Linien durch τ lediglich ein geodätisches Gitter endlicher, von Null verschiedener Maschenweite ausgewählt wird. Soll die Methodik aus Kapitel III unter Verwendung von (15) auf (8) angewendet werden, dann muß zunächst neben $N = 6$, der Beziehung (15) entsprechend, $p = 2$ gesetzt werden, was zunächst $M = N/p = 3$ bedingt. Diese Aussage stützt offensichtlich den heuristischen Schluß (9), jedoch kann (9) erst dann weiter diskutiert werden, wenn sich die Existenz von $M = 3$ Gitterkernen auf indirektem Wege eindeutig nachweisen läßt. Direkt kann diese Existenz aus (8) offenbar nicht abgelesen werden. Für $p = 2$ ergibt sich aus $L_p = \binom{N}{p}$ die Existenz von $L_2 = \binom{6}{2} = 15$ einfachen metronischen Tensorien, welche als zweidimensionale Koordinatenflächen den R_6 aufspannen.

Grundsätzlich kann jede Hyperstruktur des R_6 als ein Bezugstensorium verwendet werden. Vom physikalischen Gesichtspunkt her erscheint es jedoch zweckmäßig, das Tensorium einer leeren Welt als Bezugsraum zu verwenden, weil hier Gitter- und Hyperselektoren identisch werden. Eine derartige Identität wird dadurch bedingt, daß nach (8) nur $\vec{\lambda} \neq \vec{0}$ unterscheidbare Ereignisstrukturen kennzeichnet, während für eine leere Welt $\vec{\lambda} = \vec{0}$ oder $C_m \left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ p \end{smallmatrix} \right\} = 0$ gilt.

Makromar bedeutet dies $R_{.kpm}^i = 0$, was den R_6 als euklidisch kennzeichnet. Die geodätischen Linien sind Geraden und die hermiteschen g_{ik} werden konstant. Dies wiederum bedingt $g = \text{const}$ und eine Konstanz der Funktionaldeterminante.

Mit den metronischen Richtungskoeffizienten $v^{\underline{k}\underline{k}}$ gilt für eine geodätisch begrenzte metronische R_6 -Zelle $\Delta\Omega = \alpha\tau^3$ mit

$$\alpha = \left(g \prod_{k=1}^6 v^{\underline{k}\underline{k}} \right)^{1/2} \text{ mit } g = |g_{ik}|_6. \text{ Liegt nun die Euklidizität des leeren } R_6 \text{ vor, dann wird } \alpha = 1 \text{ und damit } \Delta\Omega = \tau^3 \equiv \Delta, \text{ das heißt, diese Zellen sind kubischer Natur und können nur durch äquidistante Geraden begrenzt werden, welche sich somit als geodätisches Gitter der leeren Welt erweisen.}^1$$

In einer solchen leeren Welt gibt es andererseits keine unterscheidbaren Ereignisstrukturen und damit auch keine kosmische Bewegung, so daß für die Richtungskosinus der Weltlinienwinkel α_k mit den cartesischen Bezugskordinaten x_k die Darstellungen $\cos\alpha_k = 0$ für $k \neq 4$ und $\cos\alpha_4 = \pm 1$ gelten. Dies bedeutet, daß alle Weltlinien zu den cartesischen Koordinaten parallel laufen und mit den geradlinigen geodätischen Linien identisch werden. Wegen $\Delta = \tau^3$ wird hiermit wiederum das geodätische Gitter identisch, und eine Identität von Gitter- und Hyperselektoren ist erfüllt. Als Definitionsbereiche dieser Bezugskordinaten kann $-\infty < x_k < +\infty$ in der leeren Welt gesetzt werden, wobei es keinerlei Begrenzungen eines endlichen Definitionsbereiches gibt. Die $L_2 = 15$ einfachen metronischen Tensorien sind in dieser leeren Welt ebenfalls unbegrenzte Ebenen, so daß Feinstrukturselektoren ihrer Subraster nicht ermittelt zu werden brauchen. Auch ist $g_{ik} = \gamma_{ik}; n = \delta_{ik}$ und $(\partial s)^2 = \tau$, also $v^{\underline{i}\underline{k}}\delta_{ik} = 1$. Ferner gilt $x_k = C_k; n$ mit $C_k = \alpha_k()_k$ und $\alpha_k = \sqrt{\tau}$ für $k \leq 3$ und $\alpha_k = i\sqrt{\tau}$ für $k > 3$ wegen (4). Mit den Einheitsvektoren $\bar{e}_i\bar{e}_k = \delta_{ik}$ werden die Eigenschaften des Bezugstensoriums der leeren Welt zusammengefaßt in

$$\bar{x}_k = \bar{X}_k; n, \quad \bar{X}_k = \bar{e}_k \alpha_k()_k, \quad (\bar{e}_i \bar{e}_k)_6 = \hat{E}, \quad \sum_{k=1}^6 v_{kk} = 1, \\ \alpha_k = \sqrt{\tau}, \quad k \leq 3, \quad \alpha_j = i\sqrt{\tau}, \quad j > 3, \quad \Delta = \tau^3. \quad (16)$$

1 Siehe S. 191

Da jedem Metron nach den Ergebnissen der Metrontheorie neben dem konstanten Betrag τ noch ein invarianter Spinselektor ${}^2\bar{P} = 1/\tau \text{ROT}_6 \bar{\phi}$ mit dem Spinselektor $\bar{\phi}$ zukommt, ist jeder metronischen Hyperstruktur eine Spinstruktur überlagert. Für ein Einzelmetron kann immer die Metronenziffer $n = 1$ angenommen werden, was für den Metrontensor ${}^2\bar{\tau} = (\text{ROT}_6 \bar{\phi}); 1$ ergibt. Allgemein gilt $\tau({}^2\bar{P}); n = \tau({}^2\bar{p})$ für beliebige n . Hierin ist ${}^2\bar{p} = -{}^2\bar{p}^\times$ mit ${}^2\bar{p} = [(1 - \delta_{ik})n_{ik}]_6$. Die Metronenziffer n_{ik} ist in diesem Tensor antihermitesch; denn für den leeren, also euklidischen R_6 sind in den $n_{ik} = -n_{ki}$ die Richtungsgrößen ± 1 oder $\pm i$ enthalten, so daß die n_{ik} die Metronenziffern der feinstrukturierten Subraster aller $L_2 = 15$ einfachen Tensorien angeben. Auf jeden Fall sind die Koordinaten x_k des R_6 für $k < 4$ reell, aber für $k \geq 4$ imaginär und dies bedeutet $\text{Im}n_{ik} = 0, \text{Re}n_{ik} > 0$ für $(i, k) < 4$, aber $\text{Im}n_{ik} > 0, \text{Re}n_{ik} = 0$ für $i < 4$ und $k \geq 4$ und $\text{Im}n_{ik} = 0, \text{Re}n_{ik} < 0$ für $(i, k) \geq 4$ mit $i < k$. Da weiter grundsätzlich wegen der euklidischen Eigenschaften $|n_{ik}| = 1$ ist, folgt für den **Metrontensor** der

$$\text{leeren Welt } {}^2\bar{\tau} = \tau \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1i & i & i \\ -1 & 0 & 1i & i & i \\ -1 & -1 & 0i & i & i \\ -i & -i & -i & 0 & -1 & -1 \\ -i & -i & -i & 1 & 0 & -1 \\ -i & -i & -i & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}, \text{ was die komplexe Spaltung}$$

$${}^2\bar{\tau} = \tau \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} + i\tau \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \text{ ermöglicht.}$$

$$\text{Die Iteration liefert } \frac{1}{\tau^2} sp({}^2\bar{\tau} \times {}^2\bar{\tau}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 4i & 2i & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 2i & 0 & -2i \\ 4 & 2 & 1 & 0 & -2i & -4i \\ 4i & 2i & 0 & 1 & 2 & 4 \\ 2i & 0 & -2i & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -2i & 4i & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} + i \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -4 \\ 4 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Weitere Iterationen $sp(2\bar{\tau} \times sp(2\bar{\tau} \times 2\bar{\tau})) \sim \tau^3 = \Delta$ oder $sp(sp(2\bar{\tau} \times 2\bar{\tau}) \times 2\bar{\tau}) \sim \tau^3$ liefern weitere komplexe Tensoren, welche dem Volumen der metronischen Elementarzelle proportional sind.

$$\text{Es ist } \frac{1}{\tau^3} sp(2\bar{\tau} \times sp(2\bar{\tau} \times 2\bar{\tau})) = \begin{vmatrix} 0 & 3 & 9 & 9i & 3i & i \\ -3 & 0 & 3 & 3i & i & 3i \\ -9 & -3 & 0 & i & 3i & 9i \\ -9i & -3i & -i & 0 & -3 & -9 \\ -3i & -i & -3i & 3 & 0 & -3 \\ -i & -3i & -9i & 9 & 3 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 3 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ -9 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 3 & 0 \end{vmatrix} + i \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 9 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 9 \\ -9 & -3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & -9 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Wird die Matrizen Spur von $(sp(2\bar{\tau} \times 2\bar{\tau})) \times 2\bar{\tau}$ gebildet, dann zeigt sich $sp(2\bar{\tau} \times sp(2\bar{\tau} \times 2\bar{\tau})) - sp(sp(2\bar{\tau} \times 2\bar{\tau})) \times 2\bar{\tau} = 2\bar{0}$, und diese Kommutativität ist der Nachweis dafür, daß $sp(2\bar{\tau} \times sp(2\bar{\tau} \times 2\bar{\tau})) \sim \tau^3$ eindeutig ist.

Es kann noch die Determinante des Metronentensors gebildet werden. Bei der Entwicklung dieser Determinante zeigt sich

$1/\tau^6 |2\bar{\tau}|_6 = 0$. Die Eigenschaften des Metronentensors und der Spinorientierung werden demnach zusammengefaßt in

$${}^2\bar{\tau} = (\text{ROT}_6\bar{\phi}); 1, \quad \tau {}^2\bar{P} = \text{ROT}_6\bar{\phi},$$

$${}^2\bar{\tau} = \tau \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & i & i & i \\ -1 & 0 & 1 & i & i & i \\ -1 & -1 & 0 & i & i & i \\ -i & -i & -i & 0 & -1 & -1 \\ -i & -i & -i & 1 & 0 & -1 \\ -i & -i & -i & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix},$$

$$sp({}^2\bar{\tau} \times sp({}^2\bar{\tau} \times {}^2\bar{\tau})) = \Delta \begin{vmatrix} 0 & 3 & 9 & 9i & 3i & i \\ -3 & 0 & 3 & 3i & i & 3i \\ -9 & -3 & 0 & i & 3i & 9i \\ -9i & -3i & -i & 0 & -3 & -9 \\ -3i & -i & -3i & 3 & 0 & -3 \\ -i & -3i & -9i & 9 & 3 & 0 \end{vmatrix}, \quad |{}^2\bar{\tau}|_6 = 0 \quad (16a).$$

Damit sind die Eigenschaften einer metronischen Elementarzelle beschrieben, so daß auch eine Aussage über die möglichen Spinorientierungen der $2L_2 = 30$ begrenzenden Metronen einer solchen Zelle gemacht werden können. Da wegen $\text{ROT}_6\bar{\phi} = -(\text{ROT}_6\bar{\phi}) \times$ stets auch ${}^2\bar{P} = -{}^2\bar{P}^x$ und demnach auch der Metrontensor antihermitesch ist, aber die $2L_2 = 30$ von Null verschiedenen Komponenten die Spinorientierungen derjenigen Metronen beschreiben, welche die metronische Elementarzelle Δ des R_6 begrenzen, müssen sich grundsätzlich alle metronischen Spins innerhalb eines solchen geschlossenen Systems paarweise kompensieren. Hierfür gibt es naturgemäß sehr viele Möglichkeiten, doch muß wegen der vorausgesetzten Leere der Bezugswelt das Fehlen metrischer Strukturen gefordert werden, was wiederum eine völlige Isotropie sowohl des leeren Tensoriums als auch der überlagerten Spinorientierung dieses metronischen Welttensoriums bedingt. Neben dieser Isotropieforderung muß aber auch in der leeren Welt eine Strukturpotenz angenommen werden; denn tatsächlich ist die Welt nicht leer und die vorhandenen Strukturen müssen aufgrund einer vorhandenen Strukturpotenz aus einer leeren Welt hervorgegangen sein. Die Isotropieforderung der Hyperstruktur wird bereits durch die euklidische Infinitesimalmetrik im Fall der Strukturlosigkeit erfüllt. Für die überlagerte Spinorientierung gibt es grundsätzlich nur drei Möglichkeiten, welche die Isotropieforderung und ${}^2\bar{\tau} = -{}^2\bar{\tau}^x$ erfüllen:

a) Alle 30 Grenzmetronen von Δ sind hinsichtlich des Spins so orientiert, daß alle Spinvektoren nach außen weisen. So erhält Δ einen **Exogenspin** und wird mit Δ_+ bezeichnet.

b) Alle Spinvektoren weisen in das Innere von Δ , was zu einem **Endogenspin** und Δ_- führt. Die aus $\Delta_{\pm}$ konstruierbaren Welten $R_{6(\pm)}$, nämlich die **Exogenwelt** und die **Endogenwelt**, sind zwar völlig isotrop, doch würden sie keine Strukturpotenz enthalten; denn wenn eine Strukturpotenz vorhanden wäre, dann müßte bereits der Austausch von zwei metronischen Elementarzellen eine Spinstruktur zur Folge haben. Daraus folgt, daß die Fälle a und b zwar metronische Möglichkeiten darstellen, die jedoch in der leeren Welt nicht realisiert sind.

c) Es besteht die Möglichkeit, die beiden spinorientierten Welten $R_{6(\pm)}$ unter Wahrung der Isotropieforderung so zu kombinieren, daß es zu einer metronischen Spinkombination kommt. Eine Zelle $\Delta_{\pm}$ wird von $2L_2 = 30$ Zellen $\Delta_{\mp}$ umgeben, und jede dieser 30 Zellen kann von $30 - 1 = 29$ Zellen $\Delta_{\pm}$, also insgesamt $30 \cdot 29$ Zellen $\Delta_{\pm}$ umgeben werden usw. Auf diese Weise entsteht eine spinkombinierte Welt $R_{6(0)}$, in welcher jede Zelle Δ_+ von 30 Zellen Δ_- und jede Zelle Δ_- wiederum von 30 Zellen Δ_+ begrenzt wird. Dieser letzte Fall erfüllt die Isotropieforderung, doch liegt zugleich eine Strukturpotenz vor. Denn werden zwei benachbarte Elementarzellen vertauscht, dann ist bereits eine Spinstruktur entstanden.

Zusammenfassend kann hinsichtlich des leeren metronischen Weltensoriums festgestellt werden, daß die Hyperstruktur euklidisch und das Feinstrukturaster geradlinig äquidistant sind. Neben dieser metronischen Isotropie gibt es noch eine Spinisotropie hinsichtlich der überlagerten Spinorientierung, so daß sich eine Exogen- und eine Endogenwelt $R_{6(\pm)}$ zur realen strukturpotenten Welt $R_{6(0)}$ kombinieren. Auf diese Weise wird also die spinorientierte Hyperstruktur des realen, aber leeren metronischen Weltensoriums durch die Spinkombination der metronischen Elementarzellen

$$\Delta_{\pm} \triangleq \pm 2\vec{\tau}, \quad \Delta_{\pm} \triangleq R_{6(\pm)}, \quad R_{6(+)} + R_{6(-)} \triangleq R_{6(0)} \quad (16b)$$

beschrieben. Diese spinüberlagerte Hyperstruktur $R_{6(0)}$ einer leeren

Welt, welche zur Strukturierung fähig ist, erscheint besonders als Bezugstensorium geeignet, auf welches das Tensorium einer strukturierten Welt R_6 bezogen werden kann. Dieses Bezugstensorium wird also umschrieben durch

$$R_{6(0)} \equiv R_{6(0)}(x^k)_1^6, \quad x^k = C^k; n, \quad (16c)$$

worin die Gitterselektoren $C_k = \alpha_k \cdot ()_k$ als Gitterselektoren der leeren Welt die Bezugskordinaten liefern. Irgendeine Weltstruktur könnte auch auf eine andere Bezugsstruktur bezogen werden, doch liefert die vom Metronenspin überlagerte Hyperstruktur des leeren Welttensoriums wegen der völligen morphologischen Identität aller Metronen und der Linearität der Gitterselektoren die einfachste Bezugsstruktur. Bei der Analyse des $R_{6(0)}$ erscheinen die infinitesimalen hypothetischen Partialstrukturen (9) nicht. Wenn versucht werden soll, die infinitesimalen Weltstrukturen, bezogen auf den $R_{6(0)}$, zu metronisieren, dann kann dies nur hinsichtlich (8) geschehen; denn diese Strukturbeziehung war eine unmittelbare Folge der empirischen Phänomenologie, während Gleichung (9) trotz einer gewissen Wahrscheinlichkeit vorerst spekulativ ist. Sollte auch in metronischer Fassung die Existenz von Partialstrukturen erscheinen, dann kann es sich dabei wegen $N = 6$ und $p = 2$ nach (15b) nur um $M = 3$ tensorielle Gitterkernselektoren handeln, welche die Fundamentalselektoren eines polymetrischen Korrelators als Hypermatrix vom Typ 3 aufbauen. Die Existenz solcher Gitterkerne kann unmöglich direkt aus (8) abgelesen werden, doch könnte sie sich auf indirektem Wege aus der Synthese von (8) und (15) ergeben, was (9), also diesen heuristischen Schluß, bestätigen würde. Andererseits hätte dies die Notwendigkeit einer polymetrischen Beschreibung der Strukturstufen $\vec{\lambda}$ aus (8) zur Folge, wenn (8) mit τ in eine Selektorfassung gebracht werden kann.

Nach (8) werden die im nicht leeren, kontinuierlichen R_6 möglichen Strukturen durch das Eigenwertproblem dieser Beziehung in Form metrischer Quantenstufen beschrieben, wobei diese metrischen Quantenstufen physikalische Zustände der Welt im mikromaren Bereich sind; denn wegen der Konvergenz und Hermitezität erscheint der

R_6 hinsichtlich der durch (8) beschriebenen Weltstrukturen als der Trägerraum eines abstrakten Funktionenraumes, denn wegen (c) ist $\{\}$ durch einen linearen hermiteschen Zustandsoperator darstellbar. Der Operator C hängt nur von metrischen Größen der Welt ab und beschreibt demnach als Strukturoperator Zustände des R_6 an sich. Aus diesem Grunde müssen seine diskreten Eigenwertspektren $\vec{\lambda} \neq \vec{0}$ als metrische **Strukturstufen** bezeichnet werden, während das Spektrum der zugehörigen $\{\}$ die entsprechenden Zustandsfunktionen dieser mikromaren Strukturzustände der Welt enthält. Mithin erscheinen in dieser Fassung die $\vec{\lambda} \neq \vec{0}$ des Operators C als Leerraumzustände metrischer Art des R_6 .

Tatsächlich ist die leere Welt kein Kontinuum im Sinne der infinitesimalen Beschreibung (8), sondern eine metronische Hyperstruktur $R_{6(0)}$ mit sich kompensierender Spinstruktur. Da nun $R_{6(0)}$ mit $\vec{\lambda} = \vec{0}$ ein Sonderfall der nicht leeren Welt $\vec{\lambda} \neq \vec{0}$ ist, muß auch die mit $\vec{\lambda} \neq \vec{0}$ strukturierte Welt eine solche Hyperstruktur sein, die aber immer auf die Hyperstruktur $R_{6(0)}$ der leeren Welt nach (16c) bezogen werden kann. Wenn jedoch die Welt R_6 mit $\vec{\lambda} \neq \vec{0}$ (diese werde jetzt immer mit R_6 bezeichnet) eine Hyperstruktur ist, dann muß auch die infinitesimale Zustandsgleichung (8) der Welt mit ihrer Konsequenz, wonach die Eigenwertspektren $\vec{\lambda} \neq \vec{0}$ metrische Strukturstufen enthalten, metronisierbar sein, das heißt, in Analogie zum kontinuierlichen Trägerraum eines abstrakten Funktionenraumes muß es metronische Hyperstrukturen geben, die als Trägerstrukturen metronischer Funktionenräume wirken, so daß die diskreten Strukturzustände durch Zustandsselektoren in Form metronischer Eigenwertprobleme erscheinen, deren Eigenfunktionen als Dimensionen des metronischen Funktionenraumes wiederum Funktionen der Metronenziffern der Trägerstruktur, also metronische Funktionen sind.

Ist $\varphi = \psi; n$ eine durch den Selektor ψ darstellbare metronische Funktion, die von den Metronenziffern einer Hyperstruktur abhängt, deren Elementarzelle das Volumen $\delta\Omega$ hat, dann besteht immer die Möglichkeit, das Metronintegral $I = \int_{\Omega} \varphi \varphi^* \delta\Omega$ über die ganze Hyperstruktur Ω zu erstrecken. Wird weiter angenommen, daß es einen

Funktionalselektor $\lceil$ gibt, der so in Ω definiert ist, daß ein Zusammenhang $\lceil; \varphi = \lambda \varphi$, also eine Selektorgleichung $\lceil; \psi = \lambda \psi$ wegen $\varphi = \psi; n$ entsteht, dann ist diese Selektorgleichung ein Analogon zum Eigenwertproblem infinitesimaler Operatoren, das heißt, die Selektorgleichung $\lceil; \psi = \lambda \psi$ kann als metronisches Eigenwertproblem bezeichnet werden. Die Existenz eines solchen metronischen Eigenwertproblems kann aus der Existenz metronischer Matrizen hergeleitet werden; denn eine Matrix $\hat{C}$ ist auch dann definiert, wenn die Elemente metronische Funktionen sind. Wenn es aber metronische Matrizen gibt, dann muß es auch unitäre metronische Transformationsmatrizen $\hat{S}\hat{S}^\times = \hat{E}$ geben, mit deren Hilfe $\hat{C}$ unter Voraussetzung der Hermitizität $\hat{C} = \hat{C}^\times$ und des quadratischen Typs N stets gemäß $\hat{S}\hat{C}\hat{S}^{-1} = \hat{W}$ in ein Diagonalschema $\hat{W}$ transformiert werden kann, wenn N als Rang die Dimensionszahl der Hyperstruktur angibt und $\hat{C}$ gemäß $sp\hat{C} \geq 0$ mindestens semidefinit ist. Die Diagonalelemente W_{ii} ergeben sich dabei aus der Determinantenbeziehung der charakteristischen Gleichung $|\hat{C} - q\hat{E}|_N = 0$, die ihrerseits in das invariante Säkularpolynom entwickelt werden kann, was eine Gleichung vom Grade N für q ergibt. Ihre N Lösungen q_i sind dann die Diagonalelemente, welche $\hat{W}$ aufbauen. Dies bedeutet, daß $|\hat{C} - q\hat{E}|_N = 0$ mit $\hat{S}\hat{C} - \hat{W}\hat{S} = \hat{0}$ oder $W_{ii} - q_i = 0$ identisch ist. Setzt man $W_{ii} = \lceil; \varphi_i$ und $q_i = \lambda \varphi_i$, dann ergibt sich bei Fortlassung der Indizierung allgemein $\lceil; \varphi - \lambda \varphi = 0$, beziehungsweise mit $\varphi = \psi; n$ die Selektorgleichung $\lceil; \psi = \lambda \psi$ des metronischen Eigenwertproblems, dessen Existenz demnach durch die Existenz hermitescher metronischer Matrizen von quadratischem Typ begründet wird. Die notwendige Voraussetzung war $\hat{C} = \hat{C}^\times$, also auch $\hat{W} = \hat{W}^\times$, und dies wiederum bedeutet den reellen Charakter der Eigenwerte $\lambda = \lambda^*$, wodurch der Selektor $\lceil = \lceil^*$ als hermitescher Selektor gekennzeichnet wird. Wenn aber dieser Selektor hermitesch ist, dann muß auch die allgemeine Bedingung der Hermitizität $\int_{\Omega} (\varphi^* \lceil; \varphi - \varphi(\lceil; \varphi)^*) \delta \Omega = 0$ erfüllt sein. Einsetzen von $\lceil; \varphi = \lambda \varphi$ liefert dann wegen $\lambda = \text{const}$ die Beziehung $(\lambda - \lambda^*) \int_{\Omega} \varphi \varphi^* \delta \Omega = 0$, die wegen $\lambda = \lambda^*$ immer erfüllt wer-

den kann, wenn $\int_{\Omega} \varphi \varphi^* \delta \Omega < \infty$ bleibt. Diese Konvergenz wiederum macht die Normierung $\int_{\Omega} \varphi \varphi^* \delta \Omega = 1$ möglich. Eine Konvergenz metronischer Zustandsfunktionen ist also, ebenso wie die Realität der Eigenwerte, eine Konsequenz der Hermitezität des Selektors Γ und umgekehrt. Wenn also ein echtes metronisches Eigenwertproblem vorliegt, das heißt, wenn sich alle Eigenwerte in einem diskreten Punktspektrum befinden, dann müssen alle Eigenfunktionen konvergieren und der Funktionalselektor muß hermitesch sein. Ist dies der Fall, so werden die diskreten Eigenwerte reell und beschreiben demzufolge reale quantenhafte Zustände der zugrundegelegten metronischen Hyperstruktur. Immer dann, wenn ein Strukturzustand beschrieben wird, der durch stationäre Quantenstufen gekennzeichnet ist, besteht die Möglichkeit, diesen Zustand durch einen hermiteschen Funktionalselektor zu beschreiben, der so auf eine konvergente Zustandsfunktion φ einwirkt, daß ein metronisches Eigenwertproblem $\Gamma; \varphi = \lambda \varphi$ entsteht, was wegen $\varphi = \psi; n$ in die Fassung einer allgemeinen Selektorgleichung $\Gamma; \psi = \lambda \psi$ gebracht werden kann. Γ beschreibt dabei den Zustand der Struktur und wird, wenn die Hermitezitätsforderung erfüllt ist, als **Zustandsselektor** bezeichnet, während die diskreten Stufen λ des Zustandes durch die metronischen Eigenfunktionen $\varphi = \psi; n$ beschrieben werden. Ist ν die Quantenzahl einer Stufe λ_ν , welche durch φ_ν beschrieben wird, dann gilt stets $\Gamma; \varphi_\nu = \lambda_\nu \varphi_\nu$. Ist $\mu \neq \nu$ eine andere Stufe, dann würde $\varphi_\mu^* \Gamma; \varphi_\nu = \lambda_\nu \varphi_\nu \varphi_\mu^*$ den Übergang von der einen zur anderen Stufe beschreiben, was aber $\int_{\Omega} \varphi_\mu^* \Gamma; \varphi_\nu \delta \Omega = 0$ oder wegen $\lambda_\nu = \text{const}$ auch $\int_{\Omega} \varphi_\nu \varphi_\mu^* \delta \Omega = 0$ zur Folge hat. Wegen der Konvergenz $\int_{\Omega} \varphi_\nu \varphi_\nu^* \delta \Omega = 1$ für $\mu = \nu$ kann allgemein $\int_{\Omega} \varphi_\mu \varphi_\nu^* \delta \Omega = \delta_{\mu\nu}$ gesetzt werden, vorausgesetzt, daß Γ linear wirkt. In diesem Fall bilden also die Eigenfunktionen ein normiertes Orthogonalsystem, das heißt, es existiert tatsächlich über der zugrundegelegten N -dimensionalen Hyperstruktur ein abstrakter metronischer Funktionenraum, in welchem hermitesche Zustandsselektoren wirken. Die diskreten Strukturzustände der Trägerstruktur des metronischen Funktionenraumes werden

durch ein diskretes Punktspektrum und metronische Zustandsfunktionen beschrieben. Die notwendige und hinreichende Existenzbedingung dieses abstrakten metronischen Funktionenraumes ist demnach

$$\begin{aligned} \lceil; \psi = \lambda \psi, \quad \varphi = \psi; n, \quad \mathcal{S}(\varphi^* \lceil; \varphi - \varphi(\lceil; \varphi)^*) \delta \Omega = 0, \\ \mathcal{S} \varphi \varphi^* \delta \Omega < \infty, \quad \lambda = \lambda^*. \end{aligned} \quad (17)$$

Wenn irgendein metronisches Problem diesen Bedingungen genügt, dann ist der Funktionalselektor ein Zustandsselektor in einem metronischen Funktionenraum, der einen Zustand innerhalb der diesen Funktionenraum tragenden metronischen Hyperstruktur beschreibt, wobei der Zustand selbst in diskreten Strukturstufen existiert. Liegt der Sonderfall eines linear wirkenden Zustandsselektors $\lceil = L'$ vor, so daß $L'; \psi = \lambda \psi$ eine homogene Selektorgleichung 1. Grades ist, so müssen auch dann, wenn eine Inhomogenität vorliegt, die Eigenfunktionen von $L'; \varphi_v = \lambda_v \varphi_v$ die wirkliche Zustandsfunktion φ im Sinne einer Linearkombination $\varphi = \sum_v c_v \varphi_v$ aufbauen, wobei die $c_v = \text{const}$ sind.

Wegen der Linearität beschreibt $L'; \psi = \lambda \psi$ keine Wechselbeziehung im Sinne einer Korrespondenz, sondern den Strukturzustand eines ungestörten Systems metronischer Strukturstufen, derart, daß wegen der Konvergenz die φ_v im metronischen Funktionenraum gemäß

$\mathcal{S} \varphi_\mu \varphi_\nu^* \delta \Omega = \delta_{\mu\nu}$ ein normiertes Orthogonalsystem bilden. Aus diesem

Grunde wird im Fall des linearen Zustandsselektors $\mathcal{S} \varphi \varphi^* \delta \Omega =$

$$\begin{aligned} &= \mathcal{S} \left(\sum_v c_v \varphi_v \right)^* \left(\sum_\mu c_\mu \varphi_\mu \right) \delta \Omega = \mathcal{S} \sum_{\mu, \nu} c_\mu c_\nu^* \varphi_\mu \varphi_\nu^* \delta \Omega = \sum_{\mu, \nu} c_\mu c_\nu^* \mathcal{S} \varphi_\mu \varphi_\nu^* \delta \Omega = \\ &= \sum_{\mu, \nu} c_\mu c_\nu^* \delta_{\mu\nu} = \sum_v c_v c_v^* \quad \text{wegen} \quad \mathcal{S} \mathcal{S} = \mathcal{S} \mathcal{S} \quad \text{und} \quad \mathcal{S} \varphi_\mu \varphi_\nu^* \delta \Omega = \delta_{\mu\nu}. \end{aligned}$$

Da auch L' als Zustandsselektor vorausgesetzt wurde, muß L' hermitesch und deshalb φ konvergent sein, so daß grundsätzlich die Normierung $\mathcal{S} \varphi \varphi^* \delta \Omega = 1$ möglich ist, was $\sum_v c_v c_v^* = 1$ zur Folge hat und somit bedeutet, daß die $c_v c_v^*$ aus der Superposition $\varphi = \sum_v c_v \varphi_v$ sich wie

Wahrscheinlichkeiten verhalten. Einsetzen von $L'; \varphi = \lambda \varphi$ und

$\varphi = \sum_v c_v \varphi_v$ unter Verwendung der Konvergenz in $S\varphi^*L'; \varphi \delta\Omega$ liefert ganz allgemein $S\varphi^*L'; \varphi \delta\Omega = \tilde{\lambda}$, wenn $\tilde{\lambda}$ der observable Mittelwert der λ_v ist, das heißt, $\varphi\varphi^*$ erscheint auch im metronischen Funktionenraum als Wahrscheinlichkeitsdichte der metronischen Strukturstufen, die durch φ_v und λ_v gekennzeichnet werden, vorausgesetzt, daß L' linear wirkt. Während $L'; \varphi_v = \lambda_v \varphi_v$ mit dem diskreten λ_v die Zustände der einzelnen Stufen v beschreibt, kennzeichnet $S\varphi^*L'; \varphi \delta\Omega = \tilde{\lambda}$ den mittleren Zustand aller dieser Stufen. Da L' als Zustandsselektor hermitesch sein muß, folgt aus dieser Hermitezität $S(\varphi^*L'; \varphi - \varphi(L'; \varphi)^*) \delta\Omega = 0$ unmittelbar $\tilde{\lambda} - \tilde{\lambda}^* = 0$, also die Rea-

lität des gemittelten Zustandes aller Strukturstufen. Diese Wahrscheinlichkeitsinterpretation gilt nur für den linearen Fall $\Gamma = L'$, weil hier L' den ungestörten stationären Strukturzustand und somit Quantenstufen ohne Korrespondenz beschreibt, was durch die Möglichkeit der Linearkombination aller metronischen Eigenfunktionen zur Zustandsfunktion φ zum Ausdruck gebracht wird. Diese lineare Superposition gestattet auch die Interpretation von $\varphi_v \varphi_v^*$ als Wahrscheinlichkeitsdichte des Zustandes v . Wird $\Gamma \neq L'$ so, daß $\Gamma; \psi = \lambda \psi$ eine Selektorgleichung von höherem als ersten Grad ist, dann besteht nicht mehr die Möglichkeit einer Linearkombination der Eigenfunktionen, so daß die sich hieraus ergebenden Konsequenzen und Interpretationen entfallen. Auch brauchen diese Eigenfunktionen im abstrakten metronischen Funktionenraum kein normiertes Orthogonalsystem zu bilden. Aufgrund dieser Aussagen ist die Voraussetzung für eine Metronisierung der Welt und der infinitesimalen Weltstrukturen (8) mit (15) erfüllt.

Offensichtlich wird der metronische Funktionenraum vom allgemeinen abstrakten Hilbertschen Funktionenraum impliziert, so daß wegen der stetigen Anschlußforderung geodätisch begrenzter τ mit $p = 2$ die Operatorhermitezität im Kontinuum nach der Metronisierung ebenso erhalten bleibt wie die Konvergenz der Zustandsfunktionen. Hermitesche Zustandsoperatoren und konvergente Zustandsfunk-

tionen werden also unter Berücksichtigung von $\tau = \text{const}$ zu hermiteschen funktionalen Zustandsselektoren und zu konvergenten Selektoren entsprechender metronischer Zustandsfunktionen.

Das nach (16) zu verwendende leere Bezugstensorium $R_{6(0)}$ ist durch die Identität von Hyper- und Gitterselektoren gekennzeichnet, was infinitesimal nach (8) der Aussage $\vec{\lambda} = \vec{0}$ äquivalent ist. Erst für $\vec{\lambda} \neq \vec{0}$ unterscheiden sich diese Selektoren voneinander, doch ist bei der Metronisierung der Umfang der durch die globale Poincaré-Gruppe zugelassenen Koordinatentransformationen sozusagen durch eine «Flächenisometrie» der $\tau = \text{const}$ einzuschränken, was zumindest für den jeweiligen Momentanzustand der Hyperfläche R_5 normal zu x_4 gilt. In x_4 kann diese Flächenisometrie durch $\dot{\tau} \neq 0$ dann durchbrochen werden, wenn die nach (15) den Wert τ bestimmenden Naturkonstanten von der kosmischen Bewegung des R_5 in x_4 abhängen und somit Funktionen eines momentanen Weltalters sind.

Die das geodätische Gitter aus dem Kontinuum des geodätischen Netzes auswählenden Hyperselektoren sind hermitescher Natur und definieren eine Metrik $(ds)^2 \rightarrow (\check{ds})^2 = \tau$, welche durch einen Fundamentalselektor $g_{ik} \rightarrow \gamma_{ik}; n$ hermitescher tensorieller Natur ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma} \times$ gekennzeichnet ist. Nach Kapitel III (M25c) ist aber ${}^2\bar{\gamma} = sp({}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa})$ durch einen Gitterkernselektor ${}^2\bar{\kappa}$ darstellbar, der im allgemeinen Fall nichthermitescher Natur ist. Es bedingt jedoch ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma} \times$ die Zweideutigkeit ${}^2\bar{\kappa} = \pm {}^2\bar{\kappa} \times$, doch bleibt hier nur die Möglichkeit ${}^2\bar{\kappa} = {}^2\bar{\kappa} \times$, wenn die Hyperselektoren hermitesch sind; denn die Gitterkerne sind die Kerne von Integralselektoren, durch welche diese Hyperselektoren dargestellt werden. Dies bedeutet, daß ${}^2\bar{\kappa}(C_k)_1^6$ und ${}^2\bar{\gamma}(C_k)_1^6$ Funktionalselektoren der C_k des leeren Bezugstensoriums sind.

Einerseits erfolgt im Kontinuum der Übergang vom makromaren in den mikromaren Bereich durch $\left[\begin{smallmatrix} i \\ km \end{smallmatrix} \rightarrow \left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} \right.$ mit $\widehat{\{\}} = \widehat{\{\}} \times$ als konvergenter Funktion, und andererseits gilt (16) entsprechend

$$\frac{\partial}{\partial x^k} \rightarrow \frac{1}{\alpha_k} \check{\partial}_k = \check{\partial}_k \quad (\text{Kürzung}), \text{ wofür ebenfalls } (\check{\partial}_i \times \check{\partial}_k)_- = 0 \text{ gilt.}$$

Damit wird die Metronisierung $\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} \rightarrow \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right]; n$ möglich, wobei das Schema des Fundamentalkondensors im R_6 , nämlich $\overline{\square} = \overline{\square}^\times$ nach (17) ebenso konvergent sein muß wie das infinitesimale Feld $\overline{\square}$. Diese kovariante Hermitezität des Fundamentalkondensors und von $\overline{\square}$ aus (8) hat zur Folge, daß die infinitesimalen $\square$ -Operatoren der kovarianten Differentiation und die ihnen gemäß dem Metronisierungsverfahren nach $\square_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)} \rightarrow (\square)_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)}$ entsprechenden Kondensfeldselektoren in ihrer sechsfachen Differenzierungsmöglichkeit $\varepsilon \leq 6$ der differenzierten Typensignaturen s_1 bzw. s_2 stark eingeschränkt werden; denn die $\varepsilon \leq 3$ sind wegen $\overline{\square} = \overline{\square}^\times = \overline{\square}_+$ ebenso identisch wie die drei Signaturen $\varepsilon > 3$ mit der Fehlstelle $\varepsilon = 6$. Mithin kann für die beiden möglichen Signaturelemente $(\varepsilon \leq 3) \triangleq +$ und $(\varepsilon > 3) \triangleq -$ gesetzt werden, wodurch als Folge der kovarianten Hermitezität von $\overline{\square}$ der Umfang des Schemas $\overline{\square}$ stark vermindert wird. Die Metronisierung der Beziehung (8) muß also von dem Schema

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x^k} \rightarrow \frac{\delta_k}{\alpha_k} &= \underline{\delta}_k, \quad g_{ik} \rightarrow \gamma_{ik}; n, \quad 2\overline{\gamma}(C_k)_1^6 = sp(2\overline{\kappa} \times 2\overline{\kappa}) = 2\overline{\gamma}^\times, \\ 2\overline{\kappa} &= 2\overline{\kappa}^\times, \quad \overline{\square} \rightarrow \overline{\square}; n, \quad \overline{\square} = \overline{\square}^\times, \quad \square_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)} \rightarrow (\square)_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)}, \\ (\varepsilon \leq 3) &\triangleq +, \quad (\varepsilon > 3) \triangleq - \end{aligned} \quad (18)$$

ausgehen. Gemäß (M31) kann nun mit Hilfe dieser Beziehung (18) auch der Krümmungstensor durch den als **Raumkompressor** bezeichneten Funktionalselektor ${}^4\overline{\zeta}$ metronisiert werden, was $R_{\dots kmp}^i \rightarrow \varsigma_{kmp}^i; n$ ergibt. Die Matrixspur liefert hier $\varsigma_{km} = \varsigma_{kmp}^p$ als Metronisierung des Riccitors ${}^2\overline{\zeta} = sp{}^4\overline{\zeta}$ und weiter $\varsigma = sp{}^2\overline{\zeta}$, so daß $R_{km} \rightarrow \varsigma_{km}; n$ und auch $R \rightarrow \varsigma; n$ gilt.

Die Tensordivergenz im leeren R_6 wird metronisch zum Kondensfeldselektor $(\square)_{(-)}^{(-)}$ und demzufolge die Vektordivergenz zu

$sp() \left(\begin{smallmatrix} - \\ - \end{smallmatrix} \right)^{-}$. Andererseits gilt für den divergenzfreien infinitesimalen

Strukturtenor der Übergang $R_{km} - \frac{1}{2} g_{km} R \rightarrow (\varsigma_{km} - \frac{1}{2} \gamma_{km}; ()\varsigma); n$,

wobei wegen der kovarianten Hermitezität der Tensorelektor

${}^2\bar{\varsigma} - \frac{1}{2} {}^2\bar{\gamma}; ()\varsigma$ ebenfalls divergenzfrei ist, so daß

$sp() \left(\begin{smallmatrix} - \\ - \end{smallmatrix} \right)^{-}; ({}^2\bar{\varsigma} - \frac{1}{2} {}^2\bar{\gamma}; ()\varsigma) = \bar{0}$ gilt, wenn in (M27) wegen $g_{ik} = g_{ik}^{\times}$

für die einfache alternative Typensignatur $\varepsilon \triangleq (1, 2, 3) \triangleq (+)$ und

$\varepsilon \triangleq (4, 5, 6) \triangleq (-)$ gesetzt wird. Mit (18) und dem System

$$R_{kmp}^i \rightarrow \varsigma_{kmp}^i; n, \quad {}^2\bar{\varsigma} = sp^4 \bar{\varsigma}, \quad \varsigma = sp^2 \bar{\varsigma},$$

$$sp() \left(\begin{smallmatrix} - \\ - \end{smallmatrix} \right)^{-}; ({}^2\bar{\varsigma} - \frac{1}{2} {}^2\bar{\gamma}; ()\varsigma) = \bar{0} \quad (18a)$$

sind nunmehr alle Voraussetzungen zur Metronisierung von (8) erfüllt, so daß die Synthese von (8) und (15) vollzogen werden kann.

Während der makromare Bereich durch die Gültigkeit der empirischen Aussagen (d) sowie (a) und (b) bestimmt wird, kennzeichnet das Prinzip (c) mit h den mikromaren Bereich. Darüber hinaus muß es jedoch nach (15) noch einen von τ bestimmten submikromaren Bereich geben, dessen Gültigkeitsbereich durch die Metronisierung erreicht wird. Hinsichtlich der Parallelverschiebungen erscheint nach (8) stets $\lceil_{km}^i$ makromar, aber die konvergierenden $\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}$ mikromar und $\left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right]; n$ metronisch submikromar, so daß der Übergang $\lceil_{km}^i \rightarrow \left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} \rightarrow \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right]; n$ angegeben werden kann. Da durch die $\lceil_{km}^i$ die Geodäsie ausgedrückt wird, was ihre Interpretation durch Wechselwirkungsfelder ermöglicht, kommt diese Interpretation auch $\{\}$ und primär $\lceil$ zu, wobei die Eigenschaft von $\lceil$, ein Maß metronischer relativer Kondensationen zu beschreiben, metaphorischer Natur ist, aber zugleich den Wechselwirkungscharakter unterstreicht.

Der Übergang vom makromaren in den mikromaren Bereich wird nach (8) beschrieben durch $R_{kmp}^i \rightarrow C_p \left\{ \begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\}$, doch gilt für den Übergang vom makromaren in den mikromaren Bereich direkt

$R_{kmp}^i \rightarrow \varsigma_{kmp}^i; n$, so daß auch $C\{\} \rightarrow {}^4\bar{\varsigma}; n$ gelten muß.

Nach (M31a) gilt auch ${}^4\overline{\zeta} = K; \widehat{\square}$, wobei im allgemeinen K als darstellender Funktionalselektor nicht der Hermitezitätsbedingung eines Zustandsselektors zu genügen braucht. Wegen der kovarianten Hermitezität des R_6 gilt aber $\left(\begin{smallmatrix} 1,6 \\ - \end{smallmatrix}\right) = \left(\begin{smallmatrix} +, - \\ - \end{smallmatrix}\right)$, und dies bedingt, daß im R_6 dieser Selektor K die Hermitezitätsforderung des abstrakten Funktionenraumes erfüllt, so daß $C\widehat{\square} \rightarrow K; \widehat{\square}; n$ gesetzt werden kann, was $C \rightarrow K$ ermöglicht. In (8) ist die Matrixspur wegen der makromakro-Approximation $\lambda_p(k, m) \left\{ \begin{smallmatrix} p \\ k \ m \end{smallmatrix} \right\} \rightarrow \alpha(T_{km} - \frac{1}{4}g_{km}T)$ mit $\alpha = \text{const}$ energetischer Natur, wobei die $\vec{\lambda}$ in diskreten Punktspektren liegen. An dieser Eigenschaft ändert offensichtlich $C \rightarrow K$ nichts, so daß $\vec{\lambda}\widehat{\square} \rightarrow \vec{\lambda}\widehat{\square}; n$ ebenso durchführbar ist wie $\vec{\lambda} \times \widehat{\square} \rightarrow \vec{\lambda} \times \widehat{\square}; n$, was im Vergleich die Selektorbeziehung $K; \widehat{\square} = \vec{\lambda} \times \widehat{\square}$ als Synthese von (8) und (15) liefert. Zunächst kann festgestellt werden, daß die $\vec{\lambda}$ reelle diskrete Punktspektren bilden, weil $\widehat{\square}; n$ wegen der Konvergenz von $\widehat{\square}$ ebenfalls konvergent ist und K wegen der kovarianten Hermitezität ein hermitescher Zustandsselektor ist, so daß für $K; \widehat{\square} = \vec{\lambda} \times \widehat{\square}$ nach (17) ein metronischer Funktionenraum im allgemeinen Hilbertraum existiert. In (8) beschreiben die diskreten $\vec{\lambda}$ metrische Strukturstufen, die jedoch wegen $\tau > 0$ als strukturelle Kondensationsstufen interpretiert werden müssen; denn der jeweilige Zustand eines Terms wird durch den Fundamentalkondensor als zugehörige Zustandsfunktion beschrieben, während $\vec{\lambda} \times \widehat{\square}; n$ auf den Einfluß des Zustandsselektors K auf den Fundamentalkondensor zurückgeht. K bzw. spK verursacht also diese strukturellen Kondensationsstufen des R_6 , weshalb K als darstellender Selektor von ${}^4\overline{\zeta}$ auch als **Raumkondensor** bezeichnet werden kann. In der Fassung ${}^4\overline{0} = K; \widehat{\square} - \vec{\lambda} \times \widehat{\square} = (K - \vec{\lambda} \times ()); \widehat{\square} = L; \widehat{\square}$ beschreibt die Synthese offenbar ein übergeordnetes Prinzip

$$L; \widehat{\square} = {}^4\overline{0} \quad (19)$$

als Selektorgleichung, welche aussagt, daß der Selektor

$$L = K - \vec{\lambda} \times () \quad (19a)$$

aus allen überhaupt möglichen Fundamentalkondensoren möglicher R_6 -Strukturen diejenigen auswählt, welche als Weltstrukturen elementarer Art existent sein können, und zwar dadurch, daß die Wirkung von L auf $\widehat{\square}$ immer dann zu einem tensoriellen Nullselektor vierten Grades führt, wenn es sich bei $\widehat{\square}$ um eine Weltstruktur handelt, also wenn $\widehat{\square}$ im physischen R_3 als physikalische Struktur erscheint. Demnach könnte L als **Weltselektor** bezeichnet werden.

Das Schema (19) gestattet die Bildung von drei Matrizen Spuren, nämlich zwei der Form $spK; \widehat{\square}$ und eine der Form $K; sp\widehat{\square}$. Nach (M31) und (M31b) gilt für den Raumkompressor in Komponentenform

$$\zeta_{kmp}^i = K_p; \begin{bmatrix} i \\ k \ m \end{bmatrix} = \check{\partial}_m \begin{bmatrix} i \\ k \ p \end{bmatrix} - \check{\partial}_p \begin{bmatrix} i \\ k \ m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i \\ m \ s \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k \ p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i \\ p \ s \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k \ m \end{bmatrix},$$

woraus hervorgeht, daß wegen $\begin{bmatrix} i \\ k \ m \end{bmatrix}; n \rightarrow \left\{ \begin{bmatrix} i \\ k \ m \end{bmatrix} \right\}$ und $\left\{ \begin{bmatrix} i \\ k \ m \end{bmatrix} \right\} \triangleq \varphi_{km}^i$ die algebraischen Eigenschaften von R_{kmp}^i sowohl im nichthermiteschen R_4 als auch im hermiteschen R_6 tatsächlich in den mikromaren Bereich übertragbar sind, was (3) und (3a) begründete. Damit müssen jedoch auch die Symmetrieeigenschaften in ${}^4\overline{\zeta}$ wieder erscheinen, was die möglichen Matrizen Spuren bestimmt. So ergibt sich für die Spur in

$$i = p \text{ der Selektor } \zeta_{kmp}^p = \varsigma_{km} = K_p; \begin{bmatrix} p \\ k \ m \end{bmatrix} = \lambda_p(k, m) \begin{bmatrix} p \\ k \ m \end{bmatrix}, \text{ aber}$$

$$\zeta_{kmp}^m = K_p; \begin{bmatrix} m \\ k \ m \end{bmatrix} = -\varsigma_{kp}, \text{ während } \zeta_{kmp}^k = K_p; \begin{bmatrix} k \\ k \ m \end{bmatrix} \text{ in } m$$

und p antisymmetrisch ist, woraus für $m = p$ die Beziehung

$$0 = K_m; \begin{bmatrix} k \\ k \ m \end{bmatrix} = \lambda_m(k, m) \begin{bmatrix} k \\ k \ m \end{bmatrix} \text{ folgt. Die aus } spL; \widehat{\square} = {}^2\overline{0} \text{ folgende}$$

Spur $spK; \widehat{\square} = \bar{\lambda} \widehat{\square}$ zeigt, daß es wegen $\zeta_{kmp}^p = \varsigma_{km}$ und $\zeta_{kmp}^m = -\varsigma_{kp}$ zu jeder Kondensationsstufe mit positiver Krümmung eine komplementäre Stufe mit negativer Krümmung gibt, derart, daß reale R_6 -Kondensationsstufen ς_{km} existieren, zu denen es virtuelle Stufen $-\varsigma_{kp}$ gibt. Möglicherweise gibt es eine zeitliche Oszillation realer und virtueller Strukturzustände im Sinne eines periodischen Zustands-

wechsels, was evtl. die in Bd. II, VI, 5 beschriebenen Untersuchungen über Feldaktivierung und Kondensorfluß vom Prinzip her begründen könnte. Die beiden möglichen formalen Spurbildungen sind $spL;\widehat{\square} = {}^2\overline{0}$ und $L;sp\widehat{\square} = {}^2\overline{0}$, von denen die erste Spur nach (19a) die Selektorbeziehung

$$spK;\widehat{\square} = \bar{\lambda}\widehat{\square} \quad (19b)$$

liefert, welche beim Übergang in den mikromaren und makromaren Bereich zur divergenzfreien halbphänomenologischen Beziehung

$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \alpha T_{ik}$ führt, welche das Prinzip (a) erfüllt.

Als Folge der prinzipiellen Antisymmetrie $\zeta_{.kmp}^i = -\zeta_{.kpm}^i$ mit $\zeta_{.kmm}^i = 0$ ergibt sich für die zweite formale Spurbildung von (19), also $L;sp\widehat{\square} = {}^2\overline{0}$ oder $K;sp\widehat{\square} = \bar{\lambda} \times sp\widehat{\square}$ die Beziehung

$0 = K_m; \left[\begin{smallmatrix} k \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] = \lambda_m(k, m) \left[\begin{smallmatrix} k \\ k \ m \end{smallmatrix} \right]$. Da im R_6 wegen (4b) die $\lambda_m(k, m)$ nicht notwendig verschwinden (im Gegensatz zum R_4), muß auch $0 = \sum_m \lambda_m(k, m) \left[\begin{smallmatrix} k \\ k \ m \end{smallmatrix} \right]$ gelten, so daß

$0 = sp(K;sp\widehat{\square}) = sp(\bar{\lambda} \times sp\widehat{\square}) = \bar{\lambda} sp\widehat{\square}$ gesetzt werden kann. Wegen der kovarianten Hermitezität gilt für $\tau = 0$ infinitesimal

$2 \left[\begin{smallmatrix} k \\ km \end{smallmatrix} \right] = \frac{\partial g}{\partial x^m}$ mit $g = |g_{ik}|_6$, was mit $\left[\begin{smallmatrix} k \\ km \end{smallmatrix} \right] \rightarrow \left[\begin{smallmatrix} k \\ k \ m \end{smallmatrix} \right]; n$ und $g \rightarrow \gamma; n$ metronisierbar ist. Im hermiteschen R_6 ist stets $\bar{\lambda} \neq \overline{0}$ und auch $sp\widehat{\square} \neq \overline{0}$, solange die partiellen Metrondifferentiale des Selektors der Funktionaldeterminante vom Nullselektor verschieden sind. Dies ist aber immer der Fall, wenn eine Kondensationsstufe als Hyperstruktur vorliegt; denn dann können durch keine Drehungen oder Translationen der cartesischen Bezugskordinaten Gitter- und Hyperselektoren zur Deckung gebracht werden. Mithin ist nicht nur $\bar{\lambda} \neq \overline{0}$, sondern auch $sp\widehat{\square} \neq \overline{0}$. Dies bedeutet jedoch, daß $\bar{\lambda} sp\widehat{\square} = 0$ nur durch $\bar{\lambda} \perp sp\widehat{\square}$ erfüllt werden kann. Wegen $\widehat{\square} = \widehat{\square} \times$ kann $sp\widehat{\square}$ noch umgeformt werden.

Ist $(\cdot)_{(-)} = \sum_{k=1}^6 \bar{\partial}_k$ der auf Skalarfunktionen wirkende Kondensfeld-selektor aus der Wirkungsmatrix $\widehat{(\cdot)}$ nach (M27a), dann gilt für $sp\widehat{(\cdot)}$ wegen des hermiteschen Fundamentelektors das der infinitesimalen hermiteschen Geometrie analoge Theorem $sp\widehat{(\cdot)} = (\cdot)_{(-)}; \varphi$ mit $\varphi; n = \ln\sqrt{-g}$ und $g = |\gamma_{ik}|_6; n$, so daß aus der zweiten Matrizen-spur die Bedingung

$$\bar{\lambda} \perp (\cdot)_{(-)}; \varphi, \quad \varphi; n = \ln\sqrt{-g} \quad (19c)$$

folgt. Die Beziehungen (19b) und (19c) ergänzen (19) als Matrizen-spuren. Tatsächlich erfüllt (19) die empirischen Ausgangsfakten (a) bis (d) vollständig; denn für $\tau \rightarrow 0$ entsteht (8) aus (19), und hierin liefert die Matrizen-spur (8a) unter Beibehaltung des Prinzips (c), aber geeigneter partieller pseudoeuklidischer Approximation und Vernachlässigung quadratischer Glieder und einer zweifach singulären Abbildung in den nichthermiteschen R_4 die Operatoren der allgemeinen Wellenmechanik, die aber wegen des Quantendualismus von Wellen- und Korpuskularbild der Matrizenmechanik äquivalent ist. Wird dagegen unter Beibehaltung der Nichteuklidizität makromar approximiert, dann liefert (8) unter Vernachlässigung des antihermiteschen Anteils von $g_{ik}(R_4)$ die hermitesche Grundbeziehung der Allgemeinen Relativitätstheorie, deren Schwarzschildlösung eine Aussage über (d₂) gestattet, welche hinsichtlich der unteren Realitätsschranke (11) entspricht. Somit ist approximativ der Anschluß von (19) an die bekannten physikalischen Fakten gegeben, und auch den empirischen Prinzipien (a) bis (d) mit (d₁) und (d₂) wird durch (19) Rechnung getragen. Die Herleitung dieses Anschlusses befindet sich in VIII, 5 des Bandes II dieser Untersuchung.

1 Dieser «leeren» Welt (die auch durch $R_{6(0)}$ symbolisiert werden kann) kommt wegen des geradlinig äquidistanten geodätischen Gitters keine reale physikalische Bedeutung zu (was besonders aus IV, 4 und IV, 5 hervorgeht); doch kann ihr geodätisches Koordinatensystem x^k sehr zweckmäßig als Bezugssystem verwendet werden.

2. Hermetrieformen

Existieren nach (19) Kondensationsstufen $\bar{\lambda} \neq \bar{0}$, dann brauchen diese $\bar{\lambda}$ nicht notwendig in allen Koordinaten des R_6 definiert zu sein. Vielmehr kann das Spektrum $\bar{\lambda}$ sich auf irgendeinen k -dimensionalen Unterraum V_k mit $1 \leq k \leq 6$ beziehen, derart, daß in diesem V_k der Fundamentalsektor der Hyperstruktur vom tensoriellen Einheitssektor ${}^2\bar{\gamma}; n \neq {}^2\bar{E}$ abweicht, während $6 - k \geq 0$ Koordinaten pseudoeuklidisch bleiben, so daß sich außerhalb der k Dimensionen des V_k Gitter- und Hypersektoren decken. Im R_6 gibt es für einen V_k insgesamt $\binom{6}{k}$ Möglichkeiten und dies bedeutet, daß $Z_1 = \sum_{k=1}^6 \binom{6}{k} = 63$ Unterräume V_k Spektren metrischer Kondensationsstufen als Lösungsmannigfaltigkeiten von (19) in Form diskreter Punktspektren enthalten können. Es muß zunächst untersucht werden, welche dieser Z_1 Möglichkeiten tatsächlich mikromare Weltstrukturen beschreiben und wie die Semantik dieser $\bar{\lambda}$ beschaffen ist. Eine solche semantische Interpretation der durch die $\bar{\lambda}$ in den möglichen V_k bedingten metrischen Strukturen erfordert offensichtlich Formen einer «Hermeneutik möglicher Weltgeometrie» in den V_k (kurz als Formen der **Hermetrie** bezeichnet), derart, daß sich diese Hermeneutik letztlich an den empirischen physikalischen Fakten orientiert. Wenn also eine derartige Hermetrie $\bar{\lambda}(V_k)$ in k Weltdimensionen vorliegt, dann können zur Kürzung die $6 - k$ von $\bar{\lambda}$ nicht beeinflussen (pseudoeuklidischen) Koordinaten außerhalb des V_k als **antihermetrisch** bezeichnet werden.

Der R_6 ist nach (4) offenbar so beschaffen, daß drei nicht vertauschbare imaginäre Koordinaten einen $P_3 \perp R_3$ aufspannen. Hinsichtlich der Hermetrie erscheint hier der R_3 wegen seiner kompakten Eigenschaften als eine **semantische Architektureinheit** $s_{(1)} \equiv R_3$ der Welt, während die imaginären Koordinaten des P_3 wegen ihrer

Nichtvertauschbarkeit drei weitere semantische Einheiten, nämlich $s_{(2)} \equiv x_4$ sowie $s_{(3)} \equiv x_5$ und $s_{(4)} \equiv x_6$ darstellen. Diese $1 \leq j \leq 4$ semantischen Einheiten $s_{(j)}$ sind nach (4) auf keinen Fall als semantische Elemente des R_6 vertauschbar und der Hermetriebegriff $\bar{\lambda}(V_k) \neq \bar{0}$ muß sich demzufolge auf diese $s_{(j)}$ beziehen. Auf diese Weise erfährt Z_1 möglicher Hermetrieformen durch die Begrenzung eines V_k auf $\binom{4}{k}$ Möglichkeiten eine erste Reduktion auf die Zahl $Z_1 \rightarrow Z_2 = \sum_{k=1}^4 \binom{4}{k} = 15$ mögliche Hermetrieformen.

Im folgenden werde zur Kürzung die metronische Symbolisierung ${}^m\bar{C}$ für ein in der Varianzstufe vorgegebenes infinitesimales Tensor-schema beibehalten. Wird in (19b) der Übergang in den infinitesimalen Bereich zu (8a) durchgeführt und wird schließlich

$\overrightarrow{\lambda\{\}} \rightarrow \alpha \left({}^2\bar{T} - \frac{1}{4} {}^2\bar{g}T \right)$ makromar approximiert, dann entsteht

${}^2\bar{T} = {}^2\bar{T} \times$ als Energiedichtetensor im R_6 . Der Ansatz zur heuristischen Beziehung (9) zeigte aber, daß dieser Tensor wegen seiner Hermitizität und der mindestens semidefiniten Eigenschaft $T \geq 0$ gemäß ${}^2\bar{T} = sp({}^2\bar{M} \times {}^2\bar{M})$ die Iteration eines einheitlichen Feldtensors ${}^2\bar{M} = -{}^2\bar{M} \times$ im R_6 ist. Da andererseits wegen $spC\{\} \rightarrow {}^2\bar{R}$, also ${}^2\bar{R} - \frac{1}{2} {}^2\bar{g}R = \alpha {}^2\bar{T}$ die Quellenfreiheit $\overline{\text{div}}_6 {}^2\bar{T} = \bar{0}$ als Folge der Hermitizität im R_6 das Prinzip (a) erfüllt, muß wegen

${}^2\bar{T} = sp({}^2\bar{M} \times {}^2\bar{M})$ auch $\overline{\text{div}}_6 {}^2\bar{M} = \bar{0}$ gelten. Im nichthermiteschen R_4 ist ebenfalls ein phänomenologischer einheitlicher Feldtensor definiert, dessen vierdimensionale Vektordivergenz einem Viererstrom aus Trägheit und elektrischer Ladung proportional ist, wenn (d) durch (d₁) und (d₂) in der Form (*) und (*a) bestimmt wird. Aus diesem Grunde können in $\overline{\text{div}}_6 {}^2\bar{M} = \bar{0}$ die doppelte Ränderung des raumzeitlichen Tensorabschnittes und ihre partiellen Ableitungen nach x_5 und x_6 nur die Begriffe der Trägheitsmasse und des elektrischen Ladungsfeldes beschreiben, weil die vierdimensionale Vektordivergenz des einheitlichen Tensorfeldes als zweifach singuläre Abbildung der R_6 -Struktur aufgefaßt werden muß. Ponderable oder imponderable

Trägheitsmasse und der Begriff des elektrischen Ladungsfeldes sind die Grundbegriffe aller im physischen R_3 manifesten materiellen Strukturen, die offenbar wegen $\overline{\text{div}}_6 {}^2\overline{M} = \overline{0}$ allein auf die Änderung einheitlicher Feldkomponenten in x_5 und x_6 , also $s_{(3)}$ und $s_{(4)}$ zurückgehen. Bei allen Hermetrieformen möglicher Weltstrukturen muß also $s_{(3)}$ und (oder) $s_{(4)}$ auf jeden Fall hermetrisch sein, während $s_{(1)}$ und (oder) $s_{(2)}$ hermetrisch sein können. Bezeichnet A die drei möglichen Hermetrien $s_{(1)}, s_{(2)}$ und $(s_{(1)}, s_{(2)})$ des R_4 -Unterraumes, dann gibt es offenbar nur drei Gruppen aus jeweils vier Hermetrieformen, nämlich $H_1(s_{(3)}, A)$ sowie $H_2(s_{(4)}, A)$ und $H_3((s_{(3)}, s_{(4)}), A)$, wodurch die Zahl möglicher Hermetrieformen abermals eine Reduktion auf $Z_2 \rightarrow Z_3 = 12$ erfährt.

Da Hermetrieformen der Art A des R_4 allein niemals existieren können, sondern stets eine Hermetrie in $s_{(3)}$ und (oder) $s_{(4)}$ simultan auftritt, kann geschlossen werden, daß während eines kosmologischen Zeitintervalls immer primär eine Hermetrie in den **Transkoordinaten** (bezogen auf den R_4) vorangeht und sekundär die Formen A im R_4 bzw. R_3 induziert. Unterstellt man nun in der Spur (19b) von (19) lediglich eine Hermetrie in $s_{(3)}$ oder $s_{(4)}$, dann zeigt sich unter Verwendung der Theoreme aus Kapitel III, daß in diesem Fall alle $\lambda_p(k, m) = 0$ sind und somit keine Kondensationsstufen in x_5 oder x_6 vorliegen. Wenn aber derartige Kondensationsstufen in den Transkoordinaten fehlen, dann müssen auch $s_{(1)}$ und $s_{(2)}$ des R_4 antihermetrisch bleiben. Somit entfallen die Klassen H_1 und H_2 , was abermals die möglichen **Hermetrieformen** auf $Z_3 \rightarrow Z_4 = 4$ der Klasse H_3 reduziert. Symbolisiert $H(x, y)$ eine Hermetrie in x und y , dann werden diese vier Hermetrieformen physikalischer Lösungsmannigfaltigkeiten von (19) in die Klassen **imaginärer Kondensationen** $a \triangleq H(s_{(3)}, s_{(4)})$ und $b \triangleq H(s_{(2)}, s_{(3)}, s_{(4)})$, sowie **komplexer Kondensationen** $c \triangleq H(s_{(1)}, s_{(3)}, s_{(4)})$ und $d \triangleq H(s_{(1)}, s_{(2)}, s_{(3)}, s_{(4)})$ geteilt; denn in c und d wird auch die reelle Einheit $s_{(1)}$ hermetrisch. Während in a der R_4 , in b der R_3 und in c nur noch x_4 antihermetrisch sind, ist in d eine totale R_6 -Hermetrie gegeben. Die Hermetrieform a kennzeichnet **Selbstkondensationen** in den Transkoordinaten

(bezüglich des R_4), aber b **Zeitkondensationen** bzw. c **Raumkondensationen** und d **Raumzeitkondensationen**. Man könnte vermuten, daß die von Kondensationsstufen freien Formen $H(s_{(3)})$ und $H(s_{(4)})$ latente Potenzen der primären Selbstkondensation a sind. Wenn sich a , b , c und d als Elementarformen der Materie erweisen sollten und wenn die Übergänge $a \rightarrow (b, c, d)$ existieren, dann wären diese Potenzen als Propagation einer Kosmogonie der Materie anzusprechen. Vor einer Analyse dieser Formen a bis d erscheint es sinnvoll, zunächst das hermetrische Fundamentalproblem (19) allgemein zu lösen.

Ist die Gesamtzahl derjenigen Koordinaten q , welche die hermetrischen Architektureinheiten aufbauen, dann gibt es für $q = 1$ nur latente Möglichkeiten von Kondensationen (bezogen auf x_5 oder x_6), nicht aber metrische **Kondensationsstufen**. Wenn es also $1 < q \leq 6$ hermetrische Koordinaten im R_6 gibt, dann muß es möglich sein, (19) für dieses allgemeine Hermetrieproblem $q > 1$ des hermiteschen Strukturfeldes zu lösen, derart, daß diese allgemeine Lösung der jeweiligen **Hermetriestruktur** angepaßt werden kann. Der Weltselektor $L = K - \bar{\lambda} \times ()$ gestattet eine Beschreibung der Beziehung (19) durch den Raumkondensor, nämlich $K;[\bar{\Gamma}] = \bar{\lambda} \times [\bar{\Gamma}]$, und diese Selektorbeziehung kann wiederum in die Komponentenform

$$K_m; \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] = \lambda_m(k, l) \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] \text{ gebracht werden. Diese insgesamt } 6^4 = 1296$$

Gleichungen nehmen unter Verwendung der Definition des Raumkondensors, also wegen

$$K_m; \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] = \underline{\partial}_l \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] - \underline{\partial}_m \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] + \left[\begin{smallmatrix} i \\ l \ s \end{smallmatrix} \right]; () \left[\begin{smallmatrix} s \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] - \left[\begin{smallmatrix} i \\ m \ s \end{smallmatrix} \right]; () \left[\begin{smallmatrix} s \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] \text{ als Raumkompressor die Form}$$

$$\underline{\partial}_l \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] - \underline{\partial}_m \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] + \left[\begin{smallmatrix} i \\ l \ s \end{smallmatrix} \right]; () \left[\begin{smallmatrix} s \\ k \ m \end{smallmatrix} \right] - \left[\begin{smallmatrix} i \\ m \ s \end{smallmatrix} \right]; () \left[\begin{smallmatrix} s \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] = \lambda_m(k, l) \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] \text{ an. Es}$$

seien nun $q > 1$ Koordinaten hermetrisch. Sind die kovarianten Komponenten k und l bzw. k oder l antihermetrisch, dann folgt $\lambda_m(k, l) = 0$ nach der Antihermetriedefinition. Laufen dagegen k und l im Bereich der q hermetrischen Koordinaten und ist $m = \tilde{m}$ anti-

hermetrisch, dann folgt, wegen $\begin{bmatrix} \tilde{m}^i \\ k \ l \end{bmatrix} = 0$ und $\begin{bmatrix} k^i \\ l \end{bmatrix} = \text{const}(Z^{\tilde{m}})$ hinsichtlich des antihermetrischen Bereiches, so daß stets

$\lambda_{\tilde{m}}(k, l) \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix} = 0$ ist, was wegen $\begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix} \neq 0$ nur durch $\lambda_{\tilde{m}}(k, l) = 0$ reali-

siert werden kann. Dies bedeutet aber, daß die Eigenwertspektren kovariant hermetrischer Komponenten des Fundamentalkondensors keine Komponenten in den antihermetrischen Architektureinheiten der Welt haben können. Durch das Vorhandensein dieser antihermetrischen Einheiten bleiben also immer die Eigenwertspektren

$\lambda_m(\tilde{k}, l) = \lambda_m(k, \tilde{l}) = \lambda_m(\tilde{k}, \tilde{l}) = \lambda_{\tilde{m}}(k, l) = 0$ leer. Darüber hinaus gibt es noch die aus (19c) resultierenden Identitäten. Neben diesen Eigenwertspektren muß es auch, wiederum aufgrund des Baues der Gleichung (19) zwischen gewissen nicht leeren Eigenwertspektren Zusammenhänge geben. Für $k = m$ folgt die Form

$\check{\partial}_l \begin{bmatrix} i \\ m \ m \end{bmatrix} - \check{\partial}_m \begin{bmatrix} i \\ m \ l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i \\ l \ s \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ m \ m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i \\ m \ s \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ m \ l \end{bmatrix} = \lambda_m(m, l) \begin{bmatrix} i \\ m \ l \end{bmatrix}$ und für $\lambda_l(m, m)$ analog

$$\check{\partial}_m \begin{bmatrix} i \\ m \ l \end{bmatrix} - \check{\partial}_l \begin{bmatrix} i \\ m \ m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i \\ m \ s \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ m \ l \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i \\ l \ s \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ m \ m \end{bmatrix} = \lambda_l(m, m) \begin{bmatrix} i \\ m \ m \end{bmatrix}.$$

Addition der beiden Systeme liefert die Symmetriebeziehung

$\lambda_m(m, l) \begin{bmatrix} i \\ m \ l \end{bmatrix} + \lambda_l(m, m) \begin{bmatrix} i \\ m \ m \end{bmatrix} = 0$. Wird hierin das Eigenwertver-

hältnis $a_{ml} = -\frac{\lambda_l(m, m)}{\lambda_m(m, l)}$ eingeführt, dann gelten die Proportionalitäten

$$\begin{bmatrix} i \\ m \ l \end{bmatrix} = a_{ml} \begin{bmatrix} i \\ m \ m \end{bmatrix}. \text{ Entsprechend gilt auch } \begin{bmatrix} i \\ l \ m \end{bmatrix} = a_{lm} \begin{bmatrix} i \\ l \ l \end{bmatrix}.$$

Aus der Hermitezität des Fundamentalkondensors $\widehat{\Pi} = \widehat{\Pi}^\times$ folgt aber

unmittelbar $\begin{bmatrix} i \\ m \ l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i \\ l \ m \end{bmatrix}$ und damit das System hermitescher Symmetriebeziehungen

$$a_{ml} \begin{bmatrix} i \\ m \ m \end{bmatrix} - a_{lm} \begin{bmatrix} i \\ l \ l \end{bmatrix} = 0 \text{ oder als Proportionalität}$$

beschrieben $\begin{bmatrix} i \\ m \ m \end{bmatrix} = \frac{a_{lm}}{a_{ml}} \begin{bmatrix} i \\ l \ l \end{bmatrix}$. Als Substituenten sind also zwei

Systeme von Proportionalitäten, nämlich $\begin{bmatrix} i \\ m \ l \end{bmatrix} = a_{ml} \begin{bmatrix} i \\ m \ m \end{bmatrix}$ und $\begin{bmatrix} i \\ m \ m \end{bmatrix} = \frac{a_{lm}}{a_{ml}} \begin{bmatrix} i \\ l \ l \end{bmatrix}$ verfügbar. Hiermit kann in der allgemeinen Form

$$\check{\partial}_l \begin{bmatrix} i \\ k \ m \end{bmatrix} - \check{\partial}_m \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i \\ l \ s \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k \ m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i \\ m \ s \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k \ l \end{bmatrix} = \lambda_m(k, l) \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}$$

substituiert werden, so daß einheitlich nur noch die kovarianten Kondensorkomponenten k, l im Zusammenhang stehen. Die gemischtvariante Summation längs s im quadratischen Glied läuft in $1 \leq s \leq q$; denn nur in diesem Summationsintervall treten keine Nullfaktoren $\begin{bmatrix} i \\ \bar{s} \ p \end{bmatrix} = 0$ auf. Es ist

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i \\ k \ m \end{bmatrix} &= a_{km} \begin{bmatrix} i \\ k \ k \end{bmatrix} = \frac{a_{km}}{a_{kl}} \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix} \text{ und } \begin{bmatrix} i \\ l \ s \end{bmatrix} = a_{ls} \begin{bmatrix} i \\ l \ l \end{bmatrix} = \frac{a_{ls}}{a_{lk}} \begin{bmatrix} i \\ l \ k \end{bmatrix} = \\ &= \frac{a_{ls}}{a_{lk}} \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}, \text{ also } \begin{bmatrix} i \\ l \ s \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k \ m \end{bmatrix} = \frac{a_{ls}}{a_{lk}} \frac{a_{km}}{a_{kl}} \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k \ l \end{bmatrix}. \text{ Ganz} \end{aligned}$$

$$\text{analog folgt } \begin{bmatrix} i \\ m \ s \end{bmatrix} = a_{ms} \begin{bmatrix} i \\ m \ m \end{bmatrix} = \frac{a_{ms}}{a_{mk}} \begin{bmatrix} i \\ k \ m \end{bmatrix} = \frac{a_{ms}}{a_{mk}} \frac{a_{km}}{a_{kl}} \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}.$$

Einsetzen dieser Substitutionen liefert dann

$$\begin{aligned} &\left(\frac{a_{km}}{a_{kl}} \check{\partial}_l - \check{\partial}_m \right); \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix} + \left(\frac{a_{ls}}{a_{lk}} \frac{a_{km}}{a_{kl}} - \frac{a_{ms}}{a_{mk}} \frac{a_{km}}{a_{kl}} \right) \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k \ l \end{bmatrix} = \\ &= \lambda_m(k, l) \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}. \text{ Mit den Kürzungen } \frac{a_{km}}{a_{kl}} = a_m^{(kl)} \text{ sowie } \frac{a_{ls}}{a_{lk}} \frac{a_{km}}{a_{kl}} - \\ &- \frac{a_{ms}}{a_{mk}} \frac{a_{km}}{a_{kl}} = b_{ms}^{(kl)} \text{ wird dann } \left(a_m^{(kl)} \check{\partial}_l - \check{\partial}_m \right); \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix} + \\ &+ b_{ms}^{(kl)} \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k \ l \end{bmatrix} = \lambda_m(k, l) \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}. \text{ Wird längs der hermetrischen In-} \\ &\text{dizierungen } m \text{ summiert und zur Kürzung } a(k, l) = \sum_{m=1}^q a_m^{(kl)} \text{ sowie} \\ &b_s^{(kl)} = \sum_{m=1}^q b_{ms}^{(kl)} \text{ und } \lambda(k, l) = \sum_{m=1}^q \lambda_m(k, l) \text{ verwendet, dann ergibt} \\ &\text{sich aus der Summation, weil } a(k, l) \check{\partial}_l - \sum_{m=1}^q \check{\partial}_m = (a(k, l) - 1) \check{\partial}_l - \end{aligned}$$

$$- \sum_{m \neq l} \underline{\partial}_m \text{ ist, } ((a(k, l) - 1) \underline{\partial}_l - \sum_{m \neq l} \underline{\partial}_m); \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix} + b_s^{(kl)} \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k \ l \end{bmatrix} = \\ = \lambda(k, l) \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}. \text{ Wird in dieser Beziehung angenommen, daß die Kontra-}$$

varianten $i = \tilde{i}$ antihermetrisch sind, so beschreibt diese Beziehung eine lineare Verknüpfung der kontravariant antihermetrischen Kondensorkomponenten mit den hermetrischen (denn s läuft längs der hermetrischen Koordinaten).

Die Annahme von $i = \tilde{i}$ ist möglich; denn $\begin{bmatrix} \tilde{i} \\ kl \end{bmatrix} = \gamma^{\tilde{i}s} \begin{bmatrix} s \\ kl \end{bmatrix} \neq 0$

ist eine Linearkombination der rein kovarianten Kondensorkomponenten, weil für die antihermetrischen Fundamentalsektoren $\gamma^{\tilde{i}s} = \text{const}$ in bezug auf die hermetrischen Koordinaten gilt. Ist dagegen i ebenfalls hermetrisch, so beschreibt die Selektorgleichung offensichtlich die Struktur der betreffenden Kondensationsstufe und die Koeffizienten $b_i^{(kl)}$ sind durch die Eigenwertverhältnisse definiert.

Die Selektorgleichung kann also mit $b_i^{(kl)}$ multipliziert und längs

$1 \leq i \leq q$ summiert werden. Diese Linearkombinationen der gemischt-varianten Kondensorkomponenten definieren wiederum ko-

$$\text{variante Selektoren } \phi_{kl} = b_i^{(kl)} \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}. \text{ Da weiter } b_i^{(kl)} b_s^{(kl)} \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k \ l \end{bmatrix} = \\ = \left(b_i^{(kl)} \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}; () \right) \left(b_s^{(kl)} \begin{bmatrix} s \\ k \ l \end{bmatrix} \right) = \phi_{kl}^2 \text{ ist, wird die Selektorgleichung auf}$$

$$\text{diese Weise zu } ((a(k, l) - 1) \underline{\partial}_l - \sum_{m \neq l} \underline{\partial}_m); \phi_{kl} + \phi_{kl}^2 = \lambda(k, l) \phi_{kl}. \text{ Mit}$$

der Wirkung $\phi_{kl}; n = \phi_{kl}$ wird diese Selektorgleichung zum partiellen

$$\text{Metronifferential } ((a(k, l) - 1) \underline{\partial}_l - \sum_{m \neq l} \underline{\partial}_m); \phi_{kl} + \phi_{kl}^2 = \lambda(k, l) \phi_{kl}.$$

Das auf diese Weise exakt formulierte Hermetrieproblem kann nach einigen Transformationen einmal metronisch integriert werden. Mit dem normierten Orthogonalsystem der q hermetrischen Koordinaten

$$(\bar{e}_i \bar{e}_k)_q = \hat{E} \text{ und } \bar{a}_{kl} = \frac{\bar{e}_l}{\alpha_l} (a(k, l) - 1) - \sum_{m \neq l} \bar{e}_m / \alpha_m \text{ wird}$$

$$(a(k, l) - 1) \underline{\partial}_l - \sum_{m \neq l}^q \underline{\partial}_m = \bar{a}_{kl} \sum_{s=1}^q \bar{e}_s \underline{\partial}_s = \bar{a}_{kl} \text{GRAD}_q, \text{ also}$$

$$\bar{a}_{kl} \text{GRAD}_q \varphi_{kl} = \lambda(k, l) \varphi_{kl} - \varphi_{kl}^2 = \frac{1}{4} \lambda^2(k, l) \cdot \left(1 - \left(\frac{2\varphi_{kl}}{\lambda(k, l)} - 1\right)^2\right),$$

oder mit $u = \pm \left(\frac{2\varphi_{kl}}{\lambda(k, l)} - 1\right)$ ist auch

$$\text{GRAD}_q u = \pm \frac{1}{2} \lambda(k, l) \bar{a}_{kl}^{-1} (1 - u^2). \text{ Mit } \bar{n} = \sum_{s=1}^q \bar{e}_s n_s \text{ wird nach einer Multiplikation mit } \bar{\partial} \bar{n} \text{ stets}$$

$$\bar{a}_{kl}^{-1} \bar{\partial} \bar{n} = \frac{\alpha_l \bar{\partial} n_l}{a(k, l) - 1} - \sum_{m \neq l} \alpha_m \bar{\partial} n_m = \bar{\partial} N_{kl} = \kappa_{kl} = \text{const wegen}$$

der Linearität und $\text{GRAD}_q u \bar{\partial} \bar{n} = \sum_{s=1}^q \bar{\partial}_s u \bar{\partial} n_s = \sum_{s=1}^q \bar{\partial}_s u = \bar{\partial} u$. Es ergibt sich also die metronisch integrierbare Form

$$\frac{\bar{\partial} u}{1 - u^2} = \pm \frac{1}{2} \lambda(k, l) \bar{\partial} N_{kl} = \pm \frac{1}{2} \lambda(k, l) \kappa_{kl} = \pm A_{kl} \quad \text{und hier kann}$$

mit $u = TGw$ transformiert werden, was nach den Regeln der me-

$$\text{tronschen Differentiation } \pm A_{kl} = \frac{\bar{\partial} u}{1 - u^2} = \text{COS}^2 w \bar{\partial} TGw =$$

$$= \text{COS}^2 w (\text{COS}^2 w - \frac{1}{2} \text{SIN} 2w \bar{\partial} w)^{-1} \bar{\partial} w = \bar{\partial} w (1 - TGw \bar{\partial} w)^{-1} =$$

$\bar{\partial} w (1 - \bar{\partial} \ln \text{COS} w)^{-1}$ liefert. Hieraus wird

$$\pm A_{kl} = \bar{\partial} w \pm A_{kl} \bar{\partial} \ln \text{COS} w = \bar{\partial} (w \mp \frac{1}{2} \ln(1 - u^2)^{A_{kl}}) =$$

$$= \frac{1}{2} \bar{\partial} \ln \frac{1+u}{1-u} (1 - u^2)^{\mp A_{kl}}. \text{ Da stets } A_{kl} = \frac{1}{2} \lambda(k, l) \bar{\partial} N_{kl} \text{ wegen}$$

$\kappa_{kl} = \bar{\partial} N_{kl}$ gesetzt werden kann, folgt unter Verwendung der logarithmischen Integrationskonstanten $\ln C_{kl}$ für das Metronintegral

$$\text{nach Potenzierung } \frac{1+u}{1-u} (1 - u^2)^{\pm A_{kl}} = C_{kl} e^{\pm \lambda(k, l) N_{kl}}. \text{ In}$$

dieser Lösung kann man mit $\bar{a}_{kl}^{-1}$ und $\bar{\alpha} = \sum_{s=1}^q \bar{e}_s \alpha_s$ den Exponen-

$$\text{ten auf } \lambda(k, l) N_{kl} = \lambda(k, l) \bar{a}_{kl}^{-1} \cdot \bar{\alpha}^{-1} \sum_{s=1}^q \alpha_s n_s = \lambda(k, l) \varepsilon_{kl} \mu; n \text{ umfor-}$$

men. Hier ist $\mu = \sum_{s=1}^q \alpha_s()$ ein linearer Selektor und $\varepsilon_{kl} = \bar{a}_{kl}^{-1} \cdot \bar{\alpha}^{-1}$ mit $\bar{a}_{kl} \bar{\alpha} = a(k, l) - 1 - (q - 1) = a(k, l) - q$ wegen der Orthogonalität $\bar{e}_i \cdot \bar{e}_k = \delta_{ik}$, also $\varepsilon_{kl} = (a(k, l) - q)^{-1}$ ein nur von den $\lambda_m(k, l)$ und der Hermetriebedingung q abhängiger Faktor. Auch $\lambda(k, l) \varepsilon_{kl}$ ist in dieser Weise nur von dem $\lambda_m(k, l)$ abhängig, so daß $\lambda(k, l) \varepsilon_{kl} = \lambda_{kl}$ als neues Spektrum von Kondensationsstufen eingeführt werden kann. Der Exponent vereinfacht sich damit zu $\lambda(k, l) N_{kl} = \lambda_{kl} \mu; n$. In dieser Lösung müssen zunächst die beiden eindeutigen Zweige analysiert werden. Desgleichen ist eine Bestimmung von C_{kl} notwendig. Eine universelle Bestimmung dieser Integrationskonstanten der partiellen Lösung des fundamentalen Hermetrieproblems ist offenbar nicht möglich; denn auf jeden Fall muß C_{kl} der speziellen Klasse von Hermetrieproblemen (imaginär oder komplex) angepaßt werden, was jedoch in der allgemeinen Teillösung des Fundamentalproblems ausgeschlossen ist.

Die Lösung gilt offensichtlich für alle N_{kl} und muß sich in den infinitesimal approximierten Bereich fortsetzen, sowie auch dann gültig sein, wenn die $\lambda(k, l)$ und $a(k, l)$ so beschaffen sind, daß $\lambda(k, l) \alpha_s \ll 1$, also $A_{kl} \approx 0$ wird. Damit ist zur Auswahl des Zweiges

die Approximation $\frac{1+u}{1-u} = C_{kl} e^{\pm \lambda(k, l) N_{kl}} = f$ gegeben. Mit $u = \pm \left(\frac{2\varphi_{kl}}{\lambda(k, l)} - 1 \right)$ ergibt die Elimination $2 \frac{\varphi_{kl}}{\lambda(k, l)} = \pm \frac{f-1}{f+1} + 1$.

Die Extrema des Verlaufes von φ_{kl} sind gekennzeichnet durch $\delta_s \varphi_{kl} = 0$, was in das hermetrische Fundamentalproblem eingesetzt $\psi_{ext}^{(kl)} = \lambda(k, l)$ liefert, was zu $u_{ext} = \pm 1$ führt. Die nicht approximierte Lösung ergibt nur für das untere Vorzeichen ein nicht divergierendes Extremum $f_{ext} = 0$, während das obere Vorzeichen zu einem uneigentlichen Wert führt. Mithin kommt also nur der negative Zweig von u in Betracht und dies liefert mit der normierten Zustandsfunktion

$\eta_{kl} = \frac{\varphi_{kl}}{\lambda(k, l)}$ die eindeutige Lösung

$(1 - \eta_{kl})^{A_{kl}+1} \eta_{kl}^{A_{kl}-1} = 2^{-2A_{kl}} C_{kl} e^{-\lambda_{kl} N}$ mit $N = \mu; n$ und für die Approximation $\eta_{kl} \approx (1 + C_{kl} e^{-\lambda_{kl} N})^{-1}$. Stets muß der Exponent

$\lambda_{kl} \cdot N$ imaginäre Glieder enthalten; denn nach den Untersuchungen über die hermetrische **Weltarchitektur** sind Kondensationen ohne irgendeinen imaginären Gitterselektor $\alpha_s()$, mit $s > 3$ nicht möglich, weil bei allen diesen Hermetrieforderungen die imaginäre (x_5, x_6) -Metronenzählung stets mitwirken muß. Dies bedeutet, daß die $Im \lambda_{kl} N \neq 0$ grundsätzlich erfüllt sind, während $Re \lambda_{kl} N \neq 0$ gelten kann, wenn die reelle semantische Architektureinheit $s_{(1)}$, also der R_3 , zur Kondensation kommt. Dieser Sachverhalt bedeutet, daß auch $C_{kl} = a + ib$ komplex aufgefaßt werden muß und daß sich $\lambda_{kl} \cdot N$ für $f_{ext} = 0$ in $(\lambda_{kl} N)_{ext} = \alpha + i\beta$ spaltet.

Es ist $\varphi_{kl} = \lambda(k, l) \eta_{kl} = \phi_{kl}; n$, also auch

$$\eta_{kl} = \frac{\varphi_{kl}}{\lambda(k, l)} = \frac{b_i^{(kl)}}{\lambda(k, l)} \cdot \left[\begin{matrix} i \\ k \ l \end{matrix} \right]; n = \psi_{kl}; n \text{ durch ein Linearaggregat von}$$

Fundamentalkondensorkomponenten darstellbar. Schließlich besteht noch die Möglichkeit, nach Kap. III (**M11a**), den Einheitsselektor $E; n = 1$ einzuführen. Das erste Metronintegral des hermetrischen Fundamentalproblems wird also als Selektor beschrieben durch:

$$(E - \psi_{kl})^{A_{kl}+1} \cdot \psi_{kl}^{A_{kl}-1} = 2^{-2A_{kl}} \cdot C_{kl} e^{-\lambda_{kl}\mu}, \quad \psi_{kl} = \frac{b_i^{(kl)}}{\lambda(k, l)} \left[\begin{matrix} i \\ k \ l \end{matrix} \right],$$

$$\mu = \sum_{m=1}^q \alpha_m(), m, \quad C_{kl} = \text{const.} \quad (20)$$

Sämtliche Koeffizienten dieser Selektorgleichung, nämlich

A_{kl} , λ_{kl} , $\lambda(k, l)$ und $b_i^{(kl)}$ sind gemäß

$$A_{kl} = \alpha_l(a(k, l) - 1)^{-1} - \sum_{m \neq 1} \alpha_m, \quad (a(k, l) - q) \cdot \lambda_{kl} = \lambda(k, l),$$

$$(\lambda(k, l), a(k, l), b_i^{(kl)}) = \sum_{m=1}^q (\lambda_m(k, l) \cdot a_m^{(kl)}, b_{mi}^{(kl)}),$$

$$b_{mi}^{(kl)} = \left(\frac{a_{li}}{a_{lk}} - \frac{a_{mi}}{a_{mk}} \right) \frac{a_{km}}{a_{kl}}, \quad a_m^{(kl)} = \frac{a_{km}}{a_{kl}}, \quad a_{ml} \lambda_m(m, l) = -\lambda_l(m, m),$$

$$\lambda_m(\tilde{k}, l) = \lambda_m(k, \tilde{l}) = \lambda_m(\tilde{k}, \tilde{l}) = \tilde{\lambda}_m(k, l) = 0, \quad (20a)$$

mit Ausnahme der Integrationskonstanten sämtlich auf die Kompo-

nenten der $\bar{\lambda}$ aus (19) reduzierbar. Als Eigenwerte der linearen Kondensoraggregate ψ_{kl} erscheinen die λ_{kl} , welche stets algebraisch durch Komponenten $\lambda_m(k, l)$ gegeben sind. Dies bedeutet, daß die diskreten Eigenwerte derartiger Kondensoraggregate stets Korrelationen von Komponenten der in diskreten Punktspektren liegenden metronischen Kondensationsstufen aus (19) sind. Schließlich setzt $\lambda_{kl} < \infty$ nach (20a) für $\lambda(k, l) < \infty$ immer $a(k, l) - q \neq 0$ voraus.

Da $\psi_{kl}; n$ im Extremum den Wert 1 annimmt und $(\lambda_{kl}\mu; n)_{ext} = \alpha + i\beta$ ist, folgt für die Extrema $e^{-\alpha}e^{-i\beta} = e^{-\alpha}(\cos\beta - i\sin\beta) = 0$, was wegen $e^{-\alpha} > 0$ nur für $\cos\beta - i\sin\beta = 0$ oder $\cos\beta = 0$ und $\sin\beta = 0$ für $\alpha < \infty$ erreichbar ist. Die imaginären Folgen von Metronenziffern ermöglichen also grundsätzlich vier Eigenwertspektren, nämlich $\beta_+^{(\pm)} = \pm \frac{\pi}{2}(2n_+ + 1)$ aus $\cos\beta_+ = 0$ und $\beta_-^{(\pm)} = \pm \pi n_-$ aus $\sin\beta_- = 0$. Diese Spektren können wiederum wegen der Ganzzahligkeit der $n_{\pm}$ als Selektoren $\varepsilon_{\pm}^{(\pm)}; n = \beta_{\pm}^{(\pm)}$, nämlich

$\varepsilon_+^{(\pm)} = \pm \frac{\pi}{2}(2(\cdot)_+ + E)$ und $\varepsilon_-^{(\pm)} = \pm \pi(\cdot)_-$ aufgefaßt werden. Da nach $n_+ \equiv n_-$ die positiven ganzen Zahlen gleichsinnig durchlaufen werden können, ergeben sich die folgenden Komplementaritäten:

$$\beta_+^{(+)} + \beta_-^{(-)} = \pi/2 \quad \text{und} \quad \beta_+^{(-)} + \beta_-^{(+)} = -\pi/2, \text{ was zu}$$

$\beta_+^{(\pm)} + \beta_-^{(\mp)} = \pm \pi/2$ zusammengefaßt werden kann. Die Eigenwertspektren des ersten Metronintegrals (20) werden, zusammen mit der Komplementarität der Eigenwertspektren, beschrieben durch

$$\begin{aligned} \varepsilon_+^{(\pm)} &= \pm \frac{\pi}{2}(2(\cdot)_+ + E), \quad \varepsilon_-^{(\pm)} = \pm \pi(\cdot)_-, \quad \varepsilon_{\pm}^{(\pm)}; n = \beta_{\pm}^{(\pm)}, \\ n_{\pm} &\geq 0, \quad \beta_+^{(\pm)} + \beta_-^{(\mp)} = \pm \frac{\pi}{2}, \end{aligned} \quad (20b)$$

und diese komplementären Spektren, beschrieben durch ihre positiven ganzen Quantenzahlen $n_{\pm}$, sind die durch $\widehat{\square}$ beschriebenen metrischen Kondensationsstufen des hermiteschen Kondensorfeldes als Kondensationszustände eines hermetrischen Unterraumes R_q des metronischen Welttensoriums R_6 , wobei stets $q \leq 6$ ist.

Diese Lösung zeigt ein bemerkenswertes Ergebnis, nämlich, daß nur $Im(\lambda_{kl}N)$ ein Eigenwertspektrum als diskretes Punktspektrum liefert, während $Re(\lambda_{kl}N)$ in bezug auf die Bildung von Eigenwerten, also auf die Bildung von metrischen Kondensationsstufen wirkungslos bleibt. Die Existenz von 3 imaginären Koordinaten in der Welt verursacht demnach die hermetrische Kondensation, so daß in dieser Funktion der tiefere Sinn imaginärer semantischer Architektureinheiten liegen muß. x_4, x_5 und x_6 müssen demnach imaginär sein, weil es anderenfalls keine metrischen Kondensationsstufen (als Quantenstufen in der R_3 -Projektion) und damit kein zeitliches Geschehen im Sinne einer kosmischen Bewegung gäbe, was offensichtlich im Widerspruch zur Erfahrung der Weltarchitektur stünde. Weiter verifiziert diese Tatsache nachträglich die Definition der drei reellen vertauschbaren Koordinaten des R_3 als eine semantische Architektureinheit.

Die durch (20) bestimmten Komponenten des Fundamentalkondensors sind nur gegen reguläre Affinitäten invariant und müssen als partielle Metrondifferentiale des eigentlichen invarianten Strukturselektors ${}^2\bar{\gamma}$ aufgefaßt werden, für den in der Hyperstruktur ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}^x$

gilt. In dem Linearaggregat $\psi_{kl} = \frac{b_i^{(kl)}}{\lambda(k,l)} \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}$ ist ψ_{kl} nach (20) be-

kannt, allerdings wegen $\lambda_{kl} \neq 0$ nur implizit. Mit dem normierten Orthogonalsystem $(\bar{e}_i \bar{e}_k)_q = \hat{E}$ der hermetrischen Koordinaten wird

$$\frac{b_i^{(kl)}}{\lambda(k,l)} \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix} = \left(\sum_{s=1}^q \bar{e}_s \frac{b_s^{(kl)}}{\lambda(k,l)} \right) \cdot \bar{e}_i \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix} = \frac{\bar{b}_{(kl)}}{\lambda(k,l)} \bar{e}_i \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}, \text{ also}$$

$$\bar{\psi} = \sum_{k,l=1}^q \lambda(k,l) \bar{b}_{(kl)}^{-1} \psi_{kl} = \sum_{k,l=1}^q \bar{e}_i \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix} \text{ oder } \psi_s = \bar{e}_s \bar{\psi} =$$

$$= \sum_{k,l=1}^q \bar{e}_s \bar{e}_i \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix} = \sum_{k,l=1}^q \delta_{is} \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix}, \text{ beziehungsweise } \psi_i = \sum_{k,l=1}^q \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix},$$

womit die Elimination der Kondensorkomponenten erreicht ist. Mit

den Kürzungen $\sum_{k=1}^q \gamma_{ik} = \gamma_i$ und $\sum_{i=1}^q \gamma_i = \gamma$ wird unter Verwen-

dung von ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}^x$ diese kovariante Summe zu $\psi_i = \sum_{k,l=1}^q \begin{bmatrix} i \\ k \ l \end{bmatrix} =$

$$\begin{aligned}
&= \gamma^{i\bar{s}} \sum_{k,l=1}^q \left[s_{kl} \right] = \frac{1}{2} \gamma^{i\bar{s}} \sum_{k,l=1}^q (\underline{\partial}_k \gamma_{sl} + \underline{\partial}_l \gamma_{ks} - \underline{\partial}_s \gamma_{kl}) = \\
&= \frac{1}{2} \gamma^{i\bar{s}} (2 \underline{\partial} \gamma_s - \underline{\partial}_s \gamma). \text{ Hier kann } \gamma_{ij} \cdot \gamma^{i\bar{s}} = \delta_j^{\bar{s}} \frac{(\quad)}{(\quad)} = \delta_{js} \frac{(\quad)}{(\quad)} \text{ wegen der} \\
&\text{hermiteschen Symmetrie verwendet werden. Es folgt}
\end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^q 2\psi_i \gamma_j = \gamma_j \gamma^{i\bar{s}} (2 \underline{\partial} \gamma_s - \underline{\partial}_s \gamma) = \delta_{sj} (2 \underline{\partial} \gamma_s - \underline{\partial}_s \gamma) = 2 \underline{\partial} \gamma_j - \underline{\partial}_j \gamma.$$

Summation längs j liefert dann

$$\sum_{i=1}^q 2\psi_i \gamma_i = \sum_{j=1}^q (2 \underline{\partial} \gamma_j - \underline{\partial}_j \gamma) = \underline{\partial} \gamma = \sum_{i=1}^q \underline{\partial} \gamma_i \text{ oder}$$

$$\sum_{i=1}^q (2\psi_i \gamma_i - \underline{\partial} \gamma_i) = 0, \text{ was für } 2\psi_i \gamma_i = \underline{\partial} \gamma_i \text{ möglich ist. Für den}$$

Fall, daß (M7) erfüllt ist, wird mit $\frac{\underline{\partial} \gamma_i}{\gamma_i} = \underline{\partial} \ln \gamma_i = 2\psi_i$, sowie

$$\text{unter Verwendung von } \bar{\alpha} = \sum_{s=1}^q \bar{e}_s \alpha_s, \text{ ferner } \bar{Z} = \sum_{s=1}^q \bar{e}_s (\quad)_s \text{ und}$$

$$\text{dem Selektor } \mu = \sum_{s=1}^q \alpha_s (\quad)_s = \bar{\alpha} \bar{Z} \text{ wegen } \underline{\partial} \ln \gamma_i = \bar{\alpha}^{-1} \text{GRAD}_q \ln \gamma_i,$$

also $\text{GRAD}_q \ln \gamma_i = 2\psi_i \bar{\alpha}$ die Metronintegration möglich, denn es ist

$$\text{GRAD}_q \ln \gamma_i \bar{\delta} \bar{Z} = \sum_{s=1}^q \delta_s \ln \gamma_i = \underline{\partial} \ln \gamma_i \text{ und } 2\psi_i \bar{\alpha} \bar{\delta} \bar{Z} = 2\psi_i \delta \mu. \text{ Mit}$$

der logarithmischen Integrationskonstante $\ln A_i$ wird das Metronintegral von $\underline{\partial} \ln \gamma_i = 2\psi_i \delta \mu$ ausführbar. Es folgt $\ln \gamma_i - \ln A_i =$

$$= 2S\psi_i \delta \mu = 2S \sum_{k,l=1}^q \frac{\lambda(k,l)}{b_i^{(kl)}} \cdot \psi_{kl} \delta \mu = 2 \sum_{k,l=1}^q \frac{\lambda(k,l)}{b_i^{(kl)}} S\psi_{kl} \delta \mu =$$

$$= \sum_{k,l=1}^q c_{kl}^{(i)} S\psi_{kl} \delta \mu \text{ für dieses Metronintegral, wenn zur Kürzung die}$$

Koeffizienten $c_{kl}^{(i)} b_i^{(kl)} = 2\lambda(k,l)$ und das Theorem (M6) verwendet werden. Nach der Potenzierung ergeben sich als Lösungen die Summen der invarianten Komponenten des Fundamentalselektors zu

$$\sum_{k=1}^q \gamma_{ik} = A_i \exp \left(\sum_{k,l=1}^q c_{kl}^{(i)} S\psi_{kl} \delta \mu \right), \quad c_{kl}^{(i)} b_i^{(kl)} = 2\lambda(k,l). \quad (21)$$

Wenn also nach Gleichung (20) die partiellen Lösungen ψ_{kl} bekannt sind, dann besteht nach Gleichung (21) die Möglichkeit, das zweite Metronintegral zu bilden und den Fundamentalselektor des Kompositionsfeldes explizit zu beschreiben, wodurch das fundamentale Hermetrieproblem in allgemeinsten Form gelöst worden ist, weil ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}^x$ den $\widehat{\square}$ explizit darstellt.

Nach den Antihermetriebedingungen verschwinden alle Kondensor-komponenten, welche kovariante antihermetrische Indizierungen tragen. Dies gilt jedoch nicht, wenn die kontravariante Indizierung antihermetrisch ist; denn auf diese Komponenten des Fundamentalselektors wirken keine Metrondifferentiale ein. Wird in der mit den Kondensorproportionalitäten hermitescher Symmetrie substituierten Gleichung (19) in Komponentendarstellung

$$\begin{aligned} & (a_m^{(kl)} \underline{\delta}_l - \underline{\delta}_m); \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] + b_{ms}^{(kl)} \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]; () \left[\begin{smallmatrix} s \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] = \lambda_m(k, l) \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] \text{ längs } m \text{ summiert} \\ & \text{und kontravariant } i = \tilde{r} \text{ gesetzt, dann folgt wegen } b_s^{(kl)} \left[\begin{smallmatrix} s \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] = \phi_{kl} = \\ & = \lambda(k, l) \psi_{kl} \text{ für } \left[\begin{smallmatrix} \tilde{r} \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] \text{ die lineare Selektorgleichung } ((a(k, l) - 1) \underline{\delta}_l - \\ & - \sum_{m \neq l} \underline{\delta}_m); \left[\begin{smallmatrix} \tilde{r} \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] = \lambda(k, l) (E - \psi_{kl}); () \left[\begin{smallmatrix} \tilde{r} \\ k \ l \end{smallmatrix} \right], \text{ worin } \psi_{kl} \text{ nach (20) als} \end{aligned}$$

partielle Lösung des Hermetrieproblems bekannt ist. Nach (20a) sind Koeffizienten der Form $b_{\tilde{r}}^{(kl)}$ nicht mehr definiert. Unter Verwendung des normierten Orthogonalsystems und der Hilfsvektoren

$$\bar{a}_{kl} \text{ und } \bar{\alpha} \text{ sowie } \bar{N} \text{ folgt dann } \text{GRAD}_q \ln \left[\begin{smallmatrix} \tilde{r} \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] = \lambda(k, l) \bar{a}_{kl}^{-1} \cdot (E - \psi_{kl})$$

$$\begin{aligned} \text{oder } \delta \ln \left[\begin{smallmatrix} \tilde{r} \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] &= \lambda(k, l) \bar{a}_{kl}^{-1} (E - \psi_{kl}); () \delta \bar{N} = \lambda(k, l) \varepsilon_{kl} (E - \psi_{kl}) \delta \mu = \\ &= \lambda_{kl} (E - \psi_{kl}) \delta \mu, \text{ was metronisch integrierbar ist. Man erhält} \end{aligned}$$

$$\ln \left[\begin{smallmatrix} \tilde{r} \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] = \lambda_{kl} \mu - \lambda_{kl} S \psi_{kl} \delta \mu + \ln B_{kl}^{\tilde{r}} \text{ oder}$$

$$\left[\begin{smallmatrix} \tilde{r} \\ k \ l \end{smallmatrix} \right] = B_{kl}^{\tilde{r}} \cdot \exp \lambda_{kl} (\mu - S \psi_{kl} \delta \mu). \quad (21a)$$

Aus dieser Darstellung kontravariant antihermetrischer Kondensor-

komponenten geht unmittelbar hervor, daß mit $\lambda = \sum_{k,l=1}^q \lambda_{kl}$ das Produkt $\prod_{k,l=1}^q \left[\begin{smallmatrix} \bar{r} \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]^{-1}; () e^{\lambda \mu}$ zur gleichen Schar metronischer Kurven gehört wie $\sum_{k=1}^q \gamma_{ik}$ aus (21) in bezug auf das Argument $S\psi_{kl} \delta \mu$.

Aus Gleichung (21) können die Extrema der hermetrischen γ_{ik} ermittelt werden. Nach der metronischen Extremwerttheorie müssen diese Extrema bei $\delta_j \gamma_{ik} = 0$ für alle hermetrischen Indizierungen liegen, was $\left[\begin{smallmatrix} s \\ skl \end{smallmatrix} \right]_{ext} = 0$, sowie $\left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{ext} = 0$ und daher auch

$$\psi_{kl}^{(ext)} = \frac{b_i^{(kl)}}{\lambda(k,l)} \left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ l \end{smallmatrix} \right]_{ext} = 0 \text{ ergibt. Die gleiche Bedingung folgt auch}$$

aus $\delta \sum_{k=1}^q \gamma_{ik} = 0$; denn nach Gleichung (21) wird

$$\begin{aligned} 0 &= \delta \left[A_i \exp \left(\sum_{k,l=1}^q c_{kl}^{(i)} S\psi_{kl}; () \delta \mu \right) \right] = \\ &= \sum_{k=1}^q \gamma_{ik} \delta \sum_{k,l=1}^q c_{kl}^{(i)} S\psi_{kl}; () \delta \mu = \sum_{k=1}^q \gamma_{ik} \sum_{k,l=1}^q c_{kl}^{(i)} \psi_{kl}^{(ext)}; () \delta \mu, \end{aligned}$$

weil immer $\delta S\psi_{kl}; () \delta \mu = \psi_{kl}^{(ext)}; () \delta \mu$ ist. Da immer $\sum_{k=1}^q \gamma_{ik} \neq 0$, sowie

$c_{kl}^{(i)} \neq 0$ und $\delta \mu \neq 0$ bleiben, kann

$$\sum_{k=1}^q \gamma_{ik} \sum_{k,l=1}^q c_{kl}^{(i)} \psi_{kl}^{(ext)}; () \delta \mu = 0 \text{ nur für } \psi_{kl}^{(ext)} = 0 \text{ erfüllt werden.}$$

Wenn in dem ersten Metronintegral der Gleichung (20) dieser Nullselektor in das reziproke erste Metronintegral eingesetzt wird, dann folgt als Bedingung der Extrema

$$\left(e^{-\lambda_{kl}\mu} \right)^{-1} \sim \lim_{\psi_{kl} \rightarrow 0} \psi_{kl}^{1-A_{kl}} \left(E - \varphi_{kl} \right)^{-1-A_{kl}} = \lim_{\psi_{kl} \rightarrow 0} \psi_{kl}^{1-A_{kl}} = 0,$$

weil immer $A_{kl} \ll 1$ ist. Mit $(\lambda_{kl}\mu)_{ext} = \alpha + i\beta$ wird demnach

$$\left(e^{\lambda_{kl}\mu} \right)_{ext} = e^{\alpha} (\cos \beta + i \sin \beta) = 0, \text{ woraus für die Extrema der}$$

γ_{ik} die periodischen Bedingungen $\cos \beta = 0$ und $\sin \beta = 0$ folgen.

Dies bedeutet aber, daß die Extrema der hermetrischen Komponenten von ${}^2\bar{\gamma}$ nach Gleichung (20b) mit den Eigenwerten der linearen Kondensoraggregate ψ_{kl} zusammenfallen. Für ψ_{kl} gibt es nach diesen Untersuchungen zwei verschiedene Extrema, nämlich

$\psi_{kl}^{(min)} = 0$ und $\psi_{kl}^{(max)} = E$, welche mit den Extrema der γ_{kl} zusammenfallen. Die Extrema kontravariant antihermetrischer Kondensor-komponenten sind nach (21a) gegeben durch $\delta \begin{bmatrix} \bar{r} \\ k \ l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{r} \\ k \ l \end{bmatrix}; () \lambda_{kl} (E - \psi_{kl}); () \delta \mu = 0$, so daß diese Extrema ebenfalls mit $\psi_{kl} = E$ zusammenfallen. Diese Extrema der γ_{kl} können jedoch nur Wendebereiche sein, die sich mit den Minima der Kondensoraggregate decken; denn $\psi_{kl}^{(ext)}$ ist an $\delta \psi_{kl} = 0$, also an $\delta^2 \gamma_{kl} = 0$ gebunden, während $\gamma_{kl}^{(ext)}$ wiederum $\psi_{kl} = 0$ fordert. Es gibt demnach eine periodische Folge von Minima und Maxima der linearen Kondensoraggregate, während die Extrema der hermetrischen Komponenten des Fundamentelektors als Wendebereiche mit den Minima der Linearaggregate zusammenfallen. Für diese $\gamma_{kl}^{(w)}$, deren Folge von den komplementären Spektren (20b) bestimmt wird, gilt demnach

$$\gamma_{kl}^{(w)} \triangleq \psi_{kl}^{(min)} = 0, \quad \psi_{kl}^{(max)} = E \quad (21b)$$

Schließlich kann versucht werden, aus Gleichung (21) die γ_{ik} zu eliminieren. Nach der Hermetrieuntersuchung nur einer Koordinate muß stets $q > 1$ sein, wenn es zur Bildung von Kondensationsstufen kommen soll. Wenn aber $q > 1$ ist, dann ist auch $\frac{q}{2}(q+1) > q$. Symbolisiert ${}^2\bar{\gamma}_q = [\gamma_{ik}]_q$ mit $q \leq 6$ den hermetrischen Abschnitt aus ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}^x$, dann ist auch ${}^2\bar{\gamma}_q = {}^2\bar{\gamma}_q^x$, so daß die $1 \leq i \leq q$ Gleichungen $\sum_{k=1}^q \gamma_{ik}$ insgesamt $\binom{q}{2} + q = \frac{q}{2}(q+1) > q$ unbekannte

Komponenten umfassen. Aus diesem Grunde ist eine algebraische Elimination nicht möglich, doch kann immer eine unitäre Transformationsmatrix $\hat{S}\hat{S}^x = \hat{E}$ aufgefunden werden, mit deren Hilfe das Diagonalschema $\hat{S}^2\bar{\gamma}_q\hat{S}^x = {}^2\bar{\gamma} = [\gamma_{ii}\delta_{ik}]_q$ erreichbar ist. Eine derartige Tensortransformation ist einer Koordinatendrehung äquivalent. Sind die

orthogonalen Koeffizienten β_{ik} dieser Drehung in $\hat{\beta} = (\beta_{ik})_q$ erhalten, dann ist $\hat{\beta}\hat{\beta}_T = \hat{E}$ und für die Koordinationssektoren bedeutet dies $\underline{()}_i = \sum_{k=1}^q \beta_{ik} \underline{()}_k$. Dies hat für den linearen Selektor

$$\begin{aligned} \mu &= \sum_{s=1}^q \alpha_s \underline{()}_s \text{ die Transformation } \underline{\mu} = \sum_{i=1}^q \alpha_i \underline{()}_i = \\ &= \sum_{i,k=1}^q \alpha_i \beta_{ik} \underline{()}_k = \sum_{k=1}^q \beta_k \underline{()}_k \text{ mit } \beta_k = \sum_{i=1}^q \alpha_i \beta_{ik} \text{ zur Folge. An-} \end{aligned}$$

dererseits ist ψ_{kl} nach (20) allein durch μ als Argumentselektor bestimmt. Die ψ_{kl} müssen ebenso wie die $\lambda_m(k, l)$ und A_{kl} gegen derartige Koordinatendrehungen invariant sein, während $\underline{\mu}$ gegeben ist. Dies liefert mit Gleichung (20) das transformierte Kondensoraggregat $\underline{\psi}_{kl}$, welches zusammen mit $\underline{\mu}$ in Gleichung (21) die jeweilige Summe der mit $\hat{S}$ transformierten hermetrischen Komponenten

$$\begin{aligned} \text{liefert. Es ist demnach } A_i \exp \left(\sum_{k,l=1}^q c_{kl}^{(i)} S \underline{\psi}_{kl}; \underline{()}\delta \underline{\mu} \right) &= \sum_{k=1}^q \gamma_{ik} = \\ &= \sum_{k=1}^q \gamma_{ii} \delta_{ik} = \gamma_{ii}. \text{ Nach dieser Transformation wurde also die Zahl} \end{aligned}$$

der $\frac{q}{2}(q+1)$ Komponenten auf die q Diagonalelemente reduziert,

für die es nach

$$\begin{aligned} \gamma_{ii} &= A_i \exp \left(\sum_{k,l=1}^q c_{kl}^{(i)} S \underline{\psi}_{kl}; \underline{()}\delta \underline{\mu} \right), \quad \hat{S}^2 \bar{\gamma}_q \hat{S}^\times = 2 \bar{\gamma}, \\ \hat{S} \hat{S}^\times &= \hat{E}, \quad \hat{\beta} \hat{\beta}_T = \hat{E}, \quad \underline{\mu} = \sum_{k=1}^q \beta_k \underline{()}_k, \\ \beta_k &= \sum_{i=1}^q \alpha_i \beta_{ik} \end{aligned} \quad (21c)$$

stets q Bestimmungsgleichungen gibt.

Der Verlauf der γ_{ii} wird nach Gleichung (21c), abgesehen von den Konstanten, allein durch $S \underline{\psi}_{kl}; \underline{()}\delta \underline{\mu}$ bestimmt.

Zur Anwendung dieser allgemeinen Lösung des Hermetrieproblems auf die einzelnen hermetrischen Spezialfälle a bis d erscheint es zweckmäßig, die einzelnen **Gültigkeitsbereiche** der Darstellung in Approximationsstufen zu untersuchen. Auf jeden Fall muß gefordert

werden, daß eine durchgängige Korrespondenz aller dieser Approximationsstufen existiert. Der Verlauf der hermetrischen Komponenten γ_{kl} und ψ_{kl} wird wesentlich durch den linearen Selektor $\lambda_{kl}\mu$ bestimmt, von dessen Verhalten die betreffende Approximationsstufe abhängt. Im ersten Gültigkeitsbereich, der als metronischer Bereich bezeichnet werden kann, sind die Metronenziffern niedrig, so daß hier größenordnungsmäßig $\lambda_{kl}\mu; n \approx A_{kl}$ gesetzt werden muß, woraus hervorgeht, daß im metronischen Bereich nicht die Approximation $A_{kl} \approx 0$ durchgeführt werden darf. Erst im zweiten Gültigkeitsbereich, dem Approximationsbereich hoher Metronenziffern, wird $\lambda_{kl}\mu; n \gg A_{kl}$, was zur Approximationsmöglichkeit $A_{kl} \approx 0$ führt. Wird diese Approximation in (20) verwendet (erster Gültigkeitsbereich), dann ergibt sich für den zweiten Gültigkeitsbereich hoher Metronenziffern approximativ nunmehr eine explizite Darstellung des linearen Kondensoraggregates, nämlich

$$\psi_{kl} \approx \left(E + C_{kl} \cdot e^{-\lambda_{kl}\mu} \right)^{-1}, \quad A_{kl} \approx 0 \quad (22).$$

Der dritte Gültigkeitsbereich ist dadurch gekennzeichnet, daß die Metronenziffern so groß werden, daß im Verhältnis zu den untersuchten geometrischen Abmessungen das Metron praktisch vernachlässigt werden kann. Die Approximationsstufe dieses mikromaren Infinitesimalbereiches ist also durch $\tau \rightarrow 0$ und $n \rightarrow \infty$ gekennzeichnet. Mit $|\vec{y}_0| = 1$ und $\vec{y} = \vec{y}_0 y$ wird unter Verwendung dieser Infinitesimalapproximation $\mu; n = \vec{y}_0^{-1} \sum_{s=1}^q \bar{e}_s \alpha_s n_s \rightarrow \vec{y}_0^{-1} \vec{y} = \pm y$ mit

$$y^2 = \sum_{s=1}^q x_s^2, \text{ also } y = \pm \left(\sum_{s=1}^q x_s^2 \right)^{1/2}. \text{ Da die reellen Koordinaten des } R_3 \triangleq s_{(1)} \text{ immer nur gemeinsam als eine semantische Architektureinheit erscheinen, kann für diese reellen Größen } r^2 = \sum_{k=1}^3 x_k^2$$

gesetzt werden, so daß die $q-3$ imaginären Koordinaten zu

$$-\zeta^2 = \sum_{s=4}^q x_s^2 \text{ zusammenfaßbar sind. Damit wird } \pm iy = \sqrt{\zeta^2 - r^2},$$

während im dritten Gültigkeitsbereich mit $\tau \rightarrow 0$ auch $A_{kl} = 0$ wird. Somit folgt für den infinitesimalen Bereich

$$\begin{aligned} \tau \rightarrow 0, \quad \psi_{kl}(x_s)_1^q &= \left(1 + C_{kl} e^{\pm i \lambda_{kl} y}\right)^{-1}, \quad y^2 = \varsigma^2 - r^2, \\ -\varsigma^2 &= \sum_{s=4}^q x_s^2, \quad r^2 = \sum_{i=1}^3 x_i^2; \end{aligned} \quad (22a)$$

denn die Selektorwirkung wird bei infinitesimaler Approximation gemäß $\psi_{kl}; n \rightarrow \psi_{kl}(x_s)_1^q$ zur Feldfunktion. Solange $r < \varsigma$ bleibt, liegt wegen $e^{\pm i \lambda_{kl} y} = \cos(\lambda_{kl} y) \pm i \sin(\lambda_{kl} y)$ ein Eigenwertproblem vor, das heißt, die Kondensationsstufen erscheinen nunmehr als diskrete Eigenwerte von Quantenstufen über einem nicht metronischen kontinuierlichen Argumentbereich. Erst für $r \geq \varsigma$, also $y = i\sqrt{r^2 - \varsigma^2}$ wird der Exponent reell, und dies bedeutet, daß ψ_{kl} für beide Zweige sich einem konstanten Festwert exponentiell nähert. Hierdurch wird zugleich die Existenz eines vierten Gültigkeitsbereiches, nämlich des makromaren Bereiches, angedeutet. Wird $r \gg \varsigma$, so kann $y \approx ir$ gesetzt werden. Außerdem rücken nach dem Korrespondenzprinzip, bezogen auf r , die Abstände zwischen den Quantenstufen so dicht zusammen, daß das Eigenwertspektrum $\lambda_{kl} \rightarrow \lambda$ das Kontinuum eines Streckenspektrums annähert. Hier sind die einzelnen Elemente (k, l) nicht mehr unterscheidbar, so daß $\psi_{kl} \rightarrow \psi(x_s)_1^q$ und $C_{kl} = C$ gesetzt werden kann. In dieser makromaren Approximation

$$r^2 \gg \varsigma^2, \quad \psi = \left(1 + C e^{\pm \lambda r}\right)^{-1} \quad (22b)$$

liegt also ebenfalls für beide Zweige ein exponentielles Abklinggesetz vor, dessen Verlauf als Reihe entwickelt werden kann, die ganz nach der Größenordnung von r wiederum approximativ nach irgendeiner Gliedzahl abgebrochen werden darf. Von diesem makromaren Gültigkeitsbereich eines Feldkontinuums läuft die Präzisierung der Beschreibung in den dritten Bereich eines Feldes diskreter Eigenwertstufen, welche zwar mikromar sind, aber noch in einem kontinuierlichen Bezugsraum liegen. Im zweiten Bereich wird den metronischen Diskontinuitäten des Bezugsraumes im Bereich hoher Metronenziffern

Rechnung getragen, während der erste, durch (20) beschriebene Bereich völlig exakt sein muß. Aus der Kette der Approximationen geht hervor, daß tatsächlich eine durchgehende Korrespondenz vom 1. bis zum 4. Gültigkeitsbereich besteht.

Die vollständige Lösung des Hermetrieproblems – beschrieben durch (21) bis (21c) – hat nur impliziten Charakter, weil ψ_{kl} nach (20) wegen $A_{kl} \neq 0$ ebenfalls nur implizit als partielle Lösung gegeben ist, so daß $S\psi_{kl};() \delta\mu$ nicht explizit ausgeführt werden kann. Wird eine explizite Angabe nur im Bereich hoher Metronenziffern, also im zweiten Gültigkeitsbereich gefordert, dann kann (22) zur Anwendung kommen. Mit dem Substitutionsselektor $\eta = \lambda_{kl}\mu - (\ln C_{kl})E$ wird $C_{kl}e^{-\lambda_{kl}\mu} = e^{-\eta}$, also $\psi_{kl} = (E + e^{-\eta})^{-1}$. Ist die Bedingung (M7) erfüllt, dann besteht die Möglichkeit $\lambda_{kl}\psi_{kl};() \delta\mu = (E + e^{-\eta})^{-1};() \lambda_{kl} \delta\mu = e^{\eta};() (e^{\eta} + E)^{-1};() \delta\eta = (E + e^{\eta})^{-1};() \delta(E + e^{\eta}) = \delta \ln(E + e^{\eta})$. Im zweiten Gültigkeitsbereich kann also mit (22) das in der Lösung des Hermetrieproblems implizit enthaltene Metronintegral der Kondensoraggregate gemäß $\lambda_{kl} S\psi_{kl};() \delta\mu = \ln(E + e^{\eta})$ ausgeführt werden, wenn (M7) gilt. Hierin kann noch e^{η} aus $\psi_{kl} = (E + e^{-\eta})^{-1}$ in der Form $e^{\eta} = \psi_{kl};() (E - \psi_{kl})^{-1}$ eliminiert und im Logarithmus substituiert werden. Dies liefert dann im zweiten Gültigkeitsbereich $\lambda_{kl} S\psi_{kl};() \delta\mu = -\ln(E - \psi_{kl})$, so daß zumindest im zweiten Gültigkeitsbereich die Lösung explizit angegeben werden kann.

Nunmehr besteht die Möglichkeit, die Lösungen (20) bis (22b) der allgemeinen Form (19) auf die möglichen Hermetrieformen a bis d der Weltstruktur anzuwenden, wobei zweckmäßig zunächst die beiden Formen a und b imaginärer Kondensationen und anschließend c und d komplexer Kondensationen untersucht werden. Es sei darauf hingewiesen, daß die hermetrische R_6 -Struktur mit der wegen (3c) vermuteten Mengenstruktur der R_6 -Koordinaten identisch ist, was (4b) bestätigt.

3. Hermetrische Elementarstrukturen

Wenn die Hermetrieformen a bis d hinsichtlich ihrer physikalischen Interpretation untersucht werden sollen, dann genügt eine Betrachtung in dem immer noch submikromaren zweiten Gültigkeitsbereich; denn die mikrophysikalischen Prozesse einer atomistischen Empirie sind stets im dritten mikromaren Gültigkeitsbereich gegeben. Die Approximation im Fall hoher Metronenziffern bedingt in (20) aber $A_{km} \ll 1$ bzw. $A_{km} \approx 0$.

Zunächst sollen die beiden imaginären Kondensationsformen der Hermetrien a und b untersucht werden. Hier ist auf jeden Fall $\mu = -\mu^*$, was den imaginären Charakter ausdrückt. Unter der Approximationsvoraussetzung hoher Metronenziffern kommt es zunächst darauf an, die $C_{km} = \text{const}$ aus (20) zu ermitteln, was für die einzelnen Hermetrieformen individuell durchgeführt werden muß. Liegen die imaginären Selbstkondensationen a vor, die zuerst untersucht werden sollen, dann gibt es für die Indizierungen nur die Möglichkeiten $k = 5$ und $k = 6$, während das Aggregat μ der Gitterselektoren zu $\mu = i\sqrt{\tau}(()_5 + ()_6)$ wird. Ferner ist das Kondensoraggregat ψ_{km} hermitesch und im Sinne eines abstrakten Funktionenraumes bzw. metronischen Funktionenraumes konvergent. Wird diese Konvergenzeigenschaft verwendet, dann folgt im Fall a unmittelbar für die Konstanten $C_{km} = -1$. Im dritten Gültigkeitsbereich wird $\mu; n \rightarrow \varsigma$ mit $-\varsigma^2 = x_5^2 + x_6^2$, das heißt, wenn a Kondensationsstufen ausbildet, dann muß $\lambda \cdot \varsigma$ Punktspektren bilden, und dies fordert für ς eine untere Schranke $\underline{\varepsilon} > 0$; denn für $\underline{\varepsilon} = 0$ läge ein Streckenspektrum als Kontinuum vor, was einen Widerspruch zur Natur der Kondensationsstufen bildet. Es muß also im Transbereich des antihermetrischen R_4 im Fall a eine Diskontinuität $\varsigma \geq \underline{\varepsilon} = \text{const} > 0$ eventuell im Sinne einer Naturkonstanten geben. Da die Indizierungen im Fall a nur die Werte 5 oder 6 annehmen können (und zwar in kovarianter Stel-

lung), gibt es nur Kondensorkomponenten $\begin{bmatrix} 5 & i \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$ sowie $\begin{bmatrix} 5 & i \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ und $\begin{bmatrix} 6 & i \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$, die nach IV., 2. durch die Proportionalitäten $\begin{bmatrix} 5 & i \\ 5 & 5 \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} 5 & i \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ und $\begin{bmatrix} 6 & i \\ 6 & 6 \end{bmatrix} = b \begin{bmatrix} 5 & i \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ im Zusammenhang stehen. Wegen (19c) bleiben $\lambda_m(k, m) \neq 0$ und $\lambda_m(m, k) \neq 0$ im Gegensatz zu (3a) des R_4 . Hier dürfen die beiden Proportionalitätsfaktoren nicht mit den Symbolen imaginärer Hermetrieformen verwechselt werden, die aus diesem Grunde erst dann wieder Verwendung finden sollen, wenn diese Proportionalitäten nicht mehr gebraucht werden. Nach (20a) sind diese beiden Faktoren a und b Eigenwertverhältnisse, so daß die Hermetrieform imaginärer Selbstkondensationen offenbar dann physikalisch interpretierbar wird, wenn es gelingt, diese beiden Faktoren zu bestimmen. Zur Kürzung wird $\varphi^i = \begin{bmatrix} 5 & i \\ 5 & 5 \end{bmatrix}; n$ verwendet, so daß $\varphi^i/a = \begin{bmatrix} 5 & i \\ 5 & 6 \end{bmatrix}; n$ und daher $\begin{bmatrix} 6 & i \\ 6 & 6 \end{bmatrix}; n = \varphi^i b/a$ wird. Es sei weiter $\lambda_1 = \lambda_6(5, 5)$ und $\lambda_2 = \lambda_5(6, 6)$ sowie ein aus a und b aufgebauter Faktor α eingeführt. Dann folgt $a\lambda_1\varphi^i = (\check{\partial}_5 - a\check{\partial}_6); \varphi^i - \frac{\alpha}{a}\varphi^i\varphi^6$ und $b\lambda_2\varphi^i = (\check{\partial}_6 - b\check{\partial}_5); \varphi^i - \frac{\alpha}{a}\varphi^i\varphi^5$ und zwar dem Schema (19) entsprechend. Diese insgesamt vier Metrondifferentiale für $i = 5$ und $i = 6$ können unter Verwendung der Kürzungen $\underline{\lambda} = a\lambda_1 + b\lambda_2$ und $\varphi = \varphi^5 + \varphi^6$ addiert werden und liefern dann $\underline{\lambda}\varphi = -((b-1)\check{\partial}_5 + (a-1)\check{\partial}_6); \varphi - \frac{\alpha}{a}\varphi^2$. In dieser Beziehung kann ein Übergang in den dritten Gültigkeitsbereich $\tau \rightarrow 0$ infinitesimaler mikromarer Zustände gemäß $\varphi \rightarrow \varphi'$ und $\varphi = \alpha\varphi'/a$, sowie mit dem Übergang der Metrondifferentiale zu partiellen Ableitungen durchgeführt werden. Auch werde angenommen, daß $\varphi(x_5, x_6)$ nur so von den x_5 und x_6 abhängt, daß $\varphi(x_5, x_6) = \varphi(\xi)$ mit der neuen Variablen ξ gilt. Dann wird die Beziehung im dritten Gültigkeitsbereich zu $\frac{d\varphi}{d\xi} + \varphi^2 = -\underline{\lambda}\varphi$, was formal auch für $\lambda = -\underline{\lambda}$ gilt.

Hier wurden allerdings die Substitutionen $x(b-1) = x_5$ und $y(a-1) = x_6$ verwendet und ξ so definiert, daß $\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{d\varphi}{d\xi}$ gilt. Die Lösung dieser Differentialgleichung entspricht **(20)** im dritten Gültigkeitsbereich und auch hier folgt für die komplexe Integrationskonstante $C = A + iB$ wegen der Konvergenz von φ in der ganzen Ebene (x_5, x_6) wieder $B = 0$ und $A = -1$, also $C = -1$ entsprechend $C_{km} = -1$ im zweiten Gültigkeitsbereich. Wird $-\zeta^2 = x_5^2 + x_6^2$ verwendet, dann ergibt sich für die $\lambda_n \zeta_n = n\pi$ oder eindeutig $\lambda_5(5,6)\zeta_n = \pi n_1$ und $\lambda_6(6,5)\zeta_n = \pi n_2$, wobei n_1 und n_2 Folgen natürlicher Zahlen sind, so daß $n_1 + n_2 = n$ ebenfalls eine solche Folge darstellt. Da nun im dritten Gültigkeitsbereich der gleiche Formalismus auch für $\underline{\lambda} = a\lambda_6(5,5) + b\lambda_5(6,6)$ gilt, müssen auch die Spektren $-a\lambda_6(5,5)\xi_n = \pi n_1$ und $-b\lambda_5(6,6)\xi_n = \pi n_2$ existieren, wobei die ξ_n die reellen Beträge der jeweiligen ζ -Werte sein sollen. Für $\lambda = -\underline{\lambda}$ gilt daher der gleiche Formalismus, weil die Kosinusfunktion eine gerade Funktion ist.² Nunmehr werden unter Berücksichtigung von ${}^2\overline{\gamma} = {}^2\overline{\gamma}^\times$ die Proportionalitäten $\begin{bmatrix} i \\ 5 \ 5 \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} i \\ 5 \ 6 \end{bmatrix}$ und $\begin{bmatrix} i \\ 6 \ 6 \end{bmatrix} = b \begin{bmatrix} i \\ 5 \ 6 \end{bmatrix}$ explizit geschrieben und in den Summen gemischtvarianter Indizes eine gliedweise Erfüllung der Proportionalität gefolgert. Für $s = 5$ und $s = 6$ ergeben sich dann, weil im allgemeinen die $\gamma_{\underline{s}} \neq 0$ sind, vier Beziehungen, nämlich $\check{\delta}_5 \gamma_{55} = a \check{\delta}_6 \gamma_{55}$ und $2\check{\delta}_5 \gamma_{56} - \check{\delta}_6 \gamma_{55} = a \check{\delta}_5 \gamma_{66}$, sowie $2\check{\delta}_6 \gamma_{56} - \check{\delta}_5 \gamma_{66} = b \check{\delta}_6 \gamma_{55}$ und $\check{\delta}_6 \gamma_{66} = b \check{\delta}_5 \gamma_{66}$. Werden die ersten beiden und die zweiten beiden Beziehungen ineinander substituiert, dann ergeben sich zwei metronisch integrierbare Selektorgleichungen, für deren Ausführung nur die Möglichkeiten $(a^2 \gamma_{66} - 2a \gamma_{56} + \gamma_{55}); n = A_5 = \text{const}$ (hinsichtlich n_5) und $(b^2 \gamma_{55} - 2b \gamma_{56} + \gamma_{66}); n = A_6 = \text{const}$ (hinsichtlich n_6) existieren. Addition oder Subtraktion dieser beiden Selektorgleichungen liefert $((a^2 \pm 1) \gamma_{66} \pm (b^2 \pm 1) \gamma_{55} - 2(a \pm b) \gamma_{56}); n = A_5 \pm A_6$. Hierin

2 Dies deshalb, weil die Spektren wie **(20b)** entstehen.

sind die γ_{55} bzw. γ_{66} oder γ_{56} nur von den Gitterselektoren C_5 und C_6 im Fall der Selbstkondensationen in x_5 und x_6 abhängig, nicht aber von den Faktoren a oder b , weil diese nur die Symmetrie der

$\left[\begin{smallmatrix} i \\ k \ m \end{smallmatrix} \right]$ in (19) kennzeichnen. Aus diesem Grund muß $A_5 \pm A_6 = 0$

sein, und dies wiederum ist allein durch $a^2 \pm 1 = b^2 \pm 1 = a \pm b = 0$ möglich, weil die Komponenten des Fundamentalselektors bei diesen Selbstkondensationen im allgemeinen vom Nullsektor verschieden

bleiben. Nun gilt aber in $\frac{d\varphi}{d\xi} + \varphi^2 = -\lambda\varphi = \lambda\varphi$ immer

$\xi^2 = x^2 + y^2 = x_5^2(b-1)^{-2} + x_6^2(a-1)^{-2}$ als reelle Beziehung, so

daß in $a^2 = b^2 = \pm 1$ von vornherein der positive Zweig entfällt.

Da andererseits $-\xi^2 < \infty$ bleiben muß, fordert diese Divergenzfreiheit für $a = b = \pm 1$ den Zweig $a = b = -1$ und dies hat mit (4)

die Beziehung $-4\xi^2 = \varepsilon^2 + \eta^2 = \varsigma^2$ zur Folge. Da andererseits im

dritten Gültigkeitsbereich $\lambda_n \varsigma_n = \pi n$ gilt und wegen der Unmöglichkeit eines kontinuierlichen Streckenspektrums $\varsigma \geq \underline{\varepsilon} = \text{const} > 0$ ge-

fordert werden muß, aber $\lambda_6(5,5)\xi_n = \pi n_1$ und $\lambda_5(6,6)\xi_n = \pi n_2$

mit $a = b = -1$ gilt, und außerdem $\lambda_5(5,6)\xi_n = \lambda_6(5,5)\xi_n$ bzw.

$\lambda_6(6,5)\xi_n = \lambda_5(6,6)\xi_n$ gilt, muß es ein ganz allgemeines quanten-

haftes Gesetz für die Stufen der Selbstkondensationen der Hermetrieform a , nämlich $H_{(1)} = \pi \underline{\varepsilon} n_1$ und $H_{(2)} = \pi \underline{\varepsilon} n_2$ geben, welches diese

Selbstkondensationen durch die beiden Folgen $n_1 < \infty$ und $n_2 < \infty$ natürlicher Zahlen beschreibt. Dieser Sachverhalt wird zusammenge-

faßt in

$$\begin{aligned} H_{(1)} &= \pi \underline{\varepsilon} n_1, \quad H_{(2)} = \pi \underline{\varepsilon} n_2, \quad -\varsigma^2 = x_5^2 + x_6^2 = -\varepsilon^2 - \eta^2, \\ \varsigma &\geq \underline{\varepsilon} = \text{const} > 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Da es sich bei der Hermetrieform a um Terme in x_5 und x_6 außerhalb des R_4 handelt, erscheint eine physikalische Interpretation unmöglich, jedoch ist es denkbar, daß die Struktur a dann Auswirkungen auf den R_4 hat, wenn ξ in irgendeiner Form von den R_4 -Koordinaten abhängt. Es wurde zwar zur Beschreibung von a für φ^i nur die

Indizierung $i = 5$ und $i = 6$ verwendet, doch sind auch die $\varphi^i \neq 0$ für $i < 5$, was für diese Komponenten dann eine lineare Beziehung ergibt. Wegen $2\xi = i\zeta$ im dritten Gültigkeitsbereich ist auf jeden Fall $\zeta(R_4)$, wenn die Struktur a der Bedingung einer geodätischen Nulllinie genügt; denn in diesem Fall ist der R_4 -Abschnitt des Fundamentaltensors wegen der R_4 -Antihermetrie pseudoeuklidisch und die metrischen Größen dieser Struktur a hängen wegen $ds^2 = 0$ der Nullmetrik von den R_4 -Koordinaten ab. Wenn auch a physikalisch nicht interpretierbar zu sein scheint, so besteht doch die Möglichkeit, im dritten Gültigkeitsbereich die Auswirkungen der Form a unter gegebenen Umständen auf die antihermetrische Raumzeit zu untersuchen und den Versuch zu unternehmen, eine physikalische Interpretation derartiger Auswirkungen unter den speziellen Bedingungen einer eventuellen R_4 -Projektion auszuführen. Die Form a der Hermetrie wird bei infinitesimaler Approximation beschrieben durch

$$\frac{d\varphi}{d\xi} + \varphi^2 = \lambda\varphi, \text{ weil } \varphi = \left\{ \begin{smallmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 6 \end{smallmatrix} \right\} + \left\{ \begin{smallmatrix} 6 & 6 \\ 5 & 6 \end{smallmatrix} \right\} = \varphi^*, \text{ also } \varphi \cdot \varphi^* = \varphi^2 \text{ ist.}$$

Hierin gilt für die totale Differentialoperation wegen

$$x^5(b-1)^{-1} = x, \text{ sowie } x^6(a-1)^{-1} = y \text{ und } a = b = -1 \text{ die Beziehung } d/d\xi = \partial/\partial y + \partial/\partial x = -2(\partial/\partial x^5 + \partial/\partial x^6). \text{ Ferner gilt } \left\{ \begin{smallmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 6 \end{smallmatrix} \right\} = g^{5s} \left\{ \begin{smallmatrix} 5 & 5 \\ s & 6 \end{smallmatrix} \right\} \text{ und } \left\{ \begin{smallmatrix} 6 & 6 \\ 5 & 6 \end{smallmatrix} \right\} = g^{6s} \left\{ \begin{smallmatrix} 6 & 6 \\ s & 6 \end{smallmatrix} \right\} \text{ mit } s \triangleq (5, 6).$$

Wird zur vorläufigen Kürzung die Chiffre $g_{pq} \equiv p q$, sowie $g^{pq} \equiv \overline{p q}$ und $\partial/\partial x^p \equiv (p)$ eingeführt, dann folgt unmittelbar

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{1}{2}(\underline{55}(6)55 + \underline{66}(5)66 + \underline{56}((6)55 + (5)66)) \quad \text{und} \quad d\varphi/d\xi = \\ &= -[\underline{66}((55) + (56))66 + \underline{55}((56) + (66))55 + \underline{56}((56)(56 + 66) + \\ &+ (55)66 + (66)55) + (5)\underline{66}(5)66 + (5)\underline{55}(6)55 + (5)\underline{56}((5)66 + \\ &+ (6)55) + (6)\underline{66}(5)66 + (6)\underline{55}(6)55 + (6)\underline{56}((5)66 + (6)55)]. \end{aligned}$$

Wegen $g_{ik} = g_{ik}^\times$ gilt $\overline{\text{div}}_6 \vec{g} = \vec{0}$, also $\sum_{k=1}^6 \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^k} = 0$, was demnach

immer $(k)ik = (k)ki = 0$ bedingt. Dies bedeutet aber, da $(ik) = (ki)$ kommutiert, $d\varphi/d\xi = -[\underline{66}(55)66 + \underline{55}(66)55 + \underline{56}((55)66 + (66)55) + (5)\underline{66}(5)66 + (6)\underline{55}(6)55]$ und $2\varphi = (\underline{55}(6)55 +$

+ $66(5)66 + 56((6)55 + (5)66)$). Wird zur Kürzung $g_{55} = \eta$, $g_{56} = w$, sowie $g_{66} = p$ eingeführt und $g_{ik}g^{ik} = 1$ berücksichtigt, dann folgt $-d\varphi/d\xi = (\partial^2/\partial x^2)\ln p + (\partial^2/\partial y^2)\ln \eta + \frac{1}{w}((\partial^2 p/\partial x^2) + \partial^2 \eta/\partial y^2)$ mit $x = x^5$ und $y = x^6$. Ferner wird $\varphi = \frac{1}{2}((\partial/\partial x)\ln p + (\partial/\partial y)\ln \eta + \frac{1}{w}(\partial p/\partial x + \partial \eta/\partial y))$. Immer besteht die Möglichkeit, ${}^2\bar{g}$ mit einer Unitärmatrix $\hat{S}\hat{S}^\times = \hat{E}$ auf ein Diagonalschema $g_{ik} \sim \delta_{ik}$ zu transformieren, so daß $g^{56} = 1/w = 0$ wird und dies bedeutet $-d\varphi/d\xi = (\partial^2/\partial x^2)\ln p + (\partial^2/\partial y^2)\ln \eta$, beziehungsweise $\varphi = \frac{1}{2}((\partial/\partial x)\ln p + (\partial/\partial y)\ln \eta)$. Damit wird aber die Gleichung des infinitesimalen Strukturfeldes $d\varphi/d\xi + \varphi\varphi^* = \lambda\varphi$ wegen der kovarianten Hermitezität $\varphi\varphi^* = \varphi^2$, also $d\varphi/d\xi + \varphi^2 = \lambda\varphi$ zu $\partial^2 P/\partial x^2 + \partial^2 Q/\partial y^2 - \frac{1}{4}(\partial P/\partial x + \partial Q/\partial y)^2 = -\frac{\lambda}{2}(\partial P/\partial x + \partial Q/\partial y)$, wenn die Kürzungen $P = \ln p$ und $Q = \ln \eta$ verwendet werden. Wegen $(5)55 = (6)66 = 0$ wird $\partial P/\partial y = \partial Q/\partial x = 0$, so daß wegen der Vertauschbarkeit der partiellen Ableitungen die Strukturfeldgleichung in der folgenden Form ergänzt werden kann, also $0 = \partial^2 P/(\partial x^2) + \partial^2 P/(\partial y^2) + \partial^2 P/(\partial x\partial y) + \partial^2 Q/(\partial x\partial y) + \partial^2 Q/(\partial x^2) + \partial^2 Q/(\partial y^2) - \frac{1}{4}(\partial P/\partial x + \partial P/\partial y + \partial Q/\partial x + \partial Q/\partial y)^2 + \frac{\lambda}{2}(\partial P/\partial x + \partial P/\partial y + \partial Q/\partial x + \partial Q/\partial y) = (\partial/\partial x + \partial/\partial y)^2(P + Q) - \frac{1}{4}[(\partial/\partial x + \partial/\partial y)(P + Q)]^2 + \frac{\lambda}{2}(\partial/\partial x + \partial/\partial y)(P + Q)$. Hierin ist aber grundsätzlich $\partial/\partial x + \partial/\partial y = d/d\xi$ und die beiden Feldfunktionen P und Q erscheinen stets in der Summe $P + Q = \psi$, so daß für das Strukturfeld eine totale Differentialgleichung zweiter Ordnung mit quadratischem Glied, nämlich $\frac{d^2\psi}{d\xi^2} - \frac{1}{4}(d\psi/d\xi)^2 + \frac{\lambda}{2}\frac{d\psi}{d\xi} = 0$ entsteht. Mit der Substitution $\varrho = d\psi/d\xi$ wird $d\varrho/d\xi = \frac{1}{4}\varrho^2 - \frac{\lambda}{2}\varrho = \frac{1}{4}(\varrho^2 - 2\lambda\varrho + \lambda^2 - \lambda^2) = -\frac{\lambda^2}{4}(1 - \frac{1}{\lambda^2}(\varrho - \lambda)^2)$ oder wenn $y = \frac{1}{\lambda}(\varrho - \lambda)$ verwendet wird und $y = TGw$ zur Substitution kommt, dann folgt

$dw/d\xi = -\lambda/4$. Die Lösung dieses Ausdruckes ergibt sich zu $\varphi = 2\lambda f(1+f)^{-1}$ mit $f = Ae^{-\xi\lambda/2}$, wenn A die Integrationskonstante ist. Da $\varphi = d\psi/d\xi$, also $d\psi/d\xi = 2\lambda f(1+f)^{-1}$ gilt, besteht die Möglichkeit, auch ψ durch eine Integration zu erhalten. Da $d\ln f = d(\ln A - \xi\lambda/2) = d(-\frac{\lambda}{2}\xi)$ ist, wird $\psi = 2\lambda[f(1+f)^{-1}d\xi =$
 $= -4[f(1+f)^{-1}d\ln f = -4\{d\ln(1+f) = -4\ln(1+f) + \text{const} =$
 $= \ln B(1+f)^{-4}$, wenn B ebenfalls eine Integrationskonstante ist. Andererseits gilt $\psi = P + Q = \ln p + \ln \eta = \ln(g_{55}g_{66})$, also für das invariante Produkt der hermetrischen a -Strukturen

$$g_{55}g_{66} = B\left(1 + Ae^{-\frac{\lambda}{2}\xi}\right)^{-4}, \text{ wobei } \xi \text{ das imaginäre Argument ist.}$$

Die auf diese Weise beschriebene hermetrische Struktur kann auch anders interpretiert werden. Man kann annehmen, daß diese Struktur, die durch $\psi = \ln(g_{55}g_{66})$ beschrieben wird, als Feldfunktion über dem antihermetrischen Argumentbereich R_4 existiert und ein Feld in einem euklidischen bzw. pseudoeuklidischen Raum beschreibt. In diesem Falle wäre $\psi(\xi) = \psi(x_5, x_6)$ von den Transkoordinaten abhängig und wegen dieser Interpretation wäre $g_{ik} \rightarrow \delta_{ik}$ zu setzen, so daß sich

$$\text{die Metrik } ds^2 = \sum_{k=1}^6 dx_k^2 = dr^2 + d\xi^2 \text{ pseudoeuklidisch ergibt,}$$

$$\text{wenn } dr^2 = \sum_{k=1}^4 dx_k^2 \text{ die Metrik des pseudoeuklidisch approximier-$$

ten R_4 ist. Im allgemeinen ist $\psi = \psi(x_5, x_6)$ und definiert demnach Zustände jenseits des R_4 , doch greifen diese latenten Prozesse unmittelbar in den R_4 ein, wenn ψ Vorgänge beschreibt, die metrisch so beschaffen sind, daß ξ unmittelbar durch r gegeben ist. Dies ist eindeutig der Fall, wenn die Weltlinie von ψ eine geodätische Nulllinie ist; denn dann wird $ds^2 = 0$, also $d\xi = idr$ und damit wird die Bezie-

$$\text{hung } d^2\psi/d\xi^2 - \frac{1}{4}(d\psi/d\xi)^2 + \frac{1}{2}d\psi/d\xi = 0 \text{ wegen}$$

$$\psi(\xi) = \psi(x_k)_1^4 \text{ zur Raumzeitgleichung}$$

$$d^2\psi/dr^2 - \frac{1}{4}(d\psi/dr)^2 + \frac{i}{2}\lambda d\psi/dr = 0.$$

Die euklidische Approximation des R_4 ist zweideutig; denn es besteht die Möglichkeit $R_4 \rightarrow R_{\pm 4}$, wobei zu entscheiden ist, welche dieser Projektionsmöglichkeiten für den Nulllinienprozeß ψ gelten kann; denn danach richtet sich die physikalische Interpretation von ψ . Da sich die $R_{\pm 4}$ nur in $x_4 \sim t$ unterscheiden, wird die Zweideutigkeit durch $x_4 = Ct$ umgangen, wobei $C = ic$ den R_{-4} , aber $C = \omega$ den R_{+4} nach **(*b)** mit $\beta > 0$ kennzeichnet. In der totalen Raumzeitgleichung zweiter Ordnung für ψ beschreibt das quadratische Glied die Wechselbeziehungen zwischen gleichen Nulllinienprozessen im R_4 , so daß es für eine Interpretation von ψ genügt, diesen quadratischen Term $(d\psi/dr)^2 \rightarrow 0$ zu vernachlässigen. In der entstehenden linearen Approximation ist

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dr^2} &= \vec{r}_0 \frac{d}{dr} \vec{r}_0 \frac{d}{dr} = \vec{r}_0 \frac{d}{dr} \text{grad}_4 = \vec{r}_0 \sum_{k=1}^4 \frac{dx_k}{dr} \frac{\partial}{\partial x_k} \text{grad}_4 = \\ &= \vec{r} \sum_{k=1}^4 \frac{1}{x_k} \frac{\partial}{\partial x_k} \text{grad}_4 = \vec{r} \sum_{k=1}^4 \frac{\vec{e}_k}{x_k} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} = \sum_{k=1}^4 \frac{\partial^2}{\partial x_k^2}, \text{ wenn die} \end{aligned}$$

Einheitsvektoren der Koordinaten ein normiertes Orthogonalsystem $\vec{e}_i \vec{e}_k = \delta_{ik}$ bilden und $\vec{r}_0 = \vec{r}/r$ der Einheitsvektor von r ist. Anderer-

seits ist $\lambda d\psi/dr = \vec{\lambda} \text{grad}_4 \psi = \sum_{k=1}^4 \lambda_k \partial\psi/\partial x_k$, das heißt, in analytischer Fassung wird die Linearapproximation zu $\sum_{k=1}^4 \partial^2 \psi / \partial x_k^2 =$

$$= -\frac{i}{2} \sum_{k=1}^4 \lambda_k \frac{\partial \psi}{\partial x_k}. \text{ Wegen des linearen Charakters besteht immer}$$

die Möglichkeit, die Zeitabhängigkeit gemäß $\psi(x_k)_1^4 = \vartheta(t) w(x_k)_1^3$ zu separieren. Für diese Separation folgt, wenn $x_4 = Ct$ gesetzt wird,

$$\frac{1}{w} \left(\sum_{k=1}^3 \partial^2 w / \partial x_k^2 + \frac{i}{2} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \partial w / \partial x_k \right) = -\frac{1}{\vartheta} \left((\ddot{\vartheta}/C^2 + \frac{i\lambda_4 \dot{\vartheta}}{2C}) \right).$$

Wird hierin zur Kürzung $\lambda_4 = \lambda$ verwendet, dann folgt, weil

$$\frac{1}{w} \left(\sum_{k=1}^3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_k^2} + \frac{i}{2} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \partial w / \partial x_k \right) = a = \text{const}(t) \text{ ist,}$$

$\ddot{\vartheta} + \frac{i}{2} \lambda C \dot{\vartheta} + a C^2 \vartheta = 0$ für die Zeitabhängigkeit, wobei a die Bedeu-

tung einer Separationskonstanten hat. Ist $H(t)$ eine Hilfsfunktion, dann wird die Lösung des Zeitgesetzes mit dem Ansatz $\vartheta \sim e^H$ mög-

lich. Es wird $0 = \ddot{H} + \dot{H}^2 + \frac{i}{2} \lambda C \dot{H} + a C^2 = \ddot{H} + (\dot{H} + \frac{i}{4} \lambda C)^2 + C^2(\frac{\lambda^2}{16} + a)$. Setzt man $\kappa = iC\sqrt{\lambda^2/16 + a}$ und $y = \dot{H} + \frac{i}{4} \lambda C$,

dann wird $\dot{y} = \kappa^2 - y^2 = \kappa^2(1 - y^2/\kappa^2)$ oder mit $W = y/\kappa$ auch $\dot{W} = \kappa(1 - W^2)$. Mit der Substitution $W = TG\phi$ er-

gibt sich $\phi = \kappa$, also $\frac{1+W}{1-W} = Ae^{2\kappa t} = F$. Dies bedeutet

$y = \kappa \frac{F-1}{F+1}$. Hieraus folgt wiederum $\dot{H} = \kappa \frac{F-1}{F+1} - i\lambda C/4$. Dieser

Ausdruck ist aber (A ist in F die Integrationskonstante) wiederum integrierbar. Es gilt $H = \kappa \int \frac{F-1}{F+1} dt - \frac{i}{4} \lambda C t$. Da $d \ln F = 2\kappa dt$ ist,

$$\text{gilt } \kappa \int \frac{F-1}{F+1} dt = \frac{1}{2} \int \frac{F-1}{F+1} dF/F = \frac{1}{2} \int \frac{dF}{F+1} - \frac{1}{2} \int \frac{dF}{F^2+F} =$$

$$= \frac{1}{2} \ln(1+F) - \frac{1}{2} \int \frac{dF}{(F+1/2)^2 - 1/4}. \text{ Hierin ist wiederum}$$

$$- \frac{1}{2} \int \frac{dF}{(F+1/2)^2 - 1/4} = \int \frac{d(2F+1)}{1 - (2F+1)^2} = \frac{1}{2} \ln(-\frac{1}{F}(1+F)).$$

Einsetzen liefert $\kappa \int \frac{F-1}{F+1} dt = \frac{1}{2} \ln(-\frac{1}{F}(1+F)^2) + \text{const.}$ Demnach

$$\text{ergibt sich } H = \frac{1}{2} \ln(-\frac{1}{F}(1+F)^2) + \ln e^{-i\lambda C t/4} + \text{const} =$$

$= \ln(B(1+F) \frac{1}{\sqrt{F}} e^{-i\lambda C t/4})$, wenn $B = \text{const}$ eine weitere Integrationskonstante ist. Wegen $\vartheta \sim e^H$ ergibt sich dann für das Zeitgesetz

$$\vartheta \sim \frac{B}{\sqrt{F}} (1+F) e^{-i\lambda C t/4} \text{ mit } F = Ae^{2\kappa t} \text{ und } \kappa = iC \sqrt{\frac{\lambda^2}{2C} + a}.$$

$$\text{Wegen } \frac{1}{w} \left(\sum_{k=1}^3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_k^2} + \frac{i}{2} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \frac{\partial w}{\partial x_k} \right) = -\frac{1}{\vartheta} (\ddot{\vartheta}/C^2 +$$

$$+ (\frac{i\lambda}{2C}) \dot{\vartheta}) = a = \text{const}(t) \text{ muß auch } a = \text{const}(x_k)_1^3 \text{ sein, weil } \vartheta$$

von den Koordinaten des R_3 unabhängig ist. Mit der Separationskonstanten $a = \text{const}$ folgt für die Differentialgleichung der R_3 -Struktur

$$\sum_{k=1}^3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_k^2} + \frac{i}{2} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \frac{\partial w}{\partial x_k} - aw = 0. \text{ Wird das normierte Ortho-}$$

gonalsystem $\vec{e}_i \vec{e}_k = \delta_{ik}$ verwendet, dann kann neben $\vec{\lambda} = \sum_{k=1}^3 \vec{e}_k \lambda_k$

$$\text{auch } \sum_{k=1}^3 \vec{e}_k \frac{\partial}{\partial x_k} = \text{grad und } \sum_{k=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} = \text{divgrad eingeführt}$$

werden, so daß die Differentialgleichung die Form

$$\text{divgrad} w + \frac{i}{2} \vec{\lambda} \text{grad} w - aw = 0 \text{ annimmt. Gilt im } R_3 \text{ völlige}$$

sphärische Symmetrie mit $dR^2 = \sum_{k=1}^3 dx_k^2$, dann folgt nach einer

Transformation in Polarkoordinaten, wenn zur Kürzung $\lambda_R = \underline{\lambda}$ und

für irgendeine Funktion $F(R)$ als Ableitung $\frac{dF}{dR} = F'$ verwendet

wird, $w'' + 2w'/R + \frac{i}{2} \underline{\lambda} w' - aw = 0$, mit $w = w(R)$. Ist

$f(R) = 2/R + i\underline{\lambda}/2$, dann gilt $w'' + fw' - aw = 0$ und hierin kann mit $w = e^H$ substituiert werden, wobei $H(R)$ gilt. Diese Substitution liefert $a = H'' + H'^2 + fH' = H'' + (H' + f/2)^2 - f^2/4$. Eine weitere Substitution $U = H' + f/2$ oder $H' = U - f/2$ liefert dann $U' + U^2 = a + f^2/4 + f'/2$. Wegen $f = 2/R + i\underline{\lambda}/2$ kann

$F(R) = a - \underline{\lambda}^2/16 + \frac{i\underline{\lambda}}{2R}$ verwendet werden, so daß die kugelsym-

metrische R_3 -Struktur durch $dU/dR + U^2 = F(R)$ beschrieben wird, wenn $U = H' + f/2$ und $H = \ln w$ gilt. Wenn dagegen näherungs-

weise $2w'/R \approx 0$ geschrieben werden darf, dann führt diese

Approximation zu $\frac{d^2 w}{dR^2} + \frac{i}{2} \underline{\lambda} \frac{dw}{dR} - aw = 0$. Mit dem Lösungsan-

$$0 = \frac{d^2 \chi}{dR^2} + \left(\frac{d\chi}{dR} \right)^2 + \frac{i}{2} \underline{\lambda} \frac{d\chi}{dR} - a = \frac{d^2 \chi}{dR^2} + \left(\frac{d\chi}{dR} + \frac{i}{4} \underline{\lambda} \right)^2 +$$

$+ \frac{\underline{\lambda}}{16} - a$. Hierin wird $\beta^2 = a - \frac{1}{16}\underline{\lambda}^2$ und $y = 1/\beta \left(\frac{d\chi}{dR} + \frac{i}{4}\underline{\lambda} \right)$ eingeführt, was zu $\frac{dy}{dR} = \beta(1 - y^2)$ führt. Ist in $f = \underline{A}e^{2\beta R}$ die Integrationskonstante $\underline{A}$, dann ergibt sich für die erste Integration $\frac{d\chi}{dR} + \frac{i}{4}\underline{\lambda} = \beta \frac{f-1}{f+1}$ und dies macht eine weitere Integration möglich. Man erhält $\chi + \frac{i}{4}\underline{\lambda}R - \text{const} = \beta \int \frac{f-1}{f+1} dR =$
 $= \frac{1}{2} \int \frac{f-1}{f+1} d \ln f = \frac{1}{2} \ln(1+f) - \frac{1}{2} \int \frac{df}{f^2+f} = \frac{1}{2} \ln(1+f) +$
 $+ \int \frac{d(2f+1)}{1-(2f+1)^2} = \frac{1}{2} \ln(1+f) + \frac{1}{2} \ln\left(-\frac{1}{f}(1+f)^2\right) =$
 $\frac{1}{2} \ln\left(-\frac{1}{f}(1+f)^2\right)$. Einsetzen in χ und Potenzierung liefert dann $w \sim \frac{1}{\sqrt{f}}(1+f)e^{-i\underline{\lambda}R/4}$. Wegen $\psi = w\vartheta$ beschreibt w die Verteilung des in den R_4 projizierten Prozesses im R_3 . Da aufgrund des Baues von ϑ , also des Zeitverlaufs, immer $\lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta \neq 0$ bleibt, unabhängig davon, welche der Möglichkeiten $R_{\pm 4}$ realisiert ist, muß $\lim_{R \rightarrow \infty} w < \infty$ gefordert werden, wenn $\lim_{t, R \rightarrow \infty} \psi < \infty$ bleiben soll. ψ ist eine Zustandsfunktion und muß daher grundsätzlich konvergieren, weil für ψ ein abstrakter Funktionenraum existent sein muß, das heißt, die Konvergenz ist in der Form $\lim_{t, R \rightarrow \infty} \psi = \lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta \lim_{R \rightarrow \infty} w < \infty$, also $\lim_{R \rightarrow \infty} w < \infty$ und $\lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta < \infty$ zu fordern. w ist durch den Verlauf $w \sim (1 + \underline{A}e^{2\beta R}) \exp\left(-\frac{1}{4}\underline{\lambda}R - \beta R\right)$ eindeutig bestimmt, weil der reelle Unterraum R_3 eindeutig festliegt (die Zweideutigkeit $R_{\pm 4}$ bezieht sich auf x_4). Dieser eindeutige Verlauf von w genügt der Konvergenzbedingung aber nur dann, wenn $\text{Re}\beta = 0$ und $\text{Im}\beta \geq 0$ ist; denn nur dann wird w zu einer komplexen periodischen Funktion. Für $\text{Re}\beta > 0$ und $\text{Im}\beta = 0$ divergiert w dagegen monoton, was wegen

der Konvergenzforderung auszuschließen ist. Die Konvergenzforderung für den Verlauf von w verdichtet sich demnach in $\beta^2 \leq 0$, was

wegen $\beta = \sqrt{a - \frac{1}{16}\lambda^2}$ als Bedingung für die Separationskonstante

$16a < \lambda^2$ liefert. Der Verlauf ϑ wird dagegen von C bestimmt, wofür es $R_{\pm 4}$ entsprechend die Möglichkeiten $C = ic$ und $C = \omega$ gibt. Nimmt man für den antihermetrischen R_4 den imaginären Wert $C = ic$ an, dann zeigt sich $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \vartheta \rightarrow \phi$, so daß der R_{-4} unmöglich

die antihermetrische Raumzeit der a -Form sein kann und der Nulllinienprozeß ψ kann unmöglich im $R_4 \triangleq R_{-4}$ als Wirkung mit einer geodätischen Nulllinie in der Raumzeit als elektromagnetisches Strahlungsquant erscheinen. Im reellen Fall $C = \omega$ des R_{+4} dagegen wird ϑ zu einem komplexen Schwingungsgesetz, so daß hiermit die Konvergenz $\lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta < \infty$ erfüllt wird. Der antihermetrische Bereich kann also

nur der R_{+4} sein. In dieser Raumzeit gibt es aber nur Gravitations-

wirkungen mit $\omega = \frac{4}{3}c$ und dieser Befund gestattet eine physikalische

Interpretation des Nulllinienprozesses ψ . Wenn x_5 und x_6 nur in der Verbindung $-\zeta^2 = x_5^2 + x_6^2$ in ψ auftreten, und wenn die Weltlinien dieser a -Struktur geodätische Nulllinien sind, dann müßte ψ derart im R_4 auftreten, daß im R_3 eine mit ω fortschreitende gravitative Feldstörung erscheint. Wegen des Charakters diskreter Punktspektren aller $\bar{\lambda}$ aus (19), also auch der Hermetriefform a , müßten diese fortschreitenden Gravitationsfelder im R_3 allerdings ebenfalls den Charakter diskreter Quantenstufen tragen, die im folgenden als **Gravitonen** bezeichnet werden sollen. Auch wird die durch $\beta \neq 0$ in (*b) bedingte Zweideutigkeit in der Form $\beta > 0$ eindeutig. Die sich in dieser Form nicht in antihermetrische Unterräume abbildenden Kondensationsstufen der Form a sind hinsichtlich des R_4 latente energetische Stufen, die aber unter Verwendung der herkömmlichen physikalischen Kategorien nicht interpretierbar sind. Da x_5 und x_6 jedoch auch in den drei übrigen Strukturen hermetrisch sind, und diese Hermetriefformen b, c und d elementare Mq beschreiben, könnte ge-

geschlossen werden, daß durch die Einbindung von a in diese Hermetrieformen ebenfalls ein Abbildungsprozeß stattfindet, und zwar in Form von Gravitonen statischer Gravitationsfelder dieser Mq . Wenn aber b, c und d alle überhaupt möglichen Mq im R_4 beschreiben sollten, dann würde dies bedeuten, daß es grundsätzlich keine gravitationsfreie Materie geben kann und daß es weiterhin unmöglich ist, bestehende Gravitationsfelder abzuschirmen; denn wie auch immer geardete Gravitationsschirme würden sich in ihrer ponderablen oder imponderablen Masse wegen des additiven Charakters der Gravitation hinsichtlich der Feldquelle der bereits bestehenden Quelle nur additiv überlagern.

Für die R_6 -Signatur ergaben sich die durch $\alpha_5 = \alpha_6 = \sqrt{\pm \tau}$ ausdrückbaren Möglichkeiten $(+++ -++)$ und $(+++ ---)$, von denen wegen der empirischen Stabilität atomarer und stellarer Systeme der negative Zweig $i\sqrt{\tau}$ ausgewählt wurde, was in (4) ausgedrückt wird. Wäre diese Entscheidung offen geblieben, dann hätte sich ebenfalls die Struktur (19) ergeben, in welcher jedoch Lösungsstrukturen der Form $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ allein durch x_4 bestimmt würden. Auch in diesem unentschiedenen Fall wäre eine allgemeine Lösung möglich gewesen, deren spezieller Fall a nur von x_5 und x_6 abhängt. Im dritten Gültigkeitsbereich wäre auch hier ein abstrakter Funktionenraum existent, der eine Konvergenz von ψ in der ganzen Ebene (x_5, x_6) , also $\iint \psi \psi^* dx_5 dx_6 < \infty$ fordert. Aus dieser Konvergenz ergibt sich dann aber unter Verwendung der Lösung von (19) im dritten Gültigkeitsbereich mit $\varsigma^2 = x_5^2 + x_6^2$ der Sachverhalt $\varsigma^2 < 0$, was nur im Fall $(+++ ---)$, also (4) möglich ist. Diese der Beziehung (19) immanente Eigenschaft (4) ist jedoch die notwendige Bedingung eines kompakten reellen R_3 als Einheit $s_{(1)}$ im R_6 ; jedoch sind atomare und stellare Stabilitäten nur in einem solchen Unterraum R_3 möglich, so daß auch diese Stabilitäten eventuell als Ausdruck des empirischen Prinzips (b) in (19) enthalten sind.

Nunmehr soll die Hermetrieform b imaginärer Zeitkondensationen untersucht werden. Für diese Form gilt $\mu = i\sqrt{\tau} \sum_{k=4}^6 ()_k$, so daß

ein der Form a analoger Formalismus existiert. Die (19) entsprechende partielle Lösung muß als lineares Kondensoraggregat konvergent sein, und diese Konvergenz liefert in völliger Analogie zu a die gleiche Konstante $C_{km} = -1$. Die vollständige Lösung ist auch hier das Produkt der Diagonalkomponenten des kontravarianten Fundamentaltensors, wobei wegen der Antihermetrie des R_3 nur die Faktoren $k = 4$ bis $k = 6$ vom Wert 1 abweichende Funktionen sind. Es zeigt sich hierbei, daß wegen $x_4 = ict$ in (4) alle Weltlinien dieser Struktur b im konischen Asymptotenraum der Weltkonstruktion liegen und zeitlich einem komplexen harmonischen Schwingungsgesetz genügen. Die Weltlinien der Zeitkondensationen sind demnach grundsätzlich geodätische Nulllinien im R_4 , deren Zustand X mit den a analogen Eigenwerten λ im dritten Gültigkeitsbereich der Differentialgleichung $\ddot{X} + (\lambda c/2)^2 X = 0$ genügt, wobei X als Lösung von (19) im dritten Gültigkeitsbereich im Fall b neben einer Integrationskonstante nur vom Produkt der g^{kk} für $k = 4$ bis $k = 6$ abhängt. Die geodätischen Nulllinien des konischen Asymptotenraumes schneiden aber den antihermetrischen R_3 grundsätzlich, so daß $\ddot{X} + (\lambda c/2)^2 X = 0$ als zeitliche Separation einer R_4 -Funktion $P = X(t)W(x_1, x_2, x_3)$ mit $\text{divgrad } W \sim W$ aufgefaßt werden kann, welche der linearen Differentialgleichung $\text{divgrad } P = \lambda^2 P/2 + \ddot{P}/c^2$ genügt. In dieser Beziehung ist λ ein Aggregat von Eigenwertkomponenten aus (19), und zwar auf den dritten Gültigkeitsbereich bezogen; denn einerseits ergeben sich auch im Fall b aus der Symmetrie (19) Kondensorproportionalitäten, und andererseits wurden approximativ in Analogie zum Fall a in diesem dritten Gültigkeitsbereich quadratische Glieder vernachlässigt. Die Differentialgleichung $\text{divgrad } P - \ddot{P}/c^2 \sim P$ kennzeichnet aber das Ausbreitungsgesetz photonischer Mq im Rahmen der Quantenelektrodynamik, in welchem nach dem Quantendualismus für $\lambda \approx 0$ der korpuskulare Charakter zugunsten des Wellencharakters stark zurücktritt, so daß $\text{divgrad } P = \ddot{P}/c^2$ approximativ entsteht. Dies ist aber das Ausbreitungsgesetz eines transversalen Wellenfeldes im R_3 , das mit Lichtge-

schwindigkeit fortschreitet. Es handelt sich dabei um die gleiche Beziehung, die sich aus dem empirischen Satz (d_1) für das allgemeine elektromagnetische Feld ergibt. Aus diesem Grunde muß geschlossen werden, daß die imaginären Zeitkondensationen b die imponderablen Mq beschreiben, die als quantenhafte «Photonen» die elektromagnetischen Felder aufbauen.

Vergleicht man die Hermetrie $H(x_5, x_6)$ der Form a mit $H(x_4, x_5, x_6)$ der Zeitkondensationen b und betrachtet man von a nur diejenigen Strukturen, die in den R_{+4} abbildbar sind und im R_3 als Gravitonensystem $G \triangleq a$ erscheinen, gemeinsam mit den Photonen $P \triangleq b$ im R_3 , dann sind Übergänge $G \rightleftharpoons P$ allein vom Verhalten x_4 abhängig. Auch ist offensichtlich jedes Photon trotz seiner Imponderabilität an ein Graviton gekoppelt. So erscheint es durchaus denkbar, daß irgendein Energiebetrag $E > 0$ auf ein materielles System einwirkt und daß sich $E \rightarrow G$ vollzieht, was in Form einer ponderomotorischen Wirkung (verursacht durch G) auf das System einwirkt oder aber im Sinne $G \rightarrow P$ unter geeigneten Systembedingungen zur Emission von P führen kann. Diese über G laufende P -Emission ist offensichtlich auch umkehrbar; denn im Fall einer Absorption würde $P \rightarrow G$ erfolgen und $G \rightarrow E$ würde das absorbierende materielle System verändern, und zwar entweder ponderomotorisch oder aber es kommt zu einer weiteren (sekundären) P -Emission. Wirkt bei diesem Absorptionsprozeß G ponderomotorisch auf mehrere ponderable Systeme oder kommt es bei einer sekundären P -Emission über G zur Anregung mehrerer Substituenten, dann liegt der Fall einer Streuung der umgesetzten Energie E vor. Diese durch den imaginären Charakter der Hermetrieformen a und b bedingten Übergänge

$$a \triangleq G(x_5, x_6) \rightleftharpoons P(x_4, x_5, x_6) \triangleq b \quad (24)$$

der im R_3 erscheinenden G - und P -Systeme setzen allerdings voraus, daß in bezug auf das absorbierende oder emittierende materielle Konstituentensystem beim Prozeß (24) ein systembedingter relativer zeitlicher Nullpunkt $x_4 = 0$ gesetzt wird.

Die Klasse der Hermetrieformen c und d komplexer Kondensationen ist dadurch gekennzeichnet, daß im Linearaggregat μ der Git-

terselektoren auch die reellen R_3 -Gitter der semantischen Einheit $s_{(1)}$ in der Form $\alpha = \sum_{k=1}^3 \alpha_k()_k$ neben $i\beta = \sum_{k>3} \alpha_k()_k$ auftreten, so daß der Selektor gemäß $\mu = \alpha + i\beta$ komplex wird. Im zweiten Gültigkeitsbereich der Approximation hoher Metronenziffern ergibt sich auch für c und d aus der Konvergenznotwendigkeit der partiellen Lösung von (19) für die Konstante wiederum $C_{km} = -1$, und hiermit kann eine Approximation in den dritten Bereich vorgenommen werden. Bei einer Untersuchung der Hermetrieform c werde zunächst zur Interpretation der mit (a, α) indizierte, aber physikalisch ausgeklammerte Fall einer Antihermetrie in x_5 oder x_6 betrachtet und dann der mit (a, β) indizierte Fall der Form c beschrieben. Erst nach dieser vollständigen Beschreibung der Form c kann dann die vollständige R_6 -Hermetrie d analysiert werden.

Mit $-x_4^2 = c^2 t^2$, sowie $-x_5^2 = \varepsilon^2$ und $-x_6^2 = \eta^2$ nach (4) folgt dann für $\mu; n \rightarrow iy$ als Übergang in den dritten Gültigkeitsbereich, wobei $y^2 = \varsigma^2 - r^2$ mit $\varsigma_{(a\alpha)}^2 = \varepsilon^2$ bzw. $\varsigma_{(a\beta)}^2 = \varepsilon^2 + \eta^2$ oder

$\varsigma_d^2 = \varepsilon^2 + \eta^2 + c^2 t^2$ für die zur Diskussion stehenden Fälle komplexer Hermetrie, aber $r^2 = \sum_{k=1}^3 x_k^2$ für eine reelle R_3 -Distanz zu setzen ist.

Unter diesen Voraussetzungen folgt also für die drei zu diskutierenden Fälle im mikromaren Infinitesimalbereich $\tau \rightarrow 0$ für diese Kondensationstypen ein analoger Sachverhalt für y ; denn in $y^2 = \varsigma^2 - r^2$ ist r^2 eine Distanz im reellen R_3 , welche dem Selektor α aus μ entspricht, während ς^2 aus dem imaginären Selektoranteil β hervorgeht.

In der Approximation $\psi_{kl} = (1 - e^{\pm i\lambda_{kl}y})^{-1}$ kennzeichnet also ς^2 den jeweiligen Kondensationstyp. Die Raumkondensationen werden dabei beschrieben durch $\varsigma_{(a\alpha)}^2 = \varepsilon^2$ und $\varsigma_{(a\beta)}^2 = \varepsilon^2 + \eta^2$, während für die Raumzeitkondensationen $\varsigma_d^2 = c^2 t^2 + \varepsilon^2 + \eta^2$ gilt. Nach dieser Klassifikation der aufgrund der Weltarchitektur überhaupt möglichen komplexen Kondensationsvorgänge können die Kondensationsstufen im einzelnen analysiert werden. Charakteristisch für alle Kondensationen

ist das Auftreten von Singularitäten in ψ_{kl} . Für den zweiten metronischen Gültigkeitsbereich $\psi_{kl} = (E - e^{-\lambda_{kl}\mu})^{-1}$ kommt es nur für $\mu; n = 0$ zur Unendlichkeitsstelle, doch ist dieser Fall von vornherein auszuschließen, weil $\mu; n = 0$ bedeutet, daß überhaupt kein Metron existiert, was im Widerspruch zum Metronenbegriff steht. Außerdem würde $\mu; n = 0$ nur im ersten Gültigkeitsbereich, nicht aber im zweiten gelten. Auch in den Extrema gibt es keine singulären Unendlichkeitsstellen; denn wegen $\mu = \alpha + i\beta$ steht vor dem komplexen Exponentialgesetz grundsätzlich der räumliche Abklingsektor $e^{-\lambda_{kl}\alpha} \neq E$, was die Unendlichkeitsstelle auch im geradzahlig reellen Spektrum unmöglich macht. Im Gegensatz hierzu treten im dritten Bereich $\tau \rightarrow 0$ derartige Unstetigkeiten auf, weil in $\psi_{kl}(y) = (1 - e^{\pm i\lambda_{kl}y})^{-1}$ immer $y^2 = \zeta^2 - r^2$ ist. Tatsächlich setzen sich also für $\tau > 0$ metronische Eigenwerte in den ganzen R_3 fort, deren Amplituden allerdings räumlich steil abklingen, aber auch für $\alpha; n \cong \beta; n$ wegen

$e^{-i\lambda_{kl}\beta} = \cos(\lambda_{kl}\beta) - i\sin(\lambda_{kl}\beta)$ als harmonischer Anteil erhalten bleiben. Für $\tau \rightarrow 0$ kommt es dagegen zu einer Reihe von Singularitäten. Die erste hiervon liegt bei $\zeta^2 = r^2 = 0$, doch muß diese wegen $\varepsilon > 0$ grundsätzlich ausgeklammert werden. Die übrigen Singularitäten sind eine Folge von $\tau \rightarrow 0$ und lassen sich ausklammern, weil sie nur im Bereich der reellen geradzahlig Eigenwerte $\cos(\lambda_{kl}y) = +1$ für $\zeta^2 > r^2$ auftreten, so daß in diesem Bereich nur die imaginären Eigenwerte $\sin(\lambda_{kl}y) = 1$ und die ungeradzahlig reellen Werte zählen. Eine allein auf $\tau \rightarrow 0$ zurückgehende singuläre Fläche liegt dagegen bei $\zeta^2 = r^2 \neq 0$, die auf jeden Fall als Folge des dritten Gültigkeitsbereiches auszugrenzen ist. Diese singuläre Fläche zerlegt den ganzen Definitionsbereich der Kondensation in zwei Teile, nämlich in $0 \leq r^2 < \zeta^2$ und $r^2 > \zeta^2$, wobei in $0 \leq r^2 < \zeta^2$ wegen $y^2 > 0$ immer ein komplexes Schwingungsgesetz gilt, dessen diskrete Eigenwertverteilung durch $r^2 = \zeta^2$ von einem Abklingbereich $y^2 > 0$ getrennt wird. In diesem Abklingbereich, in dem ψ_{kl} den Charakter eines Nahwirkungsfeldes annimmt, setzen sich jedoch tatsächlich die metronischen Eigen-

werte mit räumlich steil abklingenden Amplituden fort. Im metronischen Bereich $\tau > 0$ gelten in jedem Fall die beiden komplementären Eigenwertspektren der Gleichung (20b), nicht aber im dritten Bereich $\tau \rightarrow 0$; denn hier liefert das reelle geradzahlige Spektrum als Folge von $\tau \rightarrow 0$ singuläre Unendlichkeitsstellen, die als Folge der Approximation auszugrenzen sind. Alle 3 Kondensationstypen $\lambda_{kl}\sqrt{\varsigma^2 - r^2}$ genügen daher dem zweideutigen Imaginärspektrum

$\beta_{+}^{(\pm)} = \pm \frac{\pi}{2}(2n_{+} + 1)$ sowie dem ungeradzahligem reellen Spektrum $\beta_{-}^{(\pm)} = \pm \pi(2n_{-} + 1)$, wobei im Vergleich mit $\beta_{+}^{(\pm)} = \pm \lambda_{kl}y$ die Eindeutigkeit $\lambda_{kl}^{+}y = \frac{\pi}{2}(2n_{+} + 1)$ erreicht wird. Desgleichen folgt eindeutig $\lambda_{kl}^{-}y = 2\lambda_{kl}^{+}y$. Da immer $\varsigma \perp R_3$ gilt, folgt mit dem normierten Orthogonalsystem $\vec{e}_{\varsigma}\vec{e}_r = \delta_{\varsigma r}$ nach Quadrierung

$$\left(\lambda_{kl}^{-}\right)^2(\varsigma^2 - r^2) = \left(\lambda_{kl}^{-}\right)^2(\vec{\varsigma} + i\vec{r})^2 = \pi^2(\vec{e}_{\varsigma}(2n_{\varsigma} + 1) + i\vec{e}_r(2n_r + 1))^2$$

oder $\lambda_{kl}^{-}(\varsigma, r) = \pi(2n_{\varsigma r} + 1)$ und analog $\lambda_{kl}^{+}(\varsigma, r) = \frac{\pi}{2}(2n_{\varsigma r} + 1)$, was nach Division durcheinander für beide Formen von Eigenwertspektren die gleiche Beziehung, nämlich

$$r = \frac{2n_r + 1}{2n_{\varsigma} + 1}\varsigma \quad (25)$$

liefert, was wegen (20b) für alle Hermetrieformen a bis d unabhängig von ihrer komplexen oder imaginären Natur gelten muß. Wegen $r < \varsigma$ muß also auch für die beiden Eigenwertspektren n_r und n_{ς} die Bedingung $n_r < n_{\varsigma}$ für die ganzen Zahlen erfüllt sein. Auch muß grundsätzlich (25) so beschaffen sein, daß $r > 0$ positiv zählt, weil dies von der reellen Natur des R_3 gefordert wird. Der Zusammenhang zwischen $s_{(1)} \triangleq R_3$ und den übrigen Architektureinheiten erfolgt also für $\tau \rightarrow 0$ durch zwei Systeme ganzer Quantenzahlen im Bereich $r < \varsigma$, während $r > \varsigma$ ein abklingendes Nahwirkungsfeld kennzeichnet.

Diese Beziehung (25) zeigt, daß es zumindest im dritten Gültigkeitsbereich kritische Distanzen r im R_3 als Folge der komplexen Kon-

densationen gibt, welche durch diskrete Quantenzahlen definiert sind. Weiter ist evident, daß in diesem Approximationsbereich $\lambda_{kl}y = 0$ wegen $C_{kl} = -1$, also $\psi_{kl} = (1 - e^{\pm i\lambda_{kl}y})^{-1}$ in jedem Fall zur Singularität $\psi_{kl} \rightarrow \infty$ führt. Wenn derartige Divergenzstellen ausgeschlossen werden (im ersten und zweiten Bereich ist dies wegen $e^{\alpha} \neq 0$ immer erfüllt), dann muß also als Folge der Infinitesimalapproximation stets $\lambda_{kl}y \neq 0$ gefordert werden. Im allgemeinen muß unabhängig von der komplexen Hermetrieform ς eine Zeitfunktion sein; denn wäre $\varsigma = \text{const}$, dann könnte keine Wechselwirkung für die betreffende Kondensation existieren, was aber nur exakt erfüllbar ist, wenn es im R_6 neben dieser Kondensation keine andere mehr gibt. Da dieser Fall zur Realität der Welt im Widerspruch steht, kann stets $\varsigma(t)$ und allgemeiner auch $r(t)$ gesetzt werden. Dies bedeutet $dy^2 = d\varsigma^2 - dr^2 = (\dot{\varsigma}^2 - \dot{r}^2)dt^2 = w^2(1 - v^2/w^2)dt^2$, weil $\dot{\varsigma} = w$ in euklidischer bzw. pseudoeuklidischer Approximation der Imaginärteil der Weltgeschwindigkeit und $\dot{r} = v$ eine eventuelle zeitliche Ortsänderung im R_3 ist. Mit dem auf w bezogenen Geschwindigkeitsmaß $w\beta = v$ wird also $w dt \sqrt{1 - \beta^2} = dy$ oder $y = \int w dt \sqrt{1 - \beta^2} = \varsigma \sqrt{1 - \beta^2} + \int \varsigma \beta \dot{\beta} (1 - \beta^2)^{-1/2} dt$. In der Bedingung $\lambda_{kl}y \neq 0$ ist stets $\lambda_{kl} \neq 0$, wenn überhaupt eine Kondensation vorliegt, so daß auch $y \neq 0$ bleiben muß. Wird weiter $\beta = \text{const}$, also $\dot{\beta} = 0$ erreicht, was immer möglich sein muß, dann folgt $y = \varsigma \sqrt{1 - \beta^2} \neq 0$, was aber $\beta^2 \neq 1$ fordert. Schließlich muß noch festgestellt werden, daß sich der jeweilige algebraische Charakter von y durch die Forderung $\dot{\beta} = 0$ nicht ändern darf, so daß $1 - \beta^2 \neq 0$ zu $1 - \beta^2 > 0$, also $0 \leq \beta < 1$ präzisiert wird. Dies ist aber für $w\beta = v$ mit $\beta = \text{const}$ dasjenige Verhalten, welches im pseudoeuklidischen R_6 den Gültigkeitsbereich nach (5c) von $\hat{C}$ kennzeichnet. In diesem Gültigkeitsbereich von $\hat{C}$ ist wegen $0 \leq \beta < 1$ das Erreichen einer geodätischen Nulllinie unmöglich. Die komplexen Kondensationen können demnach im dritten Gültigkeitsbereich mit $\beta < 1$ den raumzeitlichen Asymptotenkonus nur annähern, aber niemals erreichen. Diese Aussage ist das Charakteristikum für ponderable Materiefeldquanten,

so daß die λ_{kl} im Fall der komplexen Kondensationen die Quantenniveaus ponderabler Materiefeldquanten beschreiben, also die komplexen Kondensationen in dieser Weise interpretierbar sind. Im Gegensatz dazu liegen die imaginären Zeitkondensationen in ihrer R_{-4} -Projektion grundsätzlich auf diesem Asymptotenkegel, während die R_4 -Projektion der Selbstkondensationen nur im R_{+4} möglich ist. Diese ponderablen Materiefeldquanten können nur die in der Problemstellung beschriebenen Elementarkorpuskeln sein, von denen es, den Klassen komplexer Hermetrieformen entsprechend, zwei ganz verschiedene Arten geben muß. Einerseits müssen Elementarkorpuskeln existieren, welche durch die Hermetrieformen $a\alpha$ bzw. $a\beta$, also Raumkondensationen c (neben imaginären, nichtzeitlichen Einheiten kondensiert nur $s_{(1)} \triangleq R_3$), beschrieben werden. Andererseits muß es durch d beschriebene Elementarkorpuskeln als Raumzeitkondensationen geben, bei denen neben den a bedingenden semantischen Einheiten noch $(s_{(1)}, s_{(2)}) \triangleq R_4$ in Form von Raumzeitbereichen kondensieren.

Nach dieser Analyse allgemeiner Approximationseigenschaften können nunmehr die beiden möglichen Formen komplexer Kondensationen diskutiert werden, und zwar soll mit dem einfachsten Fall, also mit der Raumkondensation bei x_6 -Antihermetrie begonnen werden.

Jede derartige Elementarkorpuskel $a\alpha$ ist in bezug auf die Niveaus λ_{kl} durch kritische Radien $\varsigma_l = \varepsilon_l$ charakterisiert, die durch das jeweilige Feld ε_l im x_5 -Bereich definiert werden. Im Bereich $0 \leq r < \varsigma_l$ beschreibt ψ_{kl} ein komplexes Schwingungsgesetz, bleibt auf der Fläche $r = \varsigma_l$ konstant und wird jenseits dieser Fläche $r > \varsigma_l$ zu einem exponentiell abklingenden Nahwirkungsfeld, woraus folgt, daß die durch ψ_{kl} beschriebenen Elementarkorpuskeln den Quantendualismus aufweisen müssen, was sich wiederum mit der Interpretation der Raumkondensationen als Elementarkorpuskeln deckt. Da bei allen Raumkondensationen, also bei $a\alpha$ ebenso wie bei $a\beta$, die Größe ς eine die Kondensation kennzeichnende Strecke ist, welche in ihrer R_3 -Projektion nicht mit t wächst und für $r > \varsigma$ als exponentielles Abklinggesetz ein Nahwirkungsfeld beschreibt, ergibt sich für $r \gg \varsigma$ eine

gewisse elektrische Neutralität der Raumkondensationen. Im folgenden kennzeichne die jeweilige Indizierung $a\alpha$ oder $a\beta$ bzw. d eine Größe in bezug auf die jeweilige komplexe Hermetrieform. Im Fall $\varsigma_{(a\alpha)}$ mit $\tau \rightarrow 0$ wird dieser neutrale Charakter in hinreichend großen Abständen r besonders deutlich. Zwar sind im metronischen Bereich $\tau > 0$ die realen Kondensationsstufen bipolar, also hinsichtlich des Vorzeichens zweideutig, desgleichen für $\tau \rightarrow 0$ alle Eigenwerte im Eigenwertbereich $0 \leq r < \varepsilon$ und auch im Abklingbereich $r > \varepsilon$ liegt noch eine potentielle Bipolarität $\psi_{kl} = \left(1 - e^{\pm \lambda_{kl} y}\right)^{-1}$ mit $y^2 = r^2 - \varepsilon^2$ vor, die aber für $r \gg \varepsilon$ verschwindet, weil im vierten Gültigkeitsbereich $\psi = (1 - e^{\lambda r})^{-1}$ wegen $\lim_{r \rightarrow \infty} \psi = 0$ gefordert werden muß. ψ wird demnach hier zu einem eindeutigen Feldverlauf, der aber nur einem Gravitationsfeld entsprechen kann, welches keinerlei Polarität aufweist. $r \gg \varepsilon$ ist zweifellos nur deshalb möglich, weil jeder Raumkondensation aufgrund der Weltarchitektur ein charakteristischer ε -Wert zukommt, durch welchen die betreffende Struktur bewertet wird. Die durch den Fall $(a\alpha)$ beschriebenen komplexen Kondensationen müssen also als Neutrokorpuskeln im physischen R_3 interpretiert werden, deren Spektrum durch die möglichen ε -Werte im x_5 -Bereich der Welt beschrieben wird. Offensichtlich ist die für $\tau \rightarrow 0$ auftretende singuläre Fläche das R_3 -Komplement dieses ε -Wertes, so daß $r = \varepsilon$ als räumlicher Komplementärradius der Neutrokorpuskel aufgefaßt werden muß. Für $\varsigma_{(a\alpha)} = \varepsilon$ gilt im Bereich $0 \leq r < \varepsilon$ der mikromaren Eigenwerte $r = \frac{2n_r + 1}{2n_\varsigma + 1} \varepsilon$ nach Gleichung (25), doch fordert diese Beziehung stets $n_r < n_\varsigma$, weil sie nur für $r < \varepsilon$ gilt. Der das mikromare Eigenwertspektrum abschließende Komplementärradius ist also grundsätzlich nicht im Fall $(a\alpha)$ erfaßbar durch Systeme von Quantenzahlen, so daß auch ε nicht als zahlentheoretische Funktion ganzzahliger Indizes ausdrückbar ist. Dies würde aber bedeuten, daß es im R_3 kein diskretes Spektrum von Neutrokorpuskeln geben kann, was zu der Erfahrung in Widerspruch steht. Hieraus folgt, daß der Fall $(a\alpha)$ nicht wirklich ist, das heißt, für das Spektrum der Neutrokorpuskeln kommt nur noch der Fall $(a\beta) \triangleq c$ in Betracht.

Aus Gleichung (25), nämlich $r = \frac{2n_r + 1}{2n_\varsigma + 1} \varsigma_{(\alpha\beta)}$, wird mit

$$\varsigma^2_{(\alpha\beta)} = \varepsilon^2 + \eta^2 \text{ nach Quadrierung } r^2 - \left(\frac{2n_r + 1}{2n_\varsigma + 1} \right)^2 \varepsilon^2 =$$

$$= \left(\frac{2n_r + 1}{2n_\varsigma + 1} \right)^2 \eta^2. \text{ Die beiden Quantenzahlen beschreiben den Verlauf}$$

der metronischen Eigenwerte im Bereich $0 \leq r^2 < \varsigma^2_{(\alpha\beta)}$, wobei immer $n_r < n_\varsigma$ bleiben muß. Für $r = \varepsilon$, also auf der singulären Fläche im Fall $\eta \neq 0$ wird dann $\eta/r = \pm 2(2n_r + 1)^{-1} \sqrt{(n_\varsigma + n_r + 1) \cdot (n_\varsigma - n_r)}$ gebildet. Ist $j > 0$ irgendeine Zahl, welche den Betrag $\eta > 0$ im System der Quantenzahlen bestimmt, dann muß immer $n_r = n_\varsigma - j$ gesetzt werden, weil $n_\varsigma > n_r$ als Hauptquantenzahl die eigentliche Begrenzung der Raumkondensation hinsichtlich des metronischen Eigenwertbereiches bestimmt. Aus diesem Grunde kann $n_\varsigma = n$ und $n_r = n - j$ gesetzt werden, was $\eta/r = \pm 2(2n + 1 - 2j)^{-1} \sqrt{j(2n + 1 - j)} = \pm 2f$ mit $f(n, j) = (2n + 1 - 2j)^{-1} \sqrt{j(2n + 1 - j)}$ ergibt. Zweifellos ist $f < 1$ für alle $j < n$, aber $f_{\max} = f(1, 1)$ für $n = j = 1$, so daß $\eta/r = \pm 2f$ immer $|\eta/r| < 2\sqrt{2}$ bleiben muß. Wesentlich ist die Interpretation der im R_3 wirkenden, aber an sich imaginären Größen. Sowohl η als auch r in $\eta/r = \pm 2f$ sind wegen der Komplementarität $r = \varepsilon$ mit Sicherheit charakteristische R_3 -Distanzen des Feldes der betreffenden Neutrokorpuskel, die vom relativen Bewegungszustand im R_3 unabhängig sind. Neben der auf den Quantendualismus zurückgehenden Compton-Wellenlänge im Sinne eines metaphorischen Radius $r_0 = \lambda_C/2$ des betreffenden Materiefeldquants Mq mit $mc\lambda_C = h$ (nicht als zirkuläre Welle aufzufassen) gibt es nach (12) sowie (14) bis (14c) die das G -Feld kennzeichnenden Distanzen der unteren Realitätsschranke R_- , die G -Feldwellenlänge $\lambda = 2\varsigma$ und die obere Realitätsschranke R_+ . Hier bezeichnet ς nicht mehr den Term in γ für $\tau \rightarrow 0$, sondern werde im Sinne (12) verwendet. Für diese vier charakteristischen Distanzen sollen die Kürzungen (I) = R_- , ferner (II) = $\lambda_C/2$ sowie (III) = $\varsigma = \lambda/2$ und (IV) = R_+ verwendet werden. Nach (14c) gilt also

$(I) < (II) < (III) < (IV)$. Unabhängig von der jeweiligen Hermetrieform kann festgestellt werden, daß sowohl imaginäre als auch komplexe Kondensationen zumindest durch eine Feldmasse (wegen ihres energetischen Charakters), also durch imponderable oder ponderable Trägheit bzw. durch Gravitonensysteme oder statische Gravitationsfelder gekennzeichnet sind, weil das Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation allgemein gültig ist. Dies bedeutet, da auch der Quantendualismus allgemein gültig ist, daß (I) bis (IV) ebenso für alle Hermetrieformen a bis d definiert sind wie die Beziehung (25), wobei diese Gleichung allerdings speziell für die Form c hergeleitet wurde, so daß vorerst die Frage offen bleibt, wie (25) zu erweitern ist, wenn im Fall d der R_4 am Kondensationsprozeß beteiligt wird. Ein auf (25) in der Form $\eta/r = \pm 2f(n,j)$ mit ganzzahligen $n > 0$ und $j > 0$, aber $j < n$ zurückgehendes Massenspektrum erfaßt also neben den hermetrischen c -Termen auch alle logisch möglichen Terme imaginärer Kondensationen a und b , wenn für die a -Terme der gravitonische Sonderfall (24) allein zugelassen wird.

Zur Interpretation von η/r werde, da das Problem vieldeutig ist, wahlweise $(I) \rightarrow (IV) \triangleq 1 \rightarrow 4$ und $\eta(i)/r(k) = (i,k) = K_{ik}$ für die einzelnen Interpretationsfälle verwendet. Die logisch möglichen Modalitäten sind also im formalen Matrixschema $\hat{K} = (K_{ik})_4 = ((i,k))_4$ enthalten. Von diesen 16 Modalitäten entfällt von vornherein die Diagonale, weil für $i = k$ stets $K_{kk} = 1$ ist und somit für $f(n,j) = \text{const}$ einen Festwert, aber kein Massenspektrum liefert. Da wegen der Komplementarität $r = \varepsilon$ für $r \leq (III) = \varsigma$ gilt, sind auch die K_{i4} irrelevant. Schließlich muß noch die Forderung $|\eta/r| \leq 2\sqrt{2}$ erfüllt sein, so daß wegen des progressiven Anstieges von (I) nach (IV) auch die Modalitäten K_{4k} sowie K_{32} ferner K_{31} und K_{21} als nicht relevant ausfallen. Es verbleiben demnach nur die 3 Modalitäten $(1,2)$ sowie $(1,3)$ und $(2,3)$ aus $\hat{K}$. Bevor diese drei Fälle analysiert werden, muß in $f(n,j)$ die Vieldeutigkeit $j \leq n$ behoben werden. In (25) wurde $n_r = n_\varsigma - j$ und $n_\varsigma = n$ gesetzt, so daß $n_r < n_\varsigma$ für $j > 0$ gilt, wobei $j > 0$ durch die Notwendigkeit der Ausgrenzung einer singulären Fläche im dritten Gültigkeitsbereich zurückgeht. Es muß also $j > 0$ so

beschaffen sein, daß $n_r \rightarrow n_\zeta$ durch $j \rightarrow j_{\min}$ optimal angenähert wird, was für $j_{\min} = 1$ geschieht. Damit wird eindeutig $f(n, 1) = f(n)$ und $(2n - 1)f = \sqrt{2n}$. Wenn $\eta/r = \pm 2f$ ein Massenspektrum darstellen soll, dann bedingen diese Massen unabhängig von ihrer Ponderabilität oder Imponderabilität stets $\text{Imm} = 0$ und $\text{Rem} > 0$ oder $\eta/r > 0$, was auch das Vorzeichen gemäß $\eta/r = 2f(n)$ eindeutig macht.

Für die drei möglichen Fälle gelten unter Verwendung von (I) bis (III) die Beziehungen $(1, 2) = R_-/r_0 = 2R_-/\lambda_C$ sowie $(1, 3) = R_-/\zeta$ und $(2, 3) = r_0/\zeta = \lambda_C/\Lambda$ mit $\Lambda = 2\zeta$. Da die Massenterme im subatomaren Bereich liegen, sind die Approximationen von (14) in der Form $2(1 + \alpha)R_- = \zeta$ und $\gamma m^3 \zeta = h^2$ nach (12a) mit $Y_1 = 1$ verwendbar, wenn die Approximation von (14) nicht bis (14b) getrieben wird. Man erhält nach Einsetzen

$$(1, 2) = \frac{c}{h} m(1 + \alpha)^{-1} \zeta \quad \text{sowie} \quad (1, 3) = R_-/\zeta = \frac{1}{2}(1 + \alpha)^{-1} \quad \text{und} \\ (2, 3) = \frac{\gamma}{2ch} m^2. \quad \text{Mit der Kürzung } \mu = \sqrt{ch/\gamma} \quad \text{und mit} \\ \alpha e \gamma m = 2\omega c \zeta \quad \text{nach (14) und (12a), also } \alpha = \frac{8}{3e} (\mu/m)^4 \quad \text{folgt für}$$

die Spektren, wenn m mit (i, k) indiziert wird, $\left(\frac{m_{12}}{\mu}\right)^2 \left(\left(\frac{m_{12}}{\mu}\right)^4 + \frac{8}{3e}\right)^{-1} = 2f(n)$ sowie $\left(\frac{m_{13}}{\mu}\right)^4 \left(\left(\frac{m_{13}}{\mu}\right)^4 + \frac{8}{3e}\right)^{-1} = 4f(n)$ und $\left(\frac{m_{23}}{\mu}\right)^2 = 4f(n)$. Eine Elimination von m_{12} und m_{13} zeigt, daß zwar $m_{13} = 0$ für $n = 0$ wird, wogegen $m_{12}(n = 0)$ divergiert, doch wird m_{12} und m_{13} für $1 \leq n \leq 8$ komplex, was $\text{Imm} = 0$ und $\text{Rem} > 0$ widerspricht. m_{23} hingegen bleibt für alle $n > 0$ reell und es wird $m_{23} = 0$ für $n = 0$. Dies bedeutet, daß K_{23} das einzige Element aus $\hat{K}$ ist, welches ein physikalisch relevantes Massenspektrum liefert, wodurch die Interpretation im Sinne der Modalität (2, 3) eindeutig wurde. Für das Massenspektrum der Neutrokorpuskeln, also der Hermetrieform c , welches jedoch zugleich alle energetisch möglichen gravitonischen und photonischen Kondensationen impliziert, ist also explizit

$$m = 2 \sqrt{\frac{ch}{\gamma}} \frac{{}^4\sqrt{2n}}{\sqrt{2n-1}} \quad (26)$$

zu setzen, wobei die x_6 -Projektion in dem R_3 als halbe Materiewellenlänge $\eta = \lambda/2 = \frac{h}{2mc}$ und der Komplementärradius $r = \varepsilon$ in dieser Projektion als halbe G-Feldwellenlänge $\Lambda = 2\varsigma$ erscheint. Aufgrund dieser Interpretation

$$\eta = \lambda/2, \quad r = \varepsilon = \frac{\Lambda}{2}, \quad \lambda = \frac{h}{mc}, \quad \Lambda = 2\varsigma, \quad \varsigma = \frac{h^2}{\gamma m^3} \quad (26a)$$

ergibt sich also das folgende Bild: Bei der Raumkondensation beschreibt die Projektion der x_6 -Koordinate in den R_3 die quantenhafte Materiewellenlänge und die Projektion der x_5 -Komponente als G-Feldwellenlänge die Grenze des attraktiven Gravitationsfeldes. Bei der Diskussion des physikalisch nicht realisierten Falles $(a\alpha)$ erschienen innerhalb des Bereiches $\varsigma^2 = \varepsilon^2$ in der R_3 -Projektion Kondensationsstufen in Form harmonischer Schwingungen, welche jenseits des zu ε komplementären R_3 -Radius steil exponentiell abklingen. Im realen Fall $(a\beta) \triangleq c$ erscheinen wegen $\varsigma^2 = \varepsilon^2 + \eta^2$ zwei Klassen von Kondensationsstufen, und zwar innerhalb des zu η komplementären R_3 -Bereiches λ , dem sich ein stark abklingendes Nahwirkungsfeld anschließt, welches in gravitonische Kondensationsstufen im R_3 -Bereich zwischen $\lambda/2 < r < \Lambda/2$, also dem zu ε entsprechenden Raumbereich übergeht, und makromar als attraktives Gravitationsfeld erscheint. Es ist denkbar, daß sich auch diesem Bereich Λ (der λ impliziert) ein solches Abklingfeld anschließt, bevor der makromare gravitative Feldvektor nach (11c) sein Vorzeichen wechselt.

Im Gegensatz zu der ursprünglichen Interpretation als Neutrokorpuskel kann nach Gleichung (26a) aus diesem Abklinggesetz mit Nahwirkungscharakter nicht mehr direkt auf die elektrische Neutralität der Raumkondensation geschlossen werden, weil $\Lambda > \lambda$ ist und im

ganzen makromaren Bereich $r \leq \frac{A}{2}$ Kondensationsstufen vorliegen. Da $A/2$ mit der Gravitationsgrenze und dem Komplementärradius identisch ist, und außerdem im Hermetriefall $(a\beta)$ die imaginären Selbstkondensationen an Raumstrukturen gekoppelt erscheinen, nicht aber imaginäre Zeitkondensationen, können die Raumkondensationen der Spektralgleichung (26) als Neutrokorpuskeln interpretiert werden, zumal imaginäre Selbstkondensationen mit geodätischen Nulllinien im R_3 stets als Gravitonen, niemals aber als Photonen erscheinen. Elektrisch geladene Korpuskeln müssen dagegen immer in einer elektromagnetischen Wechselwirkung stehen, was mit einem Austausch elektromagnetischer Wirkungen, also einem Photonenaustausch verbunden ist, während sich die Wechselwirkung von Neutrokorpuskeln auf einen Gravitonenaustausch wegen $(a\beta)$, also auf eine gravitative und eine solche der Nahwirkung beschränkt.

Bei der Kondensation $(a\beta)$ ist zwar die Zeit antihermetrisch, doch müssen in jedem Fall die hermetrischen Einheiten Zeitfunktionen sein, was in Gleichung (26) die Zeitabhängigkeit $n(t)$ der Quantenzahl zur Folge hat. Ist $n = \text{const}(t)$ längs irgendeines Zeitintervalls, dann beschreibt n eine in diesem Zeitintervall stabile Neutrokorpuskel, die in eine andere übergeht, wenn die Grenze des Zeitintervalles überschritten wird. Bei $n = 0$ ist überhaupt kein Massenwert m definiert, während der Maximalwert bei $n = 1$ liegt. $n < 0$ ist wegen $Im(m) = 0$ nicht möglich, zumal m mit wachsendem n immer mehr abnimmt. Dies bedeutet, daß n mit t nur anwachsen kann, das heißt wegen

$$n = n(t), \quad \frac{dn}{dt} \geq 0 \quad (26b)$$

kann eine stabile Neutrokorpuskel nur in eine solche geringerer Masse übergehen, weshalb dieser Übergang auch als Zerfall bezeichnet werden soll. Ob irgendein n -Wert längs $t_1 \leq t \leq t_2$, also während $t_2 - t_1$ der Stabilität $\frac{dn}{dt} = 0$ der Neutrokorpuskel genügt, oder ob es gemäß $\frac{dn}{dt} > 0$ zum Zerfall in eine energetisch tiefere Korpuskel kommt, und wie groß das Stabilitätsintervall $t_2 - t_1$ ist, muß aufgrund des vor-

läufig vorliegenden Formalismus vorerst unbekannt bleiben, zumal noch die Hermetrieform d komplexer Raumzeitkondensationen zu analysieren ist.

In diesem letzten zu diskutierenden Fall totaler R_6 -Hermetrie d komplexer Raumzeitkondensationen gilt wiederum $\mu = \alpha + i\beta$, jedoch im Gegensatz zur Form c mit $i\beta = \sum_{k=4}^6 \alpha_k()$, so daß der Formalismus weitgehend demjenigen von c ähnelt. Allerdings wächst im dritten Gültigkeitsbereich $\zeta^2 = \varepsilon^2 + \eta^2 + c^2 t^2$ unabhängig von ε oder η ständig mit t , das heißt, von der d -Struktur geht eine Struktur aus, die einem Schwingungsgesetz genügt und mit Lichtgeschwindigkeit zeitlich im R_3 expandiert. Nun können die komplexen Formen c oder d als Kopplungen der imaginären Formen a oder b an eine metrische R_3 -Struktur aufgefaßt werden. Nach (24) ist b immer wegen des Nullliniencharakters seiner Weltlinien als Photon zu interpretieren, was bedeutet, daß d als eine Raumkondensation aufgefaßt werden muß, welche in irgendeiner Weise an ein photonisches (also elektromagnetisches) Feld gekoppelt ist, und zwar als Folge der in den Kondensationsprozeß einbezogenen Zeitdimension.

Da die Photonenfelder der b -Hermetrie nach (24) elektromagnetischer Natur sind und in der d -Hermetrie eine b -Struktur an einen c -Term gekoppelt erscheint, sind die d -Terme ponderable Mq , von denen elektromagnetische statische Felder ausgehen, so daß hier ponderable Terme zu Quellenfeldern von b -Strukturen werden. Im Fall einer d -Hermetrie befindet sich demnach die ponderable R_3 -Struktur in einem strukturellen Zustand, der mit dem phänomenologischen elektrischen Ladungsfeld identisch ist, welches als Quellen- und Senkenfeld $Q_{\pm} \neq 0$ in der Antisymmetrie $Q_+ = -Q_-$ erscheint und mit seinem elektromagnetischen Feld phänomenologisch-empirisch durch (d_1) beschrieben wird. Demnach beschreibt die d -Hermetrie ponderable elektrisch geladene Mq .

Ist ε_d diejenige Energie, die erforderlich ist, den R_3 -Zustand eines c -Terms in den Zustand $Q_{\pm}$ der d -Struktur zu überführen, dann wäre mit der Energie ε_b des angekoppelten Photonenfeldes

$\varepsilon_d + \varepsilon_b = 0$ und für die Energien E_d sowie E_c der ponderablen Terme müßte der Zusammenhang $E_d = E_c + \varepsilon_d = E_c - \varepsilon_b$ bzw. nach dem Energiematerieäquivalent $\underline{M}_d = \underline{M}_c - \varepsilon_b/c^2 < \underline{M}_c$ wegen $\varepsilon_b > 0$ gelten. Ist also der Zustand des Ladungsfeldes durch eine Funktion F separierbar, so daß $\underline{M}_d = \underline{M}_c/F < \underline{M}_c$ gesetzt werden kann, dann ist $\underline{M}_d/\underline{M}_c = \frac{1}{F} \leq 1$ für $|Q_{\pm}| \geq 0$. Andererseits folgte (26) aus (25) mit der Interpretation $\lambda/\Lambda = \pm 4\sqrt{2n}(2n-1)^{-1}$ und $\mu = \sqrt{ch/\gamma}$ als Kürzung, also $(\underline{M}_c/\mu)^2 = \pm 4\sqrt{2n}(2n-1)^{-1}$, so daß in $\underline{M}_d/\underline{M}_c$ wegen der prinzipiellen zweideutigen Quadratwurzel von F die vierte Potenz zu wählen ist. Setzt man für den reziproken Wert $1/F_q^4 = U(Q_{\pm})$, dann gilt $(\underline{M}_c/\underline{M}_d)^4 = U(Q_{\pm}) \geq 1$ für $|Q_{\pm}| \geq 0$. Damit wird $U = 1 + g(Q_{\pm})$ möglich, wo immer $g \geq 0$ gilt, was mit $Imw = 0$ durch $g(Q_{\pm}) = w^2$ erreichbar ist. Einsetzen von $U = 1 + w^2$ liefert $(\underline{M}_c/\underline{M}_d)^4 = U = 1 + w^2$ oder $w^2 = (\underline{M}_c^4 - \underline{M}_d^4)/\underline{M}_d^4$.

Für (19) und (19b) gilt wegen der kovarianten Hermitezität nach (M31) und (M31a) stets $sp()_{(-)}^{(+,-)}; (2\bar{\zeta} - \frac{1}{2}2\bar{\gamma}; ()\zeta) = \bar{0}$. Im Fall der d -Hermetrie kann für das $Q_{\pm}$ -Feld eine mit q indizierte Partialstruktur verwendet werden, die ebenfalls (19) und (19b) genügt, für die aber

$sp()_{(-)}^{(+,-)}; (2\bar{\zeta}_q - \frac{1}{2}2\bar{\gamma}_q; ()\zeta_q) \neq \bar{0}$ bleibt, so daß

$\bar{X} \sim sp()_{(-)}^{(+,-)}; spK_q; [\hat{\Gamma}]_q = sp()_{(-)}^{(+,-)}; \bar{\lambda}_q[\hat{\Gamma}]_q \neq \bar{0}$ ein nicht verschwindender R_6 -Kraftdichteselektor $\bar{X}$ wird, weil die Matrixspuren von (19b) für die Partialstruktur nicht divergenzfrei sind.

Offensichtlich ist das $Q_{\pm}$ -Raumfeld als ein typisches Charakteristikum der Raumzeitkondensation anzusehen, so daß nur die R_4 -Komponenten der Partialstruktur zu untersuchen sind. Mit $\tau \rightarrow 0$ gilt also im dritten Gültigkeitsbereich $dx_5 = dx_6 = 0$ und $\bar{X}; n \rightarrow \vec{\xi}_{(4)}$

sowie $sp()_{(-)}^{(+,-)}; spK_q; [\hat{\Gamma}]_q; n \rightarrow sp \left[\begin{smallmatrix} (+,-) \\ (-) \end{smallmatrix} \right] spC_q \{\hat{\Gamma}\}_q$ und

$sp()_{(-)}^{(+,-)}; \bar{\lambda}_q \widehat{\square}_q; n \rightarrow sp \left[\begin{pmatrix} + & - \\ - & - \end{pmatrix} \bar{\lambda}_q \widehat{\square}_q \right]$. Mit dem R_4 -Volumenelement $d\Omega = dx_1 dx_2 dx_3 dx_4$ und $\vec{\xi}_{(4)} \sim sp \left[\begin{pmatrix} + & - \\ - & - \end{pmatrix} sp C_q \widehat{\square}_q \right]$ mit gleichem Proportionalitätsfaktor $sp \left[\begin{pmatrix} + & - \\ - & - \end{pmatrix} \bar{\lambda}_q \widehat{\square}_q \right] \sim \frac{d}{d\Omega} (E\vec{F})$, wenn wegen des energetischen Eigenwertcharakters $E \triangleq \bar{\lambda}_q$ für den energetischen und $\vec{F} \triangleq \widehat{\square}_q$ für den strukturellen Teil des $Q_{\pm}$ -Feldes gesetzt wird. Wegen der Gleichheit der Proportionalitätsfaktoren folgt im Vergleich $\vec{\xi}_{(4)} d\Omega = d(E\vec{F})$ oder als R_4 -Gebietsintegral ausgeführt $\vec{K}_{(4)} = \int \vec{\xi}_{(4)} d\Omega$ oder $\vec{K}_{(4)} = E\vec{F}$ als Viererkraft. Mit dem normierten Orthogonalsystem $\vec{e}_i \vec{e}_k = \delta_{ik}$ und der Orientierung $d\vec{x}_k = \vec{e}_k dx_k$ gilt für ein Linienelement der Raumzeit $d\vec{s}_{(4)} = \sum_{k=1}^4 d\vec{x}_k = d\vec{s} + d\vec{x}_4$ mit $d\vec{s} = \sum_{k=1}^3 d\vec{x}_k$ des R_3 . Ist weiter $\vec{K}_q$ ein Kraftvektor im R_3 und $\vec{K}_4^{(4)}$ eine zeitartige Komponente der Viererkraft $\vec{K}_{(4)} = \vec{K}_q + \vec{K}_4^{(4)}$, dann wird $\int \vec{K}_{(4)} d\vec{s}_{(4)} = \int \vec{K}_q d\vec{s} + \int \vec{K}_4^{(4)} d\vec{x}_4 = \int E\vec{F} d\vec{s}_{(4)}$.

Wird zur Beschreibung von $Q_{\pm}$ sowie des Feldes zwischen Q_+ und $Q_- = -Q_+$ die durch q indizierte Teilstruktur der d -Hermetrie vom Gesichtspunkt der zu (19c) führenden Matrixspur von (19) betrachtet, dann gilt zunächst $\bar{\lambda}_q \times sp \widehat{\square}_q = K_q; sp \widehat{\square}_q$. Nach (M31) und (M31a) erfolgt diese Spurbildung durch $i = k$, so daß sich im Fall einer kovarianten Symmetrie der q -Struktur die quadratischen Terme als Folge der Summenbildung kompensieren, so daß es zur Linearisierung der Komponentendarstellung kommt. Es ist

$(K_q; sp \widehat{\square}_q)_{mp} = \check{d}_m \left[\begin{smallmatrix} k \\ k \ p \end{smallmatrix} \right]_q - \check{d}_p \left[\begin{smallmatrix} k \\ k \ m \end{smallmatrix} \right]_q$, was im dritten Gültigkeitsbereich mit $\tau \rightarrow 0$ wegen $K_q; sp \widehat{\square}_q; n \rightarrow C_q sp \widehat{\square}_q$ und $\bar{\lambda}_q \times sp \widehat{\square}_q; n \rightarrow \bar{\lambda}_q \times sp \widehat{\square}_q$ die infinitesimale Beziehung $\bar{\lambda}_q \times sp \widehat{\square}_q = C_q sp \widehat{\square}_q = \text{rot}_6 sp \widehat{\square}_q$ liefert, was mit $dx_5 = dx_6 = 0$

entsprechend der Voraussetzung einer R_4 -Beschreibung zu

$\vec{\lambda}_q \times sp\{\}_q = \text{rot}_4 sp\{\}_q$ und $\vec{\lambda}_q \parallel \text{rot}_4 sp\{\}_q$ nach (19c) führt. Dies bedeutet, daß das Quellen- und Senkenfeld zwischen Q_+ und Q_- mit dem Ladungsfeld $Q_\pm$ eine Einheit im Sinne eines R_4 -Rotors bildet. Hieraus wird wiederum die Antisymmetrie $Q_+ = -Q_-$ sowie die Eichinvarianz des elektromagnetischen Feldes verständlich. Auch könnte man möglicherweise auf die exakte Parität $Q'_+ + Q'_- = 0$ aller in R_3 existenten Ladungsfelder $Q'_\pm$ schließen.

Eine andere Konsequenz dieser Rotordarstellung ist dann $\vec{K}_4^{(4)} \perp \vec{x}_4$

wegen $\vec{\lambda}_q \parallel \text{rot}_4 sp\{\}_q$ und $\vec{\lambda}_q \perp sp\{\}_q$ nach (19c). Dies bedeutet $\int \vec{K}_4^{(4)} d\vec{x}_4 = 0$, so daß $\int \vec{K}_q d\vec{s} = \int E \vec{F} d\vec{s}_{(4)}$ wird. Im statischen Fall kann das elektrische Feld nach (d_1) durch $\vec{K}_q = -\text{grad } V$ beschrieben werden, wenn $4\pi\epsilon_0 r V = Q_\pm^2$ verwendet wird. Diese Gradientendarstellung beschreibt den Verlauf von V im R_3 , doch liegen wegen $V \sim 1/r$ mit $r^2 = \sum_{k=1}^3 x_k^2$ kugelsymmetrische Verhältnisse vor, was mit $\vec{r} = \vec{r}_0 r$ für $d\vec{s} = 2\pi d\vec{r}$ und den Gradienten

$\text{grad } V = \vec{r}_0 \frac{dV}{dr}$ bedeutet. Damit folgt $\int \vec{K}_q d\vec{s} = -\int \text{grad } V d\vec{s} =$

$= -2\pi \int_{r_q}^{\infty} \vec{r}_0 \frac{dV}{dr} d\vec{r} = -2\pi(V_\infty - V_q)$, wenn in $4\pi\epsilon_0 r_q V_q = Q_\pm^2$ die

Distanz r_q das Ladungsfeld kennzeichnet. Da $V \sim 1/r$ ist, gilt $V_\infty = \lim_{r \rightarrow \infty} V = 0$, also $\int \vec{K}_q d\vec{s} = 2\pi V_q$ oder $2\pi V_q = \int E \vec{F} d\vec{s}_{(4)}$. In

diesem Integral ist E eine photonische Energie, die als Festwert das $Q_\pm$ -Feld kennzeichnet und von einer R_4 -Distanz daher nicht abhängig sein kann. Es gilt deshalb $\int E \vec{F} d\vec{s}_{(4)} = E \int \vec{F} d\vec{s}_{(4)}$ mit

$\int \vec{F} d\vec{s}_{(4)} = \sum_{k=1}^4 F_k dx_k$. Aufgrund der Symmetrie kann angenommen

werden, daß für alle Komponenten $\int F_k dx_k = Z$ die gleiche Stammfunktion Z in $1 \leq k \leq 4$ existiert, was $\int \vec{F} d\vec{s}_{(4)} = 4Z$ und

daher $\int E \vec{F} d\vec{s}_{(4)} = 4EZ$ bedeutet. Da im Fall der d -Hermetrie die in den Kondensationsprozeß eingebundene Zeitkondensation als b -Hermetrie photonischen Charakter trägt, gilt phänomenologisch die Elektrodynamik ($\mathbf{d}_1$) für b und damit die Invarianz hinsichtlich $\hat{A}_-$ im R_{-4} . Einerseits wird jede b -Form von einer a -Struktur als Gravitonensystem begleitet und andererseits ist die Konsequenz der Invarianz hinsichtlich $\hat{A}_-$ das Energie-Materieäquivalent, während nach ($\mathbf{d}_2$) auch ein Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation gilt. Aus diesem Grunde müssen in $\int E \vec{F} d\vec{s}_{(4)} = 4EZ$ die photonischen Bestimmungsstücke E und Z invariant hinsichtlich $\hat{A}_+$ in der reellen Hilfskonstruktion des R_{+4} sein, wobei sich $\hat{A}_+$ aus (*) bis (*b) mit (10) bis (10c) unter der Voraussetzung $\beta > 0$ ein Relativitätsprinzip gravitativer Feldstörungen im R_{+4} ist. Mit dem Maß der R_3 -Geschwindigkeit $v = \omega\beta_+$ (in Analogie zum elektromagnetischen Relativitätsprinzip $\hat{A}_-$) gilt dann, wenn sich die Indizierung (0) auf $v = 0$ bezieht, $E_+ = E_{(0)}(1 + \beta_+^2)^{-1/2}$ und

$Z_+ = Z_{(0)}(1 + \beta_+^2)^{-1/2}$, so daß sich für das rein photonische Produkt $EZ = E_{(0)}Z_{(0)} - E_+Z_+ = E_{(0)}Z_{(0)}(1 - (1 + \beta_+^2)^{-1}) = \beta_+^2 E_+Z_+$ in der hinsichtlich $\hat{A}_+$ invarianten Form ergibt. Es gilt demnach

$2\pi V_q = 4\beta_+^2 E_+Z_+$, worin nach dem Prinzip (c) die photonische Energie des $Q_{\pm}$ -Feldes gemäß $E_+ = h\nu_q = ch/\lambda_q$ quantisiert sein muß, was dem Quantendualismus entsprechend für die zirkuläre Welle dieser Energie $\lambda_q = 2\pi r_q$, also $E_+ = c\hbar/r_q$ liefert. Da die R_3 -Photonen mit $v = c$ laufen, folgt mit (10) wegen $c = \omega\beta_+$, also für den Faktor $4\beta_+^2 = 9/4$ oder $8\pi V_q/9 = Z_+c\hbar/r_q$, bzw., wenn neben $4\pi\epsilon_0 r_q V_q = Q_{\pm}^2$ der Wellenwiderstand R_- des leeren Raumes $R_-c\epsilon_0 = 1$ verwendet wird, gilt $9\hbar Z_+ = 2Q_{\pm}^2 R_-$, so daß die durch r_q bedingte Ortsabhängigkeit herausfällt. Hier beschreibt Z_+ den Zustand des $Q_{\pm}$ -Feldes, und zwar im Sinn der lokalen Abhängigkeit eines Zustandes z vom Ort auf einer sphärischen Niveaulfläche. Ist auf einer solchen Fläche α der Azimut- und ε der Höhenwinkel, dann

könnte $Z_+ = z_{,\alpha,\varepsilon}$ als zweite partielle Ableitung postuliert werden, wobei die Intervalle $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ für das Azimut und $0 \leq \varepsilon \leq \pi/2$ für den Höhenwinkel gelten. Es ist also $9\hbar z_{,\alpha,\varepsilon} = 2R_- Q_\pm^2$ in der Form

$$9\hbar z = 2R_- \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} Q_\pm^2 d\varepsilon d\alpha \text{ zu integrieren. Hier kann stets}$$

$Q_\pm = \text{const}$ hinsichtlich α und ε erreicht werden, so daß sich für die Integration $9\hbar z = 2\pi^2 Q_\pm^2 R_-$ als Bestimmungsgleichung für $z(Q_\pm)$ ergibt.

Es ist $z(Q_\pm) \sim Q_\pm^2$, doch muß andererseits in

$w^2 = (\underline{M}_c^4 - \underline{M}_d^4) / \underline{M}_d^4 = w^2$ auch $w(Q_\pm)$ sein, so daß ein Zusammenhang $w(z)$ existiert. Zur evtl. Ermittlung dieses Zusammenhanges werde der folgende Weg vorgeschlagen: Mit der Einheitsstrecke $s_0 = 1[m]$ können die dimensionslosen Größen w und z zu Strecken $G = ws_0$ und $H = zs_0$ dimensioniert werden, so daß mit Einheitsvektoren $\vec{H}_0^2 = \vec{G}_0^2 = 1$ Orientierungen zu $\vec{H}$ und $\vec{G}$ möglich werden. Aus $\vec{H}$ und $\vec{G}$ wird dann in der (x,y) -Ebene der Orientierungen $\vec{e}_x^2 = \vec{e}_y^2 = 1$ und $\vec{x} = \vec{e}_x x$ bzw. $\vec{y} = \vec{e}_y y$ mit $\vec{e}_x \perp \vec{e}_y$ die Konstruktion eines Dreiecks ABC möglich, dessen Punkt $A \triangleq 0$ im Koordinatennullpunkt liegt. Für die Kanten gilt dann

$\overline{AB} = \vec{x}$ sowie $\overline{BC} = \vec{G}$ und $\overline{AC} = \vec{H}$ mit $\vec{G} \parallel \vec{y} \perp \vec{x}$. Ist $\varphi = \angle(\vec{x}, \vec{H})$, also $\angle(\vec{G}, \vec{H}) = \pi/2 - \varphi$, dann würde

$$(\vec{G}/\vec{H})^2 = w^2/z^2 \text{ und } (\vec{G}/\vec{H})^2 = \sin^2 \varphi, \text{ also } w^2 = z^2 \sin^2 \varphi \text{ sein.}$$

Wird andererseits H als Radius eines Kreises angenommen, dem ein regelmäßiges Polygon aus $N \geq 3$ Kanten einbeschrieben ist, dann gilt im Bogenmaß für den Zentriwinkel eines Sektors $2\pi/N$ und für die Länge einer Kante $2H \sin \alpha$, wenn $\alpha = \pi/N$ der halbe Zentriwinkel ist. Es werde nun hypothetisch postuliert, daß sich ein solcher Winkel α zu φ so verhält, daß $\alpha\varphi = 1/z$ ist; denn wegen $z \sim Q_\pm^2$ muß φ mit z und α abfallen. Einsetzen von $\alpha = \pi/N$ liefert dann die Hypothese $\varphi \pi z = N \geq 3$, was eingesetzt den Zusammenhang $w(z) = z \sin\left(\frac{N}{\pi z}\right)$ liefert. Nach dem Prinzip (b) erreicht

$\underline{M}_{c,d}$ den wahren Wert $M_{c,d}$, wenn in $\underline{M}_d^4 / \underline{M}_c^4 = 1/U$ der

Nenner $U = 1 + w^2$ zu einem Maximum wird, weil dann für die Massen minimales Niveau vorliegt. Für $U \rightarrow U_{\max}$ gilt also

$$\underline{M} \rightarrow M \text{ oder } M_d^4/M_c^4 = \frac{1}{U_{\max}}.$$

In $U = 1 + w^2$ gilt für den Sinus das Intervall $0 \leq \sin^2 \varphi \leq 1$, so daß für $U_{\max}$ nur $(\sin^2 \varphi)_{\max} = 1$ oder $\sin \varphi_{\max} = \pm 1$ sein kann. Wegen

$$\varphi \sim 1/z \text{ bedingt } \varphi_{\max} \pi z_{\min} = N, \text{ was } \sin\left(\frac{N}{\pi z_{\min}}\right) = \pm 1 \text{ oder}$$

$$\frac{N}{\pi z_{\min}} = \pm \arcsin 1 = \pm \pi(2p+1)/2 \text{ mit ganzzahligem } p \geq 0 \text{ und}$$

$N \geq 2p+1$ bedeutet. Wegen $z \sim Q_{\pm}^2$ bedingt $z_{\min} > 0$ die Existenz einer kleinsten elektrischen Ladung $Q_{\min}^2$, für welche die Bestimmungsgleichung $\pm N(2p+1)^{-1} = \pi^2 z_{\min}/2$ gilt. Einsetzen von

$$z \rightarrow z_{\min} \text{ mit } 9\hbar z = 2\pi^2 Q_{\pm}^2 R_{-} \text{ liefert dann } \pm 9N(2p+1)^{-1} = \\ = \pi^4 Q_{\min}^2 R_{-}/\hbar, \text{ worin wegen } \operatorname{Im} Q_{\pm} = 0, \text{ also auch } Q_{\min}^2 > 0, \text{ der}$$

positive Zweig zu wählen ist. Aus $N \geq 2p+1$ folgt für das absolut minimale Ladungsfeld $N = 2p+1$. Es werde für dieses elementare Ladungsfeld $Q_{\min}(N = 2p+1) = \varepsilon_{\pm}$ gesetzt, für welches sich demnach eine Naturkonstante

$$\pi^2 \varepsilon_{\pm} = \pm 3\sqrt{\hbar/R_{-}} \neq 0 \text{ ergibt. Einsetzen der Konstanten liefert für } \varepsilon_{\pm} \text{ einen numerischen Wert, der}$$

nur um $+0,125\%$ über dem Meßwert der Elektronenladung liegt. Mit den ganzen Zahlen $q \geq 0$ ergibt sich also aus der Existenz eines elementaren Ladungsfeldes die Quantisierung $Q_{\pm} = q\varepsilon_{\pm}$ elektrischer

Ladungen. Wird $\varepsilon_{\pm}$ mit $N = 2p+1$ in $\varphi_{\max}$ eingesetzt und die Quantisierung $Q_{\pm}$ in w^2 verwendet, dann folgt

$$U_{\max} - 1 = (z^2 \sin^2 \varphi)_{\max} = (2\pi^2 Q_{\pm}^2 \frac{R_{-}}{9\hbar})^2 = 4q^4/\pi^4 \text{ oder mit}$$

$$\eta_q^4 = 1/U_{\max} = (1 + 4q^4/\pi^4)^{-1} \text{ die Darstellung der } d\text{-Terme } M_d = M_c \eta_q, \text{ wobei } \eta_q^4 \sqrt{4q^4 + \pi^4} = \pi \text{ mit } Q_{\pm} = q\varepsilon_{\pm} \text{ und } \pi^2 \varepsilon_{\pm} = \pm 3\sqrt{\hbar/R_{-}} \text{ Konsequenzen der Prinzipien (b) und (c) sind.}$$

Da für $q = 0$ immer $\eta_q = 1$ und $M_d = M_c$ ist, aber q die elektrische Ladungsquantenzahl angibt, wird die Interpretation der d -Hermetrie durch ponderable, aber mit einem elektrischen Ladungsfeld ver-

sehene Mq völlig eindeutig, wobei dieses Ladungsfeld durch $\varepsilon_{\pm} = \text{const}$ dem Prinzip (c) unterworfen ist.

Weil das Quellen- und Senkenfeld $Q_{\pm}$ der b -Struktur in d zweideutig ist, beschreibt M_d offenbar stets zwei massegleiche Mq , von denen der eine d -Term die Quelle Q_+ , aber der andere die Senke Q_- trägt, wobei allerdings die Begriffe «Quelle» oder «Senke» relativer Natur sind und definitiv festgelegt werden können. Aus diesem Grunde liegt der Gedanke nahe, als Massenspektrum der d -Terme $m(n, q) = \frac{1}{2} M_d$ zu wählen. Da auch $M_d(q = 0) = M_c$ gilt, liegt es nahe, auch das Spektrum der elektrisch neutralen c -Terme durch $m(n) = \frac{1}{2} M_c$ festzulegen. Damit folgt zusammengefaßt für das d -Spektrum

$$m(n, q) = m(n) \eta_q, \quad \eta_q^4 \sqrt{4q^4 + \pi^4} = \pi, \quad (27)$$

worin das c -Spektrum der Raumkondensationen sowie möglicher Feldmassen imaginärer Kondensationen mit (26) durch

$$m(n) = \mu \frac{4\sqrt{2n}}{\sqrt{2n-1}}, \quad \mu = \sqrt{ch/\gamma} \quad (27a)$$

gegeben ist. Schließlich gilt für das elementare elektrische Ladungsfeld, welches die typische d -Eigenschaft ponderabler Mq ausmacht,

$$\pi^2 \varepsilon_{\pm} = \pm 3\sqrt{\hbar/R_-}, \quad R_- = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} \quad (27b).$$

In der Beziehung dieser Elementarladung erscheint der Faktor 3, so daß spekulativ angenommen werden könnte, daß $\varepsilon_{\pm}$ aus 3 Partialladungen $C_{\pm}$ zusammengesetzt ist, derart, daß diese Spekulation ihren Ausdruck in

$$\pi^2 C_{\pm} = \pm \sqrt{\hbar/R_-}, \quad \varepsilon_{\pm} = 3 C_{\pm} \quad (27c)$$

findet. Ob tatsächlich eine derartige spekulative Drittelung $C_{\pm}$ existiert, kann allerdings vorerst nicht entschieden werden.

Betrachtet man die Formen a bis d zusammen, dann stellt man fest, daß die imaginären Formen a und b inponderable Mq , aber die komplexen Formen ponderable Mq darstellen, so daß die Pondera-

bilität oder Imponderabilität offensichtlich auf den komplexen oder imaginären Charakter der betreffenden Hermetrieform zurückgeht, wobei die Ursache der Ponderabilität in der Existenz metrischer Kondensationsstufen des R_3 zu sehen ist. Die als elektrisches Ladungsfeld erscheinende Struktureigenschaft der d -Terme erscheint nach (27) als eine Folge der Einbeziehung von Zeitkondensationen in den komplexen Kondensationsprozeß.

Die vier möglichen Hermetrieformen a bis d unterscheiden sich zwar sehr wesentlich in ihren strukturellen Eigenschaften, doch sind alle Mq durch die Existenz von Trägheitsmasse m gekennzeichnet, die auch bei a und b als imponderable Feldmasse erscheint. Dies bedeutet, wie schon erwähnt, daß für alle Hermetrieformen einheitlich das Energiematerieäquivalent $E = mc^2$ gilt, so daß neben den c - und d -Spektrien (27a) und (27) auf jeden Fall für a und b die Darstellung $m = E/c^2$ mit $E(a,b) \neq 0$ gilt. Nun gilt nach (23) und (24), aber auch nach (27) und (27a) ein deutlicher Zusammenhang zwischen diesen Hermetrieformen. Die Beziehung (27a) der c -Terme ist ein Spektrum von Trägheitsmassen, dessen Terme derart dicht liegen, daß dieses Spektrum als ein Pseudokontinuum angesprochen werden muß. Andererseits bilden die ponderablen c -Terme aufgrund der Empirie auch hinsichtlich ihrer Trägheitsmassen ein diskretes Punktspektrum, welches auf keinen Fall einem Pseudokontinuum ähnelt. Da $E = mc^2$ aber universell gültig ist, muß angenommen werden, daß das Pseudokontinuum (27a) alle überhaupt möglichen ponderablen und imponderablen Feldmassen enthält, so daß das Pseudokontinuum alle Feldmassen imaginärer Kondensationen impliziert, die nach (19) überhaupt möglich sind, doch muß diesem Pseudokontinuum ein diskretes Spektrum ponderabler komplexer Terme überlagert sein. Demnach kann festgestellt werden, daß die Beziehung (27) völlig universeller Natur ist, denn in diesem Pseudokontinuum superponiert neben dem diskreten Spektrum ponderabler c -Terme auch das der diskreten d -Formen.

In (27) würde $n = 0$ auch $m = 0$ bedeuten, doch liefert $n = 1$ die obere Schranke möglicher Energiequanten schlechthin. Für diese

obere Grenze ergibt sich dann $m_{\max} = \sqrt{ch/\gamma} \sqrt[4]{2} \eta_q$ und diese Schranke erweist sich als identisch mit den in der Partikelphysik einmal spekulativ konzipierten sogenannten **Maximonen**, die jedoch nicht notwendig physikalisch reale Partikel zu sein brauchen, die zum c -oder d -Spektrum gehören; denn das eigentliche hypothetische Maximon $\sqrt{ch/\gamma}$ erscheint in den Spektren lediglich als Eichfaktor.

Ist $e_{\pm}$ die tatsächliche Elektronenladung, dann weist der theoretische Wert $\varepsilon_{\pm} \neq e_{\pm}$ darauf hin, daß es verschiedene Komponenten des Ladungsfeldes gibt, deren Wechselbeziehung eine Reduktion auf $e_{\pm}$ bedingt. Wird dies angenommen, dann könnte spekulativ unterstellt werden, daß das Potential V_{xy} der Wechselbeziehung solcher Ladungskomponenten e_x und e_y über die R_3 -Distanz r durch ein Zentralfeldgesetz $f(r)$ gemäß $V_{xy} = e_x e_y f(r)$ gegeben ist, wobei für hinreichend große Werte r dieses Zentralfeld $f \rightarrow -(4\pi\varepsilon_0 r)^{-1}$ annähert. Weiter könnte man annehmen, daß es ein reduziertes Ladungsfeld e_r für $q = 1$ gibt, so daß das Verhältnis der Energien eines d -Terms zum komplementären c -Term (gleiche Ziffer n) beschreibbar ist durch $E(n, 1):E(n) = V_{r,r}:V_{\varepsilon,\varepsilon}$. Nach der allgemein konzipierten Potentialbeziehung der Ladungsfeldkomponenten

$$V_{xy} = e_x e_y f(r) \quad (28)$$

spekulativer Art wäre dann $V_{rr}:V_{\varepsilon\varepsilon} = (e_r/\varepsilon_{\pm})^2$, während nach dem Energiematerieäquivalent $E(n, 1):E(n) = m(n, 1):m(n) = \eta_1 = \eta$ nach (27) und (27a) gilt. Zur Kürzung werde hier $\eta_1 = \eta$, also $\eta^4 \sqrt{4 + \pi^4} = \pi$ verwendet. Damit folgt dann für das reduzierte Ladungsfeld $e_r = \varepsilon_{\pm} \sqrt{\eta}$ und die Differenz könnte ebenso gut eine weitere Komponente $e_d = \varepsilon_{\pm} - e_r = \varepsilon_{\pm} (1 - \sqrt{\eta})$ liefern, wie das eventuell wirkende arithmetische Mittel $2e_w = \varepsilon_{\pm} + e_r = \varepsilon_{\pm} (1 + \sqrt{\eta})$, was zusammengefaßt wird in

$$\begin{aligned} e_r &= \varepsilon_{\pm} \sqrt{\eta}, & e_d &= \varepsilon_{\pm} (1 - \sqrt{\eta}), \\ 2e_w &= \varepsilon_{\pm} (1 + \sqrt{\eta}), & \eta^4 \sqrt{4 + \pi^4} &= \pi \end{aligned} \quad (28a).$$

Wegen $\eta < 1$ sind hier alle Komponenten $|e_x| < |\varepsilon_{\pm}|$. Kennzeichnet

$V_{ee} = e_{\pm}^2 f(r)$ nach (28) das aus dem Externbereich empirisch zugängliche elementare Ladungsfeld $e_{\pm}$, dann könnte der Zusammenhang $2V_{ee} = V_{rr} + V_{ww}$ als arithmetisches Mittel konzipiert werden, was $2e_{\pm}^2 = e_r^2 + e_w^2 = \frac{1}{4}(4\eta + (1 + \sqrt{\eta})^2)\varepsilon_{\pm}^2 = \frac{\varepsilon_{\pm}^2}{4}\vartheta$ nach (28a) mit der Kürzung $\vartheta = 5\eta + 2\sqrt{\eta} + 1$, also

$$4\pi^2 e_{\pm} = \pm 3\sqrt{2\vartheta\hbar/R_-}, \quad \vartheta = 5\eta + 2\sqrt{\eta} + 1 \quad (29)$$

für die meßbare elektrische Elementarladung ergibt. Hierin gehen η und ϑ allein auf π zurück. Einsetzen von $\hbar$ und R_- liefert einen Wert, der sehr gut mit dem empirischen Wert der Elektronenladung vergleichbar ist. Wird (29) in der quantenelektrodynamischen Beziehung $e_{\pm}^2 \sim \alpha$ substituiert, in welcher α die empirische Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante des Lichtes ist, dann ergibt sich für den theoretischen Wert α' dieser Feinstrukturkonstante der vorläufige Wert

$$(2\pi)^5 \alpha' = 9\vartheta \quad (29a)$$

Hier erscheint α' als allein von π bestimmt, also als eine kosmologische Konstante, was dem spektralanalytischen Befund hinsichtlich der Spektren weit entfernter extragalaktischer Spiralnebel entspricht. Allerdings liegt nach (29a) der theoretische numerische Wert mit $1/\alpha' = 137,038$ um ca. $+0,0015\%$ über dem wahren Meßwert $1/\alpha$, also außerhalb der Meßtoleranz, während $e_{\pm}$ einen numerischen theoretischen Wert nach (29) aufweist, der innerhalb der Meßtoleranz liegt. Diese Abweichung $1/\alpha'$ von $1/\alpha$ muß eine Ursache haben, die vorerst noch nicht ermittelt werden kann. Mit den in Band II dieser Schrift entwickelten Methoden wird jedoch eine Behebung dieser Diskrepanz aufgezeigt.

4. Kosmogonische Konsequenzen aus dem Begriff des Weltmetrons

Während der gemeinsamen Arbeit bei der Neufassung der vorliegenden Schrift und der vorangegangenen Erstellung des zweiten Bandes machte Herr Walter DRÖSCHER den Autor auf einige interessante Konsequenzen aufmerksam, die aus dem Begriff des Weltmetrons gezogen werden können. Im folgenden sollen diese Gedanken angeschlossen werden.

Einerseits entstanden die folgenden Ausführungen erst bei der Überarbeitung dieses Bandes, doch beziehen sie sich andererseits auf das Kosmologiekapitel V des Bandes II. Dieser Vorgriff ist deshalb möglich, weil beide Bände eine Einheit bilden, so daß Band II ohne das vorangegangene Studium dieses Bandes unlesbar bleibt. Der folgende Abschnitt kann also als vorweggenommene Ergänzung zu Kapitel V in Band II aufgefaßt werden.

In II, 4. wurde nach (14c) ein uneigentlicher Ausdruck

$$F = \lambda R_- = \frac{\gamma h}{2\omega c^2} (1 - R_-/\varsigma)^2 \quad \text{aus (11) und (14) entwickelt. In}$$

$F = \tau(1 - R_-/\varsigma)^2$ ist wegen $R_- > 0$ und $\varsigma < \infty$, also $R_-/\varsigma > 0$ wegen $M_0 > 0$, doch wird $F = \tau$ im Fall der Leerraumbedingung $M_0 = 0$ wegen $R_-/\varsigma = 0$, weil für $M_0 = 0$ auf jeden Fall $R_- = 0$ und $\varsigma \rightarrow \infty$ gilt. Es ist also $F < \tau$ für $M_0 > 0$ und $F = \tau$ für $M_0 = 0$. Da F eine Fläche ist, demonstriert dies die Wirkung von $\widehat{\square} = \widehat{\square}^x \neq \widehat{0}$; denn $\widehat{\square}$ deformiert $\tau = \text{const}$, was phänomenologisch durch $M_0 > 0$ ausgedrückt wird. Die Projektion der deformierten Flächendifferenz auf das nicht deformierte τ ist aber stets kleiner, was durch $F < \tau$ wegen $R_-/\varsigma > 0$ deutlich wird. Mit $l = \sqrt{\tau}$ und $l' = \sqrt{F}$ wäre also das metronische Maß der durch $\widehat{\square} \neq \widehat{0}$ bedingten Deformation $a = l'/l = 1 - R_-/\varsigma$, so daß $a \leq 1$ gilt. Andererseits muß a als Längenverhältnis positiv zählen, so daß immer

$1 - R_-/\varsigma \geq 0$ bleiben muß. Für a gilt daher das geschlossene Inter-

vall $0 \leq a \leq 1$, wobei $a = 0$ auch $F = 0$ zur Folge hat. $F = 0$ ist jedoch als maximale Wirkung von $\widehat{\square}$ anzusehen, weil in diesem Fall die metronische Deformation das Metron sozusagen «einrollt», so daß in der Projektion $F = 0$ wird. Die Bedingung $a = 0$ setzt mithin ein Extremum, nämlich $1 - (R_-/\varsigma)_{ext} = 0$, welches für M_0 zu einem Maximalwert $M_0 = M_{max}$ führt, der nicht überschritten werden kann. Das Intervall $0 \leq a \leq 1$ bedingt also $M_{max} \geq M_0 \geq 0$. Wird in $M_0 = Lm_0$ für $L = 1$ gesetzt, also nur ein ponderables Mq (Materiefeldquant) der Masse m_0 betrachtet, dann liefert die Extremalbedingung $a = 0$ eine Maximalmasse M eines ponderablen Mq , die von keinem anderen Term überschritten werden kann. Aus $a = 0$ folgt $R_-/\varsigma = 1$, das heißt, bei dieser Maximalmasse ist die untere Realitätsschranke mit der Grenze des attraktiven Gravitationsfeldes identisch, so daß M kein attraktives G -Feld in Distanzen $r > R_-$ hat.

Nach (12) wird $\varsigma \cdot Y_1$ exakt durch eine quadratische Gleichung beschrieben. Mit den Kürzungen $2m_0cA = h$, sowie $\gamma m_0^3 b = h^2$ und $2A\beta = 2A + b$ gilt für (12) als Lösungen der quadratischen Gleichung $\varsigma Y_1 = A\beta(1 \pm \sqrt{1 - 1/\beta^2})$, worin mit $Y_1 = 1$ im makromaren Bereich stets $2A \ll b$ und $\beta \gg 1$, also $1 - 1/\beta^2 \approx 1$ in sehr guter Näherung gilt. Für den negativen Zweig hätte dies aber $\varsigma \approx 0$ zur Folge. Diese Lösung kann ausgeschlossen werden, woraus folgt, daß nur der positive Zweig $\varsigma = A\beta(1 + \sqrt{1 - 1/\beta^2})$ in Betracht zu ziehen ist. Hier gilt makromar für $2A \ll b$ und $\beta \gg 1$ in der gleichen guten Näherung $\varsigma \approx 2A\beta = 2A + b \approx b$, was mit $\gamma m_0^3 b = h^2$ die Beziehungen (12a) und (12b) liefert. Mit $e\gamma m_0 \alpha = 2\omega c\varsigma$ gilt nach (14) für die untere Realitätsschranke eine ähnliche Beziehung, nämlich $R_- = \varsigma(1 + \alpha)(1 - \sqrt{1 - (1 + \alpha)^{-2}})$, welche mit $\alpha \gg 1$ in der Form $2\alpha R_- \approx \varsigma$ approximiert werden kann. Für $m_0 = M$ ergibt sich daher $1 = R_-/\varsigma \approx \frac{e\gamma M}{4\omega cb} = \frac{3e}{16} \frac{\gamma^2}{c^2 h^2} M^4$, wenn (14a) verwendet wird.³

In Bd. II., V., 3. beschreibt die kosmogonische Beziehung (37) implizit einen Zusammenhang zwischen der größtmöglichen Distanz D im physischen R_3 (also dem Durchmesser des Universums) und dem

3 Siehe S. 292

Metron τ aus (15). Diese Beziehung ist frei von irgendwelchen weiteren Naturkonstanten und wird nur durch reine Zahlen hergestellt. In $D(\tau)$ ist τ so enthalten, daß eine Differentiation nach dem Weltalter t die Möglichkeiten $\dot{D} \geq 0$ mit $\dot{t} \leq 0$ und $\dot{D} < 0$ mit $\dot{t} > 0$ eröffnet. Aus verschiedenen Indizien ist $\dot{D} = 0$ mit $\dot{t} = 0$ unmöglich, so daß mit einem dynamischen Universum zu rechnen ist. Aus anderen Indizien ergibt sich für die gegenwärtige R_4 -Phase der Welt $\dot{D} > 0$ mit $\dot{t} < 0$. Aus der durch (47) beschriebenen Beziehung für $t = 0$ des Weltenursprungs entwickelt sich das Universum dynamisch mit $\dot{D} > 0$ bis zu einer Maximaexpansion $D_{max} = A$ zur Zeit $t = \theta/2$, um dann in die kontraktive R_4 -Hemisphäre mit $\dot{D} < 0$ für $t > \theta/2$ überzugehen, bis nach Ablauf des Äons bei $t = \theta < \infty$ die eschatologische Struktur als Endereignis des R_4 erreicht wird, für welche ebenfalls (47) gilt.

Hat das Universum zu irgendeiner Zeit den Durchmesser D , dann wird hierdurch eine momentane Oberfläche πD^2 bestimmt. Nach (15a) sind jedoch alle Flächen ganzzahlige Vielfache des geodätisch begrenzten Metrons aus (15), so daß für diese Oberfläche $\pi D^2 = n\tau$ oder $D = \sqrt{n\tau/\pi}$ zu setzen ist. Mit $D(t)$ wird auch $n(t)$ eine Zeitfunktion, für welche wegen der Ganzzahligkeit stets $|\delta n| = 1$ gilt. Wird mit $D = \sqrt{n\tau/\pi}$ in (37) und (37a) substituiert, dann ergibt

$$\text{sich } \sqrt{3/2} f \left(\frac{\sqrt{n}}{4\sqrt{\pi}} f^3 \sqrt{3/2} - 1 \right)^2 = \sqrt{n/\pi} \text{ und}$$

$f^2(eD^2(E\sqrt{\pi n})^{-1} - 1) = (eD^2(E\sqrt{\pi n})^{-1})^{1/2}$, wenn $E = 1[m^2]$ die Einheitsfläche ist. Mit den weiteren Substitutionen $2w^2 = f(6n/\pi)^{1/6}$ und $a\sqrt{\pi} = 6\sqrt{\pi/6}$ sowie $q = a^3\sqrt{n}$ wird (37) zu $w^7 - w = \pm q$, wo aus den gleichen Gründen wie in (47) nur der positive Zweig $w^7 - w = q$ in Betracht zu ziehen ist. Für $t = 0$ wäre $n = 1$, was $q = a$ und $w = \eta$, also die Beziehung $\eta^7 - \eta = a$, also (47) zur Folge hat.

W. DRÖSCHER zeigte, daß die (47) ergänzende Substitution eine implizite quadratische Gleichung für D^2 ist, von der beide Lösungszweige auf die drei Lösungen η_j mit $j \leq 3$ anwendbar sind. Der positive Zweig liefert dabei die durch (48) und (48a) beschriebene kos-

mogonische Sphärentrinität, wogegen der negative Zweig ebenfalls zu einer reellen Sphärentrinität führt, für welche desgleichen numerische Werte in $[m]$ angebar sind. Werden diese Durchmesser mit d bezeichnet, dann ergeben sich für die Durchmesser in der betreffenden Maßeinheit $d_f = 0,17617186$, $d_m = 0,612679705$ und $d_p = 0,716602318$, wodurch (48) und (48a) zu ergänzen wäre.

Zur Lösung der Beziehung $w^7 - w = q$ für $n > 1$ kann in Analogie zu (47) eine Kurvendiskussion der ebenen Kurve $y(x) = x^7 - x - q$ durchgeführt werden, derart, daß $w^7 - w = q$ die Nullstellengleichung $y(w) = 0$ mit $x = w$ ist. Hierbei zeigt sich, daß für $n = 1$ tatsächlich drei reelle Nullstellen existieren, doch gibt es für alle $n > 1$ jeweils nur eine solche Nullstelle. Hinsichtlich der Aktualisierung in Richtung $n > 1$ bedeutet diese Eindeutigkeit, daß es für alle $n > 1$ nur ein Metron gibt, doch erfolgt eine dreifache Aktualisierung, deren Schritte jeweils durch ein Chronon getrennt sein können.

Zur Analyse dieser Aktualisierung wird (37) und (37a) mit $\pi D^2 = n\tau$ in die Fassung $w^7 - w = \pm q$ gebracht, in welcher analog zu (47) nur der positive Zweig verwendet wird, zumal nur dieser Zweig für $w = 1$ eine reelle positive Lösung liefert. Auch die Beziehung $w^7 - w - q = 0$ kann als Nullstellengleichung der ebenen Kurve $y(x) = x^7 - x - q$ für $x = w$, also $y(w) = 0$ aufgefaßt werden. Diese Nullstellen können dabei nach dem Newton'schen Näherungsverfahren ermittelt werden, wonach $\tilde{x} = x - (x^7 - x - q)(7x^6 - 1)^{-1}$ mit $q = a^3\sqrt{n}$ zu setzen ist. Mit der Substitution $Eu\sqrt{\pi n} = eD^2$ wird $4w^4 = {}^3\sqrt{6n/\pi}\sqrt{u}(u-1)^{-1}$ oder mit $4w^4A = {}^3\sqrt{6n/\pi}$ folgt als verkürzte Form $(u-1)^2 = uA^2$. Wird als weitere Kürzung $S = 1 + A^2/2$ eingeführt, dann ergeben sich für die beiden Lösungen der quadratischen Beziehung $u_{1,2} = S(1 \pm \sqrt{1 - 1/S^2})$. Wird $eC^2 = E\sqrt{\pi n}$ eingeführt, dann folgt $u = D/C$, also $u_{1,2} = D_{\pm}/C$ oder $D_{\pm} = S(1 \pm \sqrt{1 - 1/S^2})C$, so daß $D_+ = D$ und $D_- = d$ gilt. Ist $\alpha > 0$ eine natürliche Zahl und bezeichnet ϑ nach (35a) das Chronon, dann würde eine geschichtliche Entwicklung von $D(n)$ und $d(n)$ in zeitlichen Schritten $\alpha\vartheta$ durchaus den beiden Beziehungen $D_{\pm}(n) = S(1 \pm \sqrt{1 - 1/S^2})C$ genügen.

Unter einer Kardinalzahl m wird der beliebige Repräsentant M aus einer Klasse von untereinander äquivalenten Mengen verstanden. Sie wird im folgenden mit $m = |M|$ bezeichnet. Im Fall einer endlichen Menge gibt die Kardinalzahl die Anzahl der Mengenelemente an. Sind die Mengen M_k vorhanden, dann bilden diese Mengen einen Mengenkomplex $K(M_k)$, so daß hierdurch ein Kardinalzahlenkomplex $K(m_k) = |K(M_k)|$ definiert ist. Diese Definitionen der abstrakten Mengentheorie sollen im folgenden auf Untersuchungen hinsichtlich der zeitlichen Geschichtlichkeit von $n = 1$ nach $n > 1$ angewendet werden.

Zur Zeit $t = 0$ des Weltenursprungs existiert auf jeden Fall ein R_6 , der von $1 \leq k \leq 6$ metronisierten Koordinaten x_k aufgespannt wird. Mit einer Länge x_0 in $[m]$ besteht die Möglichkeit einer Normierung zu undimensionierten Bezugsgrößen $y_k = x_k/x_0$ m/m , für welche (wie für die x_k) wegen der aus (19) folgenden Hermetrieformen die Strukturierung $\{x_1, x_2, x_3\}, \{x_4\}, \{x_5, x_6\}$ in Übereinstimmung mit (3c) gilt. Dies bedeutet jedoch, daß es auch die hermetrischen Unterräume $R_m \subset R_6$ mit $m = 3, m = 1$ und $m = 2$ für $t = 0$ gibt. Bezeichnet die hochgestellte Indizierung (m) die Zugehörigkeit zu einem der R_m , dann sind die $y_k^{(m)}$ als Elemente $k = 4$ für $m = 1$, ferner $k = 5$ bzw. $k = 6$ für $m = 2$ und $k \leq 3$ für $m = 3$ vorhanden. In diesen R_m können mit den Einheitsvektoren $\bar{e}_k^{(m)}$ die Vektoren $\Delta x_k^{(m)} \bar{e}_k^{(m)}$ definiert werden, deren Norm durch $\left| y_k^{(m)} \bar{e}_k^{(m)} \right| = c$ ausdrückbar ist. Für das skalare Produkt solcher Vektoren im R_m folgt dann, wenn die Einheitsvektoren gemäß $\bar{e}_i^{(m)} \bar{e}_k^{(m)} = \delta_{ik}$ ein normiertes Orthogonalsystem bilden,

$$\Delta_{(m)} s^2 = \sum_{i,k=1}^3 (\Delta y_i^{(m)} \bar{e}_i^{(m)}) (\Delta y_k^{(m)} \bar{e}_k^{(m)}) = \sum_{k=1}^m (\Delta y_k^{(m)} \bar{e}_k^{(m)})^2 = m c^2.$$

Da die hermetrische Struktur des R_6 die drei hermetrischen Unterräume $m = 1, m = 2$ und $m = 3$ bedingt, liefert eine Summation

$$(\Delta s^2)_6 = \sum_{m=1}^3 m c^2 = 6 c^2. \text{ Ist } m \text{ die Menge aller dieser Vektoren}$$

$\Delta y_k^{(m)} \bar{e}_k^{(m)}$, dann kann ein Mengenkomplex $K = K(M_m)$ angegeben werden, wobei M_m jeweils die Vektormenge voneinander unabhängiger Vektoren in einem R_m ist. Dies bedeutet, daß auch ein Kardinalzahlenkomplex, nämlich $|K| = \{3; 2; 1\}$ im R_6 existiert.

Die R_6 -Struktur $(\Delta s^2)_6 = \sum_{m=1}^3 \Delta_{(m)} s^2$, dimensioniert in m^2/m^2 , wird allein durch den Kardinalzahlenkomplex $|K|$ bestimmt und kann daher auf $n = \pi D^2/\tau$ übertragen werden, wobei n ebenfalls in $[m^2/m^2]$ dimensioniert ist. Zunächst werde nun angenommen, daß n' in $D(n')$ oder $d(n')$ zwischen $n' = 1$ und $n' = 2$, bzw. $|\Delta n| = 1$ noch weiter teilbar ist, so daß für diese endliche ω -fache Teilung (also $\omega < \infty$) die Summation $\sum_{j=1}^{\omega} \alpha_j = |\Delta n| = 1$ geschrieben werden kann. Für diese endliche Folge kann auch

$\sum_{j=1}^{\omega} \alpha_j = \sum_{j=1}^{\omega} \beta_j^2$ gesetzt werden, wobei weder für ω noch für die in m/m dimensionierten β_j spezifische Annahmen gemacht worden sind. Es kann jedoch unterstellt werden, daß die β_j Komponenten eines ω -dimensionalen Vektors $\langle \beta_1, \dots, \beta_{\omega} \rangle$ sind. Hat dieses Schema eine innere Strukturierung, dann muß diese innere Struktur mit der des R_6 identisch sein, weil bei $t = 0$ der R_6 bereits existierte und eine andere Struktur nicht ersichtlich ist. Aus diesem Grunde ist der Kardinalzahlenkomplex $|K|$, der R_6 charakterisiert, auf den Folgenraum übertragbar, wenn $\omega = 6$ gesetzt wird. Wegen

$\sum_{j=1}^6 \beta_j^2 = 1$ folgt also $\beta_j^2 = 1/6$ und wegen $\{3; 2; 1\}$ für die

Folge $\sum_{j=1}^6 \beta_j^2 = (\beta_4^{(1)})^2 + [(\beta_5^{(2)})^2 + (\beta_6^{(2)})^2] + [(\beta_1^{(3)})^2 + (\beta_2^{(3)})^2 +$

$+(\beta_3^{(3)})^2] = 1/6 + 2/6 + 3/6$. In Analogie zu $(\Delta s^2)_6 = \sum_{m=1}^3 \Delta_{(m)} s^2$

kann daher $\Delta n'_1 = 1/6$ sowie $\Delta n'_2 = 2/6$ und $\Delta n'_3 = 3/6$ gesetzt werden. Weil $n' = n'(t)$ ist, ergeben sich für n' nacheinander

$1, 1 + 3/6, 1 + 3/6 + 2/6$ und $1 + 3/6 + 2/6 + 1/6$ in einer zeitlichen Folge. Die durch $\{3;2;1\}$ bedingte Reihenfolge $3/6, 2/6$ und $1/6$ bedeutet, daß nach dem letzten Schritt das Nullemement $0 \cdot 1/6$ folgt, so daß kein Element $|\Delta n'| < 1$ folgen kann.

Nach (3d) ist neben dem R_6 noch ein R_{12} möglich, doch kommt es wegen (4b) zur automatischen Rücktransformation $R_{12} \rightarrow R_6$. Nimmt man im Intervall $1 \leq n' \leq 3$ wiederum eine Teilung an, dann zeigt sich, daß wegen $R_{12} \rightarrow R_6$ in der Summe $\Sigma \alpha_j$ nur $\Sigma \alpha_j = 1/6 + 1/6 + \dots + 1/6$ erscheint. Demnach ergeben sich für $n'(t)$ die charakteristischen Zeitpunkte $n_0 = 1, n_1 = 1 + 3/6, n_2 = 1 + 3/6 + 2/6, n_3 = 1 + 3/6 + 2/6 + 1/6$ und $n_4 = 1 + 3/6 + 2/6 + 1/6 + 1 = n_3 + 1$. Es ist also mit $n = 3$ eine erste Entwicklungsstufe von $D(n)$ und $d(n)$ abgeschlossen. Mit den charakteristischen Zeitpunkten n_0 bis n_4 sollen nunmehr $D(n' = 1), D(n' = 9/6), D(n' = 11/6), D(n' = 12/6), D(n' = 18/6)$ und analog $d(n' = 1), \dots, d(n' = 18/6)$ untersucht werden. Dabei zeigt sich, daß für $D(n' = 1) \rightarrow D(n' = 9/6)$ noch drei reelle Lösungen D_k mit $1 \leq k \leq 3$ in der Form $D_1 < D_2 < D_3$ existieren. Für

$D(n' = 9/6) \rightarrow D(n' = 11/6)$ fallen in sehr guter Näherung (Fehlerabweichung $\Delta n' \approx 2 \cdot 10^{-3}$) die Durchmesser D_2 und D_3 zusammen.

Es ist also $D_2(n' \approx 11/6) = D_3(n' \approx 11/6)$, wogegen für

$D(n' = 12/6)$ nur noch D_1 übrigbleibt, weil D_2 und D_3 komplex werden. Betrachtet man die Elemente D_k , dann zeigt sich, daß diese Elemente einen Mengenkomplex $K = \{M_3, M_2, M_1\}$ mit

$M_1 = \{D_1(n' = 9/6), D_2(n' = 9/6), D_3(n' = 9/6)\},$

$M_2 = \{D_1(n' = 11/6), D_2(n' = 11/6)\}$ und

$M_1 = \{D_1(n' = 12/6)\}$ bilden, der wiederum den Kardinalzahlenkomplex $|K| = \{3;2;1\}$ liefert. Im Fall $n' = 3$ gilt numerisch wegen $D_1(n' = 1) = 0,9099179792$ und $d_1(n' = 1) = 0,716602317$ der Sachverhalt $d_1(n' = 3) = 0,9072208297 \approx D_1(n' = 1)$, das heißt, $D_1(n' = 1)$ wird von d_1 für $n' > 1$ erreicht und überschritten.

Aus diesen Untersuchungen folgt, daß $w^7 - w = q$ für $n = 1$ wegen $w(1) = \eta$ und $q(1) = a$ in (47) übergeht, wofür es die drei Lösungen η_k gibt. Diese Lösungen enthalten D implizit im Sinne quadrati-

scher Gleichungen, deren positive Zweige D_k sowie als negative Zweige $d_k \neq D_k$ liefern. Für alle $n > 1$ hat $w^7 - w = q$ nur eine einzige Lösung, doch erfolgt die Aktualisierung der Trinität T_k in drei zeitlichen Schritten, was (53) begründet.

Während des zeitlichen Definitionsintervalls

$0 \leq t \leq \theta \approx 5,5 \cdot 10^{117} [s]$ (nach Bd. II, V., 6. gelten mit Sicherheit einige fundamentale Symmetriegruppen. Ist $t = T \ll \theta/2$ das momentane Weltalter $T \approx 1,72 \cdot 10^{115} [s]$, dann muß sich die Kosmogonie der Materie im Intervall $0 < t < T$ vollzogen haben. Offenbar gilt vor dem Termin $T_1 < T$ einer Kosmogonie der Materie irgendeine globale Symmetriegruppe, die nicht gebrochen werden kann, solange $\tau(t) > 0$ hinreichend groß ist. Da $\dot{\tau} < 0$ für $\dot{D} > 0$ gilt, fällt τ mit dem Weltalter ab, bis $\tau_1 = \tau(T_1) < \tau(t < T_1)$ erreicht wird. Möglicherweise wäre denkbar, daß bei τ_1 ein Bruch einer Symmetriegruppe die Kosmogonie der Materie bei $t = T_1$ einleitet.

Für die gegenwärtigen Werte kann unter Verwendung der momentanen Naturkonstanten aus (15) für $\tau_T = \tau(T) \approx 6,15 \cdot 10^{-70} [m^2]$, sowie $D_T = D(T) \approx 6,03 \cdot 10^{125} [m]$ und

$n_T = n(T) = \pi D_T^2 / \tau_T \approx 1,86 \cdot 10^{321}$ gesetzt werden. Während des Intervalls $0 \leq t < T_1$ ist der R_3 völlig frei von Materie, wogegen im Intervall $T_1 \leq t' \leq T$ Materie im Universum existiert. Zwar fehlen vorerst noch Kriterien zur Bestimmung von τ_1 und damit von T_1 , doch kann auf jeden Fall $T - T_1 \ll T$ angenommen werden. Gewisse Indizien empirischer Art legen für dieses Intervall einige 10^{10} Jahre, also möglicherweise ca. $10^{18} [s]$ nahe. Dies würde immerhin noch $T/(T - T_1) \approx 10^{97}$ bedeuten, das heißt, $T - T_1$ ist überaus klein i. b. auf das gegenwärtige Weltalter T . Für das Intervall $T_1 \leq t' \leq T$ ist daher nach Bd. II., V., 6. trotz der sehr hohen, aber abfallenden Werte von $\dot{D}, \dot{\tau}$ und $\dot{n}$ in $T - T_1$ in sehr guter Näherung $(D(T) - D(T_1))/(T - T_1) = \delta D / \delta t' \approx 0$ sowie $(\tau(T) - \tau(T_1))/(T - T_1) = \delta \tau / \delta t' \approx 0$ und $(n(T) - n(T_1))/(T - T_1) = \delta n / \delta t' \approx 0$, also $\dot{D} \approx 0, \dot{\tau} \approx 0$ und $\dot{n} \approx 0$ erfüllt. Demnach kann das Universum in $T_1 \leq t' \leq T$ als quasistatisch und wegen $D_T \gg 2R_H$ (Hubbleradius) als quasiunendlich auf-

gefaßt werden. Der Symmetriebruch bei $t = T_1$ legt den Gedanken nahe, daß zunächst elektrisch neutrale Maximonen $m_M = m(1,0) = \mu \cdot 4\sqrt{2}$ mit dem Eichfaktor (Planck'sche Masse) μ entstehen. Diese zerfallen zu Kaskaden aus Mesonen und Baryonen, was für die Kosmogonie der Materie zur Zeit $t = T_1$ als Metapher das Bild eines «inflationären» Universums nahelegt.

Um den Termin T_1 kann mit Δt eine Umgebung $T_1 \pm \Delta t$ abgegrenzt werden, so daß $T_1 - \Delta t$ in $0 \leq t < T_1$, aber $T_1 + \Delta t$ in $T_1 < t' \leq T$ liegt. Annäherung von $t \rightarrow T_1$ von $T_1 - \Delta t$ bedingt mit dem metronischen Linienelement $\delta s = \delta s_0 = \sqrt{\tau}$ wegen $\dot{t} \approx 0$ auch $d(\delta s)/dt = 0$. Wird diese Annäherung $t = t' \rightarrow T_1$ dagegen aus $T_1 + \Delta t$ durchgeführt, dann wäre hier $\delta s = \delta s_1 = \sqrt{\tau}(1 - R_-/\zeta)$, also mit $t = t' \rightarrow T_1$ nicht mehr zeitlich konstant, d. h., $d(\delta s)/dt \neq 0$, weil als Folge der materiellen Genese $M(t') \neq 0$ ist. Dieser sich hinsichtlich T_1 ergebende Widerspruch wird aufgehoben, wenn ein weiteres metronisches Längenelement $\delta s_2 = \sqrt{\tau}(1 + R_-/\zeta)$ eingeführt wird, weil dann $\delta s = \delta s_1 + \delta s_2 = 2\delta s_0$, also $d(\delta s)/dt = 0$ wird.

Zur Kürzung werde die Konstante $4\omega ch^2\alpha = e\gamma^2$ und $A = M^4$ eingeführt, denn dann wird $\delta s_{1,2} = \sqrt{\tau}(1 \pm \alpha A)$.

Nach (27) und (27a) erscheint es außerordentlich wahrscheinlich, daß als Folge des Bruches der globalen Symmetriegruppe bei $\tau_1 = \tau(T_1)$ Terme $m(1,0) = m_M$ entstehen, so daß auf jeden Fall $A(T_1) = m_M^4$ gilt, die nach einer Zeit $\delta t'$ (wahrscheinlich sehr kurzfristig) in eine Kaskade aus $\nu > 1$ Elementarstrukturen der Materie der mittleren Masse m_0 gemäß $m_M \rightarrow \nu m_0$ zerfallen. Da die $m_0 \ll m_M$ sind, gilt für ζ nach (12a) die Beziehung $Y_1 = 1$ praktisch exakt. Zum Zeitpunkt $t'' = T_1 + \delta t'$ gilt also $A(t'') = \nu m_0^4$, so daß für $t' \gg t''$ insgesamt $L \gg \nu$ Elementarmassen m_0 die Masse $M_1 = Lm_0$ zusammensetzen, so daß $A(t') = M_1 m_0^3 = Lm_0^4$ und $\delta s_{1,2} = \delta s_0(1 \pm \alpha A(t'))$ gilt. Hier sind die metronischen Längenelemente δs_1 und δs_2 Mittelwerte, die im gesamten Universum gelten und von der R_3 -Lage unabhängig sind. Auch erscheinen diese Elemente als Zeitfunktionen im Intervall $T_1 \leq t' \leq T$, was allein auf A zurückgeht.

Die Elemente $\delta s_0, \delta s_1$ und δs_2 sind in das R_3 -Volumen vom Durchmesser $D(t') \approx 10^{125} [m]$ eingebettet und können als Compton-Wellenlängen im submikromaren Bereich aufgefaßt werden, die dem Quantendualismus entsprechend den Energiemassen umgekehrt proportional sind, so daß $M'_p \delta s_0 = M'_1 \delta s_1 = M'_2 \delta s_2 = h/c$ gesetzt werden kann. Dies ist deshalb möglich, weil die $\delta s_{1,2} \neq \delta s_0$ ein phänomenologisches Maß für $\widehat{\Gamma} \neq \widehat{Q}$ also $\bar{\lambda} \neq \bar{0}$ nach (19) darstellen. Es könnte also vermutet werden, daß die $\delta s_{1,2}$ als Wellenlängen in irgendeinem Zusammenhang mit den spekulativ konzipierten virtuellen X -Bosonen stehen, die nach T_1 erscheinen. Mit $u = \alpha A(t')$ wird dann $\delta s_{1,2} = \delta s_0(1 \pm u)$ und M'_1 bildet mit M'_2 die Gesamtmasse $M'_g = M'_1 + M'_2 = (1/\delta s_1 + 1/\delta s_2)h/c = 2M'_p(1 - u^2)^{-1}$.⁴ Für $Lm_0 = 0$ wird hierin $u = 0$, so daß $\underline{M}' = M'_g(u = 0) = 2M'_p$ das Äquivalent einer Hintergrundenergie ist, die vom Weltalter in $T_1 \leq t' \leq T$ weitgehend unabhängig ist. Der Hintergrundenergie überlagert gibt es ein aktives energetisches Äquivalent potentieller Art, M'_v , wodurch das Energieprinzip (a) in der Form $M'_v + \underline{M}' = M'_g$ erfüllt wird. Hieraus folgt unmittelbar $M'_v = M'_g - \underline{M}' = 2M'_p u^2(1 - u^2)^{-1}$. Für $M'_g = M'_1 + M'_2$ führt W. DRÖSCHER das Modell einer zwischen zwei Halterungen aufgespannten Feder an. Wird die Feder verschoben, dann wird stets der eine Teil zusammengedrückt und der andere Teil gedehnt. Handelt es sich bei der Verschiebung um den Mittelpunkt der Feder, dann entsprechen den beiden Federenergien M'_1 und M'_2 , während bei Gleichheit dieser Energien nur noch als Analogon der Hintergrund $\underline{M}'$ übrigbleibt. Die Differentiation von M'_v nach u liefert $dM'_v = 4M'_p u(1 - u^2)^{-2} du$ oder $(dM'_v)/M'_v = 2(1 - u^2)^{-1} du/u$. Diese Beziehung zeigt, daß bei hinreichend kleinen Werten $1 - u^2$ erhebliche Energien umgesetzt werden können, wenn es zu einer Änderung von u kommt. Da M'_v einer potentiellen Energie entspricht, gibt es für die freigesetzte Energie, die durch die Änderung von u zustandekommt, welche letztlich auf $m_0 = m_0(t')$ zurückgeht, nur zwei Möglichkeiten:

I) Es werden metronische Längenelemente $\delta s_1(m_0)$ und $\delta s_2(m_0)$ ge-

4 Siehe S. 292

bildet, indem die freiwerdende potentielle Energie auf $\delta s_0(m_0 = 0)$ wegen $m(\tau) = \text{const}$ aufgeteilt wird, d. h., es werden «masselose» Elemente δs_0 hinzugezogen. Für erstere gilt weiterhin

$$\delta s_1 + \delta s_2 = 2\delta s_0.$$

II) Es ist $dM'_v = 0$, was $du = 0$, also $u = \text{const}$ bedingt. Ist $M_1 = Lm_0$, also $A = M_1 m_0^3$, dann wäre im Fall II) stets $A = \text{const}$ hinsichtlich t' . Ist $t'' > t'$, dann drückt sich diese Konstanz aus in $A(t') = A(t'')$ oder $M_1(t') = M_1(t'')(m_0(t'')/m_0(t'))^3$, wobei $m_0(t') > m_0(t'')$ ist, wenn mit wachsendem Weltalter schwerere Mq in leichtere zerfallen. Zwar werden im Fall II) ebenfalls Mq erzeugt, doch ist dieser Energiebetrag gering im Vergleich mit I). Der Fall II) mit $A(t') = \text{const}$ könnte als der stationäre Zustand nach der Kosmogonie der Materie aufgefaßt werden.

Wegen $m_0(t') > m_0(t'')$ für $t' < t''$ wird ständig Energiemasse aus dem Vakuum generiert, die dem Potential M'_v entnommen wird. Dabei kommt es zu einem geringfügigen Ausgleichsprozeß $\delta s_{1,2} \rightarrow \delta s_0$, doch kann sich $u = \alpha A$ nur bis zu einem gewissen Grenzwert verändern. Offensichtlich wird die atomare Struktur der Materie nach Bd. II., VII., 3. von den invarianten Grundmustern e^- und dem Nukleonendublett p, n (Nuklidstruktur) bestimmt. Für die Massen gilt (numerisch) $m_p \approx m_n \gg m_e$, so daß als Nukleonenmasse $2m_N = m_p + m_n$ gesetzt werden kann, die als eigentliches Massenelement der ponderablen Materie zu werten ist. Nach (99) gibt es in jedem ponderablen Mq stets $k + 1$ quasikorpuskuläre Subkonstituenten als kleinste quantisierte Massen. Auf jeden dieser Konstituenten entfällt dann der mittlere Anteil $m_a = m_N/(k + 1)$, wobei wegen des baryonischen Charakters von p und n für $k = 2$, also $m_a = m_N/3$ zu setzen ist. Dies bedingt, da die Masse m_a durch M'_v erzeugt wird, $M'_v \geq m_a$, also $2M'_p \frac{u^2}{1 - u^2} \geq m_a$, weil $M'_v(1 - u^2) = 2M'_p u^2$ gilt. Mit $2M'_p = \underline{M}'$ wird daher, weil $u^2 \ll 1$ ist, $u^2 \geq m_a/\underline{M}'$ oder numerisch wegen $m_a/\underline{M}' \approx 4 \cdot 10^{-18}$ auch $u \geq 2 \cdot 10^{-9}$. Mit $u = \alpha A$ und $A = M_1 m_0^3$ wird für $t' = T$ gegenwärtig $M_1 \geq 2 \cdot 10^{-9}/(\alpha m_0^3) = M_G$, woraus sich mit $4\omega ch^2 \alpha = e\gamma^2$ und $m_0 = m_N$ numerisch $M_G \approx 0,78 \cdot 10^{42} \text{ kg}$

ergibt, so daß M_G mit der mittleren empirischen Masse einer Galaxis identisch ist. Wenn also gegenwärtig elementare Massen $m_0(t' = T)$ aus dem Vakuum erzeugt werden sollen, dann muß wegen $M_1 \geq M_G$ mindestens die Masse einer Galaxis M_g vorhanden sein, wenn $m_a \approx m_N/3$ nach (99) angenommen wird.

Z. Zt. $t = T_1$ mit $\tau_1 = \tau(T_1)$ entsteht $m_M = \mu^4 \sqrt{2}$ nach (27a) mit $\delta s_1 \ll \delta s_0$, doch kommt es äußerst kurzfristig zum Zerfall $m_M \rightarrow \nu m_0$, was mit $A(t') = M_1 m_0^3$ zu $u = \alpha A < 1$ führt, wobei $M'_v = 2M'_p u^2 (1 - u^2)^{-1} \approx 2M'_p (1 - u^2)^{-1}$ sehr groß ist. Wegen $M'_v > \underline{M}'$ und $A(t') = A(t'')$ mit $t'' > t'$ und $m_0(t') > m_0(t'')$ wird aus dem energetischen Überschuß $M'_v > \underline{M}'$ Masse aus dem Vakuum erzeugt, wobei $u > u_1 = \text{const}$ ist. Wird eine mittlere Mq -Masse von ca. $10^{15} [GeV]$ erreicht, dann zerfallen offensichtlich die X -Bosonen derart schnell, daß nicht genug erzeugte Materie nachgeliefert werden kann. Dies bedeutet, daß eine aus M'_v stammende Vakuumenergie spontan freigesetzt wird. Anschließend kann es zu einer Kompensation dieser Vakuumenergie durch Bildung von $\delta s_{1,2}$ -Elementen kommen, wodurch $u \approx u_1$ den neuen Wert $u \approx u_2$ annimmt, so daß der «Inflationsprozeß» durch $u_1 \rightarrow u_2$ beschrieben wird. In der Folgezeit bleibt $u = u_2 = \text{const}$ bis $m_0 = m_a = m_N/3$ erreicht ist. Wegen $u = \text{const}$ wäre also m_M^4 mit $M_1 m_a^3$ vergleichbar. Da aber während der inflationären Phase $u_1 \rightarrow u_2$ erfolgt, gilt für den gegenwärtigen Wert in grober Näherung $M_1(T) \approx m_M (m_M/m_a)^3$, sofern sich die Werte von u_1 und u_2 nicht zu stark voneinander unterscheiden. Das Element δs_2 nähert sich während dieses Prozesses gemäß $\delta s_2 \rightarrow h/(cm_M)$ der Compton-Wellenlänge der oberen Schranke $m_M = m(1,0) = \mu^4 \sqrt{2}$ aus (27a), während andererseits $\delta s_2 \rightarrow \delta s_0 (1 + u_2)$ für $u_1 \rightarrow u_2$ gilt. Im Vergleich folgt wegen $\mu^2 = ch/\gamma$ die Beziehung $(\sqrt{\gamma h/c^3})/4\sqrt{2} = \sqrt{\gamma h/c^3} (1 + u_2) \sqrt{3/8}$ oder $u_2 = 2^4 \sqrt{2}/\sqrt{3} - 1 \approx 0,373$. Für $t' = T$ gilt andererseits $u_2 = \alpha A(T)$ mit $A(T) = M_1(T) m_a^3$, also $M_1(T) m_a^3 = u_2/\alpha$. Mit $3\omega = 4c$ gilt für den Faktor $1/\alpha = \frac{16}{3e} c^2 h^2 / \gamma^2 \approx 2\mu^4$, so daß sich für die gegenwärtige Masse der Wert $M_1(T) = 2u_2 \mu (\mu/m_a)^3$ ergibt.

Einsetzen der numerischen Werte für $\mu, m_a = m_N/3$ sowie $u_2 = 0,373$ ergibt für diese Masse $M_1(T) \approx 3,8074 \cdot 10^{52} \text{ kg}$. Würde $M_1(T) = M$ als Massenpunkt angenommen werden, dann wäre hierfür y_k nach (46) der optische Radius, so daß in diesem Volumen $3V_k = 4\pi y_k^3$ für eine fiktive Massendichte $4\pi y_k^3 s = 3M$ geschrieben werden kann. Dies bedingt nach (45a) die Rotverschiebungskonstante $H_k^2 = \pi e \gamma s$ und den optischen Radius

$y_k = c/H_k = 2cy_k\sqrt{y_k}/\sqrt{3e\gamma M}$ oder $4c^2y_k = 3e\gamma M$. Mit großer Wahrscheinlichkeit gilt für den Radius R des Volumens der Materiekosmogonie $R = 2y_k$, wenn eine Gleichverteilung der Materie nunmehr vorausgesetzt wird, also $2c^2R = 3e\gamma M$, was für die mittlere reale Massendichte $4\pi R^3\sigma = 3M$ und für die Rotverschiebungskonstante $H = \sqrt{\pi e \gamma \sigma}$, bzw. für den optischen Radius $Y = c/H$ bedeutet. Die sich aus $M \approx 3,8074 \cdot 10^{52} \text{ kg}$ ergebenden numerischen Werte sind $R = 1,15249 \cdot 10^{26} \text{ m} \approx 13,409 \cdot 10^9 \text{ al}$, sowie $\sigma \approx 5,93783 \cdot 10^{-27} \text{ kg m}^{-3}$, ferner

$H \approx 1,839367 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1} \triangleq 56,691 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ und

$Y \approx 1,629868 \cdot 10^{26} \text{ m} \approx 17,24 \cdot 10^9 \text{ al}$. Diese Werte sind sehr gut mit den astrophysikalischen Daten vergleichbar, so daß der Hubble-Radius durch den Radius des Bereiches der Materiekosmogonie

$R_H = R$ zu interpretieren ist.

Da $2\mu^4 = Mm_0^3$ allgemein gilt und M in guter Näherung der Masse des beobachtbaren Universums entspricht, muß angenommen werden, daß zumindest in $4\pi R^3/3$ zur Zeit $T_1 < T$ die Kosmogonie der Materie mit nur einem Maximon $m(1,0) = \mu \cdot 4\sqrt{2}$ begonnen hat, welches eine große Zahl metronischer Elemente $\delta s_{1,2}$ durch $\square \neq \hat{0}$ erzeugte, wodurch der inflationäre Prozeß zumindest in $4\pi R^3/3$ ausgelöst wurde. Mithin nahm dieser Prozeß seinen Ausgang von einem sehr kleinen metronischen Volumenelement, um sich lawinenartig auszubreiten.

Mit $d' = 2R$ wird das Volumen $V' = \pi d'^3/6$ impliziert vom optischen Volumen V des Durchmessers $d_0 = 2Y > d'$, innerhalb dessen nach (46) optische Signale als Folge von (11) empfangen werden können. Da für das Volumenverhältnis $(d_0/d')^3 \approx 2,83$ gilt, ist

$\pi d^3/6 < \pi d_0^3/6$ als die Einheit eines optischen Universums aufzufassen. Tatsächlich ist jedoch nach (37b) für das gesamte Universum $D \gg d_0$ mit dem Volumenverhältnis $(D/d_0)^3 \approx 6,33 \cdot 10^{297}$ vorgegeben, so daß sich die Frage ergibt, ob der große Bereich $d_0 < D_s < D$ noch durch irgendeine Distanz D_s strukturiert ist, zumal die Bedingung $\tau(t < T_1) > \tau(T_1) \approx \tau(t' > T_1)$ zur Zeit T_1 im gesamten Volumen $\pi D_1^3/6 \approx \pi D^3/6$ des ganzen Universums gleichermaßen erfüllt war.

Wird in (37a) mit $\pi E x^2 = e D \sqrt{\tau}$ substituiert, dann ergibt sich die Wurzelbeziehung $f^2(x-1) = \sqrt{x}$, aus welcher $D\sqrt{\tau}$ bestimmt werden kann, wenn f bekannt ist. Da nach (37b) zumindest D_T und τ_T nach (15) für den gegenwärtigen R_3 -Zustand bekannt sind, kann damit f numerisch ermittelt werden, weil $(x-1)f^2 = \sqrt{x}$ auch für $x = x_T$ gelten muß. Aus (37b) und (15) ergibt sich

$\sqrt{\tau_T} = 2,4805402 \cdot 10^{-35} [m]$ und $D_T = 6,0258086 \cdot 10^{125} [m]$. Quadratisierung von $(x-1)f^2 = \sqrt{x}$ liefert eine quadratische Gleichung $x^2 - 2x - x/f^4 = -1$, deren Lösungen x_1 und x_2 reell sind. Wegen der Darstellung als Nullstellenpolynom gilt

$(x-1)^2 - x/f^4 = (x-x_1)(x-x_2) = x^2 - x(x_1+x_2) + x_1x_2 = x^2 - x(2+1/f^4) + 1 = 0$, wobei der Koeffizientenvergleich die einfache Beziehung $x_1x_2 = 1$ liefert. Setzt man $x_1^2 \sim D\sqrt{\tau}$ aber $x_2^2 \sim D'\sqrt{\tau'}$, dann wird diese Beziehung zu $DD'\sqrt{\tau\tau'} = (\pi E/e)^2$.

Ist $\sqrt{\tau}$ vorgegeben, dann folgt daraus nach (37b) der zugehörige Wert D , so daß damit f nach (37a) festliegt. Dieser Wert f gilt in $(x-1)^2f^4 = x$ für beide Lösungen, also für $D\sqrt{\tau}$ und $D'\sqrt{\tau'}$, was $f = f'$ zur Folge hat. Wird dies in (37) mit $\pi D^2 = n\tau$ eingesetzt, dann folgt $(\sqrt{n/\pi} \cdot \sqrt{3/2} \cdot f^3/4 - 1)^2 = 1/f \cdot \sqrt{2/3} \cdot \sqrt{n/\pi}$. Mit den Kürzungen $4a\sqrt{2\pi} = f^3\sqrt{3}$ und $fb\sqrt{3\pi} = \sqrt{2}$ sowie $g = \sqrt{n}$ wird diese Beziehung zu $(ag-1)^2 = bg$. Wird die weitere Kürzung $c = 2a+b$ verwendet, dann ergeben sich für die mit $(\pm)$ indizierten Lösungen dieser quadratischen Gleichung $2a^2g_{\pm} = c(1 \pm \sqrt{1 - (2a/c)^2})$. Wegen $0 < f \ll 1$ für $n > 1$ ist $0 < a \ll 1 \ll b$, woraus $0 < g_- < 1$ folgt. Da für alle $n \geq 1$ gilt, ist der negative Zweig nicht relevant, so daß eindeutig $2a^2\sqrt{n} = c(1 + \sqrt{1 - (2a/c)^2})$ gesetzt werden muß. Andererseits gilt für die Lösungen $x_{1,2}$ die Proportionalität $x_1^2 \sim D\sqrt{\tau}$ und

$x_2^2 \sim D'\sqrt{\tau'}$, sowie $\sqrt{n} = \sqrt{\pi}D/\sqrt{\tau}$ und $\sqrt{n'} = \sqrt{\pi}D'/\sqrt{\tau'}$. Wegen $f=f'$ ist auch $a=a'$ sowie $b=b'$ und $c=c'$, das heißt, für n' liefert die quadratische Gleichung dieselbe Lösung, was im Vergleich $\sqrt{n} = \sqrt{n'}$ ergibt. Wird hierin mit $\pi D^2 = n\tau$ substituiert, dann ergibt sich das einfache Theorem $D\sqrt{\tau'} = D'\sqrt{\tau}$ oder $D/\sqrt{\tau} = \beta = \text{const}$ in bezug auf die Lösungen.

Ist $n = 1$, dann liefert (37) in der Form $w^7 - w = q$ die Beziehung (47), deren Lösungen die beiden Sphärentrinitäten D_{pmf} und d_{pmf} sind. Verwendet man die Indizierungen j in $1 \leq j \leq 3$ und wird die Zuordnung $D_1 = D_f, D_2 = D_m, D_3 = D_p$ sowie $d_1 = d_f, d_2 = d_m, d_3 = d_p$ getroffen, dann ergibt sich für alle j die Beziehung $D_j d_j = D_0^2 = \text{const}$.

Ist $n > 1$, dann kann zunächst $\beta = D/\sqrt{\tau} = \text{const}$ aus D_T nach (37b) und $\sqrt{\tau_T}$ nach (15) zu $\beta = D_T/\sqrt{\tau_T}$ ermittelt werden, was in (37) mit $D_T\sqrt{\tau'} = D'\sqrt{\tau_T}$ die numerischen Werte $\sqrt{\tau'} = 1,9179639 \cdot 10^{-126}[m]$ und $D' = 0,465918 \cdot 10^{35}[m]$ ergibt.

Der Durchmesser $D' < D = D_T$ ist zwar wesentlich kleiner als D , doch gilt andererseits $D' > 2Y = d_0$ als Einheit des optischen Universums. Mithin genügt $D' = D_s$ den Anforderungen einer möglichen Substrukturierung des R_3 . Dem Volumenverhältnis entsprechend könnten in $\pi D_s^3/6$ insgesamt $(D_s/d_0)^3 \approx 2,92 \cdot 10^{24}$ optische Universen zu einem Subuniversum strukturiert werden. Von diesen Subuniversen strukturieren wiederum $(D/D_s)^3 \approx 2,163 \cdot 10^{273}$ das Volumen $\pi D^3/6$ des momentanen R_3 als Gesamtuniversum. In $\pi D_s^3/6$ führen die optischen Universen mit Sicherheit räumliche Relativbewegungen aus, so daß die Möglichkeit besteht, daß sich zwei benachbarte optische Universen mit ihrer Relativgeschwindigkeit partiell durchdringen. Ein Beobachter in einem solchen Universum müßte dann über einen großen Raumbereich einen Galaxienstrom beobachten, dessen Bewegungsrichtung die Relativbewegung des partiell zum Schnitt gekommenen benachbarten optischen Universums wiedergibt. Es könnte die Möglichkeit bestehen, daß ein solches Phänomen im bekannten physischen Universum beobachtbar ist.

Der Faktor $\sqrt{\tau'} = \delta$ aus der Lösung x_2 kann als ein Maß minimaler Kondensation $\widehat{\square}_{min} \neq \widehat{0}$ aufgefaßt werden, dem eine minimale ponderable Masse entspricht. Nach dem Termin $T_1 < T$ gilt im Universum $\delta s = \delta s_1 + \delta s_2 = 2\delta s_0 = 2\sqrt{\tau}$, also mit

$$\underline{\delta s} = \delta s - \delta = 2\sqrt{\tau} - \delta = 2\sqrt{\tau}\left(1 - \frac{\delta}{2\sqrt{\tau}}\right). \text{ Andererseits gilt}$$

$\delta s_1 = \delta s_0(1 - \alpha m_{min}^4)$, während $2\delta s_1 \rightarrow 2\delta s_0$ für $m_{min} \rightarrow 0$ gilt. Es kann nun $2\delta s_1$ mit $\underline{\delta s}$ verglichen werden, was $2\alpha m_{min}^4 = \sqrt{\tau'}/\tau$ und mit $1/\alpha = 2\mu^4$ die Bestimmungsgleichung $m_{min}^4 = \mu^4 \sqrt{\tau'}/\tau$ für m_{min} liefert. Einsetzen von $\sqrt{\tau'}$ der Lösung x_2 und $\tau = \tau_T$ aus (15)

führt zu dem numerischen Wert $9,0986728 \cdot 10^{-31} [kg]$. Dieser Wert deckt sich praktisch mit der in (32) wiedergegebenen unteren Schranke des Spektrums elektrisch neutraler Partikel, zumal in m_{min} die elektrisch neutrale Maximonenmasse $\mu^4 \sqrt{2} = m(1,0)$ nach (27a) neben dem dimensionslosen Faktor $\sqrt{\tau'}/\tau$ allein den numerischen Wert bestimmt. Nach der Quantenelektrodynamik kommt einem elektrischen Ladungsfeld der Massenanteil $\Delta = \frac{\alpha' m}{2\pi} + m\varepsilon$ zu, worin α'

die Feinstrukturkonstante des Lichtes ist. Demnach wäre empirisch

$m_e = m_{min} + \Delta = m_{min}\left(1 + \frac{\alpha'}{2\pi} + \varepsilon\right)$ mit $\varepsilon < \alpha'$ für die Elektronen-

masse zu setzen. Mit $\varepsilon = 0$ folgt daher numerisch $m_e = 9,1092401 \cdot 10^{-31} [kg]$, während der hiermit durchaus vergleichbare Meßwert $9,1093897 \cdot 10^{-31} [kg]$ beträgt. Die Fehlerabweichung zwischen diesen beiden Werten der Elektronenmasse liegt bei nur 0,016 ‰.

Aufgrund dieser großen Wiedergabetreue muß geschlossen werden, daß $\sqrt{\tau'}$ und damit auch D' der Lösung x_2 neben D und $\sqrt{\tau}$ im ganzen R_3 existieren und zwar so, daß D' die Subuniversen strukturiert, aber $\sqrt{\tau'}$ die Minimalkondensation komplexer Hermetrie im Sinne von (32) beschreibt.

Wird die strukturelle Untersuchung für $t = 0$ unter Verwendung der abstrakten Mengentheorie weitergeführt, dann wird deutlich, daß für $n > 1$, also $t > 0$ nur noch eine Lösung D existiert, der $\sqrt{\tau}$ zuge-

ordnet ist. Gleichermaßen existiert aber im R_3 für $t > 0$ noch der Durchmesser D' , dem $\sqrt{\tau'}$ zugeordnet ist. Mithin ist für $n = 3$ eine erste Entwicklungsstufe des R_3 abgeschlossen, so daß sich $D, d, \sqrt{\tau}$ und $\sqrt{\tau'}$ als Funktionen von $n > 1$ zeitlich mit $n(t)$ verändern. Setzt man $\pi D^2 = n\tau$ und $\pi d^2 = n\tau'$, dann folgt $(Dd)^2 = \pi n E^2 / e^2$ oder mit den Konstanten $\pi E^2 / e^2 = \underline{\alpha}$ und $\pi^2 \underline{\alpha} = \beta$ auch $(Dd)^2 = \underline{\alpha} n$ mit $\tau\tau' = \beta/n$. Es wäre tatsächlich zu Beginn der kosmischen Bewegung eine dreifache Aktualisierung der kosmogonischen Sphärentrinität T_K in den Schritten $n(t_1 = 0) = 1$, sowie $n(t_2) = 1 + 1 = 2$ und $n(t_3) = 1 + 1 + 1 = 3$ möglich, welche wiederum durch einen Kardinalzahlenkomplex, nämlich $|K| = \{3; 2; 1\}$ ausdrückbar ist, der sich mit dem Kardinalzahlenkomplex der hermetrischen R_6 -Struktur als analog erweist. Wird $Dd = \sqrt{\underline{\alpha} n}$ rückwärts mit $n \rightarrow 1$ entwickelt, dann folgt für $t = 0$ mit $1 \leq k \leq 3$ die Aussage $D_k d_k = \text{const}$ für $n = 1$, doch gilt für alle $n \geq 2$ bis zum gegenwärtigen Zustand $t = T$ der Verlauf $D(n) \rightarrow D_T$ und $d(n) \rightarrow D'(T) = d_0$, wobei die Durchmesser D_T und d_0 getrennt voneinander existieren, d. h., die Möglichkeit einer Fläche $D_T d_0 = D_0^2 = \text{const}$ ist nicht ersichtlich.

Die Sphärentrinitäten $\{D_1, D_2, D_3\}, \{d_1, d_2, d_3\}$ bei $t = 0$ und $\{d_1, d_2, d_3\} \{D_1, D_2, D_3\}$ bei $t = \theta$ sind offensichtlich die R_3 -Projektionen von unbekannten R_6 -Strukturen, die als Eckereignisse der Raumzeit aufzufassen sind. Setzt man $\{D_1, D_2, D_3\} \triangleq T_K$ für die kosmogonische und $\{d_1, d_2, d_3\} \triangleq T_E$ für die eschatologische Sphärentrinität des $R_4 \equiv R_4^+$, dann muß in irgendeiner x_5 -Distanz ein nach (5) und (5a) möglicher R_4^- mit $R_3^- \equiv R_3^+$, aber $\cos(\overline{x}_4^+, \overline{x}_4^-) = -1$ nach (92) existieren, der bis auf die Eckereignisse $t = 0$ und $t = \theta$ zum R_4^+ disjunkt ist. Mit der Kürzung $T_{KE}^\pm = T_{KE}(R_4^\pm)$ gilt dann wegen des projektiven Charakters und der nicht disjunkten Eigenschaft dieser Eckereignisse $T_K^\pm \not\rightleftharpoons T_E^\mp$ und $T_K^\pm \neq T_E^\pm$, so daß in den $R_4^\pm$ die antiparallelen Zeitpfeile $T_K^\pm \rightarrow T_E^\pm$ existieren. Ein solcher Zeitpfeil geht demnach auf die Struktur des R_6 schlechthin zurück, weil die Asymmetrie der Sphärentrinitäten T_K und T_E existiert. Die Beziehung (49) ist daher zu ergänzen durch $T_K^+ \rightarrow T_E^+ \triangleq T_K^- \rightarrow T_E^- \triangleq T_K^+$, womit sich der äonisch-zeitliche Kreis der Welt schließt.

5. Hintergründe und Quellen des Quantenprinzips

Die in IV., 4. vorgeschlagenen Betrachtungen können, nach W. DRÖSCHER, noch in einer anderen Richtung weitergeführt werden, was im folgenden diskutiert werden soll. Die hinsichtlich Bd. II gemachten Bemerkungen gelten daher auch für diesen letzten Abschnitt.

Die Konstruktion des R_6 gemäß (4) geht letztlich auf die algebraische Struktur der R_4 -Beziehungen (3) und ihre Symmetrien (3a) und (3b) zurück und ist das Ergebnis einer energetischen Betrachtung (3c). Andererseits ergab sich daraus das allgemeine Dimensionsgesetz (3d), wonach neben $R_4 \rightarrow R_6$ noch $R_6 \rightarrow R_{12}$, also $R_4 \subset R_6 \subset R_{12}$ möglich ist. Da es nur drei reelle Koordinaten geben kann, sind

$x_7, \dots, x_{12}$ wie $x_4, \dots, x_6$ imaginär. Energetische Betrachtungen können wegen (3c) nur im $R_6 \subset R_{12}$ durchgeführt werden, es scheinen Energien im Bereich $x_7, \dots, x_{12}$ nicht mehr möglich zu sein. Hingegen können im R_{12} Volumina existieren. Wenn die Elementarlängen des R_{12} bestimmt werden sollen, dann wird zunächst deutlich, daß die Wirkung der Gitterselektoren des R_6 auf nur ein Metron $C_k; 1 = a_k$ solche Elementarlängen $\delta s_0 = \sqrt{\tau}$ für $k \leq 3$ und $i\delta s_0$ für $k > 3$ liefern, die als δs_0 im R_3 bzw. $i\delta s_0$ in einem $V_3(x_4, x_5, x_6)$ jeweils $3! = 6$ Permutationen erfahren können, ohne ihre Identität zu verändern, da $|i\delta s_0| = \delta s_0$ ist. Die Symmetriegruppe dieser Permutationen ist sowohl im R_3 als auch im V_3 die S_3 , also im R_6 die $S_3 \times S_3$, weil diese Permutationen unabhängig voneinander durchgeführt werden können. Aus den in IV., 4. verwendeten Beziehungen können zu jedem Zeitpunkt t Elementarlängen $\delta s_k, \delta s'_k$ bestimmt werden, welche die Koordinaten $x_i = x_i(\delta s_k, \delta s'_k)$ beschreiben. Wenn zugleich aus diesen Beziehungen Symmetriegruppen $S_u \dots S_w$ ermittelt werden können, dann beschreiben diese Symmetrien mit Sicherheit auch solche der Koordinatenvertauschungen, weil in der Natur, wiederum aus Symmetriegründen, stets gleichartige Symmetrien verwendet werden. Nach der

Galoisschen Theorie sind solche Symmetriegruppen aus Polynomen vom Grade n herleitbar, und zwar als S_n . Wird die Beziehung (37) mit (37a) aus Band II mit der Substitution w wie in IV., 4. umgeschrieben, dann ergibt sich mit den Substitutionen

$$\pi D^2 = n\tau, \quad 2w^2 = f^6 \sqrt{6n/\pi}, \quad f^2(D^2(E\sqrt{\pi n})^{-1} - 1) = \\ = \sqrt{eD^2(E\sqrt{\pi n})^{-1}}, \quad q = a^3 \sqrt{n}, \quad a\sqrt{\pi} = \sqrt[6]{\pi/6} \quad (\text{A})$$

die kosmogonische Beziehung als das Polynom

$$w^7 - w = \pm q \quad (\text{B}),$$

also eine Gleichung 7. Grades, so daß aus (37) eine S_7 herleitbar ist.

Allgemein kann das Polynom der Beziehung (B) in der Form $f(x) = x^7 - x \pm q$ geschrieben werden, für die ebenfalls die S_7 gilt, wobei $f = 0$ mit $x = w$ zu (B) führt. Mit den metronischen Längenelementen δs_k können die permutierbaren Nullstellen $w_k = w_k(\delta s_k)$ getrennt und in reelle bzw. zueinander komplex konjugierte aufgeteilt werden, wobei eine Strukturierung dieser Menge in Untermengen stattfindet. Wird nur innerhalb dieser Untermengen eine Permutierbarkeit zugelassen und gibt es u reelle, aber $2v$ zueinander konjugiert komplexe Mengenelemente, dann folgt daraus die Gruppe $S_u \times (S_v \times S_v)$. Während des offenen Zeitintervalls $0 < t < \vartheta$ (Chronon nach (35a)) werden die Gruppen S_u und S_v nicht verändert, so daß eine Gruppe $[S_u \times (S_v \times S_v)] \times [S_u \times (S_v \times S_v)]$, bedingt durch $\pm q$, existiert, aber für $t \geq \vartheta$ eine Gruppe $[S_w \times (S_u \times S_u)] \times [S_w \times (S_u \times S_u)]$. In zeitunabhängiger Form ergibt sich daraus isomorph, wenn zur Kürzung $Q_x = S_x \times S_x$ verwendet wird, die Gruppe $[Q_w \times Q_v \times Q_v \times Q_u \times Q_u \times Q_u]$. Aus dieser Symmetriegruppe muß die Symmetriegruppe des R_{12} hervorgehen, weil auch die R_{12} -Gruppe ebenfalls zeitunabhängig sein muß.

Im folgenden bezeichne $w_i \in R$ die reellen Zahlen, aber $w_i \in \overline{C}$ die komplexen Zahlen in der oberen Hälfte der Gauß'schen Ebene und $w_i^* \in \overline{C}^*$ diejenigen in der unteren Hälfte dieser Zahlenebene. In diesem Abschnitt symbolisiert die Überstreichung im Gegensatz zu III. keine Vektoren. Das durch $(\times)$ symbolisierte äußere Produkt von zwei Gruppen A, B in der Form $A \times B$ wird dabei definiert durch

$$a, \bar{a} \in A, b, \bar{b} \in B, (a, b), (\bar{a}, \bar{b}) \in A \times B \quad (a, b)(\bar{a}, \bar{b}) = (a\bar{a}, b\bar{b}).$$

Es ist zu bemerken, daß die Gruppe S_3 nicht kommutativ ist, d. h., S_3 ist keine abelsche Gruppe. Für einen Teil der Elemente dieser Gruppe $s_i \in S_3$ gilt nämlich $s_i s_k \neq s_k s_i$. Mit der Kürzung $S_x \triangleq X$ ist $(A \times B) \times (C \times D) \cong (A \times C) \times (B \times D)$. Mit θ als Funktionszeichen: $\langle \theta(g)\theta(h) = \theta(g \cdot h) \rangle$ und mit $a, \bar{a} \in A, b, \bar{b} \in B, c, \bar{c} \in C, d, \bar{d} \in D; [(a, b), (c, d)], [(\bar{a}, \bar{b}), (\bar{c}, \bar{d})] \in (A \times B) \times (C \times D)$ sowie der Isomorphiebedingung $\langle \dots \rangle$ kann der Isomorphismus von $\theta \triangleq B \rightleftharpoons C$ nachgewiesen werden.

Zur Weiterführung der Analyse des $R_{12} \supset R_6$ müssen zunächst durch (15) bedingte Längenelemente aufgefunden werden, die für jede Zeit t der Welt existieren und frei von Naturkonstanten nur durch reine Zahlen bestimmt werden. Ein Satz von Bestimmungsgleichungen hierfür besteht aus der kosmologischen Beziehung (37) und (37a) in Band II mit $\pi D^2 = n\tau$ aus (A) und der Substitution $w(n)$. Die Beziehung (37) wird damit zu (B). Hierin ist $n = n(t)$ mit $n \geq 1$ für $t \geq 0$. Gegenwärtig gilt $t = T$ mit $n(T) \gg 1$ und $w(T) \gg 1$, also $w^7 \gg w$. Da die Beziehung für alle $t > 0$ mindestens eine reelle positive Lösung haben sollte, kommt in $\pm q = w^7 - w \approx w^7$ vorerst nur der positive Zweig in Betracht, so daß eindeutig

$$w^7 - w - q = 0 \quad (\text{C})$$

wird. Diese Beziehung hat 7 Lösungen reeller und komplexer Natur, doch ist D in der Substitution w in Form einer quadratischen Gleichung enthalten, so daß sich die Zahl der Lösungen auf 14 verdoppelt. Dieses Polynom ist vorerst wegen (A) allein von n und somit von t abhängig und als Nullstellenpolynom von $f(x) = x^7 - x - q$ aufzufassen. Mehrfache Nullstellen liegen dann vor, wenn $f(\alpha_i) = 0$ und für die Ableitung gilt: $f'(\alpha_i) = 0$. Im vorliegenden Fall folgt für $x = w$ die Beziehung $f(w) = w^7 - w - q = 0$ und $f'(\bar{w}) = 7w^6 - 1 = 0$, also $f'(\bar{\alpha}_i) = 7\bar{\alpha}_i^6 - 1 = 0$ mit $\bar{\alpha}_i$ als evtl. mehrfache Nullstelle. Elimination von α_i und Substitution in f' zeigt, daß die α_i einfache

Nullstellen sind. Ist K ein algebraischer Körper und $f(w)$ ein Polynom (ohne mehrfache Wurzeln), dann ist E der Zerfällungskörper von $f(w)$, da für das Polynom $f(w) = (w - w_1)(w - w_2) \cdot \dots \cdot (w - w_n)$ gilt. In diesem Polynom vom Grade n sind die Elemente w_k mit $1 \leq k \leq n$ die Erzeugenden von E . Es sei G die Gruppe der Automorphismen von E über K . Dann kann jedes $\sigma \in G$ durch den Effekt auf die w_k geschrieben werden, denn jedes dieser Elemente permutiert die w_k , so daß G als Permutationsgruppe aufgefaßt werden kann. Da nur die Indizes der w_k in f durch G permutiert werden und der Grad n vorliegt, ist G mit der Galoisschen Gruppe S_n des Polynoms f identisch. Diese Gruppe ist also die Permutationsgruppe von n Elementen, so daß $|S_n| = n!$ die Zahl der Elemente von S_n ist. Im Fall der zu $w^7 - w - q = 0$ umgeformten kosmologischen Beziehung (37) und (37a) mit (15) und (15a) gilt also jeweils die Galoissche Gruppe S_7 , bestehend aus $|S_7| = 7!$ Elementen.

Zur Zeit $t = 0$ wird $w = \eta$ nach (47) und $q = a$, also $f(\eta) = \eta^7 - \eta - a = 0$. Diese Beziehung hat wegen $n = 1$ neben den drei reellen noch 4 zueinander konjugiert komplexe Lösungen, und zwar deshalb, weil in der Darstellung

$$f(\eta) = \prod_{k=1}^7 (\eta - w_k) = \eta^7 - \eta - a = 0 \quad \text{wegen des Auftretens von} \\ -\eta \text{ in } f(\eta) \text{ die Bedingung } \sum_{k=1}^7 w_k = 1 \text{ erfüllt ist. Beziehen sich die}$$

w_k für $k \leq 3$ auf die drei reellen Nullstellen, dann wäre

$(w_1 + w_2 + w_3)^* = w_1 + w_2 + w_3$ wegen der Realität $w_k = w_k^*$, was zwangsläufig auch für die komplexen Nullstellen $k > 3$ trotz $w_k \neq w_k^*$

die Bedingung $\left(\sum_{k=4}^7 w_k \right)^* = \sum_{k=4}^7 w_k$ zur Folge hat; denn die

Summe der w_k ist reell. Die Realität der Summe für $k > 3$ kann für komplexe Nullstellen $w_k \neq w_k^*$ jedoch nur erfüllt werden, wenn $w_6 = w_4^*$ und $w_7 = w_5^*$ gilt. Wird zur Kürzung $w_k = \alpha_k = \alpha_k^*$ für $k \leq 3$ und $\beta_i = \beta_i^*$ für $i = 1$ oder $i = 2$ gesetzt, dann wäre $w_4 = \beta_1, w_5 = \beta_2$, aber $w_6 = \beta_1^*$ und $w_7 = \beta_2^*$. Weiter folgt mit

$f_1 = \prod_{k=1}^3 (\eta - \alpha_k)$ sowie $f_2 = (\eta - \beta_1)(\eta - \beta_2)$ und $f_3 = (\eta - \beta_1^*)(\eta - \beta_2^*)$ die Kurzfassung $f(\eta) = f_1 f_2 f_3$. Permutationen sind in jedem Faktor f_j mit $j \leq 3$ möglich, d. h., in f_1 existiert eine S_3 und in f_2 sowie in f_3 jeweils eine symmetrische S_2 . Da die Permutationen innerhalb der f_j unabhängig voneinander erfolgen, muß es eine Symmetriegruppe $G = S_3 \times (S_2 \times S_2)$ geben.

Ist nach dem ersten Chronon ϑ die erste Phase der kosmischen Entwicklung vollzogen, dann folgt für $t > \vartheta$ wegen $n > 1$ nach IV., 4., daß $w^7 - w - q = 0$ nur noch eine reelle Nullstelle, aber sechs zueinander konjugiert komplexe Nullstellen hat. In völliger Analogie zu G kann daraus eine Symmetriegruppe $H = S_1 \times (S_3 \times S_3)$ konstruiert werden.

Gibt es eine Gruppe A , die zu einer Gruppe quadratischer Matrizen homomorph ist, dann wird bekanntlich diese Gruppe quadratischer Matrizen als Darstellung von A bezeichnet, deren Ordnung die Dimension dieser Darstellung ist; denn die Matrizen transformieren einen Vektorraum, der als Darstellungsraum vorliegt. Eine Permutationsgruppe S_n wird die $k \leq n$ Basisvektoren b_k eines Darstellungsraumes permutieren. Es wird also einer jeden Permutation dieser Elemente $k \leq n$ eine lineare Transformation zugeordnet, welche die b_k als Basisvektoren des n -dimensionalen darstellenden Vektorraumes permutiert. Hätte z. B. das Gruppenelement die Form $\downarrow \begin{matrix} 123\dots n \\ 312\dots \end{matrix}$,

dann würde dies bedeuten, daß $b_1 = (1, 0, 0, \dots)$ in $b_3 = (0, 0, 1, \dots)$, $b_2 \rightarrow b_1$ usw. überführt wird. Die b_k , angeordnet in der Form $b_1, b_3, \dots$, bilden die Spalten einer quadratischen Matrix vom Typ n , der mit dem Matrizenrang identisch ist. Die $n!$ Gruppenelemente werden also den $n!$ Matrizen vom Rang n zugeordnet. Auf diese Weise wird eine (natürliche) Darstellung der Dimension n gewonnen.

Existiert eine Gruppe A der Form $S_m \times S_n$, dann hat die Darstellungsmatrix den Rang $m + n$, während die Darstellungsmatrizen von S_m und S_n auf der Hauptachse der Darstellungsmatrix von A sozu-

sagen «aufgefädelt» erscheinen. Die übrigen Matricelemente sind 0-Elemente. Die Basisvektoren der zugehörigen darstellenden Vektorräume in n bzw. m Dimensionen sind dabei nur innerhalb des jeweiligen darstellenden Raumes permutierbar.

Für das Polynom $f = w^7 - w - q = 0$ nach C existiert während $0 \leq t \leq \vartheta$ des ersten Aktualisierungsschrittes die Gruppe

$G = S_3 \times (S_2 \times S_2)$, aber für alle $t > \vartheta$ der Welt die Gruppe

$H = S_1 \times (S_3 \times S_3)$, so daß für eine zeitlich unabhängige Gruppe $G \times H$ zu setzen ist. Wenn beide Polynome aus **(B)** zugleich existieren, ist die allgemeinste Gruppe $\bar{H} = (G \times H) \times (G \times H)$. Eine zu $\bar{H}$ isomorphe Gruppe ist dann

$\bar{H} \cong (S_1 \times S_1) \times (S_2 \times S_2) \times (S_2 \times S_2) \times (S_3 \times S_3) \times (S_3 \times S_3) \times (S_3 \times S_3)$. In dieser Gruppe erscheint $S_k \times S_k$ für $1 \leq k \leq 3$ für jeden Index k -fach, was die Symmetrie der Gruppe kennzeichnet. Ihr Kardinalzahlenkomplex ist wiederum $K = \{3; 1; 2\}$, was der hermiteschen R_6 -Struktur analog ist.

Es kann nun versucht werden, aus $\bar{H}$ auf eine entsprechende Symmetriegruppe des R_{12} zu schließen. Wie bereits gezeigt, sind metronische Längenelemente δx_i immer dann austauschbar, wenn sie identisch sind, so daß sie gegen eine Permutationsgruppe der Form $S_m \times S_n \times \dots$ invariant sind. Die Dimension des Darstellungsraumes dieser Gruppe ist die Summe der Indizes, die im Fall des R_{12} den Wert 12 haben muß. Man kann die Gruppe $\bar{H}$ in zwei Gruppen spalten, nämlich $(S_3 \times S_3) \times (S_3 \times S_3)$ oder

$(S_1 \times S_1) \times (S_2 \times S_2) \times (S_3 \times S_3)$, deren jeweilige Indexsumme 12 ist. Da für $\bar{H}$ bereits der Kardinalzahlenkomplex $\{3; 1; 2\}$ vorliegt und die Elemente der Untermengen nunmehr die Basisvektoren der Darstellungsräume V_1, V_2 und V_3 sind, kann für die gesuchte Gruppe des R_{12}

$$\bar{H} = (S_1 \times S_1) \times (S_2 \times S_2) \times (S_3 \times S_3) \quad (\text{D})$$

geschrieben werden. In dieser Gruppe permutiert $(S_3 \times S_3)$ die metronischen Längenelemente des R_6 , nämlich $\delta x_i = \sqrt{\tau}$ für $i \leq 3$ und $\delta x_k = i\sqrt{\tau}$ für $4 \leq k \leq 6$, so daß $(S_1 \times S_1) \times (S_2 \times S_2)$ mit den Elementen δx_7 bis δx_{12} zusammenhängt.

Ist die Reihenfolge der Untermengen eines Mengenkomplexes festgelegt, dann wird der zugehörige Kardinalzahlenkomplex zum Ordinalzahlenkomplex, d. h., wegen der hermetrischen R_6 -Struktur als Folge der Hermetrieformen a bis d ist der Kardinalzahlenkomplex wegen der Nichtvertauschbarkeit hermetrischer Strukturen als Ordinalzahlenkomplex $0 = \{3;1;2\}$ aufzufassen. Da dieser Ordinalzahlenkomplex wegen der Formen a bis d existiert und $R_6 \subset R_{12}$ nach (3d) und (4b) gilt, und darüber hinaus für die zu $\bar{H}$ isomorphe Gruppe $(S_3 \times S_3) \times (S_1 \times S_1) \times (S_2 \times S_2)$ im R_{12} geschrieben werden kann, folgt ein Ordinalzahlenkomplex dieses Hyperraumes

$0 = \{3;3;1;1;2;2\}$. Für die zugehörigen metronischen Elementarlängen bedeutet dies, daß neben den bekannten

$\delta x_1 = \delta x_2 = \delta x_3 = \sqrt{\tau}$, $\delta x_4 = \delta x_5 = \delta x_6 = i\sqrt{\tau}$ des R_6 -Unterraumes wegen $|0|$ im R_{12} für die weiteren Elementarlängen

$\delta x_7 \neq \delta x_8$, $\delta x_9 = \delta x_{10}$ und $\delta x_{11} = \delta x_{12}$ anzunehmen ist.

Die Gruppe $\bar{H}$ ist von hoher Symmetrie; denn wegen

$A \times B \times C \cong (A \times B) \times C$ und $(A \times B) \times (C \times D) \cong (A \times C) \times (B \times D)$ gilt $\bar{H} = (S_1 \times S_1) \times (S_2 \times S_2) \times (S_3 \times S_3) \cong (S_3 \times S_1 \times S_2) \times (S_3 \times S_1 \times S_2)$. Letztere Gruppe genügt der Form $U \times U$, welche für $U \times U = U_1 \times U_2$ der Vertauschungsinvarianz $(U_1 \times U_2) - (U_2 \times U_1) = 0$ genügt. Die Dimensionen der Darstellungsräume sind dann $n = 12$ und $n = 28$. Wird die Abbildung $R_n \rightarrow R_{n-2} \subset R_n$ durchgeführt, dann würde sich ein R_{10} und ein R_{26} ergeben. Es ist erwähnenswert, daß die sogenannte heterotische Super-String-Theorie einen R_{10} bzw. einen R_{26} verwendet.

Zur konkreteren Untersuchung des R_{12} kann zunächst festgestellt werden, daß nach (3d) und (4b) die Übergänge $R_6 \rightarrow R_{12} \rightarrow R_6$ wegen $R_2 \rightarrow R_0$ existieren. Das Dimensionsgesetz (3d) liefert $R_4 \rightarrow R_6$ aufgrund des Energiedichtetensors (3c), doch sollte wegen $R_6 \rightarrow R_{12}$ auch ein Energiedichtetensor im R_{12} existieren. Sind seine Komponenten ε_{rs} , dann wäre dies für $\varepsilon_{rs} \approx 0$ denkbar, wenn diese näherungsweise verschwindenden Komponenten außerhalb des R_6 -Abschnittes im R_{12} -Tensor liegen, wodurch $R_6 \rightarrow R_{12} \rightarrow R_6$ oder (4b) veranschaulicht werden kann. Ist M_k irgendeine Energiemasse

und gilt $\Delta x_k = n_k \alpha_k$ mit $\alpha_k \sim \delta s_0 = \sqrt{\tau}$, dann würde $\Delta x_k \sim 1/M_k$ mit $n_k > 1$ «energetisch» einen R_6 beschreiben, sofern $\Delta x_k \gg \delta s_0$ und $k > 6$ ist, jedoch i. B. auf das Volumen einen R_{12} , für dessen Volumendifferenz $|\Delta V_{12}| = |\Delta V_6| \prod_{k=7}^{12} |\Delta x_k|$ gilt. Da nach (3) und

(3a) bzw. (3b) der Übergang $R_4 \rightarrow R_6$ auf $\varepsilon_{rs} \sim \lambda_{(p)}(k, m) \varphi_{km}^{(p)}$ ebenso zurückgeht wie (3d) und ε_{rs} für $r \leq 12$ und (oder) $s \leq 12$, aber ε_{rs} stets die gleiche Dimensionierung erhält, muß dies auch für Δx_k mit $k > 6$ zutreffen. Betrachtet man andererseits die Semantik der Hermetrieformen a bis d im Zusammenhang mit der hermetrischen R_6 -Struktur, dann scheinen sich x_5 und x_6 auf das energetisch schwächste physikalische Feld (Gravitation) zu beziehen, was möglicherweise ebenfalls $\varepsilon_{rs} \approx 0$ außerhalb des R_6 -Abschnittes im Energiedichtetensor des R_{12} erklärt. Zur Weiterführung der Untersuchungen muß nunmehr die abstrakte Mengentheorie verwendet werden.

Aus einer Potenzmenge einer Menge M , also $P(M) = \{\{\emptyset\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$, wenn a, b und c Elemente von M sind, können Mengenelemente aus P so gewählt werden, daß sie eine Kette, wie beispielsweise $\{\emptyset\} \subset \{a\} \subset \{a, b\} \subset \{a, b, c\}$, bilden. Diese Kettenglieder bilden eine Kette von Teilmengen, in welcher jedoch für die folgenden Betrachtungen das Element $\{\emptyset\}$ als nichtrelevant fortgelassen wird. Somit wäre eine Menge $T(M) = \{\{a\}, \{ab\}, \{abc\}\}$ vorhanden. Ist eine Folge von Elementen a_i mit $1 \leq i \leq k$ in $N = \{a_1, \dots, a_k\}$ festgelegt, dann entspricht dies einer Vektordarstellung. In diesem Fall sind in N Verknüpfungsvorschriften o_j möglich, welche Mengenelemente a_i miteinander verbinden. In einem solchen Fall würde eine Abbildung $N^k \rightarrow N$ stattfinden, wenn $o_j(a_1, \dots, a_k)$ gilt. $T(M)$ ist nunmehr eine Menge, deren Elemente geordnete Teilmengen von M sind. Werden die Elemente von T und die der Teilmenge von T beispielsweise durch Operationen o_j und o_k verknüpft, dann wäre eine Abbildung der Gestalt $C = ao_j(ao_k b) o_j(ao_k b) o_j(ao_k b o_k c)$ möglich. Ist speziell $o_j \equiv +, o_k \equiv +$, dann gilt $C = a + (a + b) + (a + b + c)$. Wird $\hat{+}$ als Verknüpfungsoperation verwendet, dann kann

$C = a \hat{+} b \hat{+} c$ geschrieben werden. Hier wird das Bildungsgesetz arithmetischer Reihen deutlich. Neben dieser additiven Verknüpfung können noch die Verknüpfungsoperationen $+ , \cdot , + , \cdot$ verwendet werden. So entsteht z. B. mit $a = a$, $b = c = q$ und $o_j \equiv +$; $o_k \equiv \cdot$ die Verknüpfung $C = a + aq + aq^2$, welche das Gesetz der geometrischen Reihenbildung erkennen läßt.

Das Polynom (C) hat im Ereignis $t = 0$ der Raumzeit wegen $n = 1$ mit $q = a$ und $w = \eta$ in der Form $\eta^7 - \eta - a = 0$ insgesamt $1 \leq j \leq 3$ reelle Lösungen η_j , welche die Sphärentrinitäten D_j und d_j beinhalten. Stehen im Fall D_j die Durchmesser zueinander in Beziehung, dann liegen im einfachsten Fall die Verhältnisse $g_j = D_j/D_1$ als dimensionslose Zahlen vor. Werden den D_j wie in IV., 4. die numerischen Werte $D_1 = D_f$, $D_2 = D_m$ und $D_3 = D_p$ zugeordnet, dann ergeben sich für diese Verhältnisse numerisch die Werte $g_1 = 1$, $g_2 = 1,1699745$ und $g_3 = 4,06763212$. Mit $H_1 = 1$, $H_2 = 1/2$ und $H_3 = 1/3$ wird dann $g_1 = H_1$, aber $g_2 \approx H_2(H_1 \hat{+} H_3)$ und $g_3 \approx H_1 \hat{+} H_3 \hat{+} H_3$. Die Elemente H_j bilden hier die Menge $U = \{H_1, H_2, H_3\}$. Neben diesen drei Lösungen reeller Art muß $\eta^7 - \eta - a = 0$ noch $4 \leq k \leq 7$ komplexe Lösungen haben, so daß im primitivsten Fall die Imaginärzahl $+i = \frac{1}{-i}$ als Mengenelement

heranzuziehen ist. Als Menge ergibt sich dann

$U' = \{H_1, H_2, H_3, i\}$, so daß $U'' = \{\{H_1, H_2, H_3\}, \{i, -i\}, \{0\}\}$ gewählt werden kann, um $K = \{3; 2; 1\}$ zu erhalten. Wegen der durch U'' bedingten Symmetrie liefern die reziproken Werte der Elemente von U oder U' Exponenten der Elementarlängen $\delta l = \delta s_0 = \sqrt{\tau}$ oder $\delta l = i\delta s_0$. Die auf diese Weise gebildeten Volumina lassen die Dimensionen der Hermetrieräume erkennen. Mit

$V = \{1/H_1, 1/H_2, 1/H_3\} = \{1, 2, 3\}$ wird dann $\delta l, (\delta l)^2$ und $(\delta l)^3$. Somit gilt $\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \sim (\delta l)^3$ sowie $\Delta x_4 \sim \delta l$ und $\Delta x_5 \Delta x_6 \sim (\delta l)^2$. Entsprechend U'' wäre dann für Δx_7 und Δx_8 eine Proportionalität zu $(\alpha \delta l)^{\pm i}$ anzunehmen, wobei α ein noch zu bestimmender dimensionsloser Faktor ist. Wegen $R_2 \rightarrow R_0$ nach (3d) wäre also vorerst $\Delta x_7 \sim (\alpha \delta l)^i$, $\Delta x_8 \sim (\alpha \delta l)^{-i}$ und $\Delta x_7 \Delta x_8 \sim 1$ erfüllt. Da, wie

oben bereits gezeigt, alle R_{12} -Koordinaten die gleiche Dimensionierung haben müssen, wäre $\Delta x_7 \sim \delta l_7 (\alpha \delta l / \delta l_0)^i$ und

$\Delta x_8 \sim \delta l_8 (\alpha \delta l / \delta l_0)^{-i}$ zu setzen, worin die Elemente $\delta l_0, \delta l_7$ und δl_8 noch zu bestimmen sind. Δ kennzeichnet noch teilbare Differenzen, δ hingegen Elementargrößen, so daß die Proportionalitätsfaktoren i. a. nur ganze Zahlen (≥ 1) sein können. Das Element δl_0 könnte eine Zeitfunktion sein. Wird dies unterstellt, dann wäre $\delta l_0(t)$, doch sind in $\pi D^2 = n\tau$ auch D, n und τ solche Zeitfunktionen, so daß

$\delta l_0(t) = \delta l_0(n(t)) = \delta l_0(\tau) = \delta l_0(\delta l)$ gelten müßte. Dies würde aber im Widerspruch stehen zu den Proportionalitäten von Δx_7 und Δx_8 zu $(\delta l)^{\pm i}$, woraus folgt, daß δl_0 zeitunabhängig sein muß. Eine solche Zeitunabhängigkeit würde durch $\delta l_0 = \sqrt{\pi D_1 d_1}$ erreicht, was numerisch $\delta l_0 = 1,4312488$ in $[m]$ ergibt. Der Nachweis der Zeitunabhängigkeit dieses Elementes δl_0 kann mit den in IV., 4. entwickelten Methoden durchgeführt werden. Es ergaben sich dort die Durchmesser D und D' nach (37) und (37a), die mit den metronischen Elementen $\sqrt{\tau}$ und $\sqrt{\tau'}$ zusammenhängen. Es ergab sich explizit $D\sqrt{\tau} = D'\sqrt{\tau'}$ und $D'\sqrt{\tau} = E \cdot \pi / e$. Diese Beziehung gilt für alle t , also auch für $t = 0$. Mit $D'(0) = d_1$ und $\tau(0) = \pi D_1^2$ wird demnach $d_1 D_1 \cdot \sqrt{\pi} = E\pi / e$, also mit $\delta l_0 = \sqrt{\pi d_1 D_1}$ unmittelbar $\delta l_0 = \text{const}$ hinsichtlich t .⁵ In Elementarlängen ausgedrückt gilt demnach

$\Delta x_7 \sim \delta l_0 (\delta l / \delta l_0)^{\mp i}$ und $\Delta x_8 \sim \delta l_0 (\delta l / \delta l_0)^{\pm i}$, worin vorerst das Vorzeichen des Exponenten i noch nicht eindeutig zugeordnet werden kann.

Wie in IV., 4. bereits gezeigt, gibt es seit dem Termin der Materiekosmogonie (vor einigen 10^{10} Jahren) metronische Elementarlängen $\delta s_{1,2} = \delta s_0 (1 \pm u)$, also $\delta s_1 + \delta s_2 = 2\delta s_0$ mit $\delta s_0 = \sqrt{\tau}$ und $u = R_- / \zeta = (M_0 / M)^4$, wenn $M = m(1,0) = \mu \cdot \sqrt[4]{2}$ die obere Schranke des Spektrums (27a) ist. Da $\delta s_{1,2}$ nur M als Parameter enthält, muß die Masse $M_0 = m_0$ eines ponderablen Mq durch $\bar{m}_0 = \pm m_0 \sqrt{\pm i}$ substituiert werden; denn nur dann wird $\bar{m}_0^4 = -m_0^4$ und δs_1 wird entgegengesetzt in δs_2 gekrümmt. Hier geht die Krümmung von δs_1 allein auf u und diejenige von δs_2 auf $-u$ zurück, d. h. die δs_1 -Krümmung wird von m_0^4 und die δs_2 -Krüm-

5 Siehe S. 292

mung durch $\overline{m}_0^4$ bedingt, wogegen M nach (27a) eine stets positive reelle Naturkonstante ist. Nach diesen Untersuchungen wird also jede Mq -Masse m_0 sozusagen von einer «Schattenmasse»

$\overline{m}_0 = \pm m_0 \sqrt{\pm i}$ begleitet. Wird eine solche Schattenmasse in den Energiedichten (3c) additiv eingeführt, dann ist der Energiedichteten-
 sor im R_6 nicht mehr hermitesch. Die 24 nach (3c) von 0 verschiedenen Komponenten können gespalten werden in solche, die m_0 und andere die $\overline{m}_0$ proportional sind. Damit verdoppelt sich die Zahl der Tensorkomponenten, die nicht verschwinden, auf 48, d. h., diese 48 Komponenten können in einem Tensorschema vom Rang 8 mit 16 verschwindenden Komponenten untergebracht werden, welches in einem R_8 darstellbar ist. Im R_4 und R_6 erscheinen die Elementarlängen $dl = \delta s_0$ bzw. $\delta l = i\delta s_0$ mit $\delta s_0 = \sqrt{\tau}$, doch werden auch $\Delta x_7 = \Delta x_7(\alpha \delta l)$ und $\Delta x_8 = \Delta x_8(\alpha \delta l)$ von diesen Elementarlängen bestimmt, weil das Tensorschema der Energiedichten komplexer Art ($R_4 \rightarrow R_8$) in den R_8 gestellt wurde. Es wird also nicht nur $R_4 \rightarrow R_6$, sondern auch $R_4 \rightarrow R_8$ energetisch bedingt, so daß eindeutig $\Delta x_7 \sim i\delta l_0(\alpha \delta l / \delta l_0)^i$ und $\Delta x_8 \sim i\delta l_0(\alpha \delta l / \delta l_0)^{-i}$ geschrieben werden kann. Hierin ist α als dimensionsloser Proportionalitätsfaktor wegen $\delta l_0 \gg \delta s_0$ durch die Anzahl der Elemente δs_0 in δl_0 interpretierbar. Einsetzen von $j = 7$ oder $j = 8$ mit $\delta l = \delta s_0$ liefert zunächst $\Delta x_j \sim i\delta l_0(\alpha \delta s_0 / \delta l_0)^{\pm i}$. Andererseits gilt $\alpha = \delta l_0 / \delta s_0$, also $\delta l_0 = \alpha \delta s_0$, so daß sich mit $\Delta x_j \rightarrow \delta x_j$ für die Elemente von x_j die Beziehung $\delta x_j = i\delta l_0(1)^{\pm i}$ ergibt. Setzt man mit $(m)MOD(1) = 0$ und $-\infty < m < +\infty$, dann folgt wegen $e^{ix} = \cos x + i\sin x$ für $x = 2\pi m$ die Relation $\exp(2\pi im) = \cos(2\pi m) + i\sin(2\pi m) = 1$, also $(1)^{\pm i} = \exp(\pm 2\pi im)$. Für die Elemente von x_7 und x_8 gilt daher $\delta x_7 = i\delta l_0 \exp(2\pi im)$ und $\delta x_8 = i\delta l_0 \exp(-2\pi im)$. Es gilt für die R_6 -Koordinaten $\delta x_k = \delta s_0$ für $k \leq 3$ und $\delta x_k = i\delta s_0$ für $k \geq 4$, so daß der $R_8 \supset R_6$ die einfache Erweiterung des bekannten R_6 ist. Die Elemente für x_9 bis x_{12} sind unbekannt, doch kann $\delta x_9 = \delta x_{10} = i\delta l_\alpha \neq 0$ und $\delta x_{11} = \delta x_{12} = i\delta l_\beta \neq 0$ mit zu bestimmenden Werten δl_α und δl_β unterstellt werden. Somit gilt für die Elementarlängen des R_{12} die Darstellung

$$\begin{aligned} \delta x_k &= \delta s_0, \quad k \leq 3, \quad \delta x_k = i\delta s_0, \quad 4 \leq k \leq 6, \\ \delta x_7 &= i\delta l_0 \exp(2\pi m), \quad \delta x_8 = i\delta l_0 \exp(-2\pi m), \quad (m) \text{MOD}(1) = 0, \\ -\infty < m < +\infty, \quad \delta x_9 &= \delta x_{10} = i\delta l_\alpha, \quad \delta x_{11} = \delta x_{12} = i\delta l_\beta \quad (\text{E}), \end{aligned}$$

was zu ergänzen ist durch

$$\delta s_0 = \sqrt{\tau}, \quad \delta l_0 = \sqrt{\pi D_1 d_1}, \quad \delta l_0 = \alpha \delta s_0 \quad (\text{E1}).$$

Bei der Herleitung der R_6 -Signatur $(+++--)$ wurde gezeigt, daß als Folge der mikro- und makromaren Stabilitäten der Welt nur drei reelle Koordinaten möglich sind. Diesem Sachverhalt entsprechen sämtliche Elementarlängen δx_i mit $1 \leq i \leq 12$ des R_{12} .

Aus der hermetrischen R_6 -Struktur folgt für die Volumina $\Delta x_1 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta x_3 \sim (\delta l)^{\alpha_3}$, $\Delta x_4 \sim (\delta l)^{\alpha_1}$ und $\Delta x_5 \cdot \Delta x_6 \sim (\delta l)^{\alpha_2}$ mit $\alpha_k = k \leq 3$, so daß für die Exponentenmenge $E = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} = \{1, 2, 3\}$ gesetzt werden kann. Mit diesen α_k können demnach die Urelemente der Menge $U = \{H_1, H_2, H_3\}$ gemäß $\alpha_k H_k = 1$ ausgedrückt werden, welche die g_k aus den Sphärendiametern zum zeitlichen Nullpunkt der Welt bestimmen. Ist wieder o_j eine allgemeine Operation, dann würde $x o_j x = \alpha_i$ mit $\alpha_i = 0$ bis $\alpha_i = 3$ einer Erweiterung $U \rightarrow U'''$ entsprechen. Die Beziehungen $x o_j x = \alpha_i$ sollen aus Symmetriegründen einer Symmetrie hinsichtlich des Kardinalzahlenkomplexes $K = \{1; 2; 3\}$ genügen.

Im folgenden werde zunächst aus der Potenzmenge $P(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ die zugehörige Operationenmenge bestimmt. In $P(M)$ sind offensichtlich die Teilmengen $T_\alpha(M) = \{\{a, b\}\}$ sowie $T_\beta(M) = \{\{a\}, \{a, b\}\}$ und $T_\gamma(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ enthalten. Mit den Operationszeichen $+$ und $\cdot$ können für die Indizierungen α bis γ Operationen in folgender Form definiert werden:

$$\begin{aligned} c &= a(\overset{\alpha}{+})b = a + b, \quad c = a(\overset{\alpha}{\cdot})b = ab, \quad c = a(+^\beta +) + b = a + (a + b), \\ c &= a(+^\beta \cdot)b = a + ab, \quad c = a(\cdot^\beta +)b = a(a + b), \\ c &= a(\cdot^\beta \cdot)b = a(ab), \quad c = a(\cdot^\gamma \cdot)b = ab(ab). \end{aligned}$$

Eine der K -Symmetrie genügende Verknüpfungsmenge M_ν läßt sich aus diesen Definitionen $M_V = \{(\cdot^\gamma \cdot), (+^\beta +), (+^\beta \cdot), (\cdot^\beta +), (\overset{\alpha}{+}), (\overset{\alpha}{\cdot})\}$ aufbauen. Hier läßt die Indizierung der einzelnen Operationen durch α, β oder γ derjeni-

gen Teilmenge, aus welcher die betreffende Operation stammt, deutlich die K -Symmetrie der Menge M_v erkennen. Die einzelnen Mengenelemente liefern also, wenn $a = b = x$ gesetzt wird, Verknüpfungen. Man erhält $x(\overset{\alpha}{+})x = 2x = 1$ für $x = 1/2$, $x(\overset{\alpha}{\cdot})x = 0$ für $x = 0$, $x(+\overset{\beta}{+})x = 3x = 1$ für $x = 1/3$, $x(+\overset{\beta}{\cdot})x = x + x^2 = 2$ für $x_{1,2} = 1, -2$, $x(\overset{\beta}{\cdot}+)x = x(x+x) = 2x^2 = 2$ für $x_{1,2} = \pm 1$ und $x(\overset{\beta}{\cdot})x = xx(xx) = x^4 = 1$ für $x_{1,2} = \pm 1$ bzw. $x_{3,4} = \pm i$. Auf der rechten Seite dieser 6 Verknüpfungsgleichungen befindet sich ein Vektor $\langle 1, 0, 1, 2, 2, 1 \rangle$, worin die Vektorkomponente 0 einmal, die Komponente 2 zweimal und 1 dreifach enthalten ist. Der Zahlenmenge $T_N = \{0, 1, 2\} \subset N_0$ ist also der Kardinalzahlenkomplex $\{3; 1; 2\}$ zuweisbar. Die 6 Beziehungen haben daher die Lösungsmenge $L = \{1/2, 0, 1/3, 1, -2, +1, -1, +1, -1, +i, -i\}$, so daß die Kehrwerte dieser Mengenelemente die weitere Menge $\bar{L} = \{2, \infty, 3, 1, -1/2, +1, -1, +1, -1, +i, -i\}$ bilden. Sind die α_i mögliche Exponenten der δl in der Form $(\delta l)^{\alpha_i}$, dann gilt wegen $R_6 \rightarrow R_{12} \rightarrow R'_6$ auf jeden Fall für das Volumenelement δV_6 die Beziehung $\prod_{i=1}^m (\delta l)^{\alpha_i} = (\delta l)^6 = \delta V_6$, so daß aus $\bar{L}$ diejenigen Elemente auszuwählen sind, deren Summe den Wert 6 liefert. Für diese Menge kann $L = \{3, 1, 2, +i, -i, +1, -1, +1, -1\} = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots \alpha_9\}$ gesetzt werden.

Zur Zeit $t = 0$ des R_3 existierten nach IV., 4. die monometronischen Sphärendurchmesser D_j mit $j \leq 3$, so daß es in der ersten kosmogonischen Phase die ausgezeichneten Punkte $6/6$, $9/6$, $11/6$, $12/6$, und $18/6$ für n aus $D(n)$ gegeben haben muß. Zugehörige besondere Zeitpunkte waren gekennzeichnet durch $n = 1$, $n = 1 + 6/6$ und $n = 1 + 12/6$ dieser ersten kosmogonischen Phase. Nach (E) ist also δx_8 für $m = 6$ und $m = 12$ jeweils eine ausgezeichnete Länge. Der Übergang von $m = 0$ nach $m = 12$ ist also gegeben durch $\delta x_8(m = 0) = i\delta l_0 \rightarrow \delta x_8(m = 12) = i\delta l_v = i\delta l_0 \exp(-24\pi)$, wenn δl_v die ausgezeichnete Elementarlänge für $m = 12$ symbolisiert. Mit den numerischen Werten für δl_0 und $\delta s_0 = \sqrt{\tau}$ wird die Darstellung

$\delta l_0 / \delta s_0 = \exp(2\pi b)$ mit $b = 12,738849$ möglich. Substitution in $\delta l_v = \delta l_0 \exp(-24\pi)$ liefert demnach $\delta l_v / \delta s_0 = \exp(2\pi(b - 12)) = \exp(2\pi \cdot 0,738849) = 103,785387 = a$, während sich für $m = 6$ als weitere ausgezeichnete Elementarlänge $\delta x_8(m = 6) = i\delta l_0 \exp(-12\pi) = i\delta l_s$ zu $\delta l_s = 6,07014254 \cdot 10^{-17}[m]$ ergibt. Diese ausgezeichneten Längenelemente sind also

$$\delta l_v = a\delta s_0, \quad \delta s = 6,070142541 \cdot 10^{-17}[m], \quad a = 103,785397 \quad (\text{F}).$$

Hier erweist sich δl_v als praktisch identisch mit der in der gegenwärtigen Physik konzipierten Vereinigungslänge von elektroschwacher und starker Wechselwirkung. Aus diesem Grunde könnte geschlossen werden, daß eventuell die Sachverhalte der Quantentheorie aus den strukturellen Untersuchungen hergeleitet werden können.

Werden δl_0 und $\delta l_v \ll \delta l_0$ als Wellenlängen aufgefaßt, dann wäre $m_0\delta l_0 = m_v\delta l_v = \text{const.}$ Somit ist der Übergang $\delta l_0 \rightarrow \delta l_v$ wegen $m_0 \ll m_v$ mit einer Energie- bzw. Materiegenerierung verbunden. Aus diesem Grunde kann angenommen werden, daß zur Zeit $t = T_1$ der Materiekosmogonie nach IV., 4. sich diese Kosmogonie durch $\delta l_0 \rightarrow \delta l_v$ vollzogen hat. Offensichtlich ist δl_v ein Längenelement von δx_8 , das in den R_6 abgebildet werden kann. Stehen für $q \geq 0$ die positiven ganzen Zahlen, dann ist

$\delta x_8 = i\delta l_0 \exp(-2\pi m) = i\delta l_v \exp(-2\pi q)$. Bei der Abbildung $R_8 \rightarrow R_6 \rightarrow R_4$ nimmt der Faktor $\exp(-2\pi q)$ den Charakter einer Wahrscheinlichkeit an. Demnach müssen quantentheoretische Aussagen in der Raumzeit Wahrscheinlichkeitsaussagen sein, sofern es sich um futurische Aussagen zeitlicher Möglichkeiten handelt, was eine offene Zukunft der Beziehung (3c) entsprechend voraussetzt. Auch kann sich q wegen $(q) \text{MOD}(1) = 0$ und $q \geq 0$ nur um $q \rightarrow q + a$ mit $a = 1$ oder $a = 0$ ändern. Wegen dieser Eigenschaft von a erscheint $q + a$ als eine trennbare Alternative, so daß

$$\delta x_8 = i\delta l_v \exp(-2\pi q), \quad (q) \text{MOD}(1) = 0, \quad q \rightarrow q + a, \\ a = 1, a = 0 \quad (\text{F1})$$

zeigt, daß einerseits, bezogen auf irgendeinen zeitlichen Festpunkt,

die Zukunft offen ist und trennbare Alternativen existieren als auch futurische Aussagen nur Wahrscheinlichkeitsaussagen sein können. Diese Grundprämissen der abstrakten Quantentheorie (C. F. v. WEIZSÄCKER) sind also tatsächlich die Konsequenzen einer Hyperraumstruktur $R_4 \subset R_6 \rightarrow R_{12} \rightarrow R_6$ nach (4b), (3d) und (3c). Darüber hinaus wird deutlich, daß wegen $\delta l_v \neq \delta s_0$ eine Vereinigung der Quantentheorie mit der Gravitationstheorie im Bereich elementarer Längen δs_0 in der Raumzeit unmöglich ist; denn das charakteristische Längenelement der Quantentheorie ist δl_v , aber das der Gravitationstheorie δs_0 . Eine Vereinheitlichung der Quantentheorie mit der Gravitationstheorie würde jedoch auch voraussetzen, daß der Zusammenhang zwischen δl_v und δs_0 über $\delta l_v = a\delta s_0$ ableitbar ist.

Es muß demnach darauf ankommen, eine Gesetzmäßigkeit hinsichtlich α zu finden, die auf bekannte Eigenschaften des R_{12} zurückzuführen ist. Hierfür bietet sich die weiter oben hergeleitete Lösungsmenge $\bar{L} = \{\alpha_1, \dots, \alpha_{11}\} = \{3, 1, 2, +i, -i+1, -1, +1, -1, -1/2, \infty\}$ an. Es ist zu beachten, daß Elementarlängen vertauschbar sind. Im R_6 ist δs_0 bekannt, doch sind $\delta l_0, \delta l_\alpha$ und δl_β jenseits des R_6 zeitlose Elemente (also zeitlich konstant). Setzt man $\delta l_0 = \varepsilon_1 \delta s_0$ sowie $\delta l_\alpha = \varepsilon_2 \delta s_0$ und $\delta l_\beta = \varepsilon_3 \delta s_0$, dann wäre mit der Summe

$$q = \sum_{i=1}^m |\alpha_i| \text{ das Produkt } \prod_{k=1}^{12} \delta x_k \sim \prod_{i=1}^m (\delta s_0)^{|\alpha_i|} = (\delta s_0)^q, \text{ wobei}$$

die α_i diejenigen Potenzen von Längenelementen des R_{12} sind, die einen hermetrischen Raum bestimmen. Für den R_6 trifft dies zu. Hin-

sichtlich des R_{12} wäre $\delta V_{12} = \prod_{i=1}^{12} \delta x_i \sim (\delta s_0)^q$ mit $q = 12$ für

$m = 9$ (nach $\bar{L}$) erfüllt, wenn aus der Menge $\bar{L}$ die Elemente α_{10} und α_{11} eliminiert werden. So kann für $m = 9$ die Summe

$$\sum_{j=1}^9 \alpha_j = 6 \text{ als Dimensionszahl des energetischen Unterraumes}$$

$R_6 \subset R_{12}$ interpretiert werden. Würde hingegen diese Summe als Vektor der Länge α aufgefaßt, dann könnte mit $\alpha^2 = 16$ ein Volumenelement δV_4 der Raumzeit R_4 gebildet werden. Da die nicht energe-

tisch bedingten Koordinaten des R_{12} jenseits des R_6 einschließlich der beiden organisatorischen Koordinaten δx_7 und δx_8 zeitlos sind, kann für die Elemente aus (E) der Bezug $b_j = |\delta x_j|$ mit $1 \leq j \leq 12$ hergestellt werden, wobei auf jeden Fall $b_1 = b_2 = b_3$ und $b_4 = b_5 = b_6$ ist. Damit ergibt sich als Volumenelement δV_m eines m -dimensionalen Hermetrieraumes $\delta V_m \sim (c_{1,2})^{\alpha_i} \cdot b_j^{|\alpha_j|}$, worin auch $c_{1,2} = 1, i$ sein kann, so daß $c_1 \in R_8$, $c_2 \in G_4(x_9 \dots x_{12})$, $\delta x_9 = \delta x_{10} = i \delta l_0$ und $\delta x_{11} = \delta x_{12} = -i \delta l_0$ möglich würde, wobei die zeitlosen Elemente $\delta l_0, \delta l_\alpha$ und δl_β aus (E) wegen ihrer Zeitlosigkeit bereits zur Zeit $t = 0$ des R_3 existiert haben müssen. Zu untersuchen sind noch die Elemente α_{10} und α_{11} der Menge $\bar{L}$. Wären $|\alpha_{10}| = 1/2$ und $|\alpha_{11}| = n \rightarrow \infty$ im R_{12} existent, dann könnten sie nur einen R_0 bilden, der im Sinne $R'_{12} \equiv R_0 \cup R_{12}$ im R_{12} enthalten ist; denn für $m = 9$ wird die Summe $q = 12$ bereits den R_{12} aufspannen. Dies bedeutet, daß die Elemente α_{10} und α_{11} lediglich die Exponenten dimensionsloser Größen sein können.

Im einfachsten Fall kann eine Elementarlänge durch Normierung zu einer dimensionslosen Größe b in m/m übergehen. In einem metaphorischen «Raum» R_n^* könnte aus n Elementen $\sqrt{b}$ ein Volumenelement $\delta V'_n = (\sqrt{b})^n$ oder Vektoren der Form $\langle \sqrt{b_1}, \dots, \sqrt{b_n} \rangle = \sqrt{b} \langle 1, \dots, 1 \rangle$ gebildet werden. Wird ein solcher Vektor mit $\vec{y}$ im R_n^* bezeichnet, dann wäre im vorangegangenen Fall $y_i = y_k = \sqrt{b}$ (wenn i und k von 1 bis n laufen). Wird die Bedingung $y_i = \sqrt{b}$ aufgehoben, dann kann $\vec{y} = \langle y_1, \dots, y_n \rangle$ durch $y^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2$ auf einen R'_1 abgebildet werden. Hier zerfällt offensichtlich y^2 als dimensionslose «Länge» in n Teillängen y_i . Dies bedeutet, daß ganz allgemein ein R_n^* in Teilräume $R_{nk}^* \subset R_n^*$ zerfällt. Zum zeitlichen Beginn $t = 0$ des R_6 existierten bereits die Diameter D_j mit $j \leq 3$, welche zu den geordneten Längen $g_j = D_j/D_1$ normierbar sind, für welche, wie schon ausgeführt, die Näherungen

$$\begin{aligned}
g_1 &\approx H_1 = a_{11}, \\
g_2 &\approx H_2(H_1 \hat{+} H_3) = H_2(H_1 + (H_1 + H_3)) = a_{21} + a_{22}, \\
g_3 &\approx H_1 \hat{+} H_3 \hat{+} H_3 = H_1 + (H_1 + H_3) + (H_1 + H_3 + H_3) = \\
&= a_{31} + a_{32} + a_{33} \text{ existieren.}
\end{aligned}$$

Diese normierten g_j werden also aufgrund von R_1^*, R_2^* und R_3^* aufgebaut, für welche $R_1^* \cup R_2^* \cup R_3^* = R_6^*$ gilt. Zur Zeit des Weltenursprungs galt demnach $R_k^* \rightarrow R_1^*$ für $1 \leq k \leq 3$. Wegen dieses R_6^* kann zur Bestimmung von a in (F), also $\delta l_v = a \delta s_0$, ein R_{12}^* vorausgesetzt werden. Mit $H_1 = 1$ und $c_j = 1$ wird

$\beta = H_1 c_1 \hat{+} H_1 c_2 \hat{+} \dots \hat{+} H_1 c_{12} = 78$. Wird analog zu $g_2 \approx H_2(H_1 \hat{+} H_3)$ der Wert β mit $(H_1 + H_3)$ multipliziert, dann ergibt sich ein Wert $\bar{\beta} = (H_1 + H_3) \cdot \beta H_1 = 104$. Wegen $a = 103,785387$ wird dieser Wert a durch $\bar{\beta} = 104$ mit einer Genauigkeit von ca. $2 \cdot 10^{-3}$ approximiert. Eine bessere Angleichung des Faktors $a = 103,785387$ an $\bar{\beta} = 104$ ergibt sich durch Multiplikation mit 28 zu $\underline{a} = 28a$, was einen weiteren Wert einer Elementarlänge, nämlich $\delta l'_v = 28 \delta l_v = 28 a \delta s_0 = \underline{a} \delta s_0$ als Vereinigungslänge liefert. Hier weicht $\underline{a} = 2905,9909$ nur um $3,1 \cdot 10^{-6}$ von der Zahl 2906 ab. Für $\delta l'_v$ gilt die Darstellung $\delta l'_v = 28 \delta l_0 \exp(-2\pi \cdot 12)$, die im wesentlichen durch die beiden Zahlen 12 und 28 bestimmt wird. Diese beiden Zahlen sind aber auch die Dimensionszahlen der Darstellungsräume R_{12} und R_{28} der Gruppen $\bar{H}$ und $\bar{\bar{H}}$, die bei der Abbildung $R_n \rightarrow R_{n-2}$ zu den Räumen R_{10} und R_{26} der heterotischen Stringtheorie werden. Zwar kann a in der vorstehenden Form durch die Urelemente H_j der kosmogonischen Sphärentrinität ($t = 0$) wiedergegeben werden, doch ist nach (A) und (B), also (37) und (37a) wegen $D(t) = D(\tau)$ und $\tau = (\delta s_0)^2$ das Element $\delta s_0 = \delta s_0(t)$ als Elementarlänge des Gravitationsfeldes eine Funktion des Weltalters, während δl_v als Element der Quantentheorie durch die Abbildung $(x_8, x_7) \rightarrow (x_6, x_5) \rightarrow R_4$ in die Raumzeit gelangt. Der Faktor a wird dabei offensichtlich durch die Elemente des Unterraumes $G_4(x_9, \dots, x_{12}) \subset R_{12}$ bedingt, so daß eine Vereinigung der Quanten- und Gravitationstheorie weder in $R_4 \subset R_6$ noch in $R_6 \subset R_8$ möglich ist. Zu dieser Vereinigung wäre also eine Kenntnis des G_4 jenseits des

R_8 erforderlich. Dies bedeutet, daß jede Wechselwirkungstheorie, die δs_0 enthält, im Bereich δs_0 nicht mit der Quantentheorie vereinigt werden kann. Da schließlich a durch die zeitlosen G_4 -Elemente bedingt wird, ist die Vereinigung einer Wechselwirkungstheorie mit der Quantentheorie stets nur in beschränkter Form möglich.

Nach den Ausführungen in IV., 4. kann eine Elementarlänge $\delta s_0 = \sqrt{\tau}$ (oder auch δl_0) zwar als Folge einer Projektion verschwinden, nicht aber anwachsen. Aus diesem Grunde kommen für δx_7 und δx_8 als ganze Zahlen nur $m' \leq 0$ hinsichtlich δx_7 und $m \geq 0$ hinsichtlich δx_8 in (E) in Betracht. Es ist also

$$\delta x_7 = i\delta l_0 \exp(2\pi m') \rightarrow i\delta l_v \exp(-2\pi\mu) \text{ und}$$

$\delta x_8 = i\delta l_0 \exp(-2\pi m) \rightarrow i\delta l_v \exp(-2\pi q)$, wenn nunmehr für $\mu \geq 0$ die gleiche Zählung wie für q gilt. Der Übergang $\delta l_0 \rightarrow \delta l_v$ für δx_7 und δx_8 vollzog sich, wie schon gezeigt, zur Zeit $t = T_1$ des Beginns der Materiekosmogonie. Da das Intervall von T_1 bis zur Gegenwart T , also $T - T_1 \ll T$ ist, kann für die Gegenwart ebenfalls die Existenz von δl_v angenommen werden, so daß (F1) auch für $t = T$ gelten muß. Die Längendifferenzen wären dann durch ganze Zahlen k und p bestimmte Summen aus diesen Elementarlängen, welche durch die

$$\text{ganzen Zahlen } j \text{ und } q \text{ gemäß } \Delta s_7 = i\delta l_v \sum_{j=1}^p \exp(-2\pi\mu_j) \text{ und}$$

$$\Delta s_8 = i\delta l_v \cdot \sum_{l=1}^k \exp(-2\pi q_l) \text{ bestimmt werden können. Für } \mu_j \rightarrow \infty$$

und $q_l \rightarrow \infty$ wird $\Delta s_7 = \Delta s_8 = 0$, aber für $\mu_j = q_l = 0$ folgt

$$\Delta s_7 = ip\delta l_v \text{ und } \Delta s_8 = ik\delta l_v. \text{ Mithin gelten die Intervalle}$$

$0 \leq \Delta s_7 \leq ip\delta l_v$ und $0 \leq \Delta s_8 \leq ik\delta l_v$. In Bd. II, S. 22, liefert das Ergebnis $\underline{x}_5 = i\underline{\varepsilon}$ mit $\underline{x}_6 = i\underline{\eta}$ als R_3 -Projektion $\underline{\varepsilon} = 3\underline{\eta}^3/\tau$, worin $\underline{x}_5$ und $\underline{x}_6$ Vielfache von $i\delta s_0$ sind. Damit wird $\underline{\varepsilon} \gg \underline{\eta}$ und auch $\underline{x}_5 \gg \underline{x}_6$ deutlich. Da nach der in Bd. II hergeleiteten Semantik x_5 und x_6 organisatorische Koordinaten sind, ist dies auch für x_7 und x_8 anzunehmen, so daß bei ihrer Projektion in den R_4 sowohl $\Delta s_7 \gg i\delta s_0$ als auch $\Delta s_8 \gg i\delta s_0$ gelten, während auch $\Delta s_7 \gg \Delta s_8$ oder $\Delta s_8 \gg \Delta s_7$ angenommen werden kann, wobei x_7 und x_8 austauschbar sind, weil δx_7 und δx_8 die gleiche algebraische Gestalt haben. Im Fall $\Delta s_7 \ll \Delta s_8$

könnte in erster Näherung $\Delta s_7 \approx 0$ und $0 \leq \Delta s_8 \leq ik\delta l_v$ gesetzt werden. Wegen der möglichen Übergänge $\Delta s_8 = 0 \rightleftharpoons ik\delta l_v$ werden in einem R_8 -Volumenelement ΔV_8 Elementarlängen $i\delta l_v$ erzeugt oder vernichtet. Im Unterraum $R_4 \subset R_8$ hätte dies in einem Parallelvorgang eine analoge Erzeugung oder Vernichtung metronischer Elemente $\delta s_0 = \sqrt{\tau}$ und (oder) $i\delta s_0$ zur Folge, was sich nach (19) als Erhöhung oder Verminderung von $\widehat{[]}$, also als Verdichtung oder Verdünnung metronischer Kondensationen ausdrückt. Diese metronischen Kondensationen sind, der Matrixspur von (19) entsprechend, energetischer Natur, so daß dieser Prozeß nach IV., 4. einer Energiebildung aus dem «Nichts» (bezogen auf den R_3) als Kosmogonie der Materie gleichkäme. Da im R_6 das Energieprinzip exakt und im R_4 zumindest makromar gültig ist, muß in Analogie zu $\delta s_1 + \delta s_2 = 2\delta s_0$ aus IV., 4. eine analoge Invarianzbedingung, nämlich $\Delta s_8 + \Delta \tilde{s}_8 = 0$ oder $\Delta s_8 = -\Delta \tilde{s}_8$ konzipiert werden, was dann $-ik\delta l_v \leq \Delta s_8 \leq ik\delta l_v$ bedingt. Andererseits sind diese Differenzen Zeitfunktionen, so daß für einen Zeitpunkt t_1 die Differenz $\Delta s_8(t_1)$ und $\Delta \tilde{s}_8(t_2)$ erst für die Zeit $t_2 > t_1$ erreicht wird. Dies bedeutet, daß für hinreichend kleine Intervalle $(t_2 - t_1)$ das Energieprinzip kurzfristig durchbrochen wird. Die Invarianzbeziehung $\Delta s_8 + \Delta \tilde{s}_8 = 0$ gilt also nur innerhalb eines Zeitintervalles. Eine Durchbrechung des Energieprinzips zu irgendeiner Zeit wird umso geringer ausfallen, je kleiner Δs_8 (also k) wird; denn hohe Δs_8 -Werte bedeuten im R_3 eine hohe metronische Kondensation, die einer entsprechend hohen Energie proportional ist, falls Δs_8 als Summe von k Einzelementen $i\delta l_v$ aufgefaßt wird. Der wahrscheinlichste Fall wäre daher $\Delta s_8 \rightarrow 0$ und $\Delta \tilde{s}_8 \rightarrow 0$, d. h., sind $\Delta s_8''$ und $\Delta s_8'''$ Längendifferenzen, für welche $\Delta s_8'' \gg \Delta s_8'''$ gilt, dann ist $\Delta s_8'''$ in entsprechender Weise wahrscheinlicher als $\Delta s_8''$. Somit kann $\Delta s_8'' \neq 0$ als Schwankung um einen Nullpunkt $\Delta s_8 = 0$ aufgefaßt werden, wobei diese Schwankung umso unwahrscheinlicher wird, je größer $|\Delta s_8''| > 0$ ausfällt. Es ist also $\Delta s_8''$ unwahrscheinlicher als $\Delta s_8'''$. Dies bedeutet, daß eine statistische Verteilung von Δs_8 -Längen im Intervall $-ik\delta l_v \leq \Delta s_8 \leq ik\delta l_v$ existiert.

Soll das Abbildungsgesetz $\Delta s_8 \rightarrow R_4$ untersucht werden, dann ist zu berücksichtigen, daß nach (3c) ein Energiedichtensor im R_6 vorhanden ist, nicht aber im R_8 . Auch kann der Semantik der Koordinaten x_7, x_8 eine ähnliche organisatorische Natur zuerkannt werden wie x_5 und x_6 . Wegen dieser Verwandtschaft und der bereits durch (3c) angedeuteten hermetrischen Struktur der Menge aller R_6 -Koordinaten sind also die Transformationsschritte $(x_7, x_8) \rightarrow (x_5, x_6) \rightarrow x_4 \rightarrow (x_1, x_2, x_3)$ zu erwarten. Näher zu untersuchen ist daher die Hermetrisierung von x_4 als Folge der Veränderungen von (x_7, x_8) und (x_5, x_6) .

Wie bereits in IV, 3 gezeigt wurde, ist eine Abbildung der Hermetrieform a in den R_4 möglich, wenn a durch eine geodätische Nulllinie darstellbar ist. Da die Abbildung aus dem R_{12} über die organisatorischen Koordinaten in den Schritten

$(x_7, x_8) \rightarrow (x_5, x_6) \rightarrow x_4(x_4^{\pm}) \rightarrow R_3$ erfolgt, gilt $\sum_{k=5}^8 \Delta s_k^2 = 0$ und $\Delta s_4^2 + \Delta s_5^2 + \Delta s_6^2 = 0$. Der Übergang $x_4^- \rightarrow R_3$ im R_{-4} kennzeichnet die Abbildung der b -Hermetrie als Zeitkondensation in den R_3 , so daß $\sum_{k=1}^4 \Delta s_k^2 = 0$ nur für diese b -Hermetrie (Photonen) gilt. Aus diesen quadratischen Formen folgt also $-(\Delta s_7^2 + \Delta s_8^2) + \Delta s_4^2 = 0$, was wegen $\Delta s_7 \ll \Delta s_8$ in die Näherung $\Delta s_4^2 - \Delta s_8^2 = 0$ bzw. $\Delta s_8 = \pm \Delta s_4$ übergeht. Mithin kann im Intervall $-ik\delta l_v \leq \Delta s_8 \leq ik\delta l_v$ substituiert werden, was $-ik\delta l_v \leq \Delta s_4 \leq ik\delta l_v$ liefert. Auch ist $\Delta s_8 = 0$ der wahrscheinlichste Wert, für den dann $\Delta s_4 = 0$ zu setzen wäre. Ist also zu einem Zeitpunkt $x_4^{(0)} = ict_0$ vorgegeben, dann kommt es zur Überlagerung $x_4 = ict_0 + \Delta s_4$, was mit der tatsächlichen zeitlichen Länge identisch ist. Wegen $x_4 = ict$ gilt also $\Delta s_4 = ic(t - t_0)$, worin ict_0 als mittlerer Wert sozusagen einen «Ruhewert» darstellt, der nur bis auf eine «Unschärfe» Δs_4 genau angegeben werden kann.

Nach (1) und (1a) entsteht die allgemeine Relativitätstheorie durch $g_{ik} \rightarrow g_{ik} = g_{ki}^*$. Wird dies vorausgesetzt, dann wird durch eine Masse M bzw. M_0 die Differenzlänge des räumlichen Abstandes von dieser Masse gemäß $\Delta r' \approx \Delta r(1 - \gamma M/(c^2 r)) = \Delta r(1 - A/(2r))$ geändert,

wenn $A = 2\gamma M/c^2$ als Kürzung verwendet wird. Ganz entsprechend ergibt sich als zeitliche Änderung $\Delta t' \approx \Delta t(1 + A/(2r))$. Nach den Untersuchungen in II. hinsichtlich (11) kann für die Energiedichte q im energetisch aufgefaßten Gravitationsfeld $8\pi q = -\gamma M^2/r^4$ gesetzt werden. Im kugelsymmetrischen Fall $dV = 4\pi x^2 dx$ folgt für die Gravitationsenergie im R_3 -Bereich $r \leq x < \infty$ das Integral

$E_g = \int_r^\infty q dV = -\gamma M^2/2 \int_r^\infty dx/x^2 = -\gamma M^2/(2r)$. Setzt man zur Kürzung $2E_g = E_G$, dann wird $-rE_G = \gamma M^2$, also mit dem Energiematerieäquivalent $E = Mc^2$, ein Verhältnis von Energien $A/(2r) = \gamma M/(c^2 r) = E_G/(Mc^2) = E_G/E$ und daher $\Delta r' \approx \Delta r(1 - E_G/E)$ und $\Delta t' \approx \Delta t(1 + E_G/E)$ erhalten. Nach der speziellen Relativitätstheorie gilt für $\Delta r'$ und $\Delta t'$ mit $c\beta = v$ (Relativgeschwindigkeit im R_3) $\Delta r' \approx \Delta r(1 - \beta^2/2)$ und $\Delta t' \approx \Delta t(1 + \beta^2/2)$, worin mit M_0 als Ruhemasse für $\beta \ll 1$ auch $\beta^2/2 = M_0 v^2/(2M_0 c^2)$ gesetzt werden kann. Die Differenzen $\Delta r'$ und $\Delta t'$ sind also sowohl in der allgemeinen als auch in der speziellen Relativitätstheorie durch das Verhältnis einer Energie zu einer Grenzenenergie E_0 in der Form E/E_0 bestimmt, was auch für den mikromaren Bereich gilt, derart, daß hier E_0 weder von einer Partikelmasse noch von der Relativgeschwindigkeit abhängt. In diesem Fall wäre ΔE eine der Energie $E = M_0 c^2(1 + \beta^2/2) = M(v)c^2$ zugeordnete Energiedifferenz. Ist $\beta \ll 1$, dann kann, weil $M_0 c^2$ ein konstanter Energiebeitrag ist, $\Delta E = \Delta(M_0 c^2 + M_0 v^2/2) = \Delta(v^2)M_0/2$ angenommen werden.

Die Differenz Δs_4 ändert sich minimal um $\pm i\delta l_v$ wegen $\Delta s_4 = \pm \Delta s_8$, d. h., Δs_4 ändert sich im Sinn einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, die für $\Delta s_4 \rightarrow \infty$ den Wert 0 erreicht. Aus diesem Grunde erhält man $\Delta s_4' = \Delta s_4(1 \pm i\delta l_v/\Delta s_4)$. Wenn $\Delta s_4'$ in einen funktionellen Zusammenhang mit dem Verhältnis E/E_0 gebracht werden soll, dann muß Δs_4 durch einen zeitunabhängigen Mittelwert $\overline{\Delta s_4}$ ausgedrückt werden, so daß $\overline{\Delta s_4'} = \overline{\Delta s_4}(1 \pm i\delta l_v/\overline{\Delta s_4})$ gilt. Nach der Statistik kann $\Delta s_4 = ic(t - t_0)$ über sehr viele derartiger Differenzen als Summe der Quadrate dieser Abweichungen gemittelt wer-

den, was $ic\sqrt{(t-t_0)^2} = \overline{\Delta s_4}$ liefert. Mithin sind Δs_4 und $\Delta s'_4$ statistische Schwankungen, für welche $\Delta s_4 \rightarrow 0$ und $\Delta s'_4 \rightarrow 0$ gilt, was $\overline{\Delta s'_4} = \overline{\Delta s_4}(1 \pm i\delta l_v/\overline{\Delta s_4})$ erforderlich macht. Demnach wäre auch E/E_0 durch den Differenzenquotienten $\Delta E/\Delta E_0$ und dieser durch den Mittelwert $\overline{\Delta E}/\Delta E_0$ zu ersetzen, so daß eine zeitunabhängige Verhältnisgröße entsteht. Wird $\overline{\Delta s'_4}/\overline{\Delta s_4} = 1 \pm i\delta l_v/\overline{\Delta s_4}$ mit

$\overline{\Delta s'_4}/\overline{\Delta s_4} = 1 \pm \overline{\Delta E}/\Delta E_0$ verglichen, dann folgt zunächst $\overline{\Delta s'_4} \geq \overline{\Delta s_4}$ für den positiven Zweig (weil $\overline{\Delta E}$ den Maximalwert nach (27a), nämlich $c^2 m(1,0) = c^2 \mu^4 \sqrt{2}$ erreichen kann), also $\overline{\Delta s_4} \overline{\Delta E} \geq i\Delta E_0 \delta l_v$ als eine Differenzgleichung, in welcher konstante Energiebeiträge keine Bedeutung mehr haben. Auch sind δl_v und ΔE_0 Größen im mikromaren Bereich, die von der spezifischen Natur eines Mq nicht abhängen, so daß

$$\Delta E_0 \delta l_v = a = \text{const} \neq 0 \quad (\text{G})$$

gesetzt werden muß. Damit wird die Ungleichung zu $\overline{\Delta E} \overline{\Delta s_4} \geq ia$. Würde in $\overline{\Delta E}$ ein konstanter Energiebeitrag überwiegen, dann käme $\overline{\Delta s_4}$ nur ein einziger Wert zu, doch ist dies wegen $\overline{\Delta s_8} \rightarrow \overline{\Delta s_4}$ mit Sicherheit auszuschließen, d. h., in $\overline{\Delta E}$ gibt es solche konstanten Beiträge nicht. Dies wiederum bedeutet, daß ein Energiebeitrag E nur bis auf eine statistische Schwankung $\overline{\Delta E} = E - E_0$ angegeben werden kann, was auch für die Zeit $\Delta s_4 = ic(t-t_0) = ic\Delta t$ gilt. Die Ungleichung wird damit zu $\overline{\Delta E} \overline{\Delta t} \geq a/c = \text{const}$, woraus geschlossen werden kann, daß die statistischen Schwankungen ΔE während Δt durch einen Zugriff von (x_7, x_8) auf (x_5, x_6) des R_6 erfolgen. In bezug auf diesen Zugriff ist die Zeit, wie schon durch (3c) angedeutet, völlig offen, so daß futurische Aussagen nur Wahrscheinlichkeitsaussagen möglicher Aktualisierungen sein können.

Hinsichtlich $\Delta s_4''' \Leftrightarrow \Delta s_4'''$ und $\Delta s'_4 = \Delta s_4(1 + i\delta l_v/\Delta s_4)$ wäre für jeweils ein bestimmtes Zeitintervall $\Delta s_4'' + \Delta s_4''' = 0$ und

$\Delta s_4''' + \Delta \tilde{s}_4''' = 0$. Gilt dagegen $\Delta \tilde{s}'_4 = \Delta s_4(1 + i\delta l_v/\Delta s_4)$, aber

$\Delta \tilde{s}'_4 = \Delta \tilde{s}_4(1 + i\delta l_v/\Delta \tilde{s}_4) = -\Delta s_4(1 - i\delta l_v/\Delta s_4)$, dann wird

$\delta s'_4 = \Delta s'_4 + \Delta \tilde{s}'_4 = \Delta s_4(1 + i\delta l_v/\Delta s_4) - \Delta s_4(1 - i\delta l_v/\Delta s_4) = 2i\delta l_v$

möglich. Ist also ein Zeitintervall $(t_2 - t_1)$ vorgegeben, welches durch

$\Delta s_4(t_1)$ und $\Delta s_4(t_2)$ festgelegt wird, dann bleibt stets $2i\delta l_v \neq 0$, so daß es in einem größeren Zeitintervall (welches über $t_2 - t_1$ liegt) zu einer Energieerhöhung kommen kann. Neben einer Abweichung von $\Delta \bar{s}_4$ um $\pm i\delta l_v$ sind noch ganzzahlige Abweichungen um $\pm im\delta l_v$ mit $m \geq 1$ möglich. Wegen $\overline{\Delta E \Delta t} \geq a/c$ ändert sich demnach eine Energie E nicht kontinuierlich, sondern in ganzzahligen Vielfachen n eines Grundbetrages $(\Delta E)_{\min} = \delta E$. Mit der hinsichtlich $\hat{A}_-$ invarianten Transversalmasse folgt mit $c\beta = v = \text{const}$ (Relativgeschwindigkeit) unter den Voraussetzungen der speziellen Relativitätstheorie wegen $m = m_0(1 - \beta^2)^{-1/2}$ für die Energie

$E^2 = (m^2 - m_0^2)c^4 = m^2 v^2 c^2 = p^2 c^2$, wenn p der hinsichtlich $\hat{A}_-$ invariante Impuls ist. Mit $\overline{\Delta E} = c\overline{\Delta p}$ und $c\overline{\Delta t} = \overline{\Delta r}$ wird also

$\overline{\Delta E \Delta t} = \overline{\Delta p \Delta r} \geq a/c$, wobei Energie und Zeit oder Impuls und Ort allgemeine kanonisch konjugierte Größen $\overline{\quad}$ und Δ sind, für welche stets $\Delta \overline{\quad} \Delta \geq a/c$ gelten muß, wenn die einen Mittelwert bezeichnende Überstreichung fortgelassen wird. Wegen des empirischen Ausgangsprinzips (c) ist $a = c\hbar$ zu setzen, so daß sich für kanonisch konjugierte physikalische Größen als allgemeine Unschärferelation

$$\Delta \overline{\quad} \Delta \geq a/c, \quad a = c\hbar \quad (\text{H})$$

ergibt, was für alle Mq gültig ist. Setzt man für die Minimalschwankungen der kanonisch konjugierten Variablen ΔE und Δt , dann wird (H) zu $\Delta E \Delta t = \hbar$. Hierin kann $2\pi c \Delta t = \lambda$ als eine Wellenlänge und $\nu = c/\lambda$ als ihre Frequenz sowie $\Delta E = \delta E$ interpretiert werden. Damit ergibt sich für ein Energiequant $\lambda \delta E = 2\pi c\hbar = ch$ oder

$\delta E = ch/\lambda = h\nu$. Da nach der Herleitung von (H) jede Energie ein ganzzahliges Vielfaches $n \geq 0$ einer solchen Minimalenergie ist, folgt $E_n = nh\nu$. Mit $n = 1$ und der hinsichtlich $\hat{A}_-$ invarianten Form $E_1 = pc$ entsteht daraus unter Verwendung der Frequenz $\nu = c/\lambda$ die Beziehung $p\lambda = h$, durch welche der Quantendualismus beschrieben wird. Es kann also (H) ergänzt werden durch

$$E_n = nh\nu, \quad p\lambda = h, \quad \nu = c/\lambda, \quad n \geq 0 \quad (\text{H1}).$$

Aus diesen Herleitungen kann offensichtlich der Schluß gezogen werden, daß die Hintergründe des Quantenprinzips nach (3d) und

(4b) in der Rücktransformation $R_4 \subset R_6 \rightarrow R_{12} \rightarrow R_6'$ zu sehen sind; denn als Konsequenzen dieser strukturellen Untersuchungen liefern (F) und (F1) die Grundprämissen der abstrakten Quantentheorie (offene Zukunft und Existenz trennbarer Alternativen) ebenso wie die Wahrscheinlichkeitsinterpretation quantenhafter Prozesse. Schließlich umfassen (H) und (H1) sämtliche Grundlagen der praktischen Quantentheorie, nämlich die Unschärferelation kanonisch konjugierter Variabler, den Quantendualismus von Korpuskular- und Wellenbild sowie die Energiequantisierung und daher auch die Nichtlokalität quantenhafter Prozesse hinsichtlich des R_3 . Somit ist die Quantentheorie auf keinen Fall eine unvollständige Theorie, doch ist sie offensichtlich auch nicht von fundamentaler Natur, weil ihre Quellen im Unterraum $G_4(x_9, \dots, x_{12}) \subset R_{12}$ zeitloser Strukturen liegen, was auch für die kosmogonische und eschatologische Eckstruktur der Welt R_6 gilt. Wirksam werden diese G_4 -Strukturen im Sinne des Bildes der Quantentheorie durch die Abbildungskette

$G_4(x_9, \dots, x_{12}) \rightarrow (x_8, x_7) \rightarrow (x_6, x_5) \rightarrow x_4 \rightarrow R_3$, so daß sich die zeitlich ändernden quantenhaften Strukturen im physischen Raum des Universums manifestieren.

Im allgemeinen würde die Abbildung $G_4 \triangleq (x_{12}, \dots, x_9) \rightarrow (x_8, x_7)$ den Wert 0 liefern; denn $\Delta \tilde{s}_8(x_9, \dots, x_{12}) \neq 0$ hat eine Länge $\Delta s_8 = \Delta \tilde{s}_8 + \Delta s_8$ zur Folge. Die Beziehungen (H) und (H1) wurden für den Fall $\Delta s_8 \neq 0$ hergeleitet, so daß aus $\Delta \tilde{s}_8$ ein Widerspruch zur Quantenstatistik entstehen würde. Wird für den Mittelwert $\overline{\Delta s}_8 \rightarrow 0$ mit $\Delta \tilde{s}_8 = 0$, dann würde vom Gesichtspunkt der bekannten Welt her gesehen stets nur ein R_6 existieren. $\Delta \tilde{s}_{8,7} = m \delta s_{8,7}$ soll im folgenden näher bestimmt werden.

Nach der Beziehung (F1) wurde für das Volumenelement ΔV_m eines m -dimensionalen Hermetrieraumes die Beziehung $\Delta V_m \sim (c_{1,2})^{\alpha_j} \cdot b_j^{|\alpha_j|}$ entwickelt, worin für $c_{1,2}$ die Werte 1, i und für b_j die Längenelemente δs_0 oder δl_0 stehen, während $\alpha_j \in \overline{L}$ ist. Auch existiert neben R_{12} ein R_0 , der gemäß $R_{12}' = R_{12} \cup R_0$ mit diesem R_{12} vereinigt werden kann. Schließlich existiert in einem $R_0 \triangleq R_n^*$ ein undimensioniertes Koordinatensystem y_1 mit

$1 \leq i \leq n$, so daß ein $\langle y_1, \dots, y_n \rangle \in R_n^*$ möglich wird. Hier ist $R_n^* \subset R_\infty^*$, der sich aus $|\alpha_{10}| = \frac{1}{2}$, $|\alpha_{11}| \rightarrow \infty$ ergibt. Offensichtlich wird aber R_∞^* sowohl durch $|n| \rightarrow \infty$ als auch durch $|\pm in| \rightarrow \infty$ erreicht, was $\alpha_{12} = in$, $\alpha_{13} = -in$, also $|\alpha_\mu| \rightarrow \infty$ für $11 \leq \mu \leq 13$ zur Folge hat. In diesem zweiten Fall ergibt sich als Volumenelement $\Delta V_n^* \sim (b)^{\pm in/2}$. Die Beziehung für dieses Volumenelement kann in geeigneter Form auch vom Element ΔV_m^* eines m -dimensionalen Hermetrieraumes abgeleitet werden, wenn für die dimensionslosen Komponenten y_i^2 in $\langle y_1^2, \dots, y_n^2 \rangle$ zur Vereinfachung $y_i^2 = y^2$ für alle Komponenten mit ganzen Zahlen $\underline{n}$ gesetzt und neben $c_{1,2}$ ein weiterer Faktor c_3 definiert wird. Für das Volumenelement gilt dann

$\Delta V_m^* \sim (c_3)^{i\underline{n}} \cdot b^{|\underline{n}|} = (c_3)^{i\underline{n}} \cdot (y^2)^{|\underline{n}|} = [(c_3)^i \cdot y^2]^{\underline{n}}$, wobei eine gewisse Willkür hinsichtlich der Potenz $i\underline{n}$ vorerst erscheint. Zur Vermeidung dieser Willkür werde vorgeschlagen, von den $1 \leq s \leq 4$ Lösungen von $x^2 = \pm a$ mit $a > 0$, also $x_{1,2} = \pm \sqrt{a}$, $x_{3,4} = \pm i\sqrt{a}$ auszugehen, deren Kehrwerte $1/x_s$ einen Teil der α_i für $a \rightarrow 0$ wiedergeben. Im Vorangegangenen wurde $|\alpha_\mu| \rightarrow \infty$, $\alpha_n \rightarrow \infty$ für $n \rightarrow \infty$ angegeben. Aus Symmetriegründen muß das Indexintervall der α_i auf $1 \leq i \leq 12$ begrenzt werden, so daß von den möglichen α_i nur noch α_{11} und α_{12} wirksam sind. Da alle $1/x_s$ existieren und $(-1)^{i\underline{n}} = (-1)^{-i\underline{n}}$ oder $(1)^{i\underline{n}} = (1)^{-i\underline{n}}$ ist, wird dies auch für $(c_3)^{i\underline{n}}$ gelten. Da $(1)^{1,2,3}$ sowie $(1)^{\pm i}$ und $(i)^{\pm 1}$ bereits verwendet wurden, bleibt für c_3 nur -1 oder $-i$ übrig, falls $c_3 \neq c_{1,2}$ vorausgesetzt wird. Es ist $|c_{1,2}| = 1$, was auch für c_3 gefordert werden muß. Hinsichtlich der beiden verbliebenen Möglichkeiten folgt $c_3^{i\underline{n}}$ wegen $(-i)^{-i\underline{n}} \neq (-i)^{i\underline{n}}$, aber für $(-1)^{-i\underline{n}} = (-1)^{i\underline{n}}$ eindeutig $(-1)^{i\underline{n}}$. Es wird daher ΔV_n^* mit ΔV_m^* vergleichbar, wenn $c_3 = -1$ und $\underline{n} = n/2$ gesetzt wird.

Die Abbildung $G_4 \rightarrow (x_8, x_7)$ liefert mit dem Summationsgesetz

$$y^2 = \sum_{j=1}^4 y_j^2 \text{ mit } c_3^i = (-1)^i = \exp(-2\pi(m + 1/2)) \text{ und}$$

$\delta V_m^* = (c_3^i y^2)^{n/2}$ oder $\delta \tilde{s}_{8,7} = (\delta V_m^*)^{2/n}$ die Darstellung der $x_{8,7}$ -Elemente in der Form

$$\delta \tilde{s}_{8,7} = i \delta l_o \sum_{j=1}^4 (-1)^{j+1} \exp(-2\pi(m_j \pm 1/2)), \text{ worin für alle}$$

$m_j \geq 0$ gilt, wenn in (E) für $\delta l_\alpha = \delta l_o$ und $\delta l_\beta = -\delta l_o$ gesetzt wird. Wird in dieser Beziehung

$$\delta \tilde{s}_{8,7} = i \delta l_o \sum_{j=1}^4 (-1)^{j+1} \exp(-2\pi(m_j \pm 1/2)), \quad m_j \geq 0 \quad (\text{I})$$

für alle $m_j = \text{const}$ gesetzt, dann folgt $\delta \tilde{s}_{8,7} = 0$, während $m_2 \rightarrow \infty$ und $m_4 \rightarrow \infty$ aber $m_1 = m_3 = 12$ unter Verwendung des positiven Zweiges $(m_j + 1/2)$ numerisch $\delta s_{8,7} = 8,9699 i \delta s_o \approx 9 i \delta s_o$ liefert, wobei die Fehlerabweichung ca. $3 \cdot 10^{-3}$ beträgt. Hier folgt dann $12 \cdot \delta \tilde{s}_{8,7} \approx 108 i \delta s_o \approx i \delta l_v$ als Elementarlänge der Quantentheorie. Mithin ergibt $G_4 \rightarrow (x_8, x_7)$ zunächst $\delta \tilde{s}_{8,7} = 0$ und für $(x_8, x_7) \rightarrow R_4$ das Element $\Delta \bar{s}_8 \approx \pm \Delta \bar{s}_4 = 0$ hinsichtlich des Mittelwertes. Dies bedeutet, daß die Koordinaten des R_{12} im Mittel, aber auch im symmetrischen Fall, die Werte $x_k = 0$ für $k \geq 7$ annehmen, was aber $R_{12} \rightarrow R'_6$ entspricht, womit (4b) bewiesen wurde. Wegen

$\Delta s_8 + m \delta s_8 = \Delta s_8$ mit $m \neq 0$ gilt für Δs_8 die Unschärferelation (H) nicht mehr, da diese Relation nur für $\Delta s_8 = \pm \Delta s_4$ abgeleitet wurde. Werden hingegen in der praktischen Quantentheorie veränderte Statistiken zugelassen, dann würde $m = 0$ wiederum mit (H) gelten.

Wegen $R_6 \rightarrow R_{12} \rightarrow R'_6$ mit der automatischen Rücktransformation $G_4 \rightarrow (x_8, x_7) \rightarrow (x'_6, x'_5) \rightarrow x'_4 \rightarrow R'_3$ scheint $R_6 \rightarrow R_{12} \rightarrow R'_6$ mit (I) wesentlich mehr Information zu enthalten, als in der praktischen Quantentheorie bei ihrer empirischen Anwendung aufgefunden wird. Wenn irgendein zeitlicher R_4 -Prozeß über die organisatorischen Koordinaten $R_6 \rightarrow R_{12}$ verursacht, gilt (F1) und (H), doch wird diese Gültigkeit gemäß $R_{12} \rightarrow R'_6$ und somit in bezug auf die Quantenstatistik wieder aufgehoben, wobei die Struktur R'_6 geändert erscheint, falls $R'_6 \neq R_6$ ist.

Abschließend sei bemerkt, daß Gravitationstheorien stets durch die R_6 -Elemente δs_o , aber Quantentheorien durch das Element δl_v bestimmt werden. Eine Vereinigung ist daher weder im R_4 noch im R_6 möglich, weil eine solche Vereinigung über Elemente des G_4 vollziehbar ist, die jedoch vorerst unbekannt sind. Auch Wechselwirkungstheorien sind im Gültigkeitsbereich der R_6 -Elemente, also

$|m\delta s_0| = |\Delta s_i|$ mit $m \geq 1$ und $(m) \text{MOD}(1) = 0$, nur näherungsweise möglich. Nach IV, 4 ist eine Vereinigung einer Wechselwirkungstheorie mit der Quantentheorie unter ganz konkreten Bedingungen denkbar, und zwar für $\delta s_1 = \delta s_0(1 - \alpha)$ mit $\alpha = 0,373$. Da zur Weltzeit $T_1 < T$ sich die Kosmogonie der Materie vollzog, wurde für eine Masse $M > 0$ mit $ImM = 0$ möglich. Wegen

$$(\delta s_1 + \delta s_0 \frac{\delta s_0}{\delta l_v})\pi/2 = \delta s_0(1 - \alpha + \delta s_0/\delta l_v)\pi/2 = \delta s_0(1 - \beta) = \delta s'_0$$

mit $\beta \approx 2 \cdot 10^{-4}$, also $\delta s'_0 \approx \delta s_0$ könnte eine Vereinigung möglich werden, wenn $\delta s'_0 \leq \delta s_0$, also $(M_0/M)^4 > 0$ und somit $M_0 > 0$ vorausgesetzt wird. Es ist $\delta s'_0(t)$ eine Funktion des Weltalters, für die $\delta s'_0(t_i) > \delta s'_0(t_k)$ für $t_i < t_k$ gilt. Andererseits ist $\delta s'_0 \leq \delta s_0$ die Voraussetzung für $M_0 > 0$, so daß der Termin für die Kosmogonie der Materie durch $\delta s'_0 = \delta s_0$ festgelegt wird. Ist δs_1 ein Kugeldurchmesser, der nicht unterschritten werden kann, dann ist $\delta s_1\pi/2$ die Maximaldistanz auf dieser Oberfläche, d. h., nähert man sich geradlinig, dann wird die Annäherung in einen gekrümmten Weg (schließlich als Halbkreis) überführt, so daß nicht δs_1 , sondern $\delta s_1\pi/2$ ein Maß des zurückgelegten Weges ist. Euklidisch kann δs_0 nicht unterschritten werden. Es ist $\beta/\delta s' = \beta/\delta s_0 \pm \beta/\delta l_v = \beta(\delta l_v \pm \delta s_0)/(\delta s_0\delta l_v)$ oder $\delta s' = \delta s_0\delta l_v(\delta l_v \pm \delta s_0)^{-1} = \delta s_0(1 \pm \delta s_0/\delta l_v)^{-1} \approx \approx \delta s_0(1 \mp \delta s_0/\delta l_v) = \delta s_0 \mp Q$ mit $Q = (\delta s_0)^2/\delta l_v$, so daß $Q\delta l_v = \delta s_0^2$ ein Längenbeitragelement ist, welches wegen δl_v den Beitrag der Quantentheorie liefert.

3 Die Approximation R_-/ζ bedingt $\frac{16}{3e}$, doch ist $\frac{16}{3e} \approx 2$, wodurch evtl. der Approximationsfehler kompensiert wird. Daraus folgt $M^4 = 2(ch/\gamma)^2 = 2\mu^4$, also $M = \mu^4\sqrt{2} = M_m$, und dies ist identisch mit der Schranke $M_m = m(1,0)$ aus (27a).

4 Die Energien $M'_{1,2}c^2$ sind offensichtlich Vakuumenergien, denn für die Massen M einzelner M_q muß nach (27a) stets $M \leq m(1,0) = M_m = \mu^4\sqrt{2}$ bleiben.

5 Bemerkenswert ist hier, daß der maximale Abstand auf der Kugeloberfläche mit dem Durchmesser D_1 den Wert $D_1 \cdot \frac{\pi}{2} = 1,4292959 \text{ m}$ beträgt und $\delta l_0 = 1,4312488 \text{ m}$ ist. δl_0 stimmt mit $D_1 \cdot \frac{\pi}{2}$ bis auf einen Fehler von ca. 1,3 % überein. Näherungsweise geht somit δs_0 und δl_0 aus D_1 hervor, da $D_1(t=0) \rightarrow \delta s_0(t=T)$ gilt.

6. Vorschau auf Band II

Im zweiten Band der vorliegenden Schrift wird zunächst unter Verwendung der Methodik aus Kapitel III dieses ersten Bandes die untere Schranke des Spektrums diskreter ponderabler Mq bestimmt, welches als diskretes Punktspektrum der c - und d -Formen in (27) das Pseudokontinuum überlagert. Aus der expliziten Darstellung der unteren Schranke dieses Punktspektrums wird sich dann eine kosmogonische algebraische Beziehung des physischen R_3 und seiner kosmischen Bewegung in x_4 ergeben, die nicht nur möglicherweise eine allgemeine Kosmologie begründen könnte, sondern darüber hinaus eine konkrete Aussage über einen zeitlichen Nullpunkt als Anfangsereignis der kosmischen Bewegung macht. Diese kosmogonische Beziehung wird aufzeigen, wie einerseits die kosmische Bewegung des R_3 zu verstehen ist, und daß andererseits durch diese ständige Neuaktualisierung eine Polymetrie aller Weltstrukturen begründet wird, deren Existenz bereits durch den zu (9) führenden heuristischen Schluß vermutet werden konnte. Eine Anwendung dieser Polymetrie auf (19) gestattet dann explizit eine polymetrische Beschreibung der Hermetrieformen a bis d , derart, daß durch eine Trennung der imaginären u und b von den komplexen c und d die Elimination des Pseudokontinuums in (27) vollzogen werden kann. Anschließend werden die Eigenschaften der c - und d -Terme analysiert und gezeigt, daß die Fundamentalsymmetrie nur einen sehr kleinen Umfang von Invarianzforderungen umfaßt, die jedoch exakt gelten müssen, während eine Reihe von Symmetrien höherer Ordnung ebenfalls herleitbar ist, die jedoch durchbrochen werden können. Insbesondere werden einheitliche Beziehungen für 25 stabile oder metastabile Grundzustände (angeordnet in mesonischen und barionischen Isospinfamilien) für die Quantenzahlen des Spin, der elektrischen Ladung und der Seltsamkeit für diese Grundzustände hergeleitet und auf Baryonenziffer und Isospin redu-

ziert. Auch wird ein einheitliches Spektrum der c - und d -Massen für die 25 Grundzustände entwickelt.

Hierbei wird in VIII, 4 gezeigt, daß es zu jedem dieser Zustände ein Spektrum von Resonanzen gibt, welches durch die Folge positiver ganzer Zahlen $N \geq 0$ der Resonanzordnungen gekennzeichnet wird, die aber eine jeweils durch den Grundzustand $N = 0$ bestimmte obere Schranke aufweisen. Zu diesen Ausführungen in VIII, 3 und 4 sind nach dieser Neufassung von Band I folgende Ergänzungen zu machen:

Bei der Abschätzung von m_e aus m_{min} wurde der gegenwärtige Meßwert von α verwendet, der jedoch vom theoretischen Wert der Feinstrukturkonstante nach (105) etwas abweicht, wobei diese Abweichung außerhalb der Fehlertoleranz liegt. Die Beziehung (105) ist offenbar nicht exakt, was möglicherweise am heuristischen Ansatz $-\varphi(\varsigma) = \varphi(\delta) - \varphi(\omega)$ auf S. 299, Zeile 1 liegt, denn hier wurde die metronische Zellenstruktur des durch die Felder deformierten R_3 nicht berücksichtigt. Unabhängig von dieser Zellenstruktur ist nach Kap. II die Statik eines Feldes durch den stationären Zustand des dynamischen Gleichgewichtes von Mikrofluktuationen im R_3 vorge-täuscht. Die Deformation der Zellenstruktur wird durch das externe reduzierte Ladungsfeld $e_r = \varepsilon_{\pm} \sqrt{\eta}$ des p und e^- im H -Atom verursacht, aber durch eine vektorielle Funktion $\overline{\varphi}(n)$ der Metronenziffer n beschrieben. Hierbei genüge $\overline{\varphi}$ dem Selektor (M14), also $\delta^2 \overline{\varphi} - 3 \delta \overline{\varphi} + \overline{\varphi} = \overline{0}$. Ist $\overline{p} \parallel \overline{\varphi}$ der um $\delta \overline{\varphi}$ verminderte Feldvektor $\overline{\varphi}$, also $\overline{p} = \overline{\varphi} - \delta \overline{\varphi}$, dann kann spekulativ angenommen werden, daß noch zwei weitere Vektorfelder $\overline{f}$ und $\overline{X}$ existieren, für welche $\angle(\overline{f}, \overline{\varphi}) = \gamma$ und $\angle(\overline{X}, \overline{f}) = \pi/2 - \gamma$ und $\overline{X} \triangle \overline{p}$ gilt. Hier erscheint γ als ein Höhenwinkel in $0 \leq \gamma \leq \pi$ in bezug auf die Niveaulächen der Feldstruktur des deformierten Zellenraumes. Sind $\overline{f}$ und $\overline{\varphi}$ bzw. $\overline{p}$ Konstante hinsichtlich γ , dann kann $\overline{X}(\gamma)$ mit $\delta_{\gamma} \overline{X} \neq \overline{0}$ angenommen und heuristisch der Zusammenhang $\overline{p} \times_{\gamma} \overline{X} = \overline{f} \times \overline{\varphi}$ konzipiert werden. Andererseits muß es eine Funktion Z geben, die mit dem phänomenologischen Potential V , welches zwischen V_{ee} und V_{rr} liegt, im Zusammenhang $V \delta Z = Z \delta V$ steht. Liegt X zwischen den Grenzen X_0, X_1 und Z in Z_0, Z_1 , aber V in V_{ee}, V_{rr} , dann

wird eine Integration dieses Zusammenhanges möglich. Wegen $\bar{X} \perp \bar{p}$ und $p = \varphi - \delta\varphi$ liefert der Betrag $p \delta_\gamma X = f\varphi(n) \sin\gamma$ oder wegen $p = \varphi - \delta\varphi = \varphi(n-1)$ auch $\delta_\gamma X = f \frac{\varphi(n)}{\varphi(n-1)} \sin\gamma$. Zweifel-

los sind nach (15) die R_3 -Zellen in sehr guter Näherung infinitesimal i. B. auf die Abmessungen eines H -Atoms aufzufassen. Die Näherung $\tau \rightarrow 0$ bedingt aber $n \rightarrow \infty$ und wegen der vorausgesetzten Gültigkeit von (M14) für $\bar{\varphi}$ und φ den Grenzwert

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\varphi(n)}{\varphi(n-1)} = \xi$ mit $2\xi = 1 + \sqrt{5}$. Dieser Übergang bedeutet

andererseits $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta_\gamma X = dX/d\gamma$, was im Vergleich $dX/d\gamma = f\xi \sin\gamma$

liefert. Die Integration erfolgt längs $0 \leq \gamma \leq \pi$ und $X_0 = X(\gamma = 0)$ bis $X_1 = X(\gamma = \pi)$, wo stets $X_0 = 0$ erreichbar ist. Dies bedeutet

$X_1 = f\xi \int_0^\pi \sin\gamma d\gamma = -f\xi(\cos\pi - \cos 0) = 2f\xi$, während für die phänomenologische Beziehung der gleiche Grenzprozeß

$\lim_{n \rightarrow \infty} \delta Z/\delta V = dZ/dV$ oder $dZ/dV = Z/V$ gilt. Auch hier kann

integriert werden, und zwar von $\int_{Z_0}^{Z_1} d\ln Z = \int_{V_{ee}}^{V_{rr}} d\ln V$ oder

$Z_1/Z_0 = V_{rr}/V_{ee}$. Mit der Distanz y wird zwar $4\pi\epsilon_0 y V_{ee} = \epsilon_\pm^2$, doch ist $4\pi\epsilon_0 y V_{rr} = e'_r e''_r$ mit $e'_r = \epsilon_- \sqrt{\eta}$ für e^- , aber $e''_r = \epsilon_+ \sqrt{\eta}$ für p zu setzen. Damit wird $Z_1/Z_0 = e'_r e''_r / \epsilon_\pm^2 = -\eta$, oder $Z_1 = -\eta$, weil stets $Z_0 = 1$ erreichbar ist. Mit Sicherheit kann angenommen werden, daß Z_1 die phänomenologische Auswirkung von X_1 ist, was den Vergleich $X_1 = Z_1$ oder $2\xi f = -\eta$ ermöglicht.

Mit diesem Wert f kann nunmehr der heuristische Ansatz $-\varphi(\zeta) = \varphi(\delta) - \varphi(\omega)$ in Bd. II, S. 299, Zeile 1 in der Form $-f\varphi(\zeta) = \varphi(\delta) - \varphi(\omega)$ korrigiert werden. Die Entwicklung des Korrekturgliedes führt dann, wenn $s = f/2$ verwendet wird, zu $(1 + \sqrt{\eta_{1k}})A_k = (1 - \sqrt{\eta_{1k}})(\sqrt{\eta_{1k}})^f = (1 - \sqrt{\eta_{1k}})\eta_{1k}^s$, so daß A_k in (105) durch den Ausdruck

$$(1 + \sqrt{\eta_{1k}})A_k = (1 - \sqrt{\eta_{1k}})\eta_{1k}^s, \quad 4\xi s = -\eta$$

zu ersetzen ist. Mit dieser Korrektur liefert der positive Zweig von

(105) numerisch als reziproke Feinstrukturkonstante des Lichtes $1/\alpha_{(+)} = 137,03598957534338$ der trotz der spekulativen Form des Ansatzes gut mit dem gegenwärtigen Meßwert verglichen werden kann. Es kann daher $\alpha_{(+)} = \alpha$ gesetzt werden. Für den negativen Zweig ergibt sich numerisch $1/\alpha_{(-)} = 1,0000266267442392$, also

$\alpha_{(-)} \approx 137\alpha$. Aus der Korrektur von (105) kann geschlossen werden, daß der diese Korrektur bedingende Einfluß metronischer R_3 -Zellen auch das Ladungsfeld (104) der R_4 -Kondensationen mitbestimmt. Mit einem Summanden b wird dann für den Korrekturfaktor $H = \alpha_{(-)} + b \approx 1$, so daß $C_{\pm}^2$ durch $C_{\pm} H C_{\pm}$ in (104) zu ersetzen ist. Wird für den Summanden b die Fassung $3\eta b = (\xi\alpha/2)^2$ verwendet, dann kann (104) durch $H = \alpha_{(-)} + b$, $3\eta b = (\xi\alpha/2)^2$,

$4\pi^2 C_{\pm} = \pm (\frac{2\vartheta}{HR_-} \hbar)^{1/2}$ ergänzt werden, während in (105a) für

die Kopplung $\beta = \alpha_{(-)} + 3\eta\eta_{11}\eta_{12}b/\xi^2$, also als Korrektur von (105a), die Beziehung $\beta = \alpha_{(-)} + \eta_{11}\eta_{12}\alpha^2/4$ eingefügt werden muß. Da $H < 1$ bleibt, liefert die numerische Bestimmung von $e_{\pm}$ aus der korrigierten Beziehung (104) einen Wert, der etwas über dem Meßwert liegt. Verwendet man jedoch die nach dem Quanten-Halleffekt genauer bestimmten Naturkonstanten

$\hbar = 1,0545726663 \cdot 10^{-34} \text{ Ws}^2$ und in $R_- = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ neben

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ VsA}^{-1} \text{m}^{-1}$ als Influenzkonstante

$\varepsilon_0 = 8,854187817 \cdot 10^{-12} \text{ AsV}^{-1} \text{m}^{-1}$, dann folgt numerisch nach (104) mit H der numerische Wert

$e_{\pm} = \pm 1,6021773356 \cdot 10^{-19} \text{ As}$. Dieser Wert ist ebensogut mit dem Meßwert vergleichbar wie $\alpha_{(+)} = \alpha$. Ermittelt man mit (112) die möglichen Massenspektren materieller Elementarstrukturen, und werden die durch den Quanten-Halleffekt korrigierten Naturkonstanten $\hbar$ und c in den Eichfaktor μ eingesetzt, dann ergeben sich numerische Massenwerte, die mit den empirischen Daten sehr gut vergleichbar sind, wenn bei sechsstelliger numerischer Kalkulation für die Gravitationskonstante $\gamma = 6,672207 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$ im Eichfaktor gesetzt wird. Auf diese Weise verschieben sich die im Anhang von Band II zur Demonstration aufgezeigten theoretischen Massenwerte etwas,

doch bleibt die gute Wiedergabetreue erhalten, was sich insbesondere an den empirisch ebenfalls neu bestimmten Massen von Elektron und Proton zeigt.

Werden nach (112) theoretische Massenspektren numerisch bestimmt, dann zeigt sich im Vergleich mit den entsprechenden Meßwerten, daß bei Spektren mit der Doublettziffer $\kappa = 0$ einzelne Massenterme außerhalb der Meßtoleranz liegen, aber als Mittelwert den empirischen Term wiedergeben. Da kaum angenommen werden kann, daß meßtechnisch solche arithmetischen Mittelwerte erfaßt werden, könnte man für $\kappa = 0$ in der Anregerfunktion (110) des Protosimplexgenerators das Resonanzraster b mit einer Ziffer $j = 2(2 - \kappa)$ zu $\underline{b} = 2b/j$ verfeinern. Wird dies durchgeführt, dann müßte jedoch in dieser Anregerfunktion für $\frac{a}{N+2} + b\sqrt{N(N-2)}$ in die Fassung $\frac{a}{N+j} + \underline{b}\sqrt{N(N-j)}$ gebracht werden. Geschieht dies, dann werden die Terme des Resonanzrasters für $N = 1$ bis $N = 3$ im Fall $\kappa = 0$ ebenso imaginär wie $N = 1$ und $N = 2$ im Fall $\kappa = 1$. Auf diese Weise wird die Wiedergabetreue einiger Terme in den Spektren $\kappa = 0$ verbessert, doch wird zugleich ihre Zahl erhöht. Hier wäre zu bemerken, daß (112) die Menge aller logisch möglichen Massen wiedergibt, von der nur die verhältnismäßig kleine Untermenge derjenigen Massenterme empirisch nachweisbar wird, deren Bildungswahrscheinlichkeiten bezogen auf die Umfeldbedingungen des Experimentes im Zusammenhang mit den Eigenschaften der betreffenden Stratonmatrix, gewisse Schwellenwerte überschreiten. Auch könnte sich aus dem in (114) noch unbekannten Zusammenhang $Q(N)$ ohnehin eine Auswahlregel innerhalb der Menge logisch möglicher Terme ergeben.

In einem Tabellenanhang werden schließlich die theoretischen numerischen Werte aller dieser Eigenschaften der ponderablen Mq des c - und d -Spektrums einschließlich der auch empirisch gegenwärtig nachweisbaren Resonanzen und theoretisch möglicher Neutrinozustände zusammengestellt. Auch wird aufgrund der sich ergebenden Fundamentalsymmetrie und der Symmetrien höherer Ordnung unter

Hinweis auf die hierdurch bedingten Invarianzforderungen ein eventuell möglicher Ansatz zu einer relativistischen Basisdynamik ponderabler Mq gegeben.

BEGRIFFSREGISTER

Antihermetrie 192
Architektureinheit, semantische 192
Argumentselektor 116

Basissignatur 157
Bewegung, kosmische 52
Binärfeld 156

Einheitsselektor 116
Endogenspin 178
Endogenwelt 178
Ereignis, latentes 52
– , manifestes 52
Exogenspin 178
Exogenwelt 178

Feinstruktur, metronische 135
Feinstrukturselektor 138
Feinstrukturziffer 138
Feldselektor 138
Fundamentalkondensor 155
Fundamentalselektor 132
Funktion, metronische 101
Funktionalselektor 116

Gitter, metronisches 110
Gitterkern 148
Gitterselektor 140
Gravitationsgrenze 88
Graviton 223
Gültigkeitsbereich 208

Hermetrie 192
Hermetrieform 194
Hermetriestruktur 195
Hyperselektor 140
Hyperstruktur 136
Hyperstrukturselektor 139

Imponderabilität 13

Kompositionsfeld 139
Kondensation, imaginäre 194
– , komplexe 194
– , metronische 152
Kondensationsstufe, metrische 195
Kondensfeldselektor 157
Konstantenselektor 117
Kontrasignatur 157
Koordinationsselektor 116
– , orientierter 117

Kopplungsselektor 167
Kopplungstensor 167
Korrelationstensor 167
Korrelationsvermittler 151
Korrelator 151
Kreationsselektor 126

Materiefeldquant 13
Maximon 247
Metrikselektor 132
Metron 93
Metronifferential 103
Metronentensor 175
Metronenziffer 103
Metronintegral 103
Metronintegrand 104
Metronspin 142

Nullselektor 116

Operator, metronischer 115

Partialselektor 151
Partialstruktur 147
Polymetrie 149
Ponderabilität 13

Raster, metronisches 127
Raumkompressor 186
Raumkondensation 195
Raumkondensor 188
Raumzeitkondensation 195
Realitätsschranke 92

Selbstkondensation 194
Selektor 115
Siebkette 149
Sieboperator 149
Spinfeldfunktion 141
Spinfeldselektor 141
Spinselektor 141
Strukturkomposition 139
– , metronische 139
Strukturkompressor 169
Strukturkondensation 152
Strukturkondensor 170
Strukturstufe, metronische 180

Tensorium 101
– , einfach strukturiertes 101
– , metronisches 127

– , primitiv strukturiertes 127

Transkoordinate 194

Typensignatur 161

Verbundselektor 167

Welt 45

Weltarchitektur, hermetrische 201

Weltdimensionen 45

Weltgeschwindigkeit 54

Weltkoordinaten 45

Weltlinie 52

Weltpunkt 52

Weltselektor 189

Weltskalar 54

Weltstruktur 59

Welttensor 53

Weltensorium 93

Weltvektor 54

Wirkungsmatrix 163

Wirkungsmatrix, totale 163

Wirkungssignatur 157

Zeitkondensation 195

Zuordnungsselektor 116

Zustandsselektor 116

ANHANG I

TABELLEN

Zur Veranschaulichung der Wiedergabequalität dieser einheitlichen mathematischen Beziehungen sollen nachstehend die numerisch errechneten Eigenschaften einiger stabiler und metastabiler Partikelzustände vorab in Tabellenform wiedergegeben werden. In der ersten Spalte dieser Tabelle befindet sich das betreffende Partikelsymbol, während in der zweiten Spalte die sechs theoretischen Quantenzahlen in der Form $(kPQ\kappa)q_x(C)$ zusammengefaßt sind, welche die betreffende Partikel kennzeichnen. Es ist k die Konfigurationszahl, welche sich als die um 1 erhöhte empirische Baryonenziffer erweist. Ferner ist P der doppelte Isospin und Q die doppelte Spinquantenzahl (es zählt also Q für Bosonen geradzahlig und für Fermionen ungeradzahlig), während κ eine aus theoretischen Gründen eingeführte Quantenzahl ist, die als sogenannte Doublettziffer die Vervielfachung der Isospindoubletts für einen Wert k kennzeichnet. Die elektrische Ladungsquantenzahl (mit Ladungsvorzeichen) der Komponente x eines Isospinmultipletts wurde durch q_x und der Strukturdistributor als Quantenzahl durch C symbolisiert. Die theoretische Ziffer des Strukturdistributors beschreibt die Verteilung der c - und d -Hermetrie in Multipletts und erweist sich übrigens als identisch mit der aus empirischen Gründen eingeführten Seltsamkeitsquantenzahl. Da diese Quantenzahl nur die Zahlen 0,1,2 und 3 annehmen können, werden die prinzipiell positiv erscheinenden Zahlen nicht durch Kommata getrennt, wohl aber q_x und C . In der dritten Tabellenspalte werden die theoretischen strukturellen Besetzungsziffern der vier internen strukturellen Konfigurationszonen einer Elementarkorpuskel in der Form der Zahlenquadrupel n,m,p,σ angegeben, während die vierte Spalte die jeweilige theoretische Masse M der Partikel in MeV enthält. Zur Bestimmung des Eichfaktors wurden die durch den Quanten-Halleffekt genauer bestimmten Naturkonstanten $\hbar, c$ bzw. ε_0 mit $\gamma = 6,672207 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$ als Gravitationskonstante verwen-

det. Auch werden die theoretisch bestimmten numerischen Werte für die elektrische Elementarladung und die Sommerfeld-Konstante wiedergegeben. Der Vergleich dieser theoretischen numerischen Werte $(kPQ\kappa)q_x(C)$ aus Spalte 2 und M aus Spalte 4 mit den empirischen Werten dürfte für sich selbst sprechen. Es sei allerdings betont, daß es sich hierbei nur um eine verhältnismäßig kleine Auswahl zur Demonstration handelt.

**Zusammenstellung einiger theoretischer Daten
stabiler und metastabiler Elementarpartikel**

Partikel	theoretische Quantenzahlen	strukturelle Bezugsziffern				theoretische Massen in MeV
e^-	$(1110) - 1(0)$	0,	0,	0,	0	0,5109991
μ^-	$(1111) - 1(0)$	11,	6,	11,	6	105,6586
$\pi^\pm$	$(1200) \pm 1(0)$	12,	9,	2,	3	139,5659
K^+	$(1101) + 1(+1)$	17,	26,	30,	18	493,6634
π^0	$(1200) \quad 0(0)$	12,	3,	6,	4	134,9616
K^0	$(1101) \quad 0(+1)$	18,	5,	5,	2	497,6695
η	$(1000) \quad 0(0)$	18,	22,	17,	16	548,8027
p	$(2110) + 1(0)$	0,	0,	0,	0	938,2719
n	$(2110) \quad 0(0)$	0,	0,	-2,	17	939,5653
Λ	$(2010) \quad 0(-1)$	1,	3,	0,-11		1115,592
Σ^+	$(2210) + 1(-1)$	2,	-7,-12,	13		1189,384
Σ^0	$(2210) \quad 0(-1)$	2,	-7,-14,	-2		1192,437
Σ^-	$(2210) - 1(-1)$	2,	-6,	-5,-10		1197,259
Ξ^0	$(2111) \quad 0(-2)$	2,	6,	-1,	6	1314,773
Ξ^-	$(2111) - 1(-2)$	2,	7,-17,	1		1321,304
Ω^-	$(2030) - 1(-3)$	4,	4,	-2,	15	1672,361

Feinstrukturkonstante des Lichtes: $1/\alpha = 137,03598975343$

Elektrische Elementarladung: $e_\pm = \pm 1,6021773356 \cdot 10^{-19} As$.

ANHANG II

DIFFERENTIALBEZIEHUNG

Zur Ermittlung dieser Differentialbeziehung muß berücksichtigt werden, daß $(\mathbf{d}_2)$ das Gravitationsfeld (I. NEWTON) als Zentralfeld $r\varphi_n = \gamma M_0 = \text{const}$ beschreibt. Diese Beziehung wurde durch Anwendung des Infinitesimalkalküls auf die drei Keplerschen Gesetze gewonnen, die ihrerseits unter Voraussetzung des heliozentrischen Bildes direkt aus einer großen Zahl von Beobachtungen scheinbarer Planetenbewegungen (T. BRAHE) abgelesen werden konnten. Tatsächlich ist $(\mathbf{d}_2)$ im Bereich der relativ geringen Entfernungen innerhalb des Planetensystems sehr genau. Hierfür spricht die Möglichkeit der exakten Bestimmung von Sonnen- und Mondfinsternissen ebenso wie die außerordentliche Präzision der Bewegung von Weltraumsonden auf Hohmann-Kurven (W. HOHMANN: *Die Erreichbarkeit der Himmelskörper*), die nach Brennschluß des Triebwerkes in die kräftefreien Bewegungen auf Keplerbahnen übergehen.

Allerdings wurde bei der Herleitung von φ_n keine Aussage über sehr große r -Werte weit jenseits des Planetensystems berücksichtigt, was historische Gründe hat. Offensichtlich ist die Annahme des asymptotischen Verlaufes $\lim_{r \rightarrow \infty} \varphi_n = 0$ in gewisser Hinsicht spekulativ, so daß φ_n zu $\varphi(r) \rightarrow \varphi_n$ zu ergänzen ist. Hierzu müssen jedoch Sachverhalte wie $(\mathbf{d}_1)$ bzw. $c < \infty$ oder $h > 0$ und damit die atomare Struktur der Materie einbezogen werden, die zur Zeit der Entwicklung von $(\mathbf{d}_2)$ unbekannt waren.

Wird in $(\mathbf{1})$ nur das gravitative Wechselwirkungsfeld berücksichtigt und hierfür die Symmetrie $g_{ik} = g_{ki}$ der Riemannschen Geometrie unterstellt, dann wird $(\mathbf{1})$ zur symmetrischen Grundbeziehung der ART, nach der das G -Feld als geometrischer Zustand des R_4 interpretiert wird. Wenn man allerdings berücksichtigt, daß in der Geodätenbeziehung $\ddot{x}^i = -\Gamma_{km}^i \dot{x}^k \dot{x}^m$ die Parameterableitun-

gen nach der physischen Zeit t erfolgen, also die $\ddot{x}^j$ Beschleunigungs- und die $\dot{x}^j$ Geschwindigkeitskomponenten sind, dann wird deutlich, daß zur Erzeugung dieses geometrischen R_4 -Zustandes $g_{ik} \neq \delta_{ik}$ Arbeitsvermögen aufgewendet werden muß und somit auch beim G -Feld ein energetischer Zustand vorliegt.

Dies wiederum bedeutet, daß auf eine solche Feldenergie, das aus der SRT folgende Energie-Materieäquivalent anwendbar ist, wobei diese SRT auf das elektromagnetische Relativitätsprinzip als Folge von **(d₁)** mit $c < \infty$ zurückgeht. Andererseits gilt das Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation, so daß die Feldmasse des G -Feldes zu einer Verteilung $M(r)$ mit $M(r_0) = M_0$ im R_3 , also zur Korrektur $r\phi = \gamma M(r)$ mit $j \rightarrow \phi_n$ und $r \rightarrow r_0$ (Feldquelle) führt.

Diese Form der Korrektur ist zwar sinnvoll, aber nicht vollständig; denn letztlich liegen die gleichen Verhältnisse vor wie bei der Untersuchung des G -Feldes innerhalb einer Massenverteilung, was daher zu $\phi = \phi_n$ zurückführt. Es muß also noch die andere Tatsache der durch **(c)** bedingten atomistischen Natur der makromaren Feldquelle berücksichtigt werden, die zur Zeit der Entwicklung von **(d₂)** ebenfalls unbekannt war. Unabhängig von der Makrobeachtung muß es für jedes atomare Element der Feldquelle ein elementares G -Feld geben, so daß das makromare Feld durch den additiven Charakter der atomaren Feldquellen bestimmt und für diese elementaren Felder **(c)** wirksam wird. Liegt andererseits ein energetisches Feld wie z. B. **(d₁)** als Quantenfeld vor, dann würde für diese ponderomotorisch erscheinende Wechselwirkung (2 Ladungen im attraktiven Zusammenhang) die allgemeine Unschärferelation als Folge von **(c)** gelten, so daß die kanonisch konjugierten Größen, wie Impuls und Ort oder Energie und Zeit, nicht gleichzeitig beliebig genau meßbar sind, und zwar abhängig von der strukturellen Feldnatur. Wird nun die ponderomotorische Wirkung des **(d₁)**-Feldes durch diejenige eines äquivalenten G -Feldes (als energetischer Zustand aufgefaßt) ersetzt, dann ist nicht einsehbar, daß nach dieser Substitution die kanonisch konjugierten Größen der Unschärferelation nicht mehr genügen sollten. Wenn

also das G -Feld von energetischer Natur ist, dann wäre die Erfahrung **(c)** des Quantenprinzips voll wirksam, so daß die Korrektur von φ_n nach $\varphi(r)$ auch **(c)** berücksichtigen muß. Nach dem Quantendualismus ist damit aber auch eine Wellenlänge bzw. eine Reichweite definiert. Wird in dieser Art das G -Feld als energetische Wechselwirkung aufgefaßt, dann käme diesem Feld nach der Hierarchie der Wechselwirkungen eine maximale, aber endliche Reichweite zu (extrem schwaches Feld), die für jedes elementare G -Feld gilt. Wegen der additiven Superposition der atomaren Elemente und ihrer Elementarfelder gilt diese Reichweite auch für den makromaren Feldverlauf.

Wird auch dieser durch **(c)** bestimmte Sachverhalt in φ berücksichtigt, dann muß vom Energieprinzip ausgegangen werden, was aber eine phänomenologische Gravitationsdynamik voraussetzt, die bis zur Gegenwart nicht entwickelt wurde. Aus diesem Grunde wird das in Kap. I. 2 dieser Schrift angebotene System **(*)** bis **(*b)** verwendet.

NAMEN- UND SACHREGISTER

- Abbildung, reguläre 159
- Abbildungsprozeß 224
- Abklingbereich 228
- Abstoßungsfeld 86
- Äquivalenzprinzip 14, 31
- Affinitäten, reguläre 37, 69
- Alternativen, trennbare 48
- Analysis, infinitesimale 99
- Antigravitation 96
- Architektureinheit, semantische 192
- Argumentselektoren 116
- Aussagen, futurische 38, 48
- Auswähler 115

- Baryonenziffer 298
- Basis, empirische 9, 10
- Basissignatur 157
- Bewegung, kosmische 52
- Bezugstensorium 174, 179, 185
- Binärfeld 156
- Bipolarität 232
- Bondi, H. 16

- C-Bezugssystem 28
- C-System, pseudo-euklidisches 37
- Cartan-Geometrie 28, 155
- Casimir-Effekt 67
- Christoffelsymbole 61
- Chronon 252

- Darstellung, natürliche 270
- Darstellungsraum 270
- Diagonalelemente 151
- Differentialbeziehung 303
- Differentialform, invariante 53
- Differentiation, kovariante 147
- Dimensionen, reelle 49
 - , zusätzliche 49
- Dimensionsgesetz 48
- Dimensionszahl 45, 95
- Dimensionszahl, energetischer Unterraum 280
- Dimensionszahlen, Darstellungsräume 282
- Diskontinuitäten, mikromare 33
- Distanz, größtmögliche 250
 - , kritische 229
- Divergenzfreiheit 31
- Dopplereffekt 89
- Doublettziffer 298
- Dreizeigersymbole 29, 155
- Drittelleitung, elektrische Elementar-
 - ladung 245
 - Dröschner, W. 47

- Eckereignisse 265
- Eichinvarianz 26
 - , elektromagnetisches Feld 241
- Eigenwerte 38, 39, 41
 - , diskrete 210
 - , Kondensoraggregate 202
- Eigenwertproblem, metronisches 181
- Eigenwertspektren 41, 43, 47, 196
- Eigenwertverhältnis 196, 198, 213
- Einheitsselektor 116
- Einheitsvektor 60
- Einstein, Albert 14, 31
- Elektronenmasse 264
- Elementarlängen 272
- Elementarlänge δl_0 275
 - , Zeitunabhängigkeit 275
- Elementarlängen, Exponenten 274, 278
- Elementarlängen, R_{12} 266
- Elementarmasse 257
- Elementarmassen, Erzeugung aus Vakuum 260
- Elementaroperationen, metronische 99
- Elementarpartikel 302
- Elementarstruktur, beschriebene 42
- Elementarstrukturen 40
 - , hermetrische 212
- Elementarzelle, metronische 177
- Endogenspin 178
- Endogenwelt 178
- Energie, statistische Schwankungen 287
- Energiedichten 44, 62
- Energiedichtetensor 24, 45, 62
 - , nicht hermitescher 276
 - , R_{12}
- Energiemasse 40
- Energiematerieäquivalent 246
- Energiepotential 258
- Energieprinzip, Durchbrechung 284
- Energieverhältniszahl 286
- Ereignisse, latente 52
 - , manifeste 52
- Ereignisstruktur 24
- Erhaltungsprinzipien 9, 11
- Erzeugende, Zerfallungskörper 269

- Exogenspin 178
- Exogenwelt 178
- Exponentenmenge 277
- Extradiagonalelemente 151, 155
- Extrema, γ_{kl}
- Extremalprinzip 32
- Extremwerte, metronische 106

- Fallbeschleunigung 86
- Feinstrukturen 135
- Feinstruktur, metronische 136
- Feinstrukturkonstante, Licht 293, 295
- Feinstrukturselektor 138
- Feinstrukturziffer 138
- Feld, attraktives 86
 - , des nichthermiteschen Fundamentaltensors 37
 - , elektromagnetisches 226
 - , nicht eichinvariantes 20
- Feldaktivierung 190
- Feldenergie, gravitative 79
- Feldmasse 16
 - , gravitative 16, 17, 78, 80, 87
- Feldquelle 71
 - , gravitative 30
- Feldselektor 138
- Feldstörung, gravitative 19, 20, 223
- Feldstruktur, gravitative 75
- Feldtensor, antihermitescher 22
 - , antisymmetrischer 21
 - , einheitlicher 24, 69, 71
 - , Elektromagnetismus 24
 - , elektromagnetischer 71
 - , Gravitation 24
- Feldvektor 86
- Fibonacci-Reihen 126
- Fläche, singuläre 87
- Flächenquanten, elementare 99
- Fluchtbewegung 89
- Folgenraum 254
- Fundamentalkondensor 155, 161
 - , binärer 157
- Fundamentalproblem, hermetisches 201
- Fundamentalselektor 132, 140, 143, 185
- Fundamentalsymmetrie 297
- Fundamentaltensor 216
 - , metrischer 28, 61
 - , metronischer 152
 - , nichthermitescher 28, 31
- Funktion, metronische 101, 129
 - , zahlentheoretische 100, 101
- Funktionen, transzendente, metronische 109
- Funktionaloperator, hermitescher 37, 38
- Funktionsselektor 116
- Funktionsraum, metronischer 183

- G_4 -Elemente 283
- Galoissche Gruppe 269
- Galoissche Theorie 267
- Geodätenbeziehung 29, 75
- Geodätengleichung 62, 65, 94
- Gitter, geodätisches 174
 - , metronisches 110, 135
- Gitterkern 148, 154
- Gitterkernselektor 185
 - , nichthermitescher 185
- Gitternetz 159
- Gitterselektor 140, 145, 179, 185
- Gleichung, charakteristische 69
- Gradient, metronischer 121
- Gravitation 15
- Gravitationsdynamik 17, 18
- Gravitationsfeld 15, 16, 17, 71, 75, 76, 224
 - , zeitlich variables 22
- Gravitationsgrenze 88
- Gravitationskonstante 299
- Gravitationsstrahlung 19, 20
- Gravitonen 83, 223
- Gravitonensystem 226
- Grenzenergie 286
- Grenzwert einer Folge, metronischer 111
- Größen, kanonisch konjugierte 288
- Grundbetrag, ganzzahlige Vielfache 288
- Gruppe, Automorphismen 269
 - , isomorphe 267
- Gruppendarstellung 270
- Gültigkeitsbereiche 208, 209, 210
- Gültigkeitsbereich, zweiter 212
- Hauptachsentransformation 70
- Heisenberg, W. 2
- Hermeneutik 192
- Hermetrie 192
 - , komplexe 227
- Hermetrieformen 192, 193, 194, 212
- Hermetrieform a 212, 215

- Hermetrieform *b* 224
- Hermetrieform *c* 226
- Hermetrieform *d* 226, 238, 240
- Hermetrieformübergänge 226
- Hermetrieproblem, fundamentales
198, 200, 201, 205
- Hermetrieraum 280
- , Volumenelement 281, 289
- Hermetriestruktur 195
- Hermitezität 28
- , kovariante 188
- Hintergrundenergie 258
- Hintergrundphänomen 15
- Hubble-Beziehung 89
- Hubble-Radius 261
- Hyperflächen 127, 128
- Hypermatrix 141, 151, 163
- Hyperraum 47
- Hyperelektoren 140, 143, 148, 149,
185
- Hyperstruktur 178
- Hyperstrukturen, metronische 136
- Hyperstrukturselektoren 139
- Imponderabilität 13
- Indizierung, ko- und kontravariante 27
- Indexvertauschung 170
- Inertialsysteme 11, 21
- Inflationsproze 261
- Integrabilitätsbedingung, metro-
nische 107
- Integralbegriff, infinitesimaler
100
- Integraltheorem, metronisches 107, 123,
124
- Invarianz, Gravitationsfeld 16
- Isomorphismus 268
- Isospin 298
- Kardinalzahl 253
- Kardinalzahlenkomplex 253, 254, 255,
271, 277, 278
- Kausalität, faktische 48
- Kette 273
- Kettenregel, metronische 110
- Körper, algebraischer 269
- Komplementärradius, räumlicher 232
- Kompositionsfeld 73, 139, 147
- Kondensation, imaginäre 194
- , komplexe 194, 230
- , metronische 152, 159
- , minimale 264
- Kondensationsformen, imaginäre 212
- Kondensationsgrad 153
- Kondensationsstufen 195
- , strukturelle 173
- , virtuelle 189
- Kondensfeldselektoren 157, 163, 165, 186
- Kondensfeldselektor, allgemeiner
162
- Kondensorflu 67, 190
- Konfigurationszahl 298
- Konfigurationszonen, strukturelle
299
- Konstante, gravitationsdynami-
sche 81
- Konstantenselektor 117
- Kontrasignatur 157
- Koordinate, geodätische 60, 73
- Koordinaten, antihermetrische
192, 195
- , imaginäre 50
- , nicht vertauschbare 192
- , organisatorische 281
- , pseudoeuklidische 192
- Koordinatenflächen, zweidimen-
sionale 173
- Koordinatenmetronisierung 117
- Koordinatentransformationen
130
- Koordinatenvertauschungen 266
- Koordinationsselektoren 116
- Kopplungsselektor 167
- Kopplungstensor 167
- Korpuskeln 10
- Korpuskularbild 12
- Korrelationstensor 167
- Korrelationsvermittler 151, 166
- Korrelator 151
- Korrespondenzprinzip 37
- Kreationselektor 126
- Kronecker-Element, gemischt-
variantes 170
- Krümmung, negative 189
- Krümmung, positive 189
- Krümmungstensor 43, 168, 186
- , nichthermitescher 29
- Ladung, elektrische 72, 193, 244
- Ladungsfeld, elektrisches, ele-
mentares 244, 245
- Ladungsfeld $Q_{\pm}$ 241
- , reduziertes 247
- Ladungsquantenzahl 298
- Länge, Unschärfe 285
- Längenelement, metronisches 258

- Längenelemente, ausgezeichnete 279
 – , Erzeugung oder Vernichtung 284
 Leerraumbedingung 249
 Letzteinheiten, geometrische 34, 73
 – , materielle 10, 16
 Linienelement, metronisches 257
 Linienelemente, vektorielle 27
 Lorentzgruppe 12, 21
 Lorentzmatrix 56

 Makrobereich 39
 Masse 72
 – , mittlere 257
 – , mittlere, atomarer Einheiten 83, 88
 Masse, Universum 261
 Massendichte, differentielle 18
 – , reale, mittlere 261
 Massenspektrum 234, 235, 236
 Materie, Kosmogonie 256
 Materiefeldquant 13, 82
 Materiefeldquanten, ponderable 230
 Matrixspur 29, 40, 42, 61, 65, 66, 67, 190, 191
 Matrizenmechanik 191
 Matrizen Spuren 189
 Maximalmasse 250
 Maximonen 247, 257, 261
 Maximonenmasse 264
 Mengenkomplex 253, 254
 Metavektor 117
 Metrik 27, 28
 – , pseudo-euklidische 218
 Metrikselektor 132
 Metron 93, 99, 175, 251
 – , Deformation 250
 Metron-differential 102, 103, 104
 Metron-differentiation 108
 Metronensumme 101
 Metronentensor 175
 Metronenziffern 102, 103
 Metronenfunktionen, homogene 113
 Metronintegral 103, 108
 Metronintegrand 104
 Metronisierung 142, 187
 Metronisierungsverfahren 136
 Metronspin 142
 Mikrobereich 39
 Mikrofluktuationen 293
 Minkowskiraum 12, 23
 Mittelwert, observabler 184
 – , zeitlicher 286

 Modalität 147
 Mq -Massen 40
 Multiplettsignaturen 163

 $n!$ Gruppenelemente 270
 Nahwirkungsfeld 231, 236
 Naturkonstante 93
 Neumann, J. v. 50
 Neutralität, elektrische 232
 Neutrokorpusek 232, 233, 234, 235, 236, 237
 Newton'sches Gravitationsgesetz 15
 Nicht-Eichinvarianz 26
 Normierung 182
 Nulllinie, geodätische 216, 218, 225, 285
 Nullselektor 116
 – , tensorieller 189
 Nullstellen, mehrfache 268
 – , permutierbare 267

 Operationenmenge 277
 Operator, metronischer 115
 Operatoren, hermitesche lineare 38
 Ordinalzahlenkomplex 272

 Parallelraum 55
 Parallelverschiebungen 29
 Partialselektoren 151
 Partialstrukturen 72, 73, 95, 147
 Permutationsgruppe 269
 Photonen 12
 Photonenfeld 238
 Photonensystem 226
 Poincaré-Gruppe 69
 – , globale 26, 27, 28, 49, 60
 Polymetrie 147, 149, 297
 Ponderabilität 13
 Potenzmenge 273
 Prinzipien, physikalische 9, 10
 Produktregel, metronische 105
 Projektion 152
 – , von x_5 in R_3 236
 – , von x_6 in R_3 236
 Prozesse, latente 218
 Pseudo-euklidizität 27, 65
 Pseudokontinuum 246, 297
 Punktkontinuum 99
 Punktspektren, diskrete 39, 41, 182, 188, 203

 $Q_{\pm}$ -Raumfeld 239
 Quantendualismus 12
 Quantenelektrodynamik 225

- Quantenprinzip, Hintergründe 266
- Quantenstufen 210
 - , mikromare 33
- Quantentheorie, Grundprämissen 280, 289
- Quantenzahlen 298
- Quellenfeld 238
- Quellenmasse 17
- Quotientengesetz, metronisches 105
- R_3 -Distanz 233
- Radius, optischer 261
- Ränderung, doppelte 46, 53, 70, 193
- Räume, reelle 68
- Raster, metronisches 127
- Raum, metaphorischer 281
- Raumkompressor 186, 189, 195
- Raumkondensation 231, 232, 238
- Raumkondensor 188
- Raumstruktur, gravitative 75, 91
- Raumzeit, diskontinuierliche 34
 - , hermitesche 42
 - , nichthermitesche 40
- Raumzeitdeformationen 40
- Raumzeitgleichung 218
- Raumzeitkondensationen 195, 231
- Raumzeitstruktur, nichthermitesche 23, 44
- Realitätsschranken 92
- Relativitätstheorie, allgemeine 15, 30, 40, 191
 - , spezielle 57
- Resonanzspektrum 298
- Ricci-Tensor 29, 186
- Richtungskoeffizienten, metronische 174
- Riemannsche Geometrie 29, 61
- Rotor, metronischer 121, 141
- Rotverschiebung 89
- Rotverschiebungskonstante 261
- Schattenmasse 276
- Schwarze Löcher 96
- Schwarzschild-Radius 92
- Schwerkraft 16
- Schwingungsgesetz, komplexes 225, 228
- Selbstkondensationen 194, 212, 215
 - , imaginäre 213
- Selektoren 115
- Selektorbeziehungen, totale, differentielle 125
- Selektorgleichungen 125
- Selektorthorem 124
- Seltsamkeitsquantenzahl 297, 299
- Sen, D. K. 155
- Siebkette 149
 - , inverse 150
- Sieboperator 149
- Sieboperatoren, inverse 150
- Singulettsignatur 162
- Singulettsignaturen, identische 164
- Sommerfeldkonstante 248
- Spektrum, diskretes 246
 - , untere Schranke 297
- Sphärendurchmesser, monometronischer 278
- Sphärentrinität, eschatologische 265
 - , kosmogonische 252, 265
- Spinfeldfunktionen 141
- Spinfeldselektoren 141
- Spinkombination 178
- Spinquantenzahl 297, 298
- Spinselektoren 141, 142
- Spinselektor, invarianten 175
- Spinstruktur 142
- Spiralnebelnester 88
- Spur 43
- Spurbildung 190
- Stringtheorie, heterotische 282
- Strukturdistributor 298
- Strukturfeld, hermitesches 72
- Struktur-Fluktuationen 67
- Strukturfunktion 37, 39
- Strukturkomposition 72, 139
- Strukturkompressor, metronischer 169
- Strukturkondensation, metronische 152, 153
- Strukturkondensor 170
- Strukturstufen 44
 - , diskrete 41, 64, 183
 - , metrische 180
 - , virtuelle 67
- Strukturtensor 38
- Stufen, energetische, latente 223
- Super-String-Theorie, heterotische 272
- Symmetriegruppe 267, 270

Super-String-Theorie, heterotische 272

Symmetriegruppe, allgemeinste 271

– , Permutationen 266

Symmetrien 11

Tangentialraumzeit 22

Teilmengen 273, 277

Teilräume 281

Tensor, metronischer 118

– , phänomenologischer 30, 33

Tensoranalysis, metronische 119

Tensordivergenz, metronische 121

Tensorfeld, gemischtvariantes 147

– , metronisches 118

Tensorien, primitiv strukturierte 127

Tensorium 102

– , einfaches metronisches 101

– , leere Welt 173

– , metronisches 95, 127, 129, 130, 135, 136

– , primitiv strukturiertes 135

Tensorkomponenten, gemischtvariante 37

Trägheitsmasse 193

Transabschnitt 48

Transformation, Diagonalschema 217

– , reguläre 158

Transformationsmatrix, orthogonale 21

Transkoordinaten 194

Translation 154, 160

Typensignaturen 161, 186

Typensignatur, kontravariante 147

– , kovariante 147

Unendlichkeitsstellen, singuläre 229

Universum 251

Universum, optisches 262, 263

Universum, quasistatisches 256

Universum, Substruktur 263

Unschärferelation 289

– , Abänderung 291

Unterraum 46, 49, 52, 55, 57, 72, 93, 94

– , k-dimensionaler 192

Unterräume, hermetrische 253

Urelemente 282

Vakuumenergie 259, 260

Vakuumpolarisation 67

Varianzstufenänderung 167

Varianzstufengesetz 167

Variationstheorem 32

Vektor, metronischer 117

Vektorfeld 71

– , metronisches 122, 160

– , Translation 154

Vektorräume 67

Verbundselektor 167, 168

Vereinigung, Quantentheorie mit Gravitationstheorie 280

Vereinigungslänge 282

– , Wechselwirkungen 279

Verknüpfungsoperationen 273, 274

Verschränkung 22, 25

Viererstrom, komplexer 72

Vorgeschichte, faktische 42

Wahrscheinlichkeitsaussagen 279

Wahrscheinlichkeitsdichte 184

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion 286

Wahrscheinlichkeitsinterpretation, quantentheoretische 39

Weber, J. 20

Wechselwirkungen 25

Wechselwirkung, elektroschwache 279

Wechselwirkung, starke 279

Wechselwirkungskräfte 32

Wechselwirkungspotential 30, 33

– , tensorielles 62, 75

Weizsäcker, C. F. v. 280

Wellenbild 12

Wellenfeld, transversales 225

Wellenmechanik 191

Wellenwiderstand 242

Welt 45

Weltalter 251

– , momentanes 256

Weltarchitektur, hermetrische 201

Weltdimensionen 37, 45, 52

– , vertauschbare 55

Weltenursprung 253

Weltgeschwindigkeit 54

Weltkoordinaten 45

Weltlinie 52

- , gekrümmte 59
- , geradlinige 59
- Weltlinienelement 55
- Weltlinientangente 55
- Weltmetron 249
- Weltpunkte 52
- Weltselektor 189
- Weltskalar 54
- Weltstruktur 189
- , hermitesche 59, 61
- , nichthermitesche 61
- Welttensor 53
- Weltensorium 93
- Weltvektor 54
- Weyl'sche Raumzeitgeometrie 31
- Wheeler, John A. 20
- Wirkungsmatrix 163, 191
- , totale 163
- Wirkungsquantisierung 12
- Wirkungssignatur 157
- Wirkungsvorschriften, kontravariante 147
- , kovariante 147
- Zeitkondensation 195, 224, 225, 226, 285
- Zeitzahlungen, verschiedene 25
- Zellenraum 95
- Zellenstruktur, metronische 293
- Zerfallungskörper 269
- Zerfall, Korpuskel 237
- Zukunft, offene 48
- Zukunftsmodalität, offene 38
- Zuordnungsgesetz 115
- Zuordnungsselektor 116
- Zustandsselektor 182