

Krafftfeld - Theorie

Lebens

Birkhard Klein cand. phil.

Inhaltsverzeichnis.

Krafffeld - Theorie

Einleitung 1) allgemeines zur Schreibweise

2) der Feldbegriff S. 1.

A empirische Beschreibung des Feldes
a des Gravitationsfeldes

I Terminologie und Phänomenologie des Gravitationsfeldes

II Theorie des Zentral-Krafftfeldes 1) Zentralfelddefinitionen

2) Feldtypen im speziellen Fall des Zentral-Krafftfeldes S. 9.

3) kinematische u. kinetische Beding. für die Beschleunigung des Zentral-Krafftfeldes S. 12; 4) Konsequenzen aus der Ersterstetigkeitsbedingung S. 23.

III Feldtheoretische Betrachtung des Gravitationsfeldes als Zentral-Krafftfeld S. 36

1) experimenteller Befund S. 36, 2) mathematische Beschreibung des Befundes S. 39.

IV Feldtheoretische Formulierung des Gravitationsfeldes. 1) am S. 44

der Zentralfeldtheorie folgende Eigenschaften des Gravitationsfeldes S. 44.

2) allgemeine Bewegungsgleichung gravitativ beschleunigter Massen S. 56.

3) Form der Gravitationskraft in abhängiger Weise von der Verteilung der Massen S. 59.

4) analytische Darstellung der Gravitationskraft S. 65

5) Gravitationsbewegung bei gleichzeitigen Bewegungsebenen S. 89

6) das endogene und exogene Feld Konstanten S. 93

V Die Gravitation als Feldtheorie S. 93

1) Die Gravitation als Quellenfeld S. 93

2) Die Gravitative Kraft als Fluss S. 96

3) Die Gravitative Feldasymmetrie als Ursache der Gravitationskraft S. 106.

4) Die Feldtheorie im Fall der Freiheit von Massenpunkten - und Aufpunktbarkeit S. 114.

5) zur Transformations-theorie des Gravitationsfeldes

6) zur Transformations-theorie des Gravitationsfeldes

7) zur Transformations-theorie des Gravitationsfeldes

8) zur Transformations-theorie des Gravitationsfeldes

9) zur Transformations-theorie des Gravitationsfeldes

10) zur Transformations-theorie des Gravitationsfeldes



Krafffeld - Theorie

Einleitung.

(Januar 1950)

1.) Allgemeines zur Schreibweise.

Zu den ausschließenden Ausführungen sollen die folgenden in der Literatur nicht sporadisch eingeführt worden. Grundsätzlich werden alle Vektoren durch sprachliche Überzeichnung des Symbols kenntlich gemacht (das gilt auch für das Divergenzsymbol welches überstrichen als Vektordivergenz zu lesen ist), während eine Matrix oder ein Mittelwert mit einem accent circonflexe bezog. einer Wellenfunktion überstrichen werden. Die Einheitsvektoren zu beliebigen Vektoren werden gekennzeichnet indem das Vektorsymbol mit dem Index Null (0) versehen wird; für komplexe Zahlen gilt der Index c. Wenn nichts näheres erwähnt ist liegt den Betrachtungen ein cartesisches positives (x, y, z) - Koordinatensystem mit den Einheitsvektoren $\vec{i}$, $\vec{j}$ und $\vec{k}$ der Koordinatenachsen zugrunde. Für skalare Multiplikationen wird das übliche Multiplikationsymbol für Vektormultiplikationen dagegen das Kreuzsymbol benutzt.

2.) der Feldbegriff.

Jedes Ereignis ist auf eine gegenseitige Wechselwirkung von Erscheinungen zurück-

2
zuführen. Entweder beruht diese Wechselwirkung
auf direktem Kontakt, oder sie findet in
einem bestimmten die Erscheinung umgebenden
Wirkungsbereich statt, so daß der
gesamte Raum dieses Wirkungsbereiches der
Wechselwirkung in einem als Feld bezeichneten
Zustand versetzt wird, dessen spezielle Art
jedoch durch die Eigenschaften der betreffenden
Erscheinungen bedingt ist und durch die
eine Wechselwirkung überhaupt erst mög-
lich wird.

Als Feld einer Zustandsgröße bezeichnet
man daher eine bis auf endlich viele
Singularitäten stetige Ortsfunktion
welche jedem Punkt ihres Definitionsbereiches
(Wirkungsbereich des Feldes oder Feld-
bereich) einen bestimmten Wert dieser
Zustandsgröße zuordnet. Handelt es sich
um eine n -dimensionale Orts-
funktion, also um ein n -dimensionales Feld,
so muß der Wirkungsbereich dieses Feldes
also der Definitionsbereich des Zustandsgesetzes,
die $(n-1)$ -dimensionale Hyper-
ebene sein. Schließlich kann die Ortsfunktion
des Feldes innerhalb des Feldbereiches noch be-
stimmte Extremwerte annehmen welche
mit Hilfe der analytischen Methoden der
Extrempunkttheorie bestimmbar sind. Man
wählt ein geeignetes Extremum (Maximum,
Minimum - oder Sattelwert) aus und definiert
das so gewählte Extremum als Feldzentrum,
das auch als Bezugspunkt des Feldbereiches
benutzt werden kann. Ist der Feldbereich die
 $(n-1)$ -dimensionale Hyperebene der n -dimen-

sionalen Ortsfunktion, so kann das Feld-
zentrum höchstens ein $(n-2)$ -dimensionales
Gebilde sein, welches in der Hyperebene des
Feldbereiches liegt; von ihm können aber auch
alle kleineren Dimensionszahlen bis zum Null-
vektor (Punkt) angenommen werden. Die
Dimensionszahl v des Feldzentrums bewegt sich
daher im ganzzahligen Intervall $0 \leq v \leq (n-2)$
mit Hilfe der analytischen Methode

der Kurvendiskussion ist es nun möglich
über eine spezielle Feldfunktion näheres
Aussagen zu machen und man erkennt in
sich die einzelnen Feldtypen ihrem Charak-
ter nach so unterscheiden, wie die äquiva-
lenten mathematischen Zustandsgesetze.
Zunächst ist zwischen skalaren und vektoriellen
Ortsfunktionen, also zwischen Skalar- und
Vektorfeldern zu unterscheiden. Erstere werden
auch Potentialfelder genannt und ordnen
jedem Punkt ihres Bereiches eine skalare
Größe zu. Im Gegensatz zu ihnen stehen
die Vektorfelder, deren Ortsfunktionen jedem
Punkt des Feldbereiches einen Vektor zuordnen
und entweder offene Kurven darstellen welche
gegen einen Grenzwert konvergieren oder di-
vergieren (Quellenfelder), oder geschlossene
Kurven mit Umlaufsinn beschreiben. Im
letzteren Fall liegen die stets als vek-
torien aufzufassenden Wirbelfelder vor.
Die skalaren Felder sind ebenfalls vektoriell
in Natur und zwar entspricht ihr Feldvektor
dem Gradienten der skalaren Ortsfunktion,
welche stets eine offene Kurve repräsentiert
welche gegen einen Grenzwert konvergiert oder divergiert.
Die gegen einen Grenzwert konvergierende
oder gegen einen Grenzwert divergierende
offene Kurve eine Richtungs- und Umlaufsinn
angewiesen ist.

4. Ähnlich wie die Wirbelfelder von den Quellenfeldern unterschieden werden können, liegt in den Zentralfeldern ein Sonderfall der Skalarfelder vor. Ihre ^{Skalar} Potentialsfunktion ist mit vom geraden Abstand (Feldstärke) bis zum Feldzentrum abhängig.

Einen letzten Grundtyp bilden schließlich die Felder mit periodischer Ortsfunktion, die sogenannten Wellenfelder, deren periodische Funktionen entweder skalare oder vektorielle Natur sein können. Es ist also zwischen Skalar- und Vektorwellenfeldern zu unterscheiden. Ausserdem sind die Grundtypen der Felder nämlich Skalarfeld, Zentralfeld, Quellenfeld, Wirbelfeld, Potentialwelle und Vektorwelle noch als stetig variable Zeitfunktionen möglich. Im Falle zeitlich variabler periodischer Ortsfunktionen können man so zu den fortschreitenden Wellenfeldern.

In einer Feldtheorie können endlich noch die verschiedensten Singularitäten auftreten, die entweder durch die besondere analytische Form des mathematischen Zustimmungs-gesetzes bedingt sind oder erst durch Superposition verschiedener aufeinander wirkender Felder entstehen. Da auch an jedes Skalarfeld ein Feldvektor gebunden ist, der die Richtung des stärksten Feldgefälles angibt und daher der Gradient der skalaren Ortsfunktion ist (dies gilt auch für Zentralfeld und Potentialwelle) können grundsätzlich alle Felder als ~~vektorielle~~ auf-

A'

Empirische Beschreibung der Felder.

a.) Das Gravitationsfeld.

I

Terminologie und Phänomenologie der Gravitation.

Gravitation bedeutet Schwerkraft; es ist also eine Kraft, welche durch die Schwere ausgelöst wird. Die Schwere greift ihrerseits nur Erscheinungen an, die als Massen anzusprechen sind, indem sie versucht, diese Massen bis zum kleinstmöglichen Abstand zu nähern. Man kann also die Gravitation als Massenanziehungskraft bezeichnen. Zwischen den Massen muß ein Kraftfeld, das Schwerfeld, bestehen, welches Massenkräfte bewirkt, die mit Massen angreifen. Als Masse definiert man jede Erscheinung, die schwer und träge ist. Schwere bedeutet, daß von der Erscheinung ein Schwerfeld ausgeht oder daß sie durch ein Schwerfeld beeinflusst wird, während Trägheit die Tatsache zu verstehen ist, daß eine geradlinig gleichförmig bewegte Masse ihre Geschwindigkeit in Richtung oder Größe mit der Einwirkung einer Kraft ändern kann. Jede Kraft erzeugt eine Gegenkraft; es gilt also das Kausalitätsprinzip. Entweder ist die Kraft die Ursache einer Beschleunigung, also einer Geschwindigkeitsänderung pro Zeit, oder einer Änderung der Größe oder der Richtung der Geschwindigkeit bezw. plastische Verformung einer Unterstüßung. Im ersten Falle

6
 wirkt als Gegenkraft der Trägheitswiderstand
 der beschleunigten Masse auf und im zweiten
 Falle wirken als Gegenkraft intermolekulare
 Kräfte der Unterstützungsmaterie.

Zur speziellen Fall der Schwerkraft definiert
 man die eine Unterstützungsfördernde
 Kraft Massanziehungskraft als Gewicht. Bei
 der weiteren phänomenologischen Untersu-
 chung der Schwere findet man, daß ihr Kraft-
 vektor und damit auch die von ihm bewirkte
 Beschleunigung, welche auch Fallbeschleu-
 nigung genannt wird, stets mit der Rich-
 tung der geradlinigen Verbindungslinie bei-
 der Massenzentren zusammenfällt.

Tatsächlich weist dieser Kraftvektor auf
 jedem Punkt der augenäher sphärischen
 Erdoberfläche stets orthogonal zu dieser
 zum Schwerpunkt des gesamten Erdkör-
 pers. Präzisionsmessungen der Gravita-
 tionsbeschleunigung mit dem Reversions-
 pendel ergaben ferner, daß die mit
 der Richtungslinie des geradlinigen ab-
 standes r der Massenzentren zusammen-
 fallende Fallbeschleunigung g ihrem
 Betrag nach mit von diesem Abstand
 abhängt. Im Vakuum fallen alle
 Massen gleich schnell. Die Gravitations-
 beschleunigung ist also eine Funktion
 des Abstandes r und kann als seine
 Ableitungsbeschleunigung aufgefaßt werden.
 Man kann somit schreiben

$$\ddot{\vec{r}} = \vec{g}(r), \quad |\ddot{\vec{r}}| = -g(r). \quad \text{Gl. 1}$$

der Betrag ist negativ, da g stets vom
 Abstand entgegen zum Massenzentrum

oder Gravitationszentrum gerichtet ist. Es kommt
 nun darauf an, ein mathematisches Schema
 zu finden, welches ein Analogon zu dem Gra-
 vitationsphänomen bildet und die empirisch ge-
 wonnene Aussage, als Postulat enthält. Ein
 solches Schema liegt im Formalismus der Zen-
 tralkraftfelder vor und es ist zu erwarten, daß
 die Gravitation als Zentralkraftfeld beschrieben
 werden kann.

II

Theorie der Zentralkraftfelder.

1.) Zentralfelddefinition.

Als Zentralfeld einer Zustandsgröße ψ definiert
 man allgemein eine skalare Ortsfunktion,
 welche in ihrem Definitionsbereich mit in
 einem als Zentrum bezeichneten Bezugsplatz
 ein Extremum erreicht und jedem übrigen
 Punkt des Feldbereiches einen skalaren Wert
 der Zustandsgröße zuordnet, der mit vom
 geradlinigen Abstand r des Zentrums ab-
 hängt. Dieses mathematische Zuordnungsgesetz,
 das Feldniveau muß also die Form
 $\psi = \psi(r)$ haben, während als Potential
 des Feldes $\varphi = -\psi(r)$ das negative Niveau
 (in Bezug auf das Zentrum) definiert wird.

Die Zentralfelddefinition lautet also
 $\psi = \psi(r), \quad \varphi = -\psi(r) \quad \text{Gl. 2.}$
 Da jedes Feld als vektor aufgefaßt werden
 muß und da weiter, wenn überhaupt ein
 Zentralfeld existieren soll, auch ein
 Feldvektor vorhanden sein muß, kann
 dieser Feldvektor $\vec{g}$ des Zentralfeldes nur

8 Der Gradient des Niveaus sein. Im Falle aller-
 iger Abhängigkeit vom Faktorstahl gilt für
 den Differentialoperator $\nabla = \vec{r}_0 \cdot \frac{\partial}{\partial r}$, also
 für den Feldvektor $\vec{g} = \text{grad } \psi(r) = \vec{r}_0 \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r}$.
 Hieraus geht hervor, daß $\vec{g}$ und $\vec{r}$ eine
 gemeinsame Richtungsline besitzen. Je
 nachdem ob $\frac{\partial \psi}{\partial r} > 0$ oder $\frac{\partial \psi}{\partial r} < 0$ ist,
 wird $\angle(\vec{g}, \vec{r}) = 0$ bzw. $\angle(\vec{g}, \vec{r}) = \pi$.
 Letztes fallen jedoch beide Richtungslinien
 zusammen, während das Zentrum ein
 Punkt dieser gemeinsamen Richtungs-
 linie ist. Da $\cos(\vec{g}, \vec{r}) = \pm 1$ sein muß
 ist verschwindet wegen der besonderten Natur
 des Gradienten, das Linienintegral des
 Feldvektors längs einer geschlossenen
 Kurve in der Form $\oint \vec{g} \cdot d\vec{r} = \oint \text{grad } \psi(r) \cdot d\vec{r}$
 $= \pm \oint \frac{\partial \psi}{\partial r} \cdot dr = 0$ vorausgesetzt, daß
 die geschlossene Kurve das Feldzentrum
 umfaßt. Wenn dagegen die Kurve nicht
 geschlossen ist, so daß eine Abstanddif-
 ferenz von einem Anfangswert des Fakt-
 stahls $\vec{r} = \text{const}$ bis zu einem Endwert
 $\vec{r} > \vec{r}_0$ entsteht, so gilt $\int \vec{g} \cdot d\vec{r} =$
 $= \int \text{grad } \psi(r) \cdot d\vec{r} = \pm [\psi(r) - \psi(r_0)]$, da $\vec{r}^2 = 1$
 ist. Das Linienintegral des Feldvektors
 ist also vom Integrationsweg völlig
 unabhängig und nur durch die Niveau-
 differenz zwischen Anfangs- und Endpunkt
 gegeben. Hieraus ergibt sich ein ana-
 lytischer Ausdruck für die Niveauflächen
 eines Kraftfeldes wenn $\psi(r) = \text{const}$
 angenommen wird, eine Niveaufläche
 ist per geometrische orth. aller Terme
 $= \psi(r) - \psi(r_0) = C = \text{const}$, also $\psi(r) = \psi(r_0) + C$
 und das Zentrum
 mit dem Koordinaten
 alle Punkte

$\psi(r) = C + \psi(r_0) = \text{const.}$, woraus $\vec{r} = \text{const.}$
 eliminiert werden kann. Dies ist aber die
 analytische Bedingung einer sphärischen
 Fläche und für die Niveauflächen des Zentral-
 feldes ergibt sich der analytische Ausdruck
 $x^2 + y^2 + z^2 = r^2 = \text{const.}$ Die Niveauflächen
 bilden somit eine Schar konzentrischer Kugel-
 flächen, deren gemeinsamer Mittelpunkt das
 Feldzentrum und deren Scharparameter der
 jeweilige Abstand vom Zentrum ist. Die sich
 unmittelbar aus der Definition ergebenden Zen-
 tralfeldigenschaften können also in den
 Ausdrücken
 $\vec{g} = \text{grad } \psi(r), \cos(\vec{g}, \vec{r}) = \pm 1,$
 $\int \vec{g} \cdot d\vec{r} = \pm (\psi(r) - \psi(r_0)),$
 $x^2 + y^2 + z^2 = r^2 = \text{const}$ gl. 3
 zusammengefaßt werden.

2) Feldgrößen im speziellen Fall des Kraftfeldes.

Folgt dann, wenn die Ortsfunktion
 $\psi = \psi(r)$ eines Kraftfeldes die Dimension einer
 im wahrst. ausdrückbaren Energie hat, handelt
 es sich um ein Kraftfeld. ψ wird
 dann zum Energieniveau und das Potential
 zur potentiellen Energie, während der Feld-
 vektor eine in dyn messbare Kraft $\vec{F} =$
 $= \text{grad } \psi(r)$ ist. Die Kraftkraft ist
 also der Gradient des Energieniveaus. Wenn
 weiter von der Kraftkraftgetriebe Trägheitswirk-
 stände - also Gültigkeit des Beharrungsprinzips -
 vorausgesetzt werden, muß die Grundgleichung
 der Mechanik gültig sein, da jede Kraft die
 Ursache einer in ihre Richtung fallenden
 Beschleunigung ist. Bezeichnet sich eine Zen-

10
 Kraftzentrum O des Trägheitswiderstandes M
 als Bezugspunkt im Koordinatensystem K
 und befindet sich im Abstand r ein zweites
 Zentrum P mit der Trägheitsmasse m dessen
 Kraftfeld von O beeinflusst wird so wirkt
 auf P die Kraft $\vec{F} = m \cdot \ddot{r}$, was durch Ver-
 gleich mit dem Gradienten die Zentralbe-
 schleunigung

$$\ddot{r} = \vec{r}_0 / m \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \ddot{r} = \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r}; \quad \text{Glt. 4.}$$

ergibt.

Die Zentralbeschleunigung ist mit dem Feld-
 vektor gleichgerichtet daher fällt ihre
 Richtung mit der des Fahrstrahls zusammen.
 Eine ähnliche Gleichrichtung besteht auch
 für die von der Zentralbeschleunigung be-
 wirkte momentane Zentralgeschwindigkeit $\dot{r}$.
 Nimmt man nämlich $\angle(\ddot{r}, \dot{r}) = \alpha$
 an, so muß auch wegen Glt. 3 $\angle(\ddot{r}, \ddot{r}) = \alpha$
 sein. Weiter soll stets $\sin \alpha \neq 0$ angenom-
 men werden. Aus Glt. 4 folgt dann das
 skalare Produkt $\ddot{r} \cdot \dot{r} = \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} \cdot \vec{r}_0 \cdot \dot{r}$
 $\dot{r} \cdot \dot{r} \cdot \cos \alpha = \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} \cdot \dot{r} \cdot \cos \alpha = \dot{\psi} / m \cdot \cos \alpha$
 oder nach Kürzung $m \cdot \dot{r} \cdot \dot{r} = \dot{\psi}$, d. h.
 $|\dot{r} \cdot \dot{r}| = \pm \dot{r} \cdot \dot{r}$ woraus mitgelesen der Voraus-
 setzung $\sin \alpha = 0$ folgt. Die Zentral-
 geschwindigkeit besitzt also ebenfalls mit
 der Zentralbeschleunigung und dem Fahr-
 strahl eine gemeinsame Richtungslinie
 und es muß das für die Existenz eines
 Zentralkraftfeldes notwendig und hinreichend
 Gleichrichtungspostulat

$$\sin(\ddot{r}, \dot{r}) = \sin(\ddot{r}, \ddot{r}) = 0$$

erfüllt sein. Diese Voraussetzung ist ge-
 meinsamen Richtungslinie von $\ddot{r}$, $\dot{r}$ und $\vec{r}$,
 Glt. 5

11
 welche durch das Postulat 5 ausgedrückt wird,
 ergibt sich also direkt aus der Zentralfeldfi-
 nition unter der Annahme zentraler Massenkräfte.
 Die Differentialgleichung $m \cdot \ddot{r} = -\psi$ liefert den Betrag
 der Zentralgeschwindigkeit unter der Voraussetzung,
 daß in einem Anfangswert des Fahrstrahls $\vec{r}_0$
 das Zentrum P einen Impuls der Anfangsge-
 schwindigkeit $\vec{v}_a$ besitzt erhält, daß während
 der ganzen Zentralbewegung die Richtung des
 Fahrstrahls konstant bleibt. Die Anfangs-
 vektoren der Zentralbewegung $\vec{r}$ und $\vec{v}_a$ sind
 also nach der Voraussetzung 5 gleichgerichtet,
 $\sin(\vec{r}, \vec{v}_a) = 0$. Hiermit wird $\int \dot{r} \cdot \dot{r} \cdot dt =$
 $= \frac{1}{m} \cdot \int \dot{\psi} \cdot dt$, also $\dot{r} = \pm \sqrt{v_a^2 + \frac{2}{m} \cdot (\psi(r) - \psi(r_0))}$.
 Weiter erkennt man hieraus die Gültigkeit
 des Energiesatzes im Sonderfall gleichgerich-
 teter Anfangsvektoren. Es ist $\frac{m}{2} \cdot \dot{r}^2 - \psi(r) =$
 $= \frac{m}{2} \cdot v_a^2 - \psi(r_0) = A = \text{const.}$, was nach
 Einführung der potentiellen Energie
 $\Phi(r) = -\psi(r)$ der Energiesatz liefert.
 Insgesamt gilt:

$$\dot{r} = \pm \sqrt{v_a^2 + \frac{2}{m} \cdot (\psi(r) - \psi(r_0))},$$

$$\frac{m}{2} \cdot \dot{r}^2 + \Phi(r) = A = \text{const.}; \quad \text{Glt. 6}$$

$$\sin(\vec{r}, \vec{v}_a) = 0$$

Es kommt nun darauf an die Zentralbewe-
 gung im verallgemeinerten Fall nicht gleichge-
 richtet Anfangsvektoren $\sin(\vec{r}, \vec{v}_a) \neq 0$ zu be-
 trachten und zugleich, mit Hilfe der Eo-
 lenzvoransetzung 5 eines Zentralkraftfeldes
 notwendige und mindestens eine hinreichende
 Bedingung für seine Existenz zu finden.
 Diese Bedingung muß so allgemein gültig
 sein, daß mit ihrer Hilfe der Existenz-
 nachweis eines jeden Zentralkraftfeldes möglich ist.

3) Notwendige und hinreichende Bedingung für die Existenz eines Zentralkraftfeldes.

Es sollen unter der Annahme, dass die sich aus der Definition ergebende Existenzvoraussetzung gültig ist, allgemeine Existenzbedingungen gefunden werden bei der Erfüllung. Die Gültigkeitsannahme ist Voraussetzung sprechfertig ist. Zunächst kommt es darauf an im verallgemeinerten Fall mehrere sich gegenseitig beeinflussende Zentralkraftzentren zu untersuchen, ob es ein gemeinsames Bewegungszentrum gibt. Es handelt sich um ein System aus n Feldzentren mit den Trägermassen $m_1, \dots, m_n, \dots, m_n$. Diese Zentren üben unter sich gegenseitigen Abstand abhängige innere Zentralkräfte aufeinander aus. So beeinflusst z.B. das Zentrum h das Zentrum k mit der Kraft $\vec{K}_{hk}' = \text{grad } V_{hk}(r_{hk})$ u.s.w. Diese Feldkräfte $\vec{K}'$ des Systems sind innere Kräfte im Gegensatz zu den äußeren Kräften $\vec{K}$. Alle auf das Zentrum h wirkenden $(n-1)$ Kraftfelder superponieren zu der Kraftresultante $\sum_{k \neq h} \vec{K}_{hk}' - \vec{K}_{hk}'$, während eine äußere Kraft $\vec{K}_h$ auf h wirken kann. Wenn sämtliche Zentren sich in Bewegung befinden so wird die Bahn eines Zentrums h durch die Resultante aus allen angreifenden inneren und äußeren Kräften bestimmt. Diese Vektorsumme muss mit der zeitlichen Änderung des Bahnimpulses $\vec{y}_h$ identisch sein. Es ist also $\vec{y}_h = \vec{K}_h + \sum_{k \neq h} \vec{K}_{hk}' - \vec{K}_{hk}'$. Wird über alle Zentren summiert, so ergibt sich die

$\Gamma_{\text{tot}} = \sum_{h=1}^n \vec{K}_h$

$\Gamma = \text{grad } V_{hh}(r_{hh})$ und unempfindl.

zeitliche Änderung des gesamten Bahnimpulses zu
 $\frac{d}{dt} \sum_{h=1}^n \vec{y}_h = \sum_{h=1}^n \vec{K}_h + \sum_{h=1}^n \sum_{k \neq h} \vec{K}_{hk}' - \sum_{h=1}^n \sum_{k \neq h} \vec{K}_{hk}'$
 da unter Voraussetzung zeitlicher Massenkraft
 das Kausalitätsprinzip gelten muss, erzeugt jede von einem Zentrum h auf ein Zentrum k wirkende Kraft $\vec{K}_{hk}'$ eine ihr entgegengesetzte gleiche Reaktionskraft $\vec{K}_{kh}'$, welche von k ausgeht und auf h wirkt, also
 $\vec{K}_{kh}' = -\vec{K}_{hk}'$ und $\vec{K}_{kh}' + \vec{K}_{hk}' = 0$. So der Doppelsumme im Ausdruck der zeitlichen Änderung des gesamten Bahnimpulses fallen die Glieder mit den Indizes $h = k$ von vorneherein aus während alle übrigen paarweise positiv auftreten. Wegen der Gültigkeit des Kausalitätsprinzips muss wegen Massenspaarweisen Auftretens die Doppelsumme
 $\sum_{h=1}^n \sum_{k \neq h} \vec{K}_{hk}' - \sum_{h=1}^n \sum_{k \neq h} \vec{K}_{kh}' = 0$ verschwinden, sodass die zeitliche Änderung des Bahnimpulses
 $\frac{d}{dt} \sum_{h=1}^n \vec{y}_h = \sum_{h=1}^n \vec{K}_h$ nur von den äußeren Kräften abhängt. Wenn eine geradlinige, gleichförmige, unbeschleunigte Bewegung des Punktsystems angenommen wird, d.h. wenn keine äußeren Kräfte auf das System wirken, so wird $\frac{d}{dt} \sum_{h=1}^n \vec{y}_h = 0$ was nach zeitlicher Integration $\sum_{h=1}^n \vec{y}_h = \vec{B} = \text{const.}$ ergibt; d.h. wenn also nur innere Kräfte zeitlicher Natur auf die Punkte des Systems wirken, so ist der Bahnimpuls jedes dieser Zentren zeitlich konstant. Die erste dieser Zentren zeitlich konstante Existenzbedingung ist also die Konstanz der Bahnimpulsgröße, d.h. $\vec{y}_h = \vec{B} = \text{const.}$ gl. 12
 Die konstante Bahn in n gleichgroßen Größen geteilt werden, sodass $\vec{B} = n \cdot \vec{b}$ und

14
 $\vec{y} = \vec{y}_1 = \dots = \vec{y}_n = \vec{b}$ wird. alle Bahncurven
 haben $\vec{y}_2$ also den gleichen Konstanten Wert.
 Wenn wir zwei Zentren mit den Bahncurven
 $\vec{y}_1 = m_1 \cdot \vec{v}_1$ und $\vec{y}_2 = m_2 \cdot \vec{v}_2$ angenommen
 werden, so muß $m_1 \cdot \vec{v}_1 = m_2 \cdot \vec{v}_2$ sein, woraus
 sich durch zeitliche Integration von einem Zeit =
 lichen Anfangswert $t_0 = 0$ die Beziehung $m_1 \cdot \vec{r}_1 =$
 $= m_2 \cdot \vec{r}_2$ ergibt. Die beiden Zentralkräfte =
 felder A und B superponieren bei ihrer
 gegenseitigen Beeinflussung derart, daß auf
 ihrer Verbindungsstrecke $\vec{AB} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$ ein
 neues Zentrum S entsteht welches bei der
 Zentralbewegung von A und B in Ruhe bleibt
 und um welches die gemeinsamen Zentral =
 bewegung bildet Zentren ausgeführt wird.
 Für die Teilung der Strecke durch S gilt
 dann $m_1/m_2 = r_2/r_1$ nach der Schwer =
 zentrenbeziehung. Für die Koordinaten
 von A, B und S gelte $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$
 und $S(x', y', z')$. Weiterhin müssen im
 euklidischen Raum die Komponentenzer =
 legungen $\vec{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$,
 $\vec{SA} = r_1 = \sqrt{(x_1 - x')^2 + (y_1 - y')^2 + (z_1 - z')^2}$ und
 $\vec{SB} = r_2 = \sqrt{(x_2 - x')^2 + (y_2 - y')^2 + (z_2 - z')^2}$ gelten.
 Andererseits ist $\vec{AB} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$, d. h. $r_2 = m_1/m_2 \cdot r_1 =$
 $= m_1/m_2 \cdot (\vec{AB} - \vec{r}_2)$ oder $r_2 \cdot (1 + m_1/m_2) = m_1/m_2 \cdot \vec{AB}$.
 Ausgestellt ist dies $r_2 = \frac{m_1 \cdot \vec{AB}}{m_1 + m_2}$. Nach der Kom =
 ponentenzerlegung ergibt sich eine Auflösung
 in die skalaren Komponenten zu $x' - x_1 =$
 $= \frac{m_1 \cdot (x_2 - x_1)}{m_1 + m_2}$, $y' - y_1 = \frac{m_1 \cdot (y_2 - y_1)}{m_1 + m_2}$, $z' - z_1 =$
 $= \frac{m_1 \cdot (z_2 - z_1)}{m_1 + m_2}$. Hieraus ergeben sich die
 Koordinaten des durch die
 Superposition entstandenen neuen gemein =
 samen Zentralkraftzentrums $S(x', y', z')$,

15
 welches auch Massenzentrum genannt wird, zu
 $x' = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$, $y' = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}$, $z' = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{m_1 + m_2}$.
 Wird nun m_2 ein
 hinzugenommen so bildet sich bei der Super =
 position auf der Verbindungsstrecke S ein neues
 für die Zentren A, B und C gemeinsames Punkt =
 förmiges Massenzentrum, welches durch Superposi =
 tion der drei Zentralkräftefelder entsteht. Seine
 Lage kann aus den bekannten Koordinaten =
 angaben $S(x', y', z')$ und $C(x_3, y_3, z_3)$ nach dem
 gleichen Verfahren bestimmt werden. Mit Hilfe
 des vollständigen Funktionschlusses kann auf
 die Koordinaten ξ, η, ζ des gemeinsamen Mas =
 senzentrums $S(\xi, \eta, \zeta)$ eines Systems von
 beliebig vielen n Zentralkraftzentren ge =
 schlossen werden. Man erhält nach Auswen =
 dung des vollständigen Funktionschlusses
 die analytische Form

$$\sum_{v=1}^n m_v = \sum_{v=1}^n m_v \cdot x_v$$

$$\sum_{v=1}^n m_v = \sum_{v=1}^n m_v \cdot y_v$$

$$\sum_{v=1}^n m_v = \sum_{v=1}^n m_v \cdot z_v$$
 Gl. 8 13
 d. h. wenn beliebig viele Zentralkraftzentren
 gegenseitig aufeinander wirken, so superponi =
 ren ihre Felder derart, daß ein neues gemein =
 sames Feldzentrum (auch Massenzentrum genannt)
 entsteht um welches alle die zum System
 gehörigen Zentren ihre Zentralbewegungen
 ausführen. Wenn keine äußeren Kräfte wir =
 ken bleibt dieses Zentrum in Ruhe oder im
 Zustand gleichförmiger geradliniger Bewegung.
 Wirken aber auf die einzelnen Zentren äußere
 Kräfte, so ergibt sich nach Einführung der
 Koordinateneinheitenvektoren aus Gleichung 8

16 durch zweifache zeitliche Differentiation und
 partielle Addition

$$(\ddot{x} + \ddot{y} + \ddot{z}) \cdot \sum_{v=1}^n m_v = \sum_{v=1}^n m_v (\ddot{x}_v + \ddot{y}_v + \ddot{z}_v) =$$

$$= \sum_{v=1}^n (\ddot{x}_v + \ddot{y}_v + \ddot{z}_v) \cdot \sum_{v=1}^n m_v = \sum_{v=1}^n K_v$$

 wenn also äußere Kräfte die Zentren des Systems
 beeinflussen so verhält sich das gesamte System
 als ob die Kraftvektoren parallel in das gemein-
 same Zentrum des Systems verschoben worden
 seien und die Resultierende aus ihnen, das gemein-
 same Zentrum angreife. Im folgenden soll das
 Koordinatensystem immer so parallel verschoben
 werden, daß dieses durch die Superposition
 der Zentralkraftfelder entstandene gemein-
 same Feldzentrum des Systems zugleich als
 Bezugspunkt mit dem Koordinatenaus-
 gang zusammenfällt, daß also $\underline{x} = \underline{y} = \underline{z} = 0$
 wird. Auf der von inneren Zentralkräften
 welche vom Feldzentrum ausgehend auf die
 einzelnen Nebenzentren des Systems wirken,
 sollen keine äußeren Kräfte angreifen.
 Auf irgend eines der kleineren n Nebenzentren
 wirkt im Abstand $\bar{r}$ vom gemeinsamen Feld-
 zentrum die Zentralkraft $\bar{K} = m \cdot \ddot{r}$ und
 zwar bildet die Bahngeschwindigkeit $\bar{v}$ mit $\bar{r}$
 einen Winkel $\sin(\bar{r}, \bar{v}) \neq 0$. Bahngeschwin-
 digkeit und Fahrstrahl sind nicht gleichgerichtet,
 doch wirkt mit die in Richtung des Fahrstrahls
 fallende Komponente als Zentralgeschwindig-
 keit. Für $\bar{r}$, $\bar{v}$ und $\bar{r}$ sollen die Kompo-
 nentenbezeichnungen $\bar{r} = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$, $\bar{v} = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$,
 $\bar{v} = \dot{\bar{x}} + \dot{\bar{y}} + \dot{\bar{z}}$ und $\bar{v} = \ddot{\bar{x}} + \ddot{\bar{y}} + \ddot{\bar{z}}$ gelten. In
 analytischer Form gilt dann für die Zentral-
 kraftgleichung $\bar{K} + \bar{y} + \bar{z} = m \cdot (\ddot{\bar{x}} + \ddot{\bar{y}} + \ddot{\bar{z}})$. Man

multipliziert skalar mit $\bar{v}$ und erhält die Dif-
 ferentialgleichung $\bar{x} \cdot \dot{\bar{x}} + \bar{y} \cdot \dot{\bar{y}} + \bar{z} \cdot \dot{\bar{z}} = m \cdot (\dot{\bar{x}} \cdot \dot{\bar{x}} + \dot{\bar{y}} \cdot \dot{\bar{y}} + \dot{\bar{z}} \cdot \dot{\bar{z}})$
 $= m/2 \cdot d/dt \cdot (\dot{\bar{x}}^2 + \dot{\bar{y}}^2 + \dot{\bar{z}}^2)$. Zeitliche Integration
 von einem Anfangswert $\bar{v}$ des Fahrstrahls und einem
 dort herrschenden Anfangswert der Bahngeschwindigkeit
 $\bar{v}_a = \dot{\bar{x}}_a + \dot{\bar{y}}_a + \dot{\bar{z}}_a$ welcher mit $\bar{v}$ nicht gleich-
 gerichtet ist $\sin(\bar{v}, \bar{v}_a) \neq 0$ bis zu einem belie-
 bigen Punkt der Bahnkurve $\bar{r}$ liefert
 $\int (\bar{x} \cdot d\bar{x} + \bar{y} \cdot d\bar{y} + \bar{z} \cdot d\bar{z}) = m/2 \cdot \int d/dt (\dot{\bar{x}}^2 + \dot{\bar{y}}^2 + \dot{\bar{z}}^2) \cdot dt =$
 $\bar{r} = m/2 \cdot [(\dot{\bar{x}}^2 + \dot{\bar{y}}^2 + \dot{\bar{z}}^2) - (\dot{\bar{x}}_a^2 + \dot{\bar{y}}_a^2 + \dot{\bar{z}}_a^2)] = m/2 \cdot (v^2 - v_a^2)$.
 der Integrant des linken stehenden Kurvenintegrals
 wird in räumliche Polarkoordinaten transfor-
 miert. | der Koordinatenursprung sei der Pol
 und die Abszissenachse die Polachse; es gel-
 ten dann die Transformationen $x = r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta$,
 $y = r \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta$, $z = r \cdot \cos \beta$ wenn α
 der Azimutwinkel in der Azimutebene
 (xy -Ebene) und β der Höhenwinkel in der
 zur Azimutebene orthogonalen Höhenebene
 ist. $\beta = \angle(\bar{r}, \bar{z})$ ist. Die Orthogonalprojektion
 von $\bar{r}$ auf die Azimutebene ist dann $q =$
 $= r \cdot \cos(\beta/2 - \beta) = r \cdot \sin \beta$, so daß sich das
 Azimut α $\alpha = \angle(\bar{q}, \bar{x})$ ergibt. Nach
 diesen Festlegungen kann die Transforma-
 tion des Integranten durchgeführt werden.
 Entsprechend der Achsenanforderungen gilt
 für die Achsenparallelen Kraftkomponenten
 $\bar{K} = K \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta$, $\bar{y} = K \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta$,
 $\bar{z} = K \cdot \cos \beta$, da für die Zentralkraft $\bar{K}$ die
 Voraussetzung $\textcircled{5}^{11b}$ erfüllt ist. Andererseits
 ergeben sich aus den Koordinatentransfor-
 mationen die totalen Differentiale $d\bar{x} =$
 $= \frac{\partial \bar{x}}{\partial r} \cdot dr + \frac{\partial \bar{x}}{\partial \alpha} \cdot d\alpha + \frac{\partial \bar{x}}{\partial \beta} \cdot d\beta = \cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot dr +$
 $+ r \cdot (\cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot d\beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot d\alpha)$, und
 analog

18
 $dy = \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot dr + r \cdot (\cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot d\alpha + \sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot d\beta)$
 $dz = \cos \beta \cdot dr - r \cdot \sin \beta \cdot d\beta$ Multiplikation mit den transformierten Kraftkomponenten liefert als Kurvenintegral
 $\int_R (X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz) = \int_R (\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta + \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta + \cos^2 \beta) \cdot r \cdot dr + \int_R r \cdot [\cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot (\cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot d\alpha - \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot d\alpha) + \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot (\cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot d\alpha + \sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot d\beta) - \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot d\beta] =$
 $= \int_R [(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \cdot \sin^2 \beta + \cos^2 \beta] \cdot r \cdot dr + \int_R [(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta - \cos \beta \cdot \sin \beta] \cdot r \cdot d\beta =$
 $= \int_R r \cdot dr$ Die Transformation ergibt also
 $\int_R (X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz) = \int_R r \cdot dr = \Psi(r) - \Psi(r_0)$
 wenn $\Psi(r)$ die Ortsfunktion des Zentralkraftfeldes ist. Wirt diese Lösung in die Gleichung des Kurvenintegrals eingesetzt, so ergibt sich für die Bewegung des Massenpunktes die Energiebeziehung $\Psi(r) - \Psi(r_0) = m/2 \cdot (v^2 - v_0^2)$. Nach Einführung des Potentials wird ersichtlich, daß der Energiesatz $m/2 \cdot v^2 + V(r) = m/2 \cdot v_0^2 + V(r_0) = A = \text{const.}$ auch für den allgemeinen Fall einer Zentralbewegung mit nicht gleichgerichteten Anfangsvektoren gültig ist. Handelt es sich bei der Untersuchung um ein System von n aus n Zentren bestehendes System und ist $E = \sum_{v=1}^n \frac{1}{2} m_v \cdot v_v^2$ die gesamte kinetische und $V = \sum_{v=1}^n V(r_v)$ die gesamte potentielle Energie, so nimmt in diesem allgemeinsten Fall das Energieprinzip die Form an
 $E + V = \sum_{v=1}^n A_v = \text{const}$
 Ein aus n Zentralkraftzentren bestehendes System ist energetisch konservativ, weil sein

19
 Energieinhalt konstant ist.
 Eine weitere charakteristische Eigenschaft des Systems ist das Verhalten des gesamten Drehimpulses. Als Bezugspunkt soll wieder das gemeinsame Massenzentrum gewählt werden. $\vec{r}$ und $\vec{r}_K$ seien die Abstände der Zentren h und K von diesem Punkt. r_{hK} ist dann der Abstand zwischen h und K . Nach der Entwicklung von gl. (7) muß ferne die Summe aller äußeren und inneren an h angreifenden Kräfte die zeitliche Änderung seines Drehimpulses ergeben, also $\dot{\vec{L}}_h = \vec{r}_h \times \vec{F}_h + \sum_{K=1}^n \vec{r}_{hK} \times \vec{F}_{hK} - \vec{r}_h \times \vec{F}_h$. Nach der Definition von Drehimpuls $\vec{L}$ und Drehmoment $\vec{M}$ ergibt sich durch vektorielle Multiplikation
 $\vec{r}_h \times \dot{\vec{L}}_h = \vec{r}_h \times \vec{F}_h + \sum_{K=1}^n \vec{r}_h \times \vec{F}_{hK} - \vec{r}_h \times \vec{F}_h$
 Andererseits gilt $\vec{r}_h - \vec{r}_K = \vec{r}_{hK}$ und $\vec{r}_h \times \vec{r}_{hK} = -\vec{r}_K \times \vec{r}_{hK} + \vec{r}_K \times \vec{r}_h = \vec{r}_K \times \vec{r}_h$ denn es ist $\sin(\vec{r}_{hK}, \vec{r}_{hK}) = 0$. Wirt dieser Wert eingesetzt, so folgt $\dot{\vec{L}} = \dot{\vec{L}}_h + \sum_{K=1}^n \vec{r}_h \times \vec{F}_{hK} - \vec{r}_h \times \vec{F}_h$. Wirt auch über alle h summiert, so entsteht
 $d/dt \sum_{h=1}^n \vec{L}_h = \sum_{h=1}^n \dot{\vec{L}}_h + \sum_{h=1}^n \sum_{K=1}^n \vec{r}_h \times \vec{F}_{hK} - \sum_{h=1}^n \vec{r}_h \times \vec{F}_h$
 $= \sum_{h=1}^n \vec{r}_h \times \vec{F}_h + \sum_{h=1}^n \sum_{K=1}^n \vec{r}_h \times \vec{F}_{hK} - \sum_{h=1}^n \vec{r}_h \times \vec{F}_h$
 Nun ist wegen der vorausgesetzten zentralen Natur des Kraftfeldes das Reziprozitätsprinzip gültig, $\vec{F}_{hK} = -\vec{F}_{Kh}$, oder da $\vec{r}_h \times \vec{r}_{hK} = \vec{r}_h \times \vec{r}_{hK}$ gesetzt werden kann $\vec{r}_h \times \vec{F}_{hK} = -\vec{r}_h \times \vec{F}_{Kh} = -\vec{r}_K \times \vec{F}_h$ oder, $\vec{r}_h \times \vec{F}_{hK} + \vec{r}_K \times \vec{F}_h = 0$. Aus diesem Grunde muß die Doppelsumme verschwinden, denn die Summanden treten paarweise in der Form $\sum_{h=1}^n \sum_{K=1}^n (\vec{r}_h \times \vec{F}_{hK} - (\vec{r}_K \times \vec{F}_h + \vec{r}_K \times \vec{F}_h)) = \sum_{h=1}^n \sum_{K=1}^n (\vec{r}_h \times \vec{F}_{hK} + \vec{r}_K \times \vec{F}_{Kh}) - \vec{r}_h \times \vec{F}_h - \vec{r}_K \times \vec{F}_h = 0$ auf. Die Drehimpulsbeziehung vereinfacht sich daher zu $d/dt \sum_{h=1}^n \vec{L}_h = \sum_{h=1}^n \vec{M}_h$. Ist gesamte Drehimpuls des Systems $\vec{L}$, dann

zeitliche Änderungen erfahren, wenn äußere Kräfte so angreifen, daß ein stat. äußeres Drehmoment entsteht. Fehlen dieser Kräfte so verschwindet die zeitliche Änderung des stat. Drehimpulses $\sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \vec{L}$ woraus sich durch zeitliche Integration $\sum \vec{L} = \vec{C} = \text{const}$ ergibt. 15
 Gl. 10

Die durch die Gleichungen 7, 9 und 10 beschriebenen Eigenschaften des Zentral = Kraftfeldes, nämlich Konstanz des ges. = samten Bahn- und Drehimpulses, sowie des Energieinhaltes eines Systems, auf Zentralkraftzentren, sind notwendige Existenzbedingungen eines Zentralkraftfeldes. Eine notwendige und zugleich hinreichende Bedingung kann aus Gl. 9 welche aus Gl. 7 folgt und aus Gl. 10 entwickelt werden. Wirt nämlich das Bewegungszentrum als Koordinatenursprung gewählt, so muß auch Gl. 10 für den Drehimpuls mit einem Zentrum gelten. Ist $\vec{L} = m \cdot \vec{r} \times \vec{v}$ sein Bahnimpuls im Abstand $\vec{r}$ vom Bezugspunkt so gilt $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{G} = m \cdot \vec{r} \times \vec{v} = \vec{C} = \text{const}$. Wenn $\vec{G} = 2 \vec{C}$ gesetzt wird ergibt sich mit den Komponentenbezeichnungen $\vec{r} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$ und $\vec{v} = \dot{x} + \dot{y} + \dot{z}$ die Eigenschaft der Zentral = Kraftfelder in analytischer Form

$$\vec{r} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{e} & \vec{f} & \vec{r} \\ x & y & z \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \end{vmatrix} = 2 \vec{C} = \text{const.}$$

16
 Gl. 11, welche aussagt, daß das Vektorprodukt $\vec{C}$ zu jedem Zeitpunkt auf der von $\vec{r}$ und $\vec{v}$ aufgespannten

ebenen senkrecht steht und während der ganzen Bewegung in Richtung und Größe zeitlich konstant ist. Diese Eigenschaft ist aber nur dann vorhanden, wenn die von der Bahnkurve der Zentralbewegung umschlossene Fläche eine Ebene ist. Es muß sich um eine Mittelpunktscheibe handeln, denn durch vektorielle Addition der durch Gl. 9 gegebenen Koordinaten des gemeinsamen Bewegungszentrums eines Systems von Feldzentren folgt $(\sum \vec{x} + \sum \vec{y} + \sum \vec{z}) \cdot \sum m_i \cdot \vec{v}_i = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = \text{const}$ unter der Voraussetzung, daß keine äußeren Kräfte auf das System wirken. Nach dieser Beziehung liegt das gemeinsame Bewegungszentrum, welches ebenfalls zeitlich konstant bleibt, auf der Geraden der Bahnkurve der Feldzentren. Aus diesem Grunde muß es eine zeitlich invariable Diametralebene geben, welche das Bewegungszentrum enthält und in welcher fortwährend, wegen Gl. 10, alle Bahnen Zentralbewegungen der gemeinsamen Feldzentren stattfinden müssen. Eine nähere Untersuchung dieser zeitlich invariablen Bahnebene (Mittelpunktscheibe) da das Bewegungszentrum in Koordinatenursprung liegt) wird durch eine Transformationsformel der Gl. 11 in räumliche Polarkoordinaten möglich. Zunächst wird $r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \cdot [(\frac{dx}{dr})^2 + (\frac{dy}{dr})^2 + (\frac{dz}{dr})^2]$ mit $x = r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta$, $y = r \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta$, $z = r \cdot \cos \beta$ transformiert (s. Appendix, Höhenwinkel). Durch Bildung der totalen Differentiale ergibt sich $(\frac{dx}{dr})^2 + (\frac{dy}{dr})^2 + (\frac{dz}{dr})^2 = (\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta + \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta + \cos^2 \beta) + 2r \cdot [\cos \alpha \cdot \sin \beta (\frac{d\alpha}{dr} \cos \alpha \cos \beta - \frac{d\alpha}{dr} \sin \alpha \sin \beta) + \sin \alpha \cdot \sin \beta (\frac{d\alpha}{dr} \cos \alpha \sin \beta + \frac{d\alpha}{dr} \sin \alpha \cos \beta) - \frac{d\beta}{dr} \cos \beta \sin \beta + \frac{d\beta}{dr} \sin \beta \cos \beta]$

22
 $+ r^2 \left[\left(\frac{d\beta}{dt} \cos \alpha \cos \beta - \frac{d\alpha}{dt} \sin \alpha \sin \beta \right)^2 + \left(\frac{d\alpha}{dt} \cos \alpha \sin \beta + \frac{d\beta}{dt} \sin \alpha \cos \beta \right)^2 + \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 \sin^2 \beta \right] = 1 + \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 r^2 \sin^2 \beta + \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 r^2$
 Eingesetzt liefert dies $v^2 = \dot{r}^2 + \alpha^2 r^2 \sin^2 \beta + \dot{\beta}^2 r^2$ als Bahngeschwindigkeit in Polarkoordinaten.
 Hierin gilt $\vec{r} \perp \vec{r} \times \dot{\alpha} \perp \vec{r} \times \dot{\beta}$, folglich
 $\Delta(\vec{r}, \dot{\alpha}) = \beta$ und $\Delta(\vec{r}, \dot{\beta}) = \pi/2$. Daher
 $\vec{v} = \dot{r} + \dot{\alpha} \times \vec{r} + \dot{\beta} \times \vec{r}$. Andererseits ist $\dot{\alpha} \sin \beta$
 = die orthogonale Projektion von $\dot{\alpha}$ auf
 eine zu $\vec{r}$ orthogonale Richtung in der
 Höhenebene. Also $\vec{r} \perp \dot{\alpha}$ und $\dot{\alpha} \times \vec{r} = \dot{\beta} \times \vec{r}$
 und damit $\vec{v} = \dot{r} + (\dot{\beta} + \dot{\alpha}) \times \vec{r}$. Als
 Basisvektoren für welche $\vec{r} \perp \dot{\beta} \perp \dot{\alpha}$ gilt
 spannen $\dot{\beta}$ und $\dot{\alpha}$ eine zu $\vec{r}$ orthogonale
 Ebene auf. In 11a) eingesetzt ergibt sich,
 da die Determinante der beiden Basisvektoren
 einen ebenfalls zu $\vec{r}$ orthogonale Vektor =
 diesen Vektor $\vec{r} \times \vec{v}$ bildet $\vec{r} \times \vec{v} =$
 $\vec{r} \times (\dot{\beta} + \dot{\alpha}) \times \vec{r} = r^2 \cdot (\dot{\beta} + \dot{\alpha})$, also
 $\vec{r} \times \vec{v} = r^2 \cdot (\dot{\beta} + \dot{\alpha}) = 2\vec{c} = \text{const.}$ 16a
 Gl 11a
 Der zur Bahnebene orthogonale zeitlich kon-
 stante Vektor muß seiner Dimension nach
 ebenfalls eine Winkelgeschwindigkeit sein
 welche sich vektoriell aus den Änderungsg-
 eschwindigkeiten von Azimut - und Höhen-
 winkeln zusammensetzt. Es kann sich
 hierbei mit um die Änderungsgeschwindig-
 keit des Fichtstahlwinkels in der Bahne-
 ebene handeln. Da es sich bei Zentralbe-
 wegungen stets um eine Bahn handelt
 kann man die zeitlich konstante Bahnebene
 durch eine Mittelpunktschneidung des Koordinatensystems in eine Koordinatenebene
 (xy-Ebene) legen und das räumliche
 Problem auf ein zweidimensionales reduzieren.

23
 befindet sich außerhalb des Bewegungszent-
 rums im Koordinatenursprung so wird
 in Gl 8) $\vec{E} + \vec{\eta} + \vec{\zeta} = \vec{0}$ während für den
 Fichtstahl der ebenen Bahn die Zerlegung
 $\vec{r} = \vec{x} + \vec{y}$ gilt. Dies, wie aus Gl 9) und Gl 10)
 ergebende Resultat kann in
 $\sum_{v=1}^n m_v \cdot \vec{r}_v = \vec{0}, \vec{r} = \vec{x} + \vec{y}$ 17
 zusammengefaßt werden und stellt die not-
 wendige und hinreichende Existenzbeding-
 ung eines Zentralkraftfeldes dar. Gl 12) sagt
 aus immer, wenn in einem System von Teil-
 zentren die Kraftfelder so superponieren
 daß ein punktförmiges Bewegungszentrum ent-
 steht, welches zeitlich konstant bleibt, wenn
 keine äußeren Kräfte wirken und wenn weiter
 die Bewegung der mit unter gegenseitigen
 Einfluß stehenden Kraftfeldzentren in einer
 ebenfalls zeitlich invariablen Diametralebene
 stattfindet, die das ruhende Bewegungszentrum
 enthält, so kann es sich um
 ein System von Zentralkraftfeldern han-
 deln. siehe Anmerkung auf S. 55

4.) Konsequenzen aus der Existenzbedingung.
 Aus der Definition ergeben-
 den Existenzvoraussetzungen 11b) und der allge-
 meinen Existenzbedingung 12) folgen weitere
 Eigenschaften der Zentralkraftfelder bei Trans-
 formationen in eine Polarkoordinaten
 sei φ der Fichtstahlwinkel die Abzissen-
 achse Polachse und der Mittelpunkt Pol). Be-
 zugs Gl 17 sei das gemeinsame Bewegungszent-
 rum der Bezugspunkt der ebenen Koordinaten

systems. Nach dieser Festlegung wird zunächst der
Ausatz mit einer komplexen Zentralbeschleunigung
in einer komplexen Ebene gemacht
und es soll die zur Polachse orthogonale
Richtung imaginär ausgedrückt werden.
Aus $\vec{r} = \vec{x} + i \vec{y}$ wird dann der komplexe
Faktor $\vec{r} = \vec{x} + i \cdot \vec{y}$ was mit $x = r \cos \varphi$
und $y = r \sin \varphi$ in Polarkoordinaten trans-
formiert. Unter Benutzung des Theorems
 $\cos \varphi + i \sin \varphi = e^{i\varphi}$ für den Wert $\vec{r} = \vec{x} + i \cdot \vec{y} =$
 $= \vec{r} (\cos \varphi + i \sin \varphi) = \vec{r} \cdot e^{i\varphi}$ ergibt sich. Zeit-
lich differenziert ergibt sich zunächst eine Kom-
plexwertige Zentralgeschwindigkeit $\dot{\vec{r}} = (\dot{\vec{r}} + i \cdot \vec{r} \times \dot{\varphi}) \cdot e^{i\varphi}$
und nach nochmaliger Zeitdifferenziation
die komplexe Zentralbeschleunigung $\ddot{\vec{r}} =$
 $= \ddot{\vec{r}} \cdot e^{i\varphi} + i \cdot \dot{\vec{r}} \times \dot{\varphi} \cdot e^{i\varphi} + i \cdot \vec{r} \times \ddot{\varphi} \cdot e^{i\varphi} +$
 $+ i \cdot \vec{r} \times \dot{\varphi} \cdot \dot{e}^{i\varphi} - \vec{r} \times \dot{\varphi} \times \dot{\varphi} \cdot e^{i\varphi} = \ddot{\vec{r}} \cdot e^{i\varphi} +$
 $+ i \cdot (2 \vec{r} \times \dot{\varphi} + \vec{r} \times \ddot{\varphi}) \cdot e^{i\varphi} - \vec{r} \times \dot{\varphi} \times \dot{\varphi} \cdot e^{i\varphi}.$
Andererseits muß wegen Gl. 17 für die komplexe
Zentralbeschleunigung $\ddot{\vec{r}} = \ddot{\vec{r}} + i \cdot \ddot{\varphi} = \ddot{\vec{r}} (\cos \varphi +$
 $+ i \sin \varphi) = \ddot{\vec{r}} \cdot e^{i\varphi}$ gelten. Vergleich beider
Ausdrücke und Kürzung ergibt $i \cdot (2 \vec{r} \times \dot{\varphi} +$
 $+ \vec{r} \times \ddot{\varphi}) = \ddot{\vec{r}} \times \dot{\varphi} \times \dot{\varphi} = 0.$ Also $2 \vec{r} \times \dot{\varphi} =$
 $= - \vec{r} \times \ddot{\varphi}.$ Da $\vec{r} \perp \dot{\varphi}$ und $\vec{r} \perp \ddot{\varphi}$ ist muß
wegen Gl. 17 auch $\dot{\varphi} \perp \ddot{\varphi}$ sein. Für den Betrag
der Vektorprodukte gilt daher $2 \cdot \vec{r} \cdot \dot{\varphi} =$
 $= - \vec{r} \cdot \ddot{\varphi}.$ Durch Umstellung und Multipli-
kation mit dem Zeitelement wird die
Differentialgleichung integrierbar $2 dr/r =$
 $= - d\varphi/\dot{\varphi}.$ Man integriert von einem
Anfangswert φ_0 des Fahnstrahles mit einem
zu ihm gehörigen Anfangswert $\dot{\varphi}_0$ der Winkel-
geschwindigkeit. Dann wird $2 \cdot \ln(r/\varphi_0) =$
 $= - \ln(\dot{\varphi}/\dot{\varphi}_0) = \ln \dot{\varphi}_0/\dot{\varphi},$ oder $r^2/\varphi_0 = \dot{\varphi}_0/\dot{\varphi}$ und

25
 $r^2 \cdot \dot{\varphi} = \varphi_0^2 \cdot \dot{\varphi}_0 = \text{const.}$ Man ist zu einem
die Geschwindigkeit der Bahn in Polarkoordinaten
 $v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 = \dot{r}^2 + \dot{\varphi}^2 \cdot r^2$ also $\vec{v} = \dot{\vec{r}} + \dot{\varphi} \times \vec{r}$
und $\vec{r} \times \vec{v} = \vec{r} \times \dot{\varphi} \times \vec{r} = r^2 \cdot \dot{\varphi},$ zu
außerdem ist $\frac{1}{2} r^2 \cdot d\varphi = dF$ ein Flächendifferen-
tial in Polarkoordinaten. Das aus dem Kom-
plexwertigen Ansatz folgende Ergebnis $r^2 \cdot \dot{\varphi} = \varphi_0^2 \cdot \dot{\varphi}_0 =$
 $= 2 \cdot c = \text{const.}$ kann also in der Form
 $2 \cdot \vec{F} = r^2 \cdot \dot{\varphi} = \vec{r} \times \vec{v} = 2 \cdot \vec{c} = \vec{F} \times \vec{v}_0 = \text{const.}$
 $\sin(\vec{F}, \vec{v}_0) \neq 0,$
geschrieben werden. Die Konstanz der vom Fahn-
strahl pro Zeiteinheit überstrichenen Fläche der
Bahnebene $dF/dt = c = \text{const.}$ welche in Gl. 18
ausgedrückt wird ist mit der Erhaltung der
Umlaufzeit äquivalent. Aus der Entwicklung
von Gl. 18 geht hervor daß die in Gl. 16 auf-
tretende Vektorsumme der Winkelgeschwindig-
keit $\dot{\varphi}$ und $\ddot{\varphi}$ welche die zu $\vec{r}$ orthogo-
nale Ebene aufspannen tatsächlich die
Antriebsgeschwindigkeit des Fahnstrahls
als in der Bahnebene darstellt. Für die Winkel-
geschwindigkeit $\dot{\varphi}$ kann also entweder als
erzeugender Vektor der von $\dot{\varphi}$ und $\ddot{\varphi}$ auf-
gespannten Ebene, oder nach Gl. 18 als
Funktions des Fahnstrahles dargestellt werden.
Man findet
 $\dot{\varphi} = \pm \sqrt{v^2 \sin^2 \beta + \beta^2},$
 $\ddot{\varphi} = \frac{\vec{F} \times \vec{v}_0}{r^2}$
Mit diesem Ausdruck und der Bedingung 19
kann der Energiesatz 14 für alle im Zentral-
kraftfeld möglichen Bahnen erweitert werden.
In der Entwicklung von Gl. 14 ergab sich
 $\int K \cdot dr = m/2 \cdot (v^2 - v_0^2).$ Da außerdem
 φ immer $K = \text{grad } \psi(r)$ ist, muß
F. Anmerkung auf Seite 55

nahen und generalisierter Zeitdifferentialien unter
Benützung des of. 18 und 19 auf die Zentral-
beschleunigung und damit nach Gl. 4 auf
die Natur des Zentralkraftfeldes $\psi(r)$ geschlos-
sen werden, F ist nach Gl. 16 durch $\psi(r)$ be-
stimmt, $r = r(\varphi)$ bekannt so kann
man weitere die Bahn charakterisierende
Größen bestimmen werden. Transformiert
man $r = r(\varphi)$ in rechtwinklige Koor-
dinate $y = f(x)$ mit $y = y(r, \varphi)$ und
 $x = x(r, \varphi)$ so ist der Tangentialwinkel
 ϑ an jedem Punkt durch $\tan \vartheta =$
 $= dy/dx$ also
 $\vartheta = \arctan \frac{dy(r, \varphi)}{dx(r, \varphi)}$ Gl. 17 22
gegeben. Ferner ist die
Bogenlänge s zwischen zwei Bahnpunkten
ebenfalls festzustellen. Sie wird durch
das Differential $ds = \pm \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2}$ linear
approximiert. Aus $x = r \cdot \cos \varphi$ und $y =$
 $= r \cdot \sin \varphi$ folgt $(dx)^2 + (dy)^2 = (\frac{\partial x}{\partial r} dr + \frac{\partial x}{\partial \varphi} d\varphi)^2 +$
 $+ (\frac{\partial y}{\partial r} dr + \frac{\partial y}{\partial \varphi} d\varphi)^2 = (dr)^2 + r^2 (d\varphi)^2 =$
 $= [(dr/d\varphi)^2 + r^2] (d\varphi)^2$ oder, mit Gl. 15
 $ds = \sqrt{r^2 + \frac{1}{m} (\psi(r) - \psi(r_0))} d\varphi$
Man integriert von $\varphi = 0$ bis zu einem va-
riablen Wert φ . Zum Wert $\varphi = 0$ gehört dann
der Anfangswert des Bahntangentenwinkels φ_0 .
Die Bogenlänge ist dann gegeben durch
 $s = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \sqrt{r^2 + \frac{1}{m} (\psi(r) - \psi(r_0))} d\varphi$

Gl. 18. 23

Schließlich kann noch mit Hilfe der Gl. 4
die Zeit t ermittelt werden die zum
Durchlaufen des Bogens s auf der Bahn
notwendig ist. Man setzt zu
 $\frac{ds}{dt} = \sqrt{r^2 + \frac{1}{m} (\psi(r) - \psi(r_0))}$ und führt das Flächenelement
F Annahme S. 55

in Polarkoordinaten $dF = \frac{1}{2} r^2 \cdot d\varphi$ ein,
wofür sich als Zeit zum Durchlaufen des Bogen-
segmentes of. 19 ergibt.
 $t = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{1}{\sqrt{r^2 + \frac{1}{m} (\psi(r) - \psi(r_0))}} d\varphi$

Gl. 19 24

Annahme auf S. 35

Alle durch die Gl. 18 bis 19 beschriebenen
Eigenschaften zeichnen sich durch eine Abhän-
gigkeit von den Anfangswerten aus. Beson-
ders die Gestalt der durch Gl. 16 beschriebenen
Bahnkurve wird durch diese Anfangswerte
stark beeinflusst. Das heißt, daß jeder Anfangs-
wert eine andere Gestalt liefert (trotz der verschiedenen Gestalt bleibt ihr geo-
metrischer Charakter in ein und demselben
Zentralkraftfeld erhalten). ~~Es kann jedoch~~
~~aus dem Fall~~

~~aus dem Fall~~ ~~herausgestellt werden, daß~~
~~zwar das~~ ~~diejenige~~ Anfangsgeschwindigkeit
Reil in einem bestimmten Abstand g
bei welcher eine Bahnkurve beschrieben
wird auf der die Zentralbewegung im
statisch stabilen Gleichgewichtszustand stat-
findet. Eine Aussage über die statische
Stabilität einer Bewegung kann das ~~Ex-
treme~~
~~Prinzip~~ geben. Dieses Theorem
lautet: $L \cdot dt = 0$ paßt aus, daß sich mit $Be =$
 $\frac{1}{2} m \cdot v^2 - \psi(r)$ beschränken auf solchen Bahnen im statisch
stabilen Gleichgewicht befinden, deren kinet-
isches Potential $L = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - \psi(r)$ ein Extremum
annimmt, d.h. für die statische Stabilität
einer Bahn muß $L = 0$ sein. Im Punkt-
fall eines Zentralkraftfeldes wird $L = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - \psi(r)$. Für die
 $= \frac{1}{2} m \cdot v^2 - \psi(r) = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \psi(r)$. Für die
statisch stabile Bahn im Zentralkraftfeld muß
dann $\frac{dL}{dt} = m \cdot v \cdot \dot{v} + \dot{\psi} = m \cdot v \cdot \dot{v} + \frac{d\psi}{dr} \cdot \dot{r} =$

30
 $= |m \cdot v \cdot \dot{v} + m \cdot r \cdot \dot{r}| = 0$ sein. Die Aussage
 des Theorems über statisch stabile Zentralbewe-
 gungen lautet also $v \cdot \dot{v} + r \cdot \dot{r} = 0$. Der Ausdruck
 ist zeitlich integrierbar und ergibt $v^2 + r^2 =$
 $= v_a^2 + r_a^2 = \mathcal{E}^2 = \text{const.}$ Mit $v^2 = r^2 + \dot{r}^2$
 wird daraus, wegen der Orthogonalität $\dot{r} \perp \vec{r}$,
 $\dot{r} \cdot \vec{r} + \dot{\vec{r}} \times \vec{r} = \vec{0} = \text{const.}$
 Die Beziehung $\dot{\vec{r}} \cdot \vec{r} + \dot{\vec{r}} \times \vec{r} = \vec{0}$ liefert wegen Gl. 11b
 $\dot{\vec{r}} \times \vec{r} \cdot \vec{r} + \vec{r} \times \dot{\vec{r}} \cdot \vec{r} =$
 $= \vec{r} \times \dot{\vec{r}} \cdot \vec{r} = \vec{r} \times \vec{v} = \vec{r} \times \vec{0} =$
 $\vec{0} = \dot{\vec{r}} \cdot \vec{r} + \dot{\vec{r}} \times \vec{r} = \text{const.}$ und $\sin(\vec{r}, \dot{\vec{r}}) = 0$
 muß $\mathcal{A}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}) = \mathcal{A}(\vec{r}, \vec{0})$ sein. Daher ist
 der Betrag des Vektorproduktes $r \cdot v \cdot \sin(\vec{r}, \vec{v}) =$
 $= r \cdot \mathcal{E} \cdot \sin(\vec{r}, \vec{0})$ oder
 $v = \dot{r} = \mathcal{E} = \text{const.}$

Die Bahngeschwindigkeit ist also auf der
 stabilen Kurve immer konstant und mit
 der Anfangsgeschwindigkeit identisch. Nach
 Gl. 20a kann dies aber mit räumlich
 sein wenn $\Psi(r) - \Psi(\mathcal{E}) = 0$ ist. Für die En-
 ergienormale folgt hieraus immer $r = \mathcal{E} = \text{const.}$
 was das analytische Kennzeichen einer
 Kreisbahn ist. Es aber andererseits Kreis-
 bahnen $\sqrt{\text{Schichtlinien von Kugelflächen}}$
 darstellen und nach Gl. 11b die Niveauflächen
 jedes Zentralfeldes sphärisch stat, muß die
 stabile Zentralbewegung auf einer solchen
 Niveaufläche stattfinden. Ausserdem muß
 nach Gl. 17 die von der Kurve umrandete Kreis-
 fläche das Zentrum enthalten. Hieraus
 wird ersichtlich, daß grundsätzlich für
 in allen Zentralkraftfeldern die statisch
 stabilen Zentralbewegungen nur auf den
 Meridianen der Niveauflächen stattfinden können.
 F. Anmerkung auf S. 124

Bei jeder Kreisbahnbewegung einer als Masse
 auszusprechenden Erscheinung (Masse sollten für
 die Zentralkraftzentren vorausgesetzt) muß als
 Reaktion eine Radialkraft auftreten, deren
 Betrag durch $m \cdot v^2/r$ gegeben ist und die der Zen-
 tralkraft entgegengesetzt gleich sein muß, da ja auf
 der Kreisbahn ein statisch stabiles Kräftegleichge-
 wicht herrschen muß. Ist v die nach Gl. 26
 $\mathcal{E} = \text{const.}$ so wird für die Kreisbahn $m \cdot \frac{v^2}{r}$
 $= -| \text{grad} \Psi(r) | = -(\frac{\partial \Psi}{\partial r})_r$. Die statisch stabile
 Zentralbewegung auf den Meridianen der Niveau-
 flächen wird also durch

$r = \mathcal{E} = \text{const.}, v = \dot{r} = \pm \sqrt{-\mathcal{E}/m \cdot (\frac{\partial \Psi}{\partial r})_r} = \text{const.}$
 vollständig beschrieben. Diese
 statisch stabile zirkuläre Bewegung auf den
 Niveauflächen tritt grundsätzlich in jedem Zen-
 tralkraftfeld auf. Die Gl. 20 und 20a gelten für
 alle Zentralkraftfelder, woraus folgt, daß in
 jedem verdrängten Kraftfeld die Kreisbahn
 möglich ist (dies ist eine Folge der sphä-
 rischen Niveauflächen, deren analytischer
 Ausdruck ab unmittelbar nach der Definition
 herabzuleiten). Ein anderes für alle Zentral-
 kraftfelder charakteristisches Kennzeichen ist
 das Auftreten von Feldgrenzen, d. h. von Punkten
 auf den Verdrängungslinien der Feldzentren in
 denen die Feldvektoren entgegengerichtet gleich
 sind und sich daher aufheben. Zwei sich ge-
 genseitig beeinflussende Felder I und II be-
 trachten sich im Abstand s voneinander. Für
 die Feldgrenze also das Kräftegleichgewicht
 muß die Bedingung $\vec{K}_1 = -\vec{K}_2$ erfüllt
 sein, welche wegen $K_{1,0} = -K_{2,0}$

22 Die Form $|\text{grad } \psi(r)| = |\text{grad } \psi_2(r)|$ allgemein.
 durch Integration folgt hieraus $\psi(r_1) = \psi(r_2)$,
 wenn eines der Zentren im Koordinatenursprung
 liegt (also nicht das gemeinsame
 Bewegungszentrum). Es muß also auf
 der Verbindungsstrecke der beiden Zentren
 in den Abständen r_1 und r_2 von diesen
 einen Punkt geben in welchem sich die
 beiden Felder gegenseitig aufheben.
 Sind r_1 und r_2 die Abstände der beiden Zen-
 tren von dieser Feldgrenze, so gilt für die
 als bekannt angenommene Verbindungs-
 strecke $s = r_1 + r_2$ d.h., die Feldgrenze
 wird insgesamt durch

$$\psi(r) = \psi_2(r_2), \quad s = r_1 + r_2 \quad \text{Gl. 22.27}$$

beschrieben. Ähnlich wie in Gl. 22.26 und 26a
 sind die für alle Zentralkraftfelder gültigen
 zirkuläre Bahnen sowie die zu ihrer Kurve-
 lung erforderliche Kreisbahngeschwindigkeit
 beschrieben werden, ist es möglich einen Aus-
 stich zu finden, der die Größe der Anfangsge-
 schwindigkeit v_a eines Feldzentrums III an-
 gibt, welche erforderlich ist dieses Zen-
 trum III vom Abstand q vom Zentrum I
 über die Feldgrenze zu heben. Die Grenze soll
 mit der Geschwindigkeit v überschritten
 werden u.a. d. Die kinetische Energie die
 dem Zentrum III der Trägheitsmasse m
 erteilt werden muß damit die Feldgrenze zwi-
 schen den Zentren I und II überschritten wird,
 muß die Potentialdifferenz zwischen dem
 Anfangsabstand q und der Feldgrenze r_1 über-
 treffen. Außerdem wirkt die gesamte
 Feldbreite zwischen q und r_1 das Feld II dem

Feld I entgegen, so daß seine Potentialdifferenz
 vom Abstand r_1 bis zum Abstand q zu sub-
 trahieren ist. Die energetische Aussage liefert
 für diesen Fall angewandte Energiesatz 27
 Es ist $\frac{1}{2} m \cdot (v^2 - v_a^2) = \int_{r_1}^q K \cdot dr = \int_{r_1}^q (K_1 \cdot dr) -$
 $- \int_{r_1}^q (K_2 \cdot dr) = \psi(r_1) - \psi(q) - \int_{r_1}^q \frac{1}{2} \frac{d}{dr} \left(\frac{r_1^2}{r^2} \right) dr +$
 $+ \frac{1}{2} \frac{d}{dr} \left(\frac{r_2^2}{r^2} \right) dr$. Hier bedeutet v die Geschwindigkeit
 mit welcher das Zentrum III die Grenze zwischen
 I und II überschreitet. Aus der Energiebeziehung
 folgt somit die im Abstand q erforderliche
 Anfangsgeschwindigkeit $v_a = \sqrt{v^2 + 4m \cdot [\psi(r_1) - \psi(q) + \psi(q) - \psi(r_1)]}$
 $v_a = \pm \sqrt{v^2 + 4m \cdot [\psi(r_1) - \psi(q) + \psi(q) - \psi(r_1)]}$

Diese Gleichung gilt nur dann
 wenn die Anfangsveloten $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_a$ gegen-
 richtet sind, so daß die Bewegung von III
 auf der Verbindungsstrecke $s = r_1 + r_2$ stat-
 findet. Die Möglichkeit einer allgemeinen
 für alle Zentralkraftfelder zutreffenden Be-
 wehrung liegt vor, wenn das eine von zwei
 sich gegenseitig beeinflussenden Zentren eine
 so große kinetische Energie erhält, daß es
 den Wirkungsbereich des im Koordinaten-
 nullpunkt festgehaltenen zweiten Zen-
 trums verläßt. Ist q wieder der Anfangs-
 abstand zwischen beiden Zentren so muß
 die dem bewegten Zentrum erteilte kineti-
 sche Energie mit dem Energieniveau im
 Abstand q identisch sein. Ist weiterhin
 die Trägheitswiderstand des bewegten Zen-
 trums so groß, so ergibt sich aus $m \cdot v^2 =$
 $= \psi(q)$ die zur Heberwindung der Gesamt-
 potentials vom Feld ψ im Abstand q
 erforderliche Anfangsgeschwindigkeit zu
 $v_a = \pm \sqrt{2/m \cdot \psi(q)}$ Gl. 28

Die Gleichungen 26a, 27a und 28 sind die Grenz-
 fälle der allgemeinen Zentralbewegung, wel-
 che in jedem Zentralkraftfeld gültig sind.
 Die Überwindung eines bestimmten Po-
 tentials sowie die statisch stabile Zen-
 tralbewegung auf dem Meridian einer
 Kugelfläche sind allgemein gültige von
 der speziellen Natur unabhängige Eigen-
 schaften jedes Zentralkraftfeldes. [Alle durch
 die Gl 18 bis 28 beschriebenen Eigenschaften
 sind explizite Funktionen des Fahrtstrahls $\bar{r}$.
 Letzterer ist aber im Falle der Zentralbe-
 wegung zeitlich variabel. Dies bedeutet
 aber daß $r = r(t)$ als Zeitfunktion dar-
 stellbar ist und daß durch explizite Be-
 stimmung von $r = r(t)$ und Substitu-
 tion auch die Gleichungen 18 bis 28
 direkt durch die Zeit t ausgedrückt
 werden können. Zur Bestimmung des
 Zusammenhangs zwischen Fahrtstrahl und
 Zeit geht man vom zweiten Teil der Glei-
 chung 15a aus. Ist periprote Wert
 ist integrierbar und liefert die Umkehr-
 funktion $t = t(r)$, aus welcher
 $r = r(t)$ eliminiert werden kann. Der
 Abstand φ werde zur Zeit t_a durchlaufen.
 Es ergibt sich dann das Integral

$$t(r) = \pm \int \left[v_a^2 + 2m \cdot (\psi(r) - \psi(\varphi)) - \frac{1}{r^2} \cdot (\bar{\varphi} \times \bar{\varphi}_a)^2 \right]^{-1/2} dr$$
 nach Lösung des Integrals
 kann hieraus der gewünschte Zusammen-
 hang $r = r(t)$ ermittelt werden doch ist
 hierzu die Kenntnis des Feldes ψ erforderlich.
 In allen Eigenschaften des Zentral-

kraftfeldes, welche durch die Gl. 18 bis 29 beschrie-
 ben werden, tritt der Betrag des Vektorproduktes
 $\bar{\varphi} \times \bar{\varphi}_a$ auf, welches im Falle gleichgerichteter
 Anfangsvektoren wegen $\sin(\bar{\varphi}, \bar{\varphi}_a) = 0$ ver-
 schwindet. Sind die Anfangsvektoren nicht
 gleichgerichtet $\sin(\bar{\varphi}, \bar{\varphi}_a) \neq 0$ so kann dieser
 allgemeinste Fall stets auf den die Rechnungen
 vereinfachende Fall orthogonaler Anfangsvek-
 toren $\angle(\bar{\varphi}, \bar{\varphi}_a) = \pi/2$ reduziert werden. Für
 üblich $\bar{r}$ und $\bar{v}$, gegebene, nicht gleich-
 gerichtete aber auch nicht orthogonale Anfangs-
 vektoren sind die trigonometrischen Funktionen
 Winkel $0 < |\sin(\bar{r}, \bar{v})| < 1$ einschließen
 und sind $\bar{\varphi}$ und $\bar{\varphi}_a$ die zur Bahn ge-
 hörigen orthogonalen Anfangsvektoren
 $\sin(\bar{\varphi}, \bar{\varphi}_a) = 1$, dann muß nach Gl 18
 stets $\bar{r} \times \bar{v} = \bar{\varphi} \times \bar{\varphi}_a$ sein was auch für
 die Beträge der Vektorprodukte gilt.
 $r \cdot v \cdot \sin(\bar{r}, \bar{v}) = \varphi \cdot v_a$
 d.h. alle Zentralbewegungen mit nicht
 gleichgerichteten Anfangsvektoren - 1 <
 $\angle \sin(\bar{r}, \bar{v}) \neq 0 < +1$ können auf den
 vereinfachten Fall orthogonaler Anfangsvek-
 toren zurückgeführt werden.

Anmerkung zu § 29.
 Nach Gl 20 besteht ein direkter Zusammenhang
 zwischen den benutzten Polarkoordinaten r und φ .
 [dr + t] Man kann die Bahnkurve in Polarkoor-
 dinaten auch durch diesen Zusammenhang
 darstellen. Der periprote Wert von Gl 15 liefert
 integriert die Abhängigkeit $\varphi = \varphi(r)$ in expliziter
 Form als Integral

$$\varphi = \pm \int \frac{1}{r^2} \left[v_a^2 + 2m \cdot (\psi(r) - \psi(\varphi)) - \frac{1}{r^2} \cdot (\bar{\varphi} \times \bar{\varphi}_a)^2 \right]^{-1/2} dr + \varphi_a$$
 Die Gleichung beschreibt die Bahnkurve im (r, φ) -System.

der Bewegung einer Masse (Planeten) in einem Gravitationsfeld übersteicht der Faktorfall von Bewegungszentrum zur bewegten Masse während gleicher Zeiten inhaltsgleiche Flächen. Auch findet die Planetenbewegung auf einer Ebene statt, welche das Gravitationszentrum enthält.

β) Die Bewegungsbahnen der Planeten sind konfokale Ellipsen, in deren gemeinsamen Brennpunkt das Gravitationszentrum liegt.

γ) Bei zwei Planetenbahnen verhalten sich die Quadrate der Umlaufzeiten wie die Kuben der großen Halbachsen.

Es kommt darauf an diese empirischen Aussagen über die Planetenbewegung oder allgemeiner über die Bewegung von Massen im Gravitationsfeld in eine mathematisch verwertbare Form zu bringen, aus welcher Schlüsse auf die Natur des Gravitationsfeldes möglich sind. Ist r der Abstand eines Bahnpunktes vom gemeinsamen Brennpunkt der Bahnellipsen, und bezeichnet r' den Abstand des gleichen Punktes vom zweiten Ellipsenbrennpunkt, ist weiter a eine große Halbachse, e eine lineare Exzentrizität, t eine Umlaufzeit, dF ein Flächenelement in Polarkoordinaten und $\vec{r}$ das Gravitationszentrum in dem Mittelpunkt oder Pol eines rechtwinkligen Koordinatensystems x, y, z Polarkoordinatensystem) gelingt, so können die Beobachtungsbefunde

als $\vec{r}$ in folgender, mathematisch verwertbarer Form gebracht werden

$$\alpha.) \quad \ddot{\vec{r}} = \vec{g}(r), \quad \cos(\ddot{\vec{r}}, \vec{r}) = -1, \quad \vec{r} = \vec{r} + \vec{y}, \quad d\vec{F}/dt = \vec{c} = \text{const.}$$

$$\beta.) \quad r + r' = 2a, \quad \vec{r}' = \vec{r} + 2\vec{e}, \quad \varphi(\vec{r}, \vec{e}) = \varphi, \quad dF = \frac{1}{2} r^2 \cdot d\varphi,$$

$$\gamma.) \quad \frac{t^2}{a^3} = \frac{a^3}{a^3}, \quad \frac{a^3}{t^2} = \gamma = \text{const.}$$

Es kommt darauf an, aus diesen Beobachtungshypothesen auf die Natur des Gravitationsfeldes zu schließen.

2.) Mathematische Auswertung des Befundes.

Zunächst folgt aus den experimentellen Ergebnissen α und β , daß, wenn die Beobachtungsbefunde richtig sind, die universelle Massenanziehungskraft $\vec{K} = m \cdot \ddot{\vec{r}} = m \cdot \vec{g}(r)$ der Feldvektor eines Zentralkraftfeldes sein muß, denn nach Gl. 13 ist die Konstanz der Flächengeschwindigkeit $\vec{F} = \frac{1}{2} r^2 \cdot \dot{\varphi} = \vec{c} = \text{const}$ und die daraus folgende Konstanz des Drehimpulses eine mit der Notwendigkeit und hinreichenden Bedingung, 12 eines Zentralkraftfeldes äquivalente Aussage. Es muß also eine vom Faktor r abhängige skalare Ortsfunktion $\psi = \psi(r)$ geben, welche ein Energieniveau darstellt, so daß der Feldvektor des Gravitationsfeldes $\vec{K} = m \cdot \vec{g}(r) = \text{grad} \psi(r)$ der Gradient dieses Niveaus ist. Hierzu muß ferner wegen $\cos(\ddot{\vec{r}}, \vec{r}) = -1$ die Ableitung $\partial \psi / \partial r < 0$ sein, also auch $\vec{K} < \vec{r}$. Es kommt nun darauf an, aus dem Beobachtungsbefund γ die Ortsfunktion ψ zu bestimmen. Diese Ortsfunktion muß von allen speziellen, diese Bahn kennzeichnenden Konstanten unabhängig sein. Sie darf mit den universellen,

für jede Bahn gültig. Konstanten abhängen
 und eine Funktion des Abstandes vom gemein-
 samen Bewegungszentrum sein. Wegen der
 zentralen Natur der Gravitations-
 feldes müssen die zu einem System gehörigen
 Felder Kraft konservativ sein, d.h. ein
 gemeinsames Gravitationspotential existiert. Zur
 Bestimmung dieser Funktion geht man von
 $\vec{r}^2 = (\vec{r} + 2\vec{r})^2 = r^2 + 4\vec{r} \cdot \vec{r} + 4r^2$, da $\cos(\vec{e}, \vec{r}) \neq 0$ ist. Andererseits gilt
 $r^2 = 4a^2 - 4ar + r^2$, woraus durch Ver-
 gleich $\vec{e} \cdot \vec{r} = a^2 - e^2 - ar = b^2 - ar$ wegen
 der Ellipseneigenschaft $a^2 = e^2 + b^2$ folgt.
 Mit $\varphi(\vec{e}, \vec{r}) = \varphi$ ergibt sich aus $\vec{e} \cdot \vec{r} =$
 $= e \cdot r \cdot \cos \varphi$ einerseits die Gleichung der
 betreffenden Ellipsenbahn $r = b^2 / (a + e \cdot \cos \varphi)$
 während andererseits sich durch doppelte
 Zeitdifferentiation $\vec{e} \cdot \ddot{r} = -a \cdot \ddot{\varphi}$ ergibt.
 Diese Differentiation kann auch nach Aus-
 führung der skalaren Multiplikation $\vec{e} \cdot \ddot{r} \cdot \cos \varphi =$
 $= b^2 - ar$ durchgeführt werden und liefert
 zunächst $\vec{e} \cdot \ddot{r} \cdot \cos \varphi - e \cdot r \cdot \ddot{\varphi} \cdot \sin \varphi =$
 $= -a \cdot \ddot{\varphi}$, oder wegen $r^2 \cdot \ddot{\varphi} = 2c = \text{const.}$
 $= \frac{2ce}{r} \cdot \sin \varphi$. Mit Benutzung von
 $r = \frac{b^2}{a + e \cos \varphi}$ wird auch $a + e \cos \varphi =$
 $= \frac{b^2}{r}$, also $\ddot{r} = \frac{2ce}{r^2} \cdot \sin \varphi$. Nach noch-
 maliger Zeitdifferentiation folgt $\ddot{r} = \frac{2ce}{r^2} \cdot \ddot{\varphi} \cdot \cos \varphi$
 oder mit $r^2 \cdot \ddot{\varphi} = 2c$ schließlich $\ddot{r} =$
 $= 4 \cdot \frac{c^2}{r^2} \cdot \frac{e}{r^2} \cdot \cos \varphi$. In das skalare
 Produkt $\vec{e} \cdot \ddot{r}$ eingesetzt ergibt dies
 es sich um ein Zentralkraftfeld handelt

und die Voraussetzungen gültig sein müßten.
 ist $\varphi(\vec{e}, \vec{r}) = \varphi(\vec{e}, \vec{r}) = \varphi$ sodas $\vec{e} \cdot \vec{r} =$
 $= e \cdot r \cdot \cos \varphi = -4c^2 \cdot \frac{a}{b^2} \cdot \frac{e}{r^2} \cdot \cos \varphi$ und
 $\ddot{r} = -4c^2 \cdot \frac{a}{b^2} \cdot \frac{e}{r^2} \cdot \cos \varphi$ folgt. Die hierin auf-
 tretenden Ellipsenachsen a und b sowie die
 Flächengeschwindigkeit c sind Konstanten
 Größen der speziellen Bahn. Eine von den
 einzelnen Bahnen völlig unabhängige Konstante
 ist $\frac{a^3}{r^2} = \frac{b^3}{r^2} = \text{const.}$ aus $\frac{a^3}{r^2} = \frac{b^3}{r^2}$ folgt also
 mein $\frac{a^3}{r^2} = \frac{b^3}{r^2} = \text{const.}$ und es ist
 auf die, den Faktor $4c^2 \cdot \frac{a}{b^2}$ durch diese
 universelle Feldkonstante auszu-
 drücken. Zunächst ist nach $\frac{d}{dt} \left(\frac{a^3}{r^2} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{b^3}{r^2} \right) = \text{const.}$ man
 integriert zeitlich längs einer geschlossenen
 Bahnkurve, sodas die untere Integrations-
 gränze auf beiden Seiten verschwindet wäh-
 rend die obere die zum Umlauf einer ganzen
 Ellipsenfläche $F_E = \pi \cdot a \cdot b$ erforderliche
 Zeit T ist. Also $\int_0^T \frac{d}{dt} \left(\frac{a^3}{r^2} \right) dt = \frac{a^3}{r^2} \Big|_0^T = \frac{a^3}{r^2} - \frac{a^3}{r^2} = 0$
 oder $\pi a b = c T$, woraus durch Quadrierung
 $\pi^2 \cdot \frac{a^3}{r^2} = \frac{c^2}{b^2}$ und nach Multiplikation
 mit a der Ausdruck $\pi^2 \cdot \frac{a^4}{r^2} = c^2 \cdot \frac{a}{b^2}$ wird.
 Benutzt man weiter $\frac{a^3}{r^2} = \frac{b^3}{r^2} = \text{const.}$ so
 ergibt sich die Konstante zu $4c^2 \cdot \frac{a}{b^2} = \frac{4\pi^2}{T^2}$
 $= \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{a}{b^2}$, also in einer Form welche von
 irgendwelchen speziellen Eigenschaften einer
 Bahn völlig unabhängig ist. Nach Ein-
 setzen des Wertes ergibt sich als Betrag
 der Gravitationsbeschleunigung $\ddot{r} = -\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{a}{r^2}$
 der Betrag kann wegen der $\frac{2ce}{r^2} \cdot \cos \varphi$
 von Gl. 5 durch Multiplikation mit dem
 Einheitsvektor des Fahrstrahls festgelegt
 werden. $\ddot{r} = \vec{g}(r) = -\vec{r} \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{a}{r^2}$
 Setzt man hierin $\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{a}{b^2} = \mu = \text{const}$ so ist

42
einfach sich der Ausdruck zu $\vec{r} = \vec{g}(r) = -\vec{r}_0 \cdot \mu/r^2$.
Die Gravitation ist eine an jede Masse gebundene
Erscheinung. Eine Masse M muß also
auf eine Masse m die Gravitationskraft
 $\vec{F}_M = m \cdot \vec{g}(r) = -\vec{r}_0 \cdot m \cdot \mu/r^2$ ausüben.
Es muß aber auch die sich ebenfalls mit
einem Gravitationsfeld umgebende Masse
 m auf M zurückwirken und auf M mit
der entgegengesetzten gleichen Gravitation
 $\vec{F}_m = +\vec{r}_0 \cdot M \cdot \mu_m/r^2$ wirken. Die Be-
träge der beiden Felder = Vektoren müssen
wegen $|\vec{r}_0| = |\vec{r}_0| = 1$ einander
gleich sein $|\vec{F}_M| = |\vec{F}_m|$ oder $m \cdot \mu/r^2 =$
 $= M \cdot \mu_m/r^2$ also $m\mu = M\mu_m$. Dies be-
deutet aber daß es noch einen von bei-
den Massen völlig unabhängigen Proportio-
nalitytsfaktor γ geben muß, so daß
 $m \cdot \mu = M \cdot \mu_m = \gamma \cdot m \cdot M$ wird. Es
wird klar, daß es tatsächlich eine univer-
selle Gravitation geben muß, welche mit
von den gravitierenden Massen und dem
Abstand zwischen beiden Massen abhängt.
Für den Feldvektor also die universelle
Korrelationskraft gilt dann somit
nach Einsetzen des Proportionalitätsfaktors
 $\vec{r} = -\vec{r}_0 \cdot \gamma \cdot m \cdot M/r^2$ d. h. der Feld-
vektor ist universell, an alle dem ~~Gravitations-~~
~~Gravitationsprinzip~~ folgenden Erscheinungen ge-
hörende Gravitationsfelder ist kein Abstand
von einem Gravitationszentrum ausgehen-
gerichtet und dem Betrag des Abstands =
quadrates umgekehrt proportional aber
er ist direkt proportional dem Produkt
der gravitierenden Trägheitsmassen. Der

Roustante Proportionalitätsfaktor γ wird gravi-^{4.3}
tationskonstante genannt. Es handelt
sich dabei um eine universelle, alle Gra-
vitationsfelder charakterisierende Kon-
stante. Ihr Zahlenwert kann durch Messungen
zu $\gamma = 6,68 \cdot 10^{-11} [\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{sec}^{-2}]$ bestimmt werden.
Da ferner das Gravitationsfeld zentraler Natur ist,
kann die ein jedes Zentralfeld bestimmende Ort-
sfunktion Ψ ermittelt werden. Denn neben $\vec{F} =$
 $= - \vec{r}_0 \cdot \gamma \cdot m \cdot \frac{1}{r^2}$ muss sich der Feldvek-
tor des zentralen Gravitationsfeldes auch als Gradient
 $\vec{F} = \text{grad } \Psi(r)$ darstellen lassen. Ein Vergleich
beider Ausdrücke liefert $-\vec{r}_0 \cdot \gamma \cdot m \cdot \frac{1}{r^2} = \text{grad } \Psi(r)$
 $= \vec{r}_0 \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial r}$, woraus der integrierbare Ausdruck
 $\frac{\partial \Psi}{\partial r} = -\gamma \cdot m \cdot \frac{1}{r^2}$ folgt. $\int \frac{\partial \Psi}{\partial r} dr = -\gamma \cdot m \cdot \int \frac{dr}{r^2}$
oder $\Psi(r) - \Psi(r_a) = \gamma \cdot m \cdot \frac{1}{r} - \gamma \cdot m \cdot \frac{1}{r_a}$. Für $r_a \rightarrow \infty$
für den Aufangspunkt $\Psi(r_a) = \gamma \cdot m \cdot \frac{1}{r_a}$, also
 $\Psi(r_a) - \gamma \cdot m \cdot \frac{1}{r_a} = 0$. Insgesamt wird
somit die das Zentralfeld der Gravi-
tation beschreibende Ortsfunktion Ψ durch
das Schema
 $\Psi(r) = \gamma \cdot \frac{m}{r}$, $\gamma = 6,68 \cdot 10^{-11} [\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{sec}^{-2}]$ Gl. 27
zum Ausdruck gebracht. Die Gravitation kann
also tatsächlich als ein Zentralfeld be-
schrieben werden, dessen Ortsfunktion (Ene-
gieniveau) das mathematische Zweifach-
gesetz einer gleichseitigen Hyperbel 1. Grades
die Asymptotenform darstellt. Nach diesem
hyperbolischen Gesetz ändert sich also das
Gravitationsfeld mit verschiedenem und
wachsendem Abstand vom Gravitationszen-
trum asymptotisch. Charakteristisch für die universelle
Gravitation ist die folgende Erscheinung:
Gibt man in die Gravitationskonstante γ .

IV deduktiver Formalismus des Gravitationsfeldes.

1.) Aus der Zentralfeldtheorie folgende Eigenschaften des Gravitationsfeldes.

Bei der deduktiven Beschreibung der Gravitationsbewegung hat man stets zwischen zwei Fällen zu unterscheiden:

- 1.) Die Gravitationsbewegung kommt durch nicht gleichgerichtete Anfangsvektoren zustande.
- 2.) Die Anfangsvektoren welche den Zustand des Systems beim Beginn der Bewegung beschreiben, sind gleichgerichtet.

Der Fall 2 ist ein Sonderfall der allgemeinen Bewegung des Falles 1, der aber ex. nach Gl. 2.5 stets auf den einfacheren Fall orthogonalen Anfangsvektoren $\vec{r} \perp \vec{v}$ zurückgeführt werden kann, sodass $|\vec{r} \times \vec{v}| = r \cdot v$ wird. Bei den beobachteten Kepler-Bahnen im Gravitationsfeld ist jedoch $\vec{r} \perp \vec{v}$ und an zwei Punkten der Bahn, dem Perihel und dem Aphel möglich. Wenn nichts besonderes erwähnt wird soll $\vec{r}$ immer die Perihelienrichtung und $\vec{v}$ die im Perihel herrschende Bahngeschwindigkeit sein. Weiter soll M immer die Masse des als Bezugspunkt gewählten Gravitationszentrums sein, so dass in Gl. 2.7 als Kürzung $\gamma \cdot M = \mu$ eingeführt werden kann. Nach diesen Festlegungen können alle Eigenschaften der im Gravitationsfeld möglichen Bahnen aus dem Zentralfeld $\psi(r) = \mu \cdot m/r$ abgeleitet werden. Wegen der hyperbolischen Natur dieses Zentral-

Wegesatzes 2.7 erkennt man zunächst, dass $\vec{r} = \text{grad } \psi(r) = -\vec{r}_0 \cdot m \cdot \mu/r^2$ ist, was durch Vertauschung $\vec{r} = -\vec{r}_0 \cdot \mu/r^2$ liefert. Da das Energieniveau ψ des Gravitationsfeldes nur vom Abstand abhängt, ist die notwendige und hinreichende Bedingung 2. sowie die Existenzvoraussetzung 5 eines Zentral-Kraftfeldes $\text{div}(\vec{r}) = 0$ erfüllt. Eine weitere Aussage über die Richtung des Feldvektors ergibt sich aus dem Gradienten des Niveau's. Es ist nämlich $\partial \psi / \partial r < 0$ und daher $\cos(\vec{r}, \vec{r}) = -1$ also $\angle(\vec{r}, \vec{r}) = \pi$. Der Feldvektor ist demnach in jedem Punkt des Gravitationsfeldes dem Feldstrahl entgegengerichtet (das Zentrum μ befindet sich im Koordinatenursprung). Weiter gilt für das skalare Produkt $\int \vec{r} \cdot d\vec{r} = - \int r \cdot dr = -m \mu \cdot \int dr/r^2 = m \mu \cdot (1/r - 1/r_0) = \psi(r) - \psi(r_0)$.

Dieses Integral muss aber, wenn es sich um eine Niveaufläche handelt, konstant sein, also $\psi(r) - \psi(r_0) = m \mu \cdot (1/r - 1/r_0) = C = \text{const.}$, woraus sich mit $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ die Gleichung der Niveaufläche $x^2 + y^2 + z^2 = r^2 = (C / (m \mu \cdot (1/r_0 - 1/r)))^2 = \text{const.}$ ergibt. Die Grundeigenschaften des Gravitationsfeldes $\vec{r} = -\vec{r}_0 \cdot m \cdot \mu/r^2$ $\vec{r} = -\vec{r} \cdot \mu/r^2$, $\cos(\vec{r}, \vec{r}) = -1/\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{0 + m \mu \cdot \mu}{C \cdot \mu + m \mu} = \text{const.}$ Gl. 2.8 sagen also aus, dass der Feldvektor des als Zentralkraftfeld beschriebenen Gravitationsfeldes die Schwerkraft sowie die Gravitationsbeschleunigung in jedem Punkt des Feldbereichs dem eingezeichneten Quadrat des Abstands des Punktes proportional und diesem stets entgegen gerichtet sind. Die Niveauflächen des Gravitationsfeldes sind konzentrische Kugelflächen,

46
 Area gemeinsame Mittelpunkt des Gravitationszentrums ist. Wenn bei der Ausführung des Linienintegrals über den Feldvektor die obere Integrationsgrenze über alle Grenzen wächst, so ist das uneigentliche Integral $\int \text{grad } \psi(r) \cdot dr$ wegen des hyperbolischen Charakters des Feldes 2.7 konvergent. d. h. die Linienrelation $\lim_{r \rightarrow \infty} \int \text{grad } \psi(r) \cdot dr = \lim_{r \rightarrow \infty} m \cdot (1/r - 1/r_0) = -\psi(r_0)$ existiert. Wenn auf das Gravitationsfeld $\psi(r) = m/r$ keine gleichzeitigen Felder wirken so verschwindet wegen $\lim_{r \rightarrow \infty} \psi(r) = 0$ das Gravitationsfeld erst im unendlichen asymptotisch in erster Ordnung. Wenn eine in diesem Feld μ gravitierende Masse m von $r = r_0$ aus dem Wirkungsbereich des im Unendlichen verschwindenden Feldes gehoben werden soll so ist hierzu nach 2.8a eine Energie $\psi(r_0) = -\psi(r_0)$ in potentieller Form erforderlich. Die in kinetischer Form $\delta = -\psi(r_0) = +\psi(r_0)$ wieder frei wird wenn m aus dem unendlichen mit $\ddot{r} = \ddot{g}(r) = -\ddot{r}_0 \cdot 1/r^2$ beschleunigt bis zum Abstand r_0 nähert. Durch Gl. 2.8a wird die Definition des Potentials als negatives Niveau gerechtfertigt. Aus der vektoriellen Schreibweise der Gl. 2.8 folgt weiter, wegen $\sin(\ddot{r}, \ddot{r}) = 0$ unter der Annahme $\angle(\ddot{r}, \ddot{r}) = \alpha$ und $\sin \alpha \neq 0$, das skalare Produkt $\ddot{r} \cdot \ddot{r} = \ddot{r} \cdot \ddot{r} \cdot \cos \alpha = -1/r^2 \cdot \ddot{r} \cdot \cos \alpha$ oder $\ddot{r} \cdot \ddot{r} = -1/r^2 \cdot \ddot{r}$, also der Annahme entgegen, dass $\sin \alpha = \sin(\ddot{r}, \ddot{r}) = \sin(\ddot{r}, \ddot{r}) \neq 0$ ist, dass also die Existenzvoraussetzung 5 $\sin(\ddot{r}, \ddot{r}) = \sin(\ddot{r}, \ddot{r}) = 0$ erfüllt ist. Als die Gültigkeit der Existenzbedingung 12 folgt die

47
 Die Gleichungen 7, 8, 8a, 10, 11, 11a, 13 und 14. unter der Bedingung 12 als der Voraussetzung $\sin(\ddot{r}, \ddot{r}) = 0$, welche sich im Falle des Gravitationsfeldes 2.7 aus seiner Eigenschaft 2.8 ergibt, nach dem gleichen Schema entwickelt werden wie in II, 3, denn diese Ableitungen sind nur an die Existenz eines Zentralfeldes $\psi(r)$ überhaupt gebunden von dessen spezieller Natur sie aber unabhängig sind. Nach diesen Gleichungen sind also auch im Gravitationsfeld Bahn- und Drehimpuls konstant, während die einzelnen Zentren ihre Gravitationsbewegung um das gemeinsame Trägheitszentrum also den Massenschwerpunkt oder Schwerpunkt ausführen. Dieses Trägheits- oder Gravitationszentrum bleibt im unbeschleunigten Zustand, solange keine äußeren Kräfte auf die Einzelbestandteile des Systems gravitierend wirken. Ist dies aber doch der Fall so verhält sich das Gravitationszentrum so als ob die Resultante aller äußeren Kräfte an ihm angreife. Aus der Konstanz des Drehimpulses beim Fehlen äußerer Drehmomente folgt weiter die Komplanarität aller zu einem System gehörigen Gravitationsbahnen, die einerseits einen Rückschluss auf die Existenz des Gravitationszentrums als Trägheitsmittelpunkt gestattet und die andererseits die Gl. 13 und 14 für das Gravitationsfeld ergibt. Dieses besitzt also die weiteren Eigenschaften

$$\sum m_i \ddot{r}_i = (\ddot{S} + \ddot{\eta} + \ddot{S}) \cdot \sum m_i \cdot \cos \alpha_i \cdot \ddot{r}_i \cdot \ddot{r}_i \cdot \cos \alpha_i, \ddot{r} = \ddot{r} + \ddot{\eta},$$

$$\ddot{r} = \sum \ddot{r}_i \times \ddot{v}_i = 1/2 \cdot \ddot{r} \cdot \ddot{r} \cdot \ddot{r} \cdot \cos \alpha_i, \ddot{r} = 1/2 \cdot (\ddot{r} \times \ddot{v}_i), \ddot{r} \perp \ddot{v}_i \quad \text{Gl. 2.9}$$

48
welche sich aus $\sin(\vec{r}, \vec{r}) = \sin(\vec{r}, \vec{r}) = 0$ ergibt,
was aus Gl 28 folgt. Wenn also beliebig
viele Massenpunkte in einem System gravitieren
so überlagern sich ihre einzelnen Gravita-
tionsfelder derart, daß eine neues Gravita-
tionszentrum entsteht, welches mit dem Träg-
heitsmittelpunkt des Systems zusammen-
fällt und dem Beharrungsprinzip so folgt,
als ob sämtliche Massen des Systems in
ihm vereinigt wären. In 29 sind seine
Koordinaten ξ, η und ζ , ferner findet jede
gravitationsbewegung in einer zeitlich
invariablen Ebene statt und Drehimpuls
sowie Flächengeschwindigkeit sind konstant.
Die Änderungsgeschwindigkeit des Fahrtstah-
lenwinkels ist dagegen dem umgekehrten
Quadrat des Fahrtstahles proportional
und fällt mit der Richtung des konstan-
ten Drehimpulses zusammen. Weiter ist auf
Grund der Existenzvoraussetzung 5, welche
nach 28 auch auf das Gravitationsfeld 27
anwendbar ist, die Möglichkeit gegeben
eine der Entwicklung von Gl 9 entsprechen-
den Komponentenzerlegung des Feldvektors
vorzunehmen, die ebenfalls zur Gültigkeit
des Energiesatzes im Gravitationsfeld führt.

Man erhält $\int \kappa \cdot dr = \frac{m}{2} \cdot (v^2 - v_a^2) =$
 $= m \cdot (\frac{1}{2} v^2 - \frac{1}{2} v_a^2)$ woraus sich mit $v^2 =$
 $= \dot{r}^2 + r^2 \cdot \dot{\varphi}^2$ einer Benützung von 29 (ent-
spricht 14), die Gl 15 entsprechende $v_{\text{rel}} =$
allgemeinere Form des Energiesatzes ergibt.
Unter Berücksichtigung der Orthogonalität $\vec{r} \perp \vec{v}$
also $\tau = \pi/2$ wird dann $dr/d\varphi = \pm r \sqrt{r^2 \varphi^2 - 1 - \frac{2\mu}{r}}$
Die Gl 15 lautet also in Anwendung auf

gravitationsfeld

49
 $dr/d\varphi = \pm r \sqrt{r^2 \varphi^2 - \frac{2\mu}{r} + 1} \cdot (r^2 \varphi^2 - 1)$ Gl. 30
zu entsprechenden Werte nimmt Gl 15 a
die Form an:

$$v = \pm \sqrt{v_a^2 - \frac{2\mu}{r} \cdot (r^2 \varphi^2 - 1)},$$

$$\dot{r} = \pm \sqrt{v_a^2/r^2 \cdot (r^2 \varphi^2 - 1) - \frac{2\mu}{r^2} \cdot (r^2 \varphi^2 - 1)}$$

Gl. 30 a

Analog hierzu können auch die Gl 17 bis 20
und Gl 24 auf 27 angewandt werden:

$$V = \arccos \frac{dy(r, \varphi)}{dr(r, \varphi)}$$

$$p \cdot \varphi \cdot v_a = \pm \frac{1}{r^2} \left\{ r^2 \sqrt{v_a^2 - \frac{2\mu}{r} \cdot (r^2 \varphi^2 - 1)} \cdot d\varphi \right.$$

$$\left. t \cdot \varphi \cdot v_a = \int r^2 \cdot d\varphi + t_a \right\}$$

$$\varphi = \pm \int \frac{1}{r^2} \left[\frac{r^2}{\varphi} - \frac{2\mu}{r^2} + 1 \right]^{-1/2} \cdot (r^2 \varphi^2 - 1)^{-1/2} \cdot dr + t_a$$

$$t(r) = \pm \int \left[\frac{v_a^2}{r^2} \cdot (r^2 \varphi^2 - 1) - \frac{2\mu}{r} \right]^{-1/2} \cdot (r^2 \varphi^2 - 1)^{-1/2} \cdot dr + t_a$$

Gl. 31

Auch die ~~Ergebnisse~~ Anfangsgeschwindigkeiten
im Zentralkraftfeld, welche nach Gl 21 bis 23
gegeben sind, können auf das Gravitationsfeld 27
angepasst werden. Da $\varphi^2/r^2 = -\frac{m\mu}{r^2}$ ist, ergibt
sich als zirkuläre Geschwindigkeit v_{z} auf einer
Meridian einer Kugeloberfläche $v_{\text{z}} = \pm \sqrt{\mu/r}$ und als An-
fangsgeschwindigkeit v_p , welche zur Heberwindung
des Gesamtpotentials im Abstand r einer Masse m
erteilt werden muß $v_p = \pm \sqrt{\frac{2\mu}{r}} = \pm v_{\text{z}} \cdot \sqrt{2}$. Dieser
Geschwindigkeitswert ist also im Falle des gravi-
tationsfeldes irrational

$$v_{\text{z}} = \pm \sqrt{\frac{\mu}{r}} = \text{const}, v_p = \pm \sqrt{\frac{2\mu}{r}} = \pm v_{\text{z}} \cdot \sqrt{2}$$

Gl. 32

Die zwischen beiden Werten im Intervall $v_{\text{z}} < v < v_p$
liegende Geschwindigkeit zur Heberwindung des
Potentials bis zu einer Feldgrenze, folgen aus
einer Untersuchung dieser Schwerkraft. Entweder
entsteht die Gravitationsgrenze durch Super-
position von zwei sich beeinflussenden gravi-
tationsfeldern oder sie liegt nach Gl 28 a
im Unendlichen. Der letztere Fall einer
im Unendlichen liegenden Schwerkraft
Gl 32 bis 32 c: korrekter Schwerpunkt, ausweichungszentrum
mit Feldgrenze.

50 Eine im Unendlichen liegende Gravitations-
 grenze kann als Sonderfall einer zwischen
 zwei Punkten liegenden Schweregrenze aufge-
 faßt werden. Wenn in diesem allgemeinen
 Fall zwei Massen $m_1 \neq m_2$ unter dem all-
 gemeinen Einfluß der von ihnen ausgehenden
 Gravitationsfelder ineinander gravitieren,
 muß es auf ihrer geradlinigen Verbindungs-
 strecke s einen Punkt P geben, von welchem
 sich m_1 und m_2 in den Abständen r_1 und r_2
 befinden. Und von dem aus gerechnet die
 Entfernungen gleich sind, welche den Massen
 m_1 oder m_2 erteilt werden müssen,
 damit sie ihre gegenseitigen Wirkungs-
 kräfte verlassen. Da beide Feldwirkungen
 nämlich die Kräfte, welche m_1 auf m_2 und
 umgekehrt m_2 auf m_1 ausüben auf diesem
 zwischen m_1 und m_2 liegenden Punkt gerichtet
 und außerdem entgegengesetzt gleich sind,
 kann der Punkt als Anziehungszentrum
 eines neuen m , und m_2 zugleich beeinflus-
 senden Feldes μ aufgefaßt werden. Die Ent-
 fernungen, welche den Massen m_1 und m_2 in
 den Abständen r_1 und r_2 von diesem virtu-
 ellen Anziehungszentrum zur Überwindung
 des Feldes μ zu erteilen sind, müssen dann
 gleich sein. Da das Kausalitätsprinzip gilt,
 wirkt m_1 mit der gleichen Kraft im
 Abstand $s = r_1 + r_2$ auf m_2 und umge-
 kehrt m_2 auf m_1 . Das virtuelle, an die
 Superposition von zwei Gravitationsfeldern ge-
 bundene Anziehungszentrum ist zu gleich die
 Gravitationsgrenze zwischen beiden Feldern,
 wenn als Bezugspunkt gewählt, wirkt es in
 $\frac{1}{2}$ wenn $m_1 = m_2$ und $r_1 = r_2$ ist.

51 Abstand r_1 auf m_1 mit der gleichen Kraft, wie
 auf m_2 im Abstand r_2 . Daraus folgt, daß
 die Kraftvektoren zwar entgegengesetzt aber
 im Betrage gleich sind, woraus ^{das gleiche} die gegen-
 seitige Aufhebung der Feldwirkungen im An-
 ziehungszentrum auf der Verbindungsstrecke
 resultiert. Sind nach Gl 28 diese Kräfte $F_1 = -F_0 \cdot m_1 \cdot 1/r_1^2$ und $F_2 = -F_0 \cdot m_2 \cdot 1/r_2^2$ in
 Bezug auf das virtuelle Zentrum des Feldes μ
 gegeben, so ist $F_1 = F_2$. Da auch die zur
 Überwindung der gegenseitigen Beeinflussung
 erforderlichen Energien in Bezug auf das An-
 ziehungszentrum gleich sein müssen gilt
 für die beiden konvergenten uneigentlichen
 Integrale die Rinesrelativa $\lim_{r \rightarrow \infty} \int \text{grad } \psi(r) \cdot dr =$
 $= \lim_{r \rightarrow \infty} \int_{r_1}^{r_2} \text{grad } \psi_1(r) \cdot dr$ woraus $r_1 = m_1/r_1$, $r_2 = m_2/r_2$, also $m_2/m_1 = r_1^2/r_2^2$
 folgt. Mit $s = r_1 + r_2$ ergibt sich hieraus
 $1/r_1 \cdot (s - r_1) = 1/r_2 - 1 = 1/m_2/m_1$ oder
 die Abstände der Massen vom ^{virtuellen} Anziehungszentrum
 $r_1 = \frac{m_1 \cdot s}{m_1 + m_2}$, $r_2 = \frac{m_2 \cdot s}{m_1 + m_2}$ Gl 32 a
 erhalten m_1 und m_2 die Koordinaten x_1, y_1, z_1
 und x_2, y_2, z_2 , während die Schweregrenze
 durch x', y', z' festgelegt ist, so erkennt
 man aus der Tat, daß von Gl 32 a, daß der
 vollständige Funktionschluß auf mehr als
 zwei gravitierende Massen nicht anwendbar
 ist. In einem System von $n > 2$ gra-
 vitierenden Massen überlagern sich die
 n Gravitationsfelder, daß ein
 zeitlich konstantes Trägheits- oder Gra-
 vitationszentrum entsteht. Dies hilft
 aber nicht für die ebenfalls an Überlagerungen
 F. Anmerkung auf S. 127

gebundenen Ausziehungszentren zwischen je
weils zwei Massen zu. Die Schweregrenze
selbst kann nicht auf den P-punktförmigen
Bereich dieses Leuchtens beschränkt sein
es müssen vielmehr Raümf lächen sein
die von den geradlinigen Verbindungs-
strecken s zwischen jeweils zwei Massen
orthogonal durchschritten werden, der
Abstand des Schnittpunktes von m_1 oder m_2
wird durch Gl 32 a beschrieben. Raum-
flächen als Gravitationsgrenzen müssen
angenommen werden weil sich bei der
Ueberlagerung die Kraftfelder mit
sphärischen Niveauflächen durchdringen.
Es liegt also keine punktförmige Be-
rührung vor. Zunächst sei festgesetzt
dass die Limesbedingung einer Gravitations-
grenze wegen des zentralen Feldcharakters
auch für jede beliebige Richtung R gelten
muss. Die Abstände R_1 und R_2 von den
Massen m_1 und m_2 sollen der beiden
Richtungen gemeinsames Schnittpunktes
angeben. s sei wieder die geradlinige
Verbindungsstrecke und $\angle(R, \vec{s}) = \varphi$,
 $\angle(R, \vec{s}) = \varphi$ die Fallstrahlwinkel.
Liegt der Schnittpunkt beider Fallstrahlen
auf der Grenzfläche beider Gravitationsfel-
der, so muss eine $\int_{R \rightarrow \infty}^{\infty} \text{grad } \psi(R) \cdot d\vec{R} =$
 $\int_{R \rightarrow \infty}^{\infty} \text{grad } \psi(R) \cdot d\vec{R}$ oder $m_1/m_2 = R_1/R_2$ gelten.
Weiter ist $R_1 = R \cdot \cos \varphi$ und $R_2 =$
 $R \cdot \cos \varphi$ woraus sich ein Ausdruck
für die Gravitationsgrenze in der Form
 $\cos \varphi_1 / \cos \varphi_2 = m_2/m_1 \cdot R_1/R_2$
ergibt. Da die Gravitationsgrenze als un-

deligkeitsfläche in Erscheinung tritt und mit
ihm Schnittpunkt mit der orthogonalen Verbin-
dungsstrecke s als ein Pseudozentrum in
Richtung von s wirkt, sind die als Auszie-
hungszentren aufzufassenden Gravitationsgren-
zen nicht superpositionsfähig. In einem System
also $n > 2$ Massen gibt es demnach ebenso viele
Schwergrenzen wie Verbindungsstrecken zwischen
den einzelnen Massenpunkten. Bezeichnet
 s_{ik} die Verbindungsstrecke zwischen den gra-
vitationszentren m_i und m_k so folgt die Anzahl
 N der möglichen Verbindungsstrecken also
der Gravitationsgrenzen aus dem ^{symmetrischen} Matrixschema
 $\vec{S} = (s_{ik})_n$ wenn n Massen gravitieren.
Hierin verschwinden zunächst alle in der Haupt-
diagonale stehenden n Elemente s_{ii} mit $i = k$.
Weiter gilt $s_{ik} = -s_{ki}$, sodass sämtliche
oberhalb der Hauptdiagonalen stehenden Ele-
mente mit den unterhalb der Hauptdia-
gonalen stehenden identisch sind. $2N$ ist
somit durch die n und die n verschwinden-
den Hauptdiagonalelemente vermin-
derte Gesamtzahl n^2 gegeben sodass als
Gesamtzahl der möglichen Gravitations-
grenzen $N = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (n-1)$ folgt. Nach den
Untersuchungen über die Feldstruktur zwischen
zwei Massen m_1 und m_2 kann nach 22 a
die Aufanfangsgeschwindigkeit v_a ermittelt
werden welche einer ~~mit~~ im Abstand g ,
um m_1 gravitierenden Masse m erteilt
werden muss, damit diese der Gravitations-
potential von m_1 bis zur Gravitations-
grenze überwindet und letztere mit der End-
geschwindigkeit v_e überschreitet ^(gegebenenfalls)

54 um m_2 zu gravitieren. Zur Vereinfachung soll angenommen werden, dass m vor dem Zeitpunkt m im Abstand q relativ zum System (m_1, m_2) in Ruhe ist und, dass ferner $\vec{q}$, sowohl als auch $\vec{v}$ mit der geradlinigen Verbindung $|\vec{s}| = r_1 + r_2$ zwischen m_1 und m_2 zusammenfallen, dass also $\angle(\vec{q}, \vec{s}) = \angle(\vec{v}, \vec{s}) = 0$ ist. q , s und v sowie m_1 und m_2 sind gegeben. Aus ihnen soll v_a bestimmt werden. Nach 22a ist $m/2 \cdot (v^2 - v_a^2) = \int_{q_1}^{r_1+r_2} K_1 \cdot dr - \int_{q_2}^{r_2} K_2 \cdot dr = \psi_1(r_1) + \psi_2(r_2) - \psi(q_1) - \psi(q_2) = \psi_1(s - q_2) - \psi_2(s - q_1) = \gamma \cdot m \cdot (m_1/r_1 + m_2/r_2 - m_1/q_1 - m_2/q_2)$. Unter Benutzung von 32a wird $v_a^2 - v^2 = -2\gamma \cdot [4/5(m_1 + m_2) - m_1/q_1 - m_2/q_2] = -2\gamma/s \cdot [m_1(2 - 1/q) + m_2((s - 2q_1)/(s - q_1))] = 2\gamma \cdot [m_1/q_1 - m_2/q_2]$ und damit die Anfangsgeschwindigkeit $v_a = \pm \sqrt{v^2 + \frac{2\gamma}{s} \cdot [m_1/q_1 - m_2/q_2]} \cdot (s - 2q_1)$ Gl 32 c

Die Gleichung ist allerdings nur dann gültig wenn die Bewegung auf der geradlinigen Verbindungsstrecke s zwischen beiden Massen stattfindet. Wenn mit zwei Massen M und m gegeben sind und wenn m in einem Anfangs-Abstand q nach Gl 32 die Geschwindigkeit v erhalten soll, dass die kinetische Energie von m gleich dem gesamten Gravitationspotential von M im Abstand q ist, so muss m auf einer bestimmten Bahn, d.h. der im Unendlichen liegende Gravitationsgrenze $v = 0$ mit der Endgeschwindigkeit $v = 0$ erreichen. Es muss also für diese im Unendlichen liegende Schweregrenze der Grenzwert $\lim_{r \rightarrow \infty} v = 0$ gelten. Man erhält aus $m/2 \cdot (v^2 - v_p^2) = \int_q^r K \cdot dr = \psi(r) - \psi(q)$

↳ Anmerkung auf S 105

55 dass der zweite Teil von Gl 32 mit einander 55 fall der allgemeinen Gesetzes 32 c ist, denn es besteht die kinematische $m/2 \cdot \lim_{r \rightarrow \infty} (v^2 - v_p^2) = m \cdot \lim_{r \rightarrow \infty} (1/2 - 1/q)$ oder $v_p^2 = 2\gamma/q$. Dieser Ausdruck ist aber mit 32 identisch. Der gravitationspotential erforderlichen Anfangsgeschwindigkeit v_p ist tatsächlich ein Potentialfall der Gl 32 c für eine im Unendlichen liegende Gravitationsgrenze.

Anmerkung zu Seite 25.

Andererseits drückt die aus der Komplanarität der Zentralbewegungen $\vec{r} = \vec{x} + \vec{y}$ folgende Konstanz der Flächengeschwindigkeit $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r} \times \vec{v} = r^2 \cdot \dot{\vec{\varphi}} = 2\vec{c}$ wegen $\vec{v} = m \cdot \vec{r} \times \vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{g} = 2m \cdot \vec{c} = \text{const.}$ zugleich die Konstanz des Drehimpulses aus, welche auch durch Gl 15 beschrieben ist. Die Entwicklung von Gl 15 geht aber von den gleichen Voraussetzungen aus wie die Entwicklung von Gl 12, aus welcher Gl 8 folgt. Wenn also Gl 8 erfüllt ist, kann über Gl 12 auf die Gültigkeit der Gl 15 und damit auf die Existenz der zeitlich konstanten Bahnebene geschlossen werden und umgekehrt. Man kann also die beiden Ansätze der Existenzbedingung 15 in einander überführen, woraus hervorgeht, dass beide Teile äquivalent sind. Da auch Gl 12 mit dem zweiten Teil der Gl 12 äquivalent ist, kann man aus $m \cdot \vec{r} = f(r) = 1 \text{ grad} \cdot r^2$

Anmerkung zu Seite 28: Man aus $m \cdot \vec{r} = f(r) = 1 \text{ grad} \cdot r^2$ folgt $\psi(r) = \int f(r) \cdot dr + \psi(q)$.

2.) allgemeine Bahngleichung gravitierender Massen.

Die Gl. 28 bis 32 c beschreiben Eigenschaften des Gravitationsfeldes, welche sich aus einer Anwendung des Formalismus der Zentralbewegung auf die empirisch gefundene Otto-Hofmann'sche Funktion 27 des Gravitationsfeldes ergeben. Diese Eigenschaften sagen jedoch nichts über die allgemeinste Form der Gravitationsbewegung aus. Sie werden als Zentralbewegung beschrieben werden können. Die statische stabile Bewegung auf dem Meridian einer Kugelfläche muß auf jeden Fall möglich sein, denn kann es sich bei der Zirkularbahn um nur um den Sonderfall einer allgemeinen Gravitationsbahn handeln, da auch nicht zirkuläre Bahnen schon durch die zweite in Gl 32 enthaltene kritische Geschwindigkeit v ausgedrückt werden. Um eine Trajektorie zu bestimmen, die eine Masse m auf einer beliebigen im Gravitationsfeld möglichen Bahn, da die Bewegung auf dieser Bahn wegen Gl 27, als Zentralbewegung, beschrieben wird, muß die für alle Zentralbewegungen gültige, komplexe allgemeine Bahngleichung 16, also $|\vec{r} \times \vec{v}| \cdot (\vec{r} + i \vec{r} \times \vec{v}) = \int \vec{r} \cdot \vec{r} \cdot e^{i\varphi} \cdot d\varphi$, anwendbar sein. Nach Einführung von φ , $\vec{r} = r \cdot \vec{e}$ mit der Bedingung der Orthogonalität der Polare $\vec{e} \perp \vec{v}$ und Benutzung von $\vec{r} = -\frac{1}{\omega} \frac{d\vec{v}}{dt}$ (auch Gl 28) die Komplexgleichung $(\vec{r} + i \vec{r} \times \vec{v}) = -\frac{1}{\omega} \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\omega} \frac{d}{dt} \left(\frac{v}{r} \cdot \vec{e} \right) = -\frac{1}{\omega} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{d\vec{e}}{dt} + \vec{e} \cdot \frac{dv}{dt} \right)$.

57
Mit Einführung von $\vec{B} = \frac{E_0 \cdot \mu}{\varphi \cdot v_a}$ eingeführt. $\vec{B} \cdot \vec{e}^{i\varphi}$ ist eine komplexe Integrationskonstante; φ der Betrag der Polardistanz im Winkel der zugehörige Polwinkel $\varphi = \varphi(\vec{r}, \vec{a}) = \varphi$ sein ($\vec{a}$ ist die Richtung der als Polarechnen Kurvenachse). Als Integrationskonstante ergibt sich somit $\vec{B} \cdot \vec{e}^{i\varphi} = \vec{B}$ und die Bahngleichung nimmt damit die Form an $(\vec{r} + i \vec{r} \times \vec{v}) \cdot \vec{e}^{i\varphi} = -\frac{1}{\omega} (\vec{B} \cdot \vec{e}^{i\varphi} \pm \vec{C})$. Man löst mit $\vec{e}^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$ auf $(\vec{r} \cdot \cos \varphi - \vec{r} \times \vec{v} \cdot \sin \varphi) + i (\vec{r} \cdot \sin \varphi + \vec{r} \times \vec{v} \cdot \cos \varphi) = -\vec{B} \cdot \sin \varphi - \frac{1}{\omega} (\vec{B} \cdot \cos \varphi \pm \vec{C})$ und trennt den reellen Anteil $\vec{r} \cdot \cos \varphi - \vec{r} \times \vec{v} \cdot \sin \varphi = -\vec{B} \cdot \sin \varphi$ vom imaginären Anteil $\vec{r} \cdot \sin \varphi + \vec{r} \times \vec{v} \cdot \cos \varphi = \vec{B} \cdot \cos \varphi \pm \vec{C}$. Aus dem Realteil wird $\vec{r} = (\vec{r} \times \vec{v} - \vec{B}) \cdot \lg \varphi$ eliminiert und im Imaginärteil substituiert: $(\vec{r} \times \vec{v} - \vec{B}) \cdot \lg \varphi + \vec{r} \times \vec{v} \cdot \cos \varphi = \vec{B} \cdot \cos \varphi \pm \vec{C}$ oder $\vec{r} \times \vec{v} \cdot (\lg \varphi + \cos \varphi) = \vec{B} \cdot (\lg \varphi + \cos \varphi) \pm \vec{C} \cdot \sec \varphi$, was nach Erweiterung und Multiplikation $\vec{r} \times \vec{v} \cdot (\lg \varphi + \cos \varphi) \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi = \vec{B} \cdot (\lg \varphi + \cos \varphi) \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \pm \vec{C} \cdot \cos \varphi$ oder $\vec{r} \times \vec{v} = \vec{B} \pm \vec{C} \cdot \cos \varphi$ ergibt. Da $(\lg \varphi + \cos \varphi) \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi = \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$ ist, Ferner muß $\vec{B}/B = \vec{C}/C = \vec{r}_0$ sein. Auch gilt wegen der Komplanarität aller Zentralbewegungen auch im Gravitationsfeld die Orthogonalitätsbeziehung $\vec{r} \perp \vec{v}$. Der Betrag der Bahngleichung ist daher $|\vec{r} \times \vec{v}| = r \cdot v$ und $|\vec{B} \pm \vec{C} \cdot \cos \varphi| = (B \pm C \cdot \cos \varphi) \cdot |\vec{r}_0|$ also $r \cdot v = B \pm C \cdot \cos \varphi$. Dies ergibt mit $\varphi = \frac{1}{r^2} \cdot \varphi \cdot v_a$ und $B = \frac{E_0 \cdot \mu}{\varphi \cdot v_a}$ den gesuchten Zusammenhang $r = r(\varphi)$ in Polarkoordinaten $r = (\varphi \cdot v_a)^2 \cdot (B \pm C \cdot \cos \varphi)$. Die Konstante C kann ebenfalls durch die Polardistanz

bedeutet und μ ausgedrückt werden. Sie gilt als Integrationskonstante für das Perizentrum daher muß zu ihrer Bestimmung in der Bahngleichung $r = \varrho$ und $\varphi = \varphi_a = 0$ gesetzt werden. Man erhält $\pm \varrho \cdot v_a \cdot b = v_a^2 \cdot \varrho - \mu$ und damit eindeutig die allgemeine Bahngleichung gravitierend haben in Polarkoordinaten

$$r = \frac{\mu}{\varrho + (v_a^2 \cdot \varrho - \mu) \cdot \cos \varphi} \quad \text{Gl. 33}$$

Diese Bahngleichung $r = r(\varphi)$ entspricht formal der allgemeinen analytischen Kegelschnittgleichung in Polarkoordinaten $r = b^2 \cdot (a \pm e \cdot \cos \varphi)^{-1}$, wenn a und b die Kegelschnittachsen und e die lineare Kegeleschnittexzentrizität bedeuten. Man kann also

$$b^2 \cdot (a \pm e \cdot \cos \varphi)^{-1} \equiv (\varrho \cdot v_a)^2 \cdot (\mu + (v_a^2 \cdot \varrho - \mu) \cdot \cos \varphi)^{-1},$$

$$a \equiv \mu, \quad b \equiv \varrho \cdot v_a, \quad \pm e \equiv v_a^2 \cdot \varrho - \mu, \quad \text{Gl. 33 a}$$

setzen. Gravitierende Massen bewegen sich ^{Kompensieren} stets auf Kegelschnittlinien. Wenn aus der analytischen Kegelschnittgleichung 33a und dem Energiesatz 30 die Konstanten Bestimmungsstücke der Kegelschnittlinie, ^{die} Abhängigkeit von den Beträgen der Anfangsvektoren und der Feldkonstanten μ darstellbar sind und wenn diese Größen in 33a eingesetzt 33 ergeben, dann muß Gl. 33 tatsächlich ^{mit} allen meinen Kegelschnittgleichung identisch sein. Weiter muß die Abhängigkeit der Konstanten Bestimmungsstücke von den Konstanten der Gravitationsbewegung aufschlüsselbar sein in die im Feld möglichen Kegelschnittlinien mit der Beschaffenheit der Bahnkurve mit den Anfangsvektoren geben.

3.) Form der Gravitationsbahn in Abhängigkeit von der Perihelgeschwindigkeit.

Zur Führung des Identitätsnachweises der physikalischen Bahngleichung 33 mit der analytischen Kegelschnittgleichung $r = b^2 \cdot (a \pm e \cdot \cos \varphi)^{-1}$ müssen die formbestimmenden Konstanten a und e jeder Kegelschnittlinie durch die Konstanten ϱ , v_a und μ jeder Gravitationsbewegung ausgedrückt werden. Wenn die so unmittelbar bestimmungsgestücke $b = b(\varrho, v_a, \mu)$, $a = a(\varrho, v_a, \mu)$ und $e = e(\varrho, v_a, \mu)$ in die Kegelschnittgleichung eingesetzt die Bahngleichung 33 ergeben so besteht tatsächlich die Identität. Zunächst wird die Ableitung der Kegelschnittgleichung in Polarkoordinaten nach dem Fahrtstrahlwinkel unter Verwendung der Kettenregel gebildet. Aus $r = b^2 \cdot (a \pm e \cdot \cos \varphi)^{-1}$ folgt $dr/d\varphi = \frac{\pm b^2 \cdot e \cdot \sin \varphi}{(a \pm e \cos \varphi)^2} = \pm \frac{r^2}{b^2} \cdot e \sin \varphi = \pm \frac{r^2}{b^2} \cdot \sqrt{e^2 - e^2 \cos^2 \varphi}$. Hierin ist im Falle der allgemeinen Kegel-schnittlinie $e^2 = a^2 \pm b^2$ und $e^2 \cdot \cos^2 \varphi = (b^2/r - a)^2$ also $dr/d\varphi = \pm \frac{r^2}{b^2} \cdot \sqrt{\frac{a^2}{r^2} - 1}$ oder $dr/d\varphi = \pm \frac{r^2}{b^2} \cdot \sqrt{\frac{2a^2}{b^2} \pm \frac{r^2}{b^2} - 1}$. Die Ableitung wird mit dem Energiesatz $dr/d\varphi = r \cdot \sqrt{\frac{2a^2}{b^2} - 1 + \frac{2\mu r}{\varrho^2 v_a^2} \cdot (1 - \frac{r}{\varrho})}$ verglichen was $\frac{2a^2}{b^2} = (\frac{1}{\varrho^2} \mp \frac{1}{b^2} - \frac{2\mu}{\varrho^2 v_a^2}) \cdot r^2 + \frac{2\mu r}{\varrho^2 v_a^2}$ oder $a = (\frac{1}{\varrho^2} \mp \frac{1}{b^2} - \frac{2\mu}{\varrho^2 v_a^2}) \cdot \frac{r^2}{2} + \frac{\mu r}{\varrho^2 v_a^2} = \frac{\varrho^2 v_a^2}{2}$ liefert, denn da $a = \text{const.}$ von r unabhängig sein muß verschwinden in dem Ausdruck alle Summanden, welche die Variable als Faktor enthalten. Es ist daher $\frac{1}{\varrho^2} \mp \frac{1}{b^2} - \frac{2\mu}{\varrho^2 v_a^2} = 0$, woraus $b = \frac{\varrho \cdot v_a}{\sqrt{2(\frac{1}{\varrho^2} \mp \frac{1}{b^2} - \frac{2\mu}{\varrho^2 v_a^2})}}$ folgt, was in a eingesetzt $a = \frac{\pm \mu}{2\mu/\varrho - v_a^2}$ ergibt

Für die lineare Exzentrizität jeder Kegelschnitt-
linie muß stets $e^2 = a^2 \pm b^2$ gelten, was
unter Hinzufügung der Identität $2a^2 - 2a^2 = 0$
in $e^2 = a^2 - 2a^2 + 2a^2 \pm b^2 = a^2 - 2a^2 + \frac{2\mu}{g} - \frac{v_a^2}{g}$
 $= a^2 - 2a^2 + g^2 = (a - g)^2$, also $e = \pm(a - g)$
übergeht. d.h. wenn Gl 33 die allgemeine
Form einer Kegelschnittlinie ist, muß ein
Brennpunkt der Bahn stets mit dem Koor-
dinatenursprung zusammenfallen, in dem
zugleich das Gravitationszentrum liegt =
wovon man hätte. Durch Einsetzen von
 $a = a(g, v_a, \mu)$ wird hieraus $e = \pm(a - g) =$
 $= \frac{g \cdot v_a^2 - \mu}{2\mu/g - v_a^2}$. Hiermit sind die drei form-
bestimmenden Konstanten
der Kegelschnittlinie durch die Konstanten
der Gravitationsbewegung in der Form
 $a = \frac{\pm \mu}{2\mu/g - v_a^2}$, $b = \frac{g \cdot v_a^2}{\sqrt{\pm(2\mu/g - v_a^2)}}$,
 $e = \pm(a - g) = \frac{g \cdot v_a^2 - \mu}{2\mu/g - v_a^2}$ Gl. 34
gegeben. Einsetzen dieser drei Beziehungen
in $r = b^2 \cdot (a \pm e \cdot \cos \varphi)^{-1}$ ergibt tatsächlich
die physikalische Bahngleichung 33. Die
Bewegung gravitierender Masse findet
immer auf Kegelschnittlinien statt in
deren einem Brennpunkt das Gravi-
tationszentrum liegt. Gl 34 zeigt weiter,
daß die drei jede Kegelschnittlinie bestim-
menden Größen a , b und e bei Konstan-
tem Perihelidstand g noch von der Peri-
helgeschwindigkeit v_a abhängen d.h.
eine Änderung dieser Geschwindigkeit
bringt eine Änderung der Kurvenform
mit. Es ist zu erwarten, daß alle vier
Typen von Kegelschnittlinien nämlich

Kreis, Ellipse, Parabel und Hyperbel be-
schrieben werden, wenn die Perihelgeschwin-
digkeit das Intervall $0 < v_a < \infty$
durchläuft. Auf jeden Fall existiert
in die Bewegung auf dem Meridian einer
Niveaufläche mit der Geschwindigkeit $v_a =$
 $= v_k = \sqrt{\mu/g}$. Wird dieser Wert in 34
eingesetzt, so folgt für die in der New-
ton'schen stehende Differenz $2\mu/g - v_a^2 = \mu/g$
und $a = b = g$, $e = 0$. Dies ist aber
das analytische Kennzeichen einer
Kreisbahn d.h. die statisch stabile
Bewegung, mit der nach Gl 32 be-
stimmten Geschwindigkeit, ist im
Gravitationsfeld tatsächlich zirkulär. Für
jeden Abstand g gibt es mit einer Kreis-
bahn und diese ist ein Sonderfall der
allgemeinen Kegelschnittgleichung. Die zirk-
uläre Gravitationsbewegung selbst wird
nach 34 vollständig durch
 $v_a = v_k = \sqrt{\mu/g}$, $2\mu/g - v_a^2 = \mu/g$,
 $a = b = g$, $e = 0$ Gl 35
der andere durch Gl 32 beschriebene Sonderfall
ist die Bewegung auf einer offenen Bahn
welche die Masse über die im Unendlichen lie-
gende Gravitationsgrenze führt. Die erforder-
liche irrationale Geschwindigkeit $v_a = v \cdot \sqrt{2}$
muß der betreffenden Masse im Abstand g
vom Gravitationszentrum erteilt werden,
damit diese das Gravitationspotential
überwindet. Die Bewegung selbst findet
auf einem ins Unendliche führenden Kur-
venast statt, der jedenfalls ein Parabelast
sein muß weil $2\mu/g - v_a^2 = 0$, also $a = b = \infty$

62
 Das analytische Kennzeichen einer Parabel ist, daß auf einem Parabelast stattfindende Bewegung bei welcher das Gravitationspotential überwiegt, den Wirt ist ebenfalls ein für jede Perihelidistanz q einmaliger Sonderfall, denn zu jeder Perihelidistanz existiert analytisch nur eine Parabel. Für parabolische Geschwindigkeitswelt wird durch

$$v_a = v_p = v_k \cdot \sqrt{2}, \quad \frac{2}{q} - \frac{v_p^2}{a^3} = 0, \quad a = b = c = \infty \quad \text{Gl 35a}$$

die Parabelbahn kann aber mit approximiert werden, weil die parabolische Geschwindigkeit selbst rational ist. Die Gleichungen 35 und 36 beschreiben also die beiden durch Gl 32 $a =$ geteilten Sonderfälle der Gravitationsbewegung, nämlich die für jede Perihelidistanz q einmalige zirkuläre und parabolische Bahn. Es bleibt noch übrig, die in den drei Geschwindigkeitsintervallen $0 < v_a < v_k$, $v_k < v_a < v_p$ und $v_p < v_a < \infty$ (in welche das Gesamtintervall $0 < v_a < \infty$ durch die kritischen Werte v_k und v_p geteilt wurde) möglichen Kurvenscharen bei konstanter Perihelidistanz q zu untersuchen. Für transzirkulären Intervall $v_k < v_a < v_p$ müssen elliptische Bahnen (transzirkuläre Ellipsen) mit der Perihelgeschwindigkeit $v_a = v_k$ beschrieben werden, denn die in 24 vor. vorkommende Nennendifferenz $\frac{2}{q} - \frac{v_a^2}{a^3} > 0$ ist positiv. Da im transzirkulären Intervall immer $v_k < v_p$ bleibt, das bedeutet aber, daß die Regelschmittachse a mit b sowie die lineare Exzentrizität e positiv und reell bleiben, was durch aber Ellipsen charakterisiert sind.

63
 $v_k < v_c < v_p, \frac{2}{q} - \frac{v_c^2}{a^3} = 0, a > 0, b > 0, e > 0$
 Man erkennt, daß sich die elliptischen Gl 36 Bahnen immer gegenwärtig werden und sich schließlich zur Parabel öffnen, wenn v_c wächst, doch nähern sie sich dem Kreis immer mehr, wenn v_c fällt. Dieses Verhalten beruht darauf, daß sich die große Ellipsenachse a nach Gl 34 mit der Perihelgeschwindigkeit in höherer Größenvorordnung ändert als die kleine Achse b . Im Grenzfall wird $a = b = q$ die Kreisbahn erreicht. Fällt die Perihelgeschwindigkeit unter die zirkuläre Geschwindigkeit, so werden im subzirkulären Intervall $0 < v_a < v_k$ subzirkuläre Ellipsen mit der Perihelgeschwindigkeit $v_a = v_k$ beschrieben. Ellipsen müssen es sein, da wegen $\frac{2}{q} - \frac{v_a^2}{a^3} > \frac{1}{q} > 0$ die Achsen erst recht positiv und reell sind. Andererseits ist aber das transzirkuläre Perihel zum subzirkulären Aphel geworden und ein neues subzirkuläres Perihel $q_b < q$ ist entstanden. Für die subzirkulären Ellipsen gilt also das Intervall

$$0 < v_a < v_k, \quad \frac{2}{q} - \frac{v_a^2}{a^3} > \frac{1}{q} > 0, \quad a > 0, \quad b > 0, \quad e > 0 \quad \text{Gl 36a}$$

 Schließlich kann die Perihelgeschwindigkeit noch den parabolischen Wert überschreiten und in das transparabolische Intervall $v_p < v_a < \infty$ übergehen. Da wegen $\frac{2}{q} - \frac{v_a^2}{a^3} < 0$ also negativ, wird muß auch die große Regelschmittachse sowie die Exzentrizität negativ und die kleine Achse imaginär sein, wodurch aber analytisch

Hyperbeln gekennzeichnet sind. Wenn also die parabolische Geschwindigkeit überschritten wird, so wird die Parabel zu einer Hyperbel aus deren Form von der hyperbolischen Perihelgeschwindigkeit $v_a = v_h > v_p$ abhängt. Das hyperbolische Geschwindigkeitsintervall wird durch

$$v < v_h < \infty \quad \frac{2\mu}{g} - v_h^2 < 0 \quad \text{Gl 36 b.}$$

$$a < 0 \quad b = i\beta, \quad e < 0,$$

gekennzeichnet. Zu jedem Wert $0 < v_a < \infty$ der Perihelgeschwindigkeit gehört also eine bestimmte (zugleich auch von der Natur des Gravitationsfeldes μ abhängige) Kegelschnittlinie. Im subzirkulären und transzirkulären elliptischen Fall $0 < v_a < v_p$ und $v_h < v_a < v_p$ handelt es sich um elliptische Gravitationsbahnen während im transparabolischen Intervall der hyperbolischen Geschwindigkeit $v < v_h < \infty$ Hyperbeln beschrieben werden. Kreis und Parabel erscheinen als Grenzfälle und zwar der Kreis als Grenzfall zwischen subzirkulärer und transzirkulärer Ellipse die Parabel dagegen als irrationaler Grenzwert von transzirkulärer Ellipse und Hyperbel. Das gesamte Intervall $0 < v_a < \infty$ wird durch den zirkulären und parabolischen Geschwindigkeitsgrenzwert in der Form

$$0 < v_a < v_h = \sqrt{2\mu/g} < v_p < v_p = v_h \cdot \sqrt{2} < v_h < \infty \quad \text{Gl 37}$$

in die beiden elliptischen und der hyperbolischen Intervall der Perihelgeschwindigkeit geteilt. Bei nicht gleichgerichteten Anfangsvektoren, also orthogonalem Perihelvektor können Gravitationsbewegungen auf allen Kegelschnittlinien stattfinden.

4.) Analyse der Gravitationsbewegung.

Eine nähere Untersuchung der durch Gl 37 angegebenen Bahnen gravitierend kann mit Hilfe einer Bestimmung der Fahrstrahlensysteme möglich, das Gravitationszentrum und damit nach Gl 34 der Kegel Scheitelpunkt der Pole wieder im Koordinatensystem eines ebenen rechtwinkligen Systems liegen dessen Abszissenachse immer mit der Hauptachse der Kegelschnittlinie zusammenfällt. Das gezeichnete Koordinatensystem ergibt sich nach Gl 30 aus der Bedingung $dr/dt = 1/r \cdot \sqrt{\frac{2\mu}{g} - \frac{h^2}{r^2} + 1} \cdot (1/r - 1) = 0$. Diese Bedingung ist nur dann erfüllt, wenn einer der beiden Faktoren verschwindet. Das Minimum folgt aus $r_{\min}/g - 1 = 0$ also $r_{\min} = g$, das Maximum dagegen aus $r_{\max}/g - \frac{2\mu}{g^2} + 1 = 0$, oder $r_{\max} = \frac{2\mu}{g^2} - 2g$. Wird das Fahrstrahlenminimum $r_{\min} = g$ in die Extremalbedingung eingesetzt so folgt als Perihelgeschwindigkeit $v_a = v_h = \sqrt{2\mu/g}$ also die zirkuläre Geschwindigkeit, welche nach Gl 35 Kreisbahnen liefert. Aus dem Maximum ergibt sich eine Perihelgeschwindigkeit $v_a^2 = \frac{2\mu}{g \cdot (r_{\max} + g)}$, die mit Gl 34 als große Achse $a = r \cdot (\frac{2\mu}{g} - v_a^2)^{-1/2} = \frac{1}{2}(r_{\max} + g)$ oder $r_{\max} = 2a - g$ ergibt. Das Fahrstrahlenminimum kann also mit mit dem Ellipsenapfel h identisch sein. Wenn eine Masse auf einer Kreisbahn $r = g$ gravitiert und wenn die Masse bis in einen Aphelabstand $h > g$ gehoben werden soll, so muß die zirkuläre Geschwindigkeit auf dem elliptischen Wert $v_a^2 = \frac{2\mu}{g(h+g)}$ erhöht werden. Das hier Geschwindigkeit tatsächlich im transzirkulären Intervall liegt, folgt aus $h > g > 0$ also $\frac{h}{g+h} < 1$ d. h. $v_a < v_p = \sqrt{2\mu/g}$. Wäre man gegen $h > g$ jedenfalls auch $\frac{h}{h+g} > 1$

66 Und daher $v_a > v_u = \sqrt{\mu/\varrho}$ seine. v_a liegt mithin
 beträchtlich im transzenträren elliptischen Intervall.
 $v_u < v_a < v_p$, so daß $v_a = v_u$ ist. Wenn sich eine
 gravitierende Masse auf dem Ort einer transzenträren
 lateren Ellipse ein Aphel $h > \varrho$ erreichen soll
 so muß ihre Perihelgeschwindigkeit $v_p = \pm \sqrt{\frac{2\mu h}{\varrho(h+\varrho)}}$
 erreicht werden. Soll dagegen die Zenträre gravi-
 tierende Masse auf einer subzenträren Ellipse ein
 neues Perihel $\varrho_p < \varrho$ erreichen so ist der Kreis-
 bahnradius ϱ mit dem Aphel der subzenträren
 Ellipse identisch und die Zenträre Geschwindig-
 keit muß auf der subzenträren Welt $v =$
 $= \pm \sqrt{\frac{2\mu \varrho}{\varrho_p(\varrho+\varrho_p)}} < v_u$ verzögert werden. Läßt man
 in beiden elliptischen Geschwindigkeiten im Grenzpro-
 zess der subzenträren sowohl als auch der transzenträren
 Perihel gegen die Aphelwerte konvergieren
 so erhält man nach $\lim_{\varrho_p \rightarrow \varrho} v_p^2 = \mu/\varrho$ und
 $\lim_{\varrho \rightarrow h} v_u^2 = \mu/h$ als Grenzwerte zirkuläre Ge-
 schwindigkeiten deren Kreisbahnradius die an-
 gestrichen Aphel-Entfernungen sind. Ferner besteht
 die Limitrelation $\lim_{\varrho_p \rightarrow \varrho} \frac{v_p}{\varrho} = \lim_{h \rightarrow \varrho} \frac{v_u}{h} = \lim_{h \rightarrow \varrho} \frac{2\mu h}{\varrho \cdot (h+\varrho)}$
 $= \mu/\varrho$ gegen der Kreisbahn. Allgemein entstehen immer
 dann Kreisbahnen ein subzenträren und auch ein
 transzenträren Ellipsen, wenn Perihel und Aphel
 gegen den gleichen Grenzwert konvergieren. Die
 Ausdrücke der subzenträren und transzenträren
 Geschwindigkeiten sind also äquivalent und be-
 schreiben eine elliptische Geschwindigkeit $v =$
 $= \pm \sqrt{\frac{2\mu h}{\varrho \cdot (h+\varrho)}}$ deren einer Grenzwert
 $\lim_{h \rightarrow \varrho} v = \sqrt{\mu/\varrho} = v_u$ die zirkuläre Geschwindig-
 keit ist. Läßt man das Aphel $h > \varrho$ über alle
 Grenzen wachsen, so erhält man nach 35a eine
 parabolische Bahn. Die parabolische Geschwindigkeit v_p

67 kann somit auch als Grenzwert der elliptischen Ge-
 schwindigkeit $v^2 = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{2\mu h}{\varrho \cdot (h+\varrho)} = 2\mu/\varrho$ aufge-
 stellt werden. Dieser Grenzwert $v_p = v_u \cdot \sqrt{2}$ ist
 mit der parabolischen Geschwindigkeit aus 35a und
 32 identisch. Zirkuläre und parabolische
 Bahnen sind Grenzwerte der elliptischen Bewegung.
 Die allgemeine elliptische Geschwindigkeit bestimmt sub-
 zenträre oder transzenträre Bewegungen je nach-
 dem, ob der Radius der zenträren Bahn, aus wel-
 cher die betreffende Ellipse entspringt, in der El-
 lipsenaphel oder Perihel bildet. Berechnet man all-
 gemeine eine elliptische Geschwindigkeit so gilt für
 den Zusammenhang der drei Perihelgeschwindigkeiten
 $v_p = \pm \sqrt{\frac{2\mu h}{\varrho \cdot (h+\varrho)}}$ ($h > \varrho$), $v_u = \lim_{h \rightarrow \varrho} v_p$,
 $v_p = \lim_{h \rightarrow \infty} v_u$ Gl. 38.
 Mit Hilfe dieser Zusammenhänge kön-
 nen alle Gravitationsbewegungen beschrieben werden.
 Bei der Untersuchung dieser Bahnen hat man zer-
 schieden verschiedenen Bestimmungsstücke zu be-
 scheiden. Zunächst gibt es die die geometrische
 Form einer Bahn bestimmenden Konstanten,
 wie Krümmungen, Kreisbahnradius, Parabelpara-
 meter, lineare Exzentrizität, Orientierung =
 Stelle (wenn die Abszissenachse mit der großen Krümmen-
 achse zusammenfällt) und Tangentialwinkel der
 Krümmungsebene an dieser Stelle. Konstanten
 der Bewegung auf einer solchen Bahn sind weiter
 Änderungsgeschwindigkeit des Fokustrahlenabstands und
 Bahngeschwindigkeit im Perihel. Bogenlänge der
 gesamten Bahnkurve und Zeit zum einmaligen
 Umlauf auf einer solchen Kurve. Schließlich
 gibt es auch die zeitlich variablen Bestimmungs-
 stücke wie Änderungsgeschwindigkeit des Fokust-
 abstands, momentane Bahngeschwindigkeit und

Es
 Änderungsgeschwindigkeit des Fahrstrahls, Tangen-
 tentialer Winkel der Ellipse, Tangential-
 vane Perihel ausgerechnet und Laufzeit bis zur
 Ueberwindung dieser Perihelange, Tangential-
 und Tangential-
 welche die Gravitationsbe-
 wegen auf einer bestimmten Bahnzeit dt cha-
 rakterisieren. Es kommt darauf an, alle die
 Bewegung beschreibenden Konstanten durch ir-
 gend eine geforderte Größe, wie z. B. ein be-
 stimmtes Ellipsenaphel oder eine bestimmte
 Ordinatennullstelle auszudrücken und mit diese
 Konstanten auf die Variablen als explizite
 Funktionen des Fahrstrahls und dieses als Zeit-
 funktion darzustellen. Außerdem muß noch
 festgemacht werden, daß die durch Gl 38 gegebenen
 Perihelgeschwindigkeiten also die Bahngeschwin-
 digkeiten im Abstandsminimum vom Zentrum
 zugleich die jeder Kurve eigentümlichen maxi-
 malbahngeschwindigkeiten sind. Nach Gl 30a ist
 nämlich $v^2 = v_a^2 - \frac{2}{r} \cdot (r - \varrho)$, wo jedenfalls
 für $r > \varrho$ auch $\frac{2}{r} \cdot (r - \varrho) > 0$ also
 $v^2 < v_a^2$ sein muß. Im Perihel wird $r = \varrho$
 d. h. der negative Summand verschwindet. Wenn
 das Perihel durchlaufen ist wächst r der Fahrstrahl
 wieder (da es sich um eine Kegelschnittlinie handelt)
 sodas wieder $r > \varrho$ wird. Nur im Perihel $r = \varrho$
 verschwindet der negative Summand und das
 Maximum der Bahngeschwindigkeit $v = v_a$
 wird hier erreicht. Die Änderungsgeschwindigkeit
 des Fahrstrahls kann wegen $\dot{r} = \pm \sqrt{\frac{2}{r} \cdot (r + \varrho) - \frac{2}{r} \cdot \varrho}$
 nur bei $r = \varrho$ von 0 verschieden sein. Im Perihel
 $r = \varrho$ muß daher stets $\dot{r} = 0$ sein.
 Zunächst sei allgemeine elliptische Bahn
 mit dem Perihel ϱ und dem Aphel h betrachtet

werden (es handelt sich dabei um Abszissen und
 Transversale Ellipsen, welche nach 38 je nach der Lage
 des Kreisbahnradius als Perihel oder Aphel ineinander
 übergehen können). Die Existenz solcher Ellipsen geht
 aus den Gl. 36 und 36a hervor, während nach Gl 34
 eine Ellipsenfokas mit dem als Koordinatenursprung
 gewählten Gravitationszentrum zusammenfallen muß.
 Eine Koordinatendrehung soll weiter die große Ellip-
 senachse a mit der Abszissenachse zur Deckung bringen.
 In Polarkoordinaten soll dies zugleich die Richtung
 der Polarnachse sein. Die analytische Gleichung einer
 solchen Ellipse in Polarkoordinaten lautet $r = \frac{a(1 - e^2)}{1 - e \cos \varphi}$
 (folgt aus der analytischen Ellipsendefinition), woraus sich
 $\frac{dr}{d\varphi} = \frac{a e \sin \varphi}{(1 - e \cos \varphi)^2} = \frac{r^2}{b^2} \sqrt{e^2 - e^2 \cos^2 \varphi} = \frac{r^2}{b^2} \sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2} - \frac{a^2}{r^2} e^2 \cos^2 \varphi}$
 für die lineare Ellipsenexzentrizität $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$
 im Vergleich des Differentialquotienten mit dem Wert
 gesetzt $\frac{dr}{d\varphi} = \frac{r^2}{b^2} \sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2} - \frac{a^2}{r^2} e^2 \cos^2 \varphi}$
 liefert ähnlich Gl 34 die Ellipsenachsen $a = \frac{r}{1 - e^2}$
 und $b = \frac{r}{e} \cdot (1 - e^2)^{-1/2}$. Auch für die
 Exzentrizität ergibt sich $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{a^2 - 2a\varrho + \varrho^2}{a^2} = \frac{2a\varrho - \varrho^2}{a^2}$
 für die Entwicklung der Ordinatennullstelle, also des peak-
 rechten Abstandes der Kurve vom Zentrum (welcher auf
 der großen Achse liegt), hat man die Polarkoordinaten
 in rechtwinklige (x, y) -Koordinaten zu transformieren.
 Mit $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$ und $x^2 + y^2 = r^2$
 wird aus der Ellipsengleichung $r = \frac{b^2}{a(1 - e \cos \varphi)}$
 die Form in rechtwinkligen Koordinaten $y =$
 $\pm \sqrt{1 - e^2} \cdot (a^2 - ex)^2 - x^2 = f(x)$. Im Falle der Null-
 stelle y_a wird $x = 0$ und $y_a = f(0)$, also $y_a = \pm \frac{b^2}{a}$.
 Hier vorliegende Tangentialwinkel φ_a ergibt sich
 zu $\tan \varphi_a = \left(\frac{dy}{dx}\right)_0$. Nach der Kettenregel wird
 $\frac{dy}{dx} = \frac{r \sin \varphi}{a(1 - e \cos \varphi)^2} = \frac{r^2}{b^2} \sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2} - \frac{a^2}{r^2} e^2 \cos^2 \varphi}$ oder für $x = 0$
 $\tan \varphi_a = \left(\frac{dy}{dx}\right)_0 = \pm \frac{b}{a}$

70
seiner Geschwindigkeit, rechneten v_a nach Gl 38. eingesetzt
nach der Bahnkonstanten a, b, c, y_a und v_a als
Funktionen von Perihel und Apoc.
 $a = \frac{1}{2}(h + g), b = \sqrt{hg}, c = \frac{1}{2}(h - g), Gl. 39.$
 $y_a = \frac{2hg}{h+g}, v_a = \sqrt{hg} \cdot \frac{h-g}{h+g}$
als Konstante der elliptischen Bewegung, Konstante
auch der elliptischen Perihelgeschwindigkeit und
Bahngeschwindigkeit der Änderungsgeschwindigkeit von
Fahrtstrahl und Fahrtstrahlwinkel in der Ortinaten-
nullstelle gesamte Bogenlänge der Kurve und die
zu einem Umlauf erforderliche Zeit in Betracht.
Die ersten drei Werte sind zugänglich, wenn unter Be-
nutzung von Gl 38 in die Ausdrücke 29 und 30a
für $r = y_a$ gesetzt wird. Die Bahngeschwindigkeit
der Ortinatennullstelle in der Ellipse v_c wird also
 $v_c = \pm \sqrt{v_a^2 - \frac{1}{4}g + \frac{1}{4}y_a}$ oder mit 38 und 39
 $v_c = \frac{2hg}{h+g} \cdot \left(\frac{h}{h+g} - 1 \right) + \frac{1}{4}g \cdot (h+g) = \frac{1}{4}g \cdot (h+g) -$
 $\frac{2hg}{h+g} = \frac{1}{4}g \cdot \frac{h^2 + hg + g^2}{h^2 + hg + g^2}$. Diese Bahngeschwindigkeit
kann zerfallen in zwei Geschwindigkeiten in einer
Ebene nach $\vec{v} = \vec{r} + \vec{r} \times \vec{\dot{\varphi}}$ in einen radialen und
einen zirkulären Anteil. Der Letztere wird aus-
schließlich durch $\vec{\dot{\varphi}}$ bestimmt. Der Radialanteil
in der Ortinatennullstelle $\dot{r}_0$ ergibt sich aus
Gl 30a, 38 und 39 zu $\dot{r}_0 = \left[\frac{1}{4}g \cdot (h+g) - \frac{2hg}{h+g} \right] \cdot \frac{1}{y_a} =$
 $= \frac{1}{4}g \cdot \left[\frac{3hg + g^2}{h+g} - \frac{2hg}{h+g} \right] \cdot \frac{1}{y_a} = \frac{1}{4}g \cdot \frac{(h-g)^2}{h+g} \cdot \frac{1}{y_a}$
bestimmende Änderungsgeschwindigkeit des Fahrtstrahl-
winkels ergibt sich für die Ortinatennullstelle durch
Einsetzen von $r = y_a$ in 29 zu $\dot{\varphi}_0 = \frac{1}{4}g \cdot \frac{(h+g)^2}{h+g} \cdot \frac{1}{y_a}$
Durch diese Ausdrücke ist die Bewegung in der Ortinaten-
nullstelle einer Keplerellipse vollständig beschrieben.
Die Bewegung einer elliptischen Umlaufen
kann durch das in Gl 31 zum Ausdruck gebrachte

Integral bestimmt werden. Die Bogenlänge einer Halbellipse wird über die Wahl der Integrationsgrenzen $0 \leq \varphi \leq \pi$ festgelegt. Es ist $\frac{1}{2} s_0 = \int_0^\pi v_e = \pm \int_0^\pi r^2 \sqrt{v_e^2 + 2\mu \cdot (\frac{1}{r} - \frac{1}{g})} \cdot d\varphi$ was nach Gl 30 und 30a (das Differential $d\varphi = \dot{\varphi} \cdot v_e / r^2 \cdot [v_e^2 + 2\mu(\frac{1}{r} - \frac{1}{g}) - \frac{1}{r^2} \cdot g^2 \cdot v_e^2]^{-1/2}$, da wird als Fallstrahlfunktion ausgedrückt) bei Wert $s_{e/2} = \pm \int_g^{1/r} (1 - \frac{g^2 v_e^2}{r^2 v_e^2})^{-1/2} dr$ liefert. Hierin wird $r^2 / r^2 \cdot v_e^2 / v_e^2 = g^2 / r^2 \cdot (1 - \frac{2\mu}{g v_e^2} + \frac{2\mu}{r v_e^2})^{-1} = \frac{g^4}{r^2} \cdot (\frac{g \cdot (h+g)}{h r} - g/h)^{-1} = h g / r^2 \cdot (\frac{1}{r} (h+g) - 1)^{-1} = \frac{h g}{r} \cdot (h + g - r)^{-1} = \frac{h^2}{r^2}$. Umgesetzt ergibt dies $s_e = \pm 2 \cdot \int_g^{1/r} \sqrt{\frac{2ar - r^2}{2ar - r^2 - h^2}} \cdot \frac{r \cdot (2a - r)}{r^2} \cdot dr = \pm 2 \cdot \int_g^{1/r} \sqrt{\frac{a^2 - (a-r)^2}{h^2 - (a-r)^2}} \cdot dr$. Das Integral ist nur dann gültig, wenn das Koordinatensystem so parallel verschoben wird.

Schließlich kann noch die Umlaufzeit T_2 auf einer solchen Ellipse nach Gl 31 bestimmt werden. Es ist nach dem Flächensatz $T_2 \cdot \varphi \cdot v_2 = \oint r^2 \cdot d\varphi = 2 \int_0^{2\pi} r^2 d\varphi = 2 \pi a b$, wenn $F_2 = \pi a b$ die von der Ellipse eingeschlossene Fläche ist. Nach den Gl 38 und 39 ergibt sich somit als Umlaufzeit $T_2 = 2\pi \cdot \frac{a b}{\varphi v_2} = \frac{\pi}{\sqrt{2\mu}} \cdot (h + \varphi)^{3/2}$. Die Konstanten der elliptischen Bewegung können also in

$$v_2 = \pm \sqrt{\mu \cdot \frac{h^2 + h\varphi + \varphi^2}{h\varphi \cdot (h + \varphi)}}, \quad \dot{r}_{20} = \pm \frac{(h - \varphi) \cdot \sqrt{2\mu}}{\sqrt{2\pi\varphi \cdot (h + \varphi)}},$$

$$\dot{\varphi}_{20} = \mp \frac{a}{b^3} \cdot \sqrt{a\mu}, \quad S_2 = \pm 2 \int_0^{\varphi} \frac{\sqrt{a^2 - (a - r)^2}}{r^2 - (a - h)^2} dr, \quad \text{Gl 39a}$$

$$T_2 = \frac{\pi}{\sqrt{2\mu}} \cdot (h + \varphi)^{3/2} \text{ zusammengefasst werden.}$$

nach $\frac{1}{\sqrt{2}k}$ Festlegung dieses Konstanten in den Gl 39 und 39a können ganz analog die momentanen zeitlich variablen Größen der Gravitationsbeschleunigung bestimmt werden. Zunächst ergibt sich als momentane Bahngeschwindigkeit $v^2 = v_r^2 + 2p \cdot (1/r - 1/a) = 2p/r - \frac{2p}{a+g} = 2p/r - 1/a = 1/ap \cdot (2a - r)$ mit seiner Radialkomponente gemäß 30a zu $\dot{r}^2 = v^2 - r^2 \dot{\varphi}^2 = 1/ap \cdot (2a - r) - 1/r^2 \cdot \frac{2ahg}{a+g} = 1/ap \cdot (2a - r - \frac{a^2}{r}) = 1/ap \cdot (r^2 - (a-r)^2)$, wobei $\dot{\varphi}$, also der die zirkuläre Komponente bestimmende Anteil,

72 $\dot{\varphi} = \frac{2}{r^2} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{r^2} \cdot \sqrt{\frac{2\mu h^2}{a}} = \frac{b^2}{r^2} \sqrt{\frac{\mu}{a}}$ const.
 da die Gleichung der Bahnelipse $r = b^2 \cdot (a + e \cos \varphi)^{-1}$ um
 häufig umkehrbar ist, nämlich $\varphi = \arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a)$
 kann das in 31 stehende Integral $\varphi = \varphi(r)$ unter
 der Annahme $\varphi = 0$ im Perihel und Verwendung
 von Gl 39 gelöst werden. Es ist $[\frac{r}{a} - \frac{2\mu}{a^2} + 1] \cdot (\frac{r}{a} - 1)$
 $= (\frac{r}{a} - \frac{2\mu}{a^2} + 1) \cdot (\frac{r}{a} - 1)$, also $\int [\frac{r}{a} - \frac{2\mu}{a^2} + 1] \cdot (\frac{r}{a} - 1) \cdot dr$
 $= \arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a) = \varphi$. Mit dieser Bezie-
 hung kann ein Ausdruck für die freie Antriebs-
 oder Ellipsenbogen s erforderliche Zeit t gefun-
 den werden. $t(r) \cdot \varphi \cdot v = t(\varphi) \cdot \varphi \cdot v$
 $= \int r^2 \cdot d\varphi = \int r^2 \cdot \frac{d}{dr} [\arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a)] \cdot dr$
 $= \int_0^r r^2 \cdot \arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a) - 2 \int r \cdot \arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a) \cdot dr$
 $= r^2 \cdot \arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a) - 2 \int r \cdot \arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a) \cdot dr$
 $+ 2 \int \arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a) \cdot dr \cdot dr$. Es sei $t(\varphi) = 0$, dann
 wird mit 38 $\varphi \cdot v = b \cdot \sqrt{\mu/a}$, also $t(r) =$
 $\frac{1}{b} \cdot \sqrt{a/\mu} \cdot [\frac{r^2}{2} \arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a) - r \cdot \int \arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a) \cdot dr$
 $+ \int \arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a) \cdot dr \cdot dr]$. Bei während
 dieser Zeit zurückgelegte Bogen auf der betreffenden
 der Ellipse kann nach 31 ebenfalls als elliptische
 Integral dargestellt werden $(s(r) - s(\varphi)) \cdot \varphi \cdot v =$
 $= \int_0^r r^2 \cdot v \cdot d\varphi$, da hierin $v = \pm \sqrt{v_0^2 - \frac{2\mu}{a} + \frac{2\mu}{r}}$
 $= \pm \sqrt{\mu/a \cdot (2a - r)}$ ist und da weiter $s(\varphi) = 0$
 angenommen werden kann, folgt $s(r) \cdot \varphi \cdot v =$
 $= \pm \int r^2 \cdot \sqrt{\mu/a \cdot (2a - r)} \cdot \frac{d}{dr} [\arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a)] \cdot dr$
 oder $s(r) = \pm \frac{1}{b} \cdot \sqrt{a/\mu} \cdot \int r \cdot \sqrt{\mu/a \cdot (2a - r)} \cdot \frac{d}{dr} [\arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a)] \cdot dr$
 Schließlich ist noch der Richtungsvektor $\vec{v}$ der an
 einem Punkt der Ellipsenbogen gelegten Tangente
 mit der Horizontalen zu bestimmen. Zur Bestim-
 mung von $\frac{dy}{dx}$ wird die Ellipsen-
 Gleichung $r = b^2 \cdot (a + e \cos \varphi)^{-1}$ unter der Be-
 rücksichtigung $x^2 + y^2 = r^2$ in rechtwinkligen
 Koordinaten transformiert $y = \pm \sqrt{a^2 \cdot (b^2 - x^2) - x^2}$
 und nach der Kettenregel differenziert, was

$dy/dx = \mp \frac{e \cdot (b^2 - x^2) - x^2}{a^2 \cdot \sqrt{a^2 \cdot (b^2 - x^2) - x^2}}$ ergibt. Mit $x = r \cdot \cos \varphi$
 wird in Polarkoordinaten zurücktransformiert, auch
 folgt aus der Ellipsengleichung $r \cdot (a + e \cos \varphi) = b^2$
 $= b^2$ und $e \cos \varphi = b^2/r - a$, was eingesetzt $\frac{dy}{dx} =$
 $\mp \frac{e \cdot a}{a \cdot \sqrt{(b^2 - x^2) - a^2 x^2}} = \mp \frac{e}{\sqrt{a^2 \cdot (b^2 - x^2) - a^2 x^2}} = \mp \frac{e}{a \cdot \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \varphi}} = \mp \frac{e}{a} \sec \varphi$
 $= \mp \frac{e}{a} \sec \arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a)$ liefert. Mit dieser Aus-
 drucksformel für die Richtungsvektorkomponente der elliptischen Gra-
 vitationsbewegung, nämlich v, r, φ, s, t und $\vec{v}$
 können also die
 $v = \pm \sqrt{\mu/a \cdot (2a - r)}$, $r = \pm \frac{1}{r} \sqrt{\mu/a \cdot (r^2 - (a - r)^2)}$
 $\varphi = \pm \frac{b^2}{r^2} \cdot \sqrt{\mu/a} \cdot s(r) \pm \frac{1}{e} \cdot \frac{r}{a} \cdot \sqrt{\mu/a \cdot (2a - r)} \cdot \frac{d}{dr} [\arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a)] \cdot dr$
 $t(r) = \frac{1}{b} \cdot \sqrt{a/\mu} \cdot [\frac{r^2}{2} \arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a) - r \cdot \int \arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a) \cdot dr$
 $+ \int \arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a) \cdot dr \cdot dr]$
 $\vec{v} = \mp \arccos \frac{1}{e} \cdot \sec \arccos \frac{1}{e} \cdot (b^2/r - a)$ Gl 39 b
 zusammengefasst werden. Durch die Gl 39 bis 39 b
 ist die Gravitationsbewegung auf einer Kepler-Ellipse
 vollständig beschrieben. Nach Gl 38 ist ein Grenzfall
 dieser Ellipse die zirkuläre Bahn mit der Perihelge-
 schwindigkeit $v_0 = \sqrt{\mu/a}$. Der Radius r_0 bei dieser
 Perihelgeschwindigkeit tatsächlich eine statische pla-
 netarische Bahn im Gravitationsfeld beschrieben wird.
 Wie Kreisbahn im Gravitationsfeld beschrieben wird,
 ergibt sich aus Gl 35 und zwar muß es sich um
 einen Kreismittelpunkt handeln, denn nach 34 sind
~~keine~~ im Gravitationsfeld nur solche Kegelschnitt-
 Linien als Bewegungsbahnen möglich, deren einer
 Fokus mit dem als Bezugspunkt gewählten Gra-
 vitationszentrum zusammenfällt. Im Falle des
 Kreismittelpunktes muß also $r^2 = x^2 + y^2 = \text{const.}$
 gelten, während die für Ellipsen gültige Glei-
 chung $h > r > a$ im zirkulären Sonderfall in
 die Gleichung $h = r = a = \text{const}$ übergeht, was auch
 durch Einsetzen von $v_0 = \sqrt{\mu/a}$ in Gl 34 überprüf-
 t werden kann. Bei der Ableitung von Gl 39 resultiert. Bei der Ableitung
 und momentanen Fahrstrabe sind sich im Falle der

74 Kreisbahn gleich und während der ganzen Bewegung konstant. Einsetzen dieser Beziehung in die Gl. 39 bis 39 b, welche die elliptische Gravitationsbewegung beschreiben ergibt

$$h = p = q = \text{const.}, \quad a = b = y_a = q, \quad e = 0 \quad \text{Gl. 40.}$$

$v_a = \pi$
 Wird diese Beziehung auf Gl. 39 a angewandt so wird weiter $v_k = \pm \sqrt{\mu \cdot \frac{q}{2q}} = \sqrt{\mu/q} = v_k$ und wegen $h = q$ auch $p_{vk} = 0$ und $\dot{\varphi}_{vk} = 1/q \cdot \sqrt{\mu/q}$.
 Für die Proportionalität eines Vollumläufes T_k geht man von $p = q$ und $v^2 + 2\mu \cdot (1/r - 1/q) = 0$ aus. Es ist $q \cdot \dot{\varphi}_k = \dot{\varphi} \cdot p^2 \cdot \sqrt{\mu/q} + 2\mu \cdot (1/r - 1/q) \cdot q$.
 $= 2\pi q^2 \cdot v_k$ oder $T_k = 2\pi q$, während die zum Umlauf erforderliche Zeit $T \cdot q \cdot v_k = \oint p^2 \cdot d\varphi = 2\pi q^2$ oder $T_k = 2\pi q \cdot \sqrt{\mu/q}$ ist. Zusammengefasst gilt also im zirkulären Grenzfall der Ellipse

$$v_k = v_k, \quad p_{vk} = 0, \quad \dot{\varphi}_{vk} = v_k/q, \quad T_k = 2\pi q, \quad T_k = 2\pi \cdot q/v_k \quad \text{Gl. 40 a.}$$

Die Momentanwerte der Bewegung im Fall der Kreisbahn ergeben sich mit $p = q = \text{const.}$ aus den entsprechenden elliptischen Werten. Man erhält mit Gl. 40 hieraus $v = \pm \sqrt{\mu/a \cdot (2a - r)} = \pm \sqrt{\mu/q}$.
 Ferner ist wegen $p = 0$ und $a = p$ die Radialkomponente $\dot{r} = 1/p \cdot \sqrt{\mu/a \cdot (e^2 - (a - r)^2)} = 0$, während für die zirkuläre Komponente $\dot{\varphi} = \pm 1/p^2 \cdot \sqrt{\mu/a} = \pm 1/q \cdot \sqrt{\mu/q} = \dot{\varphi}_{vk} = \text{const.}$ gilt. Die momentane Proportionalität wird nach $p(\varphi) = 1/q \cdot \sqrt{e^2 - (a - r)^2}$ oder mit $\varphi_a = 0$ zu $p(\varphi) = q \cdot \varphi$ berechnet. Für die hierzu erforderliche Zeit ergibt sich entsprechend $t(\varphi) = q/v_k \cdot \int d\varphi = \varphi \cdot q/v_k$. Der Tangentenwinkel ergibt sich durch Differenziation der Nullpunktskreises mit den rechtwinkligen Koordinaten also von $y = \pm \sqrt{q^2 - x^2}$, was ergibt $\tan \vartheta = dy/dx = \mp \frac{x}{\sqrt{q^2 - x^2}}$.

$x = q \cdot \cos \varphi$ wird daraus $\tan \vartheta = - \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}} = - \cot \varphi$.
 Dies ist aber die Orthogonalitätsbedingung für zwei Geraden. Bahnstrahl und Richtnormale fallen bei der zirkulären Bahn zusammen. Folgerung sind also die Momentanwerte der zirkulären Bewegung durch $v = v_k = \text{const.}, \quad p = 0, \quad \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_{vk} = \text{const.}, \quad s(\varphi) = \varphi \cdot q, \quad t(\varphi) = \varphi \cdot q/v_k, \quad \tan \vartheta = - \cot \varphi \quad \text{Gl. 40 b}$ zu kennzeichnen. Während der gesamten Bewegung sind demnach v, p und $\dot{\varphi}$ konstant, dagegen besteht zwischen s bezogen auf t und φ ein linearer Zusammenhang, zwischen p und φ aber eine Orthogonalitätsbeziehung. Die Kreisbahn ist ein Grenzfall der Ellipse, daher müssen auch Gesammtheiten zwischen beiden bestehen. Gravitiert z.B. m. st. bei auf einem Kreis $p = q$ mit der konstanten Bahngeschwindigkeit v_k und soll die zirkuläre Bahn in eine elliptische vom Perihel q zum Aphel $h > q$ übergehen so muß wegen $v_k < v_e$ die zirkuläre Geschwindigkeit in einen Zuwachs v_{zh} vergrößert werden, so daß $v_k^2 + v_{zh}^2 = v_e^2$ oder $v_{zh}^2 = v_e^2 - v_k^2 = \frac{\mu}{q} \cdot \frac{h - q}{h + q}$ also $v_{zh} = v_k \cdot \sqrt{\frac{h - q}{h + q}}$.
 Wird das Aphel im Abstand h dem Perihel q zugeordnet, so wird die zirkuläre Ellipse mit der Geschwindigkeit $v_e^2 = v_k^2 + v_{zh}^2 + 2\mu \cdot (1/h - 1/q) = 2\mu \cdot (\frac{1}{q \cdot (h + q)} - \frac{1}{h \cdot q}) = \frac{2\mu}{h} \cdot \frac{h}{h + q}$ durchlaufen. Damit diese Ellipse wieder in einen Kreis mit dem Aphel als Radius $p = h = \text{const.}$ übergeht, muß im Aphel die Bahngeschwindigkeit einen Zuwachs v_{zh} erhalten, um auf jeden Fall wegen $q < h$ auch $\frac{2\mu}{h \cdot (h + q)} < \frac{1}{h}$ oder $v_{zh}^2 < v_e^2$ sein. Es gilt also $v_{zh}^2 = v_e^2 - v_k^2 = \frac{\mu}{h} \cdot \frac{h - q}{h + q}$, also $v_{zh} = v_k \cdot \sqrt{\frac{h - q}{h + q}}$.
 Reist die Kreisbahn $p = h$ in eine zirkuläre

76 Ellipse mit dem Perihel $\varphi < \pi$ übergehen soll
 entspricht die Kreisbahngeschwindigkeit um den gleichen
 Betrag verzögert werden. Die Geschwindigkeitsänderung
 v_2 zu welche die betreffende zirkuläre Ge-
 schwindigkeit v geändert wird, damit eine ver-
 gebene Ellipse entsteht, ist also der Betrag
 jenes zirkulären Geschwindigkeit v in
 beiden Fällen direkt proportional. Der
 jeweilige Proportionalitätsfaktor ist mit der
 Quadratwurzel aus dem Tangens des Tangen-
 tentialwinkels der Tangente in der Ordinatenan-
 stelle an die entstehende Ellipse identisch.
 Die Apogäachse ist dabei immer die große Achse
 der betreffenden Ellipse, da außerdem das ellip-
 tische Geschwindigkeitsintervall nicht überschritten
 werden darf mit $v_2 < v$ bleiben d. h.
 der Tangentialwinkel ist an das Intervall
 $0 < \varphi < \pi/4$ gebunden. Für die Geschwindig-
 keitsänderung, welche die zirkuläre Bahn in
 eine elliptische überführt, gilt demnach allgemein
 $v_2 = \pm v \cdot \sqrt{\tan \varphi}$, $0 < \varphi < \pi/4$
 der Ausdruck ist positiv $v_2 > 0$, wenn trans-
 zirkuläre, dagegen negativ $v_2 < 0$, wenn
 subzirkuläre Ellipsen entstehen.

Der zweite Grenzfall der elliptischen
 Bahn ist nach den Gl. 38 und 35a die para-
 bolische, welche entsteht wenn der gravita-
 tionshase im Perihel' ein Geschwindigkeits-
 zusatz erteilt wird, so daß die parabolische
 Geschwindigkeit $v' = \sqrt{2} v$ erreicht. Bei dieser
 Perihelgeschwindigkeit verläßt die gravitierende
 Masse nach den Gl. 32 und 35a das gravi-
 tationsfeld auf einem unumkehrbaren fiktio-
 nellen Parabelast. Da eine solche Parabel mit

einem Brennpunkt besitzt, der nach 34 im Grav-
 itationszentrum liegen muß (das immer als Be-
 zugspunkt gewählt wird), kann das Koordinaten-
 system so gerichtet werden, daß die Parabelachse
 mit der Abszissenachse zusammenfällt. Dieser =
 dem liegt der Fokus im Nullpunkt, so daß die
 Gleichung der Parabelbahn in analytischer Form
 $y^2 = 2px + p^2$ lautet wenn p der Parabelpara-
 meter ist. In Polarkoordinaten $x = r \cos \varphi$
 $y = r \sin \varphi$ transformiert, wird diese Parabelge-
 leichung zu

$r = p \cdot (1 + \cos \varphi) \cdot \sec^2 \varphi$ Gl. 42.
 Das einzige die Form der Parabelbahn kennzeichnen-
 de Konstante Bestimmungsstück ist der Parameter
 p , denn die Keopelschwerachsen und die Exzen-
 trizität der Parabel wachsen nach 35a über
 alle Grenzen. Zur Bestimmung des Parameters
 wird zuerst Berücksichtigung des ersten Teils
 der Gl. 38 der Energiesatz 30 mit der entspre-
 chenden Ableitung der Gl. 42 verglichen. Die
 Differentiation von Gl. 42 ergibt zunächst $dr/d\varphi$
 $= -p \cdot (\sin^3 \varphi + 2 \cdot (1 + \cos \varphi) \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi) \cdot \sec^4 \varphi$
 $= -p \cdot (\sin^2 \varphi + 2 \cos \varphi + 2 \cos^2 \varphi) \cdot \sec^3 \varphi$
 $= -p \cdot \left(\frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi} \right)^2 \cdot \sec \varphi$. Die trigonometrischen
 Beziehungen können nach 42 durch den Fokus-
 strahl ausgedrückt werden. Es ist $r/p = \sec^2 \varphi$
 $+ \frac{\cos \varphi}{\sin^2 \varphi} = \sqrt{\sec^4 \varphi - \sec^2 \varphi + \sec^2 \varphi}$ oder
 $\sec^4 \varphi - \sec^2 \varphi = \left(\frac{r}{p} - \sec^2 \varphi \right)^2 = \frac{r^2}{p^2} -$
 $- \frac{2r}{p} \cdot \sec^2 \varphi + \sec^4 \varphi$. $\sin^2 \varphi = \frac{p}{r} \cdot (2 - \frac{r}{p})$
 $= \frac{2p}{r} - \frac{r^2}{p^2}$, also $\sin \varphi = \sqrt{\frac{2p}{r} - \frac{r^2}{p^2}}$ und
 $\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - \frac{2p}{r} + \frac{r^2}{p^2}} = 1 - \frac{p}{r}$. Ein-
 setzen dieser Werte in den Differentialquotienten
 liefert $dr/d\varphi = -p \cdot \left(\frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi} \right)^2 \cdot \sec \varphi =$
 $= -p \cdot \left(\frac{2 - \frac{r}{p}}{\sqrt{\frac{2p}{r} - \frac{r^2}{p^2}}} \right)^2 \cdot \sec \varphi = \frac{p}{\sqrt{\frac{2p}{r} - \frac{r^2}{p^2}}}$

$78 = -r \cdot \sqrt{2/p} \cdot (2 - 11a)$, also $dr/d\varphi = -r \cdot \sqrt{2/p} - 1$
 In Gl 30 setzt für die Perihelgeschwindigkeit
 $v_a = v_p$ der parabolische Wert nach 38 ein
 gesetzt. Das liefert $dr/d\varphi = r \cdot \sqrt{2/p} - 1 - \frac{2pk}{r^2} = 0$
 $= r \cdot \sqrt{2/p} - 1 - 4q \cdot (1/9 - 1)$ oder $dr/d\varphi = r \cdot \sqrt{2/p} - 1$
 Man vergleicht mit dem Differentialquotienten
 von 42 und erhält $1/9 = 2p/p$ oder $p = 2 \cdot 9$.
 Das ist der parabolische Bewegung halber
 also der senkrechte Abstand des Brennpunktes
 von der Leitlinie. Weitere Bestimmungsgründe
 der Parabel sind die Ordinatenursprungsstelle y_a und
 deren Tangentenwinkel φ_a . Beide sind in Doppel-
 ter Weise festgelegt, entweder setzt man in $y^2 =$
 $2px + p^2$ für $xe' = 0$, so daß $y = p = 2 \cdot 9$ und
 $\lg \varphi_a = (\frac{dy}{dx}) = \frac{p}{\sqrt{2px + p^2}}$ oder in der Umke-
 hrstelle $\lg \varphi_a = \frac{1}{\sqrt{2px + p^2}}$ (mit $xe' = 0$) wird, oder man
 bildet entsprechend 38 einen Grenzprozess in Gl 39
 für parabolische Werte gegeben sich, wenn der
 Apse über alle Grenzen wächst. Neben $a = b = p$
 wird $y = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{2h^2}{h+9} = 2 \cdot 9 = p$ und $\lg \varphi_a =$
 $\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{h-9}{h+9} = 1$ oder $\varphi_a = \pi/4$. Die einzige
 neue Konstante der Parabelbahn ist der Para-
 meter p , der jedoch durch das Perihel der
 Gravitationsbewegung ausgedrückt werden
 kann. Alle Abstände der parabolische Be-
 wegung, Kennzeichnenden Größen sind als
 Grenzfall der entsprechenden jeweiligen el-
 liptischen Werte aufzufassen und zweit als
 Grenzfall einer Ellipse, deren Apse im Un-
 endlichen liegt. Die Bahnkonstanten er-
 geben sich im Grenzprozess zu
 $a = b = p = \infty$, $p = 2 \cdot 9$, $y_a = p$,
 $\varphi_a = \pi/4$
 Die in Gl 39a entsprechenden Konstanten der para-

Gyl 43

bolischen Bewegung können ebenfalls als Grenzwerte
 $h \rightarrow \infty$ beschrieben werden, doch ist eine Kürzung
 läng aus den Gl 29, 30a und 31 teilweise vorzu-
 ziehen. Zur Ermittlung der Bahnkonstanten in
 ihrer Komponenten in der Ordinatenursprungsstelle
 30a für $v_a = v_p$ nach 38 und $r = y = p$ ge-
 setzt. Dann wird $r^2 = v_p^2 - \frac{2pk}{r} = \frac{2pk}{r}$
 $= \frac{pk}{9}$. In der Ordinatenursprungsstelle ist also die pa-
 bolische Bahngeschwindigkeit mit der zirkulären
 im Perihel identisch. Ihre Radialkomponente
 wird zu $\dot{r}_{pr} = v_p^2 + 2p \cdot (1/p - 1/9) - 9/p^2 \cdot v_p^2 =$
 $= 1/9 - 1/29 = 1/p$ und die Winkelgeschwindig-
 keit, welche die zirkuläre Komponente bestimmt
 zu $\dot{\varphi}_{pr} = 9/p^2 \cdot v_p = v_p/4 \cdot 9$. Setzt man in
 diesen Teil der Gl 38, nach $p = 2 \cdot 9$ also
 $9 = 1/2$, so ergibt sich als parabolische An-
 fangsgeschwindigkeit $v_p = \sqrt{2/p} = 2/\sqrt{p}$ die
 doppelte Kreisbahngeschwindigkeit im Para-
 meter p . Die gesamte Bogenlänge der
 Parabelbahn S_p sowie die Umlaufzeit T_p
 sind begrenzter als Grenzwerte darstellbar.
 Die Bogenlänge ist ein divergierendes, optisches
 Integral, nämlich $S_p = \lim_{h \rightarrow \infty} S = 2 \cdot \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{a^2 - (a-b)^2}}{9} = \infty$
 da auch $\lim_{h \rightarrow \infty} a = \lim_{h \rightarrow \infty} b = \infty$ divergiert.
 In gleicher Weise divergiert auch die Umlaufzeit.
 T_p einer elliptischen Bahn, wenn der Apse
 über alle Grenzen wächst $T_p = \lim_{h \rightarrow \infty} T = \frac{2\pi}{\sqrt{2p}} \lim_{h \rightarrow \infty} \sqrt{a^2 - (a-b)^2} = \infty$
 Die Konstanten der auf einer Parabel-
 bahn stattfindenden Gravitationsbewegung
 sind also
 $v_p = \pm 2/\sqrt{p}$, $v_p = \pm \sqrt{1/9}$, $\dot{r}_{pr} = \pm 1/p$, Gl 43 a
 $\dot{\varphi}_{pr} = v_p/4 \cdot 9$, $S_p \rightarrow \infty$, $T_p \rightarrow \infty$
 Die Entwicklung der variablen Größen der parabo-
 lischen Bewegung wird in analoger Weise nach

geföhrt, wie bei der Untersuchung elliptischer Bewegungen. Zunächst ergibt sich ein 30. Unter Benutzung von $v = v_0 \cdot \sqrt{2}$ für $v_0 = \dots$
 $= v^2 - 2\mu/r + 2\mu/r = 2\mu/r$. Die momentane Bahn-
 geschwindigkeit entspricht also in jedem Punkte
 der Bahn dem zum Fallstrahl gehörigen para-
 bolischen Wert. Ihre Radialkomponente wird
 $\dot{r}^2 = 2\mu/r - 9^2/r^2 \cdot v^2 = 2\mu/r \cdot (1 - 9/r) = 2\mu/r^2 \cdot (r - 9)$
 und der zirkuläre Anteil zu $\dot{\varphi} = 9/r^2 \cdot v_p = 1/r^2 \cdot \sqrt{2\mu r}$
 $= 1/r^2 \cdot \sqrt{2\mu r}$. Die Länge eines Parabelbogens
 $s(r)$ kann wieder durch ein Integral dar-
 gestellt werden und zwar soll für den Anfang
 phunkt $s(9) = 0$ gelten. Nach 31 wird dann
 $s(r) \cdot 9 \cdot v = \int_9^r r^2 \cdot \sqrt{v^2 + 2\mu \cdot (1/r - 1/9)} \cdot dr$
 $= \int_9^r r \cdot \sqrt{2\mu r} \cdot \sqrt{1 - 9/r} \cdot dr$, wegen $9 \cdot v = \sqrt{2\mu r}$
 wird $s(r) \cdot \sqrt{9} = \int_9^r r \cdot \sqrt{r} \cdot \sqrt{1 - 9/r} \cdot dr$. Aus 42
 folgt aber $dr/d\varphi = -r \cdot \sqrt{2\mu/r - 1}$ was ein-
 gesetzt $s(r) \cdot \sqrt{9} = - \int_9^r \frac{r^2}{\sqrt{2\mu r - 1}} \cdot dr$ ergibt. Wegen
 $p = 2 \cdot 9$ auch $s(r) = - \int_9^r \frac{r^2}{\sqrt{r^2 - 9}} \cdot dr = \int_9^r \frac{dr}{\sqrt{1 - 9/r}}$
 mit der Substitution $r = u^2 \cdot 9$ wird das Integral
 nach dem Rekursionsverfahren lösbar, $\frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{1 - 9/r}} \cdot dr = \dots$
 $= \frac{1}{2} \int \frac{u^2 \cdot 9}{\sqrt{1 - 9/u^2}} \cdot du = \frac{1}{2} \int \frac{u^2 \cdot 9}{\sqrt{u^2 - 1}} \cdot du$
 Die partiellen Integrale der Area-Funktion
 werden mit der Substitution $v = \arccos u$ gelöst.
 Es ist $\int \arccos u \cdot du = \int v \cdot \sin v \cdot dv = v \cdot \cos v - \int \cos v \cdot dv$
 $= v \cdot \cos v - \sin v = u \cdot \arccos u - \sin \arccos u$ und
 $\int \arccos u \cdot du \cdot du = \int v \cdot \cos v \cdot \sin v \cdot dv = \int \sin^2 v \cdot dv$
 $= \frac{1}{2} \cdot \cos^2 v - \frac{1}{2} \int \cos^2 v \cdot dv = \frac{1}{2} \cos^2 v - \frac{1}{2} \int \frac{1 + \cos 2v}{2} \cdot dv$
 $= \frac{1}{2} \cos^2 v - \frac{1}{4} \int \cos 2v \cdot dv = \frac{1}{2} \cos^2 v - \frac{1}{8} \sin 2v$
 $= \frac{1}{2} \cos^2 v - \frac{1}{4} \sin v \cdot \cos v$. Da $\int \sin^2 v \cdot dv = \sin v \cdot \cos v - \int \cos v \cdot dv$
 ist, wird $\int \arccos u \cdot du \cdot du = \frac{1}{2} \cos^2 v - \frac{1}{4} \sin v \cdot \cos v - \sin v \cdot \cos v + \int \cos v \cdot dv$
 $= \frac{1}{2} [\cos^2 v + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cos v] \cdot \sin \arccos u + \arccos u$. Die Länge
 des Bogens wird also zu $\frac{1}{2} \sqrt{1/p} = [\frac{1}{2} \sin \arccos u - \frac{1}{2} \arccos u]$
 $+ \frac{1}{2} (u^2 + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} u \cdot \sin \arccos u) \cdot \arccos u$. Da $u(9)$

aber $u(r) = \sqrt{1/9}$ ist und weiter wegen $\arccos u = \dots$
 $\ln(u + \sqrt{u^2 - 1})$ für $u(9) = 1$ der Ausdruck
 $\arccos u(9) = \ln 1 = 0$ verschwindet, wird $1/p = 2\sqrt{1/9}$.
 $\sin \arccos \sqrt{1/9} = 1/3$, $\arccos \sqrt{1/9} = 2\sqrt{1/9}$.
 $+ \frac{1}{2} \arccos \sqrt{1/9} - \frac{3}{2} \sqrt{1/9} \cdot \arccos \sqrt{1/9} \cdot \sin \arccos \sqrt{1/9} =$
 $= (2 - \frac{3}{2} \arccos \sqrt{1/9}) \cdot \sqrt{1/9} \cdot \sin \arccos \sqrt{1/9} + \frac{1}{2} \arccos \sqrt{1/9} =$
 $= (2 - \ln \sqrt{(1/9 + 1/9 \cdot \sqrt{1/9 - 9/9})}) \cdot \sqrt{1/9} \cdot \sin \ln(\sqrt{1/9 + 1/9 \cdot \sqrt{1/9 - 9/9}}) +$
 $+ \ln(\sqrt{1/9 + 1/9 \cdot \sqrt{1/9 - 9/9}})^{1/2} = \sqrt{1/9} \cdot (2 - \ln(\sqrt{1/9 + 1/9 \cdot \sqrt{1/9 - 9/9}})^{1/2} +$
 $+ \frac{3}{2} \ln 9) \cdot \sin \arccos \sqrt{1/9} + \ln(\sqrt{1/9 + 1/9 \cdot \sqrt{1/9 - 9/9}})^{1/2} - \frac{1}{2} \ln 9 =$
 $= \frac{1}{4} \cdot (4 - 3 \ln(u + \sqrt{u^2 - 1})) \cdot [(u + \sqrt{u^2 - 1})^2 - 1] \cdot (u + \sqrt{u^2 - 1})^{-1} +$
 $+ \frac{1}{2} \ln(u + \sqrt{u^2 - 1})$. Es würde zur Kürzung wieder die
 Substitution $r = u^2 \cdot 9$ eingeführt und die Definition
 $\sin x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ auf die Logarithmusdarstel-
 lung der Area-Funktion angewandt. Die Läng-
 zeitung zum so bestimmten Parabelbogen kann
 unter der Annahme $t(9) = 0$ ebenfalls ermittelt
 werden. Man benutzt nach 31 den Ansatz $t(r) \cdot 9 \cdot v_p = \int_9^r r^2 \cdot d\varphi$ und berücksichtigt
 den für die Parabel gültigen Differentialco-
 effizienten $dr/d\varphi = r \cdot \sqrt{1/9 - 1}$ so daß $t \cdot 9 \cdot v =$
 $= \int_9^r r^2 \cdot d\varphi/dr \cdot dr = \int_9^r \frac{r \cdot dr}{\sqrt{1/9 - 1}}$ wird, die Substitution $r = u^2 \cdot 9$
 kann wieder benutzt werden $t \cdot v/p = \int_9^r \frac{u^2 \cdot 9}{2 \cdot 9 \cdot \sqrt{1/9 - 1}} \cdot du = \frac{1}{2} \int \frac{u^2}{\sqrt{1 - 9/u^2}} \cdot du$
 $= \frac{1}{2} \int u^2 \cdot \arccos u \cdot du$. Als zweite Substitution wird
 $v = \arccos u$, also $u = \cos v$, benutzt. Damit wird
 $\int u^2 \cdot \arccos u \cdot du = \int v \cdot \cos^2 v \cdot \sin v \cdot dv = \int v \cdot \cos v \cdot dv + \int v \cdot \sin^3 v \cdot dv = v \cdot \cos v - \sin v +$
 $+ \int v \cdot \sin^3 v \cdot dv - \int \sin^3 v \cdot dv$. Hierin wird
 $\int \sin^3 v \cdot dv = \sin^2 v \cdot \cos v - \int \cos^2 v \cdot \sin v \cdot dv =$
 $= \sin^2 v \cdot \cos v - \cos v - \int \sin^3 v \cdot dv$ oder $\int \sin^3 v \cdot dv =$
 $= \frac{1}{2} (\sin^2 v - 1) \cdot \cos v$ mit $\int \sin^3 v \cdot dv \cdot dv =$
 $= \frac{1}{2} \int (\sin^2 v - 1) \cdot \cos v \cdot dv = \frac{1}{2} \int \cos^3 v \cdot dv - \sin v$
 Analog wird $\int \cos^3 v \cdot dv = \cos^2 v \cdot \sin v - \int \cos^2 v \cdot \sin v \cdot dv + \sin v$ oder
 $\int \cos^3 v \cdot dv = \frac{1}{2} (\cos^2 v + 1) \cdot \sin v$ mit

82 $\int \sin^3 v \cdot dv = \frac{1}{4} \cdot (\cos^2 v + 1) \cdot \sin v - \sin v$
 $= \frac{1}{4} \cdot (\cos^2 v - 3) \cdot \sin v$. Die beiden partiellen Integrale
werden eingesetzt, was $\int \tilde{a}^2 \cdot \arccos \tilde{a} \cdot d\tilde{a} = \frac{1}{4} \cdot (\cos^2 v - 3) \sin v$
 $= -\sin v + \frac{1}{2} \cdot (\sin^2 v - 1) \cdot \cos v = \frac{1}{4} \cdot (\cos^2 v - 3) \sin v$
oder mit $v = \arccos \tilde{a}$ den Wert $\int \tilde{a}^2 \cdot \arccos \tilde{a} \cdot d\tilde{a}$
 $= \tilde{a} \cdot \arccos \tilde{a} - \frac{1}{2} \cdot (\tilde{a}^2 - 1) \cdot \arccos \tilde{a} = \frac{1}{4} \cdot (\tilde{a}^2 - 1) \sin v$
 $= (\tilde{a}^2 + \tilde{a} - 1) \cdot \arccos \tilde{a} - \frac{1}{4} \cdot (\tilde{a}^2 + 1) \cdot \sin \arccos \tilde{a}$. Der Wert
- $\frac{1}{4} \cdot (\tilde{a}^2 + 1) \cdot \sin \arccos \tilde{a}$ wird im nächsten Integral eingesetzt. $\int \tilde{a}^2 \cdot \arccos \tilde{a} \cdot d\tilde{a} = \int (3 - \frac{\tilde{a}^2}{2} - \tilde{a}) \cdot \arccos \tilde{a} \cdot d\tilde{a}$
 $= \int \tilde{a}^2 \cdot \arccos \tilde{a} \cdot d\tilde{a} - \frac{1}{2} \int \tilde{a}^2 \cdot \arccos \tilde{a} \cdot d\tilde{a} - \int \tilde{a} \cdot \arccos \tilde{a} \cdot d\tilde{a}$
 $+ \frac{3}{4} \cdot (\tilde{a}^2 + 1) \cdot \sin \arccos \tilde{a} \Big|_{\tilde{a}(9)}$. Hierin ist wieder
 $\tilde{a}(9) = 1$, also $\arccos \tilde{a}(9) = 0$ und $\sin \arccos \tilde{a}(9) = 0$
wenn außerdem die logarithmische Darstellung $\arccos \tilde{a}$
 $= \ln(\tilde{a} + \sqrt{\tilde{a}^2 - 1})$ benutzt wird, folgt schließlich
 $\int \tilde{a}^2 \cdot \arccos \tilde{a} \cdot d\tilde{a} = (3 - \frac{\tilde{a}^2}{2} - \tilde{a}) \cdot \ln(\tilde{a} + \sqrt{\tilde{a}^2 - 1}) + \frac{3}{4} \cdot (\tilde{a}^2 + 1) \cdot$
 $\cdot [(\tilde{a} + \sqrt{\tilde{a}^2 - 1})^2 - 1] \cdot (\tilde{a} + \sqrt{\tilde{a}^2 - 1})^{-1}$. Das letzte vari-
able Bestimmungsstück der parabolischen Bahn
ist der momentane Tangentenwinkel ν zu an-
der betreffenden Bahnpunkt gelegenen Tangente
mit der Horizontalen. Es folgt aus $y^2 = 2px +$
 $+ p^2$ zu $\tan \nu = dy/dx = p/y = p/r \cdot \sec \varphi$.
Die Komponenten der parabolischen Bewegung sind
also zusammengesetzt
 $v = \pm \sqrt{\frac{2p}{r}}$, $\dot{r} = \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2p} \cdot (p - 9)$
 $\dot{\varphi} = \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{p} \cdot \sqrt{p - 9}$, $\Delta(k) = \tilde{a} \cdot \frac{1}{2} \cdot (4 - 3 \cdot \ln(\tilde{a} + \sqrt{\tilde{a}^2 - 1})) \cdot [(\tilde{a} + \sqrt{\tilde{a}^2 - 1})^2 - 1] \cdot (\tilde{a} + \sqrt{\tilde{a}^2 - 1})^{-1} + 9 \cdot \ln(\tilde{a} + \sqrt{\tilde{a}^2 - 1})$
 $\dot{t}(k) \cdot \sqrt{2p/9} = 2 \cdot 9 \cdot (3 - \frac{\tilde{a}^2}{2} - \tilde{a}) \cdot \ln(\tilde{a} + \sqrt{\tilde{a}^2 - 1}) +$ Gl 43 b
 $+ \frac{3}{2} \cdot 9 \cdot (\tilde{a}^2 + 1) \cdot (\tilde{a}^2 + \tilde{a} \cdot \sqrt{\tilde{a}^2 - 1} - 1) \cdot (\tilde{a} + \sqrt{\tilde{a}^2 - 1})^{-1}$
 $\tilde{a} = \sqrt{p/9}$, $p > 9$, $\nu = \arctan p/r \cdot \sec \varphi$.
Schließlich können auch die Zusatzgeschwindigkeiten
 v_{zu} und v_{ze} ermittelt werden, welche einer
auf einer zirkulären oder elliptischen Bahn
gravitierenden Masse im Perihel verleiht werden
in eine Parabel übergeht. Es ist

$v_{zu}^2 = v^2 - v_p^2 = v^2 - \mu/9 = v_p^2$ und $v_{ze}^2 = 2\mu/9 - \frac{2kh}{9 \cdot (a+9)} =$
 $= \frac{2\mu}{a+9}$. Zusammengefasst
 $v_{zu} = v_{ze} = \pm \sqrt{\frac{2\mu}{a+9}} = \pm \sqrt{\mu/a}$. Gl 44.
Damit aus der geschlossenen Kurve eine Parabel wird,
müßte die zirkuläre Geschwindigkeit verdoppelt werden
 $\arccos \tilde{a}$ während die elliptische Geschwindigkeit im
Perihel einen Zuwachs erhalten müßte, welcher der
zirkulären Geschwindigkeit im Abstand der opo-
nen Ellipsenachse entspricht.
Die Gl 39 bis 44 beschreiben die drei
nach Gl 38 ausgerechneten Möglichkeiten der Gravita-
tionsbewegung. Es handelt sich dabei um
elliptische Bahnen im allgemeinen Fall, deren
Grenzfälle Kreis und Parabel darstellen. Die pa-
rabolische Geschwindigkeit ist eine irrationale
obere Grenze der allgemeinen elliptischen Geschwin-
digkeitsintervalle. Wenn dieser parabolische
Grenzwert der Perihelgeschwindigkeit $v = v_p$
überschritten wird, sodas also $v_a > v_p$ wird,
so artet der Parabelast in den einer gleichzeitigen
Hyperbel in asymptotenform nach Gl 36 b
aus und die Perihelgeschwindigkeit ist in das
unendliche hyperbolische Intervalle $v_p < v_a < \infty$
übergegangen. Zu jedem Perihel 9 gehört eine Schaar
konfokaler Hyperbeln, deren gemeinsamer Fo-
kus nach Gl 34 das als Bezugspunkt gewählte
Gravitationszentrum ist. Wenn weiter die gemein-
same große Hyperbelachse (die Hyperbeln sind zu-
gleich $co axial$) mit der Abszissenrichtung
zusammenfällt, müßte für jede Hyperbel der Perihel
die Beziehung $y = \pm \sqrt{a^2 \cdot (e^2 + e^2 - 2e^2)}$ je nach
Winkligen Koordinaten gelten. a und b sind die
große und kleine Achse der betreffenden Hyper-
bel und $e^2 = a^2 + b^2$ ist ihre lineare Exzentrizität.

84

84 In Polarkoordinaten gilt daher $r = b^2(a - e \cos \varphi)$
und die Ableitung wirkt zu $dr/d\varphi = \frac{-b^2 \cdot e \sin \varphi}{(a - e \cos \varphi)^2} =$
 $= -\frac{r^2/b \cdot \sqrt{e^2 - e^2 \cos^2 \varphi}}{r^2/b \cdot \sqrt{2ae^2 + b^2 - e^2 r^2/b^2}}$
 $= -r \sqrt{\frac{2ae^2}{b^2} + \frac{r^2}{b^2} - 1}$. Der Ausdruck wird weil

= - r $\sqrt{\frac{2a}{b^2} + \frac{1}{b^2}}$ in welcher $v_a = v_b > v^* = \sqrt{2\mu/g}$
 Gl 30 verglichen in welcher $v_a = v_b > v^* = \sqrt{2\mu/g}$
 gesetzt wird. Die Hyperbelachsen können ab-
 gemittelt werden und man erhält $a = \mu(v_h^2 - 2\mu/g)$
 $b = g \cdot v_h (v_h^2 - 2\mu/g)^{-1/2}$ in neuen Tatsächlich-
 der Fall einer negativen Nennerdifferenz $2\mu/g - v_h^2$
 (dessen Möglichkeit in der allgemeinen Beziehung
 34 enthalten ist) bewirkt wird. Als Eigen-
 schaft folgt $e^2 = a^2 + b^2 = a^2 + 2ag + b^2 - 2ag$
 $= a^2 + 2ag + g^2 = (a + g)^2$, was im Falle der
 Hyperbel ebenfalls mit Gl 34 entspricht. Wäre
 a in e eingesetzt so wird $e = a + g = \frac{g \cdot v_h^2 - \mu}{v_h^2 - 2\mu/g}$
 oder die Bestimmungsgleichung der hyperbolischen
 Bahn zusammengefasst

$$a = \frac{v_h^2 - 2\mu/g}{g}, \quad b = \frac{g \cdot v_h}{\sqrt{v_h^2 - 2\mu/g}}, \quad \text{gl 45}$$

$$e = a + g = \frac{g \cdot v_h^2 - \mu}{\sqrt{v_h^2 - 2\mu/g}}$$

Diese Bahnkurvenstücke der Hyperbel hängen von
 dem jeweiligen Wert der Bahngeschwindigkeit v ab.
 und es kommt darauf an, diesen hyperbolischen
 Geschwindigkeitswert, durch welchen die gravitative
 Form der jeweiligen Hyperbel bestimmt ist, durch
 irgend einen gegebenen, für die betreffende
 Hyperbel charakteristischen Wert auszuzeichnen
 (im Falle der elliptischen Geschwindigkeit inter-
 valles war es das jeweilige Ellipsenaphel). Aus
 zweckmäßigen Gründen bezieht man die hyperbolische
 Geschwindigkeit $v < v_h < \infty$ auf die zu der
 jeweiligen Hyperbel gehörige Ordinatennullstelle
 $l = y(0)$. Aus der Hyperbelgleichung
 $y = \frac{b^2}{\sqrt{1 - e^2}} \cdot \frac{(x^2 + e^2 x^2) - x^2}{x^2}$ ergibt sich mit $x = 0$
 die Nullstelle zu $l = y(0) = b^2/a$, woraus mit

Die zur Erreichung einer bestimmten Nullstelle 85
 erforderliche hyperbolische Geschwindigkeit $v^2 = \frac{1}{9} p^2$
 folgt. Im Falle der Parabel fällt nach 43 die
 Nullstelle mit dem Parameter zusammen,
 es ist $l_p = p = 29$. Die Parabel ist also nicht
 nur ein Grenzfall der elliptischen sondern auch
 ein solcher der hyperbolischen Bewegung, denn es
 existiert der Grenzwert $\lim_{l \rightarrow 29} \frac{kl}{9l} = \frac{2p}{9} = \frac{1}{9} p^2$. Zu-
 mer wenn $l > 29$ ist, findet die Gravitationsbewe-
 gung auf einer Hyperbel statt. Die hyperbolischen Ge-
 schwindigkeiten $v_p < v_h < \infty$ werden nunmehr be-
 zogen auf die Ordinaten Nullstelle l durch

$$v_h = \frac{1}{9} \sqrt{kl}, \quad l > 29, \quad \lim_{l \rightarrow 29} v_h = v_p,$$

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \frac{1}{v} = 0, \quad \text{gl. 46}$$

beschrieben. Mit dieser Beziehung können die
forabestimmenden Konstanten jeder hyperboli-
schen Gravitationsbewegung durch die Orbitalen-
mittstelle ausgedrückt werden. In Gl 45 einge-
setzt wird $a = \mu \cdot (v_h^2 - \frac{\mu}{r})^{-1} = \varrho^2 \cdot (1 - 2\varrho)^{-1}$, wei-
ter $b^2 = \varrho^2 \cdot v_h^2 \cdot (v_h^2 - \frac{\mu}{r})^{-1} = 1 \cdot \varrho^2 \cdot (1 - 2\varrho)^{-1}$ und
 $e = a + \varrho = \frac{\varrho^2 + 1\varrho - 2\varrho^2}{1 - 2\varrho} = \frac{\varrho \cdot (1 - \varrho)}{1 - 2\varrho}$. Der Tangenten-
winkel der an die Mittstelle gezogenen Tangente in der
horizontalen Bezugsebene ergibt sich aus $y = y(x)$
der Hyperbel durch $\lg \vartheta = dy/dx = \frac{e \cdot (b^2 + x^2)}{a^2 + \sqrt{a^2 \cdot (b^2 + x^2)^2 - a^4}}$
mit $x = 0$ zu $\lg \vartheta_a = e/a = 1/\varrho - 1$. Zusammenge-
fasst lauten die forabestimmenden Konstanten
 $a = \frac{\varrho^2}{1 - 2\varrho}$, $b = \frac{\varrho \cdot \sqrt{1}}{\sqrt{1 - 2\varrho}}$, $e = \frac{\varrho \cdot (1 - \varrho)}{1 - 2\varrho}$, $\vartheta_a = \arctg(\frac{1}{\varrho} - 1)$. Gl 47
Im Fall einer Hyperbelbahn nimmt $\varrho > 2\varrho$ ist
muss auch $\lg \vartheta_a > 1$ also $\vartheta_a > \frac{\pi}{4}$ sein. Für die-
sen Tangentenwinkel müssen weiter die folgenden
Einkreiselationen gelten, bei $\lg \vartheta_a = 0$ und $\lg \vartheta = 1$
charakterisieren die für jedes Perihel ϱ einmaligen
Grenzwerte von Kreis und Parabel. Handelt es sich

86
 Da q zwischen beiden Grenzfällen $h > 0$ und der obere
 Grenzwert $h = 0$ ist, so ist wegen $q_1 = \frac{2h}{h-1}$
 Minimumstelle $q = \frac{2h}{h-1}$ so ist wegen $q_1 = \frac{2h}{h-1}$
 und $q > 0$ zunächst $1 < q_1 < 2$ und daher $0 < \frac{2h}{h-1} < 2$
 der hyperbolischen Bereich ist immer $h > 2$ mit
 daher $\lg v_a > 1$. Für die Grenze des hyperbolischen
 Intervalles $v_1 < v_h < \infty$ gilt Gl 46 entsprechend
 $\lim v_a = \arctan \infty = \frac{\pi}{2}$. Im Grenzfall der hyper-
 bolischen Bahn ist immer die zu q orthogo-
 nale gerade Linie, welche durch über alle Grenz-
 wachsende Perihelgeschwindigkeiten $v \rightarrow \infty$ an-
 quakert. Beim Durchlaufen der Geschwindig-
 keitsintervalle durchläuft auch v_a bestimmte
 die Gravitationsbewegung charakterisierende
 Intervalle. Es ist

$$v_h \leq v_c \leq v_a, \quad 0 \leq \lg v_a \leq 1,$$

$$v_p \leq v_h < \infty, \quad 1 \leq \lg v_a < \infty$$

 Die Konstanten der hyperbolischen Bewegung können
 unter Anwendung der Gleichungen 46 und 47
 auf 30a und 31 ermittelt werden. Als Bahn-
 geschwindigkeit v_h in der Nullstelle ergibt sich

$$v_h^2 = v_c^2 - \frac{2\mu}{r} + \frac{2\mu}{l} = \frac{\mu}{r^2} (1 - 2q) + \frac{2\mu}{l} = \frac{\mu}{r^2} (1 - 2q + \frac{2r}{l})$$

 Ihre Radialkomponente ist $\dot{r}^2 = v_h^2 - \frac{\mu}{r^2} = \frac{\mu}{r^2} (1 - 2q + \frac{2r}{l} - 1) = \frac{\mu}{r^2} (\frac{2r}{l} - 2q)$
 und der zirkuläre Anteil $\dot{\varphi} = \frac{q}{r} v_h = \frac{q}{r} \sqrt{\frac{\mu}{r^2} (1 - 2q + \frac{2r}{l})}$
 Die gesamte Proportionalität $\dot{\varphi}$ sowohl, als auch die
 zu ihrem Durchlauf erforderliche Zeit T_h auf einer
 Hyperbel sind durch $\int \frac{dr}{v_r}$ und $\int \frac{d\varphi}{\dot{\varphi}}$ gegeben. Beide

$$T_h \cdot q \cdot v_h = \int \frac{r^2}{\mu} \sqrt{\frac{1}{a} - \frac{2}{r}} \cdot \frac{dr}{\sqrt{1 - 2q + \frac{2r}{l}}}$$

$$T_h \cdot q \cdot v_h = \int \frac{r^2}{\mu} \cdot \frac{dr}{\sqrt{1 - 2q + \frac{2r}{l}}}$$

 Integrale müssen divergieren da die Hyperbel
 offene Kurven sind und das Konvergenzkriterium
 nicht erfüllt ist. Es ist daher $\lim_{r \rightarrow \infty} \int \frac{r^2}{\mu} \sqrt{\frac{1}{a} - \frac{2}{r}} \cdot \frac{dr}{\sqrt{1 - 2q + \frac{2r}{l}}} = \infty$
 Die gesamte Proportionalität $\dot{\varphi}$ und Laufzeit T_h können

Gl 47 a

also nicht angegeben werden. Die eine hyperbolische
 Gravitationsbewegung kennzeichnendes Konstante
 mit vorher durch

$$v_h = \pm \sqrt{\frac{\mu}{a} (2a + l)}, \quad \dot{\varphi}_h = \pm \sqrt{\frac{\mu}{a} (a + l)}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{\mu}{l}} \cdot \lg v_a, \quad \dot{\varphi}_h = \pm \frac{q}{r} \sqrt{\frac{\mu}{r^2}}, \quad q \rightarrow \infty, \quad T_h \rightarrow \infty$$

 gegeben.
 Die bei der Bewegung auftretenden zeitlich variablen Grö-
 ßen wie $r, \dot{r}, \dot{\varphi}, \dot{\varphi}_h$ und v können analog der
 Entwicklung von 30 b gewonnen werden und zwar
 können die Differentiellen elementar durch
 geführt werden, während die beiden Integrale
 $\dot{\varphi}$ und T nicht elementar sind. Nach 29 im
 30a wird mit 46 zunächst $v^2 = v_h^2 + 2\mu(\frac{1}{r} - \frac{1}{l})$

$$= \mu \cdot (\frac{1}{a} + \frac{2}{r}) = \frac{\mu}{ar} (2a + r)$$
 und der Radial-
 anteil $\dot{r}^2 = v^2 - \frac{\mu}{r^2} = \frac{\mu}{ar} (2a + r) - \frac{\mu}{r^2} =$

$$= \frac{\mu}{ar^2} ((a+r)^2 - a(a+l))$$
. Die zirkuläre Komponente
 der momentanen Bahngeschwindigkeit v wird wegen
 zu $\dot{\varphi} = \frac{q}{r^2} \sqrt{\frac{\mu}{r^2}}$. Zur Bestimmung des Weg-
 und Zeitintegrals $s(r)$ und $t(r)$ sind die An-
 nahme gemacht, dass bei Beginn der Bewegung
 im Abstand q die Zählung von Bogenlänge
 und Zeit ebenfalls beginnt, also $s(q) = t(q) = 0$
 ist. Nach 31 und 46 wird dann $s(r) \cdot \sqrt{\frac{\mu}{r^2}} =$

$$= \int_q^r \frac{r^2}{\mu} \sqrt{\frac{\mu}{ar} (2a + r)} \cdot \frac{dr}{r^2} = \int_q^r \frac{1}{\sqrt{a}} \sqrt{2a + r} \cdot \frac{dr}{r}$$

 Aus der Hyperbelgleichung in Polarkoordinaten

$$r = \frac{b^2}{a - e \cos \varphi}$$
 folgt $\varphi = \arccos \frac{1}{e} (a - \frac{b^2}{r})$. Man
 kann also schreiben $s(r) = \int_q^r \frac{1}{\sqrt{a}} \sqrt{2a + r} \cdot \frac{dr}{r}$

$$= \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{\arccos \frac{1}{e} (a - \frac{b^2}{r})}^{\varphi} \sqrt{2a + r} \cdot \frac{dr}{r}$$
. Das Integral der gl. dieser
 Proportionalität gehörigen Laufzeit $t(r)$ ist per
 Hell lösbar, nämlich $t(r) \cdot \sqrt{\frac{\mu}{r^2}} = \int_q^r \frac{r^2}{\mu} \cdot \frac{dr}{r^2} =$

$$= \frac{1}{\mu} \int_q^r \frac{dr}{r} = \frac{1}{\mu} \ln \frac{r}{q}$$
. Schließlich

$$T_h \cdot dr = \int_q^r \frac{r^2}{\mu} \sqrt{\frac{1}{a} - \frac{2}{r}} \cdot \frac{dr}{\sqrt{1 - 2q + \frac{2r}{l}}}$$

 kann auch mit dem Tangentenwinkel φ , der an
 einem beliebigen Bahnpunkt gemessen Tangente

88 mit der Horizontalen aus der Hyperbelgleichung
 $y = \sqrt{1/2 \cdot (b^2 + ex)^2 - x^2}$ bestimmt werden.
 $\frac{dy}{dx} = \frac{e \cdot (b^2 + ex)}{\sqrt{1/2 \cdot (b^2 + ex)^2 - x^2}} = \frac{e \cdot (b^2 + ex)}{a \cdot \sqrt{1/2 \cdot (b^2 + ex)^2 - x^2}}$
 $= \frac{e \cdot a \cdot r}{a^2 \cdot y} = \frac{e}{a} \cdot \sec \varphi$. Zusammengefaßt lautet

also die Zeitfunktionen
 $r = \pm \sqrt{1/2 \cdot a \cdot r \cdot (2a + r)}$, $\dot{r} = \pm \frac{1}{r} \sqrt{1/2 \cdot a \cdot r \cdot (2a + r)}$
 $\dot{\varphi} = \pm \frac{1}{r^2} \sqrt{1/2 \cdot a \cdot r \cdot (2a + r)}$, $\dot{\varphi} = \pm \frac{1}{r^2} \sqrt{1/2 \cdot a \cdot r \cdot (2a + r)}$
 $\pm (r) \cdot \sqrt{1/2 \cdot a \cdot r \cdot (2a + r)} = \pm \frac{1}{r^2} \sqrt{1/2 \cdot a \cdot r \cdot (2a + r)}$
 $+ 2 \int \frac{1}{r^2} \sqrt{1/2 \cdot a \cdot r \cdot (2a + r)} \cdot dr$, $\dot{\varphi} = \arctg \frac{e}{a} \sec \varphi$
 Gl 48 a.

Durch diese Beziehungen wird die Gravitationsbewe-
 gung auf einer vorgegebenen Hyperbel voll-
 ständig beschrieben und ergänzt können die
 Zusatzgeschwindigkeiten ermittelt werden
 welche die übrigen Kegelschnittlinien wenn
 der Geschwindigkeitszusatz im Perihel eintritt
 wird in vorgegebene Hyperbel überführt.
 Zum Übergang von der zirkulären elliptischen
 oder parabolischen Bahn in eine vorgegebene
 Hyperbel l müssen im Perihel φ die Zusatzge-
 schwindigkeiten $v_{zk}^2 = v^2 - v_h^2 = 1/2 \cdot (l - \varphi)$,
 $v_{zc}^2 = v_h^2 - v_v^2 = 1/2 \cdot (\frac{e}{\varphi} - \frac{2\varphi}{h + \varphi}) = 1/2 \cdot (l - \frac{2\varphi}{h + \varphi}) =$
 $= 1/2 \cdot (l - y_v)$ und $v_{zp}^2 = v_h^2 - v_p^2 = 1/2 \cdot (l - 2\varphi)$ ermittelt
 werden. Man erkennt hieraus, daß immer dann
 wenn eine Gravitationsbahn in eine Hyperbel
 mit vorgegebener Ordinatenmittstelle l überführt
 werden soll, ganz allgemein ein hyperboli-
 scher Geschwindigkeitszusatz

$v_{zh} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1/2 \cdot (l - y_v)}$
 im Perihel eintritt werden muß. y_a ist dabei die Ord-
 natenmittstelle derjenigen Bahnkurve aus welcher die
 Hyperbel mit der Mittstelle l entsteht soll. Gl 49
 ist allgemein gültig, und immer dann anwendbar wenn eine
 Bahn mit der Mittstelle y_a in eine solche mit $l > y_a$ übergeben soll.
 Gl 49

5.) Gravitationsbewegung bei gleichgerichteten Anfangsvektoren.

In dem vorausgegangenen wurde die Bewegung gravitieren-
 der Massen im allgemeinen Fall nicht gleichgerichte-
 ten Anfangsvektoren $-\pi < 4(\bar{\varphi}, \bar{v}_a) \neq 0 < +\pi$ beschrie-
 ben, welche stets auf die Orthogonalität der Anfangs-
 vektoren zurückgeführt werden kann. Ausgenom-
 men von dem Außersichgehen orthogonaler An-
 fangsvektoren sind die Winkel $\cos(\bar{\varphi}, \bar{v}_a) = \pm 1$
 bei denen es sich um eine gleichrichtige handelt.
 In diesem Fall der Gravitationsbewegung wird
 mit $(\bar{\varphi}, \bar{v}_a) = 0$ und damit $|\bar{\varphi} \times \bar{v}_a| = 0$ d.h. die
 gravitierende Masse erhält in einem Anfangsabstand
 $\bar{\varphi}$ vom Zentrum einen Antrieb $\bar{v}_a$ dessen Rich-
 tungslinie mit $\bar{\varphi}$ zusammenfällt. Eine zu $\bar{\varphi}$
 orthogonale Komponente existiert dabei nicht.
 Wendet man auf diese Voraussetzung die Gl 49 an
 die für alle Gravitationsbewegungen gültigen
 Gleichungen 29 und 31 an so erkennt man zu-
 nächst, daß $d\bar{\varphi}/dt = 0$ und $\dot{\bar{\varphi}} = 0$ verschwinden
 während $dr/d\varphi = \infty$ aber $d\bar{\varphi}/dr = 0$ ebenfalls
 verschwindet. Weil wegen $\dot{\bar{\varphi}} = 0$ die zirkuläre
 Komponente der Bahngeschwindigkeit fort-
 fällt wird weiter $v^2 = v_a^2 + 2\mu \cdot (1/r - 1/a)$ aber
 auch $\dot{r}^2 = v^2 + 2\mu \cdot (1/r - 1/a)$ oder $\dot{r} = 0$.
 Die erste Aussage über Gravitationsbewegung bei gleich-
 gerichteten Anfangsvektoren und fehlender zirkulärer
 Komponente ist allgemein.

$d\bar{\varphi}/dt = 0$, $\dot{\bar{\varphi}} = 0$, $dr/d\varphi = \infty$, $\dot{r} = 0$ Gl 50
 während die Bahngleichung aus der allgemei-
 nen Konstantengleichung 16 folgt $|\bar{\varphi} \times \bar{v}_a| \cdot (\bar{r} \cdot \bar{r} \times \bar{\varphi}) =$
 $= \frac{1}{2} \cdot \dot{r}^2 \cdot \bar{r} \cdot e^{i\varphi} \cdot d\varphi = 1 - \bar{r}_0 \cdot \frac{\mu}{r} \cdot (e^{i\varphi} - \alpha) = 0$ oder
 $\dot{r} = \ln \alpha$ und $\varphi = \sqrt{\ln(\alpha - \ln \alpha)} = \text{const}$, wo

90
 A eine Integrationskonstante ist. Die Bahngleichung selbst ergibt sich unter Berücksichtigung dieses Wertes aus der Parameterform $x = r \cdot \cos \varphi$
 $y = r \cdot \sin \varphi$ zu $y = x \cdot \lg \sqrt{\ln(x - \ln x)}$ wobei
 der Tangentenwinkel $\lg \varphi = dy/dx = \lg \sqrt{\ln(x - \ln x)}$
 $= a = \text{const.}$ ist also
 $y = ax$ $\lg \varphi = a$ $a = \lg \sqrt{\ln(x - \ln x)} = \text{const.}$

Die Bewegung kann daher nur auf einer Kuppelstrahlengeraden stattfinden und wird durch eine einzige Konstante gekennzeichnet. Es ist dies der Abstand $S > \varphi$ welcher durch die Anfangsgeschwindigkeit v_a im Abstand φ von der gravitierenden Masse erreicht wird. Da die geradlinige Bewegung im Abstand S verschwinden muß, kann die Zeit Erreichung eines bestimmten S -wertes erforderliche v_a also $r = 0$ und $r = S$, also aus $r = \sqrt{v_a^2 + \frac{2\mu}{S} (S - \varphi)}$ ermittelt werden. Es ist $v_a^2 = \frac{2\mu}{S} (S - \varphi)$ und man erkennt, daß bei einem über alle Grenzen wachsenden S der Limes $\lim v_a^2 = \frac{2\mu}{S} = v_p^2$ existiert. Wenn also $S \rightarrow \infty$ noch im Endlichen bleibt, gilt $v_a < v_p$ d. h. das Gravitationspotential wird nicht überwunden und die geradlinige Bewegung wiederholt sich periodisch in Form einer linear polarisierten Schwingung (auch die periodischen Umläufe auf geschlossenen Gravitationsbahnen können als Schwingungen aufgefaßt werden). Die Projektionen dagegen des Abstandes $S \rightarrow \infty$ so wird $v_a \geq v_p$ und die Bewegung verläuft nicht periodisch auf einer ins Unendliche führenden geraden Linie. Jede Gravitationsbewegung, die nach Art der Gl 51 abläuft, kann nämlich als Linear-

projektion der Gravitationsbahnen mit orthogonalen Anfangsvektoren auf eine Bezugssache der Bahnebene aufgefaßt werden. Die Substitution von $v^2 = \frac{2\mu}{S} (S - \varphi)$ in $r = v$ liefert einen Ausdruck für die momentane Bahngeschwindigkeit nämlich $\dot{r}^2 = \frac{2\mu}{S} (S - r)$, wo immer $S \geq r$ ist. Folgerung gilt für die geradlinige Bewegung
 $v_a = \pm \sqrt{\frac{2\mu}{S} (S - \varphi)}$ $\lim_{S \rightarrow \infty} v_a = v_p$
 $r = \pm \sqrt{\frac{2\mu}{S} (S - r)}$ $S \geq r$ Gl 51 a
 Der letzte hierin vorkommende Ausdruck für die momentane Bahngeschwindigkeit kann zur expliziten Untersuchung des Schwingungsvorganges benutzt werden. φ ist die von der Anfangsgeschwindigkeit v_a im Abstand φ abhängige Amplitude der Schwingung (Maximalausschlag), die Zeit T dagegen ist die Schwingungsperiode zwischen zwei Amplitudenextremen und die Phasenzeit t beschreibt einen bestimmten Zustand der Schwingung. Wenn die Schwingung durch einen Ausschlag v_a im Abstand φ eingeleitet worden ist, verläuft sie wegen der Gültigkeit des Energiesatzes 6 als konservatives System symmetrisch in bezug auf den Gravitationszentrum. Für Abstand 191 von diesem erreicht die Bahngeschwindigkeit immer $\pm v_a$ doch ist dieser Wert nicht mit der Geschwindigkeitsamplitude identisch. Dieses Maximum wird erst beim Durchlaufen des Zentrums erreicht. Zeit Bestimmung der Viertelperiode darf deshalb nicht von $r = \varphi$ sondern von $r = 0$ bis $r = S$ integriert werden. Aus $r = \pm \sqrt{\frac{2\mu}{S} (S - r)}$ folgt das Phasenintegral $\pm t(r) \sqrt{\frac{2\mu}{S}} = \int \frac{dr}{\sqrt{S - r}}$ wobei $t(0) = 0$ angenommen wird. Nach Einführung der Sub-

94 während m der im Abstand $\bar{a}$ befindliche
 Aufpunkt A ist. $\bar{a} = \overline{AB} = \text{const.}$
 soll dabei von A nach B weisen. Außerdem
 sind A und B an feste Ruhelagen gebunden
 was die Konstanz der geradlinigen Verbindung
 $\bar{a}$ und das Verschieben jeglicher Geschw.
 des Punktes A oder B zu Folge hat. Durch
 die Superposition der Gravitationsfelder des
 Quellpunktes und Aufpunktes kommt es
 nach den empirischen Ergebnissen zum Auf-
 treten einer Massekraft $\vec{K}$, welche mit
 der Richtungsline von $\bar{a}$ zusammen-
 fällt und $\bar{a}$ zu verkleinern sucht. Entweder
 wird diese Gravitationskraft durch $\vec{K}_1 = \text{grad } \varphi(r)$
 oder aber durch $\vec{K} = m \cdot \text{grad } (\mu_a/r) = m \text{ grad } (\frac{\mu_a}{r})$
 bezog. $\vec{K} = M \cdot \text{grad } (\mu_a/r) = M \text{ grad } (\frac{\mu_a}{r})$
 durch den Feldvektor $\vec{F} = \text{grad } \varphi_a(r)$ oder
 $\vec{F} = \text{grad } (\frac{\mu_a}{r})$ eines Quellfeldes vom
 Potentialniveau $\varphi_a(r) = \mu_a/r$ für den Quell-
 punkt bezog. $\varphi(r) = \mu_a/r$ und für den Auf-
 punkt der Quellenergiebeizkeisen $\mu_a = \gamma M$
 und $\mu_a = \gamma m$ beschrieben. Unter der Fest-
 legerung
 $B(0,0,0)$, $A(\frac{\mu_a}{\gamma}, 0, 0)$, $\bar{a} = \overline{AB} = \text{const.}$
 $\sigma = 0$
 eines im Aufpunkt des Bezugssystems be-
 findlichen Quellpunktes und eines im Kon-
 stanten Abstand befindlichen Aufpunktes,
 wobei beide Punkte an feste Ruhelagen ge-
 bunden sein sollen, nimmt die Quellen-
 hafte Beschreibung des Gravitationsfeldes
 die Form
 $\vec{K} = m \vec{F} = M \vec{F}_a$, $\vec{F} = \text{grad } \varphi(r)$, $\varphi(r) = \mu_a/r$,
 $\mu_a = \gamma m$
 Gleichung 53
 Gleichung 54
 Anmerkung auf S. 105

an, wobei $\vec{F} = \text{grad } \varphi(r)$ der allgemeine Feld-
 vektor des quellenhaft beschriebenen Gravitations-
 feldes ist und die Gravitationsbeschleunigung dar-
 stellt. Wesentlich für die Forderung des Vektorfeldes ist
 ständig durch seine Quellen und Wirbel, also durch
 seinen Feldvektor ^{Charakteristika} beschrieben. Im Falle des gravi-
 tativen Beschleunigungsfeldes lautet dieser

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} & \frac{\partial \varphi}{\partial y} & \frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \end{bmatrix}$$

 dessen Spur die Quellen ^{von $\vec{F}$} angibt, während seine
 Symmetrieeigenschaften Aussagen über die
 Wirbel des Vektorfeldes gestatten. Es ist
 die Krümmungsspur des Feldvektors gegeben durch

$$\text{sp } \vec{F} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \text{div } \vec{F} =$$

$$= \text{div grad } \varphi(r) = \gamma M \cdot \text{div grad } (\frac{1}{r}) =$$

$$= -\gamma M \cdot \text{div } (\frac{\vec{r}}{r^3})$$
. Hierin tritt aber

$$\text{div } (\frac{\vec{r}}{r^3}) = \nabla \cdot (\frac{\vec{r}}{r^3}) = \frac{1}{r^3} \cdot \nabla \cdot \vec{r} + \vec{r} \cdot \nabla (\frac{1}{r^3}) =$$

$$= \frac{1}{r^3} \cdot 3 + \vec{r} \cdot (-\frac{3}{r^4} \vec{r}) = \frac{3}{r^3} - \frac{3}{r^3} = 0$$

 was einsetzt $\text{sp } \vec{F} = \text{div } \vec{F} = \frac{\gamma M}{r^3} = \frac{\gamma M}{r^3}$
 liefert. Es ist daher $\text{div } \vec{F} \neq 0$, woraus
 folgt, dass Quellen vorliegen müssen;
 die Krümmungsspur des Feldvektors ist also von
 Null verschieden was aber bedeutet, dass
 $\vec{F}$ nicht antisymmetrisch sein kann.
 Wegen der vektoranalytischen Differential-
 operation $\text{rot grad} = 0$ muss, wegen
 $\vec{F} = \text{grad } \varphi$ die Beziehung $\text{rot } \vec{F} =$

$$= \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = 0$$
 gelten was mit
 erfüllt sein kann
 wenn die Identitäten $\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x}$, $\frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial y}$
 und $\frac{\partial F_z}{\partial x} = \frac{\partial F_x}{\partial z}$ bestehen.

96 Diese Resultate, die durch die Wirbelfreiheit des Gravitationsfeldes bedingt sind, be-
deuten aber, dass der Feldvektor des gravi-
tationsfeldes symmetrisch sein muss. Die
Natur des quellenhaft aufgefassten Gravi-
tationsfeldes, dessen Feldvektor durch Gl 54
gegeben ist, wird mittels vollständig

div $\vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(x_i \vec{F} \right) = 0$
 $\vec{F} = \left[\frac{\partial \vec{F}}{\partial x_i} \right] = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_x}{\partial x} & \frac{\partial F_x}{\partial y} & \frac{\partial F_x}{\partial z} \\ \frac{\partial F_y}{\partial x} & \frac{\partial F_y}{\partial y} & \frac{\partial F_y}{\partial z} \\ \frac{\partial F_z}{\partial x} & \frac{\partial F_z}{\partial y} & \frac{\partial F_z}{\partial z} \end{pmatrix}$
 $\text{sp } \vec{F} = \text{div } \vec{F} = 0$
 $\text{rot } \vec{F} = 0$

beschrieben. Die Gravitation ist daher
als wirbelfreies Quellenfeld aufzufassen.

2.) Die gravitative Kraftdichte als Tensorfeld
Unter Beibehaltung der durch
53 festgelegten Voraussetzungen gilt für
die auf den Quellpunkt bezogene Gravi-
tationskraft $\vec{K} = m \cdot \vec{g}$ und zwar ist hiermit
die wechselseitige Beeinflussung von Punk-
ten und Aufpunkten gegeben. Es handelt
sich dabei speziell um die Kraft mit
welcher Q auf A wirkt. Im umgekehr-
ten Fall einer Rückwirkung von A auf Q gilt
der gleiche Ausdruck $\vec{K} = M \cdot \vec{g}$. Ist $\Xi = \frac{d\vec{K}}{dV}$
die Dichte der Gravitationskraft mit welcher
 Q auf A wirkt oder umgekehrt, so gilt
als $\Xi = \frac{d\vec{K}}{dV} = \frac{dm}{dV} \cdot \vec{g} = \frac{1}{dV} \frac{dM}{dV} \vec{g}$
der Doppelpunkt $\cdot$ hat hier die folgende
Bedeutung. Während zwischen den Massen
die gravitative Feldvektoren ausgebrei-
tet sind, muss es zu einer Schichtung
der Kraftdichte in einem unendlichen Zylinder

kommen, dessen Höhe a als gradlinige Ver- 97
bindung der beiden Massen orthogonal zu den
beiden nichtorientierten unendlichen Ebenen
verläuft, von denen jede einer der Massenräume
enthalten. In den beiden jenseits dieses unend-
lichen Zylinders liegenden Halbräumen muss
es wegen zu einer gegenseitigen Verstärkung
der Kraftdichten kommen. Aus diesem Grunde
ist also jeweils zwei Kraftdichten zu unter-
scheiden und zwar bezieht sich die durch den
Index i gekennzeichnete Wert auf die
beiden Halbräume, während der Index j
die Kraftdichte in den von den beiden un-
endlichen Parallelflächen begrenzten Zy-
linder räumen gilliges Kennzeichnet. Jede
der unendlichen Ebenen ist also in bezug auf
sich wechselseitig bedingende Kraftdichte-
teilung symmetrisch. Im Folgenden werde Ξ_{ij}
auf Q bezogen, sodass die zu untersuchende
Kraftdichteverteilung auf der gravitativen Rück-
wirkung der Kontinuumsmasse m im Aufpunkt
 A beruht. Ist $a = dm/dV_a$ die Massendichte
in einem von irgendeiner Hiseinfläche des Auf-
punktes begrenzten Volumen V_a , so folgt
 $\Xi_{ij} = a \cdot \vec{g}$. Zur Bestimmung von a
wird $\vec{g} = \text{grad } \varphi$ mit $\varphi(r) = -\frac{K_0}{r} \cdot \frac{m}{r^2}$ ein-
geführt und durch $4\pi r^2 = 1/a$ dividiert.
Es gilt $4\pi r^2 \cdot \vec{K}_0 = \vec{F}$ die sphärische das Volu-
men V_a begrenzende räumliche Hiseinflä-
che des Aufpunktes. Aufpunktfeldes ist, wird
+ $m/\vec{F} = \frac{1}{\vec{F}} = a \cdot \vec{g}$. Man ist $m = +a \cdot \vec{F} \cdot \vec{g}$
also $dm = +\alpha_0 \cdot (\vec{F}_a \cdot d\vec{g}_a + \vec{g}_a \cdot d\vec{F}_a) = +\alpha_0 \cdot \vec{F}_a \cdot d\vec{g}_a$
weil $\vec{F}_a \cdot d\vec{g}_a = 0$ ist. Eine Integration über die

98 Niveaufläche liefert $m = + \alpha_0 \cdot \iint \bar{a} \cdot d\bar{F}_a =$
 $= + \alpha_0 \cdot \iint \text{div} \bar{a} \cdot d\bar{V}_a$ nach $\bar{F}_a$ dem Gauß-
 sehen $\bar{F}_a = \bar{a} \cdot \bar{e}_a$ = Erhaltungssatz oder nach räumli-
 cher Gebietsdifferenziation $\bar{a} = \frac{d\bar{a}}{da} =$
 $= + \alpha_0 \cdot \lim_{\bar{a} \rightarrow 0} \frac{1}{\bar{a}} \cdot \iint \text{div} \bar{a} \cdot d\bar{V}_a = + \alpha_0 \cdot \text{div} \bar{a}$
 was eingesetzt
 $\Xi_{ei} = + \alpha_0 \cdot \bar{a} \cdot \text{div} \bar{a}$ liefert. Nach der
 Äußerung der Quellfeldtheorie gilt aber
 $\text{div} \bar{a} = \text{div} \bar{a}$ solange $\bar{a} \leq \cos(\bar{a} \cdot \bar{a})$
 $-01 \leq \cos(\bar{a} \cdot \bar{a}) \leq 0$ gilt, also in dem Hohlraum
 die beiden singulären Parallelebenen aus-
 gegrenztes unendliches Zylindervolumen.
 In den Halbräumen $0 \leq \cos(\bar{a} \cdot \bar{a}) \leq 1$ in
 denen gilt der Zusammenhang $\text{div} \bar{a} =$
 $+ \text{div} \bar{a}$ man hat also $\Xi_{ei} = + \alpha_0 \cdot \bar{a} \cdot \text{div} \bar{a}$
 dagegen $\Xi_{ei} = - \alpha_0 \cdot \bar{a} \cdot \text{div} \bar{a}$ aber aber
 $\Xi_{ei} = \pm \alpha_0 \cdot \bar{a} \cdot \text{div} \bar{a}$ für den gesamten
 Raum. Die Vektorkomponenten der beiden
 Feldstärken sind durch $\bar{a} = \bar{x}_a + \bar{y}_a + \bar{z}_a$ und
 $\bar{a} = \bar{x}_a + \bar{y}_a + \bar{z}_a$ symbolisiert, wobei sich
 unter Verwendung der auf das Quellsystem-
 system $x y z$ bezogenen vektorelemente
 Differentialoperator $\nabla = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z}$
 für $\Xi_{ei} = \pm \alpha_0 \cdot \bar{a} \cdot \text{div} \bar{a}$ die Komponenten-
 zerlegung $\Xi_{ei} = \pm \alpha_0 \cdot (\bar{x}_a + \bar{y}_a + \bar{z}_a) \cdot (\frac{\partial \bar{x}_a}{\partial x} + \frac{\partial \bar{y}_a}{\partial y} + \frac{\partial \bar{z}_a}{\partial z})$ ergibt. Als skalare Kraftdichte
 Komponenten folgen daher unter Verwendung
 der Produktregel $\pm \alpha_0 \cdot \Xi_{ei} / \alpha_0 = \bar{x}_a \cdot (\frac{\partial \bar{x}_a}{\partial x} + \frac{\partial \bar{y}_a}{\partial y} + \frac{\partial \bar{z}_a}{\partial z}) +$
 $+ \frac{\partial \bar{x}_a}{\partial x} \cdot \bar{x}_a + \frac{\partial \bar{y}_a}{\partial y} \cdot \bar{y}_a + \frac{\partial \bar{z}_a}{\partial z} \cdot \bar{z}_a$ und analog
 $\pm \alpha_0 \cdot \Xi_{ei} / \alpha_0 = \bar{y}_a \cdot (\frac{\partial \bar{x}_a}{\partial x} + \frac{\partial \bar{y}_a}{\partial y} + \frac{\partial \bar{z}_a}{\partial z}) +$
 $+ \frac{\partial \bar{x}_a}{\partial x} \cdot \bar{y}_a + \frac{\partial \bar{y}_a}{\partial y} \cdot \bar{y}_a + \frac{\partial \bar{z}_a}{\partial z} \cdot \bar{z}_a$ bzw.
 $\pm \alpha_0 \cdot \Xi_{ei} / \alpha_0 = \bar{z}_a \cdot (\frac{\partial \bar{x}_a}{\partial x} + \frac{\partial \bar{y}_a}{\partial y} + \frac{\partial \bar{z}_a}{\partial z}) +$
 $+ \frac{\partial \bar{x}_a}{\partial x} \cdot \bar{z}_a + \frac{\partial \bar{y}_a}{\partial y} \cdot \bar{z}_a + \frac{\partial \bar{z}_a}{\partial z} \cdot \bar{z}_a$ für diesen

99 Komponenten Darstellungen sind aber die
 angedeuteten Punkte die skalaren
 Komponenten einer auf das Quellsystem
 $x y z$ bezogenen Vektordivergenz eines drei-
 dimensionalen Tensorfeldes $\bar{F}_{aa} = \begin{bmatrix} x_a x_a & x_a y_a & x_a z_a \\ y_a x_a & y_a y_a & y_a z_a \\ z_a x_a & z_a y_a & z_a z_a \end{bmatrix}$
 während die negativen
 Punkte die skalaren
 Komponenten eines skalaren Operator
 $(\bar{a} \cdot \text{grad} \bar{a})$ angewandt auf die Quell-
 punktfeldstärke $\bar{F}_a$ bedeuten, weil wege-
 der in 53a festgelegten Achsenparalleli-
 tät mit gleicher Orientierung der Quell-
 punktkoordinaten $x y z$ und der
 Koordinaten $x' y' z'$ die Einheitsvektoren
 beider Systeme identisch sein müssen.
 Hiermit nehmen also die skalare Kraft-
 Dichtekomponenten die Form $\pm \alpha_0 \cdot \Xi_{ei} + \alpha_0 =$
 $= \bar{i} \cdot \text{div} \bar{a} \cdot \bar{x}_a - (\bar{a} \cdot \text{grad} \bar{a}) \cdot \bar{x}_a + \bar{j} \cdot \Xi_{ei} / \alpha_0$
 $= \bar{j} \cdot \text{div} \bar{a} \cdot \bar{y}_a - (\bar{a} \cdot \text{grad} \bar{a}) \cdot \bar{y}_a$ und
 $\pm \bar{k} \cdot \Xi_{ei} / \alpha_0 = \bar{k} \cdot \text{div} \bar{a} \cdot \bar{z}_a - (\bar{a} \cdot \text{grad} \bar{a}) \cdot \bar{z}_a$
 an. Multiplikation mit der Einheitskompo-
 nentenvektoren und Addition der Vektorkom-
 ponenten liefert somit für die gravitative
 Kraftdichte die allgemein gültige Darstellung
 als Tensorfeld, nämlich
 $\Xi_{ei} = \pm \alpha_0 \cdot [\text{div} \bar{a} \cdot \bar{F}_{aa} - (\bar{a} \cdot \text{grad} \bar{a}) \cdot \bar{F}_a]$
 $\bar{F}_{aa} = \begin{bmatrix} x_a x_a & x_a y_a & x_a z_a \\ y_a x_a & y_a y_a & y_a z_a \\ z_a x_a & z_a y_a & z_a z_a \end{bmatrix} \quad \bar{F} = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$
 $+ 4\pi \gamma \cdot \alpha_0 = 1$
 Gleichung 56.
 Dieses allgemein gültige Kraftdichtesetz kann
 auf die verschiedenen Sonderfälle angewandt wer-
 den. Zur Vereinfachung, sehen im Folgenden

stets die gravitierenden Massen $m = M$ identisch, woraus auch die Identität der Binetenergiepotentiale $\mu_a = \mu_a$ folgt. Nach 53a und 54 muß dann aber auch $\bar{\Gamma}_a^2 = \bar{\Gamma}_a^2 = \bar{\Gamma}_{ei}^2 = x^2 + y^2 + z^2$ also für den skalaren Operator $(\bar{\Gamma}_a \cdot \text{grad}_a)$ $\bar{\Gamma}_a = (\bar{\Gamma}_{ei} \cdot \text{grad}_a)$ gelten wobei sich wieder der Doppelindex auf die beiden Halbräume außerhalb und des unendlich kleinen Zylinders bezieht, der beiden gravitierenden Massen $m = k$ bezieht, die skalaren Komponenten sind daher $(\bar{\Gamma}_{ei} \cdot \text{grad}_a) \cdot x = \frac{1}{2} \frac{\partial x^2}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial x}{\partial y} + z \cdot \frac{\partial x}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2 + z^2) = \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\Gamma}_{ei}^2 / 2)$ da sich aus der Symmetrie des Feldensors nach Gl 55 oder aus der Beziehung $\text{rot}_a \bar{\Gamma}_{ei} = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x & y & z \end{vmatrix} = 0$ die Identitäten $\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{\partial y}{\partial x}$ und $\frac{\partial x}{\partial z} = \frac{\partial z}{\partial x}$ ergeben. Aus dem gleichen Grund folgen für die beiden übrigen skalaren Komponenten $(\bar{\Gamma}_{ei} \cdot \text{grad}_a) y = \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\Gamma}_{ei}^2 / 2)$ und $(\bar{\Gamma}_{ei} \cdot \text{grad}_a) z = \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\Gamma}_{ei}^2 / 2)$. In vektorieller Form stellt sich wenn $\bar{\Gamma}_a$ der dreidimensionalen Einheitsvektor ist $(\bar{\Gamma}_{ei} \cdot \text{grad}_a) \bar{\Gamma}_{ei} = \frac{1}{2} \cdot (\bar{i} \frac{\partial \bar{\Gamma}_{ei}^2}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial \bar{\Gamma}_{ei}^2}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial \bar{\Gamma}_{ei}^2}{\partial z}) = \frac{1}{2} \text{div}_a \begin{pmatrix} \bar{\Gamma}_{ei}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Gamma}_{ei}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\Gamma}_{ei}^2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \text{div}_a \bar{\Gamma}_{ei}^2 \cdot \bar{\Gamma}_a$

Das Äquivalent im Gl 56 auftretende Tensorfeld nimmt mit $m = k$ die Gestalt an $\bar{\Gamma}_{aa} = \bar{\Gamma} = \begin{pmatrix} x^2 & xy & xz \\ yx & y^2 & yz \\ zx & zy & z^2 \end{pmatrix}$. Es gilt daher für $\bar{a} = 0$ und $m = M$ aus dem allgemeinen Gesetz $\text{div}_a \bar{\Gamma}_{aa} = (\bar{\Gamma}_a \cdot \text{grad}_a) \bar{\Gamma}_{aa} = \text{div}_a (\bar{\Gamma} - \bar{\Gamma}_{ei}^2 / 2 \cdot \bar{\Gamma}_a)$ was in Gl 56 eingesetzt $\bar{\Xi}_{ei} = \pm \alpha_0 \text{div}_a (\bar{\Gamma} - \bar{\Gamma}_{ei}^2 / 2 \cdot \bar{\Gamma}_a)$ setzt wenn zugleich ein Zusammenfallen der Massen in $\bar{a}$ mit $\bar{a} = 0$ angenommen wird.

erapbt. Die hierin auftretende Tensor differenz kann, wenn $\alpha_1 = \angle(\bar{x}, \bar{\Gamma}_{ei})$, $\alpha_2 = \angle(\bar{y}, \bar{\Gamma}_{ei})$ und $\alpha_3 = \angle(\bar{z}, \bar{\Gamma}_{ei})$ die Winkel von $\bar{\Gamma}_{ei}$ mit den Koordinatenachsen sind, umgeformt werden. Es ist $\bar{\Gamma} - \frac{\bar{\Gamma}_{ei}^2}{2} \cdot \bar{\Gamma}_a = \begin{pmatrix} (x^2 - \bar{\Gamma}_{ei}^2/2) & x \cdot y & x \cdot z \\ y \cdot x & (y^2 - \bar{\Gamma}_{ei}^2/2) & y \cdot z \\ z \cdot x & z \cdot y & (z^2 - \bar{\Gamma}_{ei}^2/2) \end{pmatrix} = \bar{\Gamma}_{ei}^2 \cdot \begin{pmatrix} (\cos^2 \alpha_1 - 1/2) & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_3 \\ \cos \alpha_2 \cos \alpha_1 & (\cos^2 \alpha_2 - 1/2) & \cos \alpha_2 \cos \alpha_3 \\ \cos \alpha_3 \cos \alpha_1 & \cos \alpha_3 \cos \alpha_2 & (\cos^2 \alpha_3 - 1/2) \end{pmatrix}$

Wenn wegen $\cos^2 \alpha - 1/2 = 1/2 (2 \cos^2 \alpha - 1) = 1/2 (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = 1/2 \cos(2\alpha)$ die Hauptkomponenten umgeformt werden, so daß $\bar{\Gamma} = \begin{pmatrix} 1/2 \cos(2\alpha_1) & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_3 \\ \cos \alpha_2 \cos \alpha_1 & 1/2 \cos(2\alpha_2) & \cos \alpha_2 \cos \alpha_3 \\ \cos \alpha_3 \cos \alpha_1 & \cos \alpha_3 \cos \alpha_2 & 1/2 \cos(2\alpha_3) \end{pmatrix}$

den Tensor der Richtungskosinus angibt. Für die Tensor differenz eingesetzt wird $\bar{\Xi}_{ei} = \pm \alpha_0 \text{div}_a \bar{\Gamma}_{ei}^2 \cdot \bar{\Gamma}_a$ zu einem Ergebnis welches von der Annahme $\bar{a} = 0$ völlig unabhängig ist und daher auch für beliebig abstände $|\bar{a}| > 0$ zwischen Quell- und Aufpunkt anwendbar bleibt. Für den Fall gleicher Erzeugnisse bleibt gravitationsquellen folgt also

$m = M$ $\alpha_k = \angle(\bar{x}_k, \bar{\Gamma}_{ei})$, $\bar{\Xi}_{ei} = \pm \alpha_0 \text{div}_a \bar{\Gamma}_{ei}^2 \cdot \bar{\Gamma}_a = \begin{pmatrix} 1/2 \cos(2\alpha_1) & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_3 \\ \cos \alpha_2 \cos \alpha_1 & 1/2 \cos(2\alpha_2) & \cos \alpha_2 \cos \alpha_3 \\ \cos \alpha_3 \cos \alpha_1 & \cos \alpha_3 \cos \alpha_2 & 1/2 \cos(2\alpha_3) \end{pmatrix}$ Gleichung 57

Diese Beziehung gibt an wie sich die Kraftfelder von zwei gravitierenden Massen wechselseitig beeinflussen und wie unter dieser Beeinflussung eine Kraftwirkung zustande kommt. Zur Kultur =

Richtung, in welcher Weise die Feldstruktur bei einer vertikalen gravitativen Wechselwirkung geändert wird, genügt es die gravitative Kraftdichte längs der x -Achse zu behandeln, denn in diesem Fall fällt der Feldvektor mit seiner x -Komponente zusammen während die y und z -Komponente verschwinden. Die Richtungsstruktur eines solchen xy -Kraftdichteverteilungs längs der x -Achse verwendbares Feldvektor müssen

Durch $\sin \alpha_1 = 0$ und $\alpha_2 = \alpha_3 = \pi/2$ gekennzeichnet sein, sodass in jedem Fall $\cos(2\alpha_1) = +1$ aber $\cos(2\alpha_2) = \cos(2\alpha_3) = -1$ und $\cos \alpha_2 = \cos \alpha_3 = 0$ wird. Damit nimmt der in 57 aufgeführte Richtungskosinus die Gestalt

$$\frac{1}{6} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 \end{bmatrix} = 1/2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ an.}$$

Für die Kraftdichteverteilung längs der x -Achse folgt damit $\Xi_{xi} = \pm \alpha_0/2 \cdot \text{div}_{(a)} r^2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Für die längs der x -Achse verlaufende Verbindung a gilt die Kraftdichteverteilung gilt der Index i mit dem negative Vorzeichen, während für die x -Achse in den beiden Halbräumen das positive Vorzeichen mit der Index e zu verwenden ist, sodass insgesamt für die Kraftdichteverteilung längs der x -Achse in den Halbräumen mit z zwischen den beiden sich gravitativ beeinflussenden identischen Massen die Darstellung

$$\Xi_e = \alpha_0/2 \cdot \text{div}_{(a)} r^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \sin \alpha_1 = 0 \\ \Xi_i = \alpha_0/2 \cdot \text{div}_{(a)} r^2 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha_2 = \alpha_3 = \pi/2$$

Gleichung 57a

gilt. Hieraus geht hervor, dass es bei der gravitativen Wechselwirkung in den beiden Halbräumen zu einer Erhöhung der Feldlinienendichte ^{von Ξ_{gesamt} zu Ξ_{gesamt}} kommt, was eine Folge der Feldsuperposition ist weil in diesen Halbräumen sich die Feldvektoren von Äquipotential und Äquipotential vektoralgebraisch addieren, während es zwischen den gravitierenden Massen zu einer vektoralgebraischen Subtraktion der Feldvektoren kommt, sodass auch die Kraftdichte hier vermindert wird. Nach der vereinfachten Darstellung in 57a verhält sich also das Feld der als Tensorfluß beschriebenen Kraftdichte wie ein dynamisches System, nämlich so, als ob ein als orthogonalkurven zu den Kraftdichtefeldlinien wirkender Einfluß die Feldlinienendichte in den unendlichen Zylinderrohren zwischen den gravitierenden Massen zu verengen und gleichzeitig die Feldlinienendichte der Kraftdichte in den beiden Halbräumen zu vergrößern sucht. Insgesamt muß also ein Gefälle der Kraftdichtefelder von den Halbräumen zum gemeinsamen Gravitationszentrum beider Massen entstehen, aus welchem die gravitative Wirkung der beschleunigenden Kraft beider Massen zum Gravitationszentrum resultiert. Die gesamte Kraftdichte Ξ welche auf eine Masse wirkt, muß sich also additiv aus der Kraftdichte Ξ_e in dem betreffenden Halbraum und Ξ_i zusammensetzen. Es gilt mithin für diese gesamte auf eine der gravitierenden Massen wirkende Kraftdichte im Fall gleichgroßer Massen

104 nach 57 die Beziehung $\vec{E} = \vec{E}_e + \vec{E}_i$,
 wobei $\vec{E}_e = \alpha_0 \cdot \text{div}_{(Q)} \frac{1}{r^2} \vec{r}$ und $\vec{E}_i =$
 $= -\alpha_0 \cdot \text{div}_{(Q)} \frac{1}{r^2} \vec{r}$ ist, also $\vec{E} = \vec{E}_e + \vec{E}_i =$
 $= \alpha_0 \cdot \text{div}_{(Q)} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r^2} \right) \vec{r}$. Hierin entstehen
 das Feldgefälle $\vec{r}^2 - \vec{r}_i^2$ durch die gravi-
 tative Rückwirkung des äusseren Feldes
 der gleichgrossen Kugelmass auf das
 Quellpunktfeld $\vec{r}$. Ist $\vec{r}$ diese gra-
 vitations Rückwirkung des Quell-
 punktfeld so gilt, dass stets $\angle(\vec{r}_Q, \vec{r}_R) \leq \frac{\pi}{2}$
 ist und diese Ungleichung im ganzen
 Halbraum des Quellpunktfeldes Gültigkeit
 hat und daher $\vec{r}^2 = (\vec{r}_Q + \vec{r}_R)^2 = \vec{r}_Q^2 + 2\vec{r}_Q \cdot \vec{r}_R +$
 $+ \vec{r}_R^2$, denn im Halbraum ist immer
 $(\vec{r}_Q, \vec{r}_R) \geq 0$. Im Zylinderabschnitt des
 Feldes zwischen den gravitierenden Massen
 gilt dagegen $\cos(\vec{r}_Q, \vec{r}_R) = \cos[\angle(\vec{r}_Q, \vec{r}_R) + \pi] =$
 $= -\cos(\vec{r}_Q, \vec{r}_R)$, also $\vec{r}^2 = (\vec{r}_Q + \vec{r}_R)^2 = \vec{r}_Q^2 - 2\vec{r}_Q \cdot \vec{r}_R +$
 $+ \vec{r}_R^2$. Werden die Quadrate in das Feldge-
 fälle eingesetzt, so folgt $\vec{r}^2 - \vec{r}_i^2 = (\vec{r}_Q + \vec{r}_R)^2 -$
 $- (\vec{r}_Q + \vec{r}_R)^2 = 4\vec{r}_Q \cdot \vec{r}_R$. Mit dieser Beziehung
 für das Feldgefälle ergibt sich für die ge-
 samte auf eine gravitierende Masse mit=
 Kugelkraftdichte $\vec{E} = 4\alpha_0 \cdot \text{div}_{(Q)} (\vec{r}_Q \cdot \vec{r}_R) \cdot \frac{1}{r^2}$

Gleichung 58

welche auch in der Form
 $\vec{E} = \alpha_0 \cdot \text{div}_{(Q)} (\vec{r}^2 - \vec{r}_i^2) \cdot \frac{1}{r^2}$

Gleichung 58a

dargestellt werden kann. Aus dieser letz-
 ten Darstellungsmethode geht hervor, dass
 mit einer Kraftdichte auf einer der Massen
 wirkt, wenn das Feld einer Kugelmass

ein Feldgefälle $\vec{r}^2 - \vec{r}_i^2 \neq 0$ in der Feldstruktur¹⁰⁵
 des Quellpunktes hervorruft, auf dessen Masse $\vec{E}$
 wirkt. Ist keine Kugelmass vorhanden, so
 wird auch in der Quellfeldstruktur keine
 Asymmetrie erzeugt, was $\vec{r}^2 - \vec{r}_i^2 = 0$ bezüg-
 $\vec{r}_R = 0$ und damit $\vec{E} = 0$ zur Folge hat. Eine
 gravitative Beschleunigungskraft kann also
 nur dann auftreten, wenn es gemäß 58
 58a zur Bildung eines Gefälles der gra-
 vitations Feldstärke kommt und zwar
 verläuft der Kraftvektor und damit die
 gravitationsbeschleunigung stets in Rich-
 tung eines maximalen Kraftdichtegefäl-
 les, was immer mit der Richtungslinie
 der geradlinigen Verbindung beider Massen
 zusammenfällt und auf das gemeinsa-
 me Gravitationszentrum weist.

Anmerkung zu Seite 94

wenn der Aufpunkt $A(x_0, y_0, z_0)$ ebenfalls
 der Mittelpunkt eines zum Quellpunktsystem
 (x, y, z) achsenparallelen gleichorientierten
 Aufpunktsystems (x', y', z') bildet, dessen
 x' -Achse mit der x -Achse zusammen=
 $\vec{r} = \vec{r}'$ zusammenfällt, sodass die Transformations-
 $x' = x - a, y' = y, z' = z, i = i', j = j',$
 $k = k'$. Gleichung 53a
 vom Quellpunktsystem in das Aufpunkt-
 system gelten

Anmerkung zu S. 54

wobei aber die Art der Verbindungslinie gleichgültig ist, denn
 wegen der Gradientenstruktur des Gravitationsfeldes ist die, durch das
 Linienintegral bestimmte Liniendifferenz zwischen zwei Punkten,
 vom Integrationsweg unabhängig.

3.) Die gravitative Feldasymmetrie als Ursache der Gravitationskraft.

Nach den Ergebnissen der Gl 58 und 58a kann eine Gravitationskraft mit Raum auf einem Massepunkt wirken, wenn es zu einem gravitativen Feldgefälle kommt. Es kommt nun darauf an, die Abweichung der Feldstärke mit einer auf den betreffenden Quellpunkt bezogenen gravitativen Kraftgröße vom ungestörten Feld zu untersuchen. Ausgangspunkt dieser Untersuchung bildet die Gl 58 in welcher die Vektorkomponenten unter Berücksichtigung der Tatsache, daß die Koordinatenachsen zum Feldstrahl jeweils proportional sind und der Raumweite proportionalitätsfaktor jeweils einer der in 6 enthaltenen Richtungskosinus ist, durchgeführt. Da also 6 Koordinaten unabhängig ist, gilt die Transformation $\text{div}(\vec{F} \cdot \vec{R}) \cdot \vec{G} = \vec{G} \cdot \text{grad}(\vec{F} \cdot \vec{R}) = \vec{G} \cdot (\vec{i} \frac{\partial}{\partial x} (\vec{F} \cdot \vec{R}) + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} (\vec{F} \cdot \vec{R}) + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} (\vec{F} \cdot \vec{R}))$, also mit $4\pi \gamma \alpha_0 = 1$ die Beziehung $\pi \gamma \vec{E} = \vec{i} \cdot [\frac{1}{2} \cos(2\alpha_1) \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\vec{F} \cdot \vec{R}) + \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \cdot \frac{\partial}{\partial y} (\vec{F} \cdot \vec{R}) + \cos \alpha_1 \cos \alpha_3 \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\vec{F} \cdot \vec{R})] + \vec{j} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\vec{F} \cdot \vec{R}) [\frac{1}{2} \cos(2\alpha_2) \frac{\partial}{\partial x} + \cos \alpha_2 \cos \alpha_1 \frac{\partial}{\partial y} + \cos \alpha_2 \cos \alpha_3 \frac{\partial}{\partial z}] + \vec{k} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\vec{F} \cdot \vec{R}) [\frac{1}{2} \cos(2\alpha_3) \frac{\partial}{\partial x} + \cos \alpha_3 \cos \alpha_1 \frac{\partial}{\partial y} + \cos \alpha_3 \cos \alpha_2 \frac{\partial}{\partial z}]$. Hierin ist $\frac{1}{2} \cos(2\alpha_1) = \cos^2 \alpha_1 - \frac{1}{2}$, $\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 = \frac{1}{2} (\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_2 - \cos^2 \alpha_3)$, $\cos \alpha_1 \cos \alpha_3 = \frac{1}{2} (\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_3 - \cos^2 \alpha_2)$, $\cos \alpha_2 \cos \alpha_3 = \frac{1}{2} (\cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_3 - \cos^2 \alpha_1)$. Also $\pi \gamma \vec{E} = \frac{1}{2} \vec{i} \cdot \vec{R}_0 \frac{\partial}{\partial x} (\vec{F} \cdot \vec{R}) + \frac{1}{2} \vec{j} \cdot \vec{R}_0 \frac{\partial}{\partial y} (\vec{F} \cdot \vec{R}) + \frac{1}{2} \vec{k} \cdot \vec{R}_0 \frac{\partial}{\partial z} (\vec{F} \cdot \vec{R})$. Analog folgt $\pi \gamma \vec{E} = \frac{1}{2} \vec{R}_0 \frac{\partial}{\partial x} (\vec{F} \cdot \vec{R}) + \frac{1}{2} \vec{R}_0 \frac{\partial}{\partial y} (\vec{F} \cdot \vec{R}) + \frac{1}{2} \vec{R}_0 \frac{\partial}{\partial z} (\vec{F} \cdot \vec{R})$. Also $\pi \gamma \vec{E} = \frac{1}{2} \vec{R}_0 \frac{\partial}{\partial x} (\vec{F} \cdot \vec{R}) + \frac{1}{2} \vec{R}_0 \frac{\partial}{\partial y} (\vec{F} \cdot \vec{R}) + \frac{1}{2} \vec{R}_0 \frac{\partial}{\partial z} (\vec{F} \cdot \vec{R})$. Man hat daher $\vec{E}^2 = \vec{E}_x^2 + \vec{E}_y^2 + \vec{E}_z^2 = \frac{1}{4\pi^2 \gamma^2} [\frac{\partial}{\partial x} (\vec{F} \cdot \vec{R})]^2 + \frac{\partial}{\partial y} (\vec{F} \cdot \vec{R})^2 + \frac{\partial}{\partial z} (\vec{F} \cdot \vec{R})^2]$ Gleichung 59.

was auch in der skalaren Form $4\pi \gamma \vec{E} = 10\gamma \cdot \frac{\partial}{\partial R} (\vec{F} \cdot \vec{R}) = \vec{F} \cdot \frac{\partial \vec{R}}{\partial R} + \vec{R} \cdot \frac{\partial \vec{F}}{\partial R}$ geschrieben werden kann. Hierin ist nach Gl 54 für die Feldstärken $\vec{F} = \text{grad}(\vec{G})$, $\vec{F}_0 = -\vec{R}_0 \cdot \gamma M/R^2$ und für die vom Quellpunkt feld ausgehende gravitative Rückwirkung auf das Quellpunktfeld $\vec{F} = \text{grad}(\vec{G})$, $\vec{F}_0 = -\vec{R}_0' \cdot \gamma M/R'^2$, wobei $R'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$ der Feldstrahl im $(x'y'z')$ -System ist. Nach 53a wird dieser in das (xyz) -System durch $R'^2 = (x-a)^2 + y^2 + z^2 = R^2 - 2ax + a^2 = R^2 + 2\bar{a}R + a^2 = (R + \bar{a})^2$ transformiert, wobei der Summand $2\bar{a}R$ je nach dem von beiden Vektoren eingeschlossenen Winkel positiv oder negativ zu werden ist. Eine setzen dieser Werte für die Feldstärken ergibt, da die Quellenkräfte als R -unabhängig vorausgesetzt sind, $\frac{\partial \vec{E}}{\partial R} = (\vec{R}_0 \cdot \vec{R}_0') \cdot [\frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial}{\partial R} (\frac{1}{R^2}) + \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial}{\partial R} (\frac{1}{R^2})] = -2 (\vec{R}_0 \cdot \vec{R}_0') \cdot [\frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial}{\partial R} (\frac{1}{R^2}) + \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial}{\partial R} (\frac{1}{R^2})]$. Nach 53a ist nun $R' = \sqrt{R^2 + 2\bar{a}R + a^2}$ also $\frac{\partial R'}{\partial R} = \frac{1}{R'} \cdot (R + \bar{a} \cdot \vec{R}_0)$ oder $-\frac{1}{3} \frac{\pi \gamma \vec{E}}{R^2} = (\vec{R}_0 \cdot \vec{R}_0') \cdot [\frac{R + \bar{a} \cdot \vec{R}_0}{R^2 \cdot R'^4} + \frac{1}{R^3 \cdot R'^2}] = \frac{\vec{R}_0 \cdot \vec{R}_0'}{R^3 R'^3} \cdot [R(R + \bar{a} \cdot \vec{R}_0) + R'^2]$. $b = \cos(\vec{R}, \vec{R}')$ den Kosinus des in einem beliebigen Raumpunkt von $\vec{R}$ und $\vec{R}'$ eingeschlossenen Winkels bedeutet. Aus diesem Grunde wird wenn $x/R = \cos \alpha$, $b = \cos(\vec{R}, \vec{R}') = \vec{R}_0 \cdot \vec{R}_0' = \frac{\vec{R} \cdot \vec{R}'}{R \cdot R'} = \frac{x \cdot x' + y \cdot y' + z \cdot z'}{R \cdot R'} = \frac{(x-a) \cdot x + y^2 + z^2}{R \cdot R'}$ weil $R'^2 = (x-a)^2 + y^2 + z^2$ in dieser Form durch die Quellpunktkoordinaten ausgedrückt werden kann. Es ergibt sich mithin für den Betrag der auf

108 den Quellpunkt wirkende Kraft =
Dichte

$$- \frac{1}{2} \frac{\gamma}{M^2} \frac{|\underline{\Xi}|}{r^4 \cdot r'^5} = \frac{\bar{r} \cdot \bar{r}'}{r^4 \cdot r'^5} (2r^2 + 3\bar{a} \cdot \bar{r} + a^2),$$

$$r' = \sqrt{r^2 + 2\bar{a} \cdot \bar{r} + a^2}, \quad \mu_a = \mu_a = \gamma \cdot M = \text{const.}$$

$$\bar{a} = \text{const.}$$

gleichung 59a
und zwar muß dieser Wert der Kraftdichte
welche auf die Quellpunktmasse wirkt
und die Gravitationsbeschleunigung diese
Quellpunktes zum Gravitationszentrum von
Quellpunkt und Aufpunkt verursacht
ihren Ursprung in dem durch 58 und 58a
beschriebenen Feldgefälle des den Auf-
punkt umgebenden Gravitationsfeldes
haben, denn außer der auf $\bar{a}$ ausge-
henden gravitativen Rückwirkung des Auf-
punktfeldes, durch welche nach 58 oder
58a bei der Superposition mit dem Quel-
punktfeld die nach 59 und 59a eine
kraftdichte liefernde Strukturänderung
des Quellpunktfeldes erzeugt wird, he-
ben keine weiteren Faktoren in den
Kraftdichtengesetzen auf. Solange das
Quellpunktfeld allein existiert, solange also
keinerlei gravitative Einflüsse anderer
Gravitationsfelder das Feld des betreffen-
den Quellpunktes beeinflussen und so
auch welche anderen äußeren Kräfte nicht
wirksam sind kann auf die Quellpunk-
masse auch keinerlei Beschleunigungs-
kraft wirken, sobald nach dem Trägheits-
gesetz ihr Bewegungszustand zeitlich
konstant ist. Sollte jedoch die in
sprünghaft beeinflusste Struktur des

109
Gravitationsfeldes der Quellpunktmasse
Auch das Gravitationsfeld einer im Abstand
 $|\bar{a}| > 0$ befindlichen Aufpunktmasse gestört
wird, kommt es zu einer Strukturänderung
des Quellpunktfeldes in Form eines Feldstör-
gefälles, wodurch eine auf den Quellpunkt
wirkende gravitative Beschleunigungskraft
dichte nach 59 und 59a hervorgerufen wird
welche eine Massenbeschleunigung (Gravita-
tionsbeschleunigung) der Quellpunktmasse
nach dem zwischen Quellpunkt und Aufpunkt
liegenden Gravitationszentrum verursacht.
Sollte wie im vorausgegangenen vorausgesetzt
beide Massen an feste Ruhelagen gebunden
sodass sie dem Zug der Gravitationsbe-
schleunigung zum gemeinsamen Zentrum
nicht folgen können, so bleibt der sie
trennende Abstand $\bar{a}$ und damit auch
die durch die Feldsuperposition beding-
te Strukturänderung zeitlich konstant
was aber nicht erfüllt ist wenn man
die in 53 gemachte Voraussetzung der
an feste Ruhelagen gebundenen Mas-
senpunkte fallen läßt, weil es dann zu
einer stetigen Änderung von $\bar{a}$ und
damit zu einer zeitlichen Variabili-
tät der Feldstruktur kommen muß.
Wesentlich ist somit zunächst die Feststel-
lung Bestimmung der Strukturänderung
eines Gravitationsfeldes welches durch ein
anderes beeinflusst wird und zwar soll die in
53 gemachte Voraussetzung der an feste Ruhe-
lagen gebundenen Massenpunkte aufrechter-
halten bleiben. Zu dieser Untersuchung

110 muß die als Tensorfeld beschriebene
gravitative Kraftdichte $\underline{\Xi}$ selbst als
ein auf den Quellpunkt ~~beziehendes~~ Feld auf-
gefaßt werden. Dessen Äquipotentialflä-
chen für $|\underline{a}| > 0$ im Inneren mit den Äqui-
potentialflächen des durch Reine gravi-
tative Rückwirkung einer Boulemas-
se bedingten Kraftdichtefeldes ausge-
streckt durch $|\underline{a}| = 0$ einen Aufschuß
über die gravitative Feldstrukturänder-
ung geben muß. In dieser Feldbeschreibung
der gravitativen Kraftdichte handelt es sich
keineswegs um die Dichte einer Mas-
senkraft, welche infolge der Gravita-
tionswirkung des Aufpunktes mit der
Trägheitsmasse des Quellpunktes beein-
flußt sondern um einen durch die Über-
lagerung der beiden Gravitations-
felder bedingten Feldzustand ^{der beiden Punkte} des Raumes
eine durch die beiden superponierenden
Gravitationsfelder ~~erzeugte~~ ^{erzeugte} Eigenschaft
beschreibt die jeweils einem $\underline{a}$ der be-
treffenden $\underline{a}$ vorhandenen Massepunkt $\underline{m}$
beeinflußt als ob eine Trägheits- oder
Massekraft auf ihn wirken würde.
Dieser durch den Tensorfeld $\underline{\Xi}$ beschriebene
Feldzustand des Raumes welcher durch
die Superposition des Quell- und Aufpunkt-
feldes bedingt wird und auf jeder dieser
Punkte wie eine Massekraftdichte wirkt
wird fortan als gravitative Raumstruktur
bezeichnet und zwar sei $\frac{1}{3} \pi \gamma \cdot \underline{\Xi} / m^2 = \underline{g}$
der Feldvektor dieses gravitativen Raum-
struktur mit den betreffenden gravitativen

Quellpunkte. Nach Gl 59a sind die Äquipoten-
 tentialflächen dieses Systems der Raum:
 durch $-1\bar{q} = -\frac{1}{3}\pi/y \text{ E/m}^2 = \frac{\bar{E} \cdot \bar{E}'}{2\pi\epsilon_0}$
 $+ 3\bar{a}\bar{r} + a^2 = \text{const.}$ vollständig bestimmt und
 zwar mit Hilfe der Betrag von $\bar{q}$ als eine für
 jedes Äquipotential konstante Schapara-
 meter der Flächenschar in Erscheinung.
 Mit $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ und $r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$
 unter Verwendung der Gl 53a folgt eine
 analytische Beschreibung der Äquipotential-
 flächenschar durch die Quellpunktkoordinaten
 x, y, z . Da $\bar{a} \cdot \bar{r} = -ax$ in jedem Fall
 sein muß, folgt $-q = \frac{(x-a) \cdot x + y^2 + z^2}{(x-a)^2 + y^2 + z^2}$
 $\cdot \frac{(2x-3a) \cdot x + 2(y^2+z^2) + a^2}{(x^2+y^2+z^2)^2 \cdot ((x-a)^2+y^2+z^2)^2}$
 $V(x-a)^2 + y^2 + z^2$ Hierin tritt aus dem Fall-
 fort $\frac{(2x-3a) \cdot x + 2(y^2+z^2) + a^2}{V(x-a)^2 + y^2 + z^2} = 2\sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2}$
 $+ a \cdot \frac{(x-a)}{V(x-a)^2 + y^2 + z^2}$ Aus diesem Grunde
 folgt $-q \cdot \frac{(x^2+y^2+z^2)^2 \cdot ((x-a)^2+y^2+z^2)^2}{(x-a) \cdot x + y^2 + z^2} = 2\sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2} +$
 $+ \frac{a \cdot (x-a)}{V(x-a)^2 + y^2 + z^2}$ oder nach Umstellung
 $-q \cdot (x^2+y^2+z^2)^2 \cdot \frac{((x-a)^2+y^2+z^2)^2}{V(x-a)^2 + y^2 + z^2} = 2[(x-a) \cdot x + y^2 +$
 $+ z^2] + a(x-a) \cdot \frac{(x-a) \cdot x + y^2 + z^2}{(x-a)^2 + y^2 + z^2}$ bzw.
 $-q \cdot (x^2+y^2+z^2)^2 \cdot \frac{((x-a)^2+y^2+z^2)^2}{V(x-a)^2 + y^2 + z^2} =$
 $= \{2[(x-a)^2 + y^2 + z^2] + a \cdot (x-a)\} \cdot [(x-a) \cdot x + y^2 + z^2]$
 und so als Flächenschar der Äquipotentiale
 $f(x, y, z, q) = [(x-a) \cdot x + y^2 + z^2] \cdot \{2[(x-a)^2 + y^2 + z^2] +$
 $+ a(x-a)\} + q(x^2+y^2+z^2)^2 \cdot \frac{((x-a)^2+y^2+z^2)^2}{V(x-a)^2 + y^2 + z^2} = 0$ mit dem Schapara-
 meter $q = \frac{1}{3}\pi/y \text{ E/m}^2$ und $a > 0$ existiert.
 Im Fall $a = 0$ geht diese Flächenschar in Äqui-
 potentiale über, die ebenfalls in der Ebene des Null-

stören strukturell ungestörten Gravitationsfeldes über weil die beiden sich gegenseitig beeinflussenden Massepunkte wegen $a = 0$ zusammenfallen. In diesem Fall des ungestörten Feldes $a = 0$ seien die Quellpunkt-Koordinaten $x = u$, $y = v$ und $z = w$ während $u^2 + v^2 + w^2 = S^2$ als Faktorstahl in Erscheinung tritt. Werden diese neuen Koordinaten mit $a = 0$ in die Flächengleichung der Äquipotentiale des Raumstrukturfeldes eingesetzt, so ist es als Äquipotentialflächenschar des Raumstrukturfeldes im ungestörten Gravitationsfeld $F(u, v, w, q_0) = (u^2 + v^2 + w^2)$.

$\cdot 2(u^2 + v^2 + w^2) + q_0 \cdot (u^2 + v^2 + w^2)^4 \cdot \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} = 0$ oder aber $2 + q_0 \cdot S^5 = 0$. Dies liefert mit $q = \text{const}$ die Beziehung $S^2 \cdot \sqrt{S} = i \cdot \sqrt{2/q} = \text{const}$, was aber die Bedingung einer imaginären Kugeloberfläche ist, welche der Beziehung

$u^2 + v^2 + w^2 = S^2 = \text{const}$ genügt. Man darf annehmen die Beziehung dieser Art von Äquipotentialflächen $S^2 \cdot \sqrt{S} = i \cdot \sqrt{2/q} = \text{const}$ Raum mit für $S = \text{const}$ erfüllt sein, was aber das analytische Charakteristikum einer sphärischen Mittelpunktsfläche ist. Im Falle des gravitat. unbeeinflussten Gravitationsfeldes $a = 0$ nehmen die Äquipotentialflächen die Form einer sphärischen imaginären Flächenschar

$$a = 0 \quad q = q_0 = \frac{1}{3} \pi \gamma \frac{E_0}{m^2}, \quad x = u \quad y = v \quad z = w \\ u^2 + v^2 + w^2 = S^2 \quad S^2 \cdot \sqrt{S} = i \cdot \sqrt{2/q} = \text{const} \\ S = \text{const}$$

an. Die Raumstruktur des ungestörten Gravitationsfeldes hat nunmehr sphärischen

Charakter. Kommt es nun zu einer gravitativen Beeinflussung dieses sphärischen Quellpunktfeldes der Gravitation durch das Feld eines im Abstand $a > 0$ befindlichen Aufpunktes, so werden die sphärischen Äquipotentiale und damit also die sphärische Raumstruktur in die Äquipotentialflächenschar einer nichtsphärischen Raumstruktur verzerrt. Und zwar gilt für die Schar dieser nichtsphärisch verzerrten Äquipotentialflächen die analytische Beziehung

$$a > 0 \quad f(x, y, z, q) = [(x-a)^2 + y^2 + z^2] \cdot \{2[(x-a)^2 + y^2 + z^2] + a(x-a)\} + q \cdot (x^2 + y^2 + z^2)^2 \cdot [(x-a)^2 + y^2 + z^2]^2 \cdot \sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2} = 0 \quad q = \frac{1}{3} \pi \gamma \frac{E_0}{m^2} = \text{const}$$

Gleichung 61

mit dem auf einer bestimmten Äquipotentialfläche jeweils konstanten Parameter q . Die Einwirkung des Aufpunktfeldes bedingt nunmehr eine Deformation der sphärischen Äquipotentiale also der sphärischen Raumstruktur der Gl 60 in die nichtsphärische Form der Gl 61; und zwar wird durch diese Verzerrung der gravitativen Raumstruktur der Zustand bedingt, welcher jedem Punkt des Raumes die Eigenschaft erteilt auf einen Massepunkt der sich in dem betreffenden Raumpunkte befindet, so zu wirken, als ob der Massepunkt eine Trägheitskraft erfährt welche auf das gemeinsame Gravitationszentrum von Quell- und Aufpunkt gerichtet ist. Es bleibt noch übrig eine Diskussion der Gl 61 gegenüber der Gl 60 zu führen und einen Operator zu finden, der 60 in 61 transformiert und umgekehrt.

4.) Die Feldgrenze im Fall der Identität von Quellpunkts = und Aufpunktssteigbarkeit

nach der Definition einer Feldgrenze aus der Gravitationsbeschreibung als Zentralkraftfeld handelt es sich hierbei um Bereiche in denen das Energieniveau $\Psi(r) = 0$ verschwindet. Im Fall von zwei im Abstand $a > 0$ umeinander gravitierenden Massen bei dem $0 \leq a < \infty$ endlich bleibt gilt für die Feldgrenze entweder die Limesrelation $\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi(r) = 0$ oder aber es handelt sich um einen Bereich der zwischen den gravitierenden Massen liegt und in welchem beide Felder entgegen gesetzte sind, so daß es zu einer Kompensation kommt (nach Gl 32a werden die Feldgrenzen zwischen den gravitierenden Massen bestimmt). Da die Gravitationsbeschreibung als Quellenfeld mit Eigenschaften als Zentralkraftfeld äquivalent ist und lediglich anstelle der Zentralfeldwirbelflächen die Äquipotentialien der Kraftdichten bzw. der als Schwerkraftparameter dieser Äquipotentialflächen in Erscheinung tretende Vektor der Raumstruktur $\vec{g}$ treten muß auch eine analoge Beschreibung der Feldgrenzen gelten, denn für $f(r) = \mu/r$ gilt $\lim_{r \rightarrow \infty} f(r) = 0$ also auch $\lim_{r \rightarrow \infty} |\vec{E}| = 0$ mit Gl 55 für die Divergenz $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r^2} \cdot \text{div}(\vec{a}) \vec{a} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r^2} \cdot \text{div}(\vec{a}) \vec{a} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r^2} \cdot \text{grad}(\vec{a}) \vec{a} = 0$ also auch $\lim_{r \rightarrow \infty} |\vec{g}| = 0$ weil die Kraftdichte wenn $0 \leq a < \infty$ noch endlich ist in höherer als erster Größenordnung mit $r \rightarrow \infty$ verschwindet.

nach Gl 59a gilt nämlich für das Verschwinden von $\vec{E}$ bzw. $\vec{g}$ die Limesrelation $\lim_{r \rightarrow \infty} |\vec{g}| = 0$ verschwindet dieser Ausdruck in früherer Größenordnung solange $0 \leq a < \infty$ endlich bleibt. Die Darstellung der Feldgrenze als Limes gilt also auch bei der Gravitationsbeschreibung als Quellfeld für ein System bestehend aus zwei im unendlichen Abstand gravitierenden Massenpunkten. Zwischen diesen beiden Punkten muß es aber auch einen Bereich geben in welchem die Orthogonalität der beiden Feldvektoren angedrückt durch $\vec{g}(\vec{r}, \vec{r}') = \pi/2$ oder $\vec{r} \cdot \vec{r}' = 0$ gilt. Hieraus geht hervor, daß es auf jedem Fall im Abzinsintervall $0 \leq \alpha \leq a$ der Quellpunktkoordinaten einen Bereich geben muß in welchem $\vec{E} = \vec{g} = 0$ verschwindet ohne daß die Feldstärken über alle Grenzen wachsen und dieser Bereich muß daher als die im endlichen liegende Feldgrenze zwischen den gravitierenden Massen ausgesprochen werden. Es gelten mithin für die Feldgrenze die mit der Zentralkrafttheorie äquivalenten Bedingungen $\lim_{r \rightarrow \infty} |\vec{g}| = 0$, $0 \leq a < \infty$; $\vec{E}(r) = \vec{g}(r) = 0$ Gleichung 62 von denen die erste die im unendlichen liegende Feldgrenze der Gravitationsfeldsuperposition des gravitierenden Systems und die zweite die im endlichen liegende Feldgrenze angibt die ebenfalls eine Folge der Feldsuperposition ist. Wird diese zweite Bedingung in die Äquipotentialflächengleichung eingesetzt so ergibt sich für die Feldgrenze die Flächengleichung

116 $[(x-a) \cdot x + y^2 + z^2] \cdot [(2x-3a) \cdot x + 2(y^2 + z^2)] = 0$
 Da nach Gl 62 für die Feldgrenze $q = 0$ sein muß,
 kann allgemeine Wirt nach 62 die Feldgrenze
 durch den Wert Null des auf die Quälerpunkte be-
 zogenen bezogenen Scharparameters der Äqui-
 potentialflächen definiert. Die aus 61 folgen-
 de Äquationsbedingung $[(x-a) \cdot x + y^2 + z^2] \cdot [(2x-3a) \cdot x + 2(y^2 + z^2) + a^2] = 0$ welche unter im
 Fall gleicher Tragfähigkeit von Quell = und Auf-
 punkt gilt ist immer dann erfüllt wenn
 einer der beiden Faktoren verschwindet.
 Entweder gilt dies also für die Orthogonalität
 $(x-a) \cdot x + y^2 + z^2 = \bar{r} \cdot \bar{r}' = 0$ oder aber
 für $(2x-3a) \cdot x + 2(y^2 + z^2) + a^2 = 0$. Für
 $y = z = 0$ folgt hieraus für den feldfreien
 Punkt auf der x -Achse $2x^2 - 3ax + a^2 = 0$
 von deren zweideutiger Quadratwurzel nur
 der negative Zweig verwendet werden kann,
 dessen Lösung $x = a/2$ liefert, was für den
 Fall $M = M'$ oder $m = M$ mit der Trag-
 misse Gl 32a der Zentralfeldberechnung
 übereinstimmt, während der positive
 Zweig für $m = M$ die Lösung $x = a$ lie-
 fern würde, was mit 32a nicht vereinbar
 ist, aber der Orthogonalitätsbedingung
 $(x-a) \cdot x + y^2 + z^2 = \bar{r} \cdot \bar{r}' = 0$ für $y = z = 0$
 entspricht. Hieraus folgt, daß im Fall der
 Feldgrenze $x = a$ die Orthogonalität $\bar{r} \cdot \bar{r}' = 0$
 mit einem bestimmten Raum wenn zugleich der
 zweite Faktor in der aus 61 folgenden Null-
 beziehung $2x^2 - 3ax + a^2 = 0$ verschwindet
 die Feldgrenze selbst schneidet also im Fall
 gleicher Quell = und Aufpunktertragfähig-
 keit die Quälerpunktabszisse im Abstand

$\alpha = + a/2$, was mit 32a übereinstimmt. Doch paßt dieses Ergebnis nichts auf die liche Verteilung der Feldgrenze aus. Zur Stimmung der analytischen Feldgrenzenglei- chung muß daher ein anderer Weg gewählt werden der nicht von der Äquipotentialfläche schart 61 ausgeht. Es tritt daher die Beding- ung 62 der im tubischen liegenden Feldgrenze $\bar{\epsilon} = 0$ in den Ausdruck 57 des Tensorflus- ses $\bar{\epsilon}_i = 0$ in den unendlichen Zylinder- volumen zwischen den gravitierenden Massen ein. In der Metfeldgrenze nach 32a muß jeder Fall zwischen den beiden Massenzentren liegen muß, so daß der positive Wert $\bar{\epsilon}_i$ nicht in Betracht ge- zogen werden braucht. Es folgt also $\bar{\epsilon}_i = 1 - \alpha \cdot \text{div} \cdot \Gamma_i^2 \cdot \bar{\epsilon} = 0$ oder als Be- dingung der Feldgrenze $\text{div} \cdot \Gamma_i^2 \cdot \bar{\epsilon} = 0$ was aber wegen der Differentialoperation der Vektordivergenz nur dann möglich ist wenn $\Gamma_i^2 \cdot \bar{\epsilon} = \bar{a} = \text{const}$ eine Kon- stante ist für welche auch $\bar{a} = x \cdot \bar{\epsilon}$ mit den Konstanten skalaren Faktor $x = \text{const}$ gesetzt werden kann. Mit der trigono- metrischen Transformation $\frac{1}{2} \cos^2(2\alpha) = \cos^2\alpha - \frac{1}{2}$ ergibt sich daher unter Verwendung des Tensors der Richtungskosinus $x \cdot \bar{\epsilon} = \Gamma_i^2 \cdot \bar{\epsilon} = \Gamma_i^2 \cdot \begin{bmatrix} \cos^2\alpha_1 & \cos\alpha_1 & \cos\alpha_2 & \cos\alpha_3 \\ \cos\alpha_2 & \cos\alpha_1 & \cos^2\alpha_2 & \cos\alpha_3 \\ \cos\alpha_3 & \cos\alpha_1 & \cos\alpha_2 & \cos^2\alpha_3 \end{bmatrix}$ - $\Gamma_i^2 \cdot \bar{\epsilon} = \bar{F} - \Gamma_i^2/2 \cdot \bar{\epsilon} = \text{konstant}$ der Tensor der Feldver- torgruppe - wenn $\bar{F} = \begin{bmatrix} x^2 & xy & xz \\ yx & y^2 & yz \\ zx & zy & z^2 \end{bmatrix}$ ist, was auch für neuen ist im Fall $m = M$ ist,

118 Im allgemeinen Fall $m \neq n$ in Gl 56
 zum Ausdruck gebracht ist. Als Bedingung
 die Feldgrenze wird mithin durch die
 Tensorgleichung $\frac{1}{2} \Gamma_i^2 \cdot \vec{e} = x \cdot \vec{e} = \text{const}$
 oder $\vec{F} - S \vec{e} = 0$ beschrieben, wenn
 $S_x = \Gamma_i^2/2 + x$ zur Kürzung gesetzt wird.
 Die Determinante dieses Tensors liefert
 die charakteristische Gleichung $|\vec{F} - S \vec{e}| = 0$
 des Feldkomponententensors $\vec{F}$, in welcher
 der Kürzungsfaktor $S = \Gamma_i^2/2 + x$ als Ei-
 genwert der charakteristischen Gleichung
 auftritt. Nach den mathematischen Ge-
 setzen der Matrizenalgebraformationen
 kann diese charakteristische Gleichung
 in das invariante Sakularpolynom der
 Eigenwerte entwickelt werden und zwar
 gilt da die Determinante der charak-
 teristischen Gleichung dreireihig sein
 muß, weil die zur Diskussion stehen-
 den Tensoren dreidimensional sind,
 $|\vec{F} - S \vec{e}| = (-1)^3 \cdot S^3 + \dots + (-S)^3 \cdot \chi_{ii}^3$
 $+ |\vec{F}| = 0$. Dieses Sakularpolynom ist
 wenn $\vec{F}$ regulär also $|\vec{F}| \neq 0$ ist eine
 kubische Gleichung der invariablen Eigen-
 werte nämlich $-S^3 \cdot (1 + (\chi^2 + \chi^2 + \chi^2) \cdot (S^2 - S)) + |\vec{F}| = 0$
 $(S - S^2) + |\vec{F}| = -S^3 \cdot (1 + \Gamma_i^2 (S^2 - S)) + |\vec{F}| = 0$
 Eine Entwicklung der Determinante des
 Tensors nach einer Reihe zeigt man aber
 $|\vec{F}|_3 = \begin{vmatrix} x^2 & xy & xz \\ yx & y^2 & yz \\ zx & zy & z^2 \end{vmatrix} \cdot b = 0$ d.h. $\vec{F}$ ist sin-
 gular, also $\text{Rg } \vec{F} < 3$. Wegen
 $|\vec{F}| = 0$ geht das Sakularpolynom der
 charakteristischen Gleichung in die
 quadratische Gleichung $1 + \Gamma_i^2 (S^2 - S) = 0$
 F. Anmerkung auf Seite 121

119
 oder $S^2 - S + 1/4 = \frac{\Gamma_i^2}{4} - 4$
 so müssen mithin zwei Lösungen also zwei
 Eigenwerte $S_1 = 1/2 + 1/2 \Gamma_i \cdot \sqrt{\Gamma_i^2 - 4}$ und $S_2 =$
 $1/2 - 1/2 \Gamma_i \cdot \sqrt{\Gamma_i^2 - 4}$ existieren
 oder $\Gamma_i^2/8 \cdot (1 - (S^2)) + 1 = 1/8 \cdot (\Gamma_i^2 - S \Gamma_i^2 + S^2)$
 $= 0$ also $S^2 - S \Gamma_i^2 + \Gamma_i^2 = 0$ über, für welche
 zwei Lösungen existieren müssen, nämlich
 $S_1 = \Gamma_i^2/2 + \Gamma_i^2/2 \cdot \sqrt{\Gamma_i^2 - 4}$ und $S_2 = \Gamma_i^2/2 - \Gamma_i^2/2 \cdot \sqrt{\Gamma_i^2 - 4}$
 bzw. zusammengefaßt $S = \Gamma_i^2/2 (1 \pm \sqrt{\Gamma_i^2 - 4})$
 mit $S_2 = \Gamma_i^2/2 + x$ eingeführt so ergeben
 sich für die Konstante die beiden Werte
 $x_{1,2} = \pm \Gamma_i^2/2 \cdot \sqrt{\Gamma_i^2 - 4}$. Es existieren mit-
 hin zwei Eigenwerte, deren zugehörige Eigen-
 vektoren als erzeugende Vektoren eines
 dreidimensionalen Eigenraums also einer
 Ebene aufspannen in welcher $\vec{E} = 0$
 ist, sodas durch diese Ebene im x, y, z -
 Raum der Quellpunktkoordinaten die
 im üblichen liegende Feldgrenze ent-
 stehen durch die Feldkompensation
 bei der Superposition beschrieben wird.
 Ist $\vec{F}$ der zu $\vec{E} = 0$ gehörige Trans-
 formierte Komponenten tensor so wird
 die Feldgrenze vollständig beschrieben
 durch $\vec{E} = 0$, $|\vec{F} - S \vec{e}| = 0$, $S - \Gamma_i^2/2 = x = \text{const}$
 $S_{1,2} = \Gamma_i^2/2 \pm x_{1,2} = \pm \Gamma_i^2/2 \cdot \sqrt{\Gamma_i^2 - 4}$
 Gleichung 63 a
 Die Eigenvektoren spannen demnach eine
 Ebene auf, doch muß diese der yz -Ebene
 der Quellpunktkoordinaten parallel
 sein, weil für die Abszisse, gemäß der
 Entwicklung aus 61 der Feldgrenze
 $x = a/2 = \text{const}$ gilt. In praktischer Ab-

120 Haupt der Punkte dieser Ebene vom Nullpunkt
 des xyz -Systems wird daher durch $\rho^2 = x^2 + y^2 + z^2$
 $= y^2 + z^2 + a^2/4$ beschrieben. Potapf diese Feld-
 grenzebene in analytischer Form mit
 dem in der Superpositionsbedingung Feldgrenze
 gültigen und mit den invarianten Eigen-
 werten der charakteristischen Gleichung auf
 die Diagonalform transformiertes Simen-
 tiuslöser Feldkomponententensors $\tilde{F}_0 =$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & S_2 \end{pmatrix}$$
 die Gestalt an $f(xyz)$.
 $\tilde{F}_0 \cdot \tilde{F}_0$, was wegen der Liagu-
 invarianz des, für die Feldgrenze
 $\varepsilon = 0$ sich aus der charak-

teristischen Gleichung ergebendes, Kompo-
 nententensor $\tilde{F}$ durch die beiden Lösungen
 des quadratischen Polynompolynoms die
 analytische Gleichung einer der yz -Ebene
 parallelen Ebene ist. Diese der yz -Ebene
 parallele Feldgrenzebene muß vom
 Abstand $x = a/2$ (im Fall gleicher Massen $m=1$)
 die x -Achse schneiden, was mit der Feld-
 grenzebedingung $\varepsilon' = q = 0$ aus der
 Äquipotentialfeldgleichung 61 folgt.
 Die Feld räumliche Verteilung der Super-
 positionsbedingten Feldgrenze zwischen
 den yz im Abstand a existierenden
 identischen Massen wird mittels des
 Gleichungssystems

$$f_0(xyz) = \tilde{F}_0 \cdot \tilde{F}_0 \quad \rho^2 = a^2/4 + y^2 + z^2$$

$$x = a/2, \quad \text{Rg } \tilde{F}_0 = 2, \quad \text{Sp } \tilde{F}_0 = S_1 + S_2 = \Gamma^2$$

$$\tilde{F}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & S_2 \end{pmatrix}$$

Gleichung 64

vollständig beschrieben, der selbst dieser Glei-

chunasystem den analytischen Ausdruck
 einer der konstanten Abstand a , der beiden iden-
 tischen, existierenden Massen, halbierenden
 Parallelebene zur yz -Koordinatenebene der
 Nullpunkt koordinaten.

Anmerkung zu Seite 118

121 Diese Tensorgleichung
 läuft jedenfalls auf ein Eigenwertproblem hin-
 aus. Da aber die invarianten Eigenwerte als
 Lösungen der charakteristischen Gleichung,
 also der Determinanten der der Nullstelle
 der bildenden Tensorgleichung, stets Simen-
 tiuslos sein müssen aber $\tilde{F}$ sowohl als
 auch der Nutzfaktor S die Dimensionen
 eines Beschleunigungsquadrates haben
 ist die Tensorgleichung beiderseits mit
 dem Quadrat einer reziproken Einheits-
 beschleunigung $b = 1 [\text{m} \cdot \text{sec}^{-2}]$ also mit
 $1/b^2$ zu multiplizieren; da $b^{-2} \cdot 0 = 0$ ist
 ergibt sich als dimensionslose Folge der
 Tensorgleichung $b^{-2} \cdot \tilde{F} = b^{-2} S_x \tilde{F}_0 =$
 $= 1 \cdot \tilde{F} - S_x \tilde{F}_0 = 0$ wenn $\tilde{F} = 1/b^2 \cdot \tilde{F}$ und
 $S_x = S_x/b^2$ als neue dimensionslose Größen
 eingeführt werden. Die dimensionslosen
 Größen werden also mit der Einheitsbe-
 schleunigung durch die Symbolisierung
 $b = 1 [\text{m} \cdot \text{sec}^{-2}]$, $\tilde{F} = 1/b^2 \tilde{F}$, $S_x = S_x/b^2$,
 $\Gamma_b^2 = (\Gamma_x/b)^2$, $x_b = x/b^2$

Gleichung 63

festgelegt. Eine Verwechslung mit dem in
 den Halbräumen gültigen Wert Γ^2 durch die
 Führung der dimensionslosen Werte Γ_b^2 ist nicht möglich, da
 sich Γ_b^2 nur auf die Superpositionsbedingte Feldgrenze bezieht
 und diese nur in $0 < x < a$ möglich sein kann.

Anmerkung zu 6.) Das endogene und exogene Feld
Routinierlichst Masseverteilungen § 93.

Es ist vorausgesetzt

Verteilung der Gravitation als Zentralkraft-
feld werden Massepunkte als Feldzentren
vorausgesetzt, deren Gravitationsbeschleunigung
um das gemeinsame Gravitationszentrum, um
dem allgemeinen Niveau g 2π des Gravi-
tationsfeldes bestimmt werden können. Da bei
diesen Bewegungen um das durch die Super-
position der Einzelfelder entstandene Gravi-
tationszentrum erfolgen bildet letzteres eine
ausgesprochenen Punkt ist in jedem Fall
als Mittelpunkt des Bezugssystems zugeordnet
gelegt werden kann. Tatsächlich ist das
Bild der gravitierenden Massepunkte
ein mathematisch idealisierter Grenz-
fall, denn die gravitierende Materie ist
nie auf mathematische Punkte zusam-
mengebracht sondern stets kontinuier-
lich über räumliche Bereiche verteilt.
Zur Bestimmung des Gravitationszentrums
einer solchen kontinuierlichen Masseverteilung
hat man in der g 8 die Anzahl n der Mas-
senpunkte über alle Grenzen anwachsen
und ihre Masse unter jede vorgegebene Schen-
ke punkte zu lassen, so daß die endlichen
Phasen $\sum_{v=1}^n m_v$ und $\sum_{v=1}^n m_v \bar{x}_v$, $\sum_{v=1}^n m_v \bar{y}_v$, $\sum_{v=1}^n m_v \bar{z}_v$
bzw. $\sum_{v=1}^n m_v [(\bar{x}_v - \bar{x})(\bar{y}_v - \bar{y}) + (\bar{z}_v - \bar{z})] = 0$,
wenn $\bar{x}$ die gradi-
ent Verbindung des als Bezugspunkt gewähl-
ten Feldzentrums $\bar{x}$ $\bar{y}$ $\bar{z}$ mit einem Punkt

(x , y , z) des Materiekontinuums bedankt 1237
in Grenzprozess $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{v=1}^n m_v \Delta \bar{r}_v = \int m \cdot d\bar{r} = 0$ in
in Integral übersehen. Es außerdem wenn a-
= dm/dV die im Volumen V herrschende Masse-
dichte ist, wird $m = \int_V a \cdot dV$ die in einem V -
biet V enthaltene Masse. Das Gravitations-
zentrum im Falle einer kontinuierlichen
Masseverteilung im Integrationsvolumen V
wird gemacht durch das integrale Schwerpunkt-
gesetz

$$\int_V a \cdot dV \cdot d\bar{r} = 0 \quad a = dm/dV,$$

$$\bar{r}^2 = (\bar{x} - \bar{x})^2 + (\bar{y} - \bar{y})^2 + (\bar{z} - \bar{z})^2$$

g $6/I$

beschrieben, das als Grenzfall der g 8 zu
werden ist. Nach dieser Definition der Mas-
senpunkte wird es ohne weiteres möglich die
Feldverteilung der Gravitation im Falle eines
von außen unabhängigen Materiekontinu-
ums, das nach endogene Gravitationsfeld
sowohl als auch das nach außen hin mit-
tende vom Materiekontinuum ausgehende
exogene Gravitationsfeld mit dem Energie-
niveau 2π zu untersuchen. Zunächst
wird das Koordinatensystem parallel ver-
schoben, so daß ein Mittelpunkt mit
dem nach g $6/I$ bestimmten Gravi-
tationszentrum des Kontinuums zusam-
menfällt. Es geht dann von diesem Be-
zugspunkt aus. Das Gesamtvolumen
des Kontinuums sei V_g . Im den Bezug-
punkt werde ein Volumen $V < V_g$ der Dichte
a ausgegrenzt, so daß eine Schale
von $V_g - V$ der Dichte a übrig bleibt.
Dieses variable Schalenvolumen wird
jedenfalls durch sein Gravitationsfeld auf

das innere, ebenfalls variable Feld zurück, so daß die Gravitationsverteilung im Inneren des Kontinuums in der Weise geschwächt wird, daß die endogene Feldstärke von der Oberfläche zum Gravitationszentrum stetig abnimmt. Zu 27 muß stets auf Letzteres bezogen werden, während m und M die zu V_a und V_e gehörenden nichtbeeinflussenden Massen sind. Die Gl. 27 nimmt also für ein Kontinuum die Form an

$$\nabla^2 \psi(r) = -4\pi G \rho(r) \quad \text{Gl. IV, 6/II}$$

die sowohl für das endogene als auch für das exogene Gravitationsfeld gilt. Im Falle des exogenen Feldes ist m ein von außen wirkendes Materiekontinuum, dessen Schwerpunkt vom Zentrum des Volumens V_e durch den Abstand r getrennt ist und mit diesem nur im gravitativen Zusammenhang steht. Im Falle des endogenen Niveaus ψ_e ist r durch den Radius r gekennzeichnet, da beim endogenen Feld der Fallstrahl mit dem Inneren des betreffenden Kontinuums definiert ist. Beim exogenen Feld ψ ist diese Unterscheidung nicht erforderlich. Aus der Beschreibung der Feldverteilung eines Kontinuums wird ersichtlich, daß die Trennfläche zwischen exogenem und endogenem Feld in bezug auf die Feldverteilung singulär ist. In beiden Fällen des Kontinuums, die endogene und auf das gemeinsame Gravitationszentrum des Kontinuums bezogen sind, müssen die

125
Niveauflächen des exogenen Feldes unabhängig von der Gestalt des Kontinuums sphärisch sein. Ist das Kontinuum nicht sphärisch begrenzt, so muß es zwischen den Punkten seiner Oberfläche mit kleinstem und größtem Abstand vom Zentrum zu einer Verzerrung der exogenen Niveauflächen kommen, welche einem Übergangzustand vom endogenen zum exogenen Zustand entspricht. In diesem Zustand thermodynamisch über eine prinzipielle Isotropie verfügt, als der Zustand einer völlig symmetrischen Materieverteilung im Kontinuum steht, daß seine Oberflächensphäre äquidistant vom Zentrum sind also die Kontinuumsfläche sphärisch ausgebildet ist und mit einer Niveaufläche des äquivalenten Massenpunktfeldes zusammenfällt, muß das Übergangsfeld vom endogenen zum exogenen Zustand eine deformierende Gravitationskraft auf die nichtsphärische Oberfläche des Kontinuums ausüben, welche stets versucht, die Isotropie des Feldes auf den maximalen Wert zu bringen. Der Übergang vom rein endogenen zum rein exogenen Gravitationsfeld ist der nichtsphärischen Begrenzung eines Materiekontinuums verträglich, wenn stets die nichtsphärische Oberfläche in eine sphärische gravitative Fläche zu deformieren. Auf diese Weise finden die ausgezeichneten sphärischen Gestalten aller Himmelskörper eine hinreichende Begründung. Interpretation. Größe der Masse ist deshalb erforderlich, weil

F. Anmerkung auf S. 127

Die gravitative Deformationskraft die Kon-
kussion der betreffenden Materie übersteigen
müß. Liegen zwei nun ein gemeinsames
Gravitationszentrum gravitierende Materie
Kontinua 1 und 2 vor so müß die
Gegentkraft des erzeugten Feldes von 2 wegen
der endlichen Ausdehnung eines jeden Kon-
tinuums die Punkte des Kontinuums 1
verschieden stark ausgreifen und umgekehrt
die gravitative Rückwirkung einer Konti-
nuum 2 auf 1 verschieden starke
Kraftwirkungen in Form eines Kraft-
gefalles auf das Kontinuum aus der
Resultante der bei der Gravitations-
bewegung auftretenden Zentrifugal-
Kräften entgegenzusetzen ist, so daß ein
gravitativer Zug das Kontinuum zu de-
formieren sucht. Neben dieser Zugspan-
nung kommt es noch zu Scherungsspan-
nungen weil die einzelnen Punkte
eines endlich ausgedehnten Kontinuums
sich im verschiedenen Abstand vom Gra-
vitationszentrum befinden und daher die
Bahngeschwindigkeiten der
Punkte gut Einklang der vom
Schwerpunkt des Kontinuums vorgeschrie-
benen Gravitationsbahn verschieden groß
sind. Die Resultierende aus allen die-
sen gravitativ bedingten Materialspan-
nungen welche das betreffende Materie-
Kontinuum plastisch oder plastisch zu
deformieren suchen treten als gravi-
tative Gezeitenkräfte in Erscheinung
und zwar können diese Gezeitenkräfte

periodisch auf das Kontinuum wirken
wenn dieses eine Eigenvibration besitzt.
(weitere Erörterung Potentialtheorie)

Anmerkung zu S. 51

wobei die Relation zeigt, wie im Fall eines
über alle Grenzen wachsenden Abstandes r der gra-
vitierenden Massen die Feldgrenze die Unend-
lichkeitsstelle erreicht. Je gravitierende Masse und
je System aus gravitierenden Massen müß dem-
nach eine im Unendlichen liegende Feldgrenze be-
sitzen, die immer als Grenzfall der im ersten
Teil von 32a beschriebenen im Endlichen ge-
gebenen Feldgrenze aufgefaßt werden kann.

Anmerkung zu S. 30.

Diese aus dem ^{Extremal} Hamilton'schen Prinzip gewonnene
Aussage über die zirkuläre statisch stabile Zen-
tralbewegung auf dem Meridian einer
durch $S = \text{const}$ gekennzeichneten Niveau-
fläche ist zugleich der für diese Niveaufläche
charakteristische energetische Zustand maxi-
maler Entropie da der Energieinhalt des
Zentralkraftfeldsystems bei der statisch
stabilen Zentralbewegung auf dem Meri-
an der betreffenden Niveaufläche das für
diese Niveaufläche mögliche Minimum er-
reicht.

Anmerkung zu S. 125

Daß die sphärische Oberfläche der Konti-
nuums, ausgezeichnet durch maximale Entropie und maxi-
male als isostatisches Gleichgewicht bezeichnet statisch sta-
biler Zustand erreicht worden ist.

Reihen der Zufallsverschiebung.
 1. Klasse: $\bar{M}$ umfasst die $z\bar{g}_{(i)}$ mit $1 \leq i \leq m$ in deren Feld A bei Parallelverschiebung geändert wird. — 2. Klasse: $\bar{M}$ $\bar{P}$ der $z\bar{g}_{(x)}$ mit $m+1 \leq x \leq p$, deren Feld A nur bei Rotationen um den Anfangspunkt als Radiusvektor ändert. — 3. Klasse: $\bar{Q}$ der $z\bar{g}_{(x)}$ mit $p+1 \leq x \leq \omega$ A nicht ändert, sondern ein Umlauf um Anfang zugleich mit Parallelverschiebung gekoppelt ist. Klasse 1 liefert Transistor $\delta A_i = [i_k]$, $A_i \delta x^k$ und $\delta A^i = -[i^k]_{(M)}$. $A^i \delta x^k$.
 Klasse 2: liefert Rotor $\delta A_i^{(i)} = \pm \begin{pmatrix} (i,i) \\ (i,e),k \end{pmatrix} A_i^{(e)}$ und zugleich δx^k .
 Klasse 3: Zirkulator $\delta A_i^{(i)} = \pm \begin{pmatrix} (i,i) \\ (i,e),k \end{pmatrix} A_i^{(e)} \delta x^k$.
 Gesamtverschiebung als Transmission $\{k^i\} = [k^i] + (k^e) + [k^e]$ oder Kovariant $\{i_k\} = [i_k] + (i_k) + [i_k]$ oder Kontravariant $\{i^k\} = [i^k] + (i^k) + [i^k]$.
 $z\bar{g}_{(v)}$ wird $\{k^i\} = (g_{(v)} \{i^k\}_{(v)}) \omega = (\{k^i\}_{(v)}) \omega$.
 Felderne der Transmission $\{k^i\} = (\delta_{\mu\nu} \{k^i\}_{(\mu\nu)}) \omega$ mit $1 \leq \nu \leq m$ Transistoren, $m+1 \leq \nu \leq p$ Rotoren und $p+1 \leq \nu \leq \omega$ Zirkulator.
 Außerdem existiert Binärfeld $\{k^i\} = ((1 - \delta_{\mu\nu}) \{k^i\}_{(\mu\nu)}) \omega$.
 Korrelative Transmission $\{k^i\} = \{k^e\} + \{k^i\}$. Für alle drei Verschiebungsarten zyklische Verschiebung:
 Transistoren $\bar{K}^{(M)}$ für Transistor $\bar{K}^{(P)}$ für Rotor und $\bar{K}^{(Q)}$ für Zirkulator möglich.
 Korrelative für Felderne $\bar{K}$ und Binärfeld $\bar{K}$ sowie korrelative Transmission $\bar{K}$.
 Felderne und ihre Adjunktionen bilden Krümmungsformen. Ihren Spektral Krümmungen sind.
 Krümmungsformen $\{k^i\} \times \{k^i\}_{(x)}$ sieht je nach angewandter Krümmung die im Transmissionsfeld.
 4) Analysis des Transmissionsfeldes

enthaltenden ^{struktur} Klassen von ^{struktur} Klassen, sodass eine oder zwei ^{struktur} Klassen von einer anderen Klasse der euklidischen Raum erzeugt der betreffenden Partialstruktur befreit werden.
 2) Operatoren im Transmissionsfeld
 auf $\delta A_i = A_i \{i^k\} \delta x^k$ bzw. $\delta A^i = -A^i \{i^k\} \delta x^k$ und $g_{(v)} \{i^k\}_{(v)} = \delta_{i^k}^k$ folgt, im Bivector $(\partial/\partial x^k \pm ()_{(i,e)} \{i^k\}_{(v)})$; $A(i) = T_{(i,k)}^k$; $A(i) = \{i^k\}^* = \{i^k\}$.
 Antisymmetrisierung $T_{(i,k)}^k$; $A_i = (T_{(i,k)}^k; A_i)^* = \{i^k\} - \{i^k\}^* = \{i^k\}$.
 Hermitesche Bedingung $\{i^k\}^* = \{i^k\}$.
 Also $\{k^i\} = \{k^e\} + \{k^i\}$.
 $\{k^i\}_{[1]} = \{k^e\} + \{k^i\}_{[2]} = \{k^e\}^*$, $\{k^e\}_{[3]} = \{k^e\} + \{k^i\}_{[4]} = A \{k^e\}$ und $\{k^e\}_{[5]} = \{k^e\}^*$.
 Wobei $T_{(i)}^k = \sum_{k=1}^5 T_{(i,k)}^k$ fünf Grundtypen von Korrelationsfeldoperatoren $T_{(i)}^{(a),(b)}$ mit $1 \leq i \leq 5$.
 Einfache nicht differentielle Typensignatur ε Wirkung ausgegeben durch zweifache Wirkung suffizient. Wirkung auf Tensoren 1. Grades. Erweiterung auf Tensoren beliebigen Grades und beliebiger Dimension. Korrelationsfeldoperatoren $T_{(i)}^{(a),(b)}$ mit differenzierter (Ko- und Kontravariante Wirkung) Multiplikationssignatur im Gegensatz zum Binärfeld der Grundtypen. Korrespondenz der Typensignatur α und β mit der Wirkungssuffizienz, Zusammenfassung aller Korrelationsfeldoperatoren δ differenzierter Multiplikationssignatur zur Wirkungsgruppe (Rechteckmatrix).
 Bestimmung der Elemente durch die Typensignatur der Operatoren. Entwicklung der Operatoren. Analoges auf Skalare wirkenden Operatoren. Analoges Ableitung für die Transmissionsformeln des Feldernes und Binärfeldes B. Zusammenhänge zwischen den Wirkungsgruppen der Felderne.

134 = $m+1$ $B_{i,k}$, also Wirbelfreiheit $\nabla \cdot \vec{B} = 0$
 = 1. Dies Grundoperationen. für $m=0$ wird
 die $\vec{B}$ $\vec{B} = \text{grad} \varphi$. Zum Gradienten
 der Feldvektor ist. Gradient Quellen =
 und Wirbelfrei.

4.3 Übergang zu einfacheren Funktionen
 die in II. 2 und 3 entwickelten
 18 Geometrien werden der Liebrrelation unter-
 worfen, so daß die Dekompositionen
 in jeder Kristallklasse nur eine Kristall-
 nicht euklidisch ist. Insgesamt entfalten
 so die sechs Rhombfeldgeometrien, während
 die sechs Korrelationsfelder mit den sechs
 Felderngeometrien identisch werden. d.h.
 bei dieser Dekomposition entstehen weitere
 sechs Geometrien. nämlich die asymmetri-
 schen Monoklinen von Transistor, Proton
 und Zirkulator und die zugehörigen
 kinematischen Formen.

I. Kapitel
 universelle disvariante Kristallkompositionen.
 Entwicklungsprozess III völlig analog, doch geht
 nicht von Kriterien der Kovarianz. Vielmehr be-
 trägt Zusammenhang $g_{ij} \cdot g^{jk} = \delta_{ik}$ $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

II. Kapitel
 dekomposition der invarianten Transmissionen
 durch die Liebrrelation.
 Entwicklungsprozess unter Berücksichtigung
 der allgemeinen Disvarianz völlig analog
 zu II mit Ausnahme von 5.) weil Disvarianz
 pseudoeuklidische und euklidische Analyse
 nicht möglich ist.

b.
Aperiodische Felder im euklidischen Bereich.

I. Kapitel
Allgemeine Asymmetrie
 1.) Feldfunktionen und Äquipotentiale Math. F. II. 32.
 allgemeine tensorielle Feldfunktionen. daraus Ent-
 wicklung des Äquipotentials durch Konstanz-
 setzen des allgemeinen Tensorfeldes. Komponenten-
 Konstanz und Niveauflächen als Hyperflächen.
 Felderregende Bereiche.
 2.) Feldoperationen des Feldtensor, die die
 der Felderregungen sind ihr Feld, Feldrotator
 und Wirbelfreiheit. Math. F. III, Phys. A I b.
 3.) Integrale des Feldes. Allgemeine Integrals-
 sätze der Feldoperationen (Graf, Green und
 Stokes), Verhalten des Gradienten, Zusammenhang-
 hänge mit der Tensorisogenie bei der Existenz

II. Kapitel Symmetriebedingungen.

- 1.) Feldsymmetrie zur erzeugenden Hyperfläche
Erweiterung der Untersuchung aus Phys. A I a
- 2.) Achsensymmetrie
Erweiterung wie in 1.)
- 3.) Punktsymmetrie.
Die Spiegelsymmetrie in ihren Bedingungen,
völliges Fehlen von Wirbeln, im Gegensatz zu
symmetrischen Wirbeln beim völligen Fehlen von
Quellen.

III. Kapitel

Wirbelfreie Quellenfelder

- 1.) Allgemeine Definitionen und Begriffsbildungen
aus Haas I S. 50, Becker I S. 10, 12, 11 Phys. A. I. b.
- 2.) Notwendige und hinreichende Existenzbedingung eines
Quellenfeldes Phys. A I b, Haas I. S. 51, Er-
weiterung auf Tensorquellen.
- 3.) Das endogene und exogene Feld eines Quasipunkts-
verteilung. Becker I S. 18, Haas I S. 54, Phys. A. I. b.
Erweiterung auf Tensorquellen.
- 4.) Quellpunktbereiche in Gebieten stetiger Quel-
lendichte. Phys. A I b, II 1 bis 3, Becker I A,
Haas I Kap. III.
- 5.) Entwicklung der Feldgleichung in Kugelfunktionen
Entwicklung des allgemeinen Feldoperators
 $\Delta_{\mu\nu}$, $\Delta_{\mu\nu}$ der Tensorgrad nicht ändert,
in Polarkoordinaten. Entwicklung der ver-
allgemeinerten Potentialgleichung in Kugel-
funktionen. Dipole, Quadrupole, Oktupole u. a.

ferner Doppelquellen und Doppelschichten als Fupper
flächen des Feldbereiches. Haas I S. 52 bis 55, Becker I S. 13/16
Phys. A. I. b.

IV. Kapitel

Quellenfreie Wirbelfelder mit Spiegelsymmetrie

- 1.) Das spiegelungsfreie Wirbelfeld
Wirbelstärke, Wirbeldichte, Wirbellinien u. a. o.
- 2.) Zusammenhang zwischen Quellen = und symmetrische
Wirbelfeldern
- 3.) Verteilung von Quellen und Wirbeln bei Kugel-
symmetrie.

V. Kapitel

Zentralfelder

- 1.) Definition und Feldgrößen Math. S. 7 End 9.
- 2.) Notwendige und hinreichende Existenzbedingung
Math. Theorie S. 12.
- 3.) Konsequenzen aus der Existenzbedingung.
Math. Theorie S. 23, Parameterabhängigkeit von μ .
- 4.) Zusammenhang zwischen Quellen = Wirbel = und
Zentralfeldern Haas I S. 55, Unterscheidung zwi-
schen Tensorgrad sowie das Verhalten in den allge-
meinen Integralsätzen

C.

Felder mit Parameterperiodizität

I

Das Feld als Parameterfunktion

- 1.) Theorie der Feldstörungen Math. F. I. 1
- 2.) Feldgrößen als Parameterfunktionen Phys. A I b, Allen.
- 3.) Der Tensorfluß durch eine relativ bewegte
Gebiets element Phys. A. I. b., v. Haas I Anfang.
Definition der Bewegung des Parameteränderung

4) Feldstörungen mit Parameterperiodizität als Schwingungs- und Wellenfelder. Contant I.
 Unterscheidung von Schwingung und Welle
 Definition der Begriffe Amplitude, Phase, Periode, Frequenz, Ausbreitungsgeschwindigkeit und Wellenlänge aus der Periodizität
 Unterscheidung von ~~Kapitel~~ Skalar- und Tensor-Schwingung bzw. Welle.

II Kapitel

Grundformen der Schwingungsfelder ^{mit harmonische Analyse}

- 1.) Harmonische Schwingungen Phys. A I. b.
- 2.) Darstellung in reeller und komplexer Form
- 3.) Superposition harmonischer Schwingungen Phys. A I. b.

Überbause räumliche und mehrdimensionale Superposition.

- 3.) Schwebungen, ^{Koordinaten} Parameterabhängigkeit von Amplitude, Frequenz u. s. w. als Parameterabhängigkeit definiert. Definition der Schwebung als periodische Parameterfunktion der Amplitude. Analoges für die übrigen Bestimmungsstücke der Schwingung skizziert in Contant I.

Schwingungsanalyse

- 4.) Trigonometrische Interpolation als Grundprinzip der Analyse Phys. A I. b.
- 5.) Das Konvergenzverhalten der Reihen Phys. A I. b.
- 6.) Die harmonische Schwingungsanalyse einer reestricten Aufgabe Phys. A I. b.

III Spektraldarstellung der Schwingungsfelder

- 1.) Spektralfunktionen als Integrale Phys. A I. b.
- 2.) Der komplexe Funktionaloperator einer Schwingung Phys. A I. b.
- 3.) Eigenschaften des komplexen Funktionaloperator Phys. A I. b.
- 4.) Koppelung von Schwingungserregern. Unterscheidung zwischen Felderregung und Feldanregung, Selbstanregung als Anregung, Koppelungseffekte schwingender Systeme.
- 5.) Eigenwertprobleme schwingender Systeme.

IV Modulationen der Schwingungsfelder

- 1.) Amplitudenmodulation Phys. A I. b.
- 2.) Dämpfung Phys. A I. b.
- 3.) Frequenz- und Phasenmodulation Phys. A I. b.
- 4.) Zusammenhang zwischen Amplituden- und Frequenz- oder Phasenmodulation Phys. A I. b.

V Wellenfelder als fortschreitende Schwingungszustände

- 1.) kugelsymmetrische Wellenfelder. Definition des Wellenfeldes, die Begriffe von Wellenzone, Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit; Zusammenhang zwischen Wellenzone und Äquipotential, allgemeine Differentialoperatorgleichung des Wellenfeldes mit kugelsymmetrischen Wellenzonen. Wellengleichung als Eigenwertproblem und seine Lösung. Wavnet Phys. A II. c. Überbause A I. b. Zusammenhang zwischen Wellengleichung und Fortpflanzungsgeschwindigkeit c sowie $c = \lambda \nu$ mit Wellenlänge und Frequenz.

2.) Symmetrie der Wellengleichungen
allgemeine Achsensymmetrie, Kugelsymmetrie u. s. w., Symmetrieformen resultieren aus den symmetrischen Bedingungen der Symmetrie und den daraus folgenden Transformationen des Wellenfeldoperators.

3.) Kugelsymmetrie
Transformation der Wellengleichung in Polarkoordinaten. Reihenentwicklung der Operatorgleichung in Kugelfunktionen. Dipol = Quadrupol = und Oktupolwellen u. s. w.

4.) Zusammenhang zwischen Schwingungen und Wellen.

Allgemeine Tensorwelle Haas I, Wellenstrahlung Approximation $S \rightarrow 0$ zum Fall ϵ lokal u. s. w., Reflexion Superposition fortschreitender Wellen zur stehenden Welle stehende Wellen als Schwingungsfelds Phys A I 6.

Naive Beschreibung des Geschehens.

a) Wirkungsfelder

1) Das Gravitationsfeld

I. Kapitel
Futuristische Beschreibung der Gravitation
Das Gravitationsfeld
1.) Futuristische Beschreibung, empirisch voranzustellen, zuerst nach R Th. I. 5, 36 u. 39

2.) Bedäktiver Formalismus des Gravitationsfeldes
Anwendung der Zentralfeldtheorie auf dupelbes Fall nach R Th. I. 44, 56, 59, 65, 89, 93
3.) Die Gravitationsfeldsymmetrie
R Th. 93, 96, 106, 114, die Ausführungen Horri-
gieren.

II. Kapitel

Relative Pseudofelder der Trägheit.

1.) Das mechanische Relativitätsprinzip
Relativbewegungen und Galilei-invarianz
Ph A I a IV, 1. Trägheitskräfte in Translations- und rotationsbewegten Bezugssystemen
Ph A I a IV 2. und 3. Galilei-invarianz berücksichtigen.

2.) Erzeugung gravitativer Felddichteasymmetrien
durch Trägheitskräfte. Äquivalenz von Trägheit und Gravitation Ph B II a I 1.
Die Gravitationsfeldsymmetrien äquivalenten Trägheitskraftgesetze beschreiben. Erzeugung der gravitativen Niveauflächen deformation durch Trägheitskräfte. Spezielle deformation bei translatorischer und rotationscher Beschreibung.

3.) Wechselwirkungen zwischen Trägheit und Gravitation
Trägheit und Gravitation als allgemeine pseudomotorische Wirkung. Hieraus allgemeine Wechselbeziehungen zwischen den beiden Kräften. Abformung der Wechselwirkung, Notwendigkeit der Gravitationsfeldsymmetrie bei kraftfreier Bewegung. Im Fall der Gravitationsbewegung dynamischer Gleichgewichtszustand. Futuristische Gravitationsfeldasymmetrie durch Trägheitskräfte liefern Lösungen (zuletzt

zustand) eines Zustandes (Bewegung nicht kräftefrei). Gravitationsbahn entsteht durch stetige Wechselwirkung von Gravitation und der rotatorisch induzierten Trägheitskräfte welche die räumliche Deformation des auf die gravitierende Masse wirkenden Feldes und damit die Gravitationsbahn bedingt. Das Feld der gravitierenden Masse ändert sich stetig und bleibt immer symmetrisch.

III Kapitel

Die Felder ruhender und stationär bewegter elektrischer Ladungen

1) Elektrostatik

Empirik, Ziehende elektrische Ladungen erzeugen Zentralkraft = oder Quellenfeld Ph. B I a I, Haas Bd I Vm, Becker I B. Anwendung der Quellenfeldtheorie Ph. B I a I c. III. Anwendung der Zentralkraftfeldtheorie.

2) Elektrostatische Feldenergie

Energieprinzip Ph. B I a III. Das elektrostatische Problem Ph. B I a, ponderomotorische Kräfte des elektrischen Feldes und Tensorfeld der Raumspannung Ph. B I a III. Hierdurch Zusammenhang zwischen allgemeiner Gravitation und elektrischem Feld.

3) Magnetfelder stationär bewegter Ladungen. Empirik, Ausmessung des Magnetfeldes zeigt Wirbelfeldcharakter Ph. B I b I. 1. Anwendung der Wirbelfeldtheorie Ph. B I b I. 2. Vektorpotential des magnetischen Kräfteflusses und quellenfreie magnetische Feldfunktion Ph. B I b.

4) Magnetische Feldenergie. Energieprinzip, magnetostatisches Problem

ponderomotorische Wirkungen des Magnetfeldes auf elektrische Ladungen. Magnetische Feldfunktion. Keilstrichischer Zusammenhang zwischen allgemeiner Gravitation und Magnetfeld Ph. B I b.

IV. Kapitel

Wellenfeldemission nicht stationär bewegter Ladungen

1) Die elektromagnetische Feldfunktion Empirik, Existenz elektrodynamischer Strahlungsfelder und elektromagnetischer Feldfunktionsvorgang. Wirbelfelder als Folge nichtstationärer Ladungsbewegung (zur Empirik). Der Funktionsbeziehung zwischen elektrischen und magnetischen Feldstrahlen. Funktionsgesetz in allgemeiner Form. Lösung im Vakuum als Eigenwertproblem und elektromagnetischer, alles Ph. B I b.

2) Feldgleichungen einer Ladungsverteilung. Funktionsgesetz im Falle einer Ladungsverteilung, Bewegung der Verteilung im elektromagnetischen Wellenfeld (Ph. B III a II 1) Feld bei gleichförmiger Bewegung der Ladungsdichte (Ph. B III a II 2) ferner Feld bei nicht stationärer Bewegung (Ph. B III a II 3), Feldrückwirkungskräfte auf die Bewegung der Ladungsdichte (Becker II S. 63/63).

3) Elektromagnetische Feldenergie Wellen im Vakuum und elektromagnetische Potentiale. Ponderomotorische Kräfte. Spannungstensor des Feldes. Energie- und Impulsprinzip. Wahlprinzip

4) Keilstrichischer energetischer Zusammenhang zwischen Elektromagnetismus und Gravitation. Die Tensorfelder der Gravitation und elektromagnetischen Raumspannung. Keilstrichischer Zusammenhang

144 Zusammenhang zwischen Gravitationsvektor und
gravitativer Feldstörung. Jede Quelle (Orts-
Zusammenhang zwischen Gravitation und Elektromagnetismus
Mat 1 bis 14). Daraus Konsequenz, spekula-
tive Möglichkeit des Mesofeldes eines Mi-
standes zwischen Elektromagnetismus und Gra-
vitation, der die Zusammenhang zwischen elektro-
magnetischem Feld und ponderomotorischer
Wirkung vermittelt. Ausbreitung der
hypothetischen Gravitationswellen abhängig
einer, durch das Mesofeld bedingten Funk-
tion gravitativer Feldstörungen (mit existen-
tem Mesofeld Realität). Zusammenhang
zwischen ponderomotorischer Wirkung, Gra-
vitation und Elektromagnetismus durch das
Mesofeld, Mesofeldtransformation elektro-
magnetischer Energie in gravitative Niveau-
flächen deformation und Funktion einer
ponderomotorischen Wirkung.

b.
Natur der Konfigurationsfeldelemente

I. Kapitel
Die diskontinuierliche Korpuskularstruktur.

- 1.) Thermische Wechselwirkung mit elektromagne-
tischen Wellenfeldern. Zustandsänderung thermischer
Natur als Empirik; Definition von Temperatur und
Wärme, nach Ph A II a I. Zur Empirik gehören
nicht nur Zustandsänderung hinsichtlich des
Volumens, auch Änderung hinsichtlich des
möglich einfachster Fall, verdünntes Gas; weiter
Empirik, in
- 2.) Idealisierte Zustandsgleichungen

nach Ph A II a II, Empirik, Unterschiedliche Kompressibi-
lität der Aggregatzustände läßt Schluß auf Diskontinuität
der Gaseigenschaften zu.

- 3.) Idealisierte Zustandsänderungen. Ph A II a III.
- 4.) Kinetische Theorie
Empirik, Brownische Bewegung und Temperaturabän-
derung. Deduktiva der Molekülartheorie; ferner Ph A II a II
Deduktiva der Empirik 2.

5.) Die realen Zustandsgleichungen.
Reale Gase und thermische Theorie der Aggregatzustände
Ph A II a II und Planck; empirische Aussagen
Kontinuität der Zustandsänderung ist Folge von Molekularkräften;
Zusammenfassung, Natur der Materie molekular;
thermische Zustände; Molekularbewegungen;
jede Materieart spezifische Molekularart; Unterschei-
dung der Moleküle nach bestimmter Form und Gewicht.
Verteilung von Zentren intermolekularer Kräfte
innerhalb eines Moleküls artbedingt. Schluß auf
differenzierte Molekularstruktur.

II. Kapitel

Elektromagnetische Wechselwirkung bei fehlender
Kontinuität Zustandsänderung

- 1.) Materie im elektromagnetischen Feld.
elektrischer Stromfluss, Polarisation, dielektrische
Verschiebung und Konduktivitätsstrom bei Isolator,
Stromfluss bei Leitern als Flußvorgang,
dielektrische Konstante, Permeabilität und Rel.
fähigkeit als elektrische Leitendkonstante Ph B I a I.
(Empirik)
- 2.) Elektromagnetische Funktion in Materie.
Induktionsgesetz hat Berücksichtigung der Materie-
konstanten, elektrische Wellen und Dispersion in
Materie, Zusammenhang mit thermischer Wechselwirkung.

Feldgleichungen des elektromagnetischen Feldes

1.) des elektromagnetischen Feldtensors; wenn elektrischer Vektorpotential mit Feld im Vakuum Ladungsinvarianz, antisymmetrischer Wellentensor des elektromagnetischen Feldes, ferner 4-dimensionale Kraftdichte des Feldes und symmetrischer Energietensor. Alles nach Ph. G. I. b. I. 1 bis 3.

2.) Erhaltung von Energie und Impuls. Divergenzfreiheit des Energietensors, im Fall der Kräftefreiheit als Komplexgleichung auffassen, Spaltung vornehmen, Energie- und Impulstransformationen durchführen Ph. G. I. b. I. 4 und 5.

3.) das Feld stationärer bewegter Ladungen. Ph. G. I. b. II. 1.

4.) die Strahlungsemission nicht stationärer bewegter Ladungen Ph. G. I. b. II. 2.

5.) das Ladungsfeld bei der Hyperbelbewegung Ph. G. I. b. II. 3.

IV. Kapitel

Raumzeitliche Gravitationsfeldbeschreibung

1.) die gravitative Kraftdichte Lorentzinvariante Beschreibung der Kraftdichte in Erweiterung der diesbezüglichen Untersuchungen des a.

2.) Konstanten eines gravitativen Feldtensors

3.) der Energietensor

Divergenzfreiheit Erhaltung von Energie und Impuls durch Spaltung der Komplexen Divergenzgleichung

V. Kapitel

Allgemeine Trägheit der Energie

1.) Energie und ponderomotorische Kraft. Ph. G. I. b. III. 3. Auch für den gravitativen Energietensor.

2.) Relativität der Masse auf der elektromagnetischen Ph. G. I. c. I. 1, kinistischer Zusammenhang zwischen

Energietensor von Gravitation u. Elektromagnetismus, Erweiterung von a) und Paradox Äquivalenzprinzip von Gravitation und Trägheit.

3.) Energie-materie-äquivalent. zunächst Longitudinal = und Transversalmasse Ph. G. I. c. I. 2 und 3, dann Ableitung des Äquivalenz und Energietensors Ph. G. I. c. I. 4.

4.) Zusammenfassung und Konsequenzen

Abstraktionen

a. Quantenhafte Diskontinuitäten

Synchrone maximale Belastbarkeit (17.4.54)

Einführung. ~~F. ¹ ~~Annahme~~ auf Seite 189~~
als Grundlage der Konstr.

4) Gründliche Phänomenologie des Kosmos =
schem. Bewegung nach §. 128. Ausstellung Galilei-
sche Lehrbuch der Mechanik jedoch die Geld der
für des Universums Verhältnisse, Kraft
Erhaltung = und Druckfelder räumliche
und strukturelle Veränderungen der Kraft
Erhaltungselemente

5.) Konfigurations- und Wirkungsfelder. Räume =
Lücke und strukturierte Zustandsänderungen im
Zeitablauf. Durchdringbarkeit und Un-
durchdringbarkeit als virtuelle & strukturalisierende
Schaffen der Konfigurationsfeldelemente. Wirkungsfelder als ^{Zustandsänderungen} Wechselwirkungen zwischen den Elementen.
Klassifikation der Konfigurationsfeldelemente

Raumzeitliche Wirkungsübermittlung durch das Wirkungsfeld als Aktion, Zustandsänderung als Folge dieser Aktion ist Reaktion. Klassifikation im Kausal- und aukausal reagierende Elemente. Kausalreaktionen prinzipiell aus der auslösenden Aktion zeitlich vorher bestimmbar. Akausalreaktionen dagegen unbestimmbar. Rationalität und Irrationalität, Existenz akausal reagierender Elemente definiert als Lebenswesen.

II. Kapitel

Autopoiesis - Planologie

1.) Zerlegung der Aufgabenstellungen der Konfigurationsfestlegung
+ Kinetik und Dynamik der Ortsänderungen.
Geschehen im Raum und Zeit. der Geschwindigkeit.

Begriff: Galiläusvariation. Inertialsysteme, ¹⁵¹Pr:
 schwingungsbegriff, Trägheit als Zustand als Brise-
 selles Charakteristikum der Konfigurationsfeldes =
 Masse. Greift der Materie, Kugel, Kugeln-
 mit Dynamik translatatorischer und rotati-
 oneller Bewegung. Erweiterung auf
 Punktsysteme.

(2) ~~Das pseudomonoclonale Antikörper der Spezies =~~
~~Latex, hat Kugelform~~

3.) Allgemeine physikalische Wirkungsprinzipien der Trägheit und Gravitation. Erweiterung des Gravitationsbegriffes.

8.) Körperliche Zustandsänderungen.
 1.) Thermische und optische Zustandsänderungen.
 2.) Thermische und optische Wirkungsfelder.
 Die beiderseitige beider Wirkungen Wechsel-
wirkung, empirische Korrelation bei Fall-
plangemässiger Indignitäten. Neutralität
beider Wirkungen mit persönliche Fotom
to erfassen, wissenschaftliche Ergebnisse

Die kationische als ~~molekulares~~ ^{III} ~~Reaktion~~ ^{III} ~~position~~.

3.) Die elektromagnetischen Wirkungsfelder
a) Das elektromagnetische Feld kühnender
Ladungen. Phänomen des elektrischen Feldes
und Definition der Ladung als Ursache =
Punkt der elektrischen Wirkung. Aus Empi-
rische Relativität der elektrischen Feld-
wirkung in Abhängigkeit vom Bezugssystem.
Relative Bewegungsmöglichkeiten bei Bezugssystemen.

Elektrostatik im früheren System
 1) Das magnetische Feld stationär bewegter Ladungen. Phänomene des permanenten Magnetismus. Magnetische Eigenschaften stationär bewegter Ladungen.
 2) Elektromagnetische Induktionsfelder nicht stationär bewegter Ladungen. Empirische Induktion ^{unumkehrbar, äquivalent, mit chemischen Wirkungen}

H.

4) Die elektromagnetische Natur der Materie
 1) Elektrische Elementarladungen.
 2) Atommarelektronenstruktur, Röntgenspektroskopie
 3) Empirie der Atomelektronenstruktur. Lichtemission als Induktionsvorgang. Spektroskopische Ergebnisse. Die Bohr'schen Postulate. Röntgenunterschiede der Begriffe Raum, Zeit, Welle und Korpuskel.

H.

5.) Revision der Begriffe Raum und Zeit. Elektromagnetisches Relativitätsprinzip. Erweiterung der Galilei- zur Lorentzgruppe. Spezielle Relativitätstheorie. Allgemeines Energieprinzip, ponderomotorische Kräfte und hypermaterieäquivalent, Äquivalenz ^{und Dualismus}

H.

6) Quantenphysik. Dualismus von Konfigurationen und Wirkungsfeld.
 1) Elementare Wirkungsquanten. Plancksche Postulate und relativistisch ausgedeuteter Dualismus. Transmutation, Quanten und Wellencharakter. Zellen des Phasenraumes. Quantenmechanik, Begriffe der Postulate und des Dualismus. Planck'sches Wirkungsprinzip.

7.) Revision der Korpuskulartheorie der Teilchenmechanik und Vertauschungrelationen.
 8.) Revision der Wellentheorie der Schwingungsrelationen und Quantisierungsschritte.
 9.) Synthese von Wellen und Teilchenmechanik.
 10.) Relativistische Quantenmechanik.

H.

11) Empirie der akausal reagierenden Strukturen.
 1) Akausalität im Bereich der Wirkungsquanten.
 2) Akausalreaktionen höherer Strukturen.
 3) Klassifikation der organischen, soziologischen und psychischen Eigenschaften.
 4) Der irrationale Primat. Dialektischer Existenznachweis. Notwendigkeit einer begründlichen Erweiterung der rationalen Methoden. Letztere Bedenken der Erweiterung

A

29.11.53

Leitprotokoll 29.11.53
 Synthesator 8.5.53
 Synthesator 53/54

Syntroponetik

Die syntroponetischen Elemente
 1) Aspektrelationen, Aspektivsystem und mehrdeutige Sprache
 2) Definition der Syntroponetik. Ein System, charakterisiert durch Eigenschaften. Alle Eigenschaften des Systems durch eine Basis von n Fundamentaleigenschaften oder Merkmalen gegeben. Gesamtheit der Merkmale: Leitprotokoll (Leitträger) $m = n$ Merkmale werden durch eine Darstellung m in n Merkmale verbunden. Alle Systemeigenschaften werden so erfasst und zu Syntroponetischen geordnet. In erster Reihe (m) Syntroponetische. Verbindungsverschrift eine Korrelation. Die Syntroponetik werden induziert als Korrelationsstufen

V. Quantenmechanik auf Seite 158

154 Syntaktische Korrelationsstufeninduktion oder
 Syntaktik. Korrelativvorschrift: Syn-
 kolator. Syntaktisch vollständig durch Ketten-
 phot und Syntaktik bestimmt. Äquivalenz-
 syntaktische und monoton steigende
 Syntaktik. Syntaktisch nicht auf partiale
 quantitative Begriffe gebunden. Rationale
 Quantitäts- und irrationale Quantitäts-
 Syntaktik. Möglichkeit gemischter
 Syntaktik.

3.) Notwendig und hinreichende Existenz-
 bedingung einer Syntaktik. Existenz-
 satz der Syntaktik Vollständigkeitskriterium
 des Kettenphot.

4.) Existenzbeweis. Existenzbeweis
 auf Syntaktik und Kettenphot reduziert.

5.) Komplexsyntaktik und Syntaktik-
 abschluss. Erweiterung der Syntaktik-
 gruppe durch Komplexsyntaktik (auf
 jedes Syntaktik wirkt ein anderer Syntaktik),
 disjunktive und konvergente Syntaktik-
 folgen. Konvergenzbedingung auf Syntaktikabschluss.

6.) Die primäre Syntaktik. Syntaktik als
 Parameterfunktion. Syntaktiklänge
 durch das Parameterintervall ausgedr-
 drückt. Syntaktikbereiche und -gebiete.
 Die geschlossene, offene und halboffene Syntaktik.
 $a \leq p \leq b$ $a < p < b$ $a \leq p < b$
 $a < p \leq b$ Endliche Syntaktik $\infty < p < \infty$
 Die halboffene Syntaktik als endliche oder un-
 endliche Radialsyntaktik. Die erweiterte pri-
 märe Syntaktik mit parametervariablen
 Komplexsyntaktik. Syntaktische Dis-
 jonktion und Konvergenz. Parameterintervalle
 homo- und heterogen als lin- und nichtlinear.

Elementare Syntaktische Verbindungen.
 (Korporation und Korporator) 10.9.54.

1.) Der Begriff der Syntaktischen Verbindung.
 Koppelungen und Kompositionen verstricken
 die Syntaktik in Syntaktik und Kettenphot.
 Koppelungen gliedern die Kettenphotketten. Syntak-
 tische und metaphotische Glieder. Kom-
 positionen operative Koppelungen, Komposi-
 tionen und Dekompositionen.

2.) Totalkompositionen.
 3.) Partielle Koppelungen und Kompositionen.
 Syntaktikkompositionen mit metaphoti-
 scher Koppelung. Kettenphotkompositionen mit
 simplistischer Koppelung. Partielle metap-
 hotische und simplistische Verbindungen.

3.) Totalkoppelungen.
 5.) Verbindungsarten. Konzentrische und
 eszentriale Verbindungen.

Bei einer metaphotisch-simplistischen Verbin-
 dung sind konzentrisch die Syntaktik-
 tische Kettenphot ausgedr- drückt. Erfolgt
 die Verbindung dagegen zwischen zwei ver-
 schiedenen Syntaktiken, so verläuft die
 Syntaktik von diesen Syntaktiken aus
 konzentrisch, da die beiden verbundenen
 Syntaktiken einen Pseudometaphot bilden.
 Pseudometaphote und pseudo-
 syntaktische Kettenphot als Kennzeichen eszentri-
 scher Verbindungen. Es eszentriale
 auf konzentrische Verbindungen reduziert.

6.) Verbindungsarten.
 Ein mathematisches Ketten analog
 verfahren.

III Euphausysyndritze.

1.) ~~Der Limes zur Euphausysyndritze.~~
~~aus der Verdrängungstheorie~~ werden dem
 Differential- und Totalbegriff analoge
 syndritische Operationen im Total-
 dominanzbereich definiert. Die ent-
 stehenden Operationen sind ebenfalls
 Syndritze, die sogeu. Euphausysyndri-
 zen. Differentialer oder integraler
 Natur, welche auch als Kopplungs-
 glieder in Euphausysyndritzen
 auftreten können.

2.) Klassifikation der Euphausysyndritzen.

Aus den Verdrängungsmöglichkeiten
 resultieren viele Formen von Euphausysyndri-
 zen, welche zu klassifizieren sind.

3.) Syndritotalitäten

Die geographischen Körper analoge
 aber übergründete Gesamtheiten der
 Syndritzen sind. Es gibt Totali-
 täten aus Quantitäts- und Qualitätsyndritzen.
 Die Syndritische = determinante, und der
 = Telesor. Syndritische Ringe.

4.) Syndritfeldmetrische Gebilde.

Syndriträume über belebigen To-
 talitäten, Syndritgebilde und Syndritre-
 felder durch Anwendung elementarer
 Verdrängungen mit Euphausysyndritzen
 in Syndriträumen über Totalitäten

IV Heteroplese

8.3.54

157

Telezentrik 23. u. 24. 3. 53

1.) Erweiterung der Syndritze zum Heteroplese.
 Syndritze als Metrophotikern und Eup-
 hausysyndritzen als Fokusatoren oder Komplex-
 syndritaten definieren bei Heteroplese als
 Heterosyndritze. Heteropletische und Syndritati-
 sche Richtungen, in metrophotischer Richtung der
 Heteroplese syndritatische Zonen. Hier in
 haben eine als Tektouik bezeichnete Rich-
 tung in metrophotischer Richtung. haben
 syndritatische Konvergenz und Divergenz
 innerhalb der tektouischen Zonen in
 Heteroplese auch tektouische Konvergenz
 und Divergenz der Zonen Gesamtheit der
 Heteroplese.

2.) Die metropletische Syndase.

Der Heteropleser als Parameterfunktion.
 Unterteilt in tektouische Parameterabhängigkeit,
 und separate Zonenabhängigkeit von ver-
 schiedenen Parametern. Separierung der
 Syndase wie bei der primären im primä-
 ren Fall. Für allgemeinen vieldenigen
 Abhängigkeit, was zu Syndasestates führt.
 Die Gesamtheit aller zu einem Heteroplese
 gehörigen Syndasestates ist das Syndase-
 paucorata. Ist. Klassifikation der
 Syndasepaucorata und Paucoratapaucorata
 3.) Televariante und Telezentren.

Tektou der Televariantenbegriff
 und Syndasezonen. Tektouik Televari-
 ante Syndasezonen. V. Telezentren als
 Grenzen der Syndasepaucorata.

- 5.5) ~~elementare heteroplasieverbindung, ein Analogon zu Synchrone~~
 6.) ~~Euphausiometroplesie; ebenfalls analog zu Euphausysynchrone~~

V. ~~festes~~
 Abstrakte heteroplesiegebiete über Synchrone = Totalitäten.

- 1) ~~das heteroplesiefeld als Erweiterung des Synchronebegriffes, der Parameter einer Synchrone als Sonderfall einer Synchrone~~
 2) ~~heteroplesiefelder über Qualitäten & Quantitäten~~
 3) ~~heteropletische Fortsetzungen~~
 4) ~~Übergänge von heteroplesiefeldern von Synchronequantitäten in Qualitäten der Heteropletik. Ist durch Übergangsmetroplesie mit Partialstrukturen~~

VI
 Rationale Grenzfälle der Synchrone

- 1) ~~Quantitäten als Sonderfälle der Qualitäten~~
 2) ~~die Synchrone als primitives heteroplesie~~
 3) ~~Übergang von der Quantitätssynchrone zu der rational analytischen Gleichheiten~~
 4) ~~die zwei Sonderfälle als Strukturtheorien. nach Seite 129~~

Zu Seite 153 V Klassifikation nach dem Grad der Reaktions- und Aktionsfähigkeit der Felder

1. siehe Seite 159

V zu Seite 157

159
 der Disvariantenbegriff als so variante Konstrukt der metropletischen Synchrone. der Ektinotisationsprozess Disvarianten Synchrone-bereiche und Disvariantenverläufe der Ektinotik (17.4.54)

4.) Die telezentrische Polarisation von Synchronepanoramen. Die Telezentren als Panoramenpaare. Haupt- und Neben-Telezentren. Polarisation des Panoramas durch die Haupttelezentren. Haupt-Synchronepanoramen ohne telezentrische Polarisation in Affine und ihre projektive Polarisation wegen der inneren optischen Telezentren.

1 zu Seite 158 2) Traugendenzfelder höherer Stufe nach der Definition einer Synchrone als Sonderfall des zu Maximum zu infinierten allgemeinen heteroplesiefeldes die höchsten Reiz allgemeinster metropletischer Traugendenzfelder über Synchronepanoramen beliebigster Traugendenzstufen Panoramen selbst hat Traugendenzstufen höherer Leistungsbildung höherer Traugendenzfelder an die telezentrische Polarisation des Traugendenzfeldes der Stufe hüll gebunden

B

Synchronistische Kettenentheorie

I

Elementare Mesofeldtheorie

1.) Induktive Beschreibung des Mesofeldes.
 Grundgleichungen der elektromagnetischen
 Induktion sowie der Gravitation zusammen-
 stellen. $E = mc^2$ sowie $p = h$ für
 beide Formeln der Wechselwirkung gültig.
 Aufspaltung der quantendynamischen Grundgleichung
 zeigen, daß das empirische Gleichungssystem
 (klassisches Induktions- und Gravitationsgesetz)
 vollständig ist. Hieraus Notwendigkeit
 des Mesofeldes und klassische Gravitations-
 Dynamik ableiten.

2.) Die makroskopischen Partialstruktur.
 Aus Feldgesetzen und Invarianzforderun-
 gen metrische Strukturen ableiten, welche den
 quantendynamisch erzwungenen empirischen
 Gleichungssystemen in vierdimensionalen
 auspassen sind. Vor. Ladung und Masse unter-
 suchen. Relativität der magnetischen und
 Mesofeld-Struktur.

3.) Mikroskopische Strukturkorrekturen.
 Vergleich der makroskopischen Struktur-
 gleichungen im Grenzfalle mit
 der Quantendynamik. Part. Ausdrückung von
 Korrekturen, welche der Existenz von Quanten-
 stufen physikalisch realer Größen Rech-
 nung tragen.

4.) Die elementaren Mesofeldgleichungen
 = Situation der phänomenologischen
 auf 6

Größen durch Erhöhung +

4.) Die elementaren Mesofeldgleichungen.
 Umformung des korrigierten Gleichungssystems
 und Reduktion der Gleichungszahl
 auf das Minimum. Die so entstehenden Glei-
 chungen im sechsdimensionalen affinen
 Raum sind die wegen Mesofeldgleichun-
 gen, welche die Partialstrukturen unter
 einander verbinden.

II

Die separierten Formeln.

Separationsoperatoren

1.) Strukturseparationen durch Operatoren.
 Separation der drei Partialstrukturen aus den
 Mesofeldgleichungen durch $\omega > 3$ Operatoren.

2.) Raumzustände.
 Die zu den ω Separationsoperatoren gehörigen
 Eigenwertprobleme; ihre tensoriellen Eigen-
 wertspektren müssen punktförmig sein mit
 die Operatoren müssen der Hermitizitätsbe-
 dingung genügen. Physikalische Bedeutung
 der Eigenwertspektren und Eigenfunktionen.
 Physikalische Möglichkeit des Feldkollaps.

3.) Die erweiterten Mesofeldgleichungen.
 Die ω Eigenwertspektren als Strukturen.
 Nachweis der Unabhängigkeit der elementaren
 Mesofeldgleichungen von der Zahl der Partial-
 strukturen, wenn die affine Dimensions-
 zahl $n = 2\omega$ ist. Mesofeldgleichungen
 für die ω Partialstrukturen der Eigenwert-
 spektren und Freiheitsgrade der Geometrie
 welche für die Struktur der zugehörigen Operatoren
 Übergang in die $2\omega + 1$ -dimensionale projektive Raum-
 fallion sind.

Die eukleischische Kettenentheorie.

1.) Der Kettenbegriff.

2.) Generatorstruktur.

Entwicklung der möglichen Generator-Strukturen einer einheitlichen Ketten-
theorie aus der Mesfeldgleichung 2. Art.

3.) Die Kondensattheorie der Raumstruktur

Die Kondensatoren als Tensordivergenzope-
ratoren einer Generatorwelt. Die Zustände
dieser Welt sind ω

4.) Die Kondensattheorie der Ketten.

Die Zustände der Generatorwelt sind
 ω - eukleischische Funktionen. Ableitung
des Fundamentalkondensators aus den
Eigenschaften der Mesfeldtheorie. Das
Fundamentalkondensatproblem der eukleisch-
schen Kondensattheorie

5.) Der Kettenbegriff und die eukleischische ^{Funktion} ~~Struktur~~
Das Fundamentalkondensatproblem als Eigenwert-
problem. Revision des Quantenbegriffs durch
a) Ketten. Lösung des Fundamentalkondensat-
problems. Die Kommutatorbedingungen der eukleischischen Funktionen.

Übergang zur symmetrischen Beschreibung

1.) Die eukleischischen Gleichungen.

Lösung des Fundamentalkondensatproblems. Ent-
stehung der eukleischischen Gleichungen
durch Substitution der Lösungen in den
Mesfeldgleichungen 2. Art.

2.) Das Fundamentalkondensatproblem in eukleischischer Form.
Beschreibung des Fundamentalkondensators

durch einen eukleischischen Operator gleicher Ordnung.

3.) Die symmetrische Fassung
des eukleischischen Fundamentalkondensatproblems in der

Operatorform bietet mit den eukleischischen
Gleichungen einen komplementierten Link-
ketten, die primitiven Reparatoren dagegen
einen vollständigen ^{Komplement} Linkketten, wodurch
eine ^{offene} ~~symmetrische~~ ^{symmetrische} ~~Struktur~~ ^{Struktur} ~~bestimmt~~ ^{bestimmt} ist.

4.) Die Fundamentalkondensattheorie wird durch
Komplementierung der Zustände bewirkt.
und aufgrund der eukleischischen Gleichungen
Fundamentalkondensattheorie definiert. $\checkmark$

Die dynamische Koala- und Telebarie
~~Mechanismen - Transformations~~

1.) Das komplementierte Fundamentalkondensatproblem 1. Stufe.
Aus der Symmetrie 1. Stufe wird die Ketten-
gleichung ermittelt.

2.) Kettenendynamik.

Erscheinungsformen des Wirkungsquantums,
beschrieben durch die Kettengleichung.
Kettenendynamische Transformationen.

3.) Dynamische Zustände Mesfeldzustände

4.) Telebarische Funktionen. Allgemeine Aussagen.

Die dynamische Koala- und Telebarie

1.) Der dynamische Transformator.

2.) Die chemische Abstruktur aus der Koala-
barischen Funktionenbedingung.

3.) Das Dyalektverfahren zur Koala-
polarisation der Abstruktur.
 $\checkmark$ siehe Seite 164

- 4.) Die dynamische Kontrastarie.
 5.) Die dynamische Telebarie.

6 Maximalelezentrik.

I Induktive Eukleptische Strukturen.

1.) Die heterosyntaktische

Untersuchung der zeitlich orientierten heterosyntaktischen und ihr distinkter Charakter. Die eingebundene heterosyntaktische mit vithelle, da Koppelnde Euphausyntaktische nicht Kon-
 ponsierbar ist.

2.) Die Eukleptische Struktur der

Die Koppelnden Euphausyntaktischen der heterosyntaktischen bedingen ein eukleptisches Spek-
 trum eukleptischer Syntaxe.

3.) Simplexkorrelate zur Qualität.

II Polistome Syntaxepanorama

- 1.) Die eukleptische Syntaxestruktur
 2.) Transzendenzfelder über dem Panorama
 3.) Eukleptische Syntaxewellen.

V. für Seite 163

Die eukleptischen Dimensionen des projektiven Raumes
 der der projektiven Rauffeldtheorie erscheinen als Para-
 meter. Orientierung nach der Zeit. Also zeitlich
 erstreckte primäre Syntaxe der heterosyntaktischen.

Äonische Syntaxe als Affinitäts-
 syndron orthoepical zur Telegen-
 tischen Telegenik, der mero-
 dromen Äonidymen aller im
 syntaktischen Zusammenhang
 stehenden äonischen Areale.

ferner

Prinzip der telezentrischen Syntaxe.

ausdrücken
 Qualität
 Qualität ge-
 wesenfeld und
 in Simplex-
 wesenfeld und
 korrelat.
 effende Struktur

maximal = bezw. minimalakkumulati-
 onen in der eukleptischen Syntaxestruktur
 3.) Syntaxewellen mit heterosyntaktischen
 4.) Syntaxewellen mit heterosyntaktischen
 = anmerkung p. 189

II Maximalelezentrik des Geschehens.

- 1.) Die zeitlich telezentrische Polarisierung
 des Panoramas ist zeitlich orientiert, d. h. seine

- 4.) Die dynamische Konstante.
5.) Die dynamische Telebarie.

IV Maximalelektrik.

I Eindeutige Eutelechi'sche Strukturen.

- 1.) Die heterosynthese
Untersuchung der zeitlich orientierten heterosynthese und ihr struktureller Charakter. Die eingebundene heterosynthese mit vollen, da koppelnde Euphasynthesen nicht korrelierbar sind.
- 2.) Die koppelnde Euphasynthesen der heterosynthesen bedingen ein eutelechi'sches Spektrum metaplekthischer Synthesen.
- 3.) Simple Korrelate zur Qualität.

II Polistome Syntropismen

- 1.) Die unbedeutenden Syntropismen
- 2.) Transzendenzfelder über dem Panorama
- 3.) Eutelechi'sche Syntropismen.

V Zu Seite 163

Die eutelechi'schen Dimensionen des projektiven Raumes der des projektiven Kosmoses erscheinen als Parameter. Orientierung nach der Zeit. Also zeitlich erstreckte primäre Syntase der Heterosynthesen.

- 4.) Regressive und progressive Syntropismen.
Zusammenhang der Syntropismen mit dem Transzendenzfeld der Syntropismen.
- 5.) Wechselwirkung und Modulation der Syntropismen.
Exogene und endogene Modulationsursachen.
- 6.) Dynamische Korrelate zur Qualität.
Zusammenhang zwischen Qualitätsgesamtheit der Syntropismen. Transzendenzfeld und Syntropismen des Panoramas im Simple-Korrelat, sowie zwischen Transzendenzfeld und Syntropismen im dynamischen Korrelat.
Rückwirkung der Welle auf die betreffende Struktur.

III Maximalelektrotheorie

- 1.) Projektive Akkumulationen.
Die projektive Dimension der Kosmoses Theorie definiert als Akkumulation.
- 2.) Die koppelnde Euphasynthesen der heterosynthesen bedingen ein eutelechi'sches Spektrum metaplekthischer Synthesen.
- 3.) Simple Korrelate zur Qualität.

IV Maximalelektrotheorie des Geschehens.

- 1.) Die zeitlich telezentrische Polarisation des Panoramas ist zeitlich orientiert, d. h. seine

polarisierenden Telezentren sind in räum-
zeitlicher Projektion Ereignisse.

2.) Die Dynazentren.

Zweitstellen im Raum, welche
nicht dem Kriterium der Haupt- und Neben-
telezentren genügen, sind zeitliche Dynazentren,
welche sich für die Synthese eine endliche Spek-
trum von Möglichkeiten ergibt.

3.) Zusammenhang zwischen Tele- und Dynazentren

4.) Die Endlichkeit des Selektionspektrums

Das nachweis führen, daß es eine endliche
Zahl von Selektionsmöglichkeiten für jedes Dyna-
zentrum gibt. Im Bereich der Telezentren.

Die Dynazentrische Selektionsprozess

1.) Exogene modulatorische Synkolation

Die Synthesewelle kann durch exogene
äußere Wirkungen eine modulatorische erfahren,
welche die dynazentrische Selektion bestimmt.

2.) Endogene modulatorische Synkolation

Der Selektionsprozess wird durch eine endo-
gene, also aus der telelektischen Struktur des
Telezentrens stammende, Wirkung als Modu-
lation der Welle bestimmt.

3.) Allegemeine harmonisierende Selektion. Die Synkolation beliebiger Pa- und
Kontinuitäten bedingt stets eine Modulation
und damit eine dynazentrische Selektion. Ein-
deutige Beschreibung der Begriffe Kausalität und
Akanalität.

4.) Der Dualismus von Kausalität und
Akanalität.

Maximalelektronik der Kosmischen Bewegung

Einheit der Transzendenzwelt

1.) Die Natur der Raumzeit.

Aus der gravitativen Mesfeldtheorie die Raum-
zeit als Hyperfläche des Fünfdimensionalen
beschreiben. Im idealisierten Grenzfall spä-
tere Hyperfläche ^{Rotationsbewegung} ^{Expansion} ^{und} ^{Verzögerung}

2.) Die telelektische Struktur.

Definition der telelektischen als Tensor-
eine aller telelektischen der Raumzeit. Zeit-
liche Polarisation durch zwei Haupttelezentren
nämlich der relative Wellengang und Well-
ende, bezogen auf das Aspektionsystem,
welches längs der Zeittelezentren fort-
schreitet.

3.) Telelektische Transzendenzfelder.

4.) Die telelektische Struktur der Kosmos.

Transzendenzwelt, telelektisches Pa-
rameter und Raumzeit als telelektische
bildet Zone (evtl. telelektisch), bzw.
Telelektische als Transzendenzwelt definiert
ist.

Telelektische Strukturkonstruktionen.

1.) Die virtuellen Ketten
Begründung, warum die Ketten, bezogen
auf die Raumzeitzone, virtuelle erschei-
nen müssen und Kopplungsbedingung
für das reelle Erscheinen in der Raumzeit. Ein-
deutige Strukturbedingung und Konstruktion in der Raumzeit. Die Haupt-
Anmerkung, S. 168

2.) Elementare Wirkungsquanten

Ihre Kettenstruktur durch gekoppelte Fundamentalsystemen beschreiben. Kettenmechanik aufbauen (Erscheinungsformen der Wirkungsquanten). Ferner Lichtgeschwindigkeit, Gravitationswellengeschwindigkeit und Größe des Wirt-

3.) ~~Kettenstruktur~~ Kettenstruktur interpretieren4.) Das ~~Kettenstruktur~~ Kettenstruktur der Wirkungsknoten.

Aus der Kopplungsmöglichkeiten der Quanten die Bildung ponderabler Elementarmassen erklären. Elektronen, Neutronen und Nukleonen.

5.) Elementarladung und ~~Zerfall~~ Zerfall

Das elementare Ladungsfeld als Raumzeitmittel beschreiben (Richtungsrichtung in die 5. Dimension erstreckt), Raumbedingung der Ladung. Umkehrbarkeit des Zeitablaufs und daher Zeitpolarisation der Transzendenzwelt relativ. Verteilung der Ladungen $e_{\pm}$ auf das Spektrum der Wirkungsknoten $\mu_{\pm}$ ausschöpfen einzelner Knoten.

6.) Telezentralen Längen ~~der~~ ^{elementaren} Wirkungsknoten.

Für Ränge der Telezentralen Lebensdauer und Zerfallswahrscheinlichkeit. Für Elektronen und Nukleonen große, für Neutronen dagegen sehr kleine Lebensdauer.

V. Anmerkung zu Seite 167

3.) Phänomenologische Telezentralen Längen der Telezentralen.

V. Anmerkung auf S. 194

Mikrokosmische ~~Telezentralen~~ ^{Telezentralen} Syntkolationen.

1.) Das Syntkolationsfeld nuklearer Ko = Maximum. Dieses Syntkolationsfeld beschreibt das meso-energetische Atomkernfeld, welches die Nukleonen zu Atomkernstrukturen bindet.

2.) Elektronenemission und Syntkolativa nuklearer Ko = Maximum.

Der Protonen = Neutronenübergang unter $e_{\pm}$ = Emission als Folge des Syntkolationsfeldes der subelektrischen Wirkungsknoten beschreiben.

3.) Das Syntkolationsfeld nuklearer Ko = Maximum.

Quartäre Syntkolationen haben psychoenergetischen Charakter und haben den destruktiven Kernzerfall zur Folge. Die möglichen Zerfallsarten decken sich mit den möglichen Ko = Maximum.

4.) Das Syntkolationsfeld der äußeren Atomstruktur. Syntkolative Theorie der Elektronenemission.

5.) Das Syntkolationsfeld atomarer Ko = und Ko = Maximum.

Hier syntkolative Theorie chemischer Bindungen und Reaktionen.

6.) Das Syntkolationsfeld mikrokosmischer Wirkungsknoten.

Die Haupttelezentralen decken sich mit denen der Transzendenzwelt. Jeder materielle Elementarprozess ist eine Syntkolationsstruktur ohne Nebentelezentralen. Daher zeitartig fortgeschrittene Syntkolationen hier ausgeschlossen.

makrokosmische ^{IV III} ~~Kollektiven~~ ^{Telenyukulationen}.

- 1.) Tendenz zur gravitativen Wechselwirkung.
- 2.) Die ^{Tellurprotoplasten} Kosmologischen Gebilde, objektive
- 3.) Kosmogonische Syzykolation ^{elektrostat.} ^{Kosmogene} übergeordneter Ko = harmonie.

der Elementarprozess des Lebens.

- 1.) Die autogene Telesynkolation als Elementarprozess.
Notwendige und hinreichende Bedingung für autogenes Telesynkolation molekularer heterisfeldelemente. Die notwendigen prozessuellen Einflüsse. Zusammenhang dieser Notwendigkeit mit E. IV. 3. Die Bedingungen der Kohlenstoffchemie und ihre Eindeutigkeit.
- 2.) Der Existenznachweis der ^{telegenetischen} Panoramien.
Die autogene Telesynkolation als notwendige und hinreichende Existenzbedingung einer Panoramen.
- 3.) Syntaxewellen und Bedürfnissenskritik.
Die telesynkolativen Panoramen als notwendige und hinreichende Existenzbedingung für Syntaxewellen. Interpretation als Bedürfnissin.
- 4.) Zeugung und Tod als Haupttelezentren.
- 5.) Hebeltelezentren und evolvierte Panoramaketten.
Zur Evolution des Lebewesen. Fortpflanzung und Hebeltelezentren, der Erbgang in der Panoramakette und Reproduktionen.

6) VE
Hierarchische Tektonik plevarische Lytaszenen

- 1.) Die ~~Lomast~~ ~~zonen~~ ~~Komplexbeschreibung~~ ~~organische~~ Diese bildet die räumzeitliche Projektion des ganzen Panoramas.
- 2.) Die psychosomatische Koppelungszone. Diese ist die Ursache der autogenen Telesynkolation. Ohne psychosomatische Kopplung gibt es keine lebende Loma.
- 3.) Psychoentelethische Zonen. Die psychoentelethische Wirkung entsteht durch Synkolation von Ko = harmonisieren aus den psychosomatischen Zonen.
- 4.) Psychotranszendente Zonen.
- 5.) Reine Transzendenz^{feld}zonen.

VII.
Sonnastruktur.

- 1.) Organische ^{approximation} Beschreibung durch Syndromkomplexe.
Jedes Element eines Organismus (Organ) kommt in eine Komplexion zu und diese Komplexionen selbst haben außerordentlich komplizierte Strukturen. Es ist daher angebracht, alle Syndrome, welche nicht für die Erkenntnis einer organischen Beeinträchtigung wesentlich sind, zu einem Komplexion approximativ zusammenzufassen, woraus eine Beschreibung der physiologischen Organbeeinträchtigungen möglich ist.

- 2.) Physische Funktionen der Somastikität.
- 3.) Neurotheorie
Synkulative Grenze der reinen Soma.
Die Neurone als physiologische Elemente dieser Grenze.
- 4.) Neurokybernetik. Die Neurone stehen im Funktionszusammenhang und steuern die physischen Somafunktionen. Zugleich bilden sie in ihrer Gesamtheit die synkulative Grenze der Somastikität.

VIII Psychosomatik.

- 1.) Kooperative Neurokoppelung und = Synkulation.
Die Funktionszusammenhänge der Neurone = Gesamtheit ist darstellbar als kooperative heteroplese Koppelung (jeder Neuron entspricht eine heteropese) und zwar wird diese kooperative Koppelung zur Synkulation wenn das Neuronensystem des betreffenden Organismus vollständig ist. Die entsprechende höhere Synkulationsstufe ist aber nicht mehr somatisch sondern bildet die durch das Neuronensystem mit der Soma unmittelbar zusammenhängende Struktur des psychosomatischen Zwischenfeldes.
- 2.) Die psychosomatischen <sup>Kopplungs-
Zusammenhänge</sup> Elemente.
Somatische und neuronale Triebe, Ko- und kontraoperative Triebelemente aggressiver und passiver Natur. Koppelung, antisymmetrischer Richtung.

- 3.) Das schwebende Gleichgewicht im ~~stabilen~~ Zwischenfeld.
- 4.) Kybernetische Rückkopplungselemente.
^{analogie zur Neurokybernetik}
Diese bilden die synkulative Grenze des psychosomatischen Feldes und sind Teilsysteme, welche auf die somatisch bestimmten Elemente des Feldes und damit auf die Soma selbst zurückwirkend können. Es ist eine solche Rückkopplung existent, ~~die das~~ ^{weil ein} psychosomatisches Feld vorhanden ist, wenn dieses Feld ist, für die Synkulation Grenze notwendige und hinreichende Bedingung. Zwischen der Rückkopplungselementen besteht ein Funktionszusammenhang.

IX VIII Psychocutelektische Strukturen.

- 1.) Die psychocutelektische Synkulation.
Die Rückkopplungselemente sind heteropese und stehen durch eine kooperative Koppelung im Funktionszusammenhang. Für diese Elemente aber vollständig so wird diese Koppelung zur Synkulation einer höheren, nicht somatischen, eutelektischen Hilfe der Psyche.
- 2.) ^{Prinzip der} ~~Stehende~~ psychosomatische Korrespondenz.
Da die Psyche mit der Soma gekoppelt ist, besteht die Möglichkeit, das psychische Strukturlemente durch das Medium des psychosomatischen Feldes direkt mit der Soma-Struktur korrespondieren und umgekehrt. Die Stärke dieser Korrelation wird von der Intensität und Geschlossenheit der Koppelnden Zusammenhangs bestimmt.

3.) Psychischokybernetische Rückkopplung.
Vollige Analogie zu III, 4.

4.) Abstraktes und Archäotypen. Gipfelpunkt der Korrespondenz

IX Psychotranszendente Kopf-Zeit-Strukturen.

- 1.) Synkolation der psychotranszendenten Köpfe.
Analog zu IX, 1.
- 2.) Durchgehende Korrespondenzen: Füllelekt und Substitution.
- 3.) Durchgehende Korrespondenzen
- 4.) Rückkopplungsprozesse.

X Transzendentalstrukturalismus.

- 1.) Das Transzendenzfeld als Panorama-Teleskopium.
Es wird bestimmt durch die Synkolation aller Synkolationen des Panoramas
- 2.) Substitutionsquellen
- 3.) Durchgehende Korrespondenzen

XI Formen der Synkolationen

- 1.) Die Mindestforderung der Willensfortpflanzung.
Die Seele allein kann keine Botschaften sein. Sie muß mindestens so beschaffen sein, daß von ihr ein psychosomatisches Feld symmetrisch wird. Nur in einem nichtsymmetrischen Strukturalismus kann die Seele fortschreiten.
- 2.) Das primitive psychosomatische Bewußtsein.
Da Strukturalismus von psychosomatischem Feld abgeschlossen, seine Rückkopplungselemente tragen die Seele.

4.) Psychische Bewußtseinsformen
kürzer Berücksichtigung des Korrespondenzprozesses
völlig analog zu 3.

2.) Die durchgehende Korrespondenz als Bedingung
des Bewußtseins. Die Synkolation der entelechischen Struktur kann nur bewußt werden, wenn eine durchgehende Korrespondenz zwischen der Seele und dem psychosomatischen Feld besteht.

5.) Höhere psychotranszendente und transzendente Formen.

XII Das Synkolationen-Teleskopium als Teleskopium.

aspekt

1.) Relativität der Haupttelezentren.
Da die Haupttelezentren der Transzendentalwelt relativ sind, damit die Zeitrichtung umkehrbar ist, muß dies auch für ein partielles Panorama der Struktur gelten. Im Panorama gibt es also, bezogen auf das Teleskopium der Synkolationen relativ vor- und rückläufige Synkolationen.

2.) Die Telezentren.

3.) Die dynamischen Fiktionalpotenzen.
Als Fiktionalpotenzen werden die von einem Dynamischen Teleskopium ausgehenden Synkolationen bezeichnet. Ihre Anzahl ist das Fiktionalpotential.

4.) Das diskrete Selektivitätsspektrum.
Das Fiktionalpotential liefert die Zahl der dynamischen Selektivitätsmöglichkeiten. Da aber dieses Potential stets ganzzahlig und

V. Annahme auf Seite 176

endlich bleibt mir dieses Selektionsprinzip -
früher diskutiert sein.

V Anmerkung zu Seite 175.

Es muß ein Zusammenhang zwischen
der Zahl der metapletischen Synthesa-
stufen des betreffenden Synthesa-
dynamizentrums und dem Futuralpotential
bestehen, soart, daß für jede der teleo-
variablen Synthesestufen ein eigenes
Futuralpotential existiert, so daß dieses
Potential mit der Zonenhöhe wächst.

- 5.) Die Futuralpotentiale teleovariabler Synthesa-
Zonen. Hierbei besonders die durchgehende
Korrespondenz zwischen den Zonen berücksich-
tigen.

XIV. XIII

der Lebensablauf im Teleotropiegesetz

- 1.) Lebensfortschritt und Zeitbewußtsein.
- 2.) Telezentrische Reflexion.
Reflexion der Synthesewelle an der geistlichen
Grenze des Lebensstroms, also an dem
Hauptteleozentrum des Panosmas. Rela-
tivität von Zeugung und Tod.
- 3.) Kotalpunkte und Provarianterextinction.
Die Möglichkeit von Raumzeitereignissen,
von denen ab keine somatische Projektion
höherer Synthesestufen mehr mög-
lich ist; also eine Extinction des
variablen Bereichs einsetzen. Fortschritt
in Synthesewelle möglich jedoch ohne Dyna-

zentrum weil der Fortschritt nicht mehr bewirkt
werden kann. Fortschritt ist auf der partiellen
Synthesestufe bis zum Hauptteleozentrum

- 5.) Spiritualfunktionen.
Es handelt sich hierbei um den Funktionsver-
lauf der Extinctionsbegrenzung. Nachweis
liefern, daß die Spiritualfunktionen ohne
tatsächliche Monoton verlaufen. Möglichkeit
eines späteren schrittweisen Raumzeitereignisses,
also Möglichkeit der Reinkarnation.

- 2.) Einschränkung der Futuralpotenzen.
Die durchgehende Korrespondenz als Bedingung
des Bewußtwerdens weil nur so beim Welten-
durchgang erfolgende Wirkungsbeziehungen
auf das Nervensystem der Loma übertrag-
bar sind. Futuralität des Bewußtwerdens,
gegeben durch die Korrelationsstärke.
Schwellenbedingung der Korrelation. Be-
wüßte und unterbewußte Bereiche,
das Bewußtwerden unterbewußter Komplexe,
Schlaf und Traum sind Gedächtnis (letzteres
eine geistlich progressive Nervenfunktion).
Endogene und exogene somatische Traum-
quellen sowie Traumquellen der übrigen
Wirkungszonen. Die unterbewußten Bereiche
schränken die Futuralpotenzen notwendig

ein.

- 6.) Synthesewelle als Aspektionsystem.
Die Synthesewelle als mögliche Phase im Trau-
m des Synthesegangs als Aspektionsystem bilden und
kann, muß ein Aspektionsystem bilden und
es müssen Transformationsgesetze des
allgemeinen Aspektionsystems eines Panota-
mas existieren. Desgleichen materielle

178 Die sich die einzelnen Syntagmatische Zweige der-
halten welche als Aspektivsysteme zu ver-
schiedenen Panoramen gehören. Es. Trans-
formationszusammenhänge auch in diesem Fall
untersuchen und in allen Fällen die Tu-
varianten dieser Transformationen finden.
V. P. 179

XIV
Exogen = und Endogen = Aktivitäts.

- 1.) Die syntaktischen Futuralselektionen.
Exogene, also von außen heranzutragene
und endogene, aus dem Inneren der Struktur
stammende Aktionen beeinflussen die
dynamische Selektion einer Futural-
potenz durch die Syntagmatische. Es kommt
in der Wechselbeziehung mit solchen Aktionen
zu Syntaktischen selektiven Syntaktischen
Klassifikationen, daß eine dieser Syntaktischen
aus der Masse (ko = oder kontra) fällt
und die dieser Masse entsprechende Fu-
turalpotenz von der Syntagmatischen an-
gewählt wird. Diese massencharaktere
dynamische Selektion wird dann
Futuralselektion genannt.
- 2.) Aktionen und Reaktionen.
Die möglichen Aktivis = und Reaktivis-
prozesse exogen und endogen ^{als dynamische Beschreibungen} ^{als Syntaktische} ^{als Syntaktische}
untersuchen. Exogenaktive ziehen stets
primäre endogene Reaktionen nach sich,
die entweder endogen bleiben oder exogen
nach außen gerichtet werden. Gleiches gilt
für endogene Aktivis. Aktivis und Reaktion
bestimmen Futuralselektionen und sind relativ.
V. Siehe Seite 179 = Anmerkung auf Seite 181

Anmerkung zu P. 178 (32 XIV)

Die Haupttelezentrale ist die spontane der
Bindung der beiden Haupttelezentren, wenn die
Syntaktischen nicht von der Struktur der Loca-
welt abhängen oder wenn diese Strukturen ver-
nachlässigt werden. Ist dies nicht der Fall, so
kann auch die Haupttelezentrale auf der
Aspektivsystem eines Syntagmatischen transfor-
miert werden um Bezüge auf diese Struk-
tur, mit ihrer zeitlichen Parameterlänge
identisch zu werden. Die zeitliche Länge
eines Syntagmatischen ist daher relative Tele-
zentrale. Gleiches gilt für Nebenzentren und
die von ihnen bestimmten Subpanoramen.
zu IV. (3) siehe Anmerkung auf P. 182

- 4.) Die ~~permanente~~ Reproduktivis ^{als Syntaktische} ^{als Syntaktische}
Die hinter der fortwährenden Welt liegende,
durch Aktionen und Reaktionen bestimmten
Ereignisse sowie die zugehörigen Syntaktischen
haben über diesen Ereignissen, sind auf-
geht der die Locastruktur abschließende
Neuronesysteme in jeder späteren Phase der
Syntagmatischen (bis zu den neuronalen Punkten)
reproduzierbar und können endogene Ak-
tionen bestimmen. Diese Reproduzierbarkeit
ist willkürlich, d.h. die Strukturpoppeln-
gen der vorgehenden ^{als Syntaktische} ^{als Syntaktische} ^{als Syntaktische}
vom Neuronsystem gesperrt und geöffnet
werden (Interpretation von Gedächtnis, Wahr-
nehmung und Erinnerungsvermögen der
Organismen).
- 5.) Modulation ^{als Syntaktische} ^{als Syntaktische} ^{als Syntaktische}
Futurgang.
Exogenaktivitäten aus dem Transzendenzfeld.
V. Anmerkung auf Seite 195

180 bestimmen ebenfalls Futuralselektionen, ^{sine} so daß der Wellendurchgang metaplektische Strukturmodulation ^{pro} durchlaufener Lymphasequenzen hinterläßt, die durch Transzendenzfeldaktivitäten bedingt wird.

6.) Panoramatatistiks der Modulationen
Die Modulationen sind Rhythmschwankungen
für welche eine Statistik entwickelt werden
kann, wenn alle Durchgangsmöglichkeiten
des Panoramas mehrere Durchläufe
wurde sind.

✓

Eutelechi'sche Sperrkliniken.

1.) Die ^{Minimale} Schwellenfläche der fürsorgebedingte Korrespondenz
die fürsorgebedingte Korrespondenz zwischen tele-
variablen Zonen (also das Bedürfnis werden)
ist ~~fast~~ eine Minimalstärke der Korrelation
zwischen diesen Zonen gebunden. Der Bereich
dieser minimalen Schwellenwertes in der
Möglichkeit bildet eine Hyperfläche als ^{Minimale}
schwelle der fürsorgebedingte Korrespondenz.
Diese Hyperfläche verläuft normal zu der
televariablen Zonen.
^{Kontexte}

2) ^{Katente} ~~Die~~ Verdrängung destruktiver Aktivitäten.
Es gibt Aktivitäten, welche wenn sie monumen-
täre oder auf längere Zeit bewirkt werden,
strukturelschädigende Wirkungen (z.B. ständige
Kontraktionsen bei ^{oder wegen zu großer} ~~Psychik~~ ^{Katente} ~~die~~ ^{bedingte} ~~Wirkung~~ ^{übertragen}
nach sich ziehen. Sie werden daher als
Komplexen aus dem Niveau der durchgehenden
Korrespondenzmöglichkeit verdrängt und werden
daher nicht mehr bewirkt. Entsprechende Sperr-
Anmerkung auf Seite 182.

3.) ~~Einwirkungs~~ ^{Kontraktion der Nerven} ~~abschwächung~~ ^{als gelöst} ~~der Aktivität~~ ^{im Nerven}
 In den unterbewußten Bereichen, also außerhalb
 der Nervenbahn, gibt es keine Rückkoppe-
 lung einer durchgehenden Korrespondenz und
 daher keine Verstärkung irgend welcher Akti-
 vitäten. Eine in diese Bereiche abstrahier-
 te Aktivität (infolge einer Überlastung)
 regt zwar diese Hirnaktivitätsbereiche ebenfalls an,
 doch wegen der geringen Korrelationsstärke
 hat dies nur eine die Aktivität transfor-
 mierende, abschwächende Wirkung.

4.) Assoziativnes und Emotivnes.
Es handelt sich hierbei um das Direktin-
gen des Niveauschwelle und daher um das
Prüfungswerte der im unterbeschriebenen Haus-
formierten Aktivität. $\checkmark$

5.) Hypnotische Halluzinationen sind Traumprozesse.
Ebenfalls eine Dürchdringung der im Polyp
stark eingeschränkten Hinausschwebe
durch abgeschwächte Aktivitäten.

2te Anmerkung zu Seite 178. Wegen dieser Relativität sind Aktivität und Reaktivität nur verschiedene Formen der Aktivität. Diese Aktivitäten sind grundsätzlich Anregungszustände der Kommunikation und zwar keine Aktivitäten in Form erzeugter Aktionen des Wirkstoffes, sondern nur Transparenzen dabei in endogenen Reaktionen bezw. in endogenen Aktivitäten. Diese endogenen Vorgänge bedingen Wirkstoffänderungen (Modifikationen).

3te Anmerkung Seite 182

182 ^{Relative Tauschbilanzwerte zu Aktivitäten}
Handelt es sich dagegen um soziale Reaktionen, so hat die Eutogenaktivität keine Rückkopplung zur Folge, sondern wird als Eutogenaktivität ermittelt.

Anmerkung zu Seite 180

Wird das durch sie entstehen durch die Eutogenaktivität die Rückkopplung moduliert oder als Eutogenreaktion ermittelt wird.

Anmerkung zu Seite 181

während die assoziativen als Eutogenaktivitäten bewirkt werden und Rückkopplationen der Eutogenreaktionen nach sich ziehen können, bilden die Eutogenreaktionen direkte Eutogenreaktionen der transformierten Aktivitäten, welche unberührt bleiben können. F. Fortsetzung auf Seite 219

Anmerkung zu S. 179

3.) Wahrnehmungsprozesse

Die somatoelektrische Rückkopplung kann andere elektrochemische Rückkopplungen abgeleitet werden und ebenfalls räumlich ermittelt werden. Während der Abfeuertätigkeit im Inneren der Somatoelektrik kann es kommen zu erzwungenen Synchronisation von Kontraktionsformen im Inneren der Somatoelektrik, welche als Kollektive die Seele verläßt. In der Seele hat diese erzwungene Synchronisation von Kontraktionsformen zur Folge, welche entweder die Seele vervollständigt (Zugentwicklung) oder sie zu sich selbst zurückzieht (Zugentwicklung). Die Seele aufrechterhalten (Interpretation als Verdauungsprozess).

Normale Form Kommunikation

1.) Prinzip der Kommunikation ^{von Aktivitäten}
Somatische Übermittlung zu Aktivitäten, Erhaltung

satz der Erzeugen = Erzeugen Aktivitäten mit verweilen. Durch die somatische Kommunikation, also den Austausch von Aktivitäten, zwischen zwei verschiedenen Aspektsystemen, kommt es zu Wechselwirkung von synchronen Synchronisationen und von der momentan ausgehenden Aktivitäten (infolge der Synchronisation) können Aktivitäten ausgehen. V. Bei dieser Kommunikation kann es zur Resonanz- oder Dissonanzkommunikation kommen. Theorie dieser beiden Kommunikationsformen an schließen. Resonanz: Konvergenz, Divergenz: Konvergenz

2.) Psychosomatische Kommunikation

Resonatorische und Dissonatorische Wechselwirkungen im psychosomatischen Gefüge. Somatische Rückkopplungen, Aktivitäten Kommunikation und Sexualtheorie. Funktionen haben Telezentren und Reflexionsursache der Synchronisation an den Haupttelezentren. Erzeugnisse, Abstraktionen und Architypen aufbauen.

3.) Psychische Kommunikation

4.) Psycho-Transzendente Kommunikation

Nicht-Kommunikation der Transzendenzkommunikation auf somatischem Weg aufbauen. Die Interpretation von Synchronisationen.

5.) Transzendenzkommunikation

Die Ursachen von Synchronisationen durch monochrome Transzendenzkommunikationen oder allephorale polichrome Kommunikationen gemischter Synchronisationen (3. B.

V. Anm. S. 184
Anmerkung auf Seite 195

6.) Die symbiotischen Eutelechien

Die Elemente einer Symbiose, also die simultanen Lyntasewellen, bringen im Resonanzfall die Lyntasewellen eutelechistisch rückkoppelnd mit sich.

Resonanz: Konvergenz, Dissonanz: Kontravergenz. Rückkoppelung dieser symbiotischen Eutelechien als Hypertranszendenzfelder auf die Transzendenzfelder der Elemente und dazugehörige Korrespondenzen gibt Power.

✓ In Seite 183 (1.).

Übertragung der Aktivitäten durch die rückkoppelnde Korrespondenz in höhere Lyntasezonen.

XII

Paranormale Transzendenzkommunikationen

1.) Durchgehende Korrespondenz in symbiotischen Hypertranszendenzfeldern.

Außerhalb des psychologischen Charakters der symbiotischen Eutelechien besteht durchgehende Korrespondenz Aktivitäten können daher diese Felder latent ausregen. Durchgehende Korrespondenz in diesen Feldern aber nicht und in andere Elemente der Symbiose nicht power = durch, sondern kein Transzendenz übertragen werden und hier die quätorische Rückkoppelung ebenfalls latent ausregen. Verdichtung der Aktivitäten kann jedoch zum Durchbrechen der Korrespondenzschwellen (Korrelationschwelle) und damit zur totalen Korrespondenz führen. So besteht die Möglichkeit einer paranormalen Transzendenzkommunikation, welche als paranormal zu bezeichnen ist, da sie nicht normal, also somatisch oder raumzeitlich erfolgt.

2.) Transzendente Rückkoppelungen

Brüche und Unterbrüche Emission von Aktivitäten in die Transzendenzfeldbereiche und die somatischen Rückkoppelungsmöglichkeiten.

3.) Transzendenter Zusammenhang der symbiotischen Eutelechien.

Die psychologischen Rückkoppelungen hängen simultaner und zeitlich erstreckter Rückkoppelungen. Das Transzendenzfeld einer Lyntasepanorama als hypertranszendentes Element mit mindalen Gesamthürten. Jede Lyntasestruktur einer Panorama ein Aspektivsystem mit Relativität der mindalen Struktur klassisch dieser Aspektivsysteme.

5.) Die Transzendente Kommunikationsformen.

Simultane Übertragungen zwischen Lyntasewellen und simultane Rückkoppelungen. Regressive und präkognitive Kommunikationsformen, Futuritionsvorgänge als Sonderfall.

6.) Somatische Rückkoppelungen.

Transzendente Kommunikationsbeeinflussung somatischer Vorgänge. Somatische Rückkoppelungen und Futuritionsvorgänge und Signaturierungsvorgänge.

7.) Symbiotische Verschlebung der Modulationsmittel.

Die sich konvergierenden (im Winkel) Schwingungen der Lyntasemodulationen im Panorama bei hinreichend vielen Wellendurchgängen erfahren infolge einer Rückkoppelung der symbiotischen hypertranszendenten Rückkoppelungsfelder auf die Wellenausregung einer Lyntasestruktur eine positive oder negative, jedoch von Null verschiedene, Verschiebung, die aber nicht notwendig eintreten braucht.

8.) Telesymbiotische Einflussnahme und Funktionen metaplastischer Strukturerelemente (siehe Querschnitt auf Seite 196)

188 psychopathisch reagiert. Eine solche psychopathische Modulation der Architypstruktur ist also eine Spontanmodulation, wenn die Struktur vorher nicht psychopathisch reagiert.

4.) Permanente und spontane psychopathische Reaktionen

Die Reaktion ist permanent wenn sie länger eines endlichen Zeitintervalles auf spezifische Aktivitäten erfolgt. Sie setzt also eine psychopathische Strukturmodulation voraus. Dagegen ist sie spontan wenn sie nicht einmal erfolgt. Der Spontaufall setzt also keine Modulation voraus. Tot. Zusammenhang mit den symbiotischen Transzendenzstrukturen untersucht.

5.) Psychopathische Synkolation bedingte Autogen-synkolationen von Ko- und Kontrastreizen.

Psychopathische Aktivitäten können bei der Modulation des Gefäßes metrophektische Verschiebungen in Form von Synkolationen auslösen, die autogenen Natur sind, weil sie vom Anregungszustand des Gefäßes ausgehen und autogen die Futuralselektiva beeinflussen. Die so entstehenden psychopathischen Verschiebungen können in Ko- und Kontrastreizen zur Geltung, deren Erwartungswert Null sein kann.

6.) Dynamische Evolution und Revolution.

Der Reproduktionseffekt gestaltet die dynamische Evolution einer psychopathischen Modulation. Bedingung für die entsprechende Revolution in Menschen.

XIX ^{abnormität} Strukturabnormalität

1.) Exogene Somatostörungen

2.) Psychosomatische Eszenzitäten.

Kongruente und singuläre Eszenzitäten sowie ihre Kopplungen und Wechselbeziehungen.

3.) Reproduktionsstörungen. Aphasien (XX, 3. Version)

Für allgemeine Aktivitätentransformationen im Gefäß

verändern. Theorie der Contamination autigipalial u. s. w. als gestörte Reproduktion transformierter Aktivität unterhalb der Korrelationschwelle. Verwandtschaft mit traumatischen Störungen.

4.) Psychosomatische Strukturabnormalitäten Zusammenhang mit Reproduktionsstörungen

5.) Psychotranszendente Strukturstörungen Intellektspaltungen u. s. w.

6.) Störungen des durchgehenden Korrespondenzfeldes. Antriebsplaciuspaltung u. s. w.

allgemeine Pathologie der Zusammenhang (Korrelation) aller Strukturabnormalitäten. z. B. Physiologische Pathologie (auch Funktionsstörungen) in Korrespondenzsammenhang mit nicht somatischen Strukturstörungen.

XX. Kapitel

Kommunikationsanomalien.

Anmerkung zu Seite 150

Kap. I ~~Struktur~~ Orientierung
3. das Phänomen der Welt.
Fragen des Zweifels, Unkenntnis a priori. Empirische Struktur des Aktivitätsraums, Raum und Zeit als Funktionen.

Anmerkung zu Seite 165

Intellektuelle Strukturüberdämpfung und Kondensationen. Verdampfte Strukturkonzentration als Aktivitäten; Hier somatisch mit Kondensationskerne in der Form von oder nicht somatisch transzendente als verdampfte Aktivität. Dynamisch als reine Kondenzaktivitäten ohne Struktur = und Transzendenzinformationen. Letztere einwirken von Synthesellen.

5.) Telesynkolation und Teletropie

Telesynkolation eine Aktivitätsanomalie, welche in einer anderen Struktur subelektrischer Körper synkolliert (kolliert, andere Synkolation) oder im Kondensationsorgan kolliert, wie Fernsynkolation) oder im Kondensationsorgan kolliert, wie Fernsynkolation. Teletropie hat die Synkolationen, die zur Eutropie. Teletropie besteht, weil jede Struktur zur Telesynkolation entstanden gedacht werden kann. Teletropiegesetz in Analogie zum 2. Hauptsatz, Teletropie und Teletropen. Das Teletropengesetz beschreibt hinsichtlich der Teletropie äquivalente Strukturen, welche alle auf der Teletropen liegen.

Anmerkung auf Seite 219

Anmerkung: Seite 3 oben 12. 12. 54.

Beziehung zwischen Traum und Wachbewusstsein in symbolischer Form [Traum symbolisch].
Hypothetische Elemente, Traumelemente aus dem absoluten Gedächtnis. [Traumhypothese] Infantilhypothese. Hypo. Traumelemente aus früher Kindheit. Starke Eindrücke erst später im Traum reproduzierbar. Allgemein. Traumelemente symbolischer Reproduktion emotionaler + assoziativer Eindrücke. -

Traumquellen: den Traum beeinflussende Reize. 1. Somatische Quellen [exogen + endogen] 2. Psychosomatische Quellen: [überwiegend somatische [exogen + endogen] Komponente überwiegend psychische Komponente oder Gleichgewicht]. 3. Psychogene Quellen. 4. Intellektuelle Quellen. Möglichkeiten exogen - + exogen Form, auch für 3 + 4 [paranormal]. Trauminhalt bestimmt durch gesamte psychische Struktur vom Anfang bis zur Gegenwart (absolutes Gedächtnis) von der Traumquelle ausgehenden Traumreiz. Traumreiz im Trauminhalt stark dramatisiert. Traumreiz nur bis Maximalschwelle [Wachreiz] möglich. Trauminhalt maximal logisch durch Wachreiz bestimmt, daher Traumelemente zeitlich nebeneinander gleichzeitig. Zeitliches nach-

einander erst durch typische ständige
Erinnerung im Wachzustand. Im Gegen-
satz zu diesen Simultankomplexen, die
durch hypnagogische Halluzinationen
eingeliebten Träume mit Quellen
1. endogen [typisch] für hypnagogische
Halluzinationen]

Realquellen 1. primäre Reizbeeinflussung
3 löst ~~reelle~~ Assoziationsketten [si-
multan oder reell] je nach psychi-
schem Zustand aus. 2 kann eine Quelle
1 auflösen und eine Quelle 3 nur Assoziation
aktivieren. Die Quellen 4 beeinflussen die
Assoziationen. Beim Bewusstwerden des
Traumes kommt es zur Transubstantiation
der Quelle. [psychische Illusionsbildung]

Vergessen des Traumes, weil die Traum-
komposition [Trauminhalt] nicht in einem
Kausalzusammenhang liegt. Durch-
dringen der Korrelationschwelle ins Unter-
bewusste abs. Gedächtnis. Gelegentliches
Aufsteigen + Bewußt werden möglich.
Entstehung des Traumes in unbewussten
Zonen außerhalb der Korrelationschwelle.
Begriffe durch halluzinatorische Bilder
symbolisiert. Traum wird als echtes Erlebnis
empfunden. Wegen des fehlenden Kausalzu-
sammenhanges mit Realereignissen nur
schlecht reproduzierbar und Reproduktion

III.
durch Contaminationen verfälscht.

Anmerkung zu Seite 1.:

Sensation: Aktivität mit maximaler Sensibilitätswert.

Schlaf: Lockerung der Korrelationen des Mesoprioxgefühl der durchgehenden Korrespondenz von Nervensystem der Sonne aus [einschlafen.] Schlaf ist wenn auch der Lockerung abhängig. Schwankungen während der Schlafperiode. Psychischen beim Schlaf die zentrale Haupt Kybernetik durch die Lockerung des Gefüges aufgehoben. Vom somatischen Nervensystem wird die Lockerung des ~~Gefüges~~ wieder rückgängig gemacht und die Korrelation befestigt. Beispielsweise der durchgehenden Korrespondenz wieder hergestellt [Erwachen.]

Entstehung der Traumkomposition:

Bedingung die schlafgebundene Lockerung der Korrelationen darf eine untere Schwelle nicht unterschreiten, so dass Traumzellen wirken können. Diese liefern dramatisierten Anlass zu psychischen und intellektuellen Assoziationsketten und -Komplexen in Form halluzinatorischer Symbole. Eindringen in den geschlossenen Korre-

spontaneversion. ^{IV.} Beauptwerden wenn
die Korrelationen eine untere von die-
ren Aktivitäten abhängige Schwelle
überschreiten. Gesetze der Psycho-
genetik dieser Assoziationen wichtig.

subtile Kanellen beeinflussen oder psychische Steuerung von Assoziationsketten, Verbindung dieser Quellen mit absoluten Gehirnsstufen untersuchen. Untersuchung der Kontrastgedanken auf Assoziationen zurückzuführen. Kontrastgedanke bereits ^{beurteilt} ~~als~~ Mitglied einer Assoziationskette im Unterbewusstsein. Einfluss Zusammenhang zwischen Kontrastgedanken + subtile Kanellen untersuchen.

Trauma: Aktivität welche Änderung -
 gen einer Struktur herbeiführt. ~~Einzel~~
 somatisches Trauma: Verletzung.
 Psychisches Trauma: Entweder per -
 manent äußert sich als Geistes -
 krankheit oder als klinische oder psy -
 chisch wirksame intellektuelle oder psy -
 chogene Traumquelle. Bildung
 der Assoziationsketten + Komplexe
 je nach verschiedenen Resonanzver -
 hältnissen + somatischen Quellen.
 Eine solche Quelle hat vor -
 her den künftigen allseitigen
 psychogenen Stimulation des Organes.
 Einmal psychisches Trauma
 Spannungszustand der superpsychosoma -
 tischen Strukturen, der im Traum ~~manifest~~

entspannt wird. Das eine Heilung
des Trauma entspricht.

16. 1. 1955

Es gibt traumatische Aktivitäten
welche stets eine Trauma zur Folge haben.
Ausheilung des psychischen Trauma im
Laboren (nicht bewußt werden den) Traum-
inhalt. Bewußt wird nur manifeste Traum-
komposition, welche nicht mit dem latenten
Trauminhalt identisch zu sein
braucht. Latenter Inhalt als erste Traum-
bildende Komponente, sehr Wunsch-
erfüllung (1. Phase der Traumabheilung)
Hierbei darf nicht bewußt werden, was keine
neue Trauma auslöst. 2. Traum bil-
dende Komponente, also eine psychi-
sche Traumabheilung (Spezifische) Um-
formung, welche traumabildende Ele-
mente des latenten Inhalts transfor-
mierend abschwächt (Traumabheilung
als 2. Phase) Der 2. transformierte
Inhalt wird nur manifesten Kom-
position (3. Phase). Elemente dieser
Komposition im Wachen stand als An-
satz von Assoziationen haben können
welche Rückschlüsse auf 2. und 1. Phase
also auf Trauma + psychische Wirk-
keit führen (Traumanalyse).

geringer Sensibilität ^{VIII} Anwendung der zu differen-
 ieren Elemente zu Verkleidung des latenten
 Substrates durch psychische Filterzone [Zensur]
 Diese veranlaßt Aktivierung indiffe-
 renter reiner Eindrücke durch Aktivitäten
 hoher Sensibilitätswerte, was deren Ent-
 ladung zur Folge hat. Diese hochsensiblen
 Aktivitäten liegen vor ihrer Entladung im
 latenten Substrat, stammen aus dem Traum-
 und werden durch die rechte Quelle im Schlaf-
 zustand zur Entladung aufgefordert, was den mani-
 festen Traum und Abschwächung bzw. Ver-
 schwinden des Traumes zur Folge hat.

3. IV. 55. Infantilelemente = hypermnestische
 Elemente. Paradoxe Träume: im infantilen
 entstanden und lebenslänglich in unregelmäßigen
 Abschnitten wiederholt (Ursache der Wiederholung
 untersuchen). Wiederaufleben eines verlorenen Traumes Er-
 innerung an vorangegangene Wiederholung. Allgemein.
 Traumgedächtnis aufklären. Manifeste Kom-
 position: reiner Anschluss. An Quellen z.
 höher Sensibilität. latenter Substrat: Trau-
 matischer Komplex und reicher repressiver
 Assoziationskette aus solchen Komplexen bis
 zu hypermnestischen Elementen. Filterzone.
 Elemente aller traumatischen Komplexe, welche
 auf Grund der psychischen Konstitution (be-
 dingt durch die hohen Sensibilitätswerte) akti-
 viert sind, enthalten sich in indifferente Elemente
 (berücksichtigen vom Gedächtnis, bevorzugt aus reiner
 Bereich) selektionsprinzip der indifferenten Elemente durch

10. IV. 55 IX.

Ex- und Endogene somatische Quellen: Tendenz zum Wackeln. Psychische Reaktion: Verlängerung des Schlafzustandes. Diese Reaktion beeinflusst Elemente der manifesten Komposition. Schlaftrief relativ von sensiblen Korrelationscharaktere (Reizempfindlichkeit abhängig) Bei vorgegebener Schlaftrief somatische Quelle, relative Intensitäten. 3 Gruppen 1. schwache Intensität (z. B. allgemeine Stimulierung der Organfunktionen) 2. mittlere Intensität. starke Intensität. 1 + 2 wirken nicht getrennt wirksam. 1 allein keinen Einfluss auf die Komposition (entpricht indifferenten Elementen beim rezenten Ausschlag) 2 Traumbildend. Die Skala der Aktivitäten erfährt Selektion. Zur Selektion kommen Aktivitäten mit Resonanz zum latenten Inhalt. Dramatisierung der Sensation und Endladung zur Traumatisierung der Aktivität. Weitere Aktivierung der Indifferenzalelemente von 1. (Die zur Selektion kommenden Aktivitäten von somatischen Quellen entsprechen den resonanten psychogenen Quellen). Sowohl resonante psychogene Quellen als auch somatische Quellen mittlerer Intensität werden gleichzeitig nebeneinander verbunden.

(Komposition). 3. ...
Tendenz zum Weckreiz, psychische Reaktion,
Schlafveränderung beeinflusst manifeste
Komposition. a. mit Erfolg, wenn die In-
tensität eine von der Schlaftiefe be-
stimmte Grenze nicht überschreitet. b.
kann überschreiten des Schwellenwertes
Weckvorgang (kann den letzten Teil der
Komposition beeinflussen.)

17. IV. 55. Elemente der manifesten Kompo-
sition gleichzeitig. Diese Komplexe in stopwei-
sen Intervallen. logische Ordnung und zeitliches
Nacheinander der Elemente nach Erinnerung.
Alle Komplexe hatte Verbindungen des latenten
Inhaltes. Alle manifest werdenden Elemente
haben von Assoziationsketten (aus dem latenten
Inhalt) maximale Vielschichtigkeit ^{in psychischen} als Ver-
bindungsstöße. Dies der Verbindungsprozess pp
psychischer Transformarbeit. Verbindungsstöße:
Identifikation mit verschiedenen Elementen und
Verbindung einer Gruppe latenter Elemente
zu einem Manifesten (latente Elemente - Pro-
zessminimierung). Evtl. Kompressorstruktur an-
nehmen. Zusammenhang mit Filterzone? -
latenter Inhalt: Traumaktivität. Manifeste Inhalt:
Indifferentelemente reduziert. Dies Verbindungs-
arbeit. Zustand der Filterzone: latenter Reichtum
welche manifest neue ~~Träume~~ Träumen erzeugen.
aktivierten Indifferentelemente (Traumatische
Entladung) welche nur recente Quellen (ver-
schiedene Quellen zu einer superponiert)
reduziert, manifest werden. In dies unmögliche Spalte
Filterzone: Endopsychische sowohl traumatische Aktiv-
itäten aus dem latenten Inhalt.

Erfahrungsgesetz: Verschiedene Träume einer
 Nacht haben gleichen latenten Inhalt.
 Elemente größter Intensität aufgleichen
 welche maximaler Verdichtung. Intensität
 psychische Resonanz, also psychische Fer-
 zibilität. Daher: Elemente maximaler Ver-
 dichtung, welche stärkster Wunschbefüllung
 also ~~unter~~ Außen der Traumdeutung
 (~~Bestand~~ Verdichtungsstellen der manifesten
 Komposition.)

24. 4. 1955: Verdichtungsarbeit ^{autosymbolisch} transformiert
 Abstraktion in bildlich darstellbare Gedanken.
 Bildelemente aus dem Unterbewusstsein. Ein-
 setzen der Verdichtungsarbeit. Autosymbolik auch
 im Wachen möglich (Zusammenhang mit abstrak-
 ter Malerei).

7. 5. 1955.) Absurde Elemente: Darstellung negativer
 Inhalte durch Traumarbeit im latenten Inhalt.
 Traumparanomalie: Erste Gedanken und Gefühls-
 affekte direkt nach Erwachen auf Traum be-
 zogen enthalten Elemente des latenten In-
 haltes ähnlich wie Assoziationsketten aus
 manifesten Elementen im Wachen. Affekte
 im Traum: Während latente Gedanken des
 Traumes durch Verdichtung - und Verlich-
 tungsarbeit transformiert ^{sowie durch}
 sensible und somatische ^{Verdichtung} ~~Quellen~~ ^{transformiert}
 werden, können die des latenten Inhalts
 reflektierten Affekte nicht so stark unter-
 scheidbar werden. Affekte der Komposition, auch solche

^{XII}
des Halluzin. Zahl der Erleben höchstens
gleich der Zahl der Halluzin. Zensurfillet
kann Affekte hängen, oder im Gegen-
teil verketten. Verschiedene Affekte können
syndromhaft verknüpft werden, was zu
Superpositionen und Kompensationen
führt. Bei Affekthandlung macht ur-
sprünglicher Affekt (nicht bestritten ge-
nommen) Weg für tiefer liegendes Trauma
mit dem ursprünglichen Affekt wird
entgegen gerichtetem Affektwert ~~und~~ frei.
(im Sinn der Wunsch Erfüllung). Hier
Zensurfillet durch Hemmung des ursprüng-
lichen Affektes gebildet. Manifeste
Komposition in ihrer Differenz nicht
mit den manifesten Affekten korrelieren
wohl aber latenter Inhalt hinter der Sym-
bolische

9.5.55/ Primärarbeit: Verschiebung, Verdrängung
und darstellende Symbolik ausgeht durch later-
alen Inhalt. Sekundärarbeit: Unterdrückte Phan-
tasie, synthetisiert Verbindungen und intellek-
tuelle Zusammenhänge zwischen Produkt-
ten der Sekundärarbeit. Zusammenhang mit be-
wusster Phantasie, Traum (kann hysteri-
schen Anfällen vorausgehen), Sinnestäuschung
und Illusion. Allgemeiner traumatischer
Zusammenhang zwischen Fiktion und
Traum. liegen bereits Phantasie kompo-
sitionen in der Psyche vor, können sie durch
Initialvorgänge (Element der Primärarbeit) ak-
tiviert, manifeste Träume werden.

(z. B. Weckträume)

10. V. 55] Traumphantasie bei verbindender Sekun-
därarbeit zu eigenen vom latenter Substanz unab-
hängigen Kompositionselementen folgend. Alle Traum-
bildenden Faktoren stehen nicht vom Überbewuß-
ten über die Korrelationschwelle in be-
wussten Bereiche (im Wachzustand) part. (z. B.
Verschiebung: Konfessionen. Sekundärarbeit:
Wachphantasie usw.). Sinn der Traumarbeit: Auf-
lösung traumatischer Aktivitäten. Im Wachzu-
stand kann Erinnerung an Traum Konflikte
mit momentanen psychischen Zuständen aus-
lösen. In diesem Auslösen der Er-
innerung (beide der beabsichtigten Zusammen-
hang mit allem. Verstand). Nach Ende-
nung des Psychostandes kann Erinnerung
einsetzen. Schwächere Formen: Nach Erregung
stärkeres Auslösendes Wesen der Traum-
elemente. (Korrelation mit Änderung des
Psychostandes). Partielle Wesen werden
traumatische Bestandteile. Knüpfen sich
an ein Element im Wachzustand keine
Assoziationsketten, so hat dies im Schlaf-
zustand Traum charakter (dieser Traum traumatischen Charakter)
Beziehung zum momentanen psychischen Zustand.
Erinnernde Traumelemente in der Unter-
schwelle innerhalb der Korrelations-
schwelle (beide). Von ihnen aus-
gehende Assoziationsketten bilden
Netzwerk (Querverbindungen assoziatio-

XIV. Kettenspezifische Quelle
herstellbar, weil je nach Kettenspezifischer Quelle
neuer Ketten werden kann). ~~alle Ketten~~
aller verschiedenen Elemente verknüpfen sich
in einzelnen Ketten des Netzwerkes, den
Kettensetzen unter denen die transaktiven
Aktivitäten des latenten Subjektes zu
finden sind. (Nach dem manifesten
Traumleben jedoch nicht mehr tran-
saktiv).
14. V. 55) Trauma wirkt unterbewusstes Mensch vor-
wiegend (Prozess). Kann nicht zum Bewusstsein vor-
dringen. Im Traum (Korrelation der Korrelationen)
führt zur Quelle p. Element, dieses ak-
tiviert Quelle durch Einleitung (ebl. Ein-
leitung in schwache korrelative Bewusst-
seins. Tendenz zum Erwachen dem ent-
gegen psychischer Schlafwunsch, Kompromiss
der korrelativen Wünsche: Traumkorre-
lation. ~~Einleitung~~ ^{Einleitung} wird bewusster psychi-
scher Struktur Elemente in stark korre-
liertes Band (Bewusst). Zahl Beziehungen
zusammenhang zwischen Traum, Psycho-
se, Hysterie, ~~Einleitung~~ ^{Einleitung} usw. Bei
Hysterie und Hysterie dieses Einleiten der
p-Elemente in waches Bewusstsein und
psychosomatische Ableitung. Auf Traum:
libidinöser Konflikt als Trauma.
15. V. 55) Überwindung von Bewusstsein zum Unbewussten
durch Korrelationschwelle nicht sprunghaft, sondern
stetig, sodass Schwelle als Zwischenstufe (Bewusst-
sein) betrachtet wird. Existenz telepathischer und psychischer
Traumelemente untersuchen. Einleitung wird bewusster

23. V. 1955.

I.

Neurosen + Analytische Therapie!

Psychose definition: a) Enorme Wahrnehmungen falsch aufgenommen. b) Richtig wahrgenommen aber falsch mit psychischen Erlebniswerten bewertet. c) Eitselchen Erlebniswerte inadequat mit Affekten verbunden. d) psychisches Erleben falsch mit Affekten bewertet. In jedem Fall Trauma. Untersuchen ob die Traumen auf Störung der allgemeinen Homöostase zurückgehen. Klassifikation: a) Primärorganisch somatische Läsion psychosomatischen auf Psyche abgeleitet. b) Sekundär organisch, Trauma psychosomatisch in Form abgeleitet. c) Endogen, Quelle + Auswirkung nur im psychischen Bereich. In jedem Fall Möglichkeit des circulus vitiosus zwischen Neurose und Psychose mit allgem. Psychose identisch (hier somatische Störung im Nervensystem). Psychose transient oder permanent. Mechanismus: spontane psychopathische Reaktion. Permanent: Chronische Psychose oder Neurose. Periode: Physisch, Rhythmusstörungen die auf Nervensystem einwirken. Aktivierung der Eigenschaften im physischen Raum beim Durchgang der Bewusstseinswelle. Darüber hinaus

II.
paranormale Peristole möglich. Physiologie
+ paranormale Form: Peristatisches Klima.
Aktion + Reaktion des lebenden Wesens Wechsel-
wirkung mit diesem ~~H.K.~~ K. Mit-
wirkung dieser Wechselwirkung voll. durch
Erweiterung des Begriffes Homöostase.
In diesem Rahmen Aktivitätsänderungen mit
und Telesynergisation. Allgemein. Möglichkeit
peristatischer Aktivitätsänderungen (Modu-
lationen + Zusammenhang mit Perversionen
unternehmen) Gleichzeitigkeit + Korrelation
kein direkter Kausalzusammenhang in
der durchgehenden Korrespondenz der
konkreten Funktionen (z.B. Psyche +
Soma). Diese Korrespondenz aber gleich-
zeitig als Funktionszusammenhang.
Dies deduzierbar aus psychophysischer
Wirkung der Synapse, welche deren Pleasie
bereits funktionell projizierbar ist, aber
kann räumlich.
24. V. 1955] Psyche: Systeme kollidierende Antago-
nismen zwischen denen homöostatische Kompen-
sationsfunktionen (H.-K.) regulierend wirken
(14.3.55). Einstellung der H.-K. zentral (Kom-
pensation vollständig) oder exzentrisch.
H.-K. relativ bezogen auf peristatisches
Klima (P.-K.). Neben: bezogen auf P.-K. ist
H.-K. zentral, sonst abnorm. P.-K. zeitlich ge-
ändert. Sind reversible Intensitäten des Aktivi-

Kälensbomes aus P. K. höher als kritische
 Schwelle (von Änderung des P. K. abhängig), so
 kommt H. K. nicht mehr zur Normein-
 nahme. Folge: psychopathologische Reaktion.
 Permanente Exzentrität des H. K. (aus-
 gelöst durch P. K. Aktivitätsverlust) = Trau-
 ma (auslösender Faktor traumatisch) = Psy-
 chose ^{später evtl. Psychose}. Wer-
 gabe der Exzentrität in
 andere Bereiche z. B. Soma). Kompens-
 ration der Psychose durch geistige P. K.
 Aktivitäten (Therapie). Minderndes
 der Gesamtstruktur: Konzentration (a-
 selbstbehaltung ^{z. B. Selbstbehaltung}).
 Wechselwirkung mit P. K. homöosta-
 tische aktiv und antagonistisch reaktive
 Kräfte ~~von~~ ^{adäquat} antagonistisch.
 Antagonismen. Diese Kräfte ^{z. B.} somato-
 chistische Symplothe (S. M. S.) so-
 matische Symplothe, vegetatives System
 (sensorische perceptive, vegetative neuro-
 muskulär, vasomotorisch, endokrin, hu-
 moral). Psychosomatische (z. B. S. in-
 graduelle Technik) somatochisti-
 sche Aktivitätskomponente. Emotional-
 technik aktiv: jede Hostilität, Kämpfe,
 Dynamik und Aggression. Antagonistisch
 reaktiv jedes passive Erleben Überwerfung
 evtl. Tendenz zur Überbehaltung. Intellekt-
 uell: aktive Erkenntnisbeziehung, Handlung.

trile. Reaktion selbst sein schwächer, Schuld-
bewußtsein, gewissen. Symptomen. Mögliche-
keit zum Verunsichert. Als Eudymon
der z. m. s. untersucht. Evid. Korrelation
des Verunsichertes mit anderen Faktoren
beobachtet.
28. V. 55] heben in Wechselwirkung mit Parästhesie,
den Aktivitätszustand nicht wechseln. Erleb-
nisfolge: kontinuierliche Änderung der H.K. in
Korrelation mit P.K. Diese Korrelation eben-
falls H.-K.-ähnlich kompensiert. Bei der H.K.-
Änderung wegen P.K.-Korrelation Affekte aus-
gelöst. Diese aktivieren Bedürfnisse [psychisch
und somatisch] welche an Quellen von Er-
leben, antrieben auf Bedürfnisbefriedi-
gung werden. Bestimmte Antriebe auslösen
elektrische Reaktionen, wenn durch Be-
friedigung Konflikt mit P.K. entsteht. Über-
proportionaler Kompensations mit P.K. in tieferer
Regulation durch Willenskonzentration [W.R.]
W.R. eine intellektuelle mit Bewusstsein
tieferen Zonen. W.R., Kybernetik der Erleb-
nis antriebe, also der Korrelation mit P.K.
im Gegensatz zu H.K. ist W.R. mit dem
völlig freien Bewußtsein verbunden [frei-
er Wille, das nur für W.R.-Bereich in intellekt-
uare gültig]. Wird durch traumatische Aktivität
W.R. verstoß: psychopathologische Reaktion.
Permanente Störung: Chronische Psychose
durch autoabkennungs: dem Triebverhalten

müssen
sich
nicht
psychologische
Macht
bilden
können
sich
durch
Bewusstsein
auf
sich

30. V. 55] Stellung ^Δstufen w. R. normal wenn
natürliche H. K. relativ zum ~~R~~ P. K. einge-
stellt. In jedem Dynamischen (D. Z.) viele
Antriebe in verschiedenen Richtungen
in Folge endogener Konstellationen und exo-
gener P. K. Aktivitäten wirksam. Dieses
Spektrum der Möglichkeiten: Futural-
potenz. Von allen Möglichkeiten nur
eine realisiert nämlich diejenige mit
der eine Ko- oder Konstante maximale rela-
tiv zum P. K. ist. Diese Futural selek-
tion abhängig von P. K. und endogener
Struktur bewirkt Ausregung. Die Maximale
relativ. Absolute Maxima nur bei tele-
zentrischer Polarisation möglich, also
wenn g. z. Telezentrum eines parti-
ellen Panoramas ist. P. K. - Aktivitäten
lösen wegen der Wechselwirkung mit P. K.
und der Erhaltungstendenzen des Lebe-
wesens Bedingungen aus, die affek-
tiv zu Antriebs^{erlebnissen} werden. Ab-
drosselung der Antriebe endogen oder
exogen durch P. K. oder Psyche, führen
zu Hemmungen und Verdrängung ins
Nichtbewußte. Phänomene der Erlebnis-
tiefe. N. u. E. in Zusammenhang mit
(Erfahrung ^{erlebte} zusammenhang mit
dem Vergessen). Erlebnis tiefe wird
durch nicht bewusste Prozesse

VI.
muy überlagert, wenn Hemmung
traumatischer Folgen hatte. Bei
~~traumatischer~~ ^{traumatischer} Bedingung Be-
stimmung des Traumas spezifische
zeitlich spätere spezielle ~~stimulationen~~
Traumaprovokation und Fehlleistungen.
Im pathologischen Fall: Psychotische
Symptomatik. ~~aus dem~~ ^{aus dem} gemeinsamen Trieb
entstehen sekundäre Tertiäre usw. Trau-
matiken (traumatische Induktion) von
somatische Ableitung. Andererseits auch
Triebimpulse Verdrängung - + Verdrängungs-
situationen, bruchstückhaftes Bewusstsein des
Primärtraumas, der in infantilen Bereich
liegen kann. Dies ist ~~Primärtrauma~~ ^{infantile Primärtraumatisierung} ~~traumatisch~~
nicht erzeugt durch P.K. Folgen, sondern kann
eulogisch in der Art der Typenstruktur als ar-
chaisches Element ^(primäre archaische) ~~entstehen~~ (diese Ele-
mente können im nicht infantilen Alter
bewusst werden, z. B. Traumalelemente,
Kontexte der archaischen Archaische usw.).
Erzeugen können nun aus P.K.: archaische -
modulation und archaische spezifische
Triebauslösungen in somatischen Bereich -
dieser durch spezifische P.K. - Einflüsse.
Abnorme archaische modulation: ^{neurotische, bei} psy-
chotische Struktur. Abnorme Struktur:
perverse Struktur. Abnorme beider
nicht dem P.K. entsprechen. Diese Prozesse
im nicht infantilen Alter untersuchen.

Psychose reversibel wenn die Dicke traumatischer Hemmungen nicht zu groß. In diesem Fall psychopathische Reaktion, oder akute reversible Psychose. Überschreitet die Dicke Schwellenwert (abhängig von simultaner Konstellation und reversibler Qualität der Traumata) kommt es zu nicht divergenter Traumainduktion (Auflösung eines Traumas bedingt Induktion von neuem Trauma gleicher Intensität). Weitere Möglichkeit Schluß eines Circulus-Viciousus ~~in~~ ~~zu~~ zwischen Traumata in verschiedenen Zonen gleicher ~~oder~~ ^{neuer} symmetrischer Technik. 3. Möglichkeit Circulus-Viciousus in H.K. mit P.K. In jedem der 3 Fälle chronische Psychose. Charakteristisch: dichter zentraler Wahrnehmung des P.K. aber ~~zusammenhängend~~ ^{unabhängig} ~~getrennt~~ ^{gleichzeitige} äquale psychische Vorstellungen (werden durch Hemmungen ~~oder~~ ^{meist} genotyp-prädestiniert funktionell) Stadium der irreversiblen Psychose (chronisch durch Circuli-Viciousus) keine Erlebnisstücke wie im reversiblen Fall, sondern Objektverlust, d.h. Stücke werden nicht mehr wahrgenommen, sondern mit Entsozialisierung durch Illusionen und Halluzinationen ~~ersetzt~~ ^{verdeckt}. Objektive Fakten des P.K. in ihrer Wahrnehmung ersetzt durch Illusionen + Halluzinationen. Dieser Ersatz bedingt Circulus-Viciousus

27. VI. 1955

IX.

P.K. Aktivitäten können H.K. meist partiell
also in einzelnen Funktionsbereichen vorstellen.
Reaktion normaler Kompensation selbstän-
dig einsetzt. Psychopathologische Reaktion
bei Fehlkompensationen. Bedingt P.K. per-
manente H.K.-Verstellung, kommt es zur
Hemmung von Antriebsimpulsen im Funk-
tionsbereich der H.K.-Verstellung. Folge der
Triebhemmung in der Funktionszone n:
Zerfallsscheinungen der Tektonik in der
Zone $n+1$. Diese Zerfallsprozesse in
Form $\times$ tektonischer Spaltung. Untersu-
chen ob multilokale Spaltkomplexe
möglich. Stets behauptet, also intentionale
wahrgenommen. Grundsätzlich Spal-
tungen in den drei tektonischen Rich-
tungen möglich. Welche Tektonik gespal-
ten von der Natur der $n+1$ -Zone wie
überlebt. Träumen und der Triebhem-
mung der ~~Funktion~~ n-Zone abhän-
gig. Darüber hinaus genotypisch, on-
kologisch oder genotypisch und
onkologisch, psychokonstruktivell
prädisponiert zu spezifischer tek-
tonischer Spaltung. Allgemein alle
die Spaltung selektierenden Faktoren
wirksam. Genotypisch oder onkologische
Psychokonstruktionen: konstitutiv, explizit

oder dysphor. Wenn Spannung nerven-
neurose, oder nervenvariante
spannung: nerven: psychotische
struktur. Psychosomatisches Gleich-
zeitigkeitssyndrom einer funktionellen
Störung multilokal im soma. Psy-
chotische Manifestation: traumatisches
Formen. Schizophrenie mit ma-
nische depressive Symptomatik in
Emotionalphase. ~~Schizophrenie~~ Schizophrenie:
Dauer in Intervalle schüben. Zy-
klischer Prozess: zeitliche mehrstu-
fige manische + depressive Phase.

Schizophrenie Symptomverbände

1. Reihe	2. Reihe	3. Reihe	
Wahrnehmungslücke	Springtücken	Bedeutungswahrn.	
Stupor, Kämpfe;	Denken	"Primärwahrn."	7.
Veränderungen des	Affektelastizität	Verschwommenes	
religiösen Lebens	und Antriebsaktivität	und faseriges Denken	1.
Gedankenabreißen	Mangel an vitaler	Interesslosigkeit in	
Gedankenentzug	Dynamik Elastizität	sachlicher Dingen	
Paralogie	und Reaktionsbereit-	und Warten	4.
	schaft		
Gedankeneingehen	Ersterben von Talent,	Wirkungslosigkeit	3.
Willensstörungen im	Fremde und Kummer	Faseln + Zerfahrenheit	2.
Sinne des Willens, das den	Exaltationszustände	Inadäquate Affekt-	
Krankheits der	mit Angst, Zerknirsch-	erregungen	5.
"Willen genommen"	keit, Weierlichkeit,	Parabolische	
teils Handlungen und	Verweigerung, leeres	Impulse	6.
Empfindungen werden	Pathos in raschem		
Sprachliche Entgleisun-	Wechsel der verschie-		
gen	denen Färbungen		
Sperrungen	Veränderungen der		
	Körpergefühle und		
	leiblichen Empfin-		
	den		
	Physikalische		
	Halluzinationen		7.

$$m(z) = 1 - \frac{z}{2a} \left(1 - \sqrt{1 - 4az} \right) =$$

$$S A_i = [i^l_k]_{(M)} \cdot A_l \cdot \delta x^k$$

$$\text{pot } \delta A^{(\underline{L})}_l \cdot \delta x^{\underline{K}} -$$

$$S_{A_i}^{(\underline{i})} = \frac{+}{-} \frac{\Gamma_{(i, l), K}}{\Gamma_{(l, i), K}} \cdot A_{\underline{j}}^{(l)} x_{\underline{k}}$$

$$\{ \overset{i}{\kappa \ell} \} = [\overset{i}{\kappa, \ell}] + \binom{i}{\kappa \ell} \frac{(Q)}{+} \Gamma_{\kappa \ell}^i$$

$$H_1(P_1, \overline{W_2}, W) = 0 \quad H_K(P_{2K}, \overline{W_1}, W_3) = 0$$

$$1 \leq K \leq 4 \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \dots 1 \leq n$$

$$\equiv \mu \equiv 0, 1 + \equiv \downarrow \equiv \nu -$$

$$1 + \equiv \mu \equiv \nu - \begin{pmatrix} \mu \\ \nu \\ \mu \\ \nu \end{pmatrix}$$

$$\{\kappa^i\} = [\kappa^i] + (\kappa^i) + \Gamma^i \text{ где}$$

$$\{\kappa^i\} = [\kappa^i] + (\kappa^i) = \Gamma^i$$

$$g_{(D)}^{\kappa} \{ \kappa^i \} = \int_{\Gamma}^{\kappa} \{ \kappa^i \}_{[1]} = \{ \kappa^i \}$$

$$g_{(D)}^{\kappa} g_{(D)}^{\kappa} = \int_{\Gamma}^{\kappa} \{ \kappa^i \}$$