

Kapitel D

Klarstellungen zur Heimschen Theorie

Arbeitskreis Heimsche Theorie

(W. Dröschner, K. Gröner, I.v.Ludwiger, A. Müller)

München/Innsbruck Juni 2006

Kapitel D – Klarstellungen zur Heimschen Theorie – Inhalt

0. Klarstellungen zur Heimschen Theorie	1
1. Die Suche nach der Struktur von Teilchen	2
2. Zur Stellung der Heimschen Theorie innerhalb der Quantengravitationstheorien	5
3. Der Heimsche Ansatz zur Quantengeometrie	7
4. Gravitations-Raumstrukturen und ihre Extrema	8
5. 5.1. Eigenwertgleichungen anstelle von Feldgleichungen	9
5.2. Symmetrien der Heimschen Eigenwertgleichungen	11
5.3. Quantisierung von Feldern	12
6. Herleitung und Lösung der Eigenwertgleichungen	13
7. Übergang von Eigenwertgleichungen zu den Einsteinschen Feldgleichungen und zum Feynmanschen Pfadintegral	14
8. Polymetrie (Vielfachgeometrie)	14
8.1 Der erweiterte metrische Fundamentaltensor	14
8.2 Die Bedeutung der inneren Koordinaten y	18
8.3 Die erweiterten affinen Verschiebungssymbole	21
9. Das Tensorverhalten der Affinsymbole	22
10. Hermetrieformen	22
11. Eigenschaften der Eigenwerte	26
12. Heims Massenformel und deren Weiterentwicklung	27
13. Literaturverzeichnis	31
14. Anhang I – Vergleich zwischen Theorien im Planck-Bereich	32
15. Anhang II – (Berücksichtigung der Feldmasse)	33
16. Anhang III - Herleitung der Eigenwertgleichungen im Riemannschen Raum	34
17. Anhang IV - Die Lösung der Eigenwertgleichungen	37
18. Anhang V – Übergang der Heimschen Eigenwertgleichungen in die Einsteinschen Feldgleichungen	45
19. Anhang VI – Tensorverhalten der polymetrischen Affinsymbole	48

Kapitel D

Klarstellungen zur Heimschen Theorie

Im Text unserer Kurzfassung sowie im Originaltext der Bücher „Elementarstrukturen der Materie – Einheitliche strukturelle Quantenfeldtheorie der Materie und Gravitation“ von Burkhard Heim (1980/89, 1984) befinden sich einige Unklarheiten, die einigen Lesern, die sich näher mit dem Text befasst haben, aufgefallen sind. Da die Berechnungen ansonsten nicht zu falschen Ergebnissen für die numerischen Werte der Teilchenmassen und Wechselwirkungskonstanten führen, handelt es sich bei diesen Unklarheiten nicht um Fehler, sondern um mathematisch nicht exakt hergeleitete physikalische Annahmen, die sich erst im Verlauf der Berechnungen als richtig erweisen, sowie um mehr oder weniger plausible Beschränkungen auf Spezialfälle.

Im wesentlichen wird beanstandet, dass nicht klar ist, unter welchen Bedingungen Heims Operatorgleichungen zu echten Eigenwertgleichungen werden und der Übergang von diesen Eigenwertgleichungen zu den Einsteinschen Feldgleichungen nicht hergeleitet wurde. Die Gestalt des nichtlinearen Operators C_p in den Operatorgleichungen wurde nicht klar dargestellt, und der Sachverhalt, wonach die Verschiebungssymbole einmal Pseudotensor- und ein andermal Tensor-Charakter besitzen, wird erst sehr spät (Band II) deutlich.

Ein von uns bereits 1977 entdeckter Fehler in Heims Berechnungen des Dichteoperators, den Heim in der 2. Auflage (1999) seines ersten Buches (1980) durch eine andere Rechnung zu bestätigen suchte, führt auf falsche numerische Werte (beispielsweise für die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Gravitationsfeld-Störungen und im Flächenquant). Diese numerischen Werte wirken sich allerdings nicht in der Massenformel aus.

Diese Berechnungen wurden von uns korrigiert, die Formeln zu der von Heim verwendeten Flächen-Differenzenrechnung wurde von unserem Spezialisten für Differenzenrechnung überprüft und – bis auf marginale Unstimmigkeiten – bestätigt. Die mathematisch exakte Herleitung und Lösung der Eigenwertgleichungen und die weitere Analyse der erweiterten Riemannschen Geometrie (Vielfachgeometrie) wurden durchgeführt.

Außerdem wurde das Feynmansche Pfadintegral aus den Eigenwertgleichungen hergeleitet.

Erst nach der Fertigstellung des Manuskripts hat sich einer der Autoren entschlossen, seine Berechnungen in einer Fachzeitschrift zu publizieren, für die Voraussetzung ist, dass der Text noch nicht vorher im Internet veröffentlicht wurde. Daher mussten einige Passagen dieser „Klarstellung“ aus dem Manuskript herausgenommen werden. Damit der Leser sich trotzdem ein Bild davon machen kann, was bearbeitet worden ist, wird im folgenden das ursprüngliche Inhaltsverzeichnis angeführt.

Bevor auf die Klarstellung der genannten Sachverhalte näher eingegangen wird, soll auf die Stellung der Heimschen Theorie innerhalb der wesentlichen Forschungsrichtungen auf den Gebieten der Teilchentheorien und Quantengravitation eingegangen werden.

1. Die Suche nach der Struktur von Teilchen

Teilchen sind durch ihre primäre Eigenschaften definiert, träge zu sein. Es ist nach dem Newtonschen Kraftgesetz durch seine Raum-Zeit-Bahn als Einzelding individuiert, wie es beispielsweise durch die Bildung von Spuren auf einer Kernspur-Emulsion oder in Streuexperimenten beobachtbar ist. Die Streuung von Teilchen kann an punktförmigen oder nicht-punktförmigen Streuzentren erfolgen. Im letzteren Fall kann auf eine räumlich ausgedehnte Struktur dieser Streuzentren geschlossen werden.

Es gibt kein einheitliches Teilchenkonzept, sondern mehrere Deutungen für Teilchen, die bisher nicht zu vereinbaren sind.

In der nichtrelativistischen Quantenmechanik (NRQM) gehen aufgrund der Unschärfebeziehung für Ort und Impuls die raumzeitlichen Bestimmungsgrößen für Masse und Ladung verloren, sie haben keine Trajektorie mehr. Teilchen der Masse m und Ladung e unterliegen im ortsabhängigen Potenzial $U(r)$ der Schrödinger-Gleichung für eine Wellenfunktion ψ , die in der Ortsdarstellung die Aufenthaltswahrscheinlichkeit für ein Teilchen innerhalb eines Raumbereiches angibt. In der NRQM wird ein Teilchen durch das mögliche Ergebnis der Ortsmessung einer Wellenfunktion gedeutet, deren Betragsquadrat eine Wahrscheinlichkeitsdichte ist. Die Pfadintegraldarstellung liefert den Übergang von einem Zustand A in einen Zustand B für ein einzelnes Teilchen. In der Quantenfeldtheorie wird zu einem quantenmechanischen N-Teilchen-System übergegangen, das nicht in die Zustände einzelner Teilchen zerlegbar ist. Man beschreibt dieses durch eine N-Teilchen Produktwellenfunktion im Hilbert-Raum. Die Teile eines zusammengesetzten Quantensystems sind miteinander verschränkt und einzeln nicht identifizierbar. Bei Messungen an einem Teilchensystem werden Korrelationen der Werte für die Erhaltungsgrößen, beispielsweise Spin-Korrelationen im Falle der EPR-Mess-Situation (Einstein-Rosen-Podolski), beobachtet.

Relativistische Teilchen werden durch die Quantenfeldtheorie (QFT) beschrieben. Quantisierte Felder entsprechen in dieser Theorie den Lösungen einer relativistischen Feldgleichung, beispielsweise der Dirac- oder der Klein-Gordon-Gleichung oder den Maxwell- oder Yang-Mills-Gleichungen. Nach dem Formalismus der QFT ist ein Teilchen ein Feldquant, dass durch Operatorwirkungen erzeugt oder vernichtet wird.

Um Störungstheorie betreiben zu können, müssen die aus einem Quantenfeld hervorgehenden Massen und Ladungen renormiert werden, bei der u.a. experimentelle Abschneideparameter eine wichtige Rolle spielen. Das Auftreten virtueller Feldquanten zerstört das klassische Bild eines substanziellen Einzelobjekts vollends.

Die quantentheoretische Beschreibung subatomarer Prozesse ist auch mit der klassischen Auffassung eines raumzeitlichen Zusammenhangs von Ursache und Wirkung unvereinbar, wonach Ereignisse zeitlich unterscheidbar und räumlich lokal sind. So ist z.B. die Ursache eines Quanteneffekts nichtlokal, wie die EPR-Analyse der Spin-Korrelationen eines spontan zerfallenden Zwei-Teilchen-Systems zeigen oder Experimente mit Verletzung der Bellschen Ungleichung mit der dadurch erzwungenen Nichtlokalität von Ereignissen in einer Theorie mit verborgenen Parametern, die damit noch verträglich sein könnte.

Die zu beobachtende Teilchenspur in einer Kernspur-Emulsion wird nach der Quantentheorie nicht von Teilchen verursacht, sondern ist der quantentheoretische Prozess einer Wirkungsausbreitung einer Wellenfunktion unter Erhaltungssätzen für Energie, Impuls, Ladung usw.

Die Streuung an einem nicht-punktförmigen Teilchen wird durch einen Formfaktor in den Gleichungen für ein Punktteilchen berücksichtigt, der sich experimentell aus einem gemessenen Wirkungsquerschnitt und dem für punktförmiges Streuverhalten berechneten bestimmen lässt.

Heisenberg (1975) definiert Teilchen als Darstellungen von Symmetriegruppen. (Die Menge der Transformationen, welche ein gegebenes Objekt invariant lassen, bilden eine Gruppe, die Symmetriegruppe des Objekts genannt wird). Damit folgt er Wigners Teilchenkonzept (1939) durch Klassifikation der Darstellungen der Poincaré-Gruppe. Denn Erhaltungssätze sind mit Symmetrien verbunden. Sie sind durch die Gruppenstruktur des zugrunde liegenden Naturgesetzes bedingt. Die stationären Zustände des Systems sind als verschiedene Darstellungen der Gruppe aufzufassen. Und diese Darstellungen können durch diskrete Zahlen, die Quantenzahlen, charakterisiert werden.

In der Teilchenphysik sind die wichtigsten Gruppen die Poincaré-Gruppe, die für die Erhaltungssätze von Energie, Impuls und Drehimpuls verantwortlich ist, und eine Gruppe, die mit dem Isospin und mit der Ladungssymmetrie verknüpft ist.

Die Theorie unterscheidet nicht zwischen Teilchen und Feldern, vielmehr wird ein Teilchen von Wigner als ein wechselwirkungsfreies Feld aufgefasst.

Heisenberg sieht in den Teilchen die Anregungen von Felderquanten, die den Darstellungen der raumzeitlichen und dynamischen Symmetrien eines Materiefeldes entsprechen. Dieses Feld wollte Heisenberg mit einer einzigen Gleichung in seiner nichtlinearen Spinorthorie beschreiben.

Die Anzahl der gefundenen Elementarteilchen wurde Anfang der 1960er Jahre stark reduziert als sich diese auf deren „Bausteine“ Quarks und Leptonen reduzieren ließen. Die auftretenden Wechselwirkungen ließen sich aus der Forderung nach „Eichinvarianz“ verstehen.

Auf diesen fundamentalen Begriff hatten die Analysen der Maxellschen Gleichungen geführt. In diesen Gleichungen werden nicht Potenziale bestimmt, sondern immer nur deren Differenzen. Daher lässt sich der Bezugspunkt der Potenziale, also die Eichung, beliebig ändern, ohne dass sich die Lösungen der Gleichungen ändern. Die Maxwell'schen Gleichungen sind daher eichinvariant. Das Prinzip der Eichinvarianz wurde zu einer Forderung auch für alle übrigen Wechselwirkungen erhoben, d.h. diejenigen Gleichungen, welche die Wechselwirkungen beschreiben, sollen invariant bleiben, wenn man auf sie eine bestimmte von Ort und Zeit abhängige Transformation anwendet. Die Struktur einer Wechselwirkung soll sich direkt aus der gewählten Art von Eichinvarianz ergeben. Die Eichtheorien deuten Wechselwirkungen im Sinne von Symmetrien.

In der Quantentheorie des Standardmodells lässt sich die Form elektromagnetischer Wechselwirkungen, indem eine Symmetrie der Gleichungen unter einer beliebigen Änderung der Phase der Wellenfunktion gefordert wird. Um der Forderung der Gültigkeit dieser Symmetrie für die elektromagnetische Wechselwirkung zu erfüllen, wird die Dirac-Gleichung, welche ein freies Teilchen beschreibt, durch einen Term ergänzt. Dieser Zusatzterm beschreibt die elektromagnetische Wechselwirkung (Produkt aus 4-dimensionalem Vektorpotenzial und Elementarladung). Die entstehende Symmetrie wird „Eichsymmetrie“ genannt. Sie lässt sich formal durch Anwendung der Elemente der Gruppe U_1 (Gruppe der unitären Matrizen mit der Dimension eins) auf die Wellenfunktion der elementaren Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen beschreiben. Die Gruppenelemente von U_1 können beliebige Funktionen der Raumzeitkoordinaten sein.

Das Postulat der Eichsymmetrie erlaubt auch die Herleitung der Form der starken und der schwachen Wechselwirkungsarten

Anstelle der elektrischen Ladung treten bei der starken Wechselwirkung die „Farben“ der Quarks. Die drei Farbladungen rot, grün, blau bilden hier die Eichgruppe SU_3 , die Gruppe der 3×3 Matrizen mit der Determinante eins. Den acht Generatoren der Gruppe SU_3 entsprechend existieren 8 masselose Feldquanten, wobei diese „Gluonen“ jeweils einen Farb-Antifarb-Index aufweisen. Gluonen können miteinander wechselwirken. (Da sich die Farbkraft der Quarks nach außen hin kompensieren, erscheinen Protonen oder Neutronen farbneutral).

Auch die schwache Wechselwirkung lässt sich auf eine Eichsymmetrie zurückführen, wobei die zugrunde liegende Gruppe eine SU_2 ist. Man erhält entsprechend der drei Generatoren der Gruppe 3 Feldquanten der schwachen Wechselwirkung (mit den Ladungen $+1, 0, -1$). Die geladenen sind die W-Bosonen, die den β -Zerfall bewirken. Die Invarianz muss unter der Produktgruppe $U_1 \times SU_2$ betrachtet werden, was zur elektro-schwachen Vereinigung der Wechselwirkungen führt.

Wird die Herleitung der elementaren Kräfte aus der Eichsymmetrie der Theorie gefordert, so müssen die Feldquanten die Masse null haben. Das ist für Photonen und Gluonen erfüllt, nicht jedoch für die Quanten der schwachen Wechselwirkung, der $W^\pm$ - und Z^0 -Bosonen. Mit der Einführung des „Higgs-Feldes“ kann diese Forderung umgangen werden. Es wird angenommen, dass das Higgsfeld das gesamte Universum durchdringt und dass Quarks, Leptonen und Feldquanten erst eine Masse durch die Wechselwirkung mit ihm erhalten.

Da die Massen der u- und d-Quarks weit unterhalb der Protonenmasse liegen, muss beispielsweise die Protonenmasse größtenteils von der kinetischen Energie der Quarks und Gluonen in ihnen herrühren. Auch nach einer möglichen Entdeckung der Higgs-Teilchen bleibt weiterhin unklar, wie die Massen berechnet werden müssten.

Das Standardmodell ist wegen der vielen freien Parameter (Kopplungskonstanten, Massenwerte, Mischungswinkel für Quark-Superpositionen) nicht zufriedenstellend. (E. Lohmann: „Der Traum von der Weltformel“, Physik in unserer Zeit, 4, 2001, S. 158-163)

Wie diese Hinweise zeigen, kann bei der Suche nach einer Erklärung der inneren Struktur der nicht-punktförmigen Teilchen nicht von quantenmechanischen Theorien ausgegangen werden, weil ein Einzelteilchen in Raum und Zeit nicht lokalisiert werden kann und die lineare Wellenfunktion nur Wahrscheinlichkeitsaussagen zulässt. Da in der Hochenergiephysik scharfe Energiewerte der Teilchen registriert werden, müssen diese durch nichtlineare Darstellungen beschreibbar sein. Heisenberg vermutete (1967), „dass der Begriff der Wahrscheinlichkeit auf lokale Ereignisse, d.h. auf Raumbereiche von der Ordnung 10^{-14} cm oder darunter, nicht angewendet werden kann.“

Zur Untersuchung der Strukturen und Wechselwirkungen der Teilchen muss Lokalität vorausgesetzt werden. Nach Heim hat man im Rahmen einer Strukturtheorie nach geometrischen Größen zu suchen, welche dynamische Prozesse einer nichteuklidischen Geometrie bewirken, die sich physikalisch als stationäre Einzelteilchen beobachten lassen.

Das erklärt, warum Heim zur Erstellung seiner Massenformel klassisch rechnet. Die Quantenobjekte sind Elemente der Raumzeit selbst und nicht solche, die sich vor einem Hintergrund bewegen. Solange keine Wechselwirkungen und Vielteilchen-Systeme, sondern nur stationäre Einzelteilchen behandelt werden, reicht eine halb-klassische Behandlung aus.

2. Zur Stellung der Heimschen Theorie innerhalb der Quantengravitations-Theorien

Die Bedeutung der Allgemeinen Relativitätstheorie besteht darin, dass es in ihr kein Hintergrund-Koordinatensystem gibt. Konventionelle Quantenfeldtheorien beziehen sich aber auf einen Hintergrund. Daher können sie bei der Quantentheorie der Gravitation nicht erfolgreich sein.

Gegenwärtig gibt es zwei große sich einander ausschließende Theorien im Planckschen Bereich, und zwar die Superstringtheorie (SST), die von Gabrielle Veneziano, John Schwarz und André Neveu begründet wurde, und die Loop-Quantentheorie (LQT), von Lee Smolin, Carlo Rovelli (1990) und Abhay Ashtekar (2001).

In der Superstringtheorie wird die Strategie angewendet, das Gravitationsfeld in die Summe aus zwei Anteilen aufzuspalten: eine Komponente bezieht sich auf den Hintergrund und die andere wird als Quantenfeld behandelt. Die SST ist gemäss der M-Theorie in einem 11-dimensionalen Raum definiert. Die Teilcheneigenschaften sind im Schwingungsmuster des Strings codiert, die demnach alle Quantenzahlen des Teilchens aufweist. Die 11 Dimensionen stellen sich also als 4 ausgebreitete und 7 kompaktifizierte Koordinaten dar. Die Superstringtheorie in 10 Dimensionen bzw. die M-Theorie in 11 Dimensionen weist einen großen Umfang von Symmetrien auf und ist mathematisch sehr reichhaltig.

Die Superstringtheorie geht von schwingenden, geschlossenen Schleifen aus, die sich noch innerhalb der Planckschen Länge befinden.

Es ist noch unklar, wie die Teilcheneigenschaften im Bereich 10^{19} GeV auf den niederenergetischen Bereich übertragen werden sollen. Strings schwingen in einer klassischen vierdimensionalen Raumzeit und es ist nicht möglich, sie als Raumzeit-Objekte an sich zu definieren. Die M-Theorie ist eine reine Teilchentheorie.

Der Loop-Quantengravitation liegt die Idee zugrunde, geschlossene Kraftlinien so wie im elektromagnetischen Fall zu behandeln. Dort sind die natürlichen Variablen, welche die Feldtheorie beschreiben, gerade die Faradayschen „Kraftlinien“. Eine Faradaysche Feldlinie kann dann als eine elementare Quantenanregung des Feldes verstanden werden, die sich bei Abwesenheit einer Ladung zu einer Schleife (Loop) schließen muss. Auf diese Weise wird nun das Quanten-Gravitationsfeld mathematisch in Termen von Loops beschrieben. Diese Loops erscheinen (bei niedrigen Feldenergien) als Gravitonen. Ein Zustand des Raumes wird durch ein Netz von sich durchdringenden Loops beschrieben. Es gibt keine Lokalisierung des Netzes, sondern nur eine Lokalisierung auf dem Netz selbst. Das Gravitationsfeld der ART wird ersetzt durch ein „Ashtekar Konnektionsfeld“, das einem elektromagnetischen Potenzial ähnelt.

Die Quantisierung der Geometrie als eine Feldtheorie der Raumzeit ist in der LQG maßgebend. Sie besitzt keine Hintergrundmetrik und zeigt demnach Diffeomorphismus. Die Raumzeit ist – wie bei Heim - nicht kontinuierlich, sondern wird als Geschichte der Spinnetzwerke, einem „Spinschaum“, beschrieben, der aus einem Spektrum aus kleinsten Flächen und Volumina besteht, die sich dynamisch verändern. In der LQG werden, wie in Heims Theorie, zwei aneinander grenzende Raumelemente durch ein Flächenquant voneinander getrennt. Dagegen tragen Knoten des Netzes Quantenzahlen von Volumenelementen, und die Verbindungslinien Quantenzahlen von Flächenelementen. Quantenzahlen erscheinen in Heims Theorie dagegen noch nicht im Planckbereich, sondern erst in größeren Bereichen durch geometro-dynamische Austauschprozesse von Verdichtungen der Flächenquanten.

Die LQT vereinigt die Allgemeine Relativitätstheorie (ART) und die Quantenmechanik (QM) bereits im Planckbereich. Materie existiert als Knoten eines Spinnetzwerkes, was voraussetzt, dass Materie in einem Bereich, kleiner als die Plancklänge konzentriert ist. Damit wird der Grundsatz von diskreten, nicht unterschreitbaren Längen, Flächen und Volumina

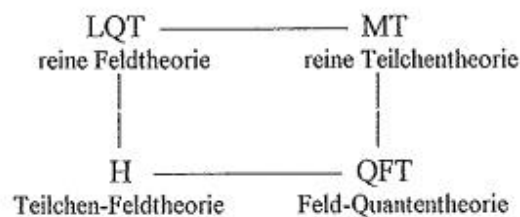
widersprochen. Smolin siedelt Massen in den Knoten an, die sich durch Wechselwirkungen zwischen diesen äußern. Knoten hätten sämtliche Eigenschaften (z.B. Quantenzahlen) eines Teilchens. Die LQT (bzw. LQG) ist somit eine reine Feldtheorie.

Während Heim und die Loop-Quantengravitations-Theoretiker die Quanten der Planckschen Flächen (von Heim als Metronen und von Rovelli als faces bezeichnet) als letzte physikalisch interpretierbare Einheit ansehen, wird in der Superstringtheorie von schwingenden, geschlossenen Schleifen ausgegangen, die sich noch innerhalb dieses Bereiches befinden. Für die M-Theorie gilt nur der Teilchencharakter.

Bisher gibt es - im Gegensatz zur Heimschen Theorie - keinerlei experimentelle Tests weder für die LQG noch für die M-Theorie.

In der QFT werden Feld und Teilchen vereinigt, wobei Teilchen punktförmigen Charakter aufweisen, die jedoch alle Teilcheneigenschaften in sich tragen sollen. Es wird von einem klassischen Feld (z.B. vom elektro-magnetischen in der Quantenelektrodynamik) ausgegangen und durch Quantisierung, beispielsweise durch Oszillatoren zum quantenhaften Charakter der Wellenfunktion übergegangen. Anstelle des Einteilchen-Systems der Quantenmechanik tritt ein Vielteilchen-System der Quantenfeldtheorie. Angenommen, die M-Theorie würde das Teilchen mit seinen Eigenschaften wirklich definieren, dann wäre ein Übergang von der M-Theorie zur QFT vorhanden und ein Übergang von Teilchen zu Feld hätte stattgefunden.

Bezüglich der drei beschriebenen Theorien fehlt jedoch ein Übergang von der LQT zu einer im mikroskopischen Bereich angesiedelten Teilchentheorie mit diskreten Längen und Flächen. Sie sei mit H bezeichnet. Aus Symmetriegründen ergäbe sich dann das Darstellungsschema:



Da LQT und M-Theorie zueinander komplementären Charakter aufweisen, wäre die Teilchen-Feldtheorie H eine zu QFT bzw. QM komplementäre Ergänzung. Die komplementären Eigenschaften von H und QM werden nachfolgend aufgelistet:

H	QM
scharfe Raumzeitkoordinaten	unscharfe Raumzeitkoordinaten, die durch die Unschärfebeziehung zustande kommt
nichteuklidischer Raum	euklidischer Raum
endlicher Raum	R_∞ (Hilbertraum)
Lokalität	Nichtlokalität
Nichtlinearität	Linearität, Superpositionsfähigkeit
Faktizität	Wahrscheinlichkeit
Strukturelle Erklärung von Masse und Quantenzahlen	Unmöglichkeit einer Bestimmung von Masse und Quantenzahlen
Existenz des Messobjektes unabhängig von Messanordnung	Messobjekt und Messanordnung bilden eine Einheit
Objektivität (wiederholbare gleiche Messungen)	unterschiedliche Messergebnisse bei wiederholten Messungen
Aufbau von Strukturen aus diskreten Längen	Aufbau aus periodischen Funktionen (Wellen)

Die H-Theorie wird mit der Heimschen Theorie angeboten. Sie ist eine Theorie der reinen Teilcheneigenschaften. Die Einsteinschen Feldgleichungen und deren modifizierte Form können durch Lösungen der entsprechenden Eigenwertgleichungen für ein Mehrteilchen-System erhalten werden. Ebenso kann unter Anwendung einer konformen Transformation aus den Eigenwertgleichungen das Feynmansche Pfadintegral hergeleitet werden.

(Anhang I: Tabelle mit Vergleichen zwischen der SST-, der QLG- und der H-Theorie im Planck-Bereich)

Einem Elementarteilchen liegt nach Heims Auffassung ein krummliniges Koordinatensystem zugrunde; es ist eine nichteuklidische Struktur. Jede krummlinige Koordinatentransformation würde demnach das Teilchen selbst ändern. Wird nun nur das dynamische im statischen Gleichgewichtszustand existierende geometrische Teilchen-Gebilde beschreiben, dann kann eine beliebige krummlinige Koordinatentransformation, die auf die nichteuklidische Struktur angewendet wird, nur durch eine affine Koordinatentransformation ersetzt werden, die das Teilchen unverändert lässt.

Umwandlungen und Wechselwirkungen der Teilchen können in der von Heim vorliegenden Fassung nicht beschrieben werden. Die QM mit einer Interpretation ihrer Wahrscheinlichkeitsdichte als Wahrscheinlichkeitsfeld, das Löschen einer nichteuklidischen Teilchenstruktur in einem Raumzeitbereich beschreibt, und das Teilchen an einem anderen Ort zu einer anderen Zeit wiederum entstehen lässt, wird hier ausgeschlossen. Es erscheint das Teilchen gemäß Heimscher Auffassung als eine nichteuklidische Struktur, die einer klassischen Bahnkurve in Raum und Zeit gemäß Bohrscher Auffassung folgt.

3. Der Heimsche Ansatz zur Quantengeometrie

Im Aufsatz D in der Homepage: heim-theory.com wurde versucht, die wesentlichen Gedanken in einer Kurzfassung der auf rd. 700 Seiten veröffentlichten Arbeit von B. Heim (1980/89, 1984, 1996) vorzustellen. Dabei sind einige der theoretischen Entwicklungen zu kurz geraten, andere nicht korrekt dargestellt worden. Der Aufsatz D ist daher aus unserer Homepage herausgenommen worden mit der Absicht, diesen besser darzustellen. Daher beziehen sich die im Folgenden angedeuteten Klarstellungen allein auf die beiden Bücher von Heim, deren Lektüre ohnehin keine Kurzfassung über die Herleitung der einheitlichen Massenformel ersetzen.

Zum ersten Buch von B. Heim (1980/89) sind einige Anmerkungen zu machen, die den Einstieg in die Theorie erleichtern können.

Es werden Ansätze zur Überführung der ART in den Mikrobereich und Hinweise durch Lösungen der Eigenwertgleichungen auf die im 2. Buch (1984) einzuschlagenden Richtungen der Untersuchungen gegeben. Der Metronen-Kalkül wird im 1. Buch bereit gestellt. Eine mathematisch exakte Begründung für die verwendete Polymetrie wird erst im 3. Buch (1984) nachgeliefert.

Heim geht von der Sachlage aus, dass Einsteins Feldgleichungen für die Gravitation noch unvollständig sind. Sie haben dualen Charakter. Geometrische Größen werden phänomenologischen Größen proportional gesetzt. Heim setzt dagegen Geometrie der Physik äquivalent. In der ART sind die physikalischen Energiedichten quantisierte Größen, doch die geometrischen sind kontinuierliche Strukturen. Das führt zu Widersprüchen, wenn die Feldgleichungen auch im Mikrobereich Gültigkeit haben sollen.

Bei der erforderlichen Quantisierung der geometrischen Strukturen folgt Heim nicht den üblichen konventionellen Verfahren der metrischen Feldquantisierung, wonach das Gravitationspotenzial $g_{\mu\nu}$ entweder in Operator-Quantisierung (Bergmann und Komar 1962;

DeWitt 1962) oder kovarianter Quantisierung (Duff 1975) oder in kanonischen (Kuchar 1973) und in Feynman-Pfad-Integral Verfahren (Hawking & Israel 1979) versucht wird, sondern Heim setzt auf der untersten Ebene der Geometrie an.

Es ist in der Tat unklar, was als Quantisierung der ART überhaupt gefordert wird (Isham, Penrose, Sciama 1975). Wheeler war der Ansicht, dass das Quantisierungsverfahren nicht die Metrik betreffen sollte, sondern dass sowohl die topologische als auch die metrische Struktur der Raumzeit gequantelt werden und damit auf die Basiselemente der Mathematik zurückgehen müsste. Die selbe Idee motivierte Penrose zur Entwicklung seiner kombinatorischen Spin-Netzwerk-Theorie und Twistortheorie. Bei jeder Strukturquantisierung sind Raumzeitintervalle unscharf, so dass das Konzept von Punkten eliminiert werden muss, da sie unbeobachtbare Elemente darstellen. Das bedeutet einen schwerwiegenden Eingriff in die Grundlagen der Mathematik. Heim ist der Überzeugung, dass vor jeder Feldquantisierung zunächst das Punktkonzept aufgegeben werden sollte und die Differenzialrechnung durch eine Differenzenrechnung ersetzt werden sollte.

4. Gravitative Raumstrukturen und ihre Extrema

Heim folgt nicht dem Einsteinschen Ansatz, die Quellen der Gravitation durch einen phänomenologischen Anteil und das Feld durch einen Strukturanteil zu beschreiben, sondern er versucht zunächst, Feld und Quelle der Gravitation bereits im phänomenologischen Tensor zu vereinheitlichen. Erst danach folgt er Einsteins Geometrisierungsprinzip, ohne noch irgendwelche physikalischen Größen in seinen Gleichungen, die zu Eigenwertgleichungen führen, zu verwenden. Zur phänomenologischen Beschreibung der Gravitation geht Heim zunächst von der Analyse des Feldverlaufs eines elementaren Massenquants aus, das bei Berücksichtigung seiner Feldmasse eine ortsabhängige Funktion $m(r)$ ist. Sodann betrachtet er dynamische Gravitationsfelder und erhält ein zusätzliches Feld, analog zur Situation in der Elektrodynamik. Aus den Vektorfeldern und der ortsabhängigen Masse erhält er schließlich einen einheitlichen Gravitationsfeldstärketensor und durch Iteration den Energiedichtetensor der Gravitation, der nun Feld und Quelle einheitlich beschreibt.

Wegen eines Schreibfehlers im Ansatz für den Δ -Operator erhält Heim zunächst (Heim 1980) anstelle des Faktors $\alpha = 1/(4\pi\gamma)$ in der Poisson-Gleichung einen Faktor $\alpha = 3/(64\pi\gamma)$. In der 2. Auflage (Heim 1989) wird dieser Faktor physikalisch unkorrekt begründet. Mit dem von uns korrigierten Wert ergibt sich die Poisson-Gleichung und die Ausbreitungsgeschwindigkeit ω von Gravitationswellen ist die der Lichtgeschwindigkeit c (und nicht – wie von Heim angegeben – $\omega = 4/3 c$). (siehe **Anhang II**)

Heim leitet den Radius für ein Mindestvolumen im R_3 ab, das noch ein Materiequant beinhalten könnte, und das etwa dem Schwarzschildradius entspricht. Treder (1974) hatte bereits aus dem Produkt des Schwarzschildradius und der Compton-Wellenlänge eines elementaren Materiefeldquants eine kleinste Fläche als Naturkonstante erhalten, die auch Heim bekommt, wenn der korrekte Wert für α (wie oben genannt) in den Rechnungen verwendet wird. Diese Naturkonstante ist das Quadrat der Planckschen Länge, das Heim ein „Metron“ nennt. Die Entdeckung einer unteilbaren geometrischen Letzteinheit verlangt das mathematische Arbeiten mit Flächendifferenzen und Selektoren anstelle der Differenzialrechnung mit Tensoren. Diese Strukturquantisierung ist keine Feldquantisierung, sondern Voraussetzung für diese. Somit ist die Heimsche Theorie noch eine halb-klassische Theorie. Den entsprechenden Metronen-Kalkül gibt Heim in seinem ersten Buch (1980/89) an. Für Rechnungen im Planckschen Bereich ist dieser Kalkül unentbehrlich, doch im 20 Größenordnungen weiteren Bereich der Elementarteilchen kann – bis auf vereinzelte Ausnahmen – die gewöhnliche Differenzialrechnung verwendet werden.

5.1 Eigenwertgleichungen anstelle von Feldgleichungen

Sollen die ART aus dem Makrobereich, wo sie durch Experimente gut durch Experimente und astronomische Daten bestätigt ist, in den Mikrobereich transferiert werden, dann muss der Quantencharakter der Materie bzw. der Struktur berücksichtigt werden. Feldgleichungen werden somit zwangsläufig zu Zustandsgleichungen.

Heims Theorie unterscheidet sich von der Einsteins durch die folgenden Unterschiede:

- a) radikal geometrisierte Eigenwertgleichungen anstelle der Einsteinschen Feldgleichungen,
- b) Übergang von einem 4-dimensionalen zu einem 6-dimensionalen Hyperraum, der aus Symmetrien der Eigenwertgleichungen gefordert wird
- c) Verwendung einer diskreten Geometrie, die zu einer komplexeren Metrik wie in der Riemannschen Geometrie (Polymetrie) führt (und die im Kontinuum einer doppelten Koordinatenabhängigkeit entspricht).

Sämtliche physikalischen Eigenschaften werden allein aus rein geometrischen Prinzipien abgeleitet, die nach Heim dynamischer Art sein können.

Während nach der Kopenhagener Deutung der Quantentheorie die Welt in die unerfahrbare Quantenrealität und in die klassische beobachtbare Realität gespalten wird, folgt Heim eher der de-Broglie-Bohm-Version der QT (G. Grössing: „Quantum-Cybernetics“, 2000, Springer; Ph. Gueret und J.P. Vigié: „De Broglie's Wave Particle Duality in the Stochastic Interpretation of Quantum Mechanics: A Testable Physical Assumption, 1982, Found. Phys. 12, 1057-1083), die eine kausale und kontinuierliche Beschreibung der QT liefert, bei der die Schrödingergleichung

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi \quad (1)$$

eine andere Deutung als nach der Kopenhagener Fassung erfährt.

Gemäß der de-Broglie-Bohm-Theorie besitzt ein Teilchen stets eine wohldefinierte Lage $\vec{x}(t)$, die sich kontinuierlich ändert und stets kausal determiniert ist. Das Teilchen wird von einem Quantenfeld gesteuert, das dem Führungsfeld Ψ entspricht.

Die Bewegungsgleichung einer Partikel wird durch $m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla V - \nabla Q$ bestimmt, wobei

zusätzlich zu einer Kraft $-\nabla V$, die von einem Potenzial V eines klassischen Feldes herrührt, eine durch ein Quantenpotenzial Q verursachte Quantenkraft $-\nabla Q$ hinzukommt. Das Quantenpotenzial Q wird durch Ψ definiert und ist nicht von der Entfernung, sondern nur von dessen Form abhängig. Für de Broglie ist ein Elektron ein nichtlinearer Teil einer linearen Welle. Ausgehend von der de-Broglie-Bohm-Theorie wird dann gemäß der Quantenkybernetik (Grössing 2000) ein Teilchen als ein Soliton-ähnliches, vollständig geometrisiertes Gebilde nichtlinearer Art angesehen, das mit der Umgebung in Form von Wellen wechselwirkt. Teilchen und Umgebung bilden eine Einheit und bestehen aus demselben Material, einer verschiedenartig gekrümmten Raumzeit.

Wird nun ein Teilchen in einem Raum eingesperrt und damit die Beeinflussung durch ein äußeres Feld ausgeschaltet, dann ergeben sich stationäre Lösungen der Schrödingergleichung, welche die Form $\hat{H}\Psi = E_n\Psi_n$ annehmen, wobei E_n die Eigenwerte der Energie und Ψ_n die zugehörigen Eigenfunktionen sind. Die allgemeine Darstellung der Schrödingergleichung lautet dann:

$$\hat{H}\Psi = E\Psi \quad (2)$$

Hier kann im Sinne der de-Broglie-Bohm-Theorie die Wahrscheinlichkeitsamplitude Ψ als Führungswelle, verkoppelt mit dem Teilchen, angesehen werden. Zwar wird hier die räumliche Ausformung der Welle Ψ wiedergegeben, über die spezifischen, physikalischen

Eigenschaften des Teilchens wird jedoch nichts Näheres ausgesagt. Dies ist aber dadurch erklärlich, weil die Eigenwertgleichung (2) sich nur auf Ψ bezieht.

Soll dagegen nicht auf eine die Führungswelle Ψ , sondern eine auf das Teilchen bezogene Eigenwertgleichung angegeben werden, um die von einem äußeren Feld unabhängige geometrische Struktur des Teilchens und somit seine phasikalischen Eigenschaften auf einer untersten Strukturebene zu erhalten, die sich allerdings aufgrund der Geometrie ergeben, dann müssen folgende Annahmen getroffen werden:

- a) Da Teilchen und Ψ -Welle eine Einheit bilden, wird die Gestalt der Gleichungen, die das Teilchen und die Ψ -Welle beschreiben, ähnliche Form aufweisen. Das Teilchen wird aber aufgrund eines möglichen komplexen Aufbaues nur grob durch eine Eigenwertgleichung beschreibbar sein.
- b) Da gemäß der Quantenkybernetik ein Teilchen eine nichtlineare, vollständig geometrisierte Struktur aufweist, wird ein nichtlinearer Operator und nicht ein linearer Operator wie in der Schrödingergleichung auf ein „Teilchenfeld“ einwirken und vollständig geometrisierte Eigenwertgleichungen liefern.
- c) Um die Gestalt des nichtlinearen Operators zu bekommen, wird die Geometrie gekrümmter Räume und speziell die der Riemannschen Geometrie herangezogen. Gemäß dieser existiert ein Krümmungstensor R^i_{kmp} , der als Funktion der Christoffelsymbole Γ in der Form $R^i_{kmp} = f(\Gamma)$ darstellbar ist. Der Krümmungstensor kann hier mit Hilfe eines nichtlinearen Operators K_p in der Form $R^i_{kmp} = K_p \Gamma^i_{km}$ definiert werden.

Wie die Einsteinschen Feldgleichungen zusammen mit der Geodätengleichung zeigen, können die im Ricci-Tensor R_{km} auftretenden Christoffelsymbole Γ als Feld interpretiert werden. Mit der Beziehung $R^i_{kmp} = K_p \Gamma^i_{km}$ ist somit die Einwirkung eines nichtlinearen Operators auf ein Feld gegeben. Beim Übergang vom Makrobereich, für den die Einsteinschen Feldgleichungen gelten, zum Mikrobereich, in dem das „Teilchenfeld“ wirksam ist, wird demnach ein Übergang $K_p \Gamma^i_{km} \rightarrow C_p \phi^i_{km}$ möglich sein. ϕ^i_{km} ist hier als „Teilchenfeld“ anzusehen und C_p der nichtlineare Operator, der auf ϕ^i_{km} einwirkt. Wegen der Korrespondenz vom Makro- in den Mikrobereich wird $K_p = C_p$ vorausgesetzt. Die Christoffelsymbole Γ^i_{km} des Makrobereichs gehen in Kondensoren ϕ^i_{km} des Mikrobereichs über.

Die letztgenannte Bezeichnungsweise ist dadurch definiert, dass die geometrisch formal mit den Christoffelsymbolen Γ^i_{km} übereinstimmenden Funktionen ϕ^i_{km} eine mögliche Raumzeitverdichtung darstellen.

- d) Beim Übergang vom Mikrobereich in den Makrobereich sollen analog zur Quantenkybernetik, nach der Masse als rein geometrische Struktur erklärbar ist, die Einsteinschen Feldgleichungen wieder erhalten werden.
- e) Die Eigenwerte sollen Dimensionen Energie bzw. Masse bzw. inverse Längen haben. Dies möge analog der Schrödingergleichung auch für die „Teilchengleichung“ gelten.
- f) Die Kondensoren sollen Tensorcharakter haben.

Wird nun ψ durch das Kondensorfeld ϕ^i_{km} ersetzt, dann werden die beiden Eigenwertgleichungen die Gestalt Gl.(2) und

$$C_p \phi^i_{km} = \lambda_p \phi^i_{km}, \quad \text{mit } i, k, p = 1, \dots, 4 \quad (3)$$

annehmen, wobei letztere die Heimschen Eigenwertgleichungen im 4-dimensionalen Raum sind. Auf der linken Seite von (3) steht ein Tensor 4. Stufe, der auf der rechten Seite wieder

zu finden ist. λ_p ist hier als Eigenvektor anzusehen, der mit dem Tensor 3. Stufe φ_{km}^i einen Tensor 4. Stufe liefert.

Die Christoffelsymbole Γ_{km}^i und damit auch die Kondensoren φ_{km}^i verhalten sich nur gegenüber affinen Koordinatentransformationen als Tensoren 3. Stufe. Da jedoch Eigenwertgleichungen vorliegen und somit ein abgeschlossenes System vorhanden ist, das keinem äußeren Feld unterworfen ist, werden auch keine krummlinigen Koordinatentransformationen vorkommen, so dass der Tensorcharakter gewahrt bleibt. Wird mittels der Idizes $i = p$ verjüngt, dann wird $C_p \varphi_{km}^p = \lambda_p \varphi_{km}^p$ erhalten, welche Gleichung beim Übergang vom Mikro- in den Makrobereich zu $R_{km} = -\kappa T_{km}^*$ wird, da geometrische Strukturen gemäß der Quantenkybernetik das Phänomen Masse zeigen können.

Die Dimension des Eigenvektors λ_p ist hierbei wegen $[C_p \varphi_{km}^i] = \ell^{-2}$ und $[\varphi_{km}^i] = \ell^{-1}$ Durch $[\lambda_p] = \ell^{-1}$ gegeben, was wegen $m \sim \ell^{-1}$ die Proportionalität zu einer Energie bedeutet.

Somit sind alle Punkte a) bis f) erfüllt.

Wie aus den Lösungen der Schrödingerschen Eigenwertgleichungen hervorgeht, liefern diese zu einem Eigenwert E_n zumindest eine Eigenfunktion ψ_n . Dies kann auch bei den Heimschen Eigenwertgleichungen vorausgesetzt werden. Demnach ergeben sich die beiden Gleichungssysteme:

$$\begin{aligned} C_p \varphi_{km}^i &= \lambda_p \varphi_{km}^i & (\text{entarteter Fall}) \\ C_{(p)} \varphi_{km}^{(p)} &= \lambda_{(p)} \varphi_{km}^{(p)} & (\text{nichtentarteter Fall}) \end{aligned} \quad (4)$$

Das Inklammernsetzen bedeutet, das Außerkraftsetzen der Summenkonvention, dass also nicht über p summiert wird.

Aus Gl.(4) wird ersichtlich, dass λ_p nur von k und m abhängt und daher $\lambda_p = \lambda_p(k, m)$ gilt. Denn beide Gleichungen (3) und (4) existieren gleichzeitig und sind nicht unabhängig voneinander. Nach Gl.(4) sind im nichtentarteten Fall $4^3 = 64$ Operatorgleichungen gültig, die teilweise aufgrund von Symmetriebedingungen zu Null werden können.

Wird hingegen über p summiert und vom Mikro- in den Makrobereich übergegangen, dann ergeben sich mit $C_p \varphi_{km}^p \rightarrow R_{km}$ und $\lambda_p \varphi_{km}^p \rightarrow -\kappa T_{km}^*$ die Einsteinschen Feldgleichungen $R_{km} = -\kappa T_{km}^*$. Wegen $R_{km} \sim T_{km}^*$ wird für $\lambda_{(p)} \varphi_{km}^{(p)}$ eine Proportionalität zu einer Energiedichte $\varepsilon_{km}^{(p)}$ erhalten, was bedeutet, dass $\lambda_{(p)} \varphi_{km}^{(p)}$ proportional zu einer Energiedichte $\varepsilon_{km}^{(p)}$ ist.

5.2 Symmetrien der Heimschen Eigenwertgleichungen

Wird $C_p \varphi_{km}^i$ mit $K_p = C_p$ anschreiben, dann ergibt sich

$$C_p \varphi_{km}^i = \varphi_{km, p}^i - \varphi_{kp, m}^i - \varphi_{sm}^i \varphi_{kp}^s + \varphi_{sp}^i \varphi_{km}^s \quad (5)$$

Für $m = p$ wird $C_{(p)} \varphi_{km}^{(p)} = 0$ erhalten, was für

$$\lambda_m = \lambda_m(m, k) = 0 \quad (6)$$

erfüllt ist.

Dies sind 32 Operatorgleichungen, die wegen des doppelten Auftretens von

$$\lambda_m(m, m) = 0 \quad (7)$$

28 Operatorgleichungen zu Null werden lässt. Die Indizes laufen hier von 1 bis 4. Die Eigenwerte λ_m und nicht die Eigenfunktionen φ_{km}^i werden hier zu Null, da φ_{km}^i neben k, m noch von i abhängig ist, was $\varphi_{km}^i = 0$ und somit Euklidizität aller Eigenfunktionen φ_{km}^i bedeuten würde.

Wegen $R_{km} \sim T_{km}^*$ wird, wie erwähnt, für $\lambda_{(p)} \phi_{km}^{(p)}$ eine Proportionalität zu einer Energiedichte erhalten, was bedeutet, dass $\lambda_{(p)} \phi_{km}^{(p)}$ proportional zu einer Energiedichte ist. Da 28 Eigenwerte und somit 28 Energiedichtekomponenten zu Null werden, verbleiben von den 64 Energiedichtekomponenten $\epsilon_{km}^{(p)}$ $64 - 28 = 36$ Energiedichtekomponenten, die in eine 6×6 Energiedichte-Matrix hineingestellt werden können. Es existiert somit ein 6-dimensionalen Raum (bzw. Hyperraum) im Gültigkeitsbereich der Eigenwertgleichungen (4).

Außer Gl.(4) gilt auch Gl.(3), was für $\lambda_m(k,m) = \lambda_m(m,k) = 0$, da $\lambda_p(k,m) \phi_{km}^i$ Energiedichten ϵ_{pkm}^i proportional ist, zu $4^4 - 28 \cdot 4 = 256 - 112 = 144$ Energiedichtekomponenten $\neq 0$ führt, die in eine 12×12 Energiedichte-Matrix hineingestellt werden können. Somit ist außer einem R_6 noch ein R_{12} vorhanden. Da beide Räume existieren, wird $R_6 \subset R_{12}$ gelten.

Wegen Gl.(3) und (5) existiert noch die Beziehung

$$C_p \phi_{km}^i + C_m \phi_{kp}^i = \lambda_p \phi_{km}^i + \lambda_m \phi_{kp}^i = 0,$$

die für $k = p$ zu $\lambda_{(p)}(p,m) \phi_{(p)m}^i + \lambda_m(p,p) \phi_{(p)(p)}^i = 0$ wird. Wie bereits gezeigt wurde, ist $\lambda_p(p,m) = 0$. Damit wird aber ebenfalls

$$\lambda_m(p,p) = 0 \quad (8)$$

In der 6×6 Energiedichte-Matrix werden, da weitere Eigenwerte Null sind, weitere 12 Energiedichtekomponenten zu Null.

Gilt die Zuordnung $\epsilon_{km}^{(p)} \hat{=} T_{\alpha\beta}$, wenn $T_{\alpha\beta}$ das Tensorschema im R_6 symbolisiert, dann ist die Zuordnung nicht willkürlich. Denn die Zuordnung $T_{\alpha 5}$ und $T_{\alpha 6}$ bzw. $T_{5\beta}$ und $T_{6\beta}$ liefert mit $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ gerade die 12 zu Null werdenden Energiedichtekomponenten des R_6 . Dies bedeutet, da Strukturen, die von den Transkoordinaten z_5 und z_6 abhängen, auf solche des R_3 keinen Einfluss nehmen (sonst wären sie empirisch feststellbar), dass gerade diese 12 raumartigen Komponenten der Ränderung 0 zu setzen sind.

Gilt die Zuordnung $\epsilon_{pkm}^i \hat{=} T_{\alpha\beta}$, wenn $T_{\alpha\beta}$ das Tensorschema im R_{12} symbolisiert, dann bedeutet dies, dass wegen $i = 1, \dots, 4$ gerade $12 \cdot 4 = 48$ Energiedichtekomponenten des R_{12} zu Null werden. Auch hier kann dieselbe Überlegung wie beim R_6 angestellt werden. Wenn $z_5, z_6, \dots, z_{12}$ -Strukturen auf solche des R_3 keinen Einfluss nehmen sollen, werden gerade 48 Energiedichtekomponenten des R_{12} zu Null werden. Mit $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ ist dies wegen

$T_{\alpha 5}, \dots, T_{\alpha 12} = 0$ bzw. $T_{5\beta}, \dots, T_{12\beta} = 0$ der Fall.

Da im Mikrobereich zumindest ein R_6 existiert, gibt es nichteuklidische Koordinaten

$z_1, z_2, \dots, z_6$, die zu den Fundamentaltensoren g_{ik} mit $i, k = 1, 2, \dots, 6$ führen. Diese bedingen wiederum Kondensoren ϕ_{km}^i mit $i, k, m = 1, 2, \dots, 6$, für die ein nichtlinearer Operator C_p existiert, so dass $C_p \phi_{km}^i$ wirksam wird. Formuliert als Eigenwertgleichungen ergeben sich

$$C_p \phi_{km}^i = \lambda_p(k,m) \phi_{km}^i \quad \text{mit } i, p, k, m = 1, 2, \dots, 6 \quad (9)$$

Diese Operatorgleichungen bilden die Grundlage der Heimschen Theorie elementarer Strukturen der Materie.

5.3 Quantisierung von Feldern

Die Einsteinschen Feldgleichungen $(R_{km} + \frac{1}{2} g_{km} T) = -\kappa T_{km}$ (mit $k, m = 1, \dots, 4$) können auch in der Form $R_{km} \sim (T_{km} - \frac{1}{2} g_{km} T) = T_{km}^*$ angegeben werden. Diese Gleichungen gehen beim Wechsel vom Makro- in den Mikrobereich in die Heimschen Eigenwertgleichungen (9) über, wobei die Größen auf der rechten Seite Energiedichten ϵ_{pkm}^i Proportional sind.

Nun treten Wirkungen in der Quantentheorie gequantelt auf, d.h. in Vielfachen von $\hbar$. Dies bedeutet, da $\lambda_p(k,m) \phi_{km}^i \sim \varepsilon_{pkm}^i$ ist und die Energiedichte

$$\varepsilon_{pkm}^i = \frac{d(\hbar N_{pkm}^i)}{d\Omega} ic\sqrt{-g} \quad , \quad \text{mit } d\Omega = dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 \sqrt{-g} \quad (10)$$

worin $d\Omega$ das Volumenelement bedeutet und N_{pkm}^i als ganze Zahl geschrieben werden kann, dass aufgrund der Ganzzahligkeit von N_{pkm}^i die Differenziale in Differenzen übergehen und ε_{pkm}^i somit gequantelt erscheint. In der Beziehung $\lambda_p(k,m) \phi_{km}^i \sim \varepsilon_{pkm}^i$ ist nun der Eigenwert $\lambda_p(k,m)$ proportional einer Energie und ϕ_{km}^i eine Feldfunktion. Die Quantelung auf der rechten Seite der Beziehung hat demnach eine Quantelung von $\lambda_p(k,m)$ zur Folge, so dass die Eigenwerte $\lambda_p(k,m)$ diskreten Charakter annehmen.

Die Lösung des Fundamentalphysikproblems (Eigenwertgleichungen) liefert nun für jeden diskreten Eigenwert $\lambda_p(k,m)$ im Falle der Hermetrieformen a und b (es wird auf den Paragraphen „Hermetrieformen“ verwiesen) quantenhafte Terme, die in Form von Gravitonen und Photonen erscheinen. Somit wird die Existenz von gequantelten Wechselwirkungsfeldern in Form von Gravitonen und Photonen bestätigt.

Gemäß der Heimschen Theorie werden alle Koordinaten des R_6 aus Vielfachen einer nicht unterschreitbaren Länge (Plancksche Länge) bzw. ihrem Quadrat (Metron) aufgebaut. Dies bedeutet, da jede Einheitsfläche nahtlos an eine andere anschließt, dass der Raum eine Gitterstruktur aufweist und nicht mehr isotrop bleibt. Weiterhin würden Raumverdichtungen oder Raumverdünnungen die Raumstruktur zerreißen. Wegen der Existenz von Vielfachen nicht unterschreitbarer Einzellängen würden schließlich bei einer Metronen-Verdünnung nicht definierbare Zwischenräume auftreten.

Das bedeutet, dass zwar eine nicht unterschreitbare Länge (bzw. Fläche) existiert, der 6-dimensionale Raum oberhalb des Planckschen Bereiches aber kontinuierlich erscheint. Aus diesem Grunde wird im Folgenden eine kontinuierliche Raumzeit vorausgesetzt und eine geometrische Formulierung der Heimschen Theorie ohne Verwendung von Metronen wiedergegeben. Denn Elementarteilchen haben Ausdehnungen, die 20 Größenordnungen über der Planckschen Länge liegen. Erst bei kosmologischen Betrachtungen und bei Analysen der innersten Strukturen von Elementarteilchen muss der diskrete Charakter der Hyperraum-Strukturen berücksichtigt werden (obwohl Heim in seiner Arbeit durchgehend mit dem Differenzen- bzw. Metronenkalkül rechnet).

6. Herleitung und Lösung der Eigenwertgleichungen

Zur Herleitung der Eigenwertgleichungen kann wie folgt vorgegangen werden:
Die Besonderheit der Eigenwertgleichungen für die Raumzeit-Strukturen besteht darin, dass ein „Eigenwert“ bei dessen Verschiebung im Riemannschen Raum im allgemeinen seine Richtung ändert, wobei das Verschiebungsfeld durch die Christoffel-Symbole Γ_{km}^l wiedergegeben wird.

Wird hingegen beispielsweise die zeitunabhängige Schrödingergleichung $H\Psi = E\Psi$, definiert im euklidischen Raum, näher betrachtet, dann ist Ψ eine Funktion im dreidimensionalen Raum und ein Eigenwert E_n , der zur Eigenfunktion Ψ_n gehört, ist eine Konstante. E_n ist somit unabhängig von x_1, x_2, x_3 . Damit im Riemannschen Raum ebenfalls eine Entkopplung von „Eigenvektor“ und Eigenfunktion zustande kommt, muss nach Bedingungen gesucht werden, die einen Vektor A_p bei einer infinitesimalen Parallelverschiebung im Feld Γ_{kl}^p unverändert lassen, ansonsten würde zu jedem Funktionswert von Γ_{kl}^p ein unterschiedlicher Vektor A_p gehören.

Es kann eine Beziehung aufgefunden werden (**Anhang III**), in der gegenüber den Heimschen Eigenwertgleichungen noch ein weiterer Term auftritt:

$$R_{kmp}^i = C_p(m) \Gamma_{km}^i - C_m(p) \Gamma_{kp}^i = \lambda_p \Gamma_{km}^i - \lambda_m \Gamma_{kp}^i \quad (11)$$

Die Eigenwertgleichungen ohne diesen zusätzlichen Term liefern nur Nulllösungen.

Es ergeben sich zwei Lösungswege:

1. Es kann Γ_{kp}^i in Gleichung (11) bestimmt werden, oder
2. Es werden nur die Teilgleichungen

$$\begin{aligned} C_p(m) \Gamma_{km}^i &= \lambda_p(k,m) \Gamma_{km}^i \\ C_m(p) \Gamma_{kp}^i &= \lambda_m(k,p) \Gamma_{kp}^i \end{aligned} \quad (12)$$

einer Lösung zugeführt. Um die Gleichungen (12) lösen zu können, sind Eigenwert-Bedingungen erforderlich, welche die Indexabhängigkeit auf eine einzige Funktion reduzieren. Die Lösung wird in **Anhang IV** vorgeführt.

Sie führt auf eine Gleichung, die die gleiche Struktur wie die von Heim angegebene hat (Heim, Bd.I, 1989, S.200). Aber im Unterschied zur Heimschen Lösung wird φ_{kl}^s und nicht $b_s \varphi_{kl}^s$ bestimmt und der Exponent im Nenner hat hier ein positives und nicht negatives Vorzeichen:

$$\Phi_{kl} = \varphi_{kl}^s = \lambda_s(k,l) [1 + C_{kl} \exp(\lambda_s(k,l) \alpha_i y_i)]^{-1} \quad (13)$$

Beim Übergang zur kugelsymmetrischen, zeitunabhängigen Lösung geht Gl. (13) über in

$$\varphi = \varphi_{44}^1 = \frac{\lambda}{1 + C e^{\lambda r}} \quad (14)$$

7. Übergang von den Eigenwertgleichungen zu den Einsteinschen Feldgleichungen und zum Feynmanschen Pfadintegral

Die Eigenwertgleichungen beschreiben den Zustand eines Teilchens. Die Einsteinschen Feldgleichungen gelten für das Gravitationsfeld, das von einer Vielzahl von Teilchen in einem Volumen erzeugt wird. Nach Heim (Kap. 2, Bd.I) soll die Operatorwirkung $C_p \Gamma_{km}^p$ in den Riccitenor R_{km} und damit in das Feldkontinuum übergehen, und $\lambda_p(k,l) \varphi_{km}^{(p)}$ soll einer Energiedichte der Materie $\varepsilon_{km}^{(p)} \hat{=} T_{km}$ entsprechen. Das wird aber nicht explizit berechnet.

Damit die Eigenwertgleichungen in die Einsteinschen Feldgleichungen übergehen, muss zunächst die Einschränkung gemacht werden, dass die metrischen Koeffizienten $g_{km}^{(\alpha\beta)}$ nur eine einfache Koordinatenabhängigkeit aufweisen $g_{km} = g_{km}^{(1)}$, wobei die Dreizeigersymbole Γ_{km}^p wieder nur Pseudotensoren sind. Das ist nur bei der Gravitation der Fall. Sodann ist die rechte Seite der Beziehung (11) ebenso aus einem Variationsprinzip herzuleiten wie die linke Seite der Feldgleichungen der ART, wobei der Vielteilchencharakter zu berücksichtigen ist.

Anhang V

Zusammenfassend können die Eigenschaften vom Teilchenbild gemäß Heimscher Theorie und Feldbild, das zu den Einsteinschen Feldgleichungen führte, einander gegenübergestellt werden:

<u>Teilchenbild</u>	<u>Feldbild</u>
Vorerst Pseudotensorgleichung	Tensorgleichung
$R_{kp} = \lambda_m \Gamma_{kp}^m$	$(R_{kp} - \frac{1}{2} g_{kp} R) = \kappa T_{kp}$
Einteilchendarstellung (Teilchen)	Vielteilchendarstellung (Feld)
Komplexe Teilchenfunktion:	kugelsymmetrische Lösung
$\varphi_{kp}^s = \lambda_s(k,p) [1 + C_{kp} \exp\{\lambda_s(k,p) \alpha_i x_i\}]^{-1}$	einfachst strukturierter Teilchen
(Summation über $i = 1, \dots, 4$)	1) $\varphi = \lambda [1 + C e^{\lambda r}]^{-1}$
	2) Wahrscheinlichkeitsamplitude
	für Übergang von A nach B:
	$\psi(a,b) = \int_0^T D_q \exp(i \int_0^T L(q, \dot{q}) dt)$
R^3 - Struktur in einem R^4 :	„ R^1 -Strukturen“ in einem R^4
Zeitkoordinate des Teilchens	Raumkoordinaten der Teilchen
ist statistischer Art	sind statistischer Art
Nur Teilchenparameter aber	Wechselwirkungsgrößen aber
keine Wechselwirkungsgrößen	keine Teilchenparameter
angebbbar	

8. Die Polymetrie (Vielfachgeometrie)

8.1 Der erweiterte metrische Fundamentaltensor

Für $z_5, z_6 \rightarrow 0$ gehen die Heimschen Eigenwertgleichungen beim Übergang vom Mikro- in den Makrobereich in die Einsteinschen Feldgleichungen über, für welche die Riemannsche Geometrie gilt. Die Einstein-Riemannsche Metrik wird durch das Linienelement

$$ds^2 = g_{ik} dz_i dz_k = \text{const} \quad (14)$$

definiert, wobei der metrische Fundamentaltensor g_{ik} aus einer Koordinatentransformation $x_m = x_m(z_k)$ mit x_m als euklidische Koordinaten und z_k als nichteuklidische Koordinaten hervorgeht:

$$g_{ik} = \frac{\partial x_m}{\partial z_i} \frac{\partial x_m}{\partial z_k} \quad (15)$$

mit $m, i, k = 1, 2, 3, 4$. Die Gleichungen der ART werden mit Hilfe der Einstein-Riemannschen Metrik erhalten.

Um im Makrobereich auch elektromagnetische Felder beschreiben zu können, versuchte Heim zunächst, rein phänomenologisch zusätzliche Metriken einzuführen. Einstein hatte in seiner einheitlichen Feldtheorie das elektromagnetische Feld durch den unsymmetrischen Teil in einer Metrik eingeführt, in welcher der symmetrische Teil bereits das Gravitationspotenzial beschreibt.

Die Existenz von 3 partiellen Metriken hatte Heim (1980) aus der Existenz zweier verschiedener Raumzeiten R_4 und R_{+4} begründet, die sich in ihren Zeitkoordinaten unterscheiden. Denn die elektromagnetische Feldausbreitung erfolgt mit der Lichtgeschwindigkeit c , aber die Ausbreitung gravitativer Feldstörungen könnte mit einer noch unbekannten Geschwindigkeit $\omega \neq c$ erfolgen. Die Verschränkung der zwei Linienelemente ds_1 und ds_2 der zwei Raumzeiten ergäbe das quadratische Linienelement

$$ds^2 = (ds_1 + ds_2)^2 = (g_{ik}^{(1)} + g_{ik}^{(2)} + g_{ik}^{(3)}) dx^i dx^k$$

in dem drei Terme auftreten und 3 voneinander verschiedene metrische Tensoren liefern.

In der 2. Auflage, Band I, (1989) begründet Heim das Auftreten von drei metrischen Tensoren damit, dass es zwei grundsätzlich verschiedene physikalische Felder in der Natur gibt, nämlich eichinvariante (elektromagnetische) und nicht-eichinvariante (gravitative) Felder im R_4 . Jedes dieser Felder müsse durch ein eigenes Linienelement ds_1 bzw. ds_2 definiert werden, was wiederum zu drei unterschiedlichen metrischen Tensoren führen würde.

Aber erst durch den Übergang vom R_4 zum R_6 kam Heim zu einer stringenten Begründung für drei semantisch verschiedene Koordinatengruppen, denen sich verschiedene Fundamentaltensoren zuordnen lassen.

In den Eigenwertgleichungen treten drei Indizes auf, die jeweils von 1 bis 4 laufen, was zu einem System aus 64 Gleichungen im R_4 führt. Wegen bestimmter Symmetriebeziehungen verschwinden 28 Gleichungen, so dass noch 36 übrig bleiben. Diese Gleichungen, die Energiewerten entsprechen, können in eine invariante Tensordarstellung mit 6 Reihen und Spalten gebracht werden. Dieser Tensor ist dann in einem R_6 definiert. Aus phänomenologischen Untersuchungen ergibt sich die Tatsache, dass von den 36 Energiewerten 12 Null sind, dass also 24 energetische Tensorkomponenten T_{ik} von Null verschieden sind:

T_{ik} mit $i, k = 1, 2, 3$; T_{4k} und T_{i4} mit $i, k = 1, 2, 3, \dots, 6$; T_{5j} und T_{6j} mit $j = 5, 6$

Nur die beiden zeitartigen Reihen, die den Index 4 enthalten, durchlaufen das ganze Matrixschema.

Heim leitet das Bildungsgesetz des R_6 aus dem R_4 im Sinne eines Dimensionsgesetzes her. Ist N die Dimension eines Hyperraumes R_N und n diejenige eines entsprechenden Unterraumes R_n , so dass $R_N \supset R_n$ gilt, dann ist das Dimensionsgesetz

$N = 1 \pm \sqrt{1 + n(n-1)(n-2)}$, mit der Bedingung, dass $N(n)$ eine positive Zahl sein muss.

Für $n = 0, 1$ oder 2 folgt für den positiven Zweig: $N = 2$. Für $n = 4$ ergibt sich ein Hyperraum mit $N = 6$, also $R_4 \subset R_6$. Für $n = 6$ folgt die Dimensionszahl $N = 12$. Es existiert mithin ein Hyperraum R_{12} , der sowohl die Raumzeit als auch den R_6 als Unterräume $R_4 \subset R_6 \subset R_{12}$ umfasst.

(Aus einer noch unveröffentlichten Theorie sämtlicher Kopplungskonstanten, die auf einen Mengenalgorithmus zurückgreift, geht als Grenzwert eine 12 Parameter aufweisende Menge von Dimensionen hervor, aus der die Kopplungskonstanten mit ihren Zahlenwerten im niederenergetischen Bereich bei ganz bestimmten Eigenwerten gebildet werden. Daher kann die nach dem Dimensionsgesetz ebenfalls mögliche Anzahl von 420 Dimensionen ausgeschlossen werden.)

Bei der Lösung der Heimschen Eigenwertgleichungen gemäß Gl.(9) ist zu beachten, dass diese rein geometrischer Natur sind. Der R_6 ist mit seinen nichteuklidischen Koordinaten $z_1, z_2, \dots, z_6$ strukturiert. Es existieren drei Raumkoordinaten z_1, z_2, z_3 , eine Zeitkoordinate z_4 und zwei Transkoordinaten z_5, z_6 . Infolge der drei unterschiedlichen Koordinatenstrukturen des $R_6 = R_6((z_1, z_2, z_3), (z_4), (z_5, z_6))$ gibt es drei Fundamentaltensoren $g_{ik}^{(\alpha)}$, deren Indizes i, k den verschiedenen Koordinatengruppen (α) zugeordnet werden können. Die drei Unterräume bilden jeweils eine semantische Einheit, deren eigene Koordinaten nicht mit denen der zwei anderen vertauschbar sind:

$$R_3 = (x_1, x_2, x_3), \quad T_1 = (x_4), \quad S_2 = (x_5, x_6) \quad (16)$$

Aus den drei in verschiedenen Unterräumen des $R_6 = R_3 \cup T_1 \cup S_2$ definierten Energieformen lässt sich der heuristische Schluss ziehen, dass es 3 äquivalente metrische Partialstrukturen $g_{ik}^{(\alpha)}$ mit $1 \leq \alpha \leq 3$ geben müsste, welche im R_6 ein Kompositionsfeld aufbauen.

Wenn diese Fundamentaltensoren als Potenziale unterschiedlicher physikalischer Felder interpretiert werden, dann ergeben sich beim Übergang von den Heimschen Eigenwertgleichungen zu den Einsteinschen Feldgleichungen mit $z_5, z_6 \rightarrow 0$ im Makrobereich mit den Koordinaten z_1, z_2, z_3, z_4 die 16 Tensorpotenziale der ART. Damit im Makrobereich auch modifizierte Einsteinsche Feldgleichungen des Elektromagnetismus geliefert werden können, muss eine erweiterte Riemannsche Geometrie verwendet werden. Aus diesem Grund wird der Fundamentaltensor im Gültigkeitsbereich der Heimschen Eigenwertgleichungen durch eine Vielfachgeometrie (Polymetrie) wiedergegeben.

Nach Heim lassen sich die $\alpha = 3$ Partialstrukturen $g_{ik}^{(\alpha)}$ als nichteuklidische Strukturen in den jeweiligen Unterräumen $R_3 \cup T_1 \cup S_2$, $R_3 \cup S_2$, $T_1 \cup S_2$, S_2 superponieren, d.h. die Produkte aus metrischen Partialstrukturen bilden jeweils Supertensoren.

Das Auftreten dieser Produkte folgt aus Theoremen der Metronisierung. Der Wechsel vom metrischen Kontinuum zum metronischen Tensorium besteht in einem Übergang von der infinitesimalen Differentialform der Metrik Gl.(14) zur Differentialform

$$\Delta s^2 = g_{ik} \Delta x^i \Delta x^k,$$

wobei Δs^2 eine Flächendifferenz beschreibt, die gegenüber Koordinatentransformationen invariant bleiben muss. Als Selektor C wird in der metronischen Rechnung ein Operator bezeichnet, der aus einer Zahlenfolge n eine bestimmte andere Zahlenfolge λn auswählt:

$C; n = \lambda n$ (Heim 1989, Bd. I, Seite 139 ff.).

Das metronische Bezugsgitter besteht dann aus einer Folge von Metronen, die durch einen linear wirkenden Selektor C_k beschrieben werden:

$$x_k = \alpha_k n_k = \kappa_k \sqrt{\tau} ()_k; n = C_k; n$$

Auf den Gitterselektor $C_k = \kappa_k \sqrt{\tau} ()_k$ werden die Hyperselektoren bezogen, die in der infinitesimalen Darstellung krummlinigen Koordinaten entsprechen.

Für die untere Schranke des quadratischen Linienelements gilt: $\Delta s^2 = (\delta s)^2$, wenn δ die metronische Differenziation kennzeichnet. Dann ist

$$\delta x_i = \sum_{k=1}^N \delta_k x_i = \alpha_i \sum_{k=1}^N \delta_k n_i = \alpha_i, \quad \alpha_i = \kappa_i \sqrt{\tau}, \quad \kappa_i = \text{const}$$

worin die $1 \leq k \leq N$ Werte x_k geodätische Koordinaten bedeuten, die im R_N zahlentheoretische Funktionen sind, die sich nicht stetig ändern. n ist die Anzahl der Flächenelemente bzw. Metronen.

Die nichteuklidischen Gitterselektoren bzw. Hyperselektoren werden mit $\xi_k = \psi_k; n$ bezeichnet. Damit wird die metronische Metrik

$$(\delta s)^2 = g_{ik} \delta x^i \delta x^k = \delta x^i \delta x^k \gamma_{ik}; n = \alpha_i \alpha_k \gamma_{ik} = \sum_{i,m=1}^N \delta_i \psi_i \delta_k \psi_k = \delta_i \bar{\psi}_i \delta_k \bar{\psi}_m$$

Es gilt das Theorem $\delta_k \bar{\psi} = \alpha_k \bar{\gamma}_k$,

bzw.
$$\sum_{k=1}^N \delta_k \psi = \sum_{k=1}^N \gamma_k; () \delta x^k$$

worin γ_k als Zeilen- oder Spaltenvektor eines Matrizen-Selektors κ_{ik} aufzufassen ist, so dass die Summation in der Form

$$\delta \bar{\psi} = \sum_{k=1}^N \gamma_k; () \delta x^k = \kappa_{ik}; () \delta \bar{x}$$

durchgeführt werden kann. Im Metronenintegral

$$\bar{\psi} = S \kappa_{ik}; () \delta \bar{x}$$

ist κ_{ik} Kern des Integralselektors $\bar{\psi}$ und wird daher als Gitterkern bezeichnet. Die Iteration des Gitterkerns ist identisch mit dem Fundamentalsелеktor

$$\gamma_{ik} = \text{sp} (\kappa_{mi} \times \kappa_{km})$$

Die Superposition zweier tensorieller Selektoren wird in der Flächen-Differenzenrechnung gefordert. Damit gelangt man automatisch zu einer Vielfachgeometrie (Polymetrie) mit einer kompositiven Metrik g_{ik} aus Partialstrukturen κ_{ik} .

Zu einer Vielfachgeometrie mit einer kompositiven Metrik g_{ik} gelangt man auch in der infinitesimalen Geometrie mit der Forderung einer doppelten Koordinatenabhängigkeit (Heim & Dröschner 1906). Dazu wird angenommen, dass die euklidischen Koordinaten x_m von zwei voneinander abhängigen nichteuklidischen Koordinatensystemen $y_\alpha = y_\alpha(z_k)$ abhängig sind:

$$x_m = x_m(y_\alpha(z_k)) = U_m(z_m)$$

Wegen der Abhängigkeit von zwei nichteuklidischen Koordinatensystemen wird

$$g_{ik} = \frac{\partial x_m}{\partial y_\alpha} \frac{\partial y_\alpha}{\partial z_i} \frac{\partial x_m}{\partial y_\beta} \frac{\partial y_\beta}{\partial z_k} = \sum_{\alpha, \beta=1}^6 g_{jk}^{(\alpha\beta)} \quad (21)$$

erhalten, wobei eine Summation über die Indizes α und β stattfindet. Der Fundamentaltensor

g_{ik} , der durch die Summe $g_{ik} = \sum_{\alpha, \beta=1}^6 g_{jk}^{(\alpha\beta)}$ definiert wird, soll hier mit „kompositiver

Fundamentaltensor“ bezeichnet werden.

Wird das Summationsübereinkommen aufgehoben, dann ergibt sich ein Zerfall in polymetrische Fundamentaltensoren, da nunmehr der kompositive Fundamentaltensor g_{ik} in voneinander unabhängige $g_{ik}^{(\alpha\beta)}$ zerlegt wird. Somit gilt:

$$g_{ik}^{(\alpha\beta)} = \frac{\partial x_m}{\partial y_{(\alpha)}} \frac{\partial y_{(\alpha)}}{\partial z_i} \frac{\partial x_m}{\partial y_{(\beta)}} \frac{\partial y_{(\beta)}}{\partial z_k} \quad (22)$$

Auch hier kann es wiederum zu einer Koordinatenstrukturierung des $R_6'(y_1, y_2, \dots, y_6)$ in der Form $R_6'((y_1, y_2, y_3), (y_4), (y_5, y_6))$ kommen. Denn die reellen Koordinaten y_1, y_2, y_3 des R_3 sind vertauschbar und bilden, physikalisch gesehen, eine zusammengehörige Einheit. Die Zeitkoordinate y_4 spannt zusammen mit den reellen Koordinaten y_1, y_2, y_3 den bekannten Minkowski-Raum R_4 auf und unterscheidet sich in ihrem physikalischen Verhalten von den Koordinaten des R_3 . Sie bildet somit eine selbstständige Einheit y_4 .

Schließlich können die imaginären Transkoordinaten y_5, y_6 als eine semantische Einheit, unterschiedlich zu $(y_1 \dots y_3)$ und (y_4) angesehen werden.

Der polymetrische Fundamentaltensor $g_{ik}^{(\alpha\beta)}$ kann gemäß Gl.(17) in der Form

$$\left(\frac{\partial x_m}{\partial y_{(\alpha)}} \frac{\partial y_{(\alpha)}}{\partial z_i} \right) \left(\frac{\partial x_m}{\partial y_{(\beta)}} \frac{\partial y_{(\beta)}}{\partial z_k} \right) = K_{im}^{(\alpha)} K_{mk}^{(\beta)} = g_{ik}^{(\alpha\beta)}$$

mit
$$\left(\frac{\partial x_m}{\partial y_{(\alpha)}} \frac{\partial y_{(\alpha)}}{\partial z_i} \right) = K_{im}^{(\alpha)}, \quad \left(\frac{\partial x_m}{\partial y_{(\beta)}} \frac{\partial y_{(\beta)}}{\partial z_k} \right) = K_{mk}^{(\beta)} \quad (23)$$

geschrieben werden, wobei die Beziehung

$$K_{im}^{(\alpha)} K_{mk}^{(\beta)} = g_{ik}^{(\alpha\beta)} \quad (24)$$

gilt.

Die Abhängigkeit der partiellen metrischen Tensoren $g_{ik}^{(\alpha)}$ und $g_{ik}^{(\beta)}$ von euklidischen und nichteuklidischen Koordinaten (mit $i, k, \alpha, \beta = 1, 2, \dots, 6$) kann unterschiedlicher Art sein und dadurch eine bestimmte Metrik definieren.

Physikalisch ergeben sich die Koordinatengruppen (y_1, y_2, y_3) , (y_4) , (y_5, y_6) , die der Reihe nach mit den Ziffern $\mu, \nu = 3, 2, 1$ benannt werden sollen. Da der kompositive Fundamentaltensor g_{ik} in

$$\begin{aligned} g_{ik} &= \sum_{\alpha=1}^6 K_{im}^{(\alpha)} \sum_{\beta=1}^6 K_{mk}^{(\beta)} = \left(\sum_{\alpha=1}^3 K_{im}^{(\alpha)} + K_{im}^{(4)} + \sum_{\alpha=5}^6 K_{im}^{(\alpha)} \right) \left(\sum_{\beta=1}^3 K_{mk}^{(\beta)} + K_{mk}^{(4)} + \sum_{\beta=5}^6 K_{mk}^{(\beta)} \right) = \\ &= \left(K_{im}^{(3)} + K_{im}^{(2)} + K_{im}^{(1)} \right) \left(K_{mk}^{(3)} + K_{mk}^{(2)} + K_{mk}^{(1)} \right) = \sum_{\mu=1}^3 K_{im}^{(\mu)} \sum_{\nu=1}^3 K_{mk}^{(\nu)} = \sum_{\mu, \nu=1}^3 g_{ik}^{(\mu\nu)} \end{aligned}$$

zerlegt werden kann, ergibt sich

$$g_{ik}^{(\mu\nu)} = \sum_{\mu(\alpha)\nu(\beta)} g_{ik}^{(\mu)(\nu)} = K_{im}^{(\mu)} K_{mk}^{(\nu)}, \quad \text{mit } \mu, \nu = 1, 2, 3 \quad (25)$$

wobei $\mu(\alpha)$ und $\nu(\beta)$ jeweils für die μ und ν zugeordneten Koordinaten aus dem R_6 mit $\alpha, \beta \in 1, 2, \dots, 6$ stehen.

Somit ergibt sich für $\mu = 3: \mu_\alpha = 1, 2, 3, \quad \nu = 3: \nu_\beta = 1, 2, 3$
 $\mu = 2: \mu_\alpha = 4, \quad \nu = 2: \nu_\beta = 4$
 $\mu = 1: \mu_\alpha = 5, 6, \quad \nu = 1: \nu_\beta = 5, 6$

8.2 Die Bedeutung der inneren Koordinaten y_i

Wenn die y_m – Koordinaten als euklidisch vorausgesetzt werden, dann wird aus g_{ik} der symmetrische Fundamentaltensor der Riemannschen Geometrie, dessen vierdimensionale Fassung die raumzeitliche ART begründet.

Das Quadrat des Längendifferenzials $ds^2 = dx_m dx_m = g_{ik}^{(\mu\nu)} dz_i dz_k$ geht auf die doppelte Koordinatenabhängigkeit $x_m = x_m(y_i(z_k))$ zurück. Es soll untersucht werden, was unter den inneren Koordinaten y_α zu verstehen ist. Die euklidischen und nichteuklidischen Koordinaten x_m bzw. y_k haben weiterhin die Bedeutung von Längen. Mit ihnen lassen sich geometrische Objekte erzeugen. Offenbar bedingt das Erscheinen von y_α , in geometrischen

Räumen die Existenz physikalischer Phänomene, wie energetische Felder und materielle Strukturen.

Entsprechend der Loop-Quantengravitation von Lee Smolin (1991) kann zunächst nach der Dimensionalität und Struktur des im Werden begriffenen Raumes gefragt werden, bevor sich Raum und Zeit im definierten Maße realisierten. Smolin nimmt an, dass am Zeitanfang – im Apeiron – nur ein einziger vierdimensionaler Würfel undefinierter Größe als ein Polyeder mit größter Symmetrie und orthogonal zueinander stehender Graphen vorhanden war. Die Graphen existieren als informative Quantenzustände eines entstehenden Raumes. Da eine zeitliche Entwicklung noch nicht einsetzte, bildeten Raum und Zeit eine nicht voneinander unterscheidbare Einheit, die die Vierdimensionalität des Urwürfels begründete. Da nur diese existierte, kann auch keine Angabe einer Abmessung, die Vergleich zu messbaren Größen erfordert, getroffen werden. Erst mit dem Eintritt der Zeitlichkeit zerfällt die vorhandene spezielle Symmetrie der Raumzeitkoordinaten, und Diffeomorphismus-Invarianz stellt sich ein. Ein Punkt kann nicht durch einen Ort in einem speziellen Koordinatensystem in der Raumzeit definiert werden.

Der Urwürfel enthielt aufgrund der Existenz von 12 Flächen ebenso viele von einem Zentrum abstehende Graphen, die jeweils eine bestimmte Information darstellten. Da Graphen nicht näher definierter Länge vorhanden waren, konnten die Linien nur Auskunft über eine mit der Vierdimensionalität des Würfels verbundene Eigenschaft geben. Eine Möglichkeit wäre, die Information mit der Dimensionalität von Unterräumen, strukturiert gemäß der Vierdimensionalität des Urwürfels zu deuten. Das heißt, dass ein 12-dimensionaler Hyperraum aus 3 Unterräumen jeweils der Dimension 4 aufgebaut werden kann, der so strukturiert ist, dass er möglichst viel Information enthält. Dies bedingt, dass der Grundstein für einen R^4 und einen $R^2 \otimes R^2$ sowie für einen $R^1 \otimes R^3$, also für einen

$R_{12} = R^4 \otimes (R^2 \otimes R^2) \otimes (R^1 \otimes R^3)$ gelegt worden wäre. Es wird damit eine Dimensionszahlmenge $D = \{1, 2, 3, 4\}$ erzeugt. Der ursprüngliche Raum ist der R^4 , der von einem $(R^2 \otimes R^2)$ gefolgt wird, da gemäß der Loop-Quantengeometrie eine Fläche das einfachste geometrische Element mit einer abstehenden Linie ist. Letztlich ist noch, als jüngster Raum einer Entwicklung, ein $(R^1 \otimes R^3)$ möglich. Es wäre demnach ein Raum mit der Struktur

$$R^{12} = G^4 \otimes (I^2 \otimes S^2) \otimes (T^1 \otimes R^3) \quad (26)$$

ausgestattet. Beim Übergang vom Apeiron in das Heimsche Praeuniversum wurde dieser R^{12} gebildet.

Nach einer langen zeitlichen Entwicklung des Präuniversums, in der die einfache Koordinatenabhängigkeit $x_m = x_m(y_k)$ gegeben war, bildeten sich innere Koordinaten in der Raumzeit heraus, was zum Anfang unseres bekannten Subuniversums führte. Mit dem Auftauchen von y_α in der Raumzeit geht die einfache Koordinatenabhängigkeit von x_m über in die doppelte Koordinatenabhängigkeit $x_m = x_m(y_\alpha(z_k))$. Ein Punkt in der Raumzeit kann nun durch physikalische Prozesse in diesem Punkt definiert werden. Die inneren Koordinaten haben daher *energetische* Eigenschaften.

Es entstand Energie/Masse in der Welt. Diese ging aus den drei Naturkonstanten G , h und c hervor, die mit ihrem Vorkommen eine Vereinheitlichung der ART(G), SRT (c) und QT(h) liefert. Aus den drei Naturkonstanten wurde nicht nur die Plancksche Masse m_p , sondern auch die Plancksche Länge Δl_p und Plancksche Zeit Δt_p gebildet, für die

$$\Delta l_p = \sqrt{\frac{Gh}{c^3}}, \quad \Delta t_p = \sqrt{\frac{Gh}{c^5}}, \quad m_p = \sqrt{\frac{ch}{G}} \quad (27)$$

gilt. Das bedeutet, dass zum Beginn der Entwicklung des Subuniversums Flächenelemente $\tau = (\Delta l_p)^2$ dieser Größenordnung existieren mussten, die drei elementare Längen verschiedener physikalischer Bedeutung erzeugen, und zwar mit

$$\Delta l_p, \quad c \Delta t_p, \quad \hbar / m_p c$$

Dies soll nachfolgend anhand des Modells von Lee Smolin genauer untersucht werden. Gemäß diesem kann beispielsweise ein elementarer dreidimensionaler Würfel mit Elementarflächen $\propto \Delta l_p^2$ (mit $\alpha \approx 1$) im Grundzustand existieren. Die Flächenelemente werden durch vom Zentrum abstehende Graphen symbolisiert. Im Knoten der abstehenden Linien befindet sich Masse, die gemäß dem Modell nicht näher definiert ist. In diskreten Zeitabständen von ungefähr der Planckzeit Δt_p wird ein aus Graphen und Knoten gebildetes Netzwerk umgeordnet, wobei die Linien durch Hinzunahme der Zeit zu Flächen und die Knoten zu Linien werden. Der Raum wird zur Raumzeit, und das Spinnnetzwerk zu Spinschäumen erweitert. Die Raumzeit weist Energieeigenschaften auf. Denn die quantisierte Raumzeit im Planckbereich bringt hier unterschiedliche elementare Flächen und Volumina hervor, die Werte ähnlich den verschiedenen Energieniveaus wie z.B. beim Wasserstoff-Atom besitzen. Die Bestimmung der unterschiedlichen elementaren Flächen und Volumina geht auf Eigenwertgleichungen im Planckbereich zurück.

Außer Δl_p und Δt_p nach Gl. (27) existiert noch m_p . Eine Vervollständigung des Modells von Lee Smolin kann dahingehend vorgenommen werden, dass m_p unterschiedliche „Anregungszustände“ aufweisen kann, und dass wegen der Möglichkeit von $m_p = \pm \sqrt{\frac{c\hbar}{G}}$

positive und negative Planckmasse im angeregten Zustand gleichzeitig im Knoten vorkommt. Die Energie (bzw. Masse m_p) im Planckbereich kann nun Raumzeiteigenschaften aufweisen. Die angeregten Zustände zeigen deshalb Eigenschaften der Raumzeit, weil es drei „raumartige“ Anregungszustände m_a, m_b, m_c sowie einen „zeitartigen“ Zustand m_d gibt. Wird mit + die positive und mit – die negative Planckmasse bezeichnet, dann wird z.B. der Zustand $m_a^+ m_b^-$ möglich sein, der kommutativen Charakter mit $m_a^+ m_b^- - m_b^- m_a^+ = 0$ haben soll. Zur Abkürzung wird $m_a^+ m_b^-$ mit ab und $m_b^- m_a^+$ mit ba bezeichnet.

Damit werden die Kombinationen

$$\begin{array}{cccc|cccc} ab & ac & bc & | & aa \text{ oder } bb \text{ oder } cc & | & ad & | & bd & | & cd & dd & | \\ 1 & 2 & 3 & & 4 & & 5 & & 6 & & 7 & 8 & \end{array}$$

möglich sein: die in der 1. Gruppe unterschiedliche raumartige Zustände, in der 2. Gruppe gleiche raumartige Zustände, in der 3. Gruppe raumzeitartige und in der 4. Gruppe raumzeit und zeit-zeitartige Zustände wiedergeben. Die vorliegende Struktur folgt hier der Unterraumstruktur in Gl.(26). Es wird vorausgesetzt, dass sich cd wesentlich von ad und bd unterscheidet.

Mit $m_a m_b = m_a^+ + m_b^- = \Delta m_{ab} = m_1$ soll eine sehr kleine Differenzmasse im angeregten Zustand ab wiedergegeben werden. Die Durchnummerierung $\mu = 1, 2, \dots, 8$ gibt dann mit $\hbar/m_p c$ eine elementare Länge $\Delta \xi_\mu$ eines energetischen Raumes R_8 mit der Struktur

$$R^8 = (R^3 \otimes R^1) \otimes (S^2 \otimes I^2)$$

an. Vielfache von $\Delta l_p, c \Delta t_p$ und $\hbar/m_p c$ liefern dann die euklidischen und nichteuklidischen Koordinaten x_k sowie z_k sowie die inneren (energetischen) Koordinaten y_k (mit $k = 1, 2, \dots, 8$). Es besteht somit die Abhängigkeit

$$x_m = x_m(y_k(z_i)),$$

die euklidische Koordinaten auf Energiekoordinaten und diese wiederum auf nichteuklidische Koordinaten abbildet. Die Koordinaten x_m sind demnach aufgrund von y_k dynamischer Art und eine sich entwickelnde dynamische Größe. Sämtliche Wirkungen von Materie und Energie sind miteingeschlossen; es gibt keinen Hintergrund.

Mit dieser Koordinatentransformation lassen sich nun von Energiekoordinaten μ, ν abhängige Fundamentaltensoren $g_{\mu\nu}^{(\alpha\beta)}$ wie in Gl.(22) angeben, die einerseits in Summenform und abhängig von bestimmten Energiekoordinaten-Unterräumen Potentiale unterschiedlicher Wechselwirkungsfelder im Mikro- und Makrobereich wiedergeben und

andererseits aber auch über Eigenwertgleichungen und Aufbau komplexer dynamischer und geometrischer Strukturen zu den Teilchen Heimscher Anschauung im Mikrobereich führen.

In beiden Fällen bestimmt eine Auswahl von Unterräumen der Energiekoordinaten das spezielle Potenzial im Mikro- bzw. Makrobereich bzw. das spezifische Ladungsfeld im Mikrobereich. In beiden Fällen wird hier von einer bestimmten Hermetrieform in Bezug auf die ausgewählten Unterräume der Energiekoordinaten gesprochen, die mit H_j ($j = 1, 2, \dots, 12$) bezeichnet werden. Das bedeutet, dass die gemäß den Einsteinschen Feldgleichungen vorgenommene Vereinigung von Raumzeit und Energie, die durch die linke und rechte Seite seiner Gleichungen $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \kappa T_{ik}$ gegeben ist, dadurch noch weiter geometrisiert werden kann, dass die Vereinigung von Geometrie und Masse bereits in den Koordinaten vorgenommen wird und demnach Eigenwertgleichungen mit diesen Koordinaten möglich werden.

8.3 Die erweiterten affinen Verschiebungssymbole $\Gamma_{km}^i \rightarrow \varphi_{km}^i$

Die gemäß der ART im Makrobereich gültigen Christoffelsymbole Γ_{km}^i können in den Mikrobereich übertragen werden und liefern dort die als Kondensoren bezeichneten Feldfunktionen φ_{km}^i . Für letztere gilt die kompositorische Fassung:

$$\varphi_{km}^i = \frac{1}{2} g^{is} \left(\frac{\partial g_{sk}}{\partial z^m} + \frac{\partial g_{sm}}{\partial z^k} + \frac{\partial g_{km}}{\partial z^s} \right) = \frac{1}{2} \sum_{\mu, \nu=1}^3 g^{is(\mu\nu)} \sum_{\kappa, \lambda=1}^3 \left(\frac{\partial g_{s\kappa}}{\partial z^m} + \frac{\partial g_{s\mu}}{\partial z^k} + \frac{\partial g_{km}}{\partial z^s} \right) = \sum_{\kappa, \lambda, \mu, \nu=1}^3 \left[\begin{matrix} i \\ km \end{matrix} \right]_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} \quad (27)$$

Für jeden Einzelterm ist

$$\left[\begin{matrix} i \\ km \end{matrix} \right]_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} = \left[\begin{matrix} \mu\nu \\ -+ \end{matrix} \right]_{(\kappa\lambda)} = \frac{1}{2} g^{is(\mu\nu)} \left(\frac{\partial g_{s\kappa}^{(\mu\nu)}}{\partial z^m} + \frac{\partial g_{s\mu}^{(\mu\nu)}}{\partial z^k} + \frac{\partial g_{km}^{(\mu\nu)}}{\partial z^s} \right) \quad (28)$$

erfüllt. Die links stehenden Terme sind hierbei eine abgekürzte Schreibweise für den rechts stehenden Ausdruck. $(\kappa\lambda)$ ist als Basissignatur, $(\mu\nu)$ als Kontrasignatur zu bezeichnen. Die Wirkungssignatur bedeutet hier, dass der kontravariante Index i des polymetrischen Fundamnetalkerns und $\mu_{(-)}$ zusammengehören, wogegen der Index s des Fundamnetalkerns, zugeordnet zugeordnet $\nu_{(+)}$, die Summation ermöglicht. Denn Basissignatur $(\kappa\lambda)$ und Kontrasignatur $(\mu\nu)$ sind i.a. stellungsgemäß nicht beliebig vertauschbar.

In der Einstein-Riemannschen Metrik gilt $g^{is} g_{sk} = \delta_k^i$. Dieses Varianzstufengesetz existiert in der polymetrischen Fassung nicht mehr, und es wird das Kroneckerelement δ_k^i in $g^{is(\mu\nu)} g_{sk}^{(\kappa\lambda)} = F_k^i(\alpha)$ mit der Kürzung $\alpha = \left(\begin{matrix} \mu\nu \\ \kappa\lambda \end{matrix} \right)$ übergehen. Da $F_k^i(\alpha)$ eine Abweichung von δ_k^i liefert, soll $Q_k^i(\alpha)$, für das

$$\begin{aligned} Q_k^i(\alpha) &= F_k^i(\alpha) - \delta_k^i \\ F_k^i(\alpha) &= g^{is(\mu\nu)} g_{sk}^{(\kappa\lambda)}, \text{ mit } \alpha = \left(\begin{matrix} \mu\nu \\ \kappa\lambda \end{matrix} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

gilt, als „Korrelationstensor“ bezeichnet werden, da mit $Q_k^i(\alpha)$ die Verkopplung und Abhängigkeit der polymetrischen Fundamnetalkerns untereinander definiert wird.

Im einfachsten Falle, also im korrelationsfreien Zustand, wird

$$\delta_s^i \left[\begin{matrix} s \\ km \end{matrix} \right]_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} = \left[\begin{matrix} i \\ km \end{matrix} \right]_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} \quad (30)$$

gelten. Im allgemeinsten Falle wird es jedoch zu einer Korrelation kommen und

$$F_s^i(\alpha) \left[\begin{matrix} s \\ km \end{matrix} \right]_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} \quad (31)$$

sein. Dies bedeutet, dass Paralleltranslationen im Kompositionsfeld φ_{km}^i mit

$$\varphi_{km}^i = \sum_{\kappa, \lambda, \mu, \nu=1}^3 F_s^i(\alpha) \left[\begin{matrix} s \\ km \end{matrix} \right]_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} = \sum_{\kappa, \lambda, \mu, \nu=1}^3 \left[\begin{matrix} i \\ km \end{matrix} \right]_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} + Q_s^i(\alpha) \left[\begin{matrix} s \\ km \end{matrix} \right]_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} \quad (32)$$

möglich werden. Im Falle der Korrelationsfreiheit wird jedoch φ_{km}^i in $\varphi_{km}^i = \varphi_{km}^i$ übergehen.

Mit den kompositorischen Eigenwertgleichungen $C_p \varphi_{km}^i = \lambda_p \varphi_{km}^i$ (es wird hierzu auf die Gl.(5) und (9) verwiesen) kann das polymetrische Fundamentalproblem (die Lösung der Eigenwertgleichungen) angegeben und eine Spaltung in polymetrische Komponenten versucht werden.

9. Das Tensorverhalten der Affinsymbole

Elementarteilchen werden von Heim als geometrische Strukturen des Raumes selbst angesehen. Daher kann nur der Raum auf sich selbst abgebildet werden, was zur Existenz einer Eigenwertgleichung des Raumes führt.

Die Eigenwertgleichung leitet Heim nicht her, sondern verwendet sie als Ansatz. Daher macht die Interpretation dieser Eigenwertgleichungen einige Schwierigkeiten. Einige Leser behaupteten, dass überhaupt keine Eigenwertgleichungen vorlägen, weil bei einer solchen irgendeine Funktion das Vielfache einer gleichen Funktion sein müsste, die abgebildet wird. Da jedoch die Christoffel-Symbole Γ_{km}^l verschiedene Indizes besäßen, könne man nicht von Eigenwertgleichungen sprechen. Dabei wurde übersehen, dass Heim Bedingungen angegeben hat, unter welchen die Gleichung auf eine Funktion reduziert wird, die nur von den Indizes m und k abhängig ist (Heim 1989, S.41). Durch diese Eigenwert-Bedingung werden die Γ_{km}^l zu einem Christoffel-Symbol mit gleichen Indizes und zu einer Funktion, die nunmehr von einem Eigenwert abhängig ist (S.67), so dass eine Eigenwertgleichung entsteht.

Eine weitere Unklarheit betrifft die Bedeutung der Γ_{km}^l selbst. Heim schreibt, dass die Γ_{km}^l im Mikrobereich nur gegen reguläre Affinitäten invariant zu sein bräuchten und somit als Tensoren aufgefasst werden könnten (S. 37 und S. 67, Bd.I). Damit wird die Invarianz gegen die Poincaré-Gruppe eingeschränkt.

Diese in Heims Ansatz gemachte Einschränkung wäre überhaupt nicht erforderlich, wenn er die Γ_{km}^l - Symbole seiner Polymetrie verwendet hätte, die von Heim erst später eingeführt werden. Dann nämlich erhält Heim Γ -Symbole, die wegen ihrer doppelten Koordinatenabhängigkeit echte Tensoren darstellen. Da Heim im Stadium des Ansatzes noch nicht mit der Polymetrie $\phi_{km}^{(uv)}$ arbeitet, musste er erklären, weshalb die $\Gamma_{km}^l \rightarrow \phi_{km}^l$ selbst zu echten Tensoren werden sollen. Heim sieht im metrischen Tensor ja nicht nur das Gravitationspotenzial, sondern ganz allgemeine Wechselwirkungspotenziale sämtlicher physikalischer Felder. Daher braucht er tensorielle Γ -Symbole. Aber die aus mehreren Partialstrukturen aufgebauten metrischen Tensoren der Polymetrie liegen zum Zeitpunkt des Ansatzes noch nicht vor.

Heim hätte die Transformationseigenschaften der ϕ_{km}^l offen lassen sollen. Mit der Einführung der Polymetrie erklärt sich das Tensorverhalten der $\phi_{km}^{(uv)}$ bei Transformationen von selbst, denn die $\phi_{km}^{(uv)}$ stellen sich als Differenzen von Christoffelsymbolen heraus (siehe **Anhang VI**).

10. Hermetrieformen

Existieren nach Gl.(9) Eigenvektoren $\lambda_p = \lambda \neq 0$ (Vektoren bzw. Tensoren werden fallweise durch fette Buchstaben festgelegt), dann brauchen diese λ nicht notwendig in allen Koordinaten des R_6 definiert zu sein. Vielmehr kann das Spektrum λ sich auf einen der k -dimensionalen Unterräume V_k mit $1 \leq k \leq 6$ derart beziehen, dass in diesem Unterraum jeder Fundamentaltensor vom euklidischen Einheitsensor abweicht. Eine solche semantische Interpretation der λ erfordert offensichtlich Formen einer „Hermeneutik möglicher Weltgeometrien“ (kurz als „Hermetrie“ bezeichnet), so dass sich diese Hermeneutik letztlich an den physikalischen Fakten orientiert.

Wenn also eine derartige Hermetrie $\lambda(V_k)$ in k Weltdimensionen vorliegt, dann können die $(6 - k)$ von λ nicht beeinflussten Koordinaten ausserhalb des V_k als „antihermetrisch“ (euklidisch) bezeichnet werden.

Der R_3 erscheint hier mit seinen 3 reellen, vertauschbaren Koordinaten $(z_1, z_2, z_3) \equiv s_{(3)}$ als eine semantische Architektureinheit der Welt, wogegen die Zeitkoordinate $(z_4) \equiv s_{(2)}$ und die Transkoordinaten $(z_5, z_6) \equiv s_{(1)}$ weitere semantische Einheiten liefern. Wird das Fundamnetalproblem gemäß G.(9) gelöst, und die Zuordnung der nichteuklidischen Koordinaten zu physikalischen Phänomenen näher untersucht (Heim 1989), dann zeigt sich, dass vier Hermetrieformen a bis d existieren, die letztlich für die Beschreibung von

$$\begin{aligned} \text{Gravitonen} & \quad \text{mit } a \triangleq H(s_{(1)}), \\ \text{Photonen} & \quad \text{mit } b \triangleq H(s_{(1)}, s_{(2)}), \\ \text{neutralen Teilchen} & \quad \text{mit } c \triangleq H(s_{(1)}, s_{(3)}) \quad \text{und} \\ \text{el. geladenen Teilchen} & \quad \text{mit } d \triangleq H(s_{(1)}, s_{(2)}, s_{(3)}) \end{aligned} \quad (33)$$

verantwortlich sind. Der Buchstabe H gibt hier die Abhängigkeit von den semantischen Architektureinheiten der Welt an.

Die Hermetrieformen c und d liefern hierbei ein Massenspektrum, das keine weiteren Eigenschaften erkennen lässt. Um das erhaltene Massenspektrum eigenschaftsmäßig weiter unterteilen zu können, ist eine komplexere Geometrie als die verwendete notwendig, die letztlich aber aus der Riemannschen Geometrie hervorgehen sollte. Diese Geometrie müsste aber auch die vier erwähnten Hermetrieformen aufweisen. Um diese komplexere Geometrie zu erhalten, wird wie folgt vorgegangen:

Die Hermetrie des Eigenvektors λ korrespondiert mit der der Fundamentaltensoren $g_{ik} \neq \delta_{ik}$ in diesem Unterraum V_k . Die Fundamentaltensoren einer bereits angeführten Polymetrie $g_{ik}^{(\alpha\beta)}$ können dadurch eine physikalische Interpretation erfahren, dass nunmehr die Koordinaten y_α, y_β dem Unterraum V_k angehören, die ihrerseits von nichteuklidischen Koordinaten z_i, z_k in der Form $y_\alpha = y_\alpha(z_i)$, $y_\beta = y_\beta(z_k)$ abhängig sind. Damit wird es möglich, die Eigenschaften der Hermetrieformen in die Polymetrie zu integrieren. Da g_{ik} auf $g_{ik}^{(\alpha\beta)}$ erweitert wurde, ist nunmehr eine wesentlich größere Vielfalt an geometrischen Strukturen möglich. Mit Hilfe der polymetrischen Fundamentaltensoren $g_{ik}^{(\alpha\beta)}$ kann nun deren Klassifikation dieser nach Hermetrieformen vorgenommen werden.

Es handelt sich hierbei um die möglichen Formen $x = a, b, c, d$ der Hermetrie, welche durch den Einfluss von Sieboperatoren $S(\mu)$ auf die polymetrischen Fundamentaltensoren definiert sind, wobei $S(\mu)$ mit $\mu = 1, 2, 3$ den jeweiligen polymetrischen Fundamentalkern $\kappa_{ik}^{(\mu)}$ von $g_{ik}^{(\alpha\beta)} = \kappa_{ik}^{(\alpha)} \kappa_{ik}^{(\beta)}$ euklidisch werden lässt, so dass beispielsweise $S(\mu) g_{ik}^{(\mu\nu)}$ zu

$$S(\mu) \kappa_{ik}^{(\mu)} \kappa_{jk}^{(\nu)} = \delta_{im} \kappa_{mk}^{(\nu)} = \kappa_{ik}^{(\nu)} \quad (34)$$

wird.

Für die aus den jeweiligen polymetrischen Fundamentalkernen und -Tensoren aufgebauten Supertensoren $\hat{g}_{(x)}$ mit $x = a, b, c, d$ ergibt sich mit den Abkürzungen $\kappa_{ik}^{(\mu)} = \kappa_{(\mu)}$ und $g_{ik}^{(\mu\nu)} = g_{(\mu\nu)}$ sowie $\delta_{ik} = E$:

$$\hat{g}_{(a)} = S(2,3) \hat{g} = f_a(\kappa_{(1)}) = \begin{pmatrix} g_{(11)} & \kappa_{(1)} & \kappa_{(1)} \\ \kappa_{(1)} & E & E \\ \kappa_{(1)} & E & E \end{pmatrix} \quad (35a)$$

$$\hat{g}_{(b)} = S(3) \hat{g} = f_b(\kappa_{(1)}, \kappa_{(2)}) = \begin{pmatrix} g_{(11)} & g_{(12)} & \kappa_{(1)} \\ g_{(21)} & g_{(22)} & \kappa_{(2)} \\ \kappa_{(1)} & \kappa_{(2)} & E \end{pmatrix} \quad (35b)$$

$$\hat{g}_{(c)} = S(2) \hat{g} = f_c(\kappa_{(1)}, \kappa_{(3)}) = \begin{pmatrix} g_{(11)} & \kappa_{(1)} & g_{(13)} \\ \kappa_{(1)} & E & \kappa_{(3)} \\ g_{(31)} & \kappa_{(3)} & g_{(33)} \end{pmatrix} \quad (35c)$$

$$\hat{g}_{(d)} = \hat{g} = f_d(\kappa_{(1)}, \kappa_{(2)}, \kappa_{(3)}) = \begin{pmatrix} g_{(11)} & g_{(12)} & g_{(13)} \\ g_{(21)} & g_{(22)} & g_{(23)} \\ g_{(31)} & g_{(32)} & g_{(33)} \end{pmatrix} \quad (35d)$$

Bei der Darstellung von Gravitonen werden nunmehr die in $\hat{g}_{(a)}$ enthaltenen polymetrischen Fundamentalkerne und -Tensoren heranzuziehen sein, für Photonen sind die Elemente von $\hat{g}_{(b)}$ verantwortlich, für neutrale Partikel die Elemente von $\hat{g}_{(c)}$ und für elektrisch geladene Partikel die Elemente von $\hat{g}_{(d)}$, wobei im letzteren Falle auch die polymetrischen Fundamentalkerne $\kappa_{(\mu\nu)}$ ($\mu = 1, 2, 3$) zu beachten sind.

Eine sehr wesentliche, jede metrische Struktur beschreibende Größe ist der Krümmungstensor. Beim Übergang vom Makro- in den Mikrobereich wird der Krümmungstensor der ART R^i_{kmp} in den Krümmungstensor des Mikrobereiches ρ^i_{kmp} übergehen. Im Falle einer Polymetrie wird daraus der polymetrische Krümmungstensor

$$\rho^{(\mu\nu)}_{(\kappa\lambda)} = K^{(\mu\nu)}_{(\kappa\lambda)} \begin{bmatrix} \mu\nu \\ -+ \\ \kappa\lambda \end{bmatrix}, \quad (36)$$

wobei aus C_m der polymetrische Operator $K^{(\mu\nu)}_{(\kappa\lambda)}$ und aus ϕ^i_{km} der polymetrische Kondensor $\begin{bmatrix} \mu\nu \\ -+ \\ \kappa\lambda \end{bmatrix}$ wird.

Der polymetrische Krümmungstensor $\rho^{(\mu\nu)}_{(\kappa\lambda)}$ kann Kondensationsmaxima (Maxima deformierter metrischer Strukturen, die mit Korrelationsminima übereinstimmen) und Kondensationsminima (Korrelationsmaxima) aufweisen.

Der Kompressionszustand, der auszugleichen versucht wird, bedeutet, dass es zu einem „Kondensorfluss“ kommt (da es sich nachfolgend nur mehr um polymetrische Strukturen handelt, wird die nähere Bezeichnung „polymetrisch“ fortgelassen). Dem destruktiven Prinzip (Ausgleich des Kompressionszustandes) wirkt nun ein konstruktives Prinzip einer allgemeinen Feldaktivierung entgegen, so dass ein ständiger Kondensorfluss möglich wird. Aufgrund unterschiedlicher Fundamentalkerne, die einen Kondensor aufbauen, werden 7 Kondensorklassen unterschieden, wobei i.a. jede Kondensorklasse aus einer Vielzahl von Kondensoren besteht. Werden den Ziffern 1, 2 und 3 symbolisch die Fundamentalkerne $1 \triangleq \kappa_{(1)}$, $2 \triangleq \kappa_{(2)}$, $3 \triangleq \kappa_{(3)}$ zugeordnet, dann ergeben sich die Kondensorklassen:

$$[1], [2], [3], [1,2], [1,3], [2,3], [1,2,3] \quad (37)$$

die, durchnummeriert von 1 bis 7, den Prototropen entsprechen. (Beispielsweise sind in [1] die Kondensoren $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ und $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ enthalten.)

Eine weitere Strukturierung ist dadurch gegeben, dass eine Unterscheidung zwischen Kondensoren mit unterschiedlicher Basis- und Kontrasignatur (korrelationsfähige Kondensoren) und solche mit gleicher Basis- und Kontrasignatur (korrelationsfreie Kondensoren) getroffen wird. Erstere werden „Fluktonen“, letztere „Schirmfelder“ genannt.

Die Kondensorklassen 1 bis 5, die Fluktonen ausbilden, werden Flussklassen -1, -2, ... , -5 genannt, die zugehörigen Schirmfelder jedoch mit +1, +2, ... , +5 bezeichnet.

Fluktonen und Schirmfelder bilden zusammen jeweils eine Einheit und werden als solche als „Protosimplexe“ definiert. Sie liegen in gleichen Unterräumen und sind, da Fluktonen Grundflüsse dynamischer Art, Schirmfelder jedoch nur Felder statischer Art liefern, miteinander verkoppelt. Schirmfelder, die Fluktonen umschließen (daher der Name), sind nicht zur Ausbildung von Grundflüssen fähig und treten daher nur zusammen mit Fluktonen auf.

Da gemäß der 6. Kondensor(Fluß-)Klasse sämtliche Struktureinheiten korrelieren (aus [1,2,3] kann kein statisches Schirmfeld gebildet werden), wird $k = -6$ „Weltflukton“ genannt. Die 7. Kondensorklasse hat hingegen nur Pseudoschirmfeldcharakter, ist für die Ponderabilität zuständig und wird mit $k = +7$ als „Straton“ bezeichnet. Wegen des Pseudoschirmfeldcharakters gibt es kein zugehöriges Flukton. Die Protosimplexe, die vorerst unabhängig voneinander existieren, sind aber für sich alleine genommen noch nicht zur Ausbildung der Hermetrieformen b, c, oder d fähig. Zu deren Existenz ist eine Verkopplung untereinander notwendig.

Dies wird dadurch erreicht, dass Grundflussaggregate (Protosimplexe) über gemeinsame, im gleichen Unterraum des R_6 liegende Struktureinheiten (Fundamentalkerne) $\kappa_{(i)}$ miteinander verknüpft werden. So werden beispielsweise die Protosimplexe eines neutralen Partikels (Hermetrieform c) durch „Konjunktoren“ $\kappa_{(i)}$ in der Art

$$(\pm 1)_0 - \kappa_{(1)} - (\pm 4)_0 - \kappa_{(3)} - (+7)_0 \quad (38)$$

miteinander verbunden. Mit den Kondensoren der entsprechenden Kondensorklassen geschrieben bedeutet dies:

$$[1] - \kappa_{(1)} - [1,3] - \kappa_{(3)} - [3]$$

Mit den Begriffen Prototrope, Protosimplexe und Konjunktoren wird eine einfache Beschreibung der 4 Hermetrieformen a bis d hinsichtlich ihrer korrelationsfähigen Kopplungsstrukturen (Fluktonen und Weltflukton) sowie Schirmfeldverteilungen möglich.

Gravitonen $x \triangleq a$ erscheinen als Trans-Protosimplex $(\pm 1)_a$, Photonen $x \triangleq b$ als Triade von Protosimplexen $(\pm(123))_b$, neutrale Teilchen $x \triangleq c$ in der Form $(\pm(14))_c(+7)$ und elektrisch geladene Partikel $x \triangleq d$ in der Art $(+(127))_d(\pm(345))_d(-6)_d$.

Dies bedeutet, dass bei Gravitonen (Hermetrieform a) nur Kondensoren [1] ausgetauscht werden, bei Photonen (Hermetrieform b) die Kondensoren ([1], [2], [1,2]), bei neutralen Teilchen (Hermetrieform c) die Kondensoren ([1], [1,3]), ([3]) und bei elektrisch geladenen Partikel (Hermetrieform d) die Kondensoren ([1], [2], [3]), ([1,2], [1,3] [2,3]), ([1,2,3]).

Bezüglich der Gravitonen wird noch erwähnt, dass diese, wie bereits ausgeführt, eine Trans-Protosimplex $(\pm 1)_a$ – Struktur aufweisen und jeweils aus einem Flukton und Schirmfeld der Kondensorklasse [1] bestehen. Dieses Flussaggregat kann nicht mehr einem forttransformierbaren Kondensor gleichgesetzt werden, so dass die komplexe Struktur des Gravitons bei einer beliebigen krummlinigen Koordinatentransformation erhalten bleibt. Dies bedeutet, dass nicht mehr, wie die ART aussagt, im infinitesimalen Bereich die Energiedichte des Gravitationsfeldes zum Verschwinden gebracht werden könnte und somit örtlich nicht definiert ist, sondern dass Gravitonen nicht forttransformierbare Wechselwirkungsteilchen sind. Damit kann die Heimsche Theorie ein schon lange anstehendes Problem der ART beantworten.

11. Eigenschaften der Eigenwerte

Wie aus den polymetrischen Eigenwertgleichungen mit ihren Maxima und Minima und den zugehörigen Kondensorflüssen hervorgeht, bestimmen diese einerseits die Grundflussaggregate (Protosimplexe) $(\pm k)_x$ mit $x = a, b, c, d$ und werden andererseits durch die Eigenwerte $\lambda_{(x)}^{(\mu\nu)} = \underline{\lambda}$ (abgelürzte Schreibweise) der betreffenden Hermetrieform definiert. Protosimplexe und $\underline{\lambda}$ bedingen sich somit wechselseitig. Für jede Hermetrieform gibt es nun ein ganzes Termspektrum von $\underline{\lambda}$, was seine Ursache darin hat, dass den $\underline{\lambda}$ im allgemeinen $n_x^{(k)} \geq 1$ Protosimplexe $(\pm k)$ zugeordnet sind. Demnach gilt der Begriff „Protosimplexladung“:

$$Q_x^{(k)} = n_x^{(k)} (\pm k)_x \sim \underline{\lambda} \quad (33)$$

Somit bedingt die fluktonische Eigenschaft eines jeden Protosimplex $(\pm p)_x$ (die Vorzeichen $\pm$ weisen auf den Aufbau eines Protosimplex aus Schirmfeldern und Fluktonen hin) einen Kondensationszustand, der durch $\underline{\lambda}$ beschreiben werden kann. Die Protosimplexladung $\underline{\lambda}$ ist demnach ein ganzzahliges Vielfaches N einer Einheitsladung $\underline{\lambda}_0$ mit

$$\underline{\lambda} = N \underline{\lambda}_0 \quad (34)$$

Weiter kann gezeigt werden, dass $\underline{\lambda} Y = \text{const}$ und speziell

$$\underline{\lambda} Y = 0 \text{ mit } \underline{\lambda} \perp Y \quad (35)$$

gilt, wobei Y der Weltgeschwindigkeitsvektor ist. Eine Bewegung der Kondensation im Raum mit $\dot{Y} \neq 0$ bewirkt demnach, dass sich die $\underline{\lambda}$ neu einstellen müssen, um wiederum die Bedingung (35) zu erreichen, was eine von Y abhängige komplexe Drehung im R_6 bedeutet. Die Neueinstellung erfolgt während der Wirkungsdauer von $\dot{Y} \neq 0$ und erzeugt einen Widerstand gegen die Orthogonalitätsverletzung, die als Scheinkraft bei allen $\underline{\lambda}$ gleicherweise in Erscheinung tritt.

Da $\underline{\lambda} \perp Y$ die Dimension t^{-1} hat und $\Delta E/h$ ebenfalls die Dimension t^{-1} besitzt, könnte $\underline{\lambda} \perp Y$ zumindest proportional einer Energie bzw. gemäß des Energie-Materieäquivalentes einer Masse proportional gesetzt werden, die somit hier ihre Erklärung findet.

Die Bestätigung obiger Dimensionsbetrachtungen ist dadurch gegeben, dass wegen der Dimension t^{-1} für $\underline{\lambda}$ ebenfalls eine Proportionalität zu einer Masse, wegen $\Delta l = \hbar/m_0 c$ mit $\hbar, c = 1$ gegeben ist. Der Eigenwert $\underline{\lambda}$ ist somit für den Begriff Masse verantwortlich.

Wenn $\kappa_{(3)}$ die Signatur des Kondensorsystems [3] mitbestimmt, dann erscheint diese Signatur auch in den Eigenwerten. Die durch die Signatur (3) gekennzeichneten $\underline{\lambda}$ liegen aber dann in $s_{(3)} \equiv R_3$, in welchem $v \neq 0$ und somit $\dot{v} \neq 0$ gilt, wobei v der Weltgeschwindigkeitsvektor im R_3 ist. Dies ist aber das Kriterium der Ponderabilität, die nur bei den Hermetrieformen c und d auftritt. Im Falle der Hermetrieformen a und b fehlt hingegen die Signatur (3), was wegen $v = 0$ nur durch $\underline{\lambda} \perp Y$ erfüllt wird. Auf diese Weise ist das Charakteristikum Ponderabilität allein durch [3] gegeben.

Ohne näher darauf einzugehen, wird schließlich noch bemerkt, dass Spin, Isospin, Baryonenzahl, Seltsamkeits- und elektrische Ladungszahl eines Elementarteilchens rein geometrisch aus der Heimschen Theorie erklärt werden können. Schließlich wird das Massenspektrum der Elementarteilchen mit hoher Genauigkeit wiedergegeben.

Damit bietet sich die Heimsche Theorie elementarer Strukturen im Bereich messbarer Partikeleigenschaften an, die von der derzeit stark forcierten Superstringtheorie nicht abgedeckt werden können. Dies ist aber auch dadurch verständlich, dass die Superstringtheorie nur im Bereich Planckscher Abmessungen formuliert ist.

Wenn auch die spezifischen Quantenzahlen und Massen von Elementarteilchen in schwingenden, geschlossenen Schleifen codiert angebar wären, so würde noch immer eine

geometrische Theorie fehlen, die im zugänglichen Bereich experimentell erfahrbarer Partikeldaten diese Elementarteilchen geometrisch beschreibt. Somit bietet sich die Heimsche Theorie als einzige derzeit bekannte geometrisch formulierte Theorie an, die elementaren Partikel des subatomaren Bereiches mit hoher Genauigkeit zu erklären. Die Heimsche Theorie kann aber letztlich in der derzeit vorliegenden Form nur als ein Grundgerüst angesehen werden, das einen weiteren Aufbau offen lässt. Die hohe Wiedergabetreue von Partikeleigenschaften macht es aber wert, sich näher mit ihr zu beschäftigen. Die Zukunft wird zeigen, wohin der Weg führt.

12. Heims Massenformel von 1982 und deren Weiterentwicklung

Im Band II der „Elementarstrukturen der Materie und Gravitation“ wird von Heim eine Massenformel hergeleitet, die im Jahre 1989 durch eine modifizierte Formel ersetzt wurde. Die Formel wurde an Mitarbeiter der Firma DASA/EADS zum Nachrechnen gegeben. In dieser tauchen keine Parameter mehr auf, die 1982 noch an das Experiment angepasst werden mussten. Da die Herleitung zu dieser Formel nicht veröffentlicht wurde und sich die Unterlagen noch auf den Disketten befinden dürften, zu denen der Arbeitskreis noch keinen Zugang erhalten hat, werden in unserer Homepage beide Massenformeln angegeben. Denn die Formel von 1989 ist zwar die genauere, aber die Herleitung der Formel von 1982 kann in Band II nachvollzogen werden.

Die folgenden Bemerkungen beziehen sich allein auf die 1982er-Massenformel.

Eine nichteuklidische Struktur mit n Koordinaten in einem R_n kann nur mit wenigstens $N = \frac{1}{2} n (n + 1)$ euklidischen Koordinaten in einen R_N eingebettet werden (Klingbeil 1966, S. 186). Der Heimsche Raum ist durch $N = \frac{1}{2} 3 \times 4 = 6$ euklidische Koordinaten gegeben. Seine Hermetrieform ist eine $H(R^3 \times T^1 \times S^2)$.

Ein R_4 erfordert hingegen 10 euklidische Koordinaten, die durch einen $H^8 \times G^2 = R^{10}$ gegeben sind, wobei G^2 der binäre Raum der Sieboperatoren ko- und kontravarianter Indizes der Metrikensoren ist, über deren Eigenschaften Heim vorerst noch nichts schreibt, weil er vorerst die stationären Teilchenzustände untersucht, ohne auf Wechselwirkungen einzugehen. Sieboperatoren spielen jedoch bei der Umwandlung eine wesentliche Rolle.

Aufgrund der Eigenschaften des Teilchenbildes soll auf das Heimsche Massenspektrum eingegangen werden. Dem Heimschen H^6 – Raum fehlt noch der I^2 – Raum als zeitliche statistische Komponente einer Wahrscheinlichkeit. Dieser wird zwar in „Strukturen der physikalischen Welt und ihrer nichtmateriellen Seite“ (Dröscher & Heim 1996) eingeführt, doch die Massenformel ist in einem R^6 definiert. Folglich werden durch Heims Massenformel nur Teilchen wiedergegeben, die keine Zerfallszeit aufweisen. Heim gibt zunächst nur Massen mit den Konfigurationsparametern $n_j(t) = 0$ wieder, in denen A_{im} – Werte an die Empirie angepasst sind, wie das Elektron, das Proton und die Neutrinos (Heim 1984, Bd.II, S. 372). Es gibt 20 bekannte Teilchen gemäß einem Grundmuster. Die Massenformel liefert für Elektron und Proton Massenwerte mit $n_j(t) = 0$, die nicht von Anpassungsparametern A_{im} ($i = 1, \dots, 3; m = 1, \dots, 6$) abhängig sind. Es verbleiben somit 18 Teilchen, bei denen die $n_j(t)$ (d.h. die nichtstabilen Teilchen) über die Protosimplex-Generatorfunktion mit $W(vx)$, die von 18 A_{im} – Werten (mit A_{66} eigentlich 19) abhängig sind, bestimmt werden.

Der I^2 -Unterraum ist für das Wahrscheinlichkeitsverhalten zuständig. Der Heimsche R^6 liefert mit der Hermetrieform $H(R^3, T^1, S^2)$ nur eine Abbildung $R^3 \rightarrow H^3 \rightarrow R^3$, wobei der H^3 aus $H^3 = AH^6$ hervorgeht, wobei A der Abbildungsoperator eines Vektorraumes ist. Für Umwandlungen ist aber der volle H^4 (bzw. H^8) – Raum zuständig, so dass die statistische Zeitabhängigkeit (Zerfall des Teilchens) im Heimschen R^6 mit der Zeit t als zusätzliche statistische Abhängigkeit nichtenthalten ist (der I^2 -Raum als Wahrscheinlichkeitsraum fehlt).

Dies bedeutet, dass die instabilen Teilchen, da die $n_j(t)$ die statistische Existenzzeit als variable Größe enthalten, von Heim zunächst nur über einen empirischen Ansatz bestimmt werden können. Dazu dienen die 19 (bzw. 19) A_{im} -Werte. Denn mit diesen wird die Protosimplex-Generatorfunktion $W(vx)$ definiert, die einen Grenzwert beim Exhaustionsverfahren der $n_j(t)$ eines Teilchens wiedergibt. In Bd.II wird $W(vx)$ mit den A_{im} -Werten $\checkmark$ Ist eine Teilchenmasse experimentell bekannt, dann könnten $n_1, \dots, n_4$ über die Massenformel bestimmt werden, die einen bestimmten Wert für $W(vx)$ liefern. In den späten 1980er Jahren hat Heim die Quantenzahlen $n_j(t)$ der nichtstabilen Elementarteilchen ohne Anpassungsparameter bestimmt und die Lebensdauern aller Grundzustände berechnet.

Denn Zerfall bedeutet auch Umwandlung und benötigt dafür den gesamten H^8 -Raum mit den Sieboperatoren des G^2 -Raumes. Das Heimsche Teilchenbild ist imstande, die Teilchenparameter zu bestimmen. Mit dem Felddbild mit der einfachen Teilchendarstellung ist es dann möglich, bei bekannten Teilchenparametern die Wechselwirkung zwischen den Teilchen anzugeben. Die Heimsche R^6 -Welt reicht noch nicht aus, die Dynamik von Feldern und Teilchen zu beschreiben. Das zeigt sich u.a. darin, dass für Umwandlungsgleichungen ein Felddbild erforderlich ist, das nicht vom Heimschen Einteilchenbild angegeben werden kann.

Heims strukturtheoretisches Modell enthält „Kondensorflüsse“, die zwischen Maxima und Minima von Metronen-Verdichtungen in einem als geometrische Struktur angesehenen Elementarteilchen ausgetauscht werden und dessen zyklische Kondensorflüsse den Spin eines Teilchens liefern. Werden die Koordinaten der Unterräume abgekürzt geschrieben:

$(x_5, x_6) \triangleq S^2 \triangleq 1$, $(x_4) \triangleq T^1 \triangleq 2$, $(x_1, x_2, x_3) \triangleq R^3$, die zu den Metrikensoren $g_{ik}^{(\mu\nu)}$ (mit $\mu, \nu = 1, 2, 3$) führen, dann lassen sich die aus den Koordinaten dieser Unterräume i gebildeten Kondensorflüsse symbolisch durch eckige Klammern $[i]$ kennzeichnen. Es gibt 7 solcher Kondensorflüsse:

$$[1], [2], [3], [1,2], [1,3], [2,3], [1,2,3]$$

Die polymetrischen Fundamentaltensoren der einen Kondensorfluss erzeugenden Kondensoren weisen hierbei beispielsweise bei $[1]$ nur die Abhängigkeit $g_{ik}(S^2)$ und bei $[2,3]$ die Abhängigkeit $g_{ik}(T^1, R^3)$ auf. Diese Kondensorflüsse kombinieren zu „Protosimplex-Systemen“, aus welchen die dynamischen Strukturen der Elementarteilchen aufgebaut werden.

In ihrem Buch „Strukturen der physikalischen Welt und ihrer nichtmateriellen Seite“ haben Heim und Dröschner den Ereignisraum R^6 , der eine Raumzeit plus Organisation darstellt, zu einem R^8 erweitert, der Raum, Zeit, Organisation und Information beinhaltet, um in dieser „Welt“ auch die Beschreibung von Wechselwirkungen zu ermöglichen.

Alle die genannten Unterräume des R^8 haben unterschiedliche physikalische Eigenschaften, die durch die Basiselemente $1, i, j, k$ einer Quaternion $z = a + ib + jc + kd$, mit a, b, c, d als reellen Zahlen) zum Ausdruck kommen. Der 4-dimensionale Minkowskiraum ist hierbei ein Unterraum des 8-dimensionalen Quaternionenraumes mit der Gestalt (Vektor):

$$Z = x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_3 e_3 + ix_4 + j(x_5 e_5 + x_6 e_6) + k(x_7 e_7 + x_8 e_8).$$

Es werden also nicht nur Raum und Zeit wie bei Einstein und Minkowski vereinigt, sondern Raum, Zeit und Masse, die die bekannten Planckschen Größen im Planck-Bereich liefern. Das erfolgt dadurch, dass Masse durch Invertierung in bekannter Weise in eine Länge überführt wird. Bei einer Riemannschen Geometrie ergibt sich nunmehr nicht nur eine einfache, sondern eine doppelte Koordinatenabhängigkeit mit inneren, energetischen Koordinaten. Ein Elementarteilchen ist nicht mehr ein Ding in einem Raum, sondern wird aus diesem selbst gebildet (vergleichbar mit der Hintergrund-Unabhängigkeit in der LQT). Die Bildung einer nichteuklidischen Struktur aus der Weltstruktur selbst führt zu

nichteuklidischen „Eigenwertgleichungen“, die über Eigenwertbedingungen zu lösen sind, und die zu 2 Grenzformen führen, die einerseits als nichteuklidische Struktur („Teilchenaspekt“) und andererseits als Wahrscheinlichkeitsamplitude (QM) bzw. Spinor (QFT) („Feldaspekt“) nach Durchführung einer konformen (winkeltreuen) Abbildung (Transformation) interpretiert werden kann. Mittels der „Eigenwertgleichung“ und der zugehörigen Lagrangefunktion lassen sich dann durch Variation $\delta S = 0$ die Einsteinschen Feldgleichungen und die Maxwell'schen Gleichungen des Elektromagnetismus bestimmen. Bei der QT führt die Existenz eines Quaternionenraumes zu einer verallgemeinerten Darstellung der Wahrscheinlichkeitsamplitude (QM) bzw. Spinoren der QFT, abhängig nicht nur von Raum und Zeit, sondern auch von Organisation und Information.

Dröscher zeigt (entsprechende Publikationen sind in Vorbereitung), wie mittels Symmetriegruppen, bei Einschränkung des 8-dimensionalen Raumes auf einen 4-dimensionalen Raum die räumlich verallgemeinerten Spinorkomponenten Λ_i in Spinorkomponenten Ψ_i der bekannten QFT übergehen und als gemeinsame Symmetriegruppe (Minkowskiraum nur mehr gültig) eine $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$ – Gruppe zustande kommt, die das Standardmodell wiedergibt.

Außer den elektromagnetischen, schwachen und starken Wechselwirkungen, die durch das Standardmodell beschrieben werden, gibt es noch drei gravitative Wechselwirkungen der Gravitation, der Quintessenz und der „Graviphotonen“, die wegen Einschränkung auf eine 4-dimensionale Raumzeit der inneren Koordinaten, zugeordnet den Dimensionen der Symmetriegruppe, bei den Spinorkomponenten Ψ_i des Standardmodells nicht mehr auftreten.

In der QT werden wegen des Feldaspektes der 2. Lösung des Eigenwertproblems mit $r = 0$ und außerdem auch noch wegen des Überganges der Transkoordinaten von Organisation und Information zu Null in der Symmetriegruppen-Darstellung nur mehr Punktteilchen mit der eingeschränkten Symmetriegruppe $C = SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ existieren. In einer nichteuklidischen Struktur eines Teilchens kommen S^2 und/oder I^2 -Koordinaten als Parameter des inneren, energetischen Koordinatenraumes stets vor, die zusammen mit den R^3 - und/oder T^1 -Koordinaten die Teilchenart bestimmen. Die QFT in der bisherigen Fassung ist folglich nicht imstande, eine einheitliche Feldtheorie aller Teilchen, die aus einem Grundschema hervorgeht, zu liefern.

Wie von Dröscher gezeigt wird, werden die 7 von Heim ermittelten Kondensorflüsse mit der Abkürzung $[1]$, $[2]$, $[3]$, $[1,2]$, $[1,3]$, $[2,3]$, $[1,2,3]$ noch von einer $I^2 \triangleq 4$ Struktur begleitet, so dass sich die 7 kombinierten Kondensorflüsse $[1] + [1,4]$, $[2] + [2,4]$, $\dots$, $[1,2,3] + [1,2,3,4]$ ergeben. Zusammen mit $[4]$ definieren die kombinierten Kondensorflüsse das zeitliche Geschehen mit Wahrscheinlichkeitscharakter (die I^2 -Koordinaten x_7, x_8 sind Wahrscheinlichkeitskoordinaten zum Unterschied von den organisatorischen S^2 -Koordinaten x_5, x_6). Damit sind Gravitonen, Photonen, neutrale und geladene Partikel realisierbar.

Im Feldbild gibt es dagegen keine Kondensorflüsse, sondern nur 15 Sieboperator-Strukturen $[1]'$, $[2]'$, $[3]'$, $[1,2]'$, $\dots$, $[1,4]'$, $\dots$, $[1,2,3,4]'$ (der Strich bedeutet eine Sieboperator-Struktur) mit 15 daraus entstehenden Kondensoren, die 12 Hermetrieformen und drei degenerierte Formen liefern.

Jedes miteinander verbundene Paar von Kondensorflüssen hätte nun die Eigenschaft, dass die Kondensorflüsse mit Wahrscheinlichkeitseigenschaften ausgestattet werde¹⁾, da der I^2 -Raum der Raum der Wahrscheinlichkeitskoordinaten ist und damit die statistische Existenzzeit eines Kondensorpaares bestimmt. Einschließlich des Kondensorflusses $[4]$, der keinen Partner hat, wären somit 15 Kondensorflüsse möglich. Das beschriebene Bild ist das Teilchenbild der Heimschen Theorie und kann eine vollständige Beschreibung des Teilchenbildes gewährleisten.

Es zeigt sich, dass Umwandlungen, die Sieboperator-Strukturen voraussetzen, über das Feldbild laufen. Dies ist auch dadurch verständlich, dass eine Umwandlung nicht als Einteilchen-, sondern als Mehrteilchenproblem anzusehen ist. Werden die Teilchenparameter aus der Heimschen Theorie mit dem Feldbild kombiniert, dann kann auch eine Wechselwirkung bzw. Dynamik beschrieben werden.

13. Literaturverzeichnis

- Arnowitt, R. Deser, S. und Misner, C.W. 1962: in *Gravitation: An Introduction to Current Research*, Hrsg.: Luis Witten; The Dynamics of General Relativity, S. 227; New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Ashtekar, A. 2001 : *Quantum Geometry and Gravity : Recent Advances*, in Proc. 16th inter. Conf. on General Relativity and Gravitation; arXiv.org/abs/gr-qc/0112038
- Bergmann, P.G. und A. Komar, 1962: *Les Theories Relativistes de la Gravitation*, Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, S. 309 ff.
- DeWitt, B.S. 1962: *Recent Developments in General Relativity*, Pergamon Press, S. 175 ff.
- Dröschner, W. und B. Heim, 1996: *Strukturen der physikalischen Welt und ihrer nichtmateriellen Seite*, Innsbruck: Resch Verlag
- Duff, M.J. 1975: *Covariant Quantization*, in Quantum Gravity – An Oxford Symposium, (Hrsg. Isham, Penrose & Sciama); Oxford University Press
- Einstein, A. 1922/1954/2002: *Grundzüge der Relativitätstheorie*, Berlin: Springer
- Grössing, G. 2000: *Quantum Cybernetics*, Berlin, Heidelberg: Springer
- Gueret, Ph. und J.P. Vigiér, 1982: *De Broglie's Wave Particle Duality in the Stochastic Interpretation of Quantum Mechanics: A Testable Physical Assumption*, *Fond. Phys.*, **12** 1057-1083
- Hawking, S.W., 1979: *The Path-Integral Approach to Quantum Gravity*, in General Relativity- An Einstein Centenary Survey; Hrsg. Hawking & Israel; Cambridge University Press, S. 746-785
- Heim, B. 1980 (1. Aufl.) 1989 (2. erw. Aufl.): *Elementarstrukturen der Materie – Einheitliche strukturelle Quantenfeldtheorie der Materie und Gravitation*, Bd.I, Innsbruck: Resch Verlag
- Heim, B. 1984: *Elementarstrukturen der Materie – Einheitliche strukturelle Quantenfeldtheorie der Materie und Gravitation*, Bd.II, Innsbruck: Resch Verlag
- Heim, B. 1996: *Strukturen der physikalischen Welt und ihrer nichtmateriellen Seite*, Innsbruck: Resch Verlag
- Heisenberg, W. 1967: *Einführung in die einheitliche Feldtheorie der Elementarteilchen*, Stuttgart: S. Hirzel; S. 136
- Heisenberg, W. 1975: *Die Naturwissenschaften*, **63**, S. 1
- Isham, C.J., R. Penrose, D.W. Sciama: 1975: *An Introduction to Quantum Gravity*, in *Quantum Gravity – An Oxford Symposium*; Oxford: Clarendon Press
- Köhler, M. 1953: *Zeitschrift für Physik*, **134**, S. 286 und 306
- Kuchar, K. 1973: *Canonical Quantization of Gravity*, in Relativity, Astrophysics and Cosmology, (Hrsg. W. Israel); Dordrecht, Holland, und Boston, Mass.
- v. Laue, M. 1965: *Die Relativitätstheorie*, Bd. II: *Die allgemeine Relativitätstheorie*; S. 194; Braunschweig: Vieweg,
- Rovelli, C. und L. Smolin 1990: *Loop Space Representation of Quantum General Relativity*, *Nuclear Physics*, **B 331**, S. 80
- Smolin, L., 1991: „Space and Time in the Quantum Universe“, in : *Conceptual Problems of Quantum Gravity*. Hrsg. A. Ashtekar und J. Stachel; Boston: Birkhäuser
- Smolin, L. 2001: *Three Roads to Quantum Gravity*, Phoenix
- Treder, H.-J., 1974: *Physikalische Probleme des Physikalischen Raumes*, S. 318 ff.; Berlin: Akademie Verlag
- Weinberg, S. 1972: *Gravitation and Cosmology*, New York: John Wiley & Sons
- Wigner, E. 1939: *Ann. Of Math.*, **40**, S. 149

Anhang I

Vergleiche zwischen Theorien im Planck-Bereich

Eigenschaften und Merkmale	Stringtheorie	Quantengeometrie	Heim-Theorie
Beschreibungsraum	Raumzeit R4	R4	R6
Grundlegende Objekte	Raum, Zeit Strings & Branen	Spin-Netzwerke Spin-Schäume	Flächenquanten (Metronen)
Zahl der Raumdimensionen	9 oder 10	3 (mehr möglich)	3
Zahl imaginärer Dimensionen	1	1	3 (erweitert auf 5)
Raumzeit als Hintergrundmetrik	ja	nein	nein
Modifikation der ART	ja	ja	ja
Modifikation der QT	ja	ja	nein
Konzeptuelle Verschmelzung von QT und ART	nein	ja	nein (aber möglich)
neue physikalische Prinzipien nötig	ja	nein	nein
Natur der Materie	Anregungsformen der Strings/Branen	Zustände des Spin-Netzwerks	zykl. Austausch- Prozesse v. Maxima v. Strukturkompressionen bei Erweiterung auf 8 Dimensionen
Erklärung des Standardmodells der Materie	nur ansatzweise	nicht beansprucht	neutrales Elektron
unbekannte Partikel vorhergesagt	ja	nein	
Erklärung für dunkle Materie im Weltraum	vielleicht	nein	wahrscheinlich
Unendlichkeitsprobleme im Formalismus	nein (?)	nein (?)	nein
Vereinheitlichung d. Quantisierung	nicht der Raumzeit	ja	(in der Entwicklung)
Vereinigung aller Naturkräfte	ja	nein, aber erlaubt	Elektromagnetismus und Gravitation
Supersymmetrie erfordert und vorausgesetzt	ja	nein	nein
Eindeutigkeit	nein (viele String- Vakua)	nein (Vieldeutigkeit im Hamiltonoperator)	ja
Existenz vieler anderer Universen	möglich	unklar	ja
Erklärungsmöglichkeit für Beginn des Universums	Urknall-Modelle	Urknall-Modell	materiefreies Ursprung-Modell
Erklärung für Entropie Schwarzer Löcher	eingeschränkt	ja	noch nicht untersucht
Erklärungsmöglichkeit für die kosmische Inflation	möglich	möglich	nicht erforderlich
Beschreibung v. Streuexperimenten	ja	noch nicht gelungen	noch nicht berechnet
Erklärung phys. Naturkonstanten	nein	nein	ja
Kontakt zur Alltagswelt- Physik	nur ansatzweise	nur ansatzweise	vollständig
Überprüfbare Vorhersagen	nur ansatzweise, teilweise widerlegt	nur ansatzweise	Massen und Lebensdauern von Elementarteilchen und Resonanzen

erweiterte Tabelle nach R. Vaas: *Das Duell: Strings gegen Schleifen*, in Bild der Wissenschaft, 4, 2004

Anhang II:

Die Berücksichtigung der Feldmasse $\mu(r)$ einer Masse m_0 führt bei Heim auf die Beziehung für die gravitative Feldenergie

$$m(r) c^2 = m_0 c^2 - \alpha/2 \cdot \int_0^R \left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 4\pi r^2 dr \quad (1)$$

mit

$$m_1(r) = \alpha/2 \cdot \int_0^R \left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 dV \quad (2)$$

und $\alpha = 1/(4\pi\gamma)$ und dem Gravitationspotenzial $\varphi = -\gamma m(r)/r$ (γ = Gravitationskonstante, dV = Volumenelement). Der Ansatz bei Heim berücksichtigt die Masse der Feldquelle m_0 im Kugelvolumen mit dem Radius r_0 und die in $0 \leq r \leq R$ eingeschlossene Masse des Feldes, aber er vernachlässigt den Beitrag der Feldmasse im Außenraum $R < r' < \infty$.

Werden die Beiträge der Feldmasse im Innenbereich des Kugelvolumens mit Radius r der Feldmasse im Außenraum $r' > r$ berücksichtigt, dann lässt sich die Ableitung $d\varphi/dr$ zusammensetzen aus dem Anteil $\gamma m_0/r^2$ der Elementarmassen selbst, dem Beitrag $[m_1(r)/r^2 - 1/r (dm_1/dr)]$, der Feldmasse m_1 in $r' < r$ und dem Beitrag $1/r (dm_1/dr)$ der Feldmasse m_2 in $r' > r$, (der ebenfalls durch m_1 ausgedrückt werden kann und wie ersichtlich einen Teil des Beitrags von m_1 kompensiert). In der Summe ergibt sich sodann:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \gamma \left(\frac{m_0}{r^2} + \frac{m_1(r)}{r^2} - \frac{1}{r} \frac{dm_1}{dr} + \frac{1}{r} \frac{dm_1}{dr} \right) = \frac{\gamma}{r^2} (m_0 + m_1(r)) = \gamma \frac{m(r)}{r^2} \quad (3)$$

Daraus ergibt sich für die Feldquelle $q = \Delta\varphi = \text{div grad } \varphi$:

$$\Delta\varphi = \left(\frac{d}{dr} + \frac{2}{r} \right) \frac{d\varphi}{dr} = \frac{\gamma}{r^2} \frac{dm}{dr} \quad (4)$$

oder mit der Materiedichte $\rho = dm/(4\pi r^2 dr)$:

$$\rho = 1/(4\pi\gamma) \cdot \Delta\varphi = \alpha \Delta\varphi \quad (5)$$

Die Konstante $\alpha = 1/4\pi\gamma$ lautet demnach wie in der Poissongleichung der Newtonschen Theorie (wie in Gl.10b in Heims Bd.I, S.81 und nicht $\alpha = 3/(64\pi\gamma)$, wie in Gl.10 und 10 in Heim, Bd.I).

Gl. (3) in Gl. (2) eingesetzt führt auf die einfache Differenzialgleichung

$$\frac{dm}{dr} + a \left(\frac{m}{r} \right)^2 = 0, \quad \text{mit} \quad a = 2\pi\alpha\gamma/c^2 \quad (6)$$

(anstelle der von Heim angegebenen Beziehung:

$$a \left(\frac{dm}{dr} \right)^2 - \frac{2am}{r} \frac{dm}{dr} + \frac{dm}{dr} + a \left(\frac{m}{r} \right)^2 = 0 \quad (7)$$

Die Lösung von Gl.(6) ist

$$-1/m = a/r + C, \quad \text{mit} \quad C = -(1/m_0 + a/r_0) \quad (8)$$

Der Verlauf von $m(r)$ außerhalb von r_0 ist somit:

$$m(r) = m_0 \left[1 + \frac{am_0}{r_0} \left(\frac{r-r_0}{r} \right) \right]^{-1} \quad (9)$$

so dass wegen Gl. 3 $d\varphi/dr$ einen monotonen Verlauf zeigt. Für $r \gg r_0$ ist näherungsweise

$$m(r) = m_0 - am_0^2/r_0 \quad (10)$$

Diese Beziehung wird auch von Arnowitt, Deser und Misner als Newtonsches Limit bezeichnet (1962, S. 257). Nach der ART würden sie auf der rechten Seite von Gl.10 m_0 durch $m(r)$ ersetzen und zeigen, dass $m(r) \rightarrow 0$ für $r_0 \rightarrow 0$.

Anhang III:

(Zusammenfassung)

Herleitung der Eigenwertgleichungen im Riemannschen Raum

Die Änderung des Vektors A^p längs der Verschiebung über die infinitesimale Strecke von A nach B setzt sich (Einstein 1922/2002, S.144 ff.) zusammen aus dem Vektor und dessen Änderung dA^p aufgrund der Verschiebung im konstanten Feld Γ^p_{kl} um $d\xi^l$, was auf den neuen Vektor

$$\underline{A}^p = A^p - \Gamma^p_{kl} A^k \int_A^B d\xi^l \quad (1)$$

führt, und aus einer Änderung des Feldes Γ^p_{kl} gemäß

$$\underline{\Gamma}^p_{kl} = \Gamma^p_{kl} + \Gamma^p_{kl,r} \xi^r, \quad (2)$$

die der parallelverschobene Vektor A^p beim Übergang von A nach B unterworfen ist. Die

Änderung des Vektors A^p um $\Delta A^p = \int_A^B \delta A^p$ ist somit durch

$$\Delta A^p = - \int_A^B \underline{\Gamma}^p_{kl} A^k d\xi^l \quad (3)$$

gegeben. Die Verschiebung des Vektors A^p kann nun so gewählt werden, dass die Parallelverschiebung bei konstantem Feld Γ^p_{kl} und die Änderung dieses Feldes, die der parallelverschobene Vektor noch zusätzlich unterworfen ist, sich gerade aufheben und

$\int_A^B \delta A^p = 0$ liefern. Es gilt:

$$- \Gamma^p_{kl}(A) A^k(A) + [- \Gamma^p_{kl,r}(A) + \Gamma^p_{nl}(A) \Gamma^n_{kq}(A)] A^k(A) \xi^q = 0 \quad (4)$$

im Punkt B, wobei sämtliche Größen für den Anfangspunkt A zu nehmen sind. Für die Verschiebung von B nach C gilt Gl. (4) in gleicher Weise, doch nun für den Anfangspunkt B. Da $A^p(A) = A^p(B)$ ist, kann ohne Hinweis auf eine Abhängigkeit A^k geschrieben werden.

Von A nach C über B wird demnach keine Änderung von A^k erfolgen, da in

$$\Delta A^p = \int_A^B \delta A^p + \int_B^C \delta A^p = 0 \quad \text{jedes Integral zu Null wird. Für die Kurve von A nach C gilt somit:}$$

$$- \Gamma^p_{kl} A^k + [- \Gamma^p_{kl,r} + \Gamma^p_{nl} \Gamma^n_{kq}] A^k \xi^q = 0 \quad (5)$$

Mit einer Änderung der Bezeichnung der Indizes wird daraus

$$(- \Gamma^i_{st,q} + \Gamma^p_{nt} \Gamma^n_{sq}) A^s \xi^q = \Gamma^i_{kst} A^s \quad (6)$$

Der in den Klammern stehende Ausdruck soll mit R^i_{sqt} bezeichnet werden:

$$R^i_{sqt} = (- \Gamma^i_{st,q} + \Gamma^p_{nt} \Gamma^n_{sq}) \quad (7)$$

Somit wird

$$R^i_{sqt} A^s \xi^q = A^s \Gamma^i_{st} \quad (8)$$

Erhalten oder mit $A^s = g^{ps} A_p$:

$$R^i_{sqt} A_p \xi^q = A_p \Gamma^i_{st} \quad (9)$$

Der Krümmungstensor kann zerlegt werden in

$$R^i_{kml} = R^i_{k \cdot ml} + R^i_{\cdot k ml} \quad \text{mit} \quad R^i_{k \cdot ml} = - R^i_{\cdot k lm} \quad (10)$$

Daher ist auch $R^i_{sqt} = - R^i_{stq}$ und mit (9) gilt auch

$$R^i_{stq} A_p \xi^q = - A_p \Gamma^i_{st} \quad (11)$$

Wegen der Verkopplung von ξ^q des Kurvenstücks $\overline{AB}$ mit A_p , wobei die Inklammersetzung die Aufhebung der Summationskonvention bedeutet und bei geeigneter Wahl des Kurvenstücks mit ξ^p kann

$$\Lambda_{(p)} \xi^{(p)} = -1 \quad (12)$$

erzeugt werden, was in Gl.(11) eingesetzt $R_{stq}^i = A_p \Gamma_{st}^i$ entstehen lässt, und mit $A_p = \lambda_p$ und geänderter Indexschreibweise auf die modifizierten Heimschen Eigenwertgleichungen

$$R_{kmp}^i = \lambda_p \Gamma_{km}^i \quad (13)$$

führt. Wegen (10) kann Gl.(13) übergehen in

$$R_{kmp}^i = \lambda_p \Gamma_{km}^i - \lambda_m \Gamma_{kp}^i \quad (14)$$

R_{kmp}^i kann auch mit Operatoren in der Form $R_{kmp}^i = C_p(m) \Gamma_{km}^i - C_m(p) \Gamma_{kp}^i$ geschrieben werden, so dass sich

$$R_{kmp}^i = C_p(m) \Gamma_{km}^i - C_m(p) \Gamma_{kp}^i = \lambda_p \Gamma_{km}^i - \lambda_m \Gamma_{kp}^i \quad (15)$$

ergibt. Die Gestalt des koordinatenindexvarianten nichtlinearen Operators $C_p(m)$ bzw. $C_m(p)$ wird weiter unten ausführlich behandelt.

Heims Eigenwertgleichungen haben mit $\Gamma_{km}^i = \varphi_{km}^i$ die Gestalt

$$R_{kmp}^i = C_p(m) \varphi_{km}^i = \lambda_p(k,m) \varphi_{km}^i \quad (16)$$

$$\text{mit} \quad R_{kmp}^i = (-\varphi_{km,p}^i + \varphi_{sm}^i \varphi_{mp}^s) + (\varphi_{kp,m}^i - \varphi_{sp}^i \varphi_{km}^s) \quad (17)$$

Wegen der Antisymmetrie des Krümmungstensors $R_{kmp}^i = -R_{kpm}^i$ bedeutet das in Gl.(16):

$$\lambda_p(k,m) \varphi_{km}^i = -\lambda_m(k,p) \varphi_{kp}^i \quad (18)$$

Mit

$$\varphi_{km}^i = \frac{1}{2} g^{is} (g_{sk,m} + g_{sm,k} - g_{km,s}) \quad (19)$$

geht Gl.(18) über in

$$\lambda_p(k,m) (g_{sk,m} + g_{sm,k} - g_{km,s}) = -\lambda_m(k,p) (g_{sk,p} + g_{sp,k} - g_{kp,s}) \quad (20)$$

oder mit

$$g_{ik} = \frac{\partial x_r}{\partial y_i} \frac{\partial x_r}{\partial y_k} \quad (21)$$

ausgeschrieben:

$$\begin{aligned} \lambda_p(k,m) \left(\frac{\partial}{\partial y_m} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\partial y_k} \right) + \frac{\partial}{\partial y_k} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\partial y_m} \right) - \frac{\partial}{\partial y_s} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_k} \frac{\partial x_r}{\partial y_m} \right) \right) = \\ -\lambda_m(k,p) \left(\frac{\partial}{\partial y_p} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\partial y_k} \right) + \frac{\partial}{\partial y_k} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\partial y_p} \right) - \frac{\partial}{\partial y_s} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_k} \frac{\partial x_r}{\partial y_p} \right) \right) \end{aligned} \quad (22)$$

Da $\lambda_p(k,m)$ und $-\lambda_m(k,p)$ für jeden p- bzw. m- Index jeweils einen konstanten Wert liefern, existieren 3 Beziehungen nach kreuzweiser Multiplikation und Vergleich:

$$1. \quad -\frac{\partial}{\lambda_m \partial y_m} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\partial y_k} \right) = \frac{\partial}{\lambda_p \partial y_p} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\partial y_k} \right) \quad (23)$$

$$2. \quad -\frac{\partial}{\partial y_k} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\lambda_m \partial y_k} \right) = \frac{\partial}{\partial y_k} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\lambda_p \partial y_k} \right)$$

$$3. \quad \frac{\partial}{\partial y_s} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_k} \frac{\partial x_r}{\lambda_m \partial y_m} \right) = -\frac{\partial}{\partial y_s} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_k} \frac{\partial x_r}{\lambda_p \partial y_p} \right)$$

Dies gibt in allen drei Fällen die gleiche Beziehung, wobei nicht über p und m, sondern nur über r summiert wird, und zwar

$$dy_m \lambda_m(k,p) = - dy_p \lambda_p(k,m) \quad (24)$$

Für p = m wird wegen der Schiefsymmetrie des Krümmungstensors mit $R^i_{kmp} = -R^i_{kpm}$ auch Gln. (18) und (24) zu Null:

$$dy_m \lambda_m(k,m) = - dy_m \lambda_m(k,m) = 0 \quad (25)$$

und damit wird

$$dy_m = dy_p \quad (26)$$

erhalten, was gemäss Gln. (16), (17) und (25) nur mehr die Nulllösung liefert.

Die Heimschen Eigenwertgleichungen haben demnach nur für m = p eine Lösung, die aber eine Nulllösung ist.

Erst mit dem polymetrischen Ansatz ergeben sich Eigenwertgleichungen mit von Null verschiedenen Lösungen:

$$C_p(m) \varphi^i_{km}(\alpha \beta \gamma \delta) = \lambda_p(k,m,\gamma,\delta) \varphi^i_{km}(\alpha \beta \gamma \delta) - \lambda_m(k,m,\gamma,\delta) \varphi^i_{kp}(\alpha \beta \gamma \delta) \quad (27)$$

Die modifizierten Eigenwertgleichungen müssen gegenüber Gl.(16) einen zusätzlichen Term auf der rechten Seite besitzen. Diese gehen aus

$$C_p(m) \varphi^i_{km} = \lambda_p(k,m) \varphi^i_{km} \quad (28)$$

Hervor, mit der Operatorbeziehung

$$C_p(m) \varphi^i_{km} = -\varphi^i_{km,p} + \varphi^i_{sm} \varphi^s_{kp} \quad (29)$$

Anhang IV:

Die Lösung der Eigenwertgleichungen

Die aus der ART bestimmten Eigenwertgleichungen enthalten gegenüber dem Ansatz von Heim noch einen weiteren Term:

$$R_{kmp}^i = C_p(m) \Gamma_{km}^i - C_m(p) \Gamma_{kp}^i = \lambda_p \Gamma_{km}^i - \lambda_m \Gamma_{kp}^i \quad (1)$$

Diese Beziehung zeigt zwar echtes Tensorverhalten auch auf der rechten Seite, für den Fall

$$\Theta_p \lambda_p = \Theta_m \lambda_m, \quad (2)$$

worin Θ_p Koordinatendifferenziale und $\lambda_p = \lambda_p(k, m)$ und $\lambda_m = \lambda_m(k, p)$ sind. Doch die Eigenwertgleichungen liefern nur Nulllösungen; R_{kmp}^i kennzeichnet daher einen ebenen Raum. Das ist bei der Verjüngung $R_{kpm}^m = R_{kp}$ nicht der Fall, da $R_{kp} = 0$ nicht unbedingt zu einem euklidischen Raum führen muss.

Die Verjüngung hat die Eigenschaft, dass beispielsweise Γ_{km}^m zu Null werden kann, und

$$R_{kl} = -\Gamma_{kp,m}^m + \Gamma_{sp}^m \Gamma_{km}^s \quad (3)$$

$$\text{ergibt, was in } R_{kl} = C_m \Gamma_{kp}^m = \lambda_m \Gamma_{kp}^m \quad (4)$$

übergeht. Jetzt weisen die linke und die rechte Seite von (4) Pseudotensorverhalten auf.

Denn mit $\Gamma_{km}^m = 0$ und $\Gamma_{km,p}^m = 0$ geht mit

$$R_{kl} = R_{klm}^m = \Gamma_{km,p}^m - \Gamma_{kp,m}^m + \Gamma_{ps}^m \Gamma_{km}^s - \Gamma_{ms}^m \Gamma_{kp}^s \quad (5)$$

in R_{kl} über.

Um die Gleichung (1) lösen zu können, sind Eigenwert-Bedingungen erforderlich, welche die Indexabhängigkeit auf eine einzige Funktion reduzieren.

In Gl.(1) lauten die Operatoren:

$$C_p(m) \varphi_{km}^i = -\varphi_{km,p}^i + \varphi_{sm}^i \varphi_{kp}^s \quad (6)$$

$$C_m(p) \varphi_{kp}^i = -\varphi_{kp,m}^i + \varphi_{sp}^i \varphi_{km}^s$$

Es ergeben sich zwei Lösungswege:

1. Es kann φ_{kp}^i in Gleichung (1) bestimmt werden, oder
2. Es werden nur die Teilgleichungen

$$C_p(m) \varphi_{km}^i = \lambda_p(k, m) \varphi_{km}^i \quad (7a)$$

$$C_m(p) \varphi_{kp}^i = \lambda_m(k, p) \varphi_{kp}^i \quad (7b)$$

einer Lösung zugeführt (wobei φ_{km}^i die von Heim erweiterten Christoffel-Symbole bedeuten). Um diese Eigenwert-Bedingungen zu erhalten, wird von der Symmetriegleichung der ART ausgegangen:

Wegen der zyklischen Symmetrie des Krümmungstensors R_{klm}^i :

$$R_{kml}^i + R_{mkl}^i + R_{lkm}^i = 0 \quad (8)$$

folgt durch Verjüngung mit $k = m$ und $l = p$

$$R_{mmp}^i + R_{mmp}^i + R_{pmp}^i = 0 \quad (9)$$

(9) wird erfüllt für $2R_{mmp}^i = -R_{pmp}^i \neq 0$ oder für $R_{mmp}^i = 0$ und $R_{pmp}^i = 0$. Es wird die letztere der möglichen Beziehungen weiter verfolgt. Nach Gl. (1) gilt dann:

$$R_{pmp}^i = C_p(m) \varphi_{pm}^i = \lambda_p(p, m) \varphi_{pm}^i - \lambda_m(p, p) \varphi_{pp}^i = 0 \quad (10)$$

bzw. $\lambda_m(m, p) \varphi_{mk}^i - \lambda_p(m, m) \varphi_{mm}^i = 0$

Aus (10) folgt die Eigenwert-Bedingung:

$$a_{mp} = \frac{\lambda_p(m, m)}{\lambda_m(m, p)} \quad (11)$$

und wegen der Symmetrie von φ_{mp}^i und φ_{pm}^i gilt

$$\begin{aligned} \varphi_{mp}^i &= a_{mp} \varphi_{mm}^i, & \varphi_{pm}^i &= a_{pm} \varphi_{pp}^i \\ a_{mp} \varphi_{mm}^i - a_{pm} \varphi_{pp}^i &= 0 \\ \varphi_{mm}^i &= (a_{pm}/a_{mp}) \varphi_{pp}^i \\ \varphi_{km}^i &= a_{km} \varphi_{kk}^i = (a_{km}/a_{kp}) \varphi_{kp}^i \\ \varphi_{ps}^i &= a_{ps} \varphi_{pp}^i = (a_{ps}/a_{pk}) \varphi_{pk}^i = (a_{ps}/a_{pk}) \varphi_{kp}^i \\ \varphi_{ps}^i \varphi_{km}^s &= (a_{ps}/a_{pk})(a_{km}/a_{kp}) \varphi_{kp}^i \varphi_{kp}^s = c_{ms}^{(kl)} \varphi_{kp}^i \varphi_{kp}^s \end{aligned} \quad (12)$$

In der Felddarstellung wird die modifizierte Heimsche Eigenwertbeziehung Gl.(1) verwendet. Einsetzen der Substitutionen (12) in Gl. (1) liefert dann:

$$\left(\frac{a_{km}}{a_{kp}} \partial_p - \partial_m \right) \varphi_{kp}^i + \left(\frac{a_{ps}}{a_{pk}} \frac{a_{km}}{a_{kp}} - \frac{a_{ms}}{a_{mk}} \frac{a_{km}}{a_{kp}} \right) \varphi_{kp}^i \varphi_{kp}^s = \{ \lambda_m(k, p) - \lambda_p(k, m) \frac{a_{km}}{a_{kp}} \} \varphi_{kp}^i \quad (13)$$

Es werden folgende Kürzungen verwendet:

$\underline{a}_{ms}^{(kl)} = a_{km}/a_{kp}$, $\underline{b}_{ms}^{(kl)} = (a_{ps} a_{km}/a_{pk} a_{kp}) - (a_{ms} a_{km}/a_{mk} a_{kp})$,
wobei das Unterstreichen bedeuten soll, dass weder ein Vektor oder Tensor höherer Stufe vorliegt, sondern nur eine Abhängigkeit von m und s. Damit gilt:

$$(\underline{a}_{ms}^{(kp)} \partial_p - \partial_m) \varphi_{kp}^i + \underline{b}_{ms}^{(kl)} \varphi_{kp}^i \varphi_{kp}^s = \{ \lambda_m(k, p) - \underline{a}_{ms}^{(kp)} \{ \lambda_p(k, m) \} \} \varphi_{kp}^i$$

Mit den weiteren Kürzungen

$$a(k, p) = \sum_{m=1}^4 \underline{a}_{mm}^{(kl)}, \quad \lambda_p^{(kp)}(k) = \sum_{m=1}^4 \underline{a}_{mm}^{(kp)} \lambda_p(k, m), \quad \lambda(k, p) = \sum_{m=1}^4 \lambda_m(k, p), \quad \lambda_p^{(kp)}(k) = \sum_{m=1}^4 \underline{a}_{mm}^{(kp)} \lambda_p(k, m)$$

wird längs der nichteuklidischen Induzierungen m summiert. Mit

$$a(k, p) \partial_p - \sum_{m=1}^4 \partial_m = (a(k, p) - 1) \partial_p - \sum_{m \neq p} \partial_m$$

gilt:

$$\left(\{ a(k, p) - 1 \} \partial_p - \sum_{m \neq p} \partial_m \right) \varphi_{kp}^i + \underline{b}_{ms}^{(kp)} \varphi_{kp}^i \varphi_{kp}^s = \{ \lambda(k, p) - \lambda_p^{(kp)}(k) \} \varphi_{kp}^i$$

Summiert wird nur über s. Die Gleichung wird mit $\underline{b}_i^{(kp)}$ multipliziert und dann wird längs i mit $1 \leq i \leq 4$ summiert.

Somit wird

$$\boxed{\Phi_{kp} = \underline{b}_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i} \quad (14)$$

gebildet und damit

$$\left(\{ a(k, p) - 1 \} \partial_p - \sum_{m \neq p} \partial_m \right) \Phi_{kp} + \Phi_{kp}^2 = \{ \lambda(k, p) - \lambda_p^{(kp)}(k) \} \Phi_{kp}$$

erhalten. Wird noch die Kürzung $\underline{\lambda}(k, p) = \lambda(k, p) - \lambda_p^{(kp)}(k)$ eingeführt, folgt schließlich:

$$\boxed{\left(\{ a(k, p) - 1 \} \partial_p - \sum_{m \neq p} \partial_m \right) \Phi_{kp} + \Phi_{kp}^2 = \underline{\lambda}(k, p) \Phi_{kp}} \quad (15)$$

Das ist die mit einem nichtlinearen Operator gebildete Eigenwertgleichung für Φ_{kp} , die sich von der Heimschen nur durch Ersetzen von $\underline{\lambda}(k,p)$ anstelle von $\lambda(k,p)$ unterscheidet. (vgl. B. Heim: „Elementarstrukturen der Materie und Gravitation“, Bd. 1, 1989, S.200)

In der Teilchendarstellung wird der verjüngte Krümmungstensor nach Gl. (4) verwendet unter Berücksichtigung von $\varphi_{mp}^i \neq \Gamma_{mp}^i$. Mit den gefundenen Eigenwertverhältnissen wird aus Gl.(7b) daraus:

$$-\partial_m \varphi_{kp}^m + c_{ms}^{(kp)} \varphi_{kp}^m \varphi_{kp}^s = \lambda_m(k,p) \varphi_{kp}^m \quad (16)$$

Mit $c_{mi}^{(kp)}$ multipliziert und mit der Kürzung $c_{mi}^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \Phi_{kp}^{(m)}$ ist das:

$$-\partial_m \Phi_{kp}^{(m)} + \Phi_{kp}^{(m)2} = \lambda_m(k,p) \Phi_{kp}^{(m)} \quad (17)$$

Lösung der Gl.(17):

Dies ist ein Eigenwertproblem, das mit $\Phi_{kp}^{(m)} = y$ als Bernoullische Differenzialgleichung auftritt. Bei Verwendung von Kugelkoordinaten kann m die Zugehörigkeit zu r wiedergeben.

Aus $-\partial_m y - \lambda_m y + y^2 = 0$

wird daraus $\partial_r y + \lambda_r y - y^2 = 0$ bzw. $y' + \lambda y - y^2 = 0$.

Die Bernoullische Differenzialgleichung $y' + P(x)y + Q(x)y'' = 0$ geht mit $z = 1/y$, $P(x) = \lambda$, $Q(x) = -1$ in die lineare Differenzialgleichung $z' - \lambda z + 1 = 0$ über, die mit $Z = z(r)$ nun mehr

$$z(r)' - \lambda z(r) + 1 = 0$$

lautet.

Die lineare Differenzialgleichung $z + A(r)y = B(r)$ hat die allgemeiner Lösung:

$$z = C \cdot e^{-\int A dr} + e^{-\int A dr} \int B e^{\int A dr} dr,$$

die mit $A(r) = -\lambda$, $B(r) = -1$ zu

$$z = C \cdot e^{\lambda r} - e^{\lambda r} \int e^{-\lambda r} dr = C e^{\lambda r} (1 - 1/\lambda \int e^{-\lambda r} dr) = C e^{\lambda r} \{1 + (1/\lambda C) e^{-\lambda r}\}$$

führt, wenn die Integrationskonstante von $\int e^{-\lambda r} dr$ mit 0 vorausgesetzt wird. Dann wird

$$z = (1/\lambda + C e^{\lambda r}) = (1/\lambda) (1 + C \lambda e^{\lambda r})$$

erhalten. Mit der Substitution $y = 1/z$ wird daraus

$$y = \lambda \frac{1}{(1 + \alpha e^{\lambda r})},$$

wenn die Abkürzung $C\lambda = \alpha$ verwendet wird, die dimensionslos ist.

Wegen $c_{mi}^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \Phi_{kp}^{(m)} = y$ wird für die kugelsymmetrische Lösung schließlich $c_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \Phi_{kp}$ erhalten, was zur Lösung

$$c_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \lambda_r(k,p) \frac{1}{1 + C_{kp} e^{\lambda_r(k,p)r}} \quad (18)$$

führt. Da bei der Lösung der Differenzialgleichung gemäß G.(17) nur über r integriert wird, kann die Konstante C_{kp} von t in der Art $C_{kp}(t)$ abhängen.

Lösung der Gl.(15):

Mit dem Vektor $\bar{a}_{(kp)}$ wird

$$(a(k,p) - 1) \partial_p - \sum_{m \neq p} \partial_m = \bar{a}_{(kp)} \text{ grad}_s$$

und somit

$$\bar{a}_{(kp)} \text{grad}_s \varphi_{kp} = \underline{\lambda}(k,p) \varphi_{kp} - \varphi_{kp}^2 = \frac{1}{4} \underline{\lambda}^2(k,p) \left\{ 1 - \left(\frac{2\varphi_{kp}}{\underline{\lambda}(k,p)} - 1 \right)^2 \right\},$$

wobei $\varphi_{kp} = \Phi_{kp}$ gilt.

Mit $u = \pm \left(\frac{2\Phi_{kp}}{\underline{\lambda}(k,p)} - 1 \right)$ wird

$$\text{grad}_s u = \pm \frac{1}{2} \underline{\lambda}(k,p) \bar{a}_{(kp)}^{-1} (1 - u^2), \quad (19)$$

und mit der Kürzung $\bar{x} = \sum_{s=1}^4 \bar{e}_s x_s$ wird nach Multiplikation mit $d\bar{x}$

$$\bar{a}_{(kp)}^{-1} d\bar{x} = \frac{dx_p}{a(kp)-1} - \sum_{m \neq p} dx_m = d\kappa_{(kp)}$$

und $\text{grad}_s u d\bar{x} = \sum_{s=1}^4 \partial_s u dx_s = du$,

wegen $\sum_{s=1}^4 \frac{\partial u}{\partial x_s} dx_s = du$. $d\kappa_{(kp)}$ kann auch in der Form $d\kappa_{(kp)} = \sum_{s=1}^4 \alpha_s dx_s$ geschrieben

werden, was zu $\kappa_{(kp)} = \sum_{s=1}^4 \alpha_s x_s$ führt. Damit wird aus Gl.(19):

$$\frac{u}{1-u^2} = \pm \frac{1}{2} \underline{\lambda}(k,p) \sum_{s=1}^4 \alpha_s dx_s.$$

Integration führt zu

$$\frac{1}{2} \ln \frac{1+u}{1-u} + C = \pm \frac{1}{2} \underline{\lambda}(k,p) \alpha_s x_s = \frac{1}{2} f$$

wobei über s summiert wird.

Mit $u = 1 - 2\Phi_{kp}/\underline{\lambda}(k,p)$ und der Kürzung $\Phi_{kp}/\underline{\lambda}(k,p) = \varphi/\lambda$ gilt

$$\frac{1+1-2\varphi/\lambda}{1-1+2\varphi/\lambda} = f, \quad 2 - 2\varphi/\lambda = f 2\varphi/\lambda \rightarrow \varphi/\lambda = 1/(1+f)$$

Somit wird

$$\Phi_{kp} = \underline{\lambda}(k,p) \frac{1}{1 + C_{kp} e^{\pm \underline{\lambda}(k,p) \alpha_s x_s}}$$

erhalten, was nach Vergleich mit Gl.(18) und $\Phi_{kp} = \underline{b}_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i$ in

$$\underline{b}_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \underline{\lambda}(k,p) \frac{1}{1 + C_{kp} e^{\pm \underline{\lambda}(k,p) \alpha_s x_s}} \quad (20)$$

übergeht.

Gl.(18) wurde für die Teilgleichung (7b) errechnet. Die Lösung für Gl.(7a) erfolgt nach demselben Verfahren, da sich die Gleichungen (7a) und (7b) nur durch den Wechsel von m zu p unterscheiden. Gl.(17) geht über in

$$-\partial_p \Phi_{km}^{(p)} + \Phi_{km}^{(p)2} = \lambda_p(k,m) \Phi_{km}^{(p)} \quad (21)$$

mit

$$c_{pi}^{(km)} \varphi_{km}^i = \Phi_{km}^{(p)}.$$

Dies liefert gleichartig zu Gl.(18) die Lösung für $p=4$, $x_4 = \text{ict}$ mit

$$\boxed{c_i^{(km)} \varphi_{t_{km}}^i = \lambda_i(k, m) \frac{1}{1 + B_{km} e^{\lambda_i(k, m) t_{el}}}} \quad (22)$$

Da bei der Lösung der Differenzialgleichung gemäß Gl.(21) nur eine Integration über t durchgeführt wird, kann die Konstante B_{km} von r in der Art $B_{km}(r)$ abhängen.

Die Lösungen nach Gl.(18) und Gl.(22) hängen über $m = 1, p = 4$ zusammen. Wie Gl.(20) im Vergleich mit Gl.(18) und Gl.(22) zeigt, geht die erste Lösung, die alle Komponenten y_s mit $s = 1, \dots, 4$ enthält, in die beiden andere über, wenn ein Zerfall der Summe $\alpha_s y_s$ in Einzelkomponenten auftritt. Dies kann so interpretiert werden, dass bei einer Teilchenentstehung vorerst alle Koordinaten gemeinsam vorhanden sind und hierauf ab einem Grenzwert nur mehr Teillösungen auftreten. Im vorliegenden Fall sind zwei Lösungen und zwar eine r - und eine t -Lösung gegeben.

Übergang zum Feynmanschen Pfadintegral

Es wird nun auf die Lösung von Gl.(22) näher eingegangen. Wie andernorts gezeigt wurde, ändert der Eigenwert $\lambda_p(k, m)$ bei einer Parallelverschiebung seinen Wert nicht. Er ist von den nichteuklidischen Koordinaten unabhängig, hat aber die Dimension einer inversen Länge. In Energiekoordinaten ξ ausgedrückt ist daher $\lambda_p(k, m) = 1/\Delta\xi$, mit $\Delta\xi_p = \Delta\xi_4 = \hbar/mc$, so dass der Eigenwert die Gestalt $\lambda_1 = mc/\hbar$ erhält mit der Quantisierung $m n = m_p$. Wird die Kürzung $c_i^{(km)} \varphi_{km}^i / \lambda_1(k, m) = \varphi/\lambda$ verwendet, dann ist

$$\varphi/\lambda = \frac{1}{1 + B_{km} e^{i c t' m c / \hbar}} = \frac{1}{1 + B_{km} e^{i m c^2 t' / \hbar}} \quad (23)$$

Darin bedeutet t' die von der normierten Teilchenfunktion φ/λ aus gesehene Zeit. Wird zu einem äußeren Koordinatensystem übergegangen und das Teilchen als bewegt angesehen, dann ergibt sich ein Übergang von $-mc^2$ auf $-mc^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}$ für die Lagrangefunktion, da

$S = -mc \int_0^T ds$ mit $ds^2 = c^2 dt^2 - \sum_{i=1}^3 dx_i^2 = c^2 dt'^2$ mit x_i' als dem mit dem Teilchen verbundenen Koordinatensystem und x_i als dem äußeren Koordinatensystem gilt. Für die Lagrangefunktion wird somit $L = -mc^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}$ erhalten. Da $S = \int_0^T L dt$ ist, wird die normierte Teilchenfunktion φ/λ zu

$$\varphi/\lambda = \frac{1}{1 + B_{km} e^{-iS/\hbar}} \quad (24)$$

mit $S = \int_0^T L(x_i, \dot{x}_i) dt$, wobei x_i und $\dot{x}_i$ sich auf das äußere Koordinatensystem beziehen.

Würde B_{km} den Wert 1 haben, so würden wegen der periodischen Funktion $e^{-iS/\hbar}$ vielfach singuläre Stellen auftreten. Um das zu vermeiden und aufgrund der später noch angeführten Komplementarität von Teilchen/Welle kommt es zu einer Transformation der normierten Teilchenfunktion $z = \varphi/\lambda$ auf $w = w(z)$. An die Funktion $w = w(z)$ sind folgende allgemeine Bedingungen zu stellen:

- Die volle z -Ebene wird auf die volle w -Ebene umkehrbar eindeutig abgebildet,
- B) für $z = 0$ soll auch $w = 0$ gelten (ist keine normierte Teilchenfunktion vorhanden, dann soll auch die transformierte Funktion w den Wert 0 annehmen).

Bedingung a) wird durch die bilinearen Funktionen $z = (aw + b)/(cw + d)$ erfüllt, die die allgemeinsten regulären Funktionen mit dieser Eigenschaft sind und Bedingung b) durch

$b = 0$ (A. Duschek: „Vorlesungen über höhere Mathematik“, 1960, Bd.III, Springer-Verlag). Wird Gl.(24) mit der Kurzbezeichnung

$$B_{km} e^{-iS/\hbar} = 1/w \quad (25)$$

Näher betrachtet, dann ergibt sich $\varphi/\lambda = z = 1/(1 + 1/w) = w/(1 + w)$, die die bilineare Funktion $z = aw/(cw + d)$ mit $a = c = d = 1$ wiedergibt. w wird somit zu

$$w = (1/B_{km}) e^{iS/\hbar} \quad (25a)$$

Die Integrationskonstante B_{km} ist von frei wählbaren Ortskoordinaten x_1, x_2, x_3 abhängig und wird mit $R = R(x_1, x_2, x_3) = 1/B_{km}$ angegeben, so dass

$$w = \psi = R e^{iS/\hbar} \quad (26)$$

zustande kommt. ψ kann durch Integration über den gesamten Raum durch Bildung von

$\int_V \Psi \Psi^* dV = \text{const}$ eine Invariante dimensionsloser Art liefern, wobei Ψ^* die konjugiert

komplexe Größe von ψ ist. Wenn von der Riemannschen Geometrie mit g_{ik} ausgegangen wird und der Grenzübergang zur euklidischen Geometrie vollzogen wird, mit $g_{ik} \rightarrow \eta_{ik} = 1$, kann

$\int_V \Psi \Psi^* dV = 1$ als Invariante und Grenzwert von nichteuklidischer zu euklidischer Geometrie

angesehen werden. Wie die Quantenmechanik zeigt, kann ψ als Wahrscheinlichkeitsamplitude für das Vorhandensein eines Teilchens gemäß der r-Lösung, definiert werden. Da die Wahrscheinlichkeitsamplitude $\psi = k e^{iS/\hbar}$ für den Übergang vom Punkt A zum Punkt B durch die Summation über alle möglichen Wege $\sum_{\text{Wege}} k e^{iS/\hbar} = \psi(a,b)$ gegeben ist (es gilt

$k = 1/B_{km}$), kann in Integraldarstellung geschrieben werden:

$$\boxed{\psi(a,b) = \int D_q \exp[i \int_0^T L(q, \dot{q}) dt]} \quad , \quad (27)$$

wobei D_q ein Funktionsintegral über alle nur möglichen Wege von A nach B ist. Gl.(27) gibt dann das Feynmansche Pfadintegral wieder.

$k = 1/B_{km}$ kann als eine nicht durch den Ort definierte Größe angesehen werden. D_q ist durch

$D_q = \frac{1}{\alpha} \prod_{t=1}^3 \prod_{u=1}^{\infty} dx_{t,u}$ definiert, mit der Normierungsgröße α .

Zur Lagrangefunktion $L(q, \dot{q})$ ist zu bemerken, dass im äußeren Koordinatensystem das Teilchen gemäß der r-Lösung einer Wechselwirkung durch ein Wechselwirkungsfeld ausgesetzt sein kann, so dass der Einfluss dieses Feldes für den Übergang von A nach B eine Rolle spielen wird.

Diskussion der Gl.(18)

Im folgenden wird die r-Lösung gemäß Gl.(18) näher untersucht. Da mit Gl.(18) eine Ortsabhängigkeit vorliegt, wird zum Unterschied zu Gl.(22), wo vorerst nur eine Zeitabhängigkeit gegeben war, die ortsabhängige Quelle eines Wechselwirkungsfeldes eine zentrale Rolle spielen und somit anstelle von $\lambda_t = mc/\hbar$ ein $\lambda_r = mc/(\alpha_p \hbar)$ zustande kommen, wobei α_p die dimensionslose Kopplungskonstante des zugehörigen Wechselwirkungsfeldes ist. Damit ist

$$1/\lambda_r = (\alpha_p \hbar)/mc \quad (28)$$

Im Falle eines gravitativen Feldes ergibt sich

$$1/(\lambda_r)_g = Gm/c^2 ,$$

und im Falle eines elektromagnetischen Feldes:

$$\frac{1}{(\lambda_r)_e} = \frac{e^2}{\hbar c} \frac{\hbar}{mc} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{mc^2} , \quad (29)$$

welcher Wert mit der Dimension der Länge des Streuradius r_e eines elektrisch geladenen „Teilchens“ wiedergibt.

Es werden die Kürzungen $c_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \varphi_e$ und $\lambda_r(k,p) = \lambda_e$ verwendet, wobei e auf das elektrische Feld hinweist.

φ_e ist eine aus dem zugehörigen Metriktensor erzeugte Funktion, die gleichartig zum Übergang vom normierten, dimensionslosen Potenzial $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{eQ}{mc^2 R}$ zum unnormierten

Potenzial $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$ eine Multiplikation von φ_e mit $c^2 m/e$ notwendig macht. Es gilt demnach

$\varphi_e' = (c^2 m/e) \varphi_e$. Wird die Energie der Teilchenfunktion bestimmt, dann ergibt sich:

$$E = \frac{\varepsilon_0}{2} \int_a^\infty \left(\frac{m}{e}\right)^2 c^4 \varphi_e'^2 dV = \frac{\varepsilon_0}{2} \left(\frac{m}{e}\right)^2 c^4 \lambda_e^2 \int_a^\infty \frac{4\pi r^2 dr}{(1 + C_{kp} e^{\lambda_e r})^2}.$$

Mit $\lambda_e r = u$ und $dr = du/\lambda_e$ wir daraus

$$E = \frac{\varepsilon_0}{2} \frac{1}{\lambda_e} \left(\frac{m}{e}\right)^2 c^4 \int_a^\infty \frac{4\pi u^2 du}{(1 + C_{kp} e^u)^2},$$

wobei u nunmehr eine dimensionslose Größe ist. Wegen Gl.(29) gilt:

$$E = \frac{\varepsilon_0}{2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{mc^2} \left(\frac{m}{e}\right)^2 c^4 4\pi \int_a^\infty \frac{u^2 du}{(1 + C_{kp} e^u)^2} = \frac{1}{2} mc^2 \int_a^\infty \frac{u^2 du}{(1 + C_{kp} e^u)^2}.$$

Mit $C_{kp} = C$ wird daraus $E = \frac{1}{2} mc^2 \int_a^\infty \frac{u^2 du}{(1 + C e^u)^2}$.

Für das Integral gilt $\int_a^\infty \frac{u^2 du}{(1 + C e^u)^2} < \int_0^\infty \frac{u^2 e^{-2u} du}{c^2}$,

und mit $t = 2u$ ist $\int_0^\infty \frac{u^2 e^{-2u} du}{c^2} = \frac{1}{8c^2} \int_0^\infty t^2 e^{-t} dt = \frac{1}{8\pi} 2 = \frac{1}{4c^2}$ ein endlicher Wert. C ist im

Integral so zu bestimmen, dass $E = mc^2$ für die Integrale $\int_0^a + \int_a^\infty$ existiert, wobei $\int_0^a$ noch

näher zu erklären ist. Die untere Integrationsgrenze a des zweiten Integrals wird anhand eines Gravitationsfeldes mit $1/(\lambda_r)_g = GM/c^2$ erläutert.

Nach der ART gilt $g_{11} = 1/(1 - r_g/r)$, wenn r_g der Schwarzschildradius $r_g = 2GM/c^2$ ist. Daher kann r nicht kleiner werden als $2GM/c^2$, ohne dass raum- in zeitartige Größen und zeit- in raumartige Größen übergehen. Um dies zu vermeiden, wird es, wenn r noch kleiner wird, zu einem Wechsel von $g_{44} = (1 - r_g/r)$ in $g_{44}' = (1 - r'/r_g)$ kommen, was $r' = r_g^2/r$ bedeutet. Zusätzlich wird bemerkt, dass die Eigenwertgleichungen unter der Bedingung $\gamma_{ik} < 1$ abgeleitet wurden. $g_{ik} = (\delta_{ik} + \gamma_{ik})$ geht demnach in $g_{ik}' = (\delta_{ik} + \gamma_{ik}')$ über und die Raum- und Zeitkoordinaten werden hierbei invertiert. Dies gilt auch für $mc^2 t/\hbar \geq 1$, was die Unschärfe $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ betrifft. Für kleiner werdendes ct wird, das mc aus dem konstanten Eigenwert $mc/\hbar$ hervorgeht, $mc^2 t < \hbar$ zustande kommen. Bei einer Invertierung der Zeitkomponente wird diese Beziehung weiterhin gelten, da auch $\hbar/mc$ invertiert wird. Die Quantentheorie wird für Werte $mc(ct) < \hbar$ keine Gültigkeit mehr haben. Die Eigenwerte $(\lambda_r)_e$, $(\lambda_r)_g$, λ_t stellen demnach eine Grenze für die Invertierung von Koordinaten dar, und die Integrationsgrenze a ist durch $1/(\lambda_r)_e$ definiert. Für die invertierten Koordinaten ist die komplexe Teilchenfunktion gemäß der Heimschen Art gültig, die die Teilchenfunktion nach Gl.(20) in

$$b_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \lambda(k,p) \left[\frac{1}{1 + C_{kp} \exp\left\{\frac{1}{\lambda(k,p)} \left(\frac{1}{\alpha_1 x_1} + \dots + \frac{1}{\alpha_n x_n}\right)\right\}} \right] \quad (30)$$

überführt. Für das Integral mit den Grenzen 0 bis a ist demnach Gl.(30) maßgebend, welche einen komplexen Einschwingvorgang bei der Bildung einer Teilchenfunktion darstellt.

Bei der Bestimmung von Gl.(30) wird zunächst ein Koordinatensystem mit $x_i' = x_i$ vorausgesetzt (d.h. der Beobachter sitzt im Bereich mit $r' < 1/\lambda_e$ und wird dann seinen Standort in den äußeren Bereich verlagern).

Liegt kein massives „Teilchen“ mit einer Ladung, sondern nur ein Wechselwirkungsfeld mit „Botenteilchen“ vor, dann werden diese aus einer vereinfachten Eigenwertgleichung zu bestimmen sein.

Anhang V

Übergang der Heimschen Eigenwertgleichungen in die Einsteinschen Feldgleichungen

Die „Teilchendarstellung“ R_{kl} hat keinen Tensorcharakter. Wenn die rechte Seite in

$$R_{kl} = C_m \Gamma_{kp}^m = \lambda_m \Gamma_{kp}^m \quad (1)$$

von einer Teilchendarstellung in eine gemittelte Darstellung vieler Teilchen übergeht, was durch κT_{kp} ausgedrückt wird, dann kann mit $\Gamma_{km}^m \neq 0$ anstelle von R_{kp} der Tensor R_{kp} treten, und es liegt dann eine Tensorgleichung vor, weil T_{kp} der Energietensor ist, wie er in Einsteins Feldgleichungen auftritt.

R_{kp} der „Teilchen“-Gleichung geht hierbei über in eine „Feld“-Darstellung. Die Einsteinschen Feldgleichungen werden mit $R_{kp} \rightarrow R_{kp}$ erhalten, wobei das Pseudotensorverhalten gemäß Gl.(1) auf der rechten Seite nur für eine euklidische Struktur, die von einer einzigen nichteuklidischen abhängt, gegeben ist. Dies ist in Heims Geometrie für das Gravitationsfeld der Fall, das nur aus einer Partialstruktur $g_{mk} = g_{km}^{(1)}$ besteht. Wenn im allgemeinen Fall eine doppelte Koordinatenabhängigkeit vorliegt, werden die affinen Γ_{km}^i -Symbole zu echten Tensoren ϕ_{km}^i , so dass Gl.(1) Tensorcharakter bekommt.

Zur Bestimmung der Gleichungen für das Gravitationsfeld kann von Gl.(1) ausgegangen werden.

Durch Variation der Wirkungsfunktion S_q des Feldes und der Teilchen erhält man die Feldgleichungen. Die Wirkung wird durch ein Integral über die skalare Dichte

$S_g = \int R (\sqrt{-g}) d\Omega$ ausgedrückt

$$\delta \int R \sqrt{-g} d\Omega = \delta \int g^{kl} \lambda_m \Gamma_{kl}^m \sqrt{-g} d\Omega \quad (2)$$

worin $R = R_{kl} g^{kl}$ der Krümmungsskalar, $d\Omega = dx^1 dx^2 dx^3$ und $(\sqrt{-g}) d\Omega$ das invariante Volumendifferenzial bedeuten. Die Variation von Gl.(2) (beispielsweise nach Weinberg 1972: „Gravitation and Cosmology“, New York: John Wiley, S. 364) liefert für die rechte Seite

$$\int (R_{kl} \sqrt{-g} \delta g^{kl} + R_{kl} g^{kl} \delta \sqrt{-g} + g^{kl} \sqrt{-g} \delta R_{kl}) d\Omega \quad (3)$$

Mit $\delta \sqrt{-g} = -\frac{1}{2} \sqrt{-g} g_{kl} \delta g^{kl}$

findet man:

$$\delta \int R \sqrt{-g} d\Omega = \int (R_{kl} - \frac{1}{2} g_{kl} R) \delta g^{kl} \sqrt{-g} d\Omega + \int g^{kl} \delta R_{kl} \sqrt{-g} d\Omega$$

Es wird ein Koordinatensystem verwendet, für das in einem vorgegebenen Punkt sämtliche $\Gamma_{kl}^i = 0$ sind. Dann ist (beispielsweise nach Landau-Lifschitz, Bd.II, S.329)

$\int g^{kl} \delta R_{kl} \sqrt{-g} d\Omega = 0$, so dass die linke Seite von Gl.(2) das Integral

$$\int (R_{kl} - \frac{1}{2} g_{kl} R) \delta g^{kl} \sqrt{-g} d\Omega \quad (4)$$

liefert. Die rechte Seite von Gl.(2) ergibt

$$\delta \int g^{kl} \lambda_m \Gamma_{kl}^m \sqrt{-g} d\Omega = \int (\delta g^{kl} \lambda_m \Gamma_{kl}^m \sqrt{-g} + g^{kl} \delta \lambda_m \Gamma_{kl}^m \sqrt{-g} + g^{kl} \lambda_m \delta \Gamma_{kl}^m \sqrt{-g} + g^{kl} \lambda_m \Gamma_{kl}^m \delta \sqrt{-g}) d\Omega$$

Wegen des gewählten Koordinatensystems $\Gamma_{kl}^m = 0$ werden alle Terme bis auf den mit $\delta \Gamma_{kl}^m$ zu 0, wobei dies ein Tensor ist. Damit wird:

$$\int g^{kl} \lambda_m \delta \Gamma_{kl}^m \sqrt{-g} d\Omega \quad (5)$$

und durch Gleichsetzen von (4) und (5) folgt schließlich

$$(R_{kl} + \frac{1}{2} g_{kl} R) \delta g^{kl} = g^{kl} \lambda_m \delta \Gamma_{kl}^m \quad (6)$$

Wegen R_{kl} und g_{kl} auf der linken Seite sowie $\delta\Gamma_{kl}^m$ und g^{kl} auf der rechten sind beide Seiten Tensoren.

Es wird die Einschränkung gemacht, dass nur die $k, l = 4$ Komponenten bestimmt werden. Dies ergibt

$$(R_{44} + \frac{1}{2} g_{44} R) \delta g^{44} = g^{44} \lambda_m \delta \Gamma_{44}^m \quad (7)$$

beziehungsweise

$$(R_{44} + \frac{1}{2} g_{44} R) = g^{44} \lambda_m \delta \Gamma_{44}^m / \delta g^{44} \quad (8)$$

Bei vorhandener Kugelsymmetrie kann der Ausdruck $\lambda_m \delta \Gamma_{44}^m / \delta g^{44}$ durch totale Differenziale in der Form

$$\frac{\lambda_m \frac{\partial \Gamma_{44}^m}{\partial x_i} dx_i}{\frac{\partial g_{44}}{\partial x_i} dx_i} = \frac{\lambda_m \Gamma_{44,i}^m}{g_{44,i}} \quad (9)$$

geschrieben werden. Dieser Ausdruck wird mit der Lösung der Heimschen Eigenwertgleichung verglichen. Im Fall von Kugelkoordinaten lautet diese:

$$c_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \lambda_m(k,p) [1 + C_{kp} \exp\{\lambda_r(k,p)r\}]^{-1} \quad (10)$$

die mit $k, p = 4$ und den Kürzungen $\lambda_r(k,p) = \lambda$ und $C_{44} = C$ in

$$c_i \varphi_{44}^i = \varphi = \frac{\lambda}{1 + C d^{\lambda r}} \quad (11)$$

übergeht.

Im Falle einer zeitlich stationären Lösung, wie sie Gl.(11) darstellt, ist $m = 1$ und $i = 1$ möglich, so dass Gl.(9) zu

$$\frac{\lambda_m \Gamma_{44,i}^m}{g_{44,i}} \quad (12)$$

wird. Γ_{44}^1 wird in erster Näherung durch

$$\Gamma_{44}^1 = -\frac{1}{2} (g_{14,4} + g_{14,4} - g_{44,1}) = \frac{1}{2} g_{44,1} \quad (13)$$

wiedergegeben. Im statischen Fall ergibt $\Gamma_{44}^4 = 0$. Daher wird Gl.(11) zu

$$c_1 \varphi_{44}^1 = \varphi = \frac{\lambda}{1 + C d^{\lambda r}} \quad (14)$$

Γ_{44}^1 der Teilchenfunktion kann im kugelsymmetrischen Fall φ gleich gesetzt werden, welche Funktion für einen Raumbereich V mit der Bedingung (13) in

$$\Psi(r) = \frac{2 \int \lambda \frac{\varphi(r),r}{\varphi(r)} dV}{V} \quad (15)$$

übergeht. Es kommt zum Übergang der Teilchen- zur Felddarstellung, die eine im R_3 über ein Volumen V gemittelte Teilchendarstellung ist.

Differenziation von $\varphi(r)$ ergibt

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{\lambda^2 C e^{\lambda r}}{(1 + C e^{\lambda r})^2} \quad (16)$$

und für $\Psi(r)$ den Ausdruck:

$$\Psi(r) = \frac{-2\lambda^2 \int_V \frac{Ce^{\lambda r} dV}{(1+Ce^{\lambda r})}}{V} \quad (17)$$

Ist $\lambda < 0$, dann wird mit $\lambda r = u$, d. $V = 4\pi r^2 dr$ bei Integration

$$\Psi(r) = \frac{8\pi}{\lambda} \left[\int_V \frac{Cu^2 e^{-u} du}{(1+Ce^{-u})} \right] / V \quad (18)$$

erhalten. Mit $A = \int_0^\infty \frac{u^2 e^{-u} du}{(1+Ce^{-u})}$ wird für $C \ll 1$, wie sich noch ergeben wird,

$$\int_0^\infty u^2 e^{-u} du = 2 = A \quad (19)$$

Bei der Lösung der Eigenwertgleichungen ergab sich bereits $1/\lambda = -\alpha_g \hbar/mc$, mit der Gravitations-Kopplungskonstante $\alpha_g = -Gm_p/\hbar c$, wobei m die Teilchenmasse und m_p die Plancksche Masse sind. So dass

$$1/\lambda = -Gm_p/c^2 \quad (20)$$

erhalten wird. Die rechte Seite von Gl.(20) hat die Dimension einer Länge, die als Plancksche Länge nicht unterschritten werden kann. Da N Teilchen mit der Masse m eines Teilchens im Volumen V vorkommen, wird Ψ zu

$$\Psi = -\frac{8\pi Gm_p}{V c^2} N 2C, \quad \text{was mit } C = m/2m_p \text{ zu}$$

$$\Psi = -\frac{8\pi Gm_p}{V c^2} N \frac{m}{2m_p} = -\frac{8\pi}{c^4} G \frac{Nm}{V} c^2 \quad \text{führt, wobei } Nm/V = \mu \text{ die}$$

Massendichte der Teilchen wiedergibt. Es wird somit

$$\Psi = -\frac{8\pi}{c^4} G \mu c^2 \quad (21)$$

Da $\mu c^2 = T_{44}$ und $\kappa = 8\pi G/c^4$ gesetzt werden kann, wird Gl.(8) mit $g_{44} \approx -1$ zu

$$(R_{44} - \frac{1}{2} g_{44} R) = \kappa T_{44} \quad (22)$$

Gl.(22) ist aber eine Komponente der Einsteinschen Feldgleichungen, die

$$(R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R) = \kappa T_{ik} \quad (23)$$

lauten.

Somit gehen aus den Eigenwertgleichungen gemäß Gl.(1) die Einsteinschen Feldgleichungen hervor. Da die rechte Seite von Gl.(22) die gravitative Kopplungskonstante über den Eigenwert λ erhält, können für andere Wechselwirkungen und zugehörigen Massen von Elementarteilchen modifizierte Einsteinsche Feldgleichungen angegeben werden, wobei die rechte Seite von Gl.(23) über die Funktion $\Psi(r)$ von Gl.(15) bestimmt werden kann.

Einsteins Gleichungen wurden über die Beziehung

$$R_{kl} = C_m \Gamma_{kp}^m = -\Gamma_{kp, m}^m + \Gamma_{sp}^m \Gamma_{km}^s = \lambda_m \Gamma_{kp}^m \quad (24)$$

Mit $R_{kp} \rightarrow R_{kp}$ erhalten, bei der Pseudotensorverhalten auf der rechten Seite nur bei einfacher Koordinatenabhängigkeit $x_m = x_m(y_k)$ gegeben ist. Tritt jedoch die Abhängigkeit $x_m = x_m(\xi_p(y_k))$ auf, wobei x_m euklidischen und die übrigen nichteuklidischen Koordinaten entsprechen, was zu

$$g_{mp}(\text{ART}) \rightarrow \sum_{\mu, \nu=1}^3 g_{ik}^{(\mu\nu)}, \quad \text{mit } \mu, \nu = 1, 2, 3$$

$$\Gamma_{mp}^l(\text{ART}) \rightarrow \varphi_{ik}^l = \Gamma_{ik(\kappa\lambda)}^{l(\mu\nu)} \quad \text{mit } l, m, p = 1, \dots, 4 \text{ und } i, k, l = 1, 2, \dots, 6$$

so kann zwar eine beliebige nichteuklidische Koordinatentransformation durchgeführt werden, doch die linke und rechte Seite von Gl.(24) wird trotzdem Tensorverhalten zeigen.

Anhang VI:

Tensorverhalten der polymetrischen Affinsymbole

Es werden die Christoffelsymbole für den Fall einer doppelten Koordinatenabhängigkeit $\xi^\alpha = \xi^\alpha(y^\gamma(x^\mu))$ mit den erweiterten metrischen Tensoren

$$g_{\mu\nu} = \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} \eta_{\alpha\beta} \quad (1)$$

hergeleitet und es wird gezeigt, dass diese Symbole $\Gamma_{\lambda\nu}^\rho(\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta})$ in diesem Fall echte Tensoren sind. Darin sind ξ^α euklidische Koordinaten, x^μ nichteuklidische, y^γ innere oder Energie-Koordinaten und $\eta_{\alpha\beta}$ der Minkowski-Tensor. ($\alpha, \gamma, \mu = 1, \dots, 6$)

Es wird über die γ, δ - Werte 1, 2, ..., 6 summiert.

Das Feld, das die Gravitationskraft bestimmt, ist der affine Zusammenhang $\Gamma_{\lambda\nu}^\rho(\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta})$, wobei das Eigenzeitintervall zwischen zwei Ereignissen mit einer infinitesimalen Koordinaten-Separation durch den metrischen Tensor $g_{\mu\nu}^{(\alpha\beta)}$ bestimmt wird. Da $g_{\mu\nu}^{(\alpha\beta)}$, wie üblich, als Gravitationspotenzial aufgefasst wird, müssen dessen Ableitungen das Feld $\Gamma_{\lambda\nu}^\rho(\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta})$ bestimmen.

Es werden die folgenden Ableitungen des metrischen Tensors gebildet:

$$(2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} &= \left(\frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\lambda \partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial^2 y^\gamma}{\partial x^\lambda \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\lambda \partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial^2 y^\delta}{\partial x^\lambda \partial x^\nu} \right) \eta_{\alpha\beta} \\ \frac{\partial g_{\lambda\nu}}{\partial x^\mu} &= \left(\frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\lambda} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial^2 y^\gamma}{\partial x^\mu \partial x^\lambda} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\lambda} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\mu \partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\lambda} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial^2 y^\delta}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \right) \eta_{\alpha\beta} \\ - \frac{\partial g_{\mu\lambda}}{\partial x^\nu} &= \left(- \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\nu \partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial^2 y^\gamma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\nu \partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial^2 y^\delta}{\partial x^\nu \partial x^\lambda} \right) \eta_{\alpha\beta} \end{aligned}$$

Bei der Aufsummierung dieser drei Gleichungen kürzen sich der 4. Term in der 1. Gleichung und der 4. Term der 3. Gleichung, sowie der 4. Term in der 2. Gleichung und der 2. Term in der 3. Gleichung. Der 2. Term der 1. Gleichung und der 2. Term der 2. Gleichung sind gleich.

Mit den Definitionen für die affinen Zusammenhänge

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda(\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta}) \equiv \frac{\partial x^\lambda}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu}, \quad \left\{ \begin{smallmatrix} \rho \\ \mu\nu \end{smallmatrix} \right\} \equiv \frac{\partial x^\rho}{\partial y^\gamma} \frac{\partial^2 y^\gamma}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \quad \text{und} \quad g_{\mu\nu} \equiv \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} \eta_{\alpha\beta} \quad (3)$$

und Berücksichtigung von Gl. (1) sowie einer Umschreibung der Indizes bleiben die einzelnen Summanden übrig:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} &= \Gamma_{\lambda\gamma}^\rho \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\rho} \frac{\partial y^\rho}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} \right) + \left\{ \begin{smallmatrix} \rho \\ \lambda\mu \end{smallmatrix} \right\} \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\rho} \frac{\partial y^\rho}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} \right) + \Gamma_{\lambda\delta}^\rho \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\rho} \frac{\partial y^\rho}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} \right) = \\ &= g_{\rho\nu} \Gamma_{\lambda\mu}^\rho + g_{\rho\nu} \left\{ \begin{smallmatrix} \rho \\ \lambda\mu \end{smallmatrix} \right\} + g_{\rho\mu} \Gamma_{\lambda\nu}^\rho \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial g_{\lambda\nu}}{\partial x^\mu} = g_{\rho\nu} \Gamma_{\mu\lambda}^\rho + g_{\rho\nu} \left\{ \begin{smallmatrix} \rho \\ \mu\lambda \end{smallmatrix} \right\} + g_{\rho\nu} \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \quad (5)$$

$$- \frac{\partial g_{\mu\lambda}}{\partial x^\nu} = -g_{\rho\lambda} \Gamma_{\nu\mu}^\rho - g_{\rho\mu} \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \quad (6)$$

Das ist ausgeschrieben:

$$\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} + \frac{\partial g_{\lambda\nu}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\lambda}}{\partial x^\nu} = g_{\rho\nu} \Gamma_{\lambda\mu}^\rho + g_{\rho\mu} \Gamma_{\lambda\nu}^\rho + g_{\rho\nu} \Gamma_{\mu\lambda}^\rho + g_{\rho\nu} \Gamma_{\mu\lambda}^\rho - g_{\rho\lambda} \Gamma_{\nu\mu}^\rho - g_{\rho\mu} \Gamma_{\nu\lambda}^\rho + 2g_{\rho\nu} \{^{\rho}_{\lambda\mu}\} \\ = 2g_{\rho\nu} [\Gamma_{\lambda\mu}^\rho + \{^{\rho}_{\lambda\mu}\}] \quad (7)$$

Daraus folgt für den affinen Zusammenhang bei doppelter Koordinatenabhängigkeit $\Gamma_{\lambda\nu}^\rho(\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta})$:

$$\Gamma_{\lambda\nu}^\rho(\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta}) = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} (g_{\mu\nu,\lambda} + g_{\lambda\nu,\mu} - g_{\mu\lambda,\nu}) - \{^{\rho}_{\lambda\mu}\} \quad (8)$$

$$\Gamma_{\lambda\nu}^\rho(\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta}) = \Gamma_{\lambda\nu}^\rho - \{^{\rho}_{\lambda\mu}\}$$

Diese Drei-Zeiger-Symbole $\Gamma_{jk}^i(\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta}) \equiv [^i_{jk}](\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta})$, die Heim *Kondensor* nennt, sind der invariante Ausdruck für das Schwerfeld; dieses lässt sich nicht, wie bei Einstein, forttransformieren. Sie enthalten einen Gravitations- und einen Trägheitsanteil.

Bei einer Koordinatentransformation gehen die $\Gamma_{jk}^i(\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta})$, die von $\xi^m = \xi^m(y^k(x^k))$ abhängig sind, über in das Koordinatensystem mit $\bar{x}^i = \bar{x}^i(x^k)$, in das $\Gamma_{jk}^i(\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta})$ transformiert wird. Dabei kompensieren sich die Terme außer demjenigen, der die Tensoreigenschaften charakterisiert. Wird nämlich der erste Term auf der rechten Seite von Gl.(5) auf ein neues Koordinatensystem $\bar{x}^i$ bezogen, so transformieren sich die Ableitungen der $\bar{g}_{kl}$ wie folgt:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}^i} \bar{g}_{kl} = \frac{\partial}{\partial \bar{x}^i} \left(g_{jm} \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^l} \right) \quad (9)$$

$$= \frac{\partial g_{jm}}{\partial x^n} \frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^i} \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^l} + g_{jm} \frac{\partial^2 x^j}{\partial \bar{x}^i \partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^l} + g_{jm} \frac{\partial^2 x^j}{\partial \bar{x}^i \partial \bar{x}^l} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^k}$$

Damit wird der Klammerausdruck in (8) zu (10)

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}^k} \bar{g}_{il} + \frac{\partial}{\partial \bar{x}^l} \bar{g}_{ik} - \frac{\partial}{\partial \bar{x}^i} \bar{g}_{kl} = \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^i} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^l} \left(\frac{\partial g_{mj}}{\partial x^n} + \frac{\partial g_{nj}}{\partial x^m} - \frac{\partial g_{mi}}{\partial x^j} \right) + 2g_{mi} \frac{\partial^2 x^m}{\partial \bar{x}^k \partial \bar{x}^l} \frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^i}$$

und mit

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2} g^{ij} \left(\frac{\partial g_{jl}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^l} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^j} \right) \quad (11)$$

wird aus Gl.(10):

$$\bar{\Gamma}_{kl}^i = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^j} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^l} \Gamma_{kl}^i + \frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^j} \frac{\partial^2 x^j}{\partial \bar{x}^k \partial \bar{x}^l} \quad (12)$$

Der 2. Term auf der rechten Seite der Gleichung (8) transformiert sich wegen Gl.(3) folgendermaßen:

$$\{^i_{kl}\} = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial y^j} \frac{\partial^2 y^j}{\partial \bar{x}^k \partial \bar{x}^l} = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^m} \frac{\partial x^m}{\partial y^j} \frac{\partial}{\partial \bar{x}^k} \left(\frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^l} \frac{\partial y^j}{\partial x^n} \right) \quad (13)$$

$$= \frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^m} \frac{\partial x^m}{\partial y^j} \left[\frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^l} \frac{\partial x^p}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial^2 y^j}{\partial x^p \partial x^n} + \frac{\partial^2 x^n}{\partial \bar{x}^k \partial \bar{x}^l} \frac{\partial y^j}{\partial x^n} \right]$$

Mit Gl.(3) ist das

$$\{^i_{kl}\} = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^j} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^l} \{^i_{kl}\} + \frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^j} \frac{\partial^2 x^j}{\partial \bar{x}^k \partial \bar{x}^l} \quad (14)$$

Die Differenz zwischen (12) und (14) ergibt

$$\bar{\Gamma}_{jk}^i(\cdot) = [\Gamma_{kl}^i - \{_{kl}^i\}] \frac{\partial \bar{x}^l}{\partial x^j} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^j} \frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^l} = \Gamma_{mn}^i(\cdot) \frac{\partial \bar{x}^l}{\partial x^j} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^j} \frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^k} \quad (15)$$

Das Schwerfeld $\Gamma_{jk}^i(\cdot)$ wird beim Übergang zu geodätischen Koordinaten nicht forttransformiert, es wird nur in seinen Wirkungen durch Trägheitskräfte kompensiert.

Auch in der bimetrischen Gravitationstheorie von Max Kohler (1953) sind die Christoffelsymbole echte Tensoren. Kohler geht von einer nichteuklidischen und einer pseudoeuklidischen Maßbestimmung aus. Sie unterscheiden sich durch die Anwesenheit von Materie und Energie. Max v. Laue sah darin einen großen Fortschritt gegenüber der ART, weil sie „einige als Härten empfundene Züge der Einsteinschen Theorie beseitigt, nämlich die Forttransformierbarkeit des Gravitationsfeldes mit seinen Kräften und Spannungen.“ (v. Laue 1965)

Wenn die Koordinaten nicht von den Energiekoordinaten y^α abhängen, dann verschwindet in Gl. (7) der Zusammenhang $\{_{\mu\nu}^p\}$ und damit die Differenz des affinen Zusammenhangs, so dass wieder nur ein Pseudotensor in Gl.(8) erscheint.

Nach Gl.(1) besteht der von Heim *Korrelator* genannte metrische Tensor $g_{\mu\nu}^{(\alpha\beta)}$ aus zwei Partialstrukturen $\kappa_{\mu\alpha}^{(\gamma)}$ und $\kappa_{\alpha\nu}^{(\delta)}$:

$$\left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \right) \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} \right) = \kappa_{\mu\alpha}^{(\gamma)} \kappa_{\alpha\nu}^{(\delta)} = g_{\mu\nu}^{(\gamma\delta)} \quad (16)$$

Wenn die Indizes γ und δ die drei Koordinatengruppen $1 \equiv x_5, x_6$, $2 \equiv x_4$ und $3 \equiv x_1, x_2, x_3$ zusammenfassen sollen:

$$\gamma, \delta = 1, 2, 3,$$

gilt

$$\sum_{\gamma=1}^3 \kappa_{\mu\alpha}^{(\gamma)} \sum_{\delta=1}^3 \kappa_{\alpha\nu}^{(\delta)} = \sum_{\gamma,\delta=1}^3 g_{\mu\nu}^{(\gamma\delta)} \quad (17)$$

oder die linke Seite ausgeschrieben und anstelle der Summe auf der rechten Seite eine Umklammerung mit Index $x = a, b, c, d$, der die beteiligten semantischen Strukturen 1, 2 und 3 kennzeichnet

$$(\kappa_{\mu\alpha}^{(3)} + \kappa_{\mu\alpha}^{(2)} + \kappa_{\mu\alpha}^{(1)}) (\kappa_{\alpha\nu}^{(3)} + \kappa_{\alpha\nu}^{(2)} + \kappa_{\alpha\nu}^{(1)}) = (g_{\mu\nu}^{(\gamma\delta)})_d \quad (18)$$

Diese, von Heim als *Hermetrieform* d bezeichnete Struktur enthält alle möglichen Kombinationen von Partialstrukturen. Durch die Einwirkung von Sieboperatoren $S(\gamma, \delta)$, die existieren müssen, aber deren Ursprung Heim noch nicht angibt, können die Partialstrukturen mit dem Index 2 und/oder 3 gelöscht werden. Damit ergeben sich die Hermetrieformen:

$$S(2) (g_{\mu\nu}^{(\gamma\delta)})_d = (\kappa_{\mu\alpha}^{(3)} + \kappa_{\mu\alpha}^{(1)}) (\kappa_{\alpha\nu}^{(3)} + \kappa_{\alpha\nu}^{(1)}) = (g_{\mu\nu}^{(\gamma\delta)})_c \quad (19)$$

$$S(3) (g_{\mu\nu}^{(\gamma\delta)})_d = (\kappa_{\mu\alpha}^{(2)} + \kappa_{\mu\alpha}^{(1)}) (\kappa_{\alpha\nu}^{(2)} + \kappa_{\alpha\nu}^{(1)}) = (g_{\mu\nu}^{(\gamma\delta)})_b \quad (20)$$

$$S(2,3) (g_{\mu\nu}^{(\gamma\delta)})_d = \kappa_{\mu\alpha}^{(1)} \kappa_{\alpha\nu}^{(1)} = (g_{\mu\nu}^{(11)})_a \quad (21)$$

In der letzten Hermetrieform tritt nur eine einzige Partialstruktur auf. Als Produkt liefert sie einen Korrelator. Wenn diese Partialstruktur $\kappa_{\mu\alpha}^{(1)}$ nicht von den Energiekoordinaten x_5 und x_6 abhängen würde, so ergäben sich mit den metrischen Koeffizienten $\kappa_{\mu\alpha}$ die Christoffel-Symbole der Riemannschen Geometrie, die den Charakter von Pseudotensoren nach Gl.(12) haben.

In Gl. (5) bedeutet der erste Term die *Schwere* und der zweite Term die *Trägheit*. Doch der Satz von der Gleichheit der trägen und schweren Masse bleibt weiterhin bestehen

Der ART liegt die Idee zugrunde, dass das Beschleunigungsfeld einem Gravitationsfeld äquivalent ist. Da das Gravitationsfeld aber ein energetisches Feld ist, kann es nicht zugleich nur eine Raumzeit-Krümmung sein, wenn diese wie im Beispiel des Aufzugs getrennt voneinander betrachtet werden.

Formal existiert eine Äquivalenz von Beschleunigungs- und Gravitationsfeld; tieferliegend unterscheiden sich aber die beiden Felder, da das Beschleunigungsfeld nur von euklidischen und nichteuklidischen, also rein geometrischen Koordinaten, abhängig ist, wohingegen das Gravitationsfeld letztlich seine Raumzeitkrümmung von energetischen Koordinaten erhält. Das eigentliche Feld kann durch ein Beschleunigungsfeld nicht einfach forttransformiert werden. Um diesen Widerspruch aufzulösen, muss das Gravitationsfeld in sich bereits die Eigenschaften einer Raumzeitkrümmung und eines energetischen Feldes aufweisen, das beschleunigungsmäßig Neutralisation ermöglicht, aber die Energieeigenschaft unverändert lässt. Diesem Umstand wird eine Metrik, die euklidische Koordinaten von Energiekoordinaten und diese wiederum von nichteuklidischen Koordinaten abhängig macht, gerecht. Durch eine Strukturierung der Energiekoordinaten und polymetrischen Betrachtungsweise der Fundamentaltensoren entsteht eine Vereinheitlichung aller bekannten Felder im Mikro- und Makrobereich.