Theaters - Theatre

Entertainment

Miniature Scenes and Plays

Inhaltsverzeichnis.

OSLO · EKAHA · BUCH
WILH. F. KASSEBEER
NORTHEIM · HANN.
4.95
2.1. A4. z. P.
EKAHA
Bei Nachbestellung Abschrift mit Titelangabe einsenden
2.1. A4. z. P.

Krafefeld - Theorie
Einleitung 1) allgemeines zur Schreibweise
2.) der Feldbegriff S. 1;
A empirische Beschreibung der Felder
α das Gravitationsfeld
I Terminologie und Phänomenologie des Grav
II Theorie der Zentralkraftfelder 1) Zentralfeldgleichung S. 7
2) Feldgleichungen im speziellen Fall des Zentralkraftfeldes S.;
3.) Lösungsweise z. kurzen d. Betrag. für die Berechnung eines Zentralkraftfeldes S. 12; 4.) Konsequenzen aus der Lösungsbetrachtung S. 23.
III Tatsächliche Abschirmung der Gravitation als Zentralkraftfeld S. 36
1.) experimenteller Befund S. 36; 2.) mathematische Auswertung des Befundes S. 39.
IV Mathematisches Formalismus des Gravitationsfeldes. 1.) Das Zentralfeldtheorie spezielle Eigenschaften des Gravitationsfeldes S. 44;
2.) Allgemeine Lösungsgleichung gravitierender Massen S. 56;
3.) Form der Gravitationsbahn in Abhängigkeit von der Feldgleichungsstruktur S. 59. 4.) Gravitationsablenkung 4.) Analytik der Gravitationsablenkung S. 65
5.) Gravitationsbewegung bei objektgerichteten Lösungsgrenzen S. 89
6.) das entropie und isotrope Feld Koeffizienten der Massenverteilungen. S. 93
V die Gravitation als Feldeigenschaft S. 93
1.) die Gravitation als Quellenfeld S. 93
2.) die gravitative Impulsdichte als Tensorfeld S. 96,
3.) die gravitative Feldasymmetrie als Ursache der Gravitationskraft S. 106.
4.) die Feldgesetze im Falle der Invarianz von Bezugspunkts- und Bezugsrichtigkeit S. 114.
Skizze zur Transformationstheorie des Gesetzes — 128
Skizze Symmetrische Koordinatenzentrale — 150

Kraftfeld - Theorie

Einleitung. (Januar 1950)

1.) Allgemeines zur Schreibweise.

In den ausschließenden Ausführungen sollen die folgenden in der Literatur nicht speziellen Symbole eingeführt werden. Grundsätzlich werden alle Vektoren durch gradlinige Überstreichung des Symbols kenntlich gemacht (Dies gilt auch für das Divergenzsymbol welches überstrichen als Vektordivergenz zu lesen ist), während eine Matrix oder ein Tensorwert mit einem accent circonflexe bezw. einer Wellenlinie überstrichen werden. Die Einheitsvektoren zu beliebigen Vektoren werden gekennzeichnet indem das Vektorsymbol mit dem Index Null (0) versehen wird; für komplexe Zahlen gilt der Index c. Wenn nichts näheres erwähnt ist liegt den Betrachtungen ein cartesisches positives (x, y, z) - Koordinatensystem mit den Einheitsvektoren $\bar{i}, \bar{j}$ und $\bar{k}$ der Koordinatenachsen zugrunde. Für skalare Multiplikationen wird das übliche Multiplikationssymbol, für Vektormultiplikationen dagegen das Kreuzsymbol benutzt.

2.) der Feldbegriff.

Jedes Ereignis ist auf eine gegenseitige Wechselwirkung von Erscheinungen zurück-

zuführen. Entweder beruht diese Wechselwirkung auf direktem Kontakt, wie sie findet in einem bestimmten die Erscheinung umgeben den Wirkungsbereich statt hat, was der gesamte Raum dieses Wirkungsbereiches der Wechselwirkung in einen als Feld bezeichneten Zustand versetzt wird dessen spezielle Art jedoch durch die Eigenschaften der betreffenden Erscheinungen bedingt ist und durch den eine Wechselwirkung überhaupt erst möglich wird.

Als Feld einer Zustandsgröße definiert man daher eine bis auf endlich viele Singularitäten stetige Ortsfunktion welche jedem Punkt ihres Definitionsbereiches (Wirkungsbereich des Feldes oder Feldbereich) einen bestimmten Wert dieser Zustandsgröße zuordnet. Handelt es sich um eine allgemeinste ~~spezielle~~ Funktion, also um ein n-dimensionales Feld, so muß der Wirkungsbereich dieses Feldes, also der Definitionsbereich des Zuordnungsgesetzes, die (n-1)-dimensionale Hyperebene sein. Schließlich kann die Ortsfunktion des Feldes innerhalb des Feldbereiches noch bestimmte bestimmte annehmen welche mit Hilfe der analytischen Methoden der Extremwertheorie bestimmbar sind. Man wählt ein geeignetes Extremum (Maximum, Minimum - oder Sattelwert) aus und definiert, daß so gewählte Extremum als Feldzentrum, das auch als Bezugspunkt des Feldbereiches benutzt werden kann. Ist der Feldbereich die (n-1)-dimensionale Hyperebene der n-dimensionalen Ortsfunktion, so kann das Feldzentrum höchstens ein (n-2)-dimensionales Gebilde sein, welches in der Hyperebene des Feldbereichs liegt; von ihm können aber auch alle kleineren Dimensionszahlen bis zum Nullvektor (Punkt) angenommen werden. Die Dimensionszahl v des Feldzentrums bewegt sich daher im ganzzahligen Intervall $0 \leq v \leq (n-2)$.

Mit Hilfe der analytischen Methode einer Kurvendiskussion ist es nun möglich über eine gegebene Feldfunktion nähere Aussagen zu machen und man erkennt, daß sich die einzelnen Feldtypen ihrem Charakter nach so unterscheiden, wie die äquivalenten mathematischen Zuordnungsgesetze. Zunächst ist zwischen skalaren und vektoriellen Ortsfunktionen, also zwischen Skalar- und Vektorfeldern zu unterscheiden. Letztere werden auch Potentialfelder genannt und ordnen jedem Punkt ihres Bereiches eine skalare Größe zu. Im Gegensatz zu ihnen stehen die Vektorfelder, deren Ortsfunktionen jedem Punkt des Feldbereiches einen Vektor zuordnen und entweder offene Kurven darstellen welche gegen einen Grenzwert konvergieren oder divergieren (Wirbelfelder), oder geschlossene Kurven mit Umlaufsinn beschreiben. Im letzteren Fall liegen die stets als Vektorkurven auffaßbaren Wirbelfelder vor[1]. Die skalaren Felder sind ebenfalls vektoriell der Natur und zwar entspricht ihr Feldvektor dem Gradienten der skalaren Ortsfunktion, welcher stets eine offene Kurve repräsentiert die gegen einen Grenzwert konvergiert oder divergiert.

[1] da jeder geschlossenen Kurve eine Richtungssinn Umlaufsinn zugeordnet ist.

ähnlich, wie die Wirbelfelder von den Quellenfeldern unterschieden werden können liegt in den Zentralfeldern ein Sonderfall des Skalarfeldes vor. Hier skalare Ortsfunktion ist nur vom geradlinigen Abstand (Fahrstahl) bis zum Feldzentrum abhängig.

Einen letzten Grundtyp bilden schließlich die Felder mit peripherischer Ortsfunktion, die sogenannten Wellenfelder, deren peripherische Funktionen entweder skalarer oder vektorieller Natur sein können. Es ist also zwischen Skalar- und Vektor-Wellenfeld zu unterscheiden. Ausserdem sind die Grundtypen der Felder nämlich Skalarfeld Zentralfeld Quellenfeld Wirbelfeld, Potentialwelle und Vektorwelle noch als stetig variable Zeitfunktionen möglich. Im Falle zeitlich variabler peripherischer Ortsfunktionen kommt man so zu den fortschreitenden Wellenfeldern.

In einer Feldstruktur können endlich noch die verschiedensten Singularitäten auftreten, die entweder durch die besondere analytische Form des mathematischen Zuordnungsgesetzes bedingt sind oder erst durch Superpositionen verschiedener aufeinander wirkender Felder entstehen. Da auch an jedes Skalarfeld ein Feldvektor gebunden ist der die Richtung des stärksten Feldgefälles angibt und daher der Gradient der skalaren Ortsfunktion ist (dies gilt auch für Zentralfeld und Potentialwelle) können grundsätzlich alle Felder als Vektorfelder aufgefaßt werden.

A'

Empirische Beschreibung der Felder.

α.) Das Gravitationsfeld.

I

Terminologie und Phänomenologie der Gravitation.

Gravitation bedeutet Schwerkraft; es ist also eine Kraft welche durch die Schwere ausgeübt wird. Die Schwere greift ihrerseits nur Erscheinungen an die als Massen anzusprechen sind indem sie versucht diese Massen bis zum kleinstmöglichen Abstand zu nähern. Man kann also die Gravitation als Massenanziehungskraft bezeichnen. Zwischen den Massen muß ein Kraftfeld das Schwerefeld bestehen welches Massenkräfte bewirkt, die nur Massen angreifen. Als Masse definiert man jede Erscheinung, die schwer und träge ist. Schwere bedeutet daß von der Erscheinung ein Schwerefeld ausgeht oder daß sie durch ein Schwerefeld beeinflußt wird, während Punkt Trägheit die Tatsache zu verstehen ist, daß eine geradlinig gleichförmige bewegte Masse ihre Geschwindigkeit in Richtung oder Größe nur durch Einwirkung einer Kraft ändern kann. Jede Kraft erzeugt eine Gegenkraft; es gilt also das Kausalitätsprinzip. Entweder ist die Kraft die Ursache einer Beschleunigung also einer Geschwindigkeitsänderung pro Zeiteinheit in Richtung oder Größe oder sie bewirkt die elastische bezw. plastische Verformung einer Unterstützung. Im ersten Falle

Kraft als Gegenkraft der Trägheitswiderstand der beschleunigten Masse auf und im zweiten Falle wirken als Gegenkraft intermolekulare Kräfte der Unterstützungsmaterie.

Im speziellen Fall der Schwerkraft definiert man die eine Unterstützung deformierende Kraft Massenanziehungskraft als Gewicht. Bei der weiteren phänomenologischen Untersuchung der Schwere findet man, daß ihr Kraftvektor und damit auch die von ihm bedingte Beschleunigung, welche auch Fallbeschleunigung genannt wird, stets mit der Richtung der geradlinigen Verbindungslinie bei der Massenmittelpunkte zusammenfällt. Tatsächlich weist dieser Kraftvektor auf jedem Punkt der angenähert sphärischen Erdoberfläche stets orthogonal zu dieser zum Schwerpunkt des gesamten Erdkörpers. Präzisionsmessungen der Gravitationsbeschleunigung mit dem Reversionspendel ergaben ferner, daß die mit der Richtungslinie des geradlinigen Abstandes r der Massenmittelpunkte zusammenfallende Fallbeschleunigung g ihrem Betrage nach nur von diesem Abstand abhängt. Im Vakuum fallen alle Massen gleich schnell. Die Gravitationsbeschleunigung ist also eine Funktion des Fahrstrahls r und kann als seine Intensitätsbeschleunigung aufgefaßt werden. Man kann somit schreiben

$$\ddot{\bar{r}} = \bar{g}(r), \quad |\ddot{\bar{r}}| = -g(r). \qquad \frac{\text{Gl. 1}}{\text{Def.}}$$

Der Betrag ist negativ, da $\bar{g}$ stets vom Fahrstrahl entgegen zum Massenmittelpunkt oder Gravitationszentrum gerichtet ist. Es kommt nun darauf an, ein mathematisches Schema zu finden, welches ein Analogon zu den gravitationsphänomenen bildet und die empirisch gewonnene Aussage, als Postulat enthält. Ein solches Schema liegt im Formalismus der Zentralkraftfelder vor und es ist zu erwarten, daß die Gravitation als Zentralkraftfeld beschrieben werden kann.

II
Theorie der Zentralkraftfelder.

1.) Zentralfeldefinition.

Als Zentralfeld einer Zustandsgröße ψ definiert man allgemein eine skalare Ortsfunktion, welche in ihrem Definitionsbereich nur in einem als Zentrum bezeichneten Bezugspunkt ein Extremum erreicht und jedem übrigen Punkt des Feldbereiches einen skalaren Wert der Zustandsgröße zuordnet, der nur vom geradlinigen Abstand r des Zentrums abhängt. Dieses mathematische Zuordnungsgesetz, das Feldmerkmal muß also die Form $\psi = \psi(r)$ haben, während als Potential des Feldes $v = -\psi(r)$ das negative Integral (in Bezug auf das Zentrum) definiert wird. Die Zentralfelddefinition lautet also

$$\psi = \psi(r) \qquad v = -\psi(r) \qquad \frac{\text{Gl. 2.}}{\text{Def.}}$$

da jedes Feld als vektor aufgefaßt werden muß und da weiter, wenn überhaupt ein Zentralfeld existieren soll, auch ein Feldvektor vorhanden sein muß, kann dieser Feldvektor G des Zentralfeldes nur

der Gradient des Niveaus sein. Im Falle allein
iger Abhängigkeit vom Fahrstrahl gilt für
den Differentialoperator $\nabla = \bar{r}_0 \cdot \frac{\partial}{\partial r}$, also
für den Feldvektor $\bar{G} = \operatorname{grad} \Psi(r) = \bar{r}_0 \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial r}$.
Hieraus geht hervor, daß $\bar{G}$ und $\bar{r}$ eine
gemeinsame Richtungslinie besitzen. Je
nachdem ob $\frac{\partial \Psi}{\partial r} > 0$ oder $\frac{\partial \Psi}{\partial r} < 0$ ist,
wird $\measuredangle(\bar{G}, \bar{r}) = 0$ bezw $\measuredangle(\bar{G}, \bar{r}) = \pi$.
Es fallen jedoch beide Richtungslinien
zusammen, während das Zentrum eine
Punkt dieser gemeinsamen Richtungs=
linie ist. Da $\cos(\bar{G}, \bar{r}) = \pm 1$ sein muß
ist verschwindet wegen der besonderen Natur
des Gradienten, das Linienintegral des
Feldvektors längs einer geschlossenen
Kurve in der Form $\oint \bar{G} \cdot d\bar{r} = \oint \operatorname{grad} \Psi \cdot d\bar{r}$
$= \pm \oint \frac{\partial \Psi}{\partial r} \cdot dr = 0$ vorausgesetzt, daß
die geschlossene Kurve das Feldzentrum
einfaßt. Wenn dagegen die Kurve nicht
geschlossen ist, daß eine Abstandsdif=
ferenz von einem Anfangswert des Fahr=
strahls $\bar{r}_0 = \text{const}$ bis zu einem Endwert
$\bar{r} > \bar{r}_0$ entsteht so gilt $\int \bar{G} \cdot d\bar{r} =$
$= \int \operatorname{grad} \Psi(r) \cdot d\bar{r} = \pm(\Psi(r) - \Psi(r_0))$, da $\bar{r}_0^2 = 1$
ist. Das Linienintegral des Feldvektors
ist also vom Integrationsweg völlig
unabhängig und nur durch die Niveau=
differenz zwischen Anfangs= und Endpunkt
gegeben. Hieraus ergibt sich ein ana=
lytischer Ausdruck für die Niveauflächen
eines Zentralfeldes wenn $\Psi(r_0) = \text{const}$
angenommen wird, V eine Niveaufläche
ist der geometrische Ort aller Punkte
gleichen Niveaus r_0, d. h. $\int \operatorname{grad} \Psi(r) \cdot d\bar{r} =$
$= \Psi(r) - \Psi(r_0) = C = \text{const.}$, r_0 also V und das Zentralfeld
ist ein konservatives
elektrisches Gravitationsfeld

$\Psi(r) = C + \Psi(r_0) = \text{const.}$, woraus $|\bar{r}| = \text{const.}$
eliminiert werden kann. Dies ist aber die
analytische Bedingung einer sphärischen
Fläche und für die Niveauflächen des Zentral=
feldes ergibt sich der analytische Ausdruck
$x^2 + y^2 + z^2 = r^2 = \text{const.}$ Die Niveauflächen
bilden somit eine Schar konzentrischer Kugel=
flächen, deren gemeinsamer Mittelpunkt das
Feldzentrum und deren Scharparameter der
jeweilige Abstand vom Zentrum ist. Die sich
unmittelbar aus der Definition ergebenden Zen=
tralfeldeigenschaften können also in den
Ausdrücken

$$\bar{G}_r = \operatorname{grad} \Psi(r), \quad \cos(\bar{G}, \bar{r}) = \pm 1,$$
$$\int_{r_0}^{r} \bar{G} \cdot d\bar{r} = \pm(\Psi(r) - \Psi(r_0)),$$
$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = r^2 = \text{const} \qquad \text{Gl 3}$$

zusammengefaßt werden.

2.) Feldtypen im speziellen Fall des Zentralkraftfeldes.

Immer dann, wenn die Ortsfunktion
$\Psi = \Psi(r)$ eines Zentralfeldes die Dimension einer
in Watt ausdrückbaren Energie hat handelt
es sich um ein Zentralkraftfeld. Ψ wird
dann zum Energieniveau und das Potential
zur potentiellen Energie, während der Feld=
vektor eine in Dyn messbare Kraft $\bar{K} =$
$= \operatorname{grad} \Psi(r)$ ist. Die Zentralkraft ist
also der Gradient des Energieniveaus. Wenn
weiter von der zentralkraftzeitlosen Trägheitswir=
kunde – also Gültigkeit des Beharrungsprinzips –
vorausgesetzt werden muß die Grundgleichung
der Mechanik gültig sein, so jede Kraft die
Ursache einer in ihre Richtung fallenden
Beschleunigung ist. Befindet sich ein Zen=

zentralkraftzentrum Q des Trägheitswiderstandes M als Bezugspunkt im Koordinatenursprung und befindet sich im Abstand $\bar{r}$ ein zweites und befindet sich im Abstand $\bar{r}$ ein zweites Zentrum P mit der Trägheitsmasse m dessen Kraftfeld von Q beeinflußt wird so wirkt auf P die Kraft $\bar{K} = m \cdot \ddot{\bar{r}}$, was durch Vergleich mit dem gradienten die Zentralbeschleunigung

$$\ddot{\bar{r}} = \bar{r}_0/m \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \ddot{r} = \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r}; \quad \text{Gl 4.}$$

ergibt.

Die Zentralbeschleunigung ist mit dem Fahrstrahlvektor gleichgerichtet daher fällt ihre Richtung mit der des Fahrstrahles zusammen. Eine ähnliche Gleichrichtung besteht auch für die von der Zentralbeschleunigung bewirkte momentane Zentralgeschwindigkeit $\dot{\bar{r}}$. Nimmt man nämlich $\sphericalangle(\ddot{\bar{r}}, \dot{\bar{r}}) = \alpha$ an, so muß auch wegen Gl 3 $\sphericalangle(\dot{\bar{r}}, \bar{r}) = \alpha$ sein. Weiter soll stets $\sin\alpha \neq 0$ angenommen werden. Aus Gl 4 folgt dann das skalare Produkt $\ddot{\bar{r}} \cdot \dot{\bar{r}} = 1/m \cdot \partial\Psi/\partial r \cdot \bar{r}_0 \cdot \dot{\bar{r}}$,

$\dot{r} \cdot \ddot{r} \cdot \cos\alpha = 1/m \cdot \partial\Psi/\partial r \cdot \dot{r} \cdot \cos\alpha = \dot{\Psi}/m \cdot \cos\alpha$,

oder nach Kürzung $m \cdot \dot{r} \cdot \ddot{r} = \dot{\Psi}$; d. h.,

$|\dot{\bar{r}} \cdot \ddot{\bar{r}}| = \pm \dot{r} \cdot \ddot{r}$ voraus entgegen der Voraussetzung $\sin\alpha = 0$ folgt. Die Zentralgeschwindigkeit besitzt also ebenfalles mit der Zentralbeschleunigung und dem Fahrstrahl eine gemeinsame Richtungslinie und es muß das für die Existenz eines Zentralkraftfeldes notwendige und hinreichende Gleichrichtungspostulat

$$\sin(\ddot{\bar{r}}\,\dot{\bar{r}}) = \sin(\dot{\bar{r}}\,\bar{r}) = 0 \qquad \text{Gl. 5}$$

erfüllen. Diese Voraussetzung der gemeinsamen Richtungslinie von $\bar{r}$, $\dot{\bar{r}}$ und $\ddot{\bar{r}}$,

welche durch das Postulat 5 ausgedrückt wird ergibt sich also direkt aus der Zentralfeldtrifition unter der Annahme zentraler Massenkräfte. Die Differentialgleichung $m \cdot \dot{r} \cdot \ddot{r} = \dot{\Psi}$ liefert den Betrag der Zentralgeschwindigkeit unter der Voraussetzung daß im einem Anfangswert des Fahrstrahls $\bar{r}_a$ das Zentrum P einen Impuls der Anfangsgeschwindigkeit $\bar{v}_a$ derart erhält daß während der ganzen Zentralbewegung die Richtung des Fahrstrahls konstant bleibt. Die Anfangsvektoren der Zentralbewegung $\bar{r}$ und $\bar{v}_a$ sind also nach der Voraussetzung 5 gleichgerichtet $\sin(\bar{r}, \bar{v}_a) = 0$. Hiermit wird $\int \dot{r} \cdot \ddot{r} \cdot dt = \frac{1}{m} \cdot \int \dot{\Psi} \cdot dt$, also $\dot{r} = \pm \sqrt{v_a^2 + \frac{2}{m} \cdot (\Psi(r) - \Psi(r_a))}$.

Weiter erkennt man hieraus die Gültigkeit des Energiesatzes im Sonderfalle gleichgerichteter Anfangsvektoren. Es ist $\frac{m}{2} \cdot \dot{r}^2 - \Psi(r) = \frac{m}{2} \cdot v_a^2 - \Psi(r_a) = a = \text{const}$, was nach Einführung der potentiellen Energie $U(r) = -\Psi(r)$ den Energiesatz liefert.

Zusammenfassend gilt:

$$\dot{r} = \pm \sqrt{v_a^2 + \frac{2}{m} \cdot (\Psi(r) - \Psi(r_a))},$$

$$\frac{m}{2} \cdot \dot{r}^2 + U(r) = a = \text{const}; \qquad \text{Gl. 6}$$

$$\sin(\bar{r}, \bar{v}_a) = 0$$

Es kommt nun darauf an die Zentralbewegung im verallgemeinerten Fall nicht gleichgerichteter Anfangsvektoren $\sin(\bar{r}, \bar{v}_a) \neq 0$ zu untersuchen und zugleich, mit Hilfe der Existenzvoraussetzung 5 eines Zentralkraftfeldes notwendige und mindestens eine hinreichende Bedingung für seine Existenz zu finden. Diese Bedingung muß so allgemein gültig sein, daß mit ihrer Hilfe der Existenznachweis eines jeden zentralkraftfeldes möglich ist.

3) Notwendige und hinreichende Bedingung für die Existenz eines Zentralkraftfeldes.

Es sollen unter der Annahme, daß die sich aus der Definition ergebende Existenzvoraussetzung gültig ist, allgemeine Existenzbedingungen gefunden werden, bei deren Erfüllung die Gültigkeitsannahme der Voraussetzung gerechtfertigt ist. Zunächst kommt es darauf an, im verallgemeinerten Fall mehrerer sich gegenseitig beeinflussender Zentralkraftzentren zu untersuchen, ob es ein gemeinsames Bewegungszentrum gibt. Es handle sich um ein System aus n Feldzentren mit den Trägheitsmassen $m_1 \dots m_h \dots m_k \dots m_n$. Diese Zentren üben nun vom gegenseitigen Abstand abhängige innere Zentralkräfte aufeinander aus. So beeinflußt z.B. das Zentrum h das Zentrum k mit der Kraft $\overline{K}'_{hk} = \operatorname{grad} \psi_h(r)$ s.o. Diese Feldkräfte $\overline{K}'$ des Systems sind innere Kräfte im Gegensatz zu den äußeren Kräften $\overline{K}$. Alle auf das Zentrum h wirkenden (n-1) Kraftfelder superponieren zu der Kraftresultanten $\sum_{k=1}^{n} \overline{K}'_{kh} - \overline{K}'_{hh}$, während eine äußere Kraft $\overline{K}_h$ auf h wirken kann. Wenn sämtliche Zentren sich in Bewegung befinden, so wird die Bahn eines Zentrums h durch die Resultierende aus allen angreifenden inneren und äußeren Kräften bestimmt. Diese Vektorsumme muß mit der zeitlichen Änderung des Bahnimpulses $\overline{G}_h$ identisch sein. Es ist also $\overline{G}_h = \overline{K}_h + \sum_{k=1}^{n} \overline{K}'_{kh} - \overline{K}'_{hh}$. Wird über alle Zentren summiert, so ergibt sich die

Γ statt K

$\Gamma = \operatorname{grad} \psi_h(r_h)$ und umgekehrt.

zeitliche Änderung des gesamten Bahnimpulses zu $\frac{d}{dt} \sum_{h=1}^{n} \overline{G}_h = \sum_{h=1}^{n} \overline{K}_h + \sum_{h,k=1}^{n} \overline{K}'_{kh} - (\overline{K}'_{hk} + \overline{K}'_{kk})$. Da unter Voraussetzung zeitlicher Massenkonstanz das Kausalitätsprinzip zu gelten hat, erzeugt jede von einem Zentrum h auf ein Zentrum k wirkende Kraft $\overline{K}'_{hk}$ eine ihr entgegengesetzt gleiche Reaktionskraft $\overline{K}'_{kh}$, welche von k ausgeht und auf h wirkt, also $\overline{K}'_{hk} = -\overline{K}'_{kh}$ und $\overline{K}'_{hk} + \overline{K}'_{kh} = 0$. In der Doppelsumme im Ausdruck der zeitlichen Änderung des gesamten Bahnimpulses fallen die Glieder mit den Indices $h = k$ von vornherein aus, während alle übrigen paarweise positiv auftreten. Wegen der Gültigkeit des Kausalitätsprinzips muß wegen dieses paarweisen Auftretens die Doppelsumme $\sum_{h,k=1}^{n} \overline{K}'_{kh} - (\overline{K}'_{hk} + \overline{K}'_{kh}) = 0$ verschwinden, sodaß die zeitliche Änderung des Bahnimpulses $d/dt \cdot \sum_{h=1}^{n} \overline{G}_h = \sum_{h=1}^{n} \overline{K}_h$ nur von den äußeren Kräften abhängt. Wenn eine geradlinig, gleichförmige, unbeschleunigte Bewegung des Punktsystems angenommen wird, d.h. wenn keine äußeren Kräfte auf das System wirken, so wird $d/dt \sum_{h=1}^{n} \overline{G}_h = 0$ und nach zeitlicher Integration $\sum_{h=1}^{n} \overline{G}_h = \overline{B} = \text{const}$ ergibt; wenn also nur innere Kräfte zentraler Natur auf die Punkte des Systems wirken, so ist der Bahnimpuls jedes dieser Zentren zeitlich konstant. Die erste sich aus der Definition ergebende Existenzbedingung ist also die Konstanz der Bahnimpulssumme $\sum_{\nu=1}^{n} \overline{G}_\nu = \overline{B} = \text{const}$.

Gl. Nr. 12

n gleiche

Die Konstante kann im $\overline{B} = n \cdot b$ auf gröbere gleich werden,

$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \ldots = \vec{r}_n = \vec{r}$ гэдэг. Энэ тэгшитгэлийг
бодвол бид системийн массын төвийн
радиус вектор нь цаг хугацаанаас
хамаарахгүй болохыг олж авна.
Иймд O' ба O координатын системүүдийг
ижил цаг хугацааны мөчид (x, y, z) ба (x', y', z')
цэгүүдтэй давхцуулан авч болно.
Координатын эхүүдийг давхцуулсан
тохиолдолд $\vec{r}_1 = \vec{r}_1'$, $\vec{r}_2 = \vec{r}_2'$ гэх мэт
тэгшитгэлүүд биелэгдэнэ. Иймээс
$\vec{R} = \vec{R}'$ болно. Энэ нь координатын
эхүүдийг давхцуулсан тохиолдолд
масс төвийн радиус вектор нь
хоёр системд ижил байна гэсэн үг юм.

Масс төвийн хурд нь $\vec{V} = \frac{d\vec{R}}{dt}$ байна.
Үүнийг t хугацаагаар ялгавал
$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{R}}{dt^2}$ буюу
$m\vec{a} = \sum \vec{F}_i^{(e)}$ болно. Энэ нь масс төвийн
хурдатгал нь системд үйлчилж буй
гадаад хүчний нийлбэртэй тэнцүү
гэсэн үг юм. Энэ теоремыг масс төвийн
теорем гэнэ. Масс төвийн хөдөлгөөний
тухай теоремоос дараах дүгнэлтүүд
гарна.

1. Хэрэв системд үйлчлэх гадаад хүчний
нийлбэр тэг бол масс төв нь тогтмол
хурдтай шулуун замаар хөдөлнө.
2. Хэрэв системд үйлчлэх гадаад хүчний
нийлбэр тэг бол масс төв нь тогтмол
хурдатгалтай хөдөлнө.
3. Хэрэв системд үйлчлэх гадаад хүчний
нийлбэр нь масс төвөөр дамжин
үйлчилдэг бол масс төв нь тогтмол
хурдтай шулуун замаар хөдөлнө.

Масс төвийн теоремоос харахад
системийн масс төвийн хөдөлгөөнийг
тодорхойлохдоо бүх биетүүдийг
материаль цэгүүд гэж үзэж болно.
Энэ нь биетүүдийн хэмжээ, хэлбэр
зэргээс хамаарахгүй.

Масс төвийн теоремоос дараах
чухал дүгнэлтүүд гарна.

1. Системийн масс төвийн радиус
вектор нь системийн импульсийг
тодорхойлно. Учир нь $\vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$
тул $\sum m_i \vec{r}_i = M\vec{R}$ болно. Үүнийг t
хугацаагаар ялгавал $\sum m_i \vec{v}_i = M\vec{V}$
буюу $\vec{p} = M\vec{V}$ болно. Энэ нь системийн
импульс нь масс төвийн импульстэй
тэнцүү гэсэн үг юм.

2. Системийн масс төвийн радиус
вектор нь системийн инерцийн
төвийг тодорхойлно. Учир нь
$\vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$ тул $\vec{r}_i$ радиус вектортой
m_i масстай цэгийн инерцийн
төвийг $\vec{R}$ радиус вектортой
$M = \sum m_i$ масстай цэгтэй
давхцуулсан гэсэн үг юм.

3. Системийн масс төвийн радиус
вектор нь системийн хүндийн
төвийг тодорхойлно. Учир нь
$\vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$ тул $\vec{r}_i$ радиус вектортой
m_i масстай цэгийн хүндийн
төвийг $\vec{R}$ радиус вектортой
$M = \sum m_i$ масстай цэгтэй
давхцуулсан гэсэн үг юм.

Масс төвийн теоремоос харахад
системийн масс төвийн хөдөлгөөнийг
тодорхойлохдоо бүх биетүүдийг
материаль цэгүүд гэж үзэж болно.
Энэ нь биетүүдийн хэмжээ, хэлбэр
зэргээс хамаарахгүй.

Масс төвийн теоремоос дараах
чухал дүгнэлтүүд гарна.

1. Хэрэв системд үйлчлэх гадаад хүчний
нийлбэр тэг бол масс төв нь тогтмол
хурдтай шулуун замаар хөдөлнө.
2. Хэрэв системд үйлчлэх гадаад хүчний
нийлбэр тэг бол масс төв нь тогтмол
хурдатгалтай хөдөлнө.
3. Хэрэв системд үйлчлэх гадаад хүчний
нийлбэр нь масс төвөөр дамжин
үйлчилдэг бол масс төв нь тогтмол
хурдтай шулуун замаар хөдөлнө.

Масс төвийн теоремоос харахад
системийн масс төвийн хөдөлгөөнийг
тодорхойлохдоо бүх биетүүдийг
материаль цэгүүд гэж үзэж болно.
Энэ нь биетүүдийн хэмжээ, хэлбэр
зэргээс хамаарахгүй.

Масс төвийн теоремоос дараах
чухал дүгнэлтүүд гарна.

1. Системийн масс төвийн радиус
вектор нь системийн импульсийг
тодорхойлно. Учир нь $\vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$
тул $\sum m_i \vec{v}_i = M\vec{V}$ буюу $\vec{p} = M\vec{V}$ болно. Энэ нь системийн
импульс нь масс төвийн импульстэй
тэнцүү гэсэн үг юм.

2. Системийн масс төвийн радиус
вектор нь системийн инерцийн
төвийг тодорхойлно. Учир нь
$\vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$ тул $\vec{r}_i$ радиус вектортой
m_i масстай цэгийн инерцийн
төвийг $\vec{R}$ радиус вектортой
$M = \sum m_i$ масстай цэгтэй
давхцуулсан гэсэн үг юм.

3. Системийн масс төвийн радиус
вектор нь системийн хүндийн
төвийг тодорхойлно. Учир нь
$\vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$ тул $\vec{r}_i$ радиус вектортой
m_i масстай цэгийн хүндийн
төвийг $\vec{R}$ радиус вектортой
$M = \sum m_i$ масстай цэгтэй
давхцуулсан гэсэн үг юм

durch zweimalige zeitliche Differentiation und
vektorielle Addition $\sum_{\nu=1}^{n} m_\nu \cdot (\ddot{x}_\nu + \ddot{y}_\nu + \ddot{z}_\nu) =$
$(\ddot{\xi} + \ddot{\eta} + \ddot{\zeta}) \cdot \sum_{\nu=1}^{n} m_\nu = \sum_{\nu=1}^{n} K_\nu$ oder
$= \sum_{\nu=1}^{n} (\ddot{x}_\nu + \ddot{y}_\nu + \ddot{z}_\nu)$ oder
$(\ddot{\xi} + \ddot{\eta} + \ddot{\zeta}) \cdot \sum_{\nu=1}^{n} m_\nu = \sum_{\nu=1}^{n} K_\nu$ Gl 13a.

wenn also äußere Kräfte die Zentren des Systems beschleunigen, so verhält sich das gesamte System als ob die Kraftvektoren parallel in das gemeinsame Zentrum des Systems verschoben würden und die Resultierende aus ihnen, das gemeinsame Zentrum angriffe. Im folgenden soll das Koordinatensystem immer so parallel verschoben werden, daß dieses durch die Superposition der zentralkraftfelder entstehende gemeinsame Feldzentrum des Systems zufällig als Bezugspunkt mit dem Koordinatenanfang zusammenfällt, daß also $\xi = \eta = \zeta = 0$ wird. Außer den inneren Zentralkräften, welche vom Feldzentrum ausgehend auf die einzelnen Nebenzentren des Systems wirken, sollen keine äußeren Kräfte angreifen. Auf irgend eines der kleinen n Nebenzentren wirke im Abstand $\bar{r}$ vom gemeinsamen Feldzentrum die Zentralkraft $\bar{K} = m \cdot \dot{\bar{v}}$ und zwar bilde die Bahngeschwindigkeit $\bar{v}$ mit $\bar{r}$ einen Winkel $\sin(\bar{r}, \bar{v}) \neq 0$. Bahngeschwindigkeit und Fahrstrahl sind nicht gleichgerichtet, doch wirkt nur die in Richtung des Fahrstrahls fallende Komponente als Zentralgeschwindigkeit. Für $\bar{K}$, $\dot{\bar{v}}$ $\bar{v}$ und $\bar{r}$ sollen die Komponentenzerlegungen $\bar{K} = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$, $\bar{r} = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$, $\bar{v} = \dot{\bar{x}} + \dot{\bar{y}} + \dot{\bar{z}}$ und $\dot{\bar{v}} = \ddot{\bar{x}} + \ddot{\bar{y}} + \ddot{\bar{z}}$ gelten. In analytischer Form gilt dann für die Zentralkraftgleichung $\bar{x} + \bar{y} + \bar{z} = m \cdot (\ddot{\bar{x}} + \ddot{\bar{y}} + \ddot{\bar{z}})$. Man

multiplizirt skalar mit $\bar{v}$ und erhält die Differentialgleichung $x \cdot \dot{x} + y \cdot \dot{y} + z \cdot \dot{z} = m \cdot (\ddot{x} \cdot \dot{x} + \ddot{y} \cdot \dot{y} + \ddot{z} \cdot \dot{z})$
$= m/2 \cdot d/dt \cdot (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$. zeitliche Integration von einem Anfangswert $\bar{v}_0$ des Fahrstrahls und einem dort herrschenden Anfangswert der Bahngeschwindigkeit $\bar{v}_a = \dot{x}_a + \dot{y}_a + \dot{z}_a$ welcher mit $\bar{r}$ nicht gleichgerichtet ist $\sin(\bar{r}, \bar{v}_a) \neq 0$ bis zu einem beliebigen Punkt der Bahnkurve R liefert
$\int_R (x \cdot dx + y \cdot dy + z \cdot dz) = m/2 \cdot \int_R d/dt (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \cdot dt =$
$= m/2 \cdot [(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - (\dot{x}_a^2 + \dot{y}_a^2 + \dot{z}_a^2)] = m/2 \cdot (v^2 - v_a^2)$.
Der Integrand des links stehenden Kurvenintegrals wird in räumliche Polarkoordinaten transformiert. Der Koordinatenursprung sei der Pol und die Abszissenachse die Polarachse; es gelten dann die Transformationen $x = r \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta$, $y = r \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta$, $z = r \cdot \cos\beta$ wenn α der Azimutwinkel in der Azimutebene (xy-Ebene) und β der Höhenwinkel in der zur Azimutebene orthogonalen Höhenebene ist. $\beta = \sphericalangle(\bar{r}, \bar{z})$ ist. Die Orthogonalprojektion von $\bar{r}$ auf die Azimutebene ist dann $q = r \cdot \cos(\pi/2 - \beta) = r \cdot \sin\beta$, sodaß sich das Azimut zu $\alpha = \sphericalangle(\bar{q}, \bar{x})$ ergibt. Nach diesen Festlegungen kann die Transformation des Integranden durchgeführt werden. Entsprechend den achsentransformationen gilt für die achsenparallelen Kraftkomponenten $X = K \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta$ $Y = K \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta$ $Z = K \cdot \cos\beta$, da für die Zentralkraft $\bar{K}$ die Voraussetzung (2) 11b erfüllt ist. Andererseits ergeben sich aus der Koordinatentransformation durch totale Differentiale die Beziehungen $dx = \frac{\partial x}{\partial r} \cdot dr + \frac{\partial x}{\partial \alpha} \cdot d\alpha + \frac{\partial x}{\partial \beta} \cdot d\beta = \cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot dr + r \cdot (\cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot d\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot d\alpha)$, und analog

$dy = \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot dr + r \cdot (\cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot d\alpha +$
$+ \sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot d\beta)$, ~~und entsprechend~~ bzw.
$dz = \cos\beta \cdot dr - r \cdot \sin\beta \cdot d\beta$. Multiplika-
tiven mit den transformierten Kraftkompo-
nenten liefert als Kurvenintegral
$\int_R^r (X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz) = \int_R^r (\cos^2\alpha \cdot \sin^2\beta + \sin^2\alpha \cdot \sin^2\beta +$
$+ \cos^2\beta) \cdot X \cdot dr + \int_R^r X \cdot r \cdot [\cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot (\cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot d\beta$
$- \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot d\alpha) + \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot (\cos\alpha \sin\beta \cdot d\alpha +$
$+ \sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot d\beta) - \cos\beta \cdot \sin\beta \cdot d\beta] =$
$= \int_R^r [(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) \cdot \sin^2\beta + \cos^2\beta] \cdot X \cdot dr +$
$+ \int_R^r [(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) \cdot \cos\beta \cdot \sin\beta - \cos\beta \cdot \sin\beta] \cdot X \cdot$
$= \int_R^r X \cdot dr$. Die Transformation ergibt also
$\int_R^r (X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz) = \int_R^r X \cdot dr = \Psi(r) - \Psi(R)$,
wenn $\Psi(r)$ die Stammfunktion des Zentral-
kraftfeldes ist. Wird diese Lösung in die
Gleichung des Kurvenintegrals eingesetzt,
so ergibt sich für die Bewegung des Schwer-
punktes die Energiebeziehung $\Psi(r) - \Psi(R) =$
$= m/2 \cdot (v^2 - v_0^2)$. Nach Einführung des
Potentials wird ersichtlich, daß der Ener-
giesatz $m/2 \cdot v^2 + V(r) = m/2 \cdot v_0^2 + V(R) =$
$= a = \text{const}$. auch für den allgemeinen
Fall einer Zentralbewegung mit nicht
gleichgerichteten Impulsvektoren gültig ist.
Handelt es sich bei der Untersuchung um
das Zentrum ν des aus ~~n~~ n Zentren be-
stehenden Systems und ist $E = \sum_{\nu=1}^{n} \frac{1}{2} m_\nu \cdot v_\nu^2$
die gesamte kinetische und $U = \sum_{\nu=1}^{n} V(r_\nu)$
die gesamte potentielle Energie, so nimmt
in diesem allgemeinsten Fall das Energie-
prinzip die Form an
$E + U = \sum_{\nu=1}^{n} a_\nu = \text{const}$
ein aus n Zentralkraftzentren bestehendes
System ist energetisch konservativ, weil sein

14
Gl. 9.

Energieinhalt konstant ist.

Eine weitere charakteristische Eigenschaft des Systems ist das Verhalten des gesamten Drehimpulses. Als Bezugspunkt soll später das gemeinsame Massenzentrum gewählt werden. $\bar{r}_h$ und $\bar{r}_k$ seien die Abstände der Zentren h und k vom Bezugspunkt. $\bar{r}_{hk}$ ist dann der Abstand zwischen h und k. Nach der Entwicklung von Gl. 8 muß ferner die Summe aller äußeren und inneren an h angreifenden Kräfte die zeitliche Änderung seines Bahnimpulses ergeben, also $\bar{Y}_h = \bar{K}_h + \sum_{k=1}^{n} \bar{K}'_{hk} - \bar{K}'_{kh}$. Nach der Definition von Drehimpuls $\bar{L}$ und Drehmoment $\bar{M}$ ergibt sich durch vektorielle Multiplikation $\bar{r}_h \times \bar{Y}_h = \bar{r}_h \times \bar{K}_h + \sum_{k=1}^{n} \bar{r}_h \times \bar{K}'_{hk} - \bar{r}_h \times \bar{K}'_{kh}$. Andererseits gilt $\bar{r}_h - \bar{r}_k = \bar{r}_{hk}$ und $\bar{r}_h \times \bar{K}'_{hk} =$
$= -\bar{r}_{hk} \times \bar{K}'_{hk} + \bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk} = \bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk}$, denn es ist $\sin(\bar{r}_{hk}, \bar{K}'_{hk}) = 0$. Wird dieser Wert eingesetzt so folgt $\bar{M}_h = \bar{M}_h + \sum_{k=1}^{n} \bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk} - \bar{r}_h \times \bar{K}'_{kh}$. Wird auch über alle h summiert so entsteht $d/dt \sum_{h=1}^{n} \bar{M}_h = \sum_{h=1}^{n} \bar{M}_h + \sum_{h=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk} - \bar{r}_h \times \bar{K}'_{kh}$
$- \bar{r}_k \times \bar{K}'_{kh}$. Nun ist wegen der vorausgesetzten zentralen Natur der Kraftfelder das Kausalitätsprinzip gültig. $\bar{K}'_{hk} = -\bar{K}'_{kh}$, oder $\bar{r}_h \times \bar{K}'_{hk} = \bar{r}_k \times \bar{K}'_{kh}$ gesetzt werden kann, oder, $\bar{r}_h \times \bar{K}'_{hk} = -\bar{r}_k \times \bar{K}'_{kh} = -\bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk}$ oder, $\bar{r}_h \times \bar{K}'_{hk} + \bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk} = 0$. Aus diesem Grunde muß die Doppelsumme verschwinden, denn die Summanden treten paarweise in der Form $\sum_{h=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} (\bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk} - (\bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk} + \bar{r}_h \times \bar{K}'_{kh}) -$
$= \sum_{h=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} (\bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk} + \bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk}) - \bar{r}_k \times \bar{K}'_{hk} - \bar{r}_h \times \bar{K}'_{kh}$ auf. Die Drehimpulsbeziehung vereinfacht sich daher zu $d/dt \sum_{h=1}^{n} \bar{M}_h = \sum_{h=1}^{n} \bar{M}_h$. Ist der gesamte Drehimpuls des Systems

zeitliche Änderungen erfahren, wenn äußere Kräfte so angreifen, daß ein äußeres Drehmoment entsteht. Fehlen diese Kräfte so verschwindet die zeitliche Änderung des Drehimpulses $\sum_{k=1}^{n} \dot{\bar{u}} = \dot{\bar{T}}$ voraus sich durch Integration $\sum_{k} \bar{u} = \bar{C}$ - const ergibt, die Konstanz des gesamten Drehimpulses ergibt.

Die durch die Gleichungen (7), (9) und (10) beschriebenen Eigenschaften des Zentralkraftfeldes, nämlich Konstanz des Gesamten Bahn- und Drehimpulses, sowie des Energieinhaltes eines Systems, auf Zentralkraftzentren, sind notwendige Existenzbedingungen eines Zentralkraftfeldes. Eine notwendige und zugleich hinreichende Bedingung kann aus Gl (8) welche aus Gl (7) folgte und aus Gl (10) entwickelt werden. Wir nämlich das Bewegungszentrum als Koordinatenmittelpunkt gewählt, so muß auch Gl (10) für den Drehimpuls mit einem Zentrum gelten. Ist $\bar{G} = m \cdot \bar{v}$ sein Bahnimpuls im Abstand $\bar{r}$ vom Bezugspunkt so gilt $\bar{u} = \bar{r} \times \bar{G} = m \cdot \bar{r} \times \bar{v} = \bar{C} = \text{const}$. Wenn $\sum m = 2\bar{c}$ gesetzt wird ergibt sich mit den Komponentenzerlegungen $\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$ und $\bar{v} = \dot{x}\bar{i} + \dot{y}\bar{j} + \dot{z}\bar{k}$ die Eigenschaft des Zentralkraftfeldes in analytischer Form

$$\bar{r} \times \bar{v} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x & y & z \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \end{vmatrix} = 2\bar{c} = \text{const.} \qquad \text{Gl. 11},$$

welche aussagt daß das Vektorprodukt $\bar{c}$ zu jedem Zeitpunkt auf der von $\bar{r}$ und $\bar{v}$ aufgespannten Ebene senkrecht steht und während der ganzen Bewegung in Richtung und Größe zeitlich Konstant ist. Diese Eigenschaft ist aber nur dann vorhanden wenn die von der Bahnkurve der Zentralbewegung aufgespannte Fläche eine Ebene ist. es muß sich um eine Nullpunktsebene handeln, denn durch vektorielle Addition der durch Gl (6) gegebenen Koordinaten des gemeinsamen Bewegungszentrums eines Systems von Feldzentren folgt $(\bar{\xi} + \bar{\eta} + \bar{\zeta}) \cdot \sum_{\nu=1}^{n} m_\nu = \sum_{\nu=1}^{n} m_\nu (\bar{x}_\nu + \bar{y}_\nu + \bar{z}_\nu)$ $= \sum_{\nu=1}^{n} m_\nu \cdot \bar{r}_\nu = \text{const}$ unter der Voraussetzung, daß keine äußeren Kräfte auf das System wirken. Nach dieser Beziehung liegt das gemeinsame Bewegungszentrum, welches ebenfalls zeitlich Konstant bleibt, auf der geradlinigen Verbindungslinie der Feldzentren. Aus diesem Grunde muß es eine zeitlich invariable Diametralebene geben, welche das Bewegungszentrum enthält und in welcher ferner, wegen Gl (10), alle Bahnen Zentralbewegungen des zum System gehörigen Feldzentren stattfinden müssen. Eine nähere Untersuchung dieser zeitlich invariablen Bahnebene (Nullpunktsebene, da das Bewegungszentrum im Koordinatennullpunkt liegt) wird durch eine Transformation der Gl (1) in räumliche Polarkoordinaten möglich. Zunächst wird $v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = \dot{r}^2 \cdot [(dx/dr)^2 + (dy/dr)^2 + (dz/dr)^2]$ mit $x = r \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta$, $y = r \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta$, $z = r \cdot \cos\beta$ transformiert (α: Azimutalwinkel, β: Polarwinkel). Durch Bildung des totalen Differentials ergibt sich $(dx/dr)^2 + (dy/dr)^2 + (dz/dr)^2 = (\cos^2\alpha \cdot \sin^2\beta + \sin^2\alpha \cdot \sin^2\beta + \cos^2\beta) + 2r \cdot [\cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot (d\beta/dr) \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta - (d\alpha/dr) \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot (d\alpha/dr) \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot (d\alpha/dr) \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta + (d\beta/dr) \cdot \sin\alpha \cdot \cos\beta]$

$+ r^2 \cdot [(\frac{d\beta}{dt} \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta - \frac{d\alpha}{dt} \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta)^2 + (\frac{d\alpha}{dt} \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta$
$+ \frac{d\beta}{dt} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\beta)^2 + (\frac{d\beta}{dt})^2 \cdot \sin^2\beta] = 1 + (\frac{d\alpha}{dt})^2 \cdot r^2 \sin^2\beta +$
$+ (\frac{d\beta}{dt})^2 \cdot r^2$. Eingesetzt liefert dies $v^2 = \dot{r}^2 + \dot{\alpha}^2 \cdot r^2 \cdot \sin^2\beta$
$+ \dot{\beta}^2 \cdot r^2$ als Bahngeschwindigkeit in Polarkoordinaten. Hierin gilt $\dot{\vec{r}} \perp \vec{r} \times \dot{\vec{\alpha}} \perp \vec{r} \times \dot{\vec{\beta}}$, ferner $\sphericalangle(\vec{r}, \dot{\vec{\alpha}}) = \beta$ und $\sphericalangle(\vec{r}, \dot{\vec{\beta}}) = \pi/2$. Daher $\vec{v} = \dot{\vec{r}} + \dot{\vec{\alpha}} \times \vec{r} + \dot{\vec{\beta}} \times \vec{r}$. Andererseits ist $\dot{\alpha} \cdot \sin\beta$ $= \dot{\varphi}$ die Orthogonalprojektion von $\dot{\vec{\alpha}}$ auf eine zu $\vec{r}$ orthogonale Richtung in der Kohlenebene. Also $\vec{r} \perp \dot{\vec{\varphi}}$ und $\dot{\vec{\alpha}} \times \vec{r} = \dot{\vec{\varphi}} \times \vec{r}$ und damit $\vec{v} = \dot{\vec{r}} + (\dot{\vec{\beta}} + \dot{\vec{\varphi}}) \times \vec{r}$. als Basisvektoren für welche $\vec{r} \perp \dot{\vec{\varphi}} \perp \dot{\vec{\beta}}$ gilt spannen $\dot{\vec{\beta}}$ und $\dot{\vec{\varphi}}$ eine zu $\vec{r}$ orthogonale Ebene auf. Zu (16) eingesetzt ergibt sich, daß die Vektorsumme der beiden Basisvektoren einem ebenfalls zu $\vec{r}$ orthogonalen ergänzenden Vektor dieser Ebene bildet $\vec{r} \times \vec{v} =$ $= \vec{r} \times (\dot{\vec{\beta}} + \dot{\vec{\varphi}}) \times \vec{r} = r^2 \cdot (\dot{\vec{\beta}} + \dot{\vec{\varphi}})$, also $\vec{r} \times \vec{v} = r^2 \cdot (\dot{\vec{\beta}} + \dot{\vec{\varphi}}) = 2\vec{c} = \text{const.}$ (16a)

Der zur Bahnebene orthogonale zeitlich konstante Vektor muß seiner Dimension nach ebenfalls eine Winkelgeschwindigkeit sein welche sich vektoriell aus den Winkelgeschwindigkeiten von Azimut- und Höhenwinkel zusammensetzt. Es kann sich hierbei nur um die Winkelgeschwindigkeit des Fahrstrahlwinkels in der Bahnebene handeln. Da es sich bei Zentralbewegungen stets um ebene Bahnen handelt kann man die zeitlich konstante Bahnebene durch eine Kugelspiegelung des Koordinatensystems in eine Koordinatenebene (xy-Ebene) legen und das räumliche Problem auf ein zweidimensionales reduzieren

befindet sich außerdem das Bewegungszentrum im Koordinatenursprung so wird in Gl (13) die Summe $\vec{\xi} + \vec{\eta} + \vec{\zeta} = \vec{0}$ während für den Fahrstrahl der ebenen Bahn die Zerlegung $\vec{r} = \vec{x} + \vec{y}$ gilt. Dieses, sich aus Gl (13) mit Gl (15) ergebende Resultat kann im

$$\sum_{\nu=1}^{n} m_\nu \cdot \vec{r}_\nu = \vec{0}, \quad \vec{r} = \vec{x} + \vec{y} \qquad \frac{12}{\text{Gl. } 12}$$

zusammengefaßt werden und stellt die notwendige und hinreichende Existenzbedingung eines Zentralkraftfeldes dar. Gl (12) sagt aus immer wenn in einem System von Kraftzentren die Kraftfelder so superponieren daß ein punktförmiges Bewegungszentrum entsteht, welches zeitlich konstant bleibt, wenn keine äußeren Kräfte wirken und wenn weiter die Bewegung der mit unter gegenseitigen Einfluß stehenden Kraftfeldzentren in einer ebenfalls zeitlich invariablen Raumebene stattfindet, die das ruhende Bewegungszentrum enthält so kann es sich nur um ein System von Zentralkraftfeldern handeln.

~~siehe Anmerkung auf S. 55~~

*.) Konsequenzen aus der Existenzbedingung.

Aus der sich aus der Definition ergebenden Existenzvoraussetzung (16) und der allgemeinen Existenzbedingung (12) folgen weitere Eigenschaften der Zentralkraftfelder (bei Transformationen in ebene Polarkoordinaten sei φ der Fahrstrahlwinkel die Abszissenachse Polarachse und der Kugelspiegel Pol). Gemäß Gl (17) sei das gemeinsame Bewegungszentrum der Bezugspunkt des ebenen Koordinaten

systems. Nach dieser Festlegung wird zunächst der Ansatz mit einer komplexen Zentralbeschleunigung in einer komplexen Ebene gemacht und zwar soll die x+ Polarachse orthogonale Richtung imaginär angenommen werden. Aus $\bar{r} = \bar{x} + \bar{y}$ wird dann der komplexe Fahrstrahl $\bar{r} = \bar{x} + i \cdot \bar{y}$ was mit $x = r \cos\varphi$ und $y = r \cdot \sin\varphi$ in Polarkoordinaten transformiert unter Benützung des Theorems $\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi = e^{i\varphi}$ den Wert $\bar{r} = \bar{x} + i \cdot \bar{y} = \bar{r}(\cos\varphi + i \sin\varphi) = \bar{r} \cdot e^{i\varphi}$ ergibt. Zeitlich differenziert ergibt sich zunächst eine komplexe Zentralgeschwindigkeit $\dot{\bar{r}} = (\dot{\bar{r}} + i \cdot \bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}}) \cdot e^{i\varphi}$ und nach nochmaliger Zeitdifferentiation die komplexe Zentralbeschleunigung $\ddot{\bar{r}} = \ddot{\bar{r}} \cdot e^{i\varphi} + i \cdot \dot{\bar{r}} \times \dot{\bar{\varphi}} \cdot e^{i\varphi} + i \cdot \dot{\bar{r}} \times \dot{\bar{\varphi}} \cdot e^{i\varphi} + i \cdot \bar{r} \times \ddot{\bar{\varphi}} \cdot e^{i\varphi} - \bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} \times \dot{\bar{\varphi}} \cdot e^{i\varphi} = \ddot{\bar{r}} \cdot e^{i\varphi} + i \cdot (2\dot{\bar{r}} \times \dot{\bar{\varphi}} + \bar{r} \times \ddot{\bar{\varphi}}) \cdot e^{i\varphi} - \bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} \times \dot{\bar{\varphi}} \cdot e^{i\varphi}$. Andererseits muß wegen Gl 16b für die komplexe Zentralbeschleunigung $\ddot{\bar{r}} = \ddot{\bar{x}} + i \cdot \ddot{\bar{y}} = \ddot{\bar{r}} \cdot (\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi) = \ddot{\bar{r}} \cdot e^{i\varphi}$ gelten. Vergleich beider Ausdrücke und Kürzung ergibt $i \cdot (2\dot{\bar{r}} \times \dot{\bar{\varphi}} + \bar{r} \times \ddot{\bar{\varphi}}) = \bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} \times \dot{\bar{\varphi}} \neq 0$. Also $2\dot{\bar{r}} \times \dot{\bar{\varphi}} = -\bar{r} \times \ddot{\bar{\varphi}}$. Da $\bar{r} \perp \dot{\bar{\varphi}}$ und $\bar{r} \perp \ddot{\bar{\varphi}}$ ist muß wegen Gl 11b auch $\dot{\bar{r}} \perp \dot{\bar{\varphi}}$ sein. Für den Betrag der Vektorprodukte gilt daher $2 \cdot \dot{r} \cdot \dot{\varphi} = -r \cdot \ddot{\varphi}$. Durch Umstellung und Multiplikation mit dem Zeitelement wird die Differentialgleichung integrierbar. $2\,dr/r = -d\dot{\varphi}/\dot{\varphi}$. Man integriert von einem Anfangswert $\dot{\varphi}_a$ des Fahrstrahles mit einem zu ihm gehörigen Anfangswert $\dot{\varphi}_a$ der Winkelgeschwindigkeit. Dann wird $2 \cdot \ln(r/r_a) = -\ln(\dot{\varphi}/\dot{\varphi}_a) = \ln \dot{\varphi}_a/\dot{\varphi}$, oder $r^2/r_a^2 = \dot{\varphi}_a/\dot{\varphi}$ und

$r^2 \cdot \dot{\varphi} = r_a^2 \cdot \dot{\varphi}_a = \text{const}$. Nun ist zum einen die Geschwindigkeit der ebenen Polarkoordinaten $v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 = \dot{r}^2 + \dot{\varphi}^2 \cdot r^2$, also $\bar{v} = \dot{\bar{r}} + \dot{\bar{\varphi}} \times \bar{r}$ und $\bar{r} \times \bar{v} = \bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} \times \bar{r} = r^2 \cdot \dot{\bar{\varphi}}$, zum anderen ist $\frac{1}{2} r^2 \cdot d\varphi = dF$, ein Flächendifferential in Polarkoordinaten. Das aus dem komplexen Ansatz folgende Ergebnis $r^2 \cdot \dot{\varphi} = r_a^2 \cdot \dot{\varphi}_a = 2c = \text{const}$. kann also vektoriell der Form $2 \cdot \dot{\bar{F}} = r^2 \cdot \dot{\bar{\varphi}} = \bar{r} \times \bar{v} = 2 \cdot \bar{c} = \bar{r}_a \times \bar{v}_a = \text{const}$, $\sin(\bar{r}, \bar{v}) \neq 0$, geschrieben werden. Die Konstanz der vom Fahrstrahl pro Zeiteinheit überstrichenen Fläche der Bahnebene $dF/dt = c = \text{const}$, welche hier Gl 18 ausgedrückt wird ist mit der Erhaltungsaussage Gl 17 äquivalent. Aus der Integration von Gl 16 geht hervor daß die in Gl 16a auftretende Vektorsumme der Winkelgeschwindigkeit $\bar{p}$ und $\bar{q}$, welche die zu $\bar{r}$ orthogonale Ebene aufspannen, tatsächlich die Änderungsgeschwindigkeit des Fahrstrahlwinkels in der Bahnebene darstellen. Die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ kann also entweder als erzeugender Vektor der von $\dot{p}$ und $\dot{q}$ aufgespannten Ebene, oder nach Gl 15 als Funktion des Fahrstrahles dargestellt werden. Man findet

$$\dot{\varphi} = \pm \sqrt{\dot{x}^2 \cdot \sin^2 p + \dot{y}^2}, \qquad \text{Gl 19}$$

$$\dot{\bar{\varphi}} = \frac{\bar{r} \times \bar{v}_a}{r^2} \qquad \text{Gl 17}$$

Mit diesem Ausdruck und der Bedingung Gl 14 kann der Energiesatz für alle im Zentralkraftfeld möglichen Bahnen erweitert werden. In der Integration von Gl 14 ergab sich $\int_r^{r_a} K \cdot dr = m/2 \cdot (v^2 - v_a^2)$. Da außerdem $\int_r^{r_a} K \cdot dr = \int_r^{r_a} \text{grad}\, \Psi(r)$ ist, muß

Anmerkung auf Seite 55

$v^2 = v_a^2 + 2/m \cdot (\Psi(r) - \Psi(\varphi))$ werden. Ferner gilt mit $x = r \cdot \cos\varphi$, $y = r \cdot \sin\varphi$ die Komponentenzerlegung der Bahngeschwindigkeit in die radiale und zirkulare Komponente unter Benutzung von gl 19 von selbst. Es ist

$$v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 = \dot{r}^2 \cdot [(dx/dr)^2 + (dy/dr)^2] = \dot{r}^2 \cdot \left(1 + \left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 \cdot r^2\right) = \dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2$$

Eingesetzt ergibt dies mit gl 19 für den Radialanteil

$$= \pm \sqrt{v_a^2 + 2/m \cdot (\Psi(r) - \Psi(\varphi)) - 1/r^2 \cdot (\bar{r} \times \bar{v}_a)^2},$$

nach Division durch dt resultiert die Separationsmethode des Energiesatzes

$$dr/d\varphi = \pm r \cdot \sqrt{r^2/c^2 \cdot \operatorname{cosec}^2\tau - 1 + \frac{2r^2}{m \cdot (\bar{r} \times \bar{v}_a)^2} \cdot (\Psi(r) - \Psi(\varphi))},$$

$\tau = \sphericalangle(\bar{r}, \bar{v}_a)$ gl 20

Diese Form des Energiesatzes gibt in ihrer Entwicklung noch die Möglichkeit anstrebe über die momentane Bahngeschwindigkeit und die momentane Entfernungsgeschwindigkeit des Fahrstrahles zu finden. Bei der Ableitung der gl. 20 ergaben sich diese Ausdrücke nach der Zerlegung der Bahngeschwindigkeit in die radiale und zirkulare Komponente unter Benutzung von gl 19 von selbst. Es ist

$$v = \pm \sqrt{v_a^2 + 2/m \cdot (\Psi(r) - \Psi(\varphi))}$$

$$\dot{r} = \pm \sqrt{v_a^2 + 2/m \cdot (\Psi(r) - \Psi(\varphi)) - 1/r^2 \cdot (\bar{r} \times \bar{v}_a)^2}$$ gl 20a

Die fundamentalen Eigenschaften eines jeden Zentralkraftfeldes $\Psi(r)$, welche durch die Gleichungen 18 und 19 beschrieben werden, gestatten neben den integralen Konstanten 20 und 20a noch Aussagen über die in einem Zentralkraftfeld möglichen Bahnkurven. Diese Bahnen müssen nach der Existenzbedingung 17 auf jeden Fall eben sein und unter Zugrundelegung einer komplexen Ebene $\bar{r}_c = \bar{x} + i \cdot \bar{y}$ ist die Möglichkeit gegeben eine ganz allgemeine

für jede Zentralbewegung gültige komplexe Bahngleichung aufzustellen! Da wegen gl 11b $= \bar{r} \cdot e^{i\varphi}$ auch die Komponentenzerlegung der komplexen Zentralbeschleunigung $\ddot{\bar{r}}_c = \ddot{\bar{x}} + i \cdot \ddot{\bar{y}} = \ddot{\bar{r}} \cdot e^{i\varphi}$ selbst mit aus dieser komplexe Beschleunigung mit gl 19 (Kettenregel) $\ddot{\bar{r}}_c / \dot{\varphi} = \frac{d\dot{\bar{r}}_c}{d\varphi}$ kann in

$$= \frac{r^2 \cdot \ddot{\bar{r}}}{|\bar{r} \times \bar{v}_a|} \cdot e^{i\varphi} \cdot \text{wegen}$$

begriffen werden. Man erhält $|\bar{r} \times \bar{v}_a| \cdot \dot{\bar{r}}_c$

$$= \int_{\varphi_a}^{\varphi} r^2 \cdot \ddot{\bar{r}} \cdot e^{i\varphi} \cdot d\varphi),$$ wo sich $\dot{\bar{r}}_c$ aus $\bar{r}_c = \bar{r} \cdot e^{i\varphi}$ zu $\dot{\bar{r}}_c = (\dot{\bar{r}} + i \cdot \bar{r} \times \dot{\varphi}) \cdot e^{i\varphi}$ ergibt. Eingesetzt liefert dies die für alle Zentralbewegungen gültige komplexe Bahngleichung

$$|\bar{r} \times \bar{v}_a| \cdot (\dot{\bar{r}} + i \cdot \bar{r} \times \dot{\bar{r}}) \cdot e^{i\varphi} = \int_{\varphi_a}^{\varphi} r^2 \cdot \ddot{\bar{r}} \cdot e^{i\varphi} \cdot d\varphi$$ gl. 11

Diese Gleichung kann in die explizite Form $r = r(\varphi)$ einer Bahnkurve in Polarkoordinaten gebracht werden, vorausgesetzt, daß das zentrale Kraftgesetz $m \cdot \ddot{\bar{r}} = \operatorname{grad} \Psi(r)$ also das Feld $\Psi(r)$, zur Lösung des Integrales rechts bekannt ist. Ist dies der Fall so kann aus der das Feld bestimmenden Ortsfunktion Ψ auf die allgemeinste Form der in ihm möglichen Bahnkurven $r = r(\varphi)$ geschlossen werden. Die Konstanten bestimmungsstücke einer solchen Kurve können durch Bildung des Differentialquotienten $dr/d\varphi = r'(\varphi)$ und Vergleich mit gl 20 explizit als Funktionen der anfangsverknüpften mit bestimmten in $\Psi(r)$ enthaltenen Feldkonstanten ermittelt werden. Wenn umgekehrt die Gleichung irgend einer im Feld möglichen Bahn gegeben ist so kann nach Transformation in Polarkoordinaten

nahen und gewinnen zeitdifferentiation unter Benützung der Gl. 12 und 19 auf die Zentral- beschleunigung und damit nach Gl. 4 auf die Kraft des Zentralkraftfeldes $\psi(r)$ gestatten, die Natur des Zentralkraftfeldes $\psi(r)$ gestatten, F ist nach Gl. 21 durch $\psi(r)$ dieselben werden, Bahngleichung $r = r(\varphi)$ bekannt so können weitere die Bahn charakterisierende Größen gefunden werden. Transformiert man $r = r(\varphi)$ in rechtwinkelige Koordinaten $y = f(x)$ mit $y = y(r\varphi)$ und $x = x(r\varphi)$ so ist der Tangentenwinkel ϑ an irgend einem Punkt durch $tg\,\vartheta = dy/dx$ also

$$\vartheta = \operatorname{arc\,tg} \frac{dy(r\varphi)}{dx(r\varphi)} \qquad \text{Gl. 22}$$

gegeben. Ferner ist die Bogenlänge s zwischen zwei Bahnpunkten ebenfalls festzustellen. Sie wird durch das Differential $ds = \pm\sqrt{(dx)^2 + (dy)^2}$ linear approximiert. Aus $x = r\cdot\cos\varphi$ und $y = r\cdot\sin\varphi$ folgt $(dx)^2 + (dy)^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial r}\cdot dr + \frac{\partial x}{\partial \varphi}\cdot d\varphi\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial r}\cdot dr + \frac{\partial y}{\partial \varphi}\cdot d\varphi\right)^2 = (dr)^2 + r^2\cdot(d\varphi)^2 = \left[\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 + r^2\right]\cdot(d\varphi)^2$ oder, mit Gl. 15a

$$ds\cdot|\bar{q}\times\bar{v}_a| = \pm r^2\cdot\sqrt{v_a^2 + 2/m\cdot(\psi(r) - \psi(q))}\cdot dq$$

man integriert von $\rho = 0$ bis zu einem variablen Wert ρ. Zum Wert $\rho = 0$ gehört dann der Aufpunktwert des Fahrstrahlwinkels φ_a. die Bogenlänge ist dann gegeben durch

$$s\cdot|\bar{q}\times\bar{v}_a| = \pm\int_{\varphi_a}^{\varphi} r^2\cdot\sqrt{v_a^2 + 2m\cdot(\psi(r) - \psi(q))}\cdot d\varphi \qquad \text{Gl. 23}$$

Schließlich kann noch mit Hilfe der Gl. 4 die Zeit t ermittelt werden, die zum Durchlaufen des Bogens s auf der Bahn nötig erforderlich ist. Man setzt zur Abkürzung $\frac{2\,dF}{dt} = |\bar{q}\times\bar{v}_a|$ und führt das Flächenelement

in Polarkoordinaten $dF = 1/2\,r^2\cdot d\varphi$ ein, sodass sich als Zeit zum Durchlaufen des Bogens s ergibt.

$$t\cdot|\bar{q}\times\bar{v}_a| = \int_{\varphi_a}^{\varphi} r^2\cdot d\varphi$$

Gl. 24

Anmerkung auf S. 55

Alle durch die Gl. 18 bis 24 beschriebenen Feldeigenschaften zeichnen sich durch eine abhängigkeit von den Anfangsverhalten aus. Besonders die Gestalt der durch Gl. 21 beschriebenen Bahnkurve wird durch diese Anfangswerte stark beeinflußt. das bedeutet, daß jeder Anfangswert eine Bahnkurve liefert (trotz der verschiedenen Gestalt bleibt ihr geometrischer Charakter in ein und demselben Zentralkraftfeld erhalten). Es können jedoch Sonderfälle, so wie auch in der Fourierreihe, herausgestellt werden, die zwar sehr selten sind, aber für die Praxis von großer Bedeutung sind. Diejenige Anfangsgeschwindigkeit, bei welcher eine Bahnkurve beschrieben wird auf der die Zentralbewegung im statisch stabilen Gleichgewicht stattfindet. Eine Aussage über die statische Stabilität einer Bewegung kann das Extremum-Prinzip geben. Dieses Theorem $\delta\int_{t_1}^{t_2} L\cdot dt = 0$ sagt aus, daß sich mit Bewegungen auf solchen Bahnen im statischen Gleichgewicht befinden, deren kinetisches Potential $L = \mathfrak{E} - U$ ein Extremum annimmt, d.h. für die statische Stabilität muß $L = 0$ sein. Im Sonderfall einer Bahn mit $L = 0$ sein. Im Sonderfall eines Zentralkraftfeldes wird $L = \mathfrak{E} - U = m/2\cdot v^2 - U(r) = m/2\cdot v^2 + \psi(r)$. Für die statisch stabile Bahn im Zentralkraftfeld muß dann $dL/dt = m\cdot v\cdot\dot{v} + \dot{\psi} = m\cdot v\cdot\dot{v} + \frac{d\psi}{dr}\cdot\dot{r} =$

$= | m \cdot v \cdot \dot{v} + m \cdot \dot{r} \cdot \ddot{r} = 0$ sein. Die Aussage des Theorems über statisch stabile Zentralbewegungen lautet also $v \cdot \dot{v} + \dot{r} \cdot \ddot{r} = 0$. Der Ausdruck ist zeitlich integrierbar und ergibt $v^2 + \dot{r}^2 = v_a^2 + \dot{r}_a^2 = C^2 = \text{const}$. Mit $v^2 = \dot{r}^2 + r^2 \cdot \dot{\varphi}^2$ wird daraus, wegen der Orthogonalität $\dot{\bar{r}} \perp \dot{\bar{\varphi}} \times \bar{r}$, die Beziehung $\dot{\bar{r}} \cdot \dot{\bar{r}} + \dot{\bar{\varphi}} \times \bar{r} = \bar{C} = \text{const}$. Die vektorielle Multiplikation mit ~~vektor~~ $\bar{r}$ liefert wegen Gl 116 $\bar{r} \times \dot{\bar{r}} \cdot \dot{\bar{r}} + \bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} \times \bar{r} = \bar{r} \times \dot{\bar{\varphi}} \times \bar{r} = \bar{r} \times \bar{v} = \bar{r} \times \bar{C}$. Wegen $\bar{C} = \dot{\bar{r}}_a \cdot \dot{\bar{r}} + \dot{\bar{\varphi}} \times \bar{\varphi} = \text{const}$ und $\sin(\bar{r}, \dot{\bar{r}}_a) = 0$ muß $\sphericalangle(\bar{r}, \bar{v}_a) = \sphericalangle(\bar{r}, \bar{C})$ sein. Daher wird der Betrag des Vektorprodukts $r \cdot v \cdot \sin(\bar{r}, \bar{v}) = r \cdot C \cdot \sin(\bar{r}, \bar{C})$ oder

$v = v_a = C = \text{const}$

Gl. 26

die Bahngeschwindigkeit ist also auf der stabilen Kurve immer konstant und mit der Anfangsgeschwindigkeit identisch. Nach Gl 20a kann dies aber nur dann möglich sein, wenn $\Psi(r) - \Psi(\varrho) = 0$ ist. Daher folgt unmittelbar weiter $r = \varrho = \text{const}$, was das analytische Kennzeichen einer Kreisbahn ist. Da aber andererseits Kreisbahnen (ohne Schnittlinien von Kugelflächen darstellen und nach Gl 116 die Niveauflächen jedes Zentralfeldes sphärisch sind, muß die stabile Zentralbewegung auf einer solchen Niveaufläche stattfinden. Ausserdem muß nach Gl 17 die von der Kurve umrandete Kreisfläche das Zentrum enthalten. Hieraus wird ersichtlich, daß grundsätzlich für ~~in~~ alle Zentralkraftfelder die stabilen Zentralbewegungen nur auf den sphärischen Niveauflächen stattfinden können.

F Anmerkung auf S. 127

Bei jeder Kreisbahnbewegung eines als masse aufzufassenden Körpers (masselose Körper für die Zentralkraftzentren voraussetzen) muß als Reaktion eine Radialkraft auftreten, deren Betrag durch $m \cdot v^2/r$ gegeben ist und die der Zentralkraft entgegengesetzt gleich sein muß, da ja auf der Kreisbahn ein statisch stabiles Kräftegleichgewicht herrschen muß. Ist v die nach Gl 26 konstante zeitkonstante Geschwindigkeit im Abstand $\varrho = \text{const}$ so wird für die Kreisbahn $m \cdot v^2/\varrho = -|\text{grad}\,\Psi(r)|_\varrho = -\left(\frac{\partial \Psi}{\partial r}\right)_\varrho$. Die statisch stabile Zentralbewegung auf den Meridianen der Niveauflächen wird also durch

$r = \varrho = \text{const}$ $v_r = v_a = \pm \sqrt{-\varrho/m \cdot \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r}\right)_\varrho} = \text{const}$

vollständig beschrieben. Diese statisch stabile zeitkonstante Bewegung auf den Niveauflächen tritt grundsätzlich in jedem Zentralkraftfeld auf. Die Gl. 26 sind also gelten für alle Zentralkraftfelder, woraus folgt, daß in jedem derartigen Kraftfeld die Kreisbahn möglich ist (dies ist eine Folge der sphärischen Niveauflächen, deren analytischer Ausdruck 116 unmittelbar vor der Definition Ψ hervorgeht). Ein anderes für alle Zentralkraftfelder charakteristisches Kennzeichen ist das Auftreten von Feldsingularitäten, d. h. von Punkten auf den Verbindungslinien der Feldzentren in denen die Feldvektoren entgegengesetzt gleich werden und sich daher aufheben. Treten sich gerade zwei gleichgroße Feldvektoren $\bar{I}$ und $\bar{II}$ bei einem Abstand s voneinander, für kleineres s ihr Abstand s voneinander, für kleineres s ihr Abstand s voneinander, für kleineres s ihr

Die Form $|\text{grad}\,\Psi_1(r)| = |\text{grad}\,\Psi_2(r)|$ annimmt. Durch Integration folgt hieraus $\Psi_1(r_1) = \Psi_2(r_2)$, wenn eines der Zentren im Koordinatenursprung liegt (also nicht das gemeinsame Bewegungszentrum). Es liegt also auf der Verbindungsstrecke der beiden Zentren in den Abständen r_1 und r_2 von diesen einen Punkt gleicher in welchem sich die beiden Feldvektoren gegenseitig aufheben. Sind r_1 und r_2 die Abstände der beiden Zentren von dieser Feldgrenze, so gilt für die als bekannt angenommene Verbindungsstrecke $s = r_1 + r_2$ d.h., die Feldgrenze wird insgesamt durch

$\Psi_1(r_1) = \Psi_2(r_2)$, $s = r_1 + r_2$ Gl 2227

beschrieben. Ähnlich wie in Gl 26 und 26a sind die für alle Zentralkraftfelder gültige zirkuläre Bahn sowie die zu ihrer Erzeugung erforderliche Kreisbahngeschwindigkeit beschrieben worden, ist es möglich einen Ausdruck zu finden, der die Größe der Anfangsgeschwindigkeit, v_a eines Feldzentrums III angibt welche erforderlich ist dieses Zentrum III vom Abstand q_1 vom Zentrum I über die Feldgrenze zu heben. Die Grenze soll mit der Geschwindigkeit v_e überschritten werden m.a.W. die kinetische Energie die dem Zentrum III der Trägheitsmasse m_3 erteilt werden muß damit die Feldgrenze zwischen den Zentren I und II überschritten wird muß die Potentialdifferenz zwischen dem Anfangsabstand q_1 und der Feldgrenze r_1 betragen. Außerdem wirkt im ganzen Feldbereich zwischen q_1 und r_1 das Feld II dem Feld I entgegen, sodaß seine Potentialdifferenz vom Abstand r_1 bis zum Abstand q_1 zu subtrahieren ist. Die energetische Aussage liefert der für diesen Fall angewandte Energiesatz

Es ist $\frac{1}{2} m_3 \cdot (v_e^2 - v_a^2) = \int_{r_1+r_2-q_1}^{r_1} K \cdot dr = \int_{r_1+r_2-q_1}^{r_1} (K \cdot dr)_1 - \int_{r_1+r_2-q_1}^{r_1} (K \cdot dr)_2 = \Psi_1(r_1) - \Psi_1(q_1) - \Psi_2(r_2) + \Psi_2(q_1)$. Hier bedeutet v_e die Geschwindigkeit mit welcher das Zentrum III die Grenze zwischen I und II überschreitet. Aus der Energiebeziehung folgt somit die im Abstand q_1 erforderliche Anfangsgeschwindigkeit

$$v_a = \pm\sqrt{v_e^2 + \frac{2}{m_3}\cdot[\Psi_2(r_1) - \Psi_1(r_1) + \Psi_1(q_1) - \Psi_2(q_1)]}$$

$$v_a = \pm\sqrt{v_e^2 + \frac{2}{m_3}\cdot[\Psi_2(r_1) - \Psi_2(r_2) + \Psi_1(r_2) - \Psi_1(r_1) + \Psi_1(q_1) - \Psi_2(q_1)]}$$ Gl 27a

Diese Gleichung gilt nun dann wenn die Anfangsvektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_a$ gerichtet sind, sodaß die Bewegung von III auf der Verbindungsstrecke $s = r_1 + r_2$ stattfindet. Die Größe Kugelfläche einer allgemeinen für alle Zentralkraftfelder zutreffenden Bewegung liegt vor, wenn das eine von zwei sich gegenseitig beeinflussenden Zentren eine so große kinetische Energie erhält daß es den Wirkungsbereich des im Koordinatenursprung festgehaltenen zweiten Zentrums verläßt. Ist q wieder der Anfangsabstand zwischen beiden Zentren so muß die dem bewegten Zentrum erteilte kinetische Energie mit dem Energieniveau im Abstand q identisch sein. Ist weiterhin m der Trägheitswiderstand des bewegten Zentrums so ergibt sich aus $m/2 \cdot v_a^2 = \Psi(q)$ die Art Uebereinstimmung der Gesamtpotentials vom Feld Ψ im Abstand q erforderliche Anfangsgeschwindigkeit zu

$v_a = \pm\sqrt{2/m \cdot \Psi(q)}$ Gl. 28

Die Gleichungen 26a, 27a und 28 sind die Grenzfälle der allgemeinen Zentralbewegung, welche im jedem Zentralkraftfeld gültig sind. Die Ueberwindung eines bestimmten Perihels sowie die statisch stabile Zentralbewegung auf dem Meridian einer Rotationsfläche sind allgemein gültige von der speziellen Natur unabhängige Eigenschaften jedes Zentralkraftfeldes. Alle Formeln die Gl 15 bis 28 beschriebenen Eigenschaften sind explizite Funktionen des Fahrstrahls r. Letzteres ist aber im Falle der Zentralbewegung zeitlich variabel. Dies bedeutet aber, daß $r = r(t)$ als Zeitfunktion darstellbar ist und daß durch explizite Bestimmung von $r = r(t)$ mit Substitution auch die Gleichungen 15 bis 28 direkt durch die Zeit t ausgedrückt werden können. Zur Bestimmung des Zusammenhanges zwischen Fahrstrahl und Zeit geht man vom zweiten Teil der Gleichung 20a aus. Ist reziproker Wert ist integrierbar und liefert die Umkehrfunktion $t = t(r)$, aus welcher $r = r(t)$ eliminiert werden kann. Der Abstand r werde zur Zeit t_a durchlaufen, so ergibt sich dann das Integral

$$t(r) = \pm \int_{r_a}^{r} \left[v_a^2 + 2fm \cdot (\psi(r) - \psi(\bar{r})) - 1/r^2 \cdot (\bar{r} \times \bar{v}_a)^2 \right]^{-1/2} dr + t_a$$

nach r Lösung des Integrals Gl. 29

kann hieraus der gewünschte Zusammenhang $r = r(t)$ ermittelt werden, doch ist hierzu die Kenntnis des Feldes ψ erforderlich.

In allen Eigenschaften des Zentral-

kraftfeldes, welche durch die Gl. 15 bis 29 beschrieben werden, steht der Betrag des vektoriellen Produktes $\bar{r} \times \bar{v}_a$ auf, welches im Falle gleichgerichteter Anfangsvektoren wegen $\sin(\bar{r}, \bar{v}_a) = 0$ verschwindet. Sind die Anfangsvektoren nicht gleichgerichtet $\sin(\bar{r}, \bar{v}_a) \neq 0$ so kann dieser allgemeinste Fall stets auf den die Rechnungen vereinfachenden Fall orthogonaler Anfangsvektoren $\sphericalangle(\bar{r}, \bar{v}_a) = \pi/2$ reduziert werden. Nämlich $\bar{r}_1$ und $\bar{v}_1$ gegebene, nicht gleichgerichtete aber auch nicht orthogonale Anfangsvektoren sind, die Lage eines gegebenen Winkel $0 < |\sin(\bar{r}_1, \bar{v}_1)| < 1$ entscheiden und sind $\bar{r}$ und $\bar{v}_a$ die zur Bahn gehörigen orthogonalen Anfangsvektoren $\sin(\bar{r}, \bar{v}_a) = 1$, dann muß nach Gl 15 stets $\bar{r}_1 \times \bar{v}_1 = \bar{r} \times \bar{v}_a$ sein was auch für die Beträge der vektoriellen Produkte gilt.

$$r_1 \cdot v_1 \cdot \sin(\bar{r}_1, \bar{v}_1) = r \cdot v_a \qquad \text{Gl. 30}$$

D.h. alle Zentralbewegungen mit nicht gleichgerichteten Anfangsvektoren $-1 < \sin(\bar{r}_1, \bar{v}_1) \neq 0 < +1$ können auf den einfachen Fall orthogonaler Anfangsvektoren zurückgeführt werden.

Anmerkung zu Leg.

Nach Gl 20 besteht ein direkter Zusammenhang zwischen den beiden Polarkoordinaten r und φ. dr + t_a

Man kann die Bahnkurve in Polarkoordinaten auch durch diesen Zusammenhang darstellen. Der reziproke Wert von Gl 20 liefert integriert die Abhängigkeit $\varphi = \varphi(r)$ in expliziter Form als Integral

$$\varphi = \pm |\bar{r} \times \bar{v}_a| \cdot \int_{r_a}^{r} 1/r^2 \cdot \left[v_a^2 + 2fm \cdot (\psi(r) - \psi(\bar{r})) - 1/r^2 \cdot (\bar{r} \times \bar{v}_a)^2 \right]^{-1/2} dr + \varphi_a \qquad \text{Gl. 25}$$

Die Gleichung beschreibt die Bahnkurve im (r, φ) - System.

III

Induktive Beschreibung der Gravitation als Zentralkraft

1. Experimenteller Befund:

Das Phänomen der Schwere auf der sphärischen Erdoberfläche welches aufgrund von Präzisionsvermessungen mit dem Beobachtungsspiegel in die Form der Gl 1 gebracht werden kann, läßt den Schluß zu, daß die Gravitation ein an den Erdkörper gebundenes Kraftfeld ist. Dieses Kraftfeld muß aber auch von allen Erscheinungen ausgehen auf welche das irdische Gravitationsfeld wirkt. Beobachtungen ergeben, daß grundsätzlich jede dem Beharrungsprinzip folgende Erscheinung also jede Masse, vom irdischen Gravitationsfeld beeinflußt wird was aber bedeutet daß an jede Masse ein vom irdischen unabhängiges Gravitationsfeld gebunden ist. Astrophysikalische Beobachtungen sind die Himmelskörper ebenfalls materieller Natur und man stellt fest, daß sich der Erdmond auf einer geschlossenen Kurve um den Erdkörper bewegt. Wegen der auftretenden Radialen Kraft Kraft = Zentralkräfte ist aber eine solche geschlossene also gekrümmte Bahn nur dann möglich wenn eine der Reaktionskraft entgegengerichtete Kraft mit dieser einen Gleichgewichtszustand anstrebt. Weiter wird beobachtet daß sich auch die Erde auf einer geschlossenen Bahn um den Erdmond bewegt. Das gleiche Phänomen wird bei allen übrigen Planeten des Sonnensystems festgestellt, welche heute haben. Schließlich bewegen sich noch die Planeten selbst und auch die Sonne auf geschlossenen Bahnen um ein gemeinsames Bewegungszentrum was wiederum nur dann möglich ist wenn den Reaktionskräften eine zu diesem Zentrum weisende Kraft entgegenwirkt.

Diese Kraft, welche die geschlossenen Bewegungen um gemeinsame Bewegungszentren im Planetensystem überhaupt möglich macht kann aber nur Gravitation sein. Jede Masse gibt sich mit einem Gravitationsfeld, dessen Feldvektor nach Gl 1 stets auf einen Punkt weist und der als Kraft mit vom geradlinigen Abstand dieses Punktes abhängt. Es muß also eine ganz universelle Massenanziehung der Gravitation geben über deren Natur eine genaue Beobachtung der im Gravitationsfeld vorkommenden Bewegungen also der Planetenbahnen Aufschluß geben kann. Alle in dieser Richtung unternommenen Beobachtungen können in nur drei empirisch gefundenen Gesetzmäßigkeiten den sogen. Kepler'schen Gesetzen zusammengefaßt werden. Diese Gesetze lauten:

α.) der Feldvektor des Gravitationsfeldes ist eine Kraft und stets auf einen Punkt (Gravitationszentrum) gerichtet. Als Funktion des Abstandes von diesem Punkt ist die Gravitationskraft diesem abstand umgekehrt gerichtet. Während

der Bewegung einer Masse (Planeten) im einem Gravitationsfeld überstreicht der Fahrstrahl vom Bewegungszentrum zur bewegten Masse während gleicher Zeiten inhaltsgleiche Flächen. auch findet die Planetenbewegung ~~[illegible]~~ in einer Ebene statt welche das Gravitationszentrum enthält.

3.) Die Bewegungsbahnen der Planeten sind Konfokale Ellipsen in deren gemeinsamen Brennpunkt das Gravitationszentrum liegt.

4.) Bei zwei Planetenbahnen verhalten sich die Quadrate der Umlaufszeiten wie die Kuben der großen Ellipsenachsen.

Es kommt darauf an diese empirischen Aussagen über die Planetenbewegung oder allgemeiner über die Bewegung von Massen im Gravitationsfeld in eine mathematisch verwertbare Form zu bringen aus welcher Schlüsse auf die Natur des Gravitationsfeldes möglich sind. Ist $\bar{r}$ der Abstand eines Bahnpunktes vom gemeinsamen Brennpunkt der Bahnellipsen, und bezeichnet $\bar{r}'$ den Abstand des gleichen Punktes vom zweiten Ellipsenbrennpunkt, ist weiter a eine große Ellipsenachse, ε eine lineare Exzentrizität, t eine Umlaufszeit, dF ein Flächenelement im Polarkoordinaten und wählt das Gravitationszentrum im Pol eines ~~rechtwinkeligen Koordinaten~~-Polarkoordinatensystems, so können die Beobachtungsbefunde

α bis γ im folgenden, mathematisch verwertbare Form gebracht werden

α.) $\ddot{\bar{r}} = \bar{g}(r)$, $\cos(\ddot{\bar{r}}, \bar{r}) = -1$, $\bar{r} = \bar{x} + \bar{y}$, $d\bar{F}/dt = \bar{c} = \text{const}$;

β.) $r_1 + r' = 2a$, $\bar{r}' = \bar{r} + 2\bar{\varepsilon}$, $\measuredangle(\bar{r}, \bar{\varepsilon}) = \varphi$, $dF = \tfrac{1}{2} r^2 \cdot d\varphi$;

γ.) $t_1^2/t_2^2 = a_1^3/a_2^3$, $a^3/t^2 = b = \text{const}$. Gl. 24

Es kommt darauf an, aus diesen Beobachtungstatsachen auf die Natur des Gravitationsfeldes zu schließen.

2.) Mathematische Auswertung des Befundes.

Zunächst folgt aus den experimentellen Ergebnissen ~~[illegible]~~ α und β, daß, wenn die Beobachtungen exakt sind, die Resultierende Massenanziehungskraft $\bar{K} = m \cdot \ddot{\bar{r}} = m \cdot \bar{g}(r)$ der Feldstärke eines Zentralkraftfeldes sein muß denn nach Gl. 13 ist die Konstanz der Flächengeschwindigkeit $\dot{F} = \tfrac{1}{2} r^2 \cdot \dot{\varphi} = \frac{1}{2} c = \text{const}$ und die daraus folgende Konstanz des Drehimpulses eine mit der notwendigen und hinreichenden Bedingung α eines Zentralkraftfeldes äquivalente Aussage. Es muß also eine vom Fahrstrahl r abhängige skalare Ortsfunktion $\Psi = \Psi(r)$ geben, welche ein Energieniveau darstellt, sodaß der Feldvektor des Gravitationsfeldes $\bar{K} = m \cdot \bar{g}(r) = \operatorname{grad} \Psi(r)$ der Gradient dieses Niveaus ist. Hierzu muß ferner wegen $\cos(\ddot{\bar{r}}, \bar{r}) = -1$, die Ableitung $\partial\Psi/\partial r < 0$ sein, also auch $\bar{K} < \bar{0}$.

Es kommt nun darauf an, aus dem Befund ~~[illegible]~~ die Ortsfunktion Ψ zu bestimmen. Diese Ortsfunktion muß von allen speziellen die Bahn kennzeichnenden Konstanten unabhängig sein. Sie darf nur von Universellen,

...ат. уже такой вопрос математика обязательно ...
...ный вид функций. Но оказывается этот вопрос ...
...ение физики можно свести к двум: ...
...ить функцию $\vec{r}(t)$, зная силу $\vec{F}$, действующую ...
...ение функции

...

...

IV

Relativist. Formalismus des Gravitationsfeldes.

1.) Aus der Zentralfeldtheorie folgende Eigenschaften des Gravitationsfeldes.

Bei der relativist. Beschreibung der Gravitationsbewegung hat man stets zwischen zwei Fällen zu unterscheiden:

1.) Die Gravitationsbewegung kommt durch nicht gleichgerichtete Anfangsvektoren zustande,

2.) die Anfangsvektoren welche den Zustand des Systems beim Beginn der Bewegung beschreiben, sind gleichgerichtet.

Der Fall 2 ist ein Sonderfall der allgemeinen Bewegung des Falles 1, der aber gemäß Gl. 25 stets auf den einfacheren Fall orthogonaler Anfangsvektoren $\bar{q} \perp \bar{v}_a$ zurückgeführt werden kann, sodaß $|\bar{q} \times \bar{v}_a| = q \cdot v_a$ wird. Bei den beobachteten Kepler-Bahnen im Gravitationsfeld ist jedoch $\bar{q} \perp \bar{v}_a$ nur an zwei Punkten der Bahn, dem Perihel und dem Aphel möglich. Wenn nichts besonderes erwähnt wird soll $\bar{q}$ immer die Perihelstrahlung und $\bar{v}_a$ die im Perihel herrschende Bahngeschwindigkeit sein. Weiter soll M immer die Masse des als Bezugspunkt gewählten Gravitationszentrums sein, sodaß in Gl 27 als Kürzung $\gamma \cdot M = \mu$ eingeführt werden kann. Nach diesen Festlegungen können alle Eigenschaften der im gravitationsfeld möglichen Bahnen aus dem Zentralfeld $\psi(r) = \mu \cdot m/r$ abgeleitet werden. Wegen der hyperbolischen Natur dieses Zentral-

Anziehungsgesetzes 27 erkennt man zunächst, daß $\bar{K} = -\operatorname{grad} \psi(r) = -\bar{r}_0 \cdot m \cdot \mu/r^2$ ist, was durch Gleichsetzung mit $\bar{K} = m \cdot \ddot{\bar{r}}$ als Gravitationsbeschleunigung $\ddot{\bar{r}} = -\bar{r}_0 \cdot \mu/r^2$ liefert. Da das Energieintegral ψ des Gravitationsfeldes nur vom Fahrstrahl abhängt, sowie die notwendige und hinreichende Bedingung 12 sowie die Existenzvoraussetzung 5 eines Zentralkraftfeldes $\sin(\ddot{\bar{r}}, \bar{r}) = 0$ erfüllt sein. Eine nähere Aussage über die Richtung des Feldvektors ergibt sich aus dem Gradienten des Niveau's. Es ist nämlich $\partial\psi/\partial r < 0$ und daher $\cos(\ddot{\bar{r}}, \bar{r}) = -1$ also $\sphericalangle(\ddot{\bar{r}}, \bar{r}) = \pi$. Der Feldvektor ist demnach in jedem Punkt des Gravitationsfeldes vom Fahrstrahl entgegengerichtet (das Zentrum μ befindet sich im Koordinatenursprung), weiter gilt für das skalare Produkt $\int \ddot{\bar{r}} \cdot d\bar{r} = -\int K \cdot dr =$

$$= -m\mu \cdot \int_q^r dr/r^2 = m^2\mu \cdot (1/r - 1/q)^q = \psi(r) - \psi(q).$$

Dieses Integral muß aber, wenn es sich um eine Niveaufläche handelt, Konstant sein, also $\psi(r) - \psi(q) = m\mu \cdot (1/r - 1/q) = b = \text{const.}$, woraus sich mit $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ die Gleichung der Niveaufläche $x^2 + y^2 + z^2 = r^2 = \left(\frac{m\mu q}{bq + m\mu}\right)^2 = \text{const.}$ ergibt. Die Grundeigenschaften des Gravitationsfeldes

$$\bar{K} = -\bar{r}_0 \cdot m \cdot \mu/r^2 \quad \ddot{\bar{r}} = -\bar{r}_0 \cdot \mu/r^2,$$

$$\cos(\ddot{\bar{r}}\ \bar{r}) = -1, \quad \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{\pm m\mu q}{b \cdot q + m\mu} = \text{const.} \qquad \text{Gl. 28}$$

sagen also aus, daß der Feldvektor des als zentralkraftfeld beschriebenen Gravitationsfeldes die Schwerkraft sowie die Gravitationsbeschleunigung in jedem Punkt des Feldbereiches des vom Einheitsmaß gemessenen Quadrat des Fahrstrahles proportional und diesem stets entgegengerichtet sind. Die Niveauflächen des Gravitationsfeldes sind konzentrische Kugelflächen,

deren gemeinsamer Mittelpunkt das Gravitationszentrum ist. Wenn bei der Ausführung des Linienintegrals über den Feldvektor die obere Integrationsgrenze über alle Grenzen wächst, so ist das uneigentliche Integral $\int_{r}^{\infty} \operatorname{grad} \Psi(\bar{r}) \cdot d\bar{r}$ wegen des hyperbolischen Charakters des Feldes 27 konvergent d. h. die Limesrelation

$$\lim_{r \to \infty} \int_{r}^{\infty} \operatorname{grad} \Psi(\bar{r}) \cdot d\bar{r} = \lim_{r \to \infty} m\varkappa \cdot (1/r - 1/\varrho) = -\Psi(\varrho)$$

existiert. Wenn auf das Gl 28a

Gravitationsfeld $\Psi(r) = m\varkappa/r$ keine gleichartigen Felder wirken so verschwindet wegen $\lim_{r \to \infty} \Psi(r) = 0$ das Gravitationsfeld erst im unendlichen asymptotisch in erster Ordnung. Wenn eine in diesem Feld μ gravitierende Masse m von $r = \varrho$ aus dem Wirkungsbereich des im Unendlichen verschwindenden Feldes gehoben werden soll so ist hierzu nach 28a eine Energie $U(\varrho) = -\Psi(\varrho)$ im potentiellen Sinne erforderlich die im kinetischen Sinne $\mathfrak{E} = -U(\varrho) = +\Psi(\varrho)$ wieder frei wird wenn m aus dem unendlichen mit $\ddot{\bar{r}} = \bar{g}(r) = -\bar{r} \cdot \mu/r^2$ beschleunigt bis zum Abstand ϱ nähert. Durch Gl 28a wird die Definition des Potentials als negatives Niveau gerechtfertigt. Aus der vektoriellen Schreibweise der Gl 28 folgt weiter, wegen $\sin(\ddot{\bar{r}}, \bar{r}) = 0$ unter der Annahme $\measuredangle(\dot{\bar{r}}\, \bar{r}) = \alpha$ und $\sin \alpha \neq 0$, das skalare Produkt $\ddot{\bar{r}} \cdot \dot{\bar{r}} = \ddot{r} \cdot \dot{r} \cdot \cos\alpha = -\mu/r^2 \cdot \dot{r} \cdot \cos\alpha$ oder $\ddot{r} \cdot \dot{r} = -\mu/r^2 \cdot \dot{r}$, also der Annahme entgegen, weil $\sin\alpha = \sin(\ddot{\bar{r}}\, \bar{r}) = \sin(\dot{\bar{r}}\, \bar{r}) \neq 0$ ist, weil also die Existenzvoraussetzung $\sin(\ddot{\bar{r}}, \bar{r}) = \sin(\dot{\bar{r}}\, \bar{r}) = 0$ erfüllt ist. Als Gültigkeit der Existenzbedingung 12 folgt die

Gleichungen 7, 8, 8a, 10, 11, 11a, 13 und 14. Umgekehrt können diese Gleichungen sowohl als auch die Bedingung 12 aus der Voraussetzung $\sin(\ddot{\bar{r}}, \bar{r}) = 0$, welche sich im Falle des Gravitationsfeldes 27 aus dessen Eigenschaft 28 ergab, nach dem gleichen Schema entwickelt werden wie in II, 3, denn diese Ableitungen sind nur an die Existenz eines Zentralfeldes $\Psi(r)$ überhaupt gebunden von dessen speziellerer Natur sie aber unabhängig sind. Nach diesen Gleichungen sind also auch im Gravitationsfeld Bahn- und Drehimpuls konstant während die einzelnen Zentren ihre Gravitationsbewegung um das gemeinsame Trägheitszentrum also den Massenmittelpunkt oder Schwerpunkt ausführen. Dieses Trägheits- oder Gravitationszentrum bleibt im unbeschleunigten Zustand solange keine äußeren Kräfte auf die Einzelbestandteile des Systems gravitierender Massen wirken. Ist dies aber doch der Fall so verhält sich das Gravitationszentrum so als ob die Resultante aller äußeren Kräfte an ihm angreifen. Aus der Konstanz des Drehimpulses beim Fehlen äußerer Drehmomente folgt weiter die Komplanarität aller zu einem System gehörigen Gravitationsbahnen die einerseits einen Rückschluß auf die Existenz des Gravitationszentrums als Trägheitsmittelpunkt gestatten und die andererseits die Gl. 13 und 14 für das Gravitationsfeld ergibt. Dieses besitzt also die weiteren Eigenschaften

$$\sum_{\nu=1}^{n} m_\nu \bar{r}_\nu = (\bar{\xi} + \bar{\eta} + \bar{\zeta}) \sum_{\nu=1}^{n} m_\nu = \text{const}, \quad \sum_{\nu=1}^{n} \bar{r}_\nu \times \bar{G}_\nu = \text{const}, \quad \bar{r} = \bar{x} + \bar{y},$$

$$\bar{F} = \varkappa \bar{r} \times \bar{v} = \tfrac{1}{2} r^2 \cdot \dot{\Phi} = \text{const}, \quad \dot{\Phi} = 1/r^2 \cdot (\bar{q} \times \bar{v}_a), \quad \bar{q} \perp \bar{v}_a \qquad \text{Gl. 29}$$

$\vec{n}, \vec{\varepsilon}) = \sin(\vec{\varepsilon}, \vec{\varepsilon}) = 0$ երբեմն, որտեղ $\vec{\varepsilon}$ ուղղությունը համընկնում է հիմնական առանցքներից մեկի հետ։ Այդ դեպքում $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի մյուս երկու կոորդինատները զրո են։ Օրինակ, եթե $\vec{\varepsilon}$ ուղղությունը համընկնում է z առանցքի հետ, ապա $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$, $\varepsilon_z = \varepsilon$, և $\vec{n}, \vec{\varepsilon}) = n_z \varepsilon$։ Այդ դեպքում $\sin(\vec{n}, \vec{\varepsilon}) = \sqrt{1 - n_z^2}$, և հետևաբար $\sin(\vec{n}, \vec{\varepsilon}) = 0$ պայմանը կբավարարվի, եթե $n_z = \pm 1$, այսինքն՝ $\theta = 0$ կամ $\theta = \pi$։ Այսպիսով, եթե բյուրեղի օպտիկական առանցքը համընկնում է z առանցքի հետ, ապա ճառագայթները, որոնք տարածվում են այդ առանցքի ուղղությամբ, կրկնակի բեկման չեն ենթարկվում։ Նման ճառագայթները կոչվում են սովորական։ Նրանց համար $n_x = n_y = n_o$, և ալիքային մակերևույթի հավասարումը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{x^2 + y^2}{v_o^2} + \frac{z^2}{v_e^2} = \frac{1}{\omega^2}$$

Այս մակերևույթը պտտման էլիպսոիդ է, որի կիսաառանցքները հավասար են v_o/ω և v_e/ω։ Եթե $v_o > v_e$, ապա էլիպսոիդը սեղմված է z առանցքի ուղղությամբ։ Այդ դեպքում $n_o < n_e$, և z առանցքին զուգահեռ տարածվող ճառագայթների համար ֆազային արագությունը ամենափոքրն է։ Եթե $v_o < v_e$, ապա էլիպսոիդը ձգված է z առանցքի ուղղությամբ, $n_o > n_e$, և z առանցքին զուգահեռ տարածվող ճառագայթների համար ֆազային արագությունը ամենամեծն է։

Ընդհանուր դեպքում, երբ $\vec{\varepsilon}$ վեկտորը կազմում է կամայական անկյուն օպտիկական առանցքի հետ, $\sin(\vec{n}, \vec{\varepsilon}) \neq 0$, և $\sin(\vec{n}, \vec{\varepsilon}) = 0$ պայմանը կբավարարվի, եթե $n = n_o$ կամ $n = n_e$։ Այսպիսով, ցանկացած ուղղությամբ տարածվող հարթ ալիքի համար կան երկու տարբեր ֆազային արագություններ։ Այդ ալիքների տատանումները տեղի են ունենում փոխադարձ ուղղահայաց հարթություններում։ Այդ հարթությունների դիրքը որոշվում է $\vec{n}$ ուղղությամբ և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությամբ։ Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։ Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։ Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։

ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։ Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։ Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։

$$v_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{c}{n_{\pm}}$$

Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։ Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։ Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։

$$\frac{x^2 + y^2}{v_o^2} + \frac{z^2}{v_e^2} = \frac{1}{\omega^2}$$

Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։ Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։ Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։

$$\frac{dz}{d\varphi} = \pm r \frac{[n_o^2 - n_e^2 \frac{n_e^2}{n_o^2} + 1] \cdot (n_o^2/n_e^2 - 1)}{[n_o^2 - n_e^2 \frac{n_e^2}{n_o^2} + 1]}$$

Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։ Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։ Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։

$$\frac{dz}{d\varphi} = \pm r \frac{[n_o^2 - n_e^2 \frac{n_e^2}{n_o^2} + 1] \cdot (n_o^2/n_e^2 - 1)}{[n_o^2 - n_e^2 \frac{n_e^2}{n_o^2} + 1]}$$

Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։ Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։ Ալիքի տարածման ուղղությունը և $\vec{\varepsilon}$ վեկտորի ուղղությունը միշտ ուղղահայաց են միմյանց։

ধ্রুবক। $\vec{R} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2}$ ভরকেন্দ্রের অবস্থান ভেক্টর।

$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ আপেক্ষিক অবস্থান ভেক্টর।

$\vec{r}_1 = \vec{R} + \frac{m_2}{m_1+m_2}\vec{r}$, $\vec{r}_2 = \vec{R} - \frac{m_1}{m_1+m_2}\vec{r}$

$\vec{v}_1 = \vec{V} + \frac{m_2}{m_1+m_2}\vec{v}$, $\vec{v}_2 = \vec{V} - \frac{m_1}{m_1+m_2}\vec{v}$

$\vec{p}_1 = m_1\vec{v}_1 = m_1\vec{V} + \frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\vec{v}$

$\vec{p}_2 = m_2\vec{v}_2 = m_2\vec{V} - \frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\vec{v}$

$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = (m_1+m_2)\vec{V} = M\vec{V}$

$\vec{L} = \vec{r}_1\times\vec{p}_1 + \vec{r}_2\times\vec{p}_2 = \vec{R}\times\vec{p} + \vec{r}\times\vec{p}'$

$\vec{p}' = \frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\vec{v}$

$\vec{L} = \vec{L}_{CM} + \vec{R}\times\vec{p}$

$\vec{L}_{CM} = \vec{r}\times\vec{p}'$

$\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = M\frac{d\vec{V}}{dt} = M\vec{A}$

$\vec{\tau}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{L}_{CM}}{dt} + \vec{R}\times\vec{F}_{ext}$

$\vec{\tau}_{CM} = \frac{d\vec{L}_{CM}}{dt} = \vec{r}\times\vec{F}$

$\vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{V} = \text{constant}$

$\vec{\tau}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \vec{L}_{CM} + \vec{R}\times\vec{p}$

$\vec{\tau}_{CM} = 0 \Rightarrow \vec{L}_{CM} = \text{constant}$

$\vec{F}_{ext} = 0, \vec{\tau}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{constant}$

$\vec{F}_{ext} = 0, \vec{\tau}_{CM} = 0 \Rightarrow \vec{L}_{CM} = \text{constant}$

$\vec{F}_{ext} = 0, \vec{\tau}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \vec{L}_{CM} + \vec{R}\times\vec{p}$

$\vec{F}_{ext} = 0, \

um m_2 zu gravitieren. Zur Vereinfachung soll angenommen werden, daß m vor dem Impuls $m \cdot v_a$ im Abstand q_1 relativ zum System (m_1, m_2) in Ruhe ist und daß ferner $\bar{q}_1$ sowohl als auch $\bar{v}_a$ mit der gradlinigen Verbindung $\bar{s} = \bar{r}_1 + \bar{r}_2$ zwischen m_1 und m_2 zusammenfallen, daß also $\sphericalangle(\bar{q}_1, \bar{s}) = \sphericalangle(\bar{v}_a, \bar{s}) = 0$ ist. q_1, s und v_e sowie m_1 und m_2 sind gegeben. Aus ihnen soll v_a bestimmt werden. Nach 22a ist $m/2 \cdot (v_e^2 - v_a^2) = \int_{r_1}^{r_1+r_2-q_1} K_1 \cdot dr - \int_{r_2}^{r_2} K_2 \cdot dr = \psi_1(r_1) + \psi_2(r_2) - \psi_1(q_1) - \psi_2(s-q_1) = \gamma \cdot m \cdot (m_1/r_1 + m_2/r_2 - m_1/q_1 - \frac{m_2}{s-q_1})$. Unter Berücksichtigung von 32a wird $v_e^2 - v_a^2 = -2\gamma \cdot [\frac{2}{s}(m_1+m_2) - m_1/q_1 - \frac{m_2}{s-q_1}] = -2\gamma/s \cdot [m_1(2 - s/q_1) + m_2 \cdot (\frac{s-2q_1}{s-q_1})] = \frac{2\gamma}{s} \cdot [m_1/q_1 - \frac{m_2}{s-q_1}]$ und damit die Anfangsgeschwindigkeit

$$v_a = \pm \sqrt{v_e^2 + \frac{2\gamma}{s} \cdot [m_1/q_1 - \frac{m_2}{s-q_1}] \cdot (s-2q_1)} \qquad \text{Gl 32 c}$$

Die Gleichung ist allerdings nur dann gültig, wenn die Bewegung auf der geradlinigen Verbindungsstrecke s zwischen beiden Massen stattfindet. / Wenn nur zwei Massen M und m gegeben sind und wenn m in einem Anfangsabstand q nach Gl 32 die Geschwindigkeit v_a erhalten soll derart, daß die kinetische Energie von m gleich dem gesamten gravitativen Potential von M im Abstand q ist, so muß m auf einer bestimmten Bahn, Parabel, die im Unendlichen liegende Gravitationsgrenze $r = \infty$ mit der Endgeschwindigkeit $v = 0$ erreichen. Es muß also für diese im Unendlichen liegende Schwere-Grenze der Grenzwert $\lim_{r \to \infty} m/2 \cdot (v_a^2 - v_p^2) = \int_q^r K \cdot dr = \psi(r) - \psi(q)$ gelten. Man erkennt aus

↳ Anmerkung auf S 105

daß der zweite Teil von Gl 32 nur ein Sonderfall des allgemeinen Gesetzes 32 c ist, denn es existiert die Limesrelation $m/2 \cdot \lim_{r \to \infty}(v_a^2 - v_p^2) = m\,\alpha \cdot \lim_{r \to \infty}(1/r - 1/q)$ oder $v_p^2 = 2\mu/q$. Dieser Ausdruck ist aber mit 32 identisch. Der Ausdruck, der zur Ueberwindung des gesamten gravitationspotential erforderlichen anfangsgeschwindigkeit v_p ist tatsächlich ein Sonderfall der Gl 32 c für eine im Unendlichen liegende Gravitationsgrenze.

Anmerkung zu Seite 25.

Andererseits drückt die aus der Komplanarität der Zentralbewegungen $\bar{r} = \bar{x} + \bar{y}$ folgende Konstanz der Flächengeschwindigkeit $2\bar{f} = \bar{r} \times \bar{v} = r^2 \cdot \dot{\varphi} = 2\bar{c}$ wegen $\bar{u} = m \cdot \bar{r} \times \bar{v} = \bar{r} \times \bar{G} = 2m \cdot \bar{c} = \text{const.}$ zugleich die Konstanz des Drehimpulses aus welche auch durch Gl 15 beschrieben ist. Die Entwicklung von Gl 15 geht aber von den gleichen Voraussetzungen aus, wie die Entwicklung von Gl 12, aus welcher Gl 13 folgte. Wenn also Gl 13 erfüllt ist kann über Gl 12 auf die Gültigkeit der Gl 15 und damit auf die Existenz der zeitlich konstanten Bahnebene geschlossen werden und umgekehrt. Man kann also die beiden Ausdrücke der Existenzbedingung 17 ineinander überführen, woraus hervorgeht daß beide Teile äquivalent sind. Da auch Gl 18 mit dem zweiten Teil der Gl 12 äquivalent ist kann ...

Anmerkung zu Seite 28: denn aus $m\ddot{r} = f(r) = |\text{grad } \psi(r)|$ folgt $\psi(r) = \int_q^r f(r) \cdot dr + \psi(q)$.

2.) allgemeine Bahngleichung gravitierender Massen.

Die Gl. 28 bis 32 c beschreiben Eigenschaften des Gravitationsfeldes, welche sich aus einer Anwendung des Formalismus der Zentralfeldtheorie auf die empirisch gefundene Gestalt-Funktion χ des Gravitationsfeldes ergeben. Diese Eigenschaften sagen jedoch nichts über die allgemeinste Form der Gravitationsbewegung aus, die jedenfalls als Zentralbewegung beschrieben werden kann. Die statisch stabile Bewegung auf dem Meridian einer Niveaufläche muß auf jeden Fall möglich sein, doch kann es sich bei der zirkulären Bahn nur um den Sonderfall einer allgemeinen Gravitationsbahn handeln, da auch nicht zirkuläre Bahnen schon durch die zweite in Gl 32 enthaltene kritische Geschwindigkeit v_a angedeutet werden. Um eine Gravitationsbewegung zu charakterisieren eine Masse m auf einer beliebigen im Gravitationsfeld möglichen Bahn. Da die Bewegung auf dieser Bahn wegen Gl 27, als Zentralbewegung beschrieben wird, muß sie für alle Zentralbewegungen gültige, komplexe allgemeine Bahngleichung 16, also $|\bar{q} \times \dot{\bar{r}}| = r^2 \cdot \dot{\varphi}$ (Flächensatz) $= r^2 \cdot \ddot{\varphi} \cdot e^{i\varphi} \cdot d\varphi$, annehmbar sein. Nach Einführung von $q \cdot k = \mu$ mit Hilfe der Beziehung der orthogonalität der Vektoren $\bar{q} \perp \bar{v}_a$ und Benutzung von $\ddot{\bar{r}} = -\frac{\bar{r}_0 \cdot \mu}{q \cdot v_a}$ (nach Gl 28) die Komplexgleichung $(\dot{\bar{r}} + i\bar{r}\dot{\varphi}) \cdot e^{i\varphi} \cdot d\varphi = -\frac{1}{i} \cdot (\bar{B} \cdot e^{i\varphi} \pm \bar{C} \cdot e^{i\varphi_a})$.

mit Kürzung wurde $\bar{B} = \frac{\bar{r}_0 \cdot \mu}{q \cdot v_a}$ eingeführt. $\bar{C} \cdot e^{i\varphi_a}$ ist eine Komplexe Integrationskonstante; da q der Betrag der Flächengeschwindigkeit ist muß der zugehörige Faktorwinkel $\varphi_a = \sphericalangle(\bar{B}, \bar{a})$ = 0 sein ($\bar{a}$ ist die Richtung der als Polarachse ausgezeichneten Kurvenachse). Als Integrationskonstante ergibt sich somit $\bar{C} \cdot e^{i\varphi_a} = \bar{C}$ und die Bahngleichung nimmt damit die Form an $(\dot{\bar{r}} + i\bar{r}\dot{\varphi}) \cdot e^{i\varphi} = -\frac{1}{i} \cdot (\bar{B} \cdot e^{i\varphi} \pm \bar{C})$. Man löst mit $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i \sin\varphi$ auf $(\dot{\bar{r}} \cdot \cos\varphi - \bar{r}\dot{\varphi} \cdot \sin\varphi) + i \cdot (\dot{\bar{r}} \cdot \sin\varphi + \bar{r}\dot{\varphi} \cdot \cos\varphi) = -\bar{B} \cdot \sin\varphi - \frac{1}{i} \cdot (\bar{B} \cdot \cos\varphi \pm \bar{C})$ und benutzt den reellen Anteil $\dot{\bar{r}} \cdot \cos\varphi - \bar{r}\dot{\varphi} \cdot \sin\varphi = -\bar{B} \cdot \sin\varphi$ vom Imaginärteil $\dot{\bar{r}} \cdot \sin\varphi + \bar{r}\dot{\varphi} \cdot \cos\varphi = \bar{B} \cdot \cos\varphi \pm \bar{C}$. Aus dem Realteil wird $\dot{\bar{r}} = (\bar{r}\dot{\varphi} - \bar{B}) \cdot \operatorname{tg}\varphi$ eliminiert und im Imaginärteil substituiert: $(\bar{r}\dot{\varphi} - \bar{B}) \cdot \operatorname{tg}\varphi + \bar{r}\dot{\varphi} \cdot \cos\varphi = \bar{B} \cdot \cos\varphi \pm \bar{C}$ oder $\bar{r}\dot{\varphi} \cdot (\operatorname{tg}\varphi + \cos\varphi) = \bar{B} \cdot (\operatorname{tg}\varphi + \cos\varphi) \pm \bar{C} \cdot \sec\varphi$, was nach Erweiterung und Umstellung $\bar{r}\dot{\varphi} \cdot (\operatorname{tg}\varphi + \cos\varphi) \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi = \bar{B} \cdot (\operatorname{tg}\varphi + \cos\varphi) \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi \pm \bar{C} \cdot \cos\varphi$ oder $\bar{r}\dot{\varphi} = \bar{B} \pm \bar{C} \cdot \cos\varphi$ ergibt, da $(\operatorname{tg}\varphi + \cos\varphi) \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi = \sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$ ist. Ferner muß $\bar{B}/B = \bar{C}/C = \bar{r}_0$ sein. Auch C soll wegen der Komplexnatürlichkeit aller Zentralbewegungen auch im Gravitationsfeld die Orthogonalitätsbeziehung $\bar{r} \perp \dot{\bar{r}}$. Der Betrag der Bahngleichung ist daher $|\bar{r} \times \dot{\bar{r}}| = |\bar{r}_0| \cdot |(\bar{B} \pm \bar{C} \cdot \cos\varphi)| = (B \pm C \cdot \cos\varphi) \cdot |\bar{r}_0| = r \cdot \dot{\varphi}$ und $|(\bar{B} \pm \bar{C} \cdot \cos\varphi)| = (B \pm C \cdot \cos\varphi)$. Dies ergibt mit also $r \cdot \dot{\varphi} = B \pm C \cdot \cos\varphi$. Dies ergibt mit $\dot{\varphi} = \frac{1}{r^2} \cdot q \cdot v_a$ und $B = \frac{\mu}{q \cdot v_a}$ den gesuchten Zusammenhang $r = r(\varphi)$ in Polarkoordinaten $r = (q \cdot v_a)^2 \cdot (\mu \pm q \cdot v_a \cdot C \cdot \cos\varphi)^{-1}$. Die Konstante C kann ebenfalls durch die Exzentrizität

bedeutet und p ausgedrückt werden. Sie gilt als Integrationskonstante für das Perizentrum daher muß zu jeder Bestimmung in der Bahngleichung $r = \varphi$ und $\varphi = \varphi_a = 0$ gesetzt werden. Man erhält $\pm \varphi \cdot v_a \cdot b = v_a^2 \cdot \varphi - \mu$ und damit endgültig die allgemeine Bahngleichung gravitierender Massen in Polarkoordinaten

$$r = \frac{(\varphi \cdot v_a)^2}{\mu + (v_a^2 \cdot \varphi - \mu) \cdot \cos \varphi} \qquad \text{Gl 33}$$

Diese Bahngleichung $r = r(\varphi)$ entspricht formal der allgemeinen analytischen Kegelschnittgleichung in Polarkoordinaten $r = b^2 \cdot (a \pm e \cdot \cos \varphi)^{-1}$, wenn a und b die Kegelschnittachsen und e die lineare Kegelschnittexzentrizität bedeuten. Man kann also

$$b^2 \cdot (a \pm e \cdot \cos \varphi)^{-1} \equiv (\varphi \cdot v_a)^2 \cdot (\mu + (v_a^2 \cdot \varphi - \mu) \cdot \cos \varphi)^{-1},$$

$$a \equiv \mu, \quad b \equiv \varphi \cdot v_a, \quad \pm e \equiv v_a^2 \cdot \varphi - \mu \qquad \text{Gl 33a}$$

setzen. Gravitierende Massen bewegen sich demnach stets auf Kegelschnittlinien. Wenn aus der analytischen Kegelschnittgleichung 33a mit dem Energiesatz 30 die Konstanten Bestimmungsstücke der Kegelschnittlinien, die Abhängigkeit von den Beträgen der Anfangsvektoren mit der Faktorkonstanten μ darstellbar sind und wenn diese Größen in 33a eingesetzt 33 ergeben, dann muß Gl 33 tatsächlich mit der allgemeinen Kegelschnittgleichung identisch sein. Weiter muß die Abhängigkeit der Konstanten Bestimmungsstücke von den Konstanten der Gravitationsbewegung Aufschluß über die im Fall möglichen Kegelschnittlinien und die bestimmende Zuordnung der Bahnkurve mit den Anfangsvektoren geben.

3.) Form der Gravitationsbahn in Abhängigkeit von der Perihelgeschwindigkeit.

Zur Führung des Identitätsnachweises der physikalischen Bahngleichung 33 mit der analytischen Kegelschnittgleichung $r = b^2 \cdot (a \pm e \cdot \cos \varphi)^{-1}$ müssen die formbestimmenden Konstanten a, b und e jeder Kegelschnittlinie durch die Konstanten φ, v_a und μ jeder Gravitationsbewegung ausgedrückt werden. Wenn die so ermittelten Bestimmungsstücke $b = b(\varphi, v_a, \mu)$, $a = a(\varphi, v_a, \mu)$ und $e = e(\varphi, v_a, \mu)$ in die Kegelschnittgleichung eingesetzt die Bahngleichung 33 ergeben so besteht tatsächlich die Identität. Zunächst wird die Ableitung der Kegelschnittgleichung in Polarkoordinaten nach dem Fahrstrahlwinkel unter Verwendung der Kettenregel gebildet. Aus $r = b^2 \cdot (a \pm e \cdot \cos \varphi)^{-1}$ folgt $dr/d\varphi = \frac{\pm b^2 \cdot e \cdot \sin \varphi}{(a \pm e \cos \varphi)^2} = \pm r^2/b^2 \cdot e \sin \varphi = \pm r^2/b^2 \sqrt{e^2 - a^2 \cos^2 \varphi}$. Hierin ist im Falle der allgemeinen Kegelschnittlinie $e^2 = a^2 \pm b^2$ und $e^2 \cdot \cos^2 \varphi = (b^2/r - a)^2$ also $dr/d\varphi = r^2/b^2 \sqrt{\frac{2ar}{r} - b^4/r^2}$ oder $dr/d\varphi = r \cdot \sqrt{\frac{2ar}{b^2} \pm r^2/b^2 - 1}$. Die Ableitung wird mit dem Energiesatz $dr/d\varphi = r \cdot \sqrt{r^2/\varphi^2 - 1 + \frac{2\mu r}{\varphi^2 v_a^2} \cdot (1 - r/\varphi)}$ verglichen, was $\frac{2ar}{b^2} = (1/\varphi^2 \mp 1/b^2 - \frac{2\mu}{\varphi^3 v_a^2}) \cdot r^2 + \frac{2\mu r}{\varphi^2 v_a^2}$, oder $a = (1/\varphi^2 \mp 1/b^2 - \frac{2\mu}{\varphi^3 v_a^2}) \cdot r/2 \cdot b^2 + \frac{\mu b^2}{\varphi^2 v_a^2} = \frac{\mu b^2}{\varphi^2 v_a^2}$ liefert. Denn da a = const. von r unabhängig sein muß verschwinden in dem ausführlichen alle Summanden, wenn die variable als Faktor enthalten. Es ist daher $1/\varphi^2 \mp 1/b^2 - \frac{2\mu}{\varphi^3 v_a^2} = 0$, woraus $b = \frac{\varphi \cdot v_a}{\sqrt{2(2\mu/\varphi - v_a^2)}}$ folgt, was in a eingesetzt $a = \frac{\pm \mu}{2\mu/\varphi - v_a^2}$ ergibt

Für die lineare Exzentrizität jeder Kegelschnitt-
linie muß stets $e^2 = a^2 \pm b^2$ gelten, was
unter Hinzufügung der Identität $2aq - 2aq = 0$
in $e^2 = a^2 - 2aq + 2aq \pm b^2 = a^2 - 2aq + \frac{2\mu q - q v_a^2}{2\mu/q - v_a^2}$
$= e^2 - 2aq + q^2 = (a-q)^2$, also $e = \pm(a-q)$
übergeht. D.h. wenn Gl 33 die allgemeine
Form einer Kegelschnittlinie ist muß ein
Brennpunkt der Bahn stets mit dem Koor-
dinatenmittelpunkt zusammenfallen in dem
zugleich das Gravitationszentrum angenom-
men wurde. Durch Einsetzen von
$a = a(q, v_a, \mu)$ wird hieraus $e = \pm(a-q) =$
$= \frac{q \cdot v_a^2 - \mu}{2\mu/q - v_a^2}$. Hiermit sind die drei form-
bestimmenden Konstanten
der Kegelschnittlinie durch die Konstanten
der Gravitationsbewegung in der Form

$$a = \frac{\pm\mu}{2\mu/q - v_a^2}, \quad b = \frac{q \cdot v_a}{\sqrt{\mp(2\mu/q - v_a^2)}},$$

$$e = \pm(a-q) = \frac{q \cdot v_a^2 - \mu}{2\mu/q - v_a^2} \qquad \text{Gl. 34}$$

gegeben. Einsetzen dieser drei Beziehungen
in $r = b^2 \cdot (a \pm e \cdot \cos\varphi)^{-1}$ ergibt sachlich
die physikalische Bahngleichung 33. Die
Bewegung gravitierender Massen findet
immer auf Kegelschnittlinien statt in
deren einem Brennpunkt das Gravita-
tionszentrum liegt. Gl 34 zeigt weiter,
daß die bei jeder Kegelschnittlinie bestim-
menden Größen a, b und e bei konstan-
ter Periheldistanz q noch von der Peri-
heldgeschwindigkeit v_a abhängen d.h.
jede Änderung dieser Geschwindigkeit
bringt eine Änderung der Kurventypen
mit. Es ist zu erwarten, daß alle vier
Typen von Kegelschnittlinien nämlich

Kreis Ellipse Parabel und Hyperbel be-
schrieben werden, wenn die Periheldgeschwin-
digkeit das Intervall $0 < v_a < \infty$
durchläuft. Auf jeden Fall existiert
ist die Bewegung auf dem Meridian einer
Niveaufläche mit der Geschwindigkeit $v_a =$
$= v_k = \sqrt{\mu/q}$. Wird dieser Wert in 34
eingesetzt so folgt für die in den Nen-
nern stehende Differenz $2\mu/q - v_k^2 = \mu/q$
und $a = b = q$, $e = 0$. Dies ist aber
das analytische Kennzeichen einer
Kreisbahn d.h. die statisch stabile
Bewegung, mit der nach Gl 32 be-
stimmten Geschwindigkeit ist im
Gravitationsfeld tatsächlich zirkulat. Für
jeden Abstand q gibt es nur eine Kreis-
bahn und diese ist ein Sonderfall der
allgemeinen Kegelschnittgleichung. Die zir-
kulare Gravitationsbewegung selbst wird
nach 34 vollständig durch
$v_a = v_k = \sqrt{\mu/q}$, $2\mu/q - v_k^2 = \mu/q$,
$a = b = q$, $e = 0$ Gl 35
der andere durch Gl 32 beschriebene Sonderfall
ist die Bewegung auf einer offenen Bahn
welche die Masse über die im Unendlichen lie-
gende Gravitationsgrenze führt. Die exponen-
tielle irrationale Geschwindigkeit $v_\infty = v_k \cdot \sqrt{2}$
muß der betreffenden Masse im Abstand q
vom Gravitationszentrum erteilt werden,
damit diese das Gravitationspotential
überwindet. Die Bewegung selbst findet
auf einem ins Unendliche führenden Hy-
perast statt, der jedenfalls ein Parabelast
sein muß weil $2\mu/q - v_p^2 = 0$, also $a = b = p = 0$

Jede monotone Funktion eines Parameters ist. Die monotonen Funktionen stetiger Argumente sind selbst stetig. Eine monotone Funktion $f(x)$ hat höchstens abzählbar viele Unstetigkeitsstellen. Ist $f(x)$ monoton wachsend und $x_1 < x_2$, so ist $f(x_1) \le f(x_2)$. Ist $f(x)$ monoton wachsend und $f(x_1) = f(x_2)$, so ist $f(x)$ für $x_1 \le x \le x_2$ konstant. Ist $f(x)$ monoton wachsend und $f(x_1) < f(x_2)$, so gibt es zu jedem y mit $f(x_1) < y < f(x_2)$ genau ein x mit $x_1 < x < x_2$ und $f(x) = y

समीकरण $\frac{dy}{dx} = f(x,y)$ के हल $y = \varphi(x)$ के ज्यामितीय गुणों का अध्ययन करने के लिए हमें इस समीकरण के दाहिने पक्ष पर कुछ प्रतिबंध लगाने पड़ते हैं। मान लीजिए कि फलन $f(x,y)$ और उसका आंशिक अवकलज $f'_y(x,y)$ आयत $a < x < b$, $c < y < d$ में सतत हैं। तब कोशी के प्रमेय के अनुसार इस आयत के किसी भी बिंदु (x_0, y_0) से होकर जाने वाला समीकरण का केवल एक ही हल होता है। इस प्रमेय की सिद्धि के लिए हम पिकार के क्रमागत सन्निकटन की विधि का प्रयोग करेंगे। मान लीजिए कि $x_0 = a$ और $y_0 = \frac{c+d}{2}$। तब $y_0 - c = \frac{d-c}{2}$ और $d - y_0 = \frac{d-c}{2}$। अतः $|y - y_0| \le \frac{d-c}{2}$ जब $c \le y \le d$। माना $M = \max |f(x,y)|$ और $N = \max |f'_y(x,y)|$ आयत में। h को इतना छोटा लीजिए कि $h < a - x_0$, $h < \frac{d-c}{2M}$ और $h < \frac{1}{N}$। अब $x_0 \le x \le x_0 + h$ के लिए $y = \varphi(x)$ का ग्राफ़ आयत के भीतर रहेगा। $x_0 \le x \le x_0 + h$ के लिए $y = \varphi(x)$ का ग्राफ़ आयत के भीतर रहेगा। $x_0 \le x \le x_0 + h$ के लिए $y = \varphi(x)$ का ग्राफ़ आयत के भीतर रहेगा।

(4) दिखाइए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+y^2}{2xy}$ का हल $x^2 - y^2 = cy$ है जहाँ c एक स्वेच्छ अचर है। ज्यामितीय दृष्टि से इसका क्या अर्थ है?

दिए गए अवकल समीकरण से $c = \frac{x^2-y^2}{y}$। अतः $\frac{dc}{dx} = \frac{2xy \cdot y - (x^2-y^2)\cdot 2y\frac{dy}{dx}}{y^2} = 0$ या $2xy - (x^2-y^2)\frac{dy}{dx} = 0$ या $\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{x^2-y^2}$। यही दिया हुआ समीकरण है। अतः $x^2 - y^2 = cy$ दिए गए समीकरण का हल है। ज्यामितीय दृष्टि से यह समकोणिक वृत्तों के केंद्रों के बिंदुपथ $y = x$ पर केंद्र वाले वृत्तों का कुल है।

(5) दिखाइए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ का हल $x^2 + y^2 = cx$ है जहाँ c एक स्वेच्छ अचर है। ज्यामितीय दृष्टि से इसका क्या अर्थ है?

दिए गए अवकल समीकरण से $c = \frac{x^2+y^2}{x}$। अतः $\frac{dc}{dx} = \frac{2x \cdot x - (x^2+y^2)}{x^2} - \frac{2y\frac{dy}{dx}}{x} = 0$ या $2x^2 - (x^2+y^2) - 2xy\frac{dy}{dx} = 0$ या $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2-y^2}{2xy}$। यही दिया हुआ समीकरण है। अतः $x^2 + y^2 = cx$ दिए गए समीकरण का हल है। ज्यामितीय दृष्टि से यह x-अक्ष को मूल बिंदु पर स्पर्श करने वाले वृत्तों का कुल है।

(6) दिखाइए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+y^2+x}{x^2-y^2+y}$ का हल $x^2 + y^2 = ce^{\tan^{-1}\frac{y}{x}}$ है जहाँ c एक स्वेच्छ अचर है। ज्यामितीय दृष्टि से इसका क्या अर्थ है?

दिए गए अवकल समीकरण से $c = \frac{x^2+y^2}{e^{\tan^{-1}\frac{y}{x}}}$। अतः $\frac{dc}{dx} = \frac{2x + 2y\frac{dy}{dx}}{e^{\tan^{-1}\frac{y}{x}}} - \frac{(x^2+y^2)\cdot e^{\tan^{-1}\frac{y}{x}} \cdot \frac{1}{1+\frac{y^2}{x^2}} \cdot \frac{x\frac{dy}{dx} - y}{x^2}}{e^{2\tan^{-1}\frac{y}{x}}} = 0$ या $2x + 2y\frac{dy}{dx} - \frac{(x^2+y^2)\left(x\frac{dy}{dx} - y\right)}{x^2+y^2} = 0$ या $2x + 2y\frac{dy}{dx} - x\frac{dy}{dx} + y = 0$ या $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y}{x-2y}$। यही दिया हुआ समीकरण है। अतः $x^2 + y^2 = ce^{\tan^{-1}\frac{y}{x}}$ दिए गए समीकरण का हल है। ज्यामितीय दृष्टि से यह मूल बिंदु पर केंद्र वाले समकोणिक सर्पिलों का कुल है।

(7) दिखाइए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+y^2+x}{x^2-y^2+y}$ का हल $x^2 + y^2 = ce^{\tan^{-1}\frac{y}{x}}$ है जहाँ c एक स्वेच्छ अचर है। ज्यामितीय दृष्टि से इसका क्या अर्थ है?

दिए गए अवकल समीकरण से $c = \frac{x^2+y^2}{e^{\tan^{-1}\frac{y}{x}}}$। अतः $\frac{dc}{dx} = \frac{2x + 2y\frac{dy}{dx}}{e^{\tan^{-1}\frac{y}{x}}} - \frac{(x^2+y^2)\cdot e^{\tan^{-1}\frac{y}{x}} \cdot \frac{1}{1+\frac{y^2}{x^2}} \cdot \frac{x\frac{dy}{dx} - y}{x^2}}{e^{2\tan^{-1}\frac{y}{x}}} = 0$ या $2x + 2y\frac{dy}{dx} - \frac{(x^2+y^2)\left(x\frac{dy}{dx} - y\right)}{x^2+y^2} = 0$ या $2x + 2y\frac{dy}{dx} - x\frac{dy}{dx} + y = 0$ या $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y}{x-2y}$। यही दिया हुआ समीकरण है। अतः $x^2 + y^2 = ce^{\tan^{-1}\frac{y}{x}}$ दिए गए समीकरण का हल है। ज्यामितीय दृष्टि से यह मूल बिंदु पर केंद्र वाले समकोणिक सर्पिलों का कुल है।

فإذا كانت $a_n > \sqrt{n}$ فإن المتسلسلة $\sum a_n$ تكون متقاربة بالتعريف. Theorem. If $a_n > \sqrt{n}$ then the series $\sum a_n$ is convergent by definition.

Proof. Since $a_n > \sqrt{n}$ we have $a_n^2 > n$ and $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$. But $\sum \frac{1}{n}$ is divergent. Hence $\sum \frac{1}{a_n^2}$ is also divergent. Therefore the series $\sum a_n$ is convergent.

برهان. بما أن $a_n > \sqrt{n}$ فإن $a_n^2 > n$ و $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$. ولكن $\sum \frac{1}{n}$ متباعدة. لذلك $\sum \frac{1}{a_n^2}$ متباعدة أيضاً. وعليه فإن $\sum a_n$ متقاربة.

Proof. Since $a_n < \sqrt{n}$, we have $a_n^2 < n$ and $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$. But $\sum \frac{1}{n}$ is divergent. Hence $\sum \frac{1}{a_n^2}$ is also divergent. Therefore the series $\sum a_n$ is divergent.

برهان. بما أن $a_n < \sqrt{n}$ فإن $a_n^2 < n$ و $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$. ولكن $\sum \frac{1}{n}$ متباعدة. لذلك $\sum \frac{1}{a_n^2}$ متباعدة أيضاً. وعليه فإن $\sum a_n$ متباعدة.

Theorem. If $a_n < \sqrt{n}$ and $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$ for all n, then $\sum a_n$ is divergent.

نظرية. إذا كان $a_n < \sqrt{n}$ و $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$ لكل n، فإن $\sum a_n$ متباعدة.

Theorem. If $a_n > \sqrt{n}$ and $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$ for all n, then $\sum a_n$ is convergent.

نظرية. إذا كان $a_n > \sqrt{n}$ و $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$ لكل n، فإن $\sum a_n$ متقاربة.

Proof. Since $a_n > \sqrt{n}$ we have $a_n^2 > n$ and $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$. But $\sum \frac{1}{n}$ is convergent. Hence $\sum \frac{1}{a_n^2}$ is also convergent. Therefore the series $\sum a_n$ is convergent.

برهان. بما أن $a_n > \sqrt{n}$ فإن $a_n^2 > n$ و $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$. ولكن $\sum \frac{1}{n}$ متقاربة. لذلك $\sum \frac{1}{a_n^2}$ متقاربة أيضاً. وعليه فإن $\sum a_n$ متقاربة.

Theorem. If $a_n < \sqrt{n}$ and $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$ for all n, then $\sum a_n$ is convergent.

نظرية. إذا كان $a_n < \sqrt{n}$ و $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$ لكل n، فإن $\sum a_n$ متقاربة.

Proof. Since $a_n < \sqrt{n}$ we have $a_n^2 < n$ and $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$. But $\sum \frac{1}{n}$ is convergent. Hence $\sum \frac{1}{a_n^2}$ is also convergent. Therefore the series $\sum a_n$ is convergent.

برهان. بما أن $a_n < \sqrt{n}$ فإن $a_n^2 < n$ و $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$. ولكن $\sum \frac{1}{n}$ متقاربة. لذلك $\sum \frac{1}{a_n^2}$ متقاربة أيضاً. وعليه فإن $\sum a_n$ متقاربة.

Theorem. If $a_n > \sqrt{n}$ and $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$ for all n, then $\sum a_n$ is divergent.

نظرية. إذا كان $a_n > \sqrt{n}$ و $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$ لكل n، فإن $\sum a_n$ متباعدة.

Proof. Since $a_n > \sqrt{n}$ we have $a_n^2 > n$ and $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$. But $\sum \frac{1}{n}$ is divergent. Hence $\sum \frac{1}{a_n^2}$ is also divergent. Therefore the series $\sum a_n$ is divergent.

برهان. بما أن $a_n > \sqrt{n}$ فإن $a_n^2 > n$ و $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$. ولكن $\sum \frac{1}{n}$ متباعدة. لذلك $\sum \frac{1}{a_n^2}$ متباعدة أيضاً. وعليه فإن $\sum a_n$ متباعدة.

Theorem. If $a_n < \sqrt{n}$ and $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$ for all n, then $\sum a_n$ is convergent.

نظرية. إذا كان $a_n < \sqrt{n}$ و $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$ لكل n، فإن $\sum a_n$ متقاربة.

Proof. Since $a_n < \sqrt{n}$ we have $a_n^2 < n$ and $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$. But $\sum \frac{1}{n}$ is convergent. Hence $\sum \frac{1}{a_n^2}$ is also convergent. Therefore the series $\sum a_n$ is convergent.

برهان. بما أن $a_n < \sqrt{n}$ فإن $a_n^2 < n$ و $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$. ولكن $\sum \frac{1}{n}$ متقاربة. لذلك $\sum \frac{1}{a_n^2}$ متقاربة أيضاً. وعليه فإن $\sum a_n$ متقاربة.

Theorem. If $a_n > \sqrt{n}$ and $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$ for all n, then $\sum a_n$ is divergent.

نظرية. إذا كان $a_n > \sqrt{n}$ و $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$ لكل n، فإن $\sum a_n$ متباعدة.

Proof. Since $a_n > \sqrt{n}$ we have $a_n^2 > n$ and $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$. But $\sum \frac{1}{n}$ is divergent. Hence $\sum \frac{1}{a_n^2}$ is also divergent. Therefore the series $\sum a_n$ is divergent.

برهان. بما أن $a_n > \sqrt{n}$ فإن $a_n^2 > n$ و $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$. ولكن $\sum \frac{1}{n}$ متباعدة. لذلك $\sum \frac{1}{a_n^2}$ متباعدة أيضاً. وعليه فإن $\sum a_n$ متباعدة.

Theorem. If $a_n < \sqrt{n}$ and $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$ for all n, then $\sum a_n$ is divergent.

نظرية. إذا كان $a_n < \sqrt{n}$ و $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$ لكل n، فإن $\sum a_n$ متباعدة.

Proof. Since $a_n < \sqrt{n}$ we have $a_n^2 < n$ and $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$. But $\sum \frac{1}{n}$ is divergent. Hence $\sum \frac{1}{a_n^2}$ is also divergent. Therefore the series $\sum a_n$ is divergent.

برهان. بما أن $a_n < \sqrt{n}$ فإن $a_n^2 < n$ و $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$. ولكن $\sum \frac{1}{n}$ متباعدة. لذلك $\sum \frac{1}{a_n^2}$ متباعدة أيضاً. وعليه فإن $\sum a_n$ متباعدة.

Theorem. If $a_n > \sqrt{n}$ and $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$ for all n, then $\sum a_n$ is convergent.

نظرية. إذا كان $a_n > \sqrt{n}$ و $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$ لكل n، فإن $\sum a_n$ متقاربة.

Proof. Since $a_n > \sqrt{n}$ we have $a_n^2 > n$ and $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$. But $\sum \frac{1}{n}$ is convergent. Hence $\sum \frac{1}{a_n^2}$ is also convergent. Therefore the series $\sum a_n$ is convergent.

برهان. بما أن $a_n > \sqrt{n}$ فإن $a_n^2 > n$ و $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$. ولكن $\sum \frac{1}{n}$ متقاربة. لذلك $\sum \frac{1}{a_n^2}$ متقاربة أيضاً. وعليه فإن $\sum a_n$ متقاربة.

Theorem. If $a_n < \sqrt{n}$ and $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$ for all n, then $\sum a_n$ is divergent.

نظرية. إذا كان $a_n < \sqrt{n}$ و $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$ لكل n، فإن $\sum a_n$ متباعدة.

Proof. Since $a_n < \sqrt{n}$ we have $a_n^2 < n$ and $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$. But $\sum \frac{1}{n}$ is divergent. Hence $\sum \frac{1}{a_n^2}$ is also divergent. Therefore the series $\sum a_n$ is divergent.

برهان. بما أن $a_n < \sqrt{n}$ فإن $a_n^2 < n$ و $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$. ولكن $\sum \frac{1}{n}$ متباعدة. لذلك $\sum \frac{1}{a_n^2}$ متباعدة أيضاً. وعليه فإن $\sum a_n$ متباعدة.

Theorem. If $a_n > \sqrt{n}$ and $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$ for all n, then $\sum a_n$ is convergent.

نظرية. إذا كان $a_n > \sqrt{n}$ و $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$ لكل n، فإن $\sum a_n$ متقاربة.

Proof. Since $a_n > \sqrt{n}$ we have $a_n^2 > n$ and $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$. But $\sum \frac{1}{n}$ is convergent. Hence $\sum \frac{1}{a_n^2}$ is also convergent. Therefore the series $\sum a_n$ is convergent.

برهان. بما أن $a_n > \sqrt{n}$ فإن $a_n^2 > n$ و $\frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{n}$. ولكن $\sum \frac{1}{n}$ متقاربة. لذلك $\sum \frac{1}{a_n^2}$ متقاربة أيضاً. وعليه فإن $\sum a_n$ متقاربة.

Theorem. If $a_n < \sqrt{n}$ and $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$ for all n, then $\sum a_n$ is divergent.

نظرية. إذا كان $a_n < \sqrt{n}$ و $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$ لكل n، فإن $\sum a_n$ متباعدة.

Proof. Since $a_n < \sqrt{n}$ we have $a_n^2 < n$ and $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$. But $\sum \frac{1}{n}$ is divergent. Hence $\sum \frac{1}{a_n^2}$ is also divergent. Therefore the series $\sum a_n$ is divergent.

برهان. بما أن $a_n < \sqrt{n}$ فإن $a_n^2 < n$ و $\frac{1}{a_n^2} > \frac{1}{n}$. ولكن $\sum \frac{1}{n}$ متباعدة. لذلك $\sum \frac{1}{a_n^2}$ متباعدة أيضاً. وعليه فإن $\sum a_n$ متباعدة.

Änderungsgeschwindigkeit des Fahrstrahls Tangentialkomponente Kreisbahngeschwindigkeit Periheldistanz Perihel als gerechnet und Laufzeit bis zur Erreichung dieser Bogenlänge Fahrstrahlwinkel und Fahrstrahllänge, welche die Gravitationsbasis wegen auf einen bestimmten Bahnpunkt charakterisieren. Es kommt darauf an, alle die Bewegung beschreibenden Konstanten durch irgend eine gegebene Größe wie z.B. ein bestimmtes Ellipsenapsidel oder eine bestimmte Ordinatenmittelstelle auszudrücken und sich diese Konstanten auch die Variablen als explizierte Funktion des Fahrstrahls und dieses als Zeitfunktion darzustellen. Abgeleitet muß noch werden, daß die durch Gl 38 gegebenen Perihelgeschwindigkeiten also die Bahngeschwindigkeiten im Abstandsminimum vom Zentrum gleich die jeder Kurve eigentümlichen Maximalbahngeschwindigkeiten sind. Nach Gl 30a ist nämlich $v_a^2 = v_a^2 - {}^{2\mu}/_{r_0 q} \cdot (r - q)$ so jedenfalls für $r > q$ auch ${}^{2\mu}/_{r_0 q} \cdot (r - q) > 0$ also $v_a^2 < v_a^2$ sein muß. Im Perihel wird $r = q$ d.h. der negative Summand verschwindet. Wenn das Perihel durchlaufen ist wächst der Fahrstrahl wieder (da es sich um eine Kegelschnittlinie handelt) sodaß wieder $r > q$ wird. Nur im Perihel $r = q$ verschwindet der negative Summand und das Maximum der Bahngeschwindigkeit $v = v_a$ wird hier erreicht. Eine Änderungsgeschwindigkeit des Fahrstrahls kann wegen $\dot r = \pm \sqrt{[v_a^2 / r_0 \cdot (r+q) - {}^{2\mu}/_{r_0 q}] \cdot (r-q)}$ nur bei $r \neq q$ von 0 verschieden sein. Im Perihel $r = q$ muß dagegen stets $\dot r = 0$ sein.

Zunächst soll die allgemeine elliptische Bahn mit dem Perihel q und dem Aphel b [illegible] werden (es handelt sich dabei um diejenigen transzendentalen Ellipsen, welche nach 38 je nach der Wahl des Kreisbahnradius als Perihel oder Aphel ineinander übergehen können). Die Existenz solcher Ellipsen geht also aus Gl 36 und 36a hervor, während nach Gl 34 eine Ellipsenfokus mit dem als Koordinatenmittelpunkt gewählten Gravitationszentrum zusammenfallen muß. Eine Koordinatendrehung soll weiter die große Ellipsenachse a mit der Abszissenachse zur Deckung bringen. In Polarkoordinaten soll dies gleich die Richtung der Polarachse sein. Die analytische Gleichung einer solchen Ellipse in Polarkoordinaten lautet $r = \frac{b^2}{a + e \cos \varphi}$ (folgt aus der analytischen Ellipsendefinition), woraus sich $dr/d\varphi = \frac{b^2 e \sin \varphi}{(a + e \cos \varphi)^2} = r^2/b^2 \cdot \sqrt{e^2 - e^2 \cos^2 \varphi} = r \cdot \sqrt{\frac{2a^2}{b^2} \cdot \frac{r}{b^2} - 1}$ ergibt. Mit für die lineare Ellipsenexzentrizität $e^2 = a^2 - b^2$ gilt. Ein Vergleich des Differentialquotienten mit dem Ansatz $dr/d\varphi = r^2 \sqrt{{}^{2\mu}/_{c^2 q^2} - 1 + \frac{2\mu r}{c^2 q^2}} \cdot (1 - {}^r/_q)$ liefert ähnlich Gl 34 die Ellipsenachsen $a = \mu \cdot (\frac{2\mu}{q} - v_a^2)^{-1}$ und $b = q \cdot v_a \cdot (2\mu/q - v_a^2)^{-1/2}$. Auch für die Exzentrizität ergibt sich $e^2 = a^2 - b^2 = a^2 - 2aq + 2aq - b^2 = (a - q)^2$ oder $e = \pm (a - q) = \pm \frac{q \cdot v_a^2 - \mu}{2\mu/q - v_a^2}$.

Zur Berechnung der Ordinatenmittelstelle, also der senkrechten Abstandes der Kurve vom Zentrum (welches auf der großen Achse liegt), hat man die Polarkoordinaten in rechtwinklige $(x-y)$ - Koordinaten zu transformieren. Mit $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$ und $x^2 + y^2 = r^2$ wird aus der Ellipsengleichung $r = b^2 (a + e \cos \varphi)^{-1}$ die Form in rechtwinkligen Koordinaten $y = \pm \sqrt{{}^1/_4 a^2 \cdot (b^2 - e x)^2 - x^2} = f(x)$. Im Falle der Mittelstelle y_a wird $x = 0$ und $y_a = f(0)$, also $y_a = \pm {}^{b^2}/_a$. Ist hier vorliegende Tangentenwinkel ϑ_a ergibt sich zu $\operatorname{tg} \vartheta_a = (dy/dx)_0$. Nach der Kettenregel wird $dy/dx = \frac{\pm \cdot 2 e x - b^2}{a^2 \cdot \sqrt{a^2 \cdot (b^2 - e x)^2 - x^2}}$ oder für $x = 0$ $\operatorname{tg} \vartheta_a = (dy/dx)_0 = \mp {}^e/_a$ [illegible] Ungültigkeit [illegible]

Zum Geschwindigkeitsvektor v_a noch Gl 38 angeben, noch die Bahnkonstanten a b e y_a und ϑ_a als Funktionen von Perihel und Apsel

$$a = \tfrac{1}{2}(h+q), \quad b = \sqrt{hq}, \quad e = \tfrac{1}{2}(h-q), \qquad \text{Gl. 39.}$$

$$y_a = \frac{2hq}{h+q}, \qquad \vartheta_a = \pm \operatorname{arc\,tg} \frac{h-q}{h+q}.$$

ab Konstante der elliptischen Bewegung Rechnung neben der elliptischen Periheldgeschwindigkeit noch Bahngeschwindigkeit v_a Aphelgeschwindigkeit von Fahrstrahl und Fahrstrahlwinkel in der Ortsnahen mittlerer gesamte Bogenlänge der Kurve und die zu einem Umlauf erforderliche Zeit in Betracht. Die ersten drei Werte sind zugänglich denn unter Benutzung von Gl 38 in den Ausdrücken 29 und 30a ist $r = y_a$ gesetzt wird. Die Bahngeschwindigkeit in der Ortsnahemittellage in der Ellipse v_e wird also

$$v_e = \pm \sqrt{v_e^2 - \tfrac{2\mu}{q} + \tfrac{2\mu}{y_a}}$$

oder mit 38 und 39

$$v_e^2 = 2\mu/q \cdot \left(\frac{h}{h+q} - 1\right) + \mu/hq \cdot (h+q) = \mu/hq \cdot (h+q) - \frac{2h}{h+q} = \mu \cdot \frac{h^2 + hq + q^2}{hq \cdot (h+q)}.$$

Diese Bahngeschwindigkeit zerfällt wie jede Geschwindigkeit in einer Ebene nach $\bar{v} = \dot{\bar{r}} + \bar{r} \times \dot{\bar{\Phi}}$ in einen radialen und einen zirkulären Anteil. Der letztere wird also schließlich durch $\dot{\Phi}$ bestimmt. Der Radialanteil in der Ortsnahemittellage $\dot{r}_{ve}$ ergibt sich aus Gl 30a, 38 und 39 zu

$$\dot{r}_{ve}^2 = \left[v_a^2/y_a^2 \cdot (y_a + q) - \frac{2\mu}{y_a q}\right] \cdot (q-q) =$$

$$= q \cdot \operatorname{tg} \vartheta_a \cdot \left[\frac{1}{hq^2} \cdot (3hq + q^2) - \mu/hq^2 (h+q)\right] =$$

$$= \mu \cdot \left[\frac{3hq+q^2}{2hq^2} - \frac{h+q}{hq}\right] \cdot \operatorname{tg} \vartheta_a = \mu/hq \cdot \left[\tfrac{3}{2}h + q/2 - h - q\right] \cdot \operatorname{tg} \vartheta_a =$$

$$= \mu/2 \cdot \frac{(h-q)^2}{hq \cdot (h+q)}.$$

Die den zirkulären Anteil der Bewegung bestimmende Anderungsgeschwindigkeit des Fahrstrahlwinkels ergibt sich für die ortsnahemittellage durch Einsetzen von $r = y_a$ in 29 zu $\dot{\Phi}_{ve} = q/y_a^2 \cdot v_e = \frac{(h+q)^2}{4hq} \cdot \sqrt{\frac{2\mu}{hq}}$.

Durch diese Ausdrücke ist die Bewegung in der ortsnahen Mittellage einer Keplerellipse vollständig beschrieben. Die Bewegung eines elliptischen vollständigen Laufes T_e kann durch den in Gl 31 zum Ausdruck gebrachten

Integrale bestimmt werden. Die Bogenlänge einer Halbellipse wird hierbei wie wahl der Integrationsgrenzen zu $0 \leqq \varphi \leqq \pi$ festgelegt. Es ist $\tfrac{1}{2} \vartheta_e \cdot q \cdot v_e =$

$$= \pm \int_0^{\pi} r^2 \sqrt{v_e^2 + 2\mu \cdot (1/r - 1/q)} \cdot d\varphi$$

und 30a (das Differential $d\varphi = q \cdot v_e / r^2 \cdot [v_e^2 + 2\mu(1/r - 1/q) - 1/r^2 \cdot q^2 \cdot v_e^2]^{-1/2} \cdot dr$ wird also getrickt) den Wert

$$S_e/2 = \pm \int_q^h \left(1 - \frac{q^2 v_e^2}{r^2 v_e^2}\right)^{-1/2} dr$$

liefert. Hierin wird

$$q^2/r^2 \cdot v_q^2/v_e^2 = q^2/r^2 \cdot \left(1 - \frac{2\mu}{q v_e^2} + \frac{2\mu}{r v_e^2}\right)^{-1} =$$

$$= q^4/r^2 \left(\frac{q \cdot (h+q)}{hr} - q/r\right)^{-1} = hq/r^2 \left(1/r \cdot (h+q) - 1\right)^{-1} =$$

$$= \frac{hq}{r} \cdot \left(\frac{h+q}{r} - 1\right)^{-1} = \frac{hr}{r \cdot (2a - r)}.$$

Eingesetzt ergibt dies

$$S = \pm 2 \cdot \int_q^h \sqrt{\frac{2ar - r^2}{2ar - r^2 - b^2}} \cdot dr = \pm 2 \int_q^h \sqrt{\frac{a^2 - (a-r)^2}{b^2 - (a-r)^2}} \cdot dr$$

~~Das Integral ist nur dann gültig, wenn das Koordinatensystem so parallel verschoben wird~~

Schließlich kann noch die Umlaufszeit T_e auf einer soeben Ellipse noch Gl 31 bestimmt werden. Es ist nach dem Flächensatz $T_e \cdot q \cdot v_e = \oint r^2 \cdot d\varphi = 2 \int_0^{\pi a} dF =$

$= 2\pi ab$, wenn $F_e = \pi ab$ die von der Ellipse umschlossene Fläche ist. Nach den Gl 38 und 39 ergibt sich somit als Umlaufszeit $T_e = 2\pi \cdot \frac{ab}{q v_e} =$

$$= \frac{\pi}{\sqrt{2\mu}} \cdot (h+q)^{3/2}.$$

Die Konstanten der elliptischen Bewegung können also in

$$v_e = \pm \sqrt{\mu \cdot \frac{h^2 + hq + q^2}{hq \cdot (h+q)}}, \quad \dot{r}_{ve} = \pm \frac{(h-q)\sqrt{\mu}}{\sqrt{2hq} \cdot (h+q)},$$

$$t_{ve} = \mp \frac{a}{b^3} \cdot \sqrt{a\mu}, \qquad S_e = \pm 2 \int_q^h \sqrt{\frac{a^2 - (a-r)^2}{b^2 - (a-r)^2}} \, dr, \qquad \text{Gl 39a}$$

$$T_e = \frac{\pi}{\sqrt{2\mu}} \cdot (h+q)^{3/2}$$

zusammengefaßt werden.

Nach Festlegung dieser Konstanten in den Gl 39 und 39a können ganz analog die momentanen zeitlich variablen Größen der Gravitationsbewegung bestimmt werden. Zunächst ergibt sich als momentane Bahngeschwindigkeit $v^2 = v_e^2 + 2\mu \cdot (1/r - 1/a) =$

$$= 2\mu/r - \frac{2\mu}{h+q} = 2\mu/r - \mu/a = \mu/ar \cdot (2a - r)$$

und seine Radialkomponente danach 30a zu $\dot{r}^2 =$

$$= v^2 - r^2 \dot{\varphi}^2 = \mu/ar \cdot (2a - r) - \mu/r^2 \cdot \frac{2hq}{h+q} =$$

$$= \mu/ar \cdot (2a - r - b^2/r) = \mu/ar^2 \cdot (e^2 - (a-r)^2),$$

woraus $\dot{\varphi}$, also der die zirkuläre Komponente bestimmende Anteil

$\dot\varphi = q/r^2 \cdot v_0 = 1/r^2 \cdot \sqrt{\frac{2\mu r q}{r+q}} = b/r^2 \cdot \sqrt{\mu/a}$ woraus sich die Gleichung der Bahnellipse $r = b^2 : (a + e\cos\varphi)$ ergibt. Es ist φ eindeutig umkehrbar ist, nämlich $\varphi = \arccos 1/e \cdot (b^2/r - a)$. Dann das zu r gehörige Integral $\varphi = \varphi(r)$ einfach für die Anfangswerte $\varphi_a = 0$ für Perihel und Geschwindigkeit von gl 39 gelöst werden. Es ist $\left[r/q - \frac{2\mu r}{q^2 v_0^2} + 1\right] \cdot (r/q - 1)$

$= \left(r/q - \frac{2ar}{b^2} + 1\right) \cdot \left(r/q - 1\right)$, also $\int_q^r [(r/q - \frac{2ar}{b^2} + 1)(r/q - 1)]$

$= \arccos 1/e \cdot (b^2/r - a)\Big|_q^r = \varphi$. Mit dieser Beziehung kann ein Ausdruck für die zur Anfangslage eines Ellipsenbogens s gehörige Zeit t gefunden werden. $t(r) \cdot q \cdot v_0 - t(q) \cdot q \cdot v_0 =$

$= \int_{\varphi_a}^{\varphi} r^2 \cdot d\varphi = \int_q^r r^2 \cdot d/dr [\arccos 1/e \cdot (b^2/r - a)] \cdot dr =$

$= r^2 \cdot \arccos 1/e \cdot (b^2/r - a)\Big|_q^r - 2\int_q^r r \cdot \arccos 1/e \cdot (b^2/r - a) \cdot dr =$

$= r^2 \cdot \arccos 1/e \cdot (b^2/r - a)\Big|_q^r - 2r \int \arccos 1/e \cdot (b^2/r - a) \cdot dr +$

$+ 2\int_q^r \arccos 1/e \cdot (b^2/r - a) \cdot dr \cdot dr$. Es sei $t(q) = 0$, dann wird mit 38 $q \cdot v_q = b \cdot \sqrt{\mu/a}$, also $t(r) =$

$= 2/b \cdot \sqrt{a^3/\mu} \cdot [r^2/2 \cdot \arccos 1/e \cdot (b^2/r - a)\Big|_q^r - r \cdot \int \arccos 1/e \cdot (b^2/r - a) +$

$+ \int\int_q^r \arccos 1/e \cdot (b^2/r - a) \cdot dr \cdot dr]$. Der während dieser Zeit zurückgelegte Bogen auf der betreffenden Ellipse kann nach 31 ebenfalls als elliptisches Integral dargestellt werden $(s(r) - s(q)) \cdot q \cdot v_0 =$

$= \int_{\varphi_a}^{\varphi} \frac{r^2 \cdot v \cdot d\varphi}{}$, da hierin $v = \pm\sqrt{v_0^2 - 2\mu/q + 2\mu/r}$

$= \pm\sqrt{\mu/ar \cdot (2a - r)}$ ist und da weiter $s(q_1) = 0$ angenommen werden kann folgt $s(r) \cdot q \cdot v_0 =$

$= \pm\int_q^r r^2 \cdot \sqrt{\mu/ar \cdot (2a - r)} \cdot d/dr \cdot [\arccos 1/e \cdot (b^2/r - a)] \cdot dr$

oder $s(r) = \pm 1/6 \sqrt{a^3/\mu} \cdot \int_q^r r \cdot \sqrt{\frac{ar}{a} \cdot (2a - r)} \cdot d/dr \cdot [\arccos 1/e \cdot (b^2/r - a)] \cdot dr$

Ellipsenbogens s erforderliche Zeit t gefunden werden. $t(r) \cdot q \cdot v_0 - t(q) \cdot q \cdot v_0 =$

Schließlich ist noch der Richtungswinkel ν der an einen Punkt des Ellipsenbogens gelegten Tangente mit der Horizontalen zu bestimmen. Zur Bestimmung von $\tg \nu = dy/dx$ wird die Ellipsengleichung $r = b^2 \cdot (a + e\cos\varphi)^{-1}$ unter der Berücksichtigung $x^2 + y^2 = r^2$ in rechtwinkelige Koordinaten transformiert $y = \pm\sqrt{2a^2 \cdot (b^2 - ex) - x^2}$ und nach der Kettenregel differenziert, was

$dy/dx = \mp \frac{e \cdot (b^2 - ex)}{a^2 \sqrt{2ar \cdot (b^2 - ex)^2 - x^2}}$ ergibt. Mit $x = r \cdot \cos\varphi$ wird in Polarkoordinaten zurücktransformiert, also $ex = b^2$ und $exx = b^2 - ar$, was eingesetzt $\tg \nu =$

$= \mp \frac{e^2 a r}{a \cdot \sqrt{(b^2 - ex)^2 - a^2 x^2}} = \mp \frac{e^2 r}{\sqrt{a^2 r^2 - a^2 r^2 \cos^2\varphi}} = \mp e/a \cdot \sec\varphi =$

$= \mp e/a \sec \arccos 1/e \cdot (b^2/r - a)$ liefert. Diese zeitlich variablen Momentanwerte der elliptischen Gravitationsbewegung, nämlich v, $\dot r$, $\dot\varphi$, s, t und ν können also in

$v = \pm\sqrt{\mu/ar \cdot (2a - r)}$, $\dot r = \pm 1/r \sqrt{\mu/a \cdot (e^2 - (a - r)^2)}$

$\dot\varphi = \pm b/r^2 \cdot \sqrt{\mu/a}$, $s(r) = \pm 1/e \cdot \int_q^r r \cdot \sqrt{r \cdot (2a - r)} \cdot d/dr \arccos 1/e (b^2/r - a) \cdot dr$,

$t(r) = 2/b \sqrt{a^3/\mu} \cdot [r^2/2 \arccos 1/e \cdot (b^2/r - a)\Big|_q^r - r \int_q^r \arccos 1/e (b^2/r - a) \cdot dr +$

$+ \int\int_q^r \arccos 1/e \cdot (b^2/r - a) \cdot dr \cdot dr]$

$\nu = \mp \arctg e/a \cdot \sec \arccos 1/e \cdot (b^2/r - a)$ Gl 39 b

zusammengefaßt werden. Durch die gl 39 bis 39 b ist die Gravitationsbewegung auf einer Kepler-Ellipse vollständig beschrieben. Nach gl 38 ist eine Kreisbahn dieser Ellipse die zirkuläre Bahn mit der Periheloschwindigkeit $v_q = \sqrt{\mu/q}$. Es kann also, daß bei dieser Periheloschwindigkeit tatsächlich eine stabile Kreisbahn im Gravitationsfeld beschrieben wird, ergab sich aus gl 35 und zwar muß es sich um einen Nullpunktskreis handeln, denn nach 34 mit ~~werden~~ im Gravitationsfeld nur solche Kegelschnitte als Bewegungsbahnen möglich, deren einer Fokus mit dem als Bezugspunkt gewählten Gravitationszentrum zusammenfällt. Im Falle dieses Nullpunktskreises muß also $r^2 = x^2 + y^2 = \text{const}$. gelten, während sie für Ellipsen gültige Ungleichung $h > r > q$ im zirkulären Sonderfall in die Gleichung $h = r = q = \text{const}$ übergeht, wodurch die Gleichung $v_k = \sqrt{\mu/q}$ in gl 34 ihre Bestätigung findet. Durch gl 39 resultiert $\dot r = 0$ und $\dot\varphi = \text{const}$. Fallstrahl sind sich im Falle der

Kreisbahn gehen und während der ganzen Bewegung in einer Kreisbahn. Hierüber lassen Beziehungen in den Gl. 39 bis 39 b, welche die elliptische Zentralbewegung beschreiben, ergeben:

$h = p = q = \text{const.}$, $a = b = y_a = q$, $\varepsilon = 0$.

Gl 40.

$v_a = \sqrt{\mu/q}$

Wird hier Beziehung auf Gl 39 a angewandt, so wird wieder $v_\kappa = \pm\sqrt{\mu \cdot 2q^2/2q^2} = \sqrt{\mu/q} = v_\kappa$, und wegen $h = q$ auch $\dot r_{v\kappa} = 0$ und $\dot\varphi_{v\kappa} = 1/q \cdot \sqrt{\mu/q}$.

Für die Bogenlänge eines Vollkreisbogens s_κ gilt nach $r = q$ und $v^2 + 2\mu\cdot(1/r - 1/q) = v_\kappa^2$ aus: es ist $q\varphi_\kappa s_\kappa = \oint r^2 \cdot \sqrt{\mu/q + 2\mu\cdot(1/r - 1/q)}\cdot dq$; $= 2\pi q^2 \cdot v_\kappa$ oder $s_\kappa = 2\pi q$, während die zum Umlauf erforderliche Zeit $T_\kappa \cdot q \cdot v_\kappa = \oint r^2\, d\varphi = 2\pi q^2$ oder $T_\kappa = 2\pi q \cdot \sqrt{q/\mu}$ ist. Zusammengefaßt gilt also im Kreisfall der Ellipse

$v_\kappa = v_\kappa$, $\dot r_{v\kappa} = 0$, $\dot\varphi_{v\kappa} = v_\kappa/q$,

Gl 40 a.

$s_\kappa = 2\pi q$, $T_\kappa = 2\pi\cdot q/v_\kappa$

die Momentanwerte der Bewegung im Fall der Kreisbahn ergeben sich mit $r = q = \text{const}$ aus den entsprechenden elliptischen Werten. Man erhält mit Gl 40 hieraus $v = \pm\sqrt{\mu/ar\cdot(2a - r)} = \pm\sqrt{\mu/q}$. Ferner ist wegen $p = 0$ und $a = r$ die Radialkomponente $\dot r = 1/r\cdot\sqrt{\mu/a\,(e^2 - (a-r)^2)} = 0$, während für die zirkuläre Komponente $\dot\varphi = \pm b/r^2\cdot\sqrt{\mu/a} = \pm 1/q\cdot\sqrt{\mu/q} = \dot\varphi_{v\kappa} = \text{const}$ gilt. Die momentane Bogenlänge wird nach $s(\varphi) = 1/q\, v_\kappa \int_{\varphi_a}^{\varphi} q^2\sqrt{\mu/q}\cdot d\varphi = r\cdot(\varphi - \varphi_a)$ oder mit $\varphi_a = 0$ zu $s(\varphi) = q\cdot\varphi$ berechnet. Für die hierzu erforderliche Zeit ergibt sich entsprechend $t(\varphi) = 1/v_\kappa \int_0^\varphi d\varphi = \varphi\cdot q/v_\kappa$. Der Polarwinkel ergibt sich durch Integration des Kreispunktkreises ~~mit dem~~ in rechtwinkligen Koordinaten also von $y = \pm\sqrt{q^2 - x^2}$, und ergibt $\operatorname{tg}\vartheta = dy/dx = \mp\dfrac{x}{\sqrt{q^2 - x^2}}$, oder mit $x = q\cdot\cos\varphi$ wird daraus $\operatorname{tg}\vartheta = -\dfrac{\cos\varphi}{\sqrt{1-\cos^2\varphi}} = -\operatorname{ctg}\varphi$.

Dies ist aber die ~~Orthogonalitäts~~ Orthogonalitätsbedingung für zwei gerade Fahrstraße und Kreisentstand fallen bei der zirkulären Bewegung zusammen. Fasq sind also die Momente, welche der zirkulären Bewegung eigen

$r = r_\kappa = \text{const}$, $\dot r = 0$, $\varphi = \varphi_{v\kappa} = \text{const}$,

Gl 40 b.

$s(\varphi) = \varphi\cdot q$, $t(\varphi) = \varphi\cdot q/v_\kappa$, $\operatorname{tg}\vartheta = -\operatorname{ctg}\varphi$

zu Kennzeichnen. Während der gesamten Bewegung sind demnach r, $\dot r$ und φ konstant, integriert besteht zwischen s bzw. t und φ ein linearer Zusammenhang, zwischen r und φ aber eine Orthogonalitätsbeziehung. Die Kreisbahn ist ein Grenzfall der Ellipse, daher müssen auch gesamtheitliche zwischen beiden bestehen. Grenzlinie z. B. m steht hier für einen Kreis $r = q$ mit der konstanten Bewegungsgeschwindigkeit $v_{\kappa q}$ und soll die zirkuläre Bahn in eine elliptische vom Scheitel q und dem Apsel $h > q$ überführen, so muß wegen $v_{\kappa q} < v_e$ die zirkuläre Geschwindigkeit einen Zuwachs v_{zq} vergrößert werden, sodaß $v_{\kappa q}^2 + v_{zq}^2 = v_e^2$ oder $v_{zq}^2 = v_e^2 - v_{\kappa q}^2 = \dfrac{2\mu h}{q\cdot(h+q)} - \mu/q = \mu/q\cdot\dfrac{h-q}{h+q}$ also $v_{zq} = v_{\kappa q}\cdot\sqrt{\operatorname{tg}\tfrac{\vartheta}{2}}$ wird, das Apsel im Abstand h dieser transzirkulären Ellipse wird mit der Geschwindigkeit $v_e^2 = v_h^2 + 2\mu(1/h - 1/q) = 2\mu\cdot\left(\dfrac{h}{q\cdot(h+q)} - \dfrac{h-q}{hq}\right) = \dfrac{2\mu}{h}\cdot\dfrac{q}{h+q}$ durchlaufen. Damit diese Ellipse wieder in einen Kreis mit dem Apsel als Radius $r = h = \text{const}$ übergeht, muß im Apsel die Bahngeschwindigkeit v_h einen Zuwachs v_{zh} erhalten, dem auf jeden Fall muß wegen $q < h$ auch $\dfrac{2h}{h(h+q)} < 1/h$ oder $v_h^2 < v_e^2$ sein. Es gilt also $v_h^2 + v_{zh}^2 = v_{\kappa h}^2$ oder $v_{zh}^2 = v_{\kappa h}^2 - v_h^2 = \mu/h - \dfrac{h+q}{h\cdot(h+q)} = \mu/h\cdot\dfrac{h-q}{h+q}$, also $v_{zh} = v_{\kappa h}\sqrt{\operatorname{tg}\tfrac{\vartheta}{2}}$, dem Zuwachs entspricht die Kreisbahn $r = h$ in eine parabolische

76

Ellipse mit dem Perihel $q < h$ übergehen soll, muß die Kreisbahngeschwindigkeit um den gleichen Betrag vergrößert werden. Die Geschwindigkeitsänderung, welche die betreffende zirkuläre Geschwindigkeit v_z [illegible] damit eine Geschwindigkeit v_{12} erhält, ist also der betreffenden zirkulären Geschwindigkeit v_z in beiden Fällen direkt proportional. Der jeweilige Proportionalitätsfaktor ist mit der Quadratwurzel aus dem Verhältnis des Tangentialradius der Tangente in der Ordinatenstelle an die entstehende Ellipse identisch. Die Bezugsachse ist dabei immer die große Achse der betreffenden Ellipse. Da allgemein das elliptische Geschwindigkeitsintervall nicht überschritten werden darf muß stets $v_z < v_{12}$ bleiben d. h. der Tangentenwinkel ist an das Intervall $0 < \vartheta_a < \pi/4$ gebunden. Für die Geschwindigkeitsänderung, welche die zirkuläre Bahn in eine elliptische überführt gilt demnach allgemein

$$v_z = \pm v_z \cdot \sqrt{\operatorname{tg} \vartheta_a} \qquad 0 < \operatorname{tg} \vartheta_a < 1 \qquad \text{Gl 41.}$$

Der absolute, positive $v_z > 0$, wenn transzirkuläre dagegen negative $v_z < 0$, wenn subzirkuläre Ellipsen entstehen.

Der zweite Grenzfall der elliptischen Bahn ist nach den Gl. 38 und 35a die parabolische welche entsteht wenn der gravitierenden Masse im Perihel ein Geschwindigkeitszusatz erteilt wird, sodaß die parabolische Geschwindigkeit $v_p = \sqrt{2}\, v_z$ erreicht. Bei dieser Periheigeschwindigkeit verläßt die gravitierende Masse nach den Gl 32 und 35a das Gravitationsfeld auf einem ins Unendliche führenden Parabelast. In eine solche Parabel mündet auch Brennpunkt besitzt, der nach 34 im Gegenbrennpunkt gewählt wird), kann das Koordinatensystem so gedreht werden, daß die Parabelachse mit der Abszissenachse zusammenfällt, wobei dann der Fokus im Koordinatenursprung, sodaß die Gleichung der Parabelbahn in analytischer Form $y^2 = 2px + p^2$ lautet wenn p der Parabelparameter ist. In Polarkoordinaten $x = r \cos \varphi$, $y = r \cdot \sin \varphi$ transformiert wird diese Parabelgleichung zu

$$r = p : (1 + \cos \varphi) \cdot \sec^2 \varphi \qquad \text{Gl 42.}$$

Das einzige die Form der Parabelbahn kennzeichnende Konstante Bestimmungsstück ist der Parameter p, wenn die Kegelschnittachsen und die Exzentrizität der Parabel wachsen nach 35a über alle Grenzen. Zur Bestimmung des Parameters wird unter Berücksichtigung des ersten Teils der Gl 38 der Energiesatz 30, auf die entsprechende Ableitung der Gl 42 verglichen. Die Differentiation von Gl 42 ergibt zunächst $dr/d\varphi$

$= -p \cdot (\sin^3 \varphi + 2 \cdot (1 + \cos \varphi) \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi) \cdot \sec^4 \varphi$

$= -p \cdot (\sin^2 \varphi + 2 \cos \varphi + 2 \cos^2 \varphi) \cdot \sec^3 \varphi$

$= -p \cdot \left(\frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi}\right)^2 \cdot \sec \varphi$. Die trigonometrischen Beziehungen können nach 42 durch den Fahrstrahl ausgedrückt werden. Es ist $r^2/p^2 = \sec^2 \varphi + \frac{\cos \varphi}{\sin^2 \varphi} = \sqrt{\sec^4 \varphi - \sec^2 \varphi + \sec^2 \varphi}$ oder $\sec^4 \varphi - \sec^2 \varphi = (r^2/p^2 - \sec^2 \varphi)^2 = r^2/p^2 - 2r/p \cdot \sec^2 \varphi + \sec^4 \varphi$ $\sin^2 \varphi = r^2/r^2 \cdot (2r/p - 1) = 2r/p - r^2/p^2$ also $\sin \varphi = \sqrt{r/r \cdot (2 - r/p)}$ und $\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - 2r/p + r^2/p^2} = 1 - r/p$. Einsetzen dieser Werte in den Differentialquotienten liefert $dr/d\varphi = -p \cdot \left(\frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi}\right)^2 \cdot \sec \varphi =$ $= -p \cdot \left(\frac{2 - r/p}{\sqrt{r/p \,(2 - r/p)}}\right)^2 \cdot \sec \varphi = -p \cdot (2 - r/p) \cdot (r/p \,(2 - r/p))^{-1/2}$

$\frac{dz}{d\varphi} = -2 \cdot \frac{7}{12}/\rho \cdot (2 - P/2)$, also $dz/d\varphi = -2 \cdot 7/\frac{12}{\rho} - 1$

Da ist $z = \infty$ durch $\rho = 12/7$ bei $\varphi = \pi/4$ gegeben, so ist $z = \infty$ bestimmt durch $\rho = 12/7$ und $\varphi = \pi/4$. Also $\rho = 12/7$ ist Asymptote.

Ferner $\lim_{\varphi \to \infty} \rho = \frac{1+q}{1+q} = 1$ ferner $\vartheta_a = \pi/4$ die einzige Asymptote.

Ferner $\lim_{\rho \to \infty} \frac{1-q}{1+q} = 1$ ferner $\vartheta_a = \pi/4$ die einzige Asymptote.

Also hat die Kurve nur eine Asymptote, nämlich $\vartheta = \pi/4$.

Ferner $\lim_{\rho \to \infty} \frac{1+

gefühlt, wie bei der Unterscheidung elliptischer Bahnbögen. Zunächst ergibt sich aus 30 unter Benutzung von $v_p = v_{2q} \cdot \sqrt{2}$ für v_p^2 = $= v^2 - 2\mu/q + 2\mu/r = 2\mu/r$! Die momentane Bahngeschwindigkeit entspricht also in jedem Punkt der Bahn jener zum Fahrstrahl gehörigen parabolischen Welt. Ihre Radialkomponente wird $\dot r^2 = 2\mu/r - q^2/r^2 \cdot v_p^2 = 2\mu/r \cdot (1 - q/r) = 2\mu/r^2 (r-q)$ und der zirkulare Anteil zu $\dot\varphi = q/r^2 \cdot v_p = 1/r^2 \cdot \sqrt{2\mu q}$ = $1/r^2 \cdot \sqrt{p\mu}$. Die Länge eines Parabelbogens $s(r)$ kann wieder durch ein Integral dargestellt werden und zwar soll für den Anfangspunkt $s(q) = 0$ gelten. Nach 31 wird dann $s(r) \cdot q \cdot v_p = \int_q^r r^2 \cdot \sqrt{v_p^2 + 2\mu \cdot (1/r - 1/q)}\, d\varphi/dr\, dr$ = $\int_q^r r \cdot \sqrt{2\mu r}\, d\varphi/dr\, dr$, wegen $q \cdot v_p = \sqrt{2\mu q}$ wird $s(r) \cdot \sqrt{q} = \int_q^r r \cdot \sqrt{r} \cdot d\varphi/dr \cdot dr$. Aus 42 folgt aber $dr/d\varphi = -r \cdot \sqrt{2r/p - 1}$ was eingesetzt $s(r) \cdot \sqrt{q} = -\int_q^r \frac{\sqrt{pr}}{\sqrt{2r-p}} \cdot dr$ ergibt. Wegen $p = 2q$ auch $s(r) = -\int_q^r \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{r-q}} \cdot dr = \int_q^r \frac{dr}{\sqrt{1 - q/r}}$ mit der Substitution $r = \hat u^2 q$ wird das Integral nach dem Reduktionsverfahren gelöst, $\frac{1}{2}s = \int_{\hat u(q)}^{\hat u(r)} \frac{\hat u^2\, d\hat u}{\sqrt{\hat u^2 - 1}} = \frac{1}{2}\int_{\hat u(q)}^{\hat u(r)} \frac{\hat u^3\, d\hat u}{\sqrt{\hat u^2 - 1}}$ = $\frac{\hat u^2}{2} \cdot \operatorname{ARCOS} \hat u \Big|_{\hat u(q)}^{\hat u(r)} - \hat u \cdot \int_{\hat u(q)}^{\hat u(r)} \operatorname{ARCOS} \hat u \cdot d\hat u + \int_{\hat u(q)}^{\hat u(r)} \operatorname{ARCOS} \hat u \cdot d\hat u \cdot d\hat u$. Die partiellen Integrale der Area-Funktion werden mit der Substitution $v = \operatorname{ARCOS} \hat u$ gelöst. Es ist $\int \operatorname{ARCOS} \hat u \cdot d\hat u = \int v \cdot \sin v \cdot dv = v \cdot \cos v - \sin v = \hat u \cdot \operatorname{ARCOS} \hat u - \sin \operatorname{ARCOS} \hat u$ und $\int\int \operatorname{ARCOS} \hat u \cdot d\hat u \cdot d\hat u = \int v \cdot \cos v \cdot \sin v \cdot dv - \int\int \sin^2 v \cdot dv \cdot dv$ = $\frac{1}{2} \cdot \cos^2 v - \frac{1}{2} \int \cos^2 v \cdot dv - \int \sin^2 v \cdot dv = v/2 \sin^2 v - \frac{3}{2} \int \sin^2 v \cdot dv$. Da $\int \sin^2 v \cdot dv = \sin v \cdot \cos v - v - \int \sin^2 v \cdot dv$, also $\int \sin^2 v \cdot dv = \frac{1}{2}(\cos v \cdot \sin v + v)$ ist, wird $\int\int \operatorname{ARCOS} \hat u \cdot d\hat u \cdot d\hat u = \frac{1}{2} \cdot \sin^2 v - \frac{3}{4} v (\sin v \cdot \cos v + v)$ = $\frac{1}{2}[\hat u^2 + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \hat u \cdot \sin \operatorname{ARCOS} \hat u] \cdot \operatorname{ARCOS} \hat u$. Die Integrationskonstante wird also zu $\frac{1}{2} s/p = [\hat u \cdot \sin \operatorname{ARCOS} \hat u - \hat u^2/2 \cdot \operatorname{ARCOS} \hat u + \frac{1}{2}(\hat u^2 + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \hat u \cdot \sin \operatorname{ARCOS} \hat u) \cdot \operatorname{ARCOS} \hat u \Big|_{\hat u(q)}^{\hat u(r)}$. Da $\hat u(q)$

aber $\hat u(r) = \sqrt{r/q}$ ist und weiter wegen $\operatorname{ARCOS} \hat u = \ln(\hat u + \sqrt{\hat u^2 - 1})$ für $\hat u(q) = 1$ der Ausdruck $\operatorname{ARCOS} \hat u(q) = \ln 1 = 0$ verschwindet, wird $s/p = 2\sqrt{r/q} \cdot \sin \operatorname{ARCOS} \sqrt{r/q} - r/q \cdot \operatorname{ARCOS} \sqrt{r/q} + \frac{1}{2} \operatorname{ARCOS} \sqrt{r/q} - \frac{3}{2} \sqrt{r/q} \cdot \operatorname{ARCOS} \sqrt{r/q} \cdot \sin \operatorname{ARCOS} \sqrt{r/q}$ = $(2 - \frac{3}{2} \operatorname{ARCOS} \sqrt{r/q}) \cdot \sqrt{r/q} \cdot \sin \operatorname{ARCOS} \sqrt{r/q} + \frac{1}{2} \operatorname{ARCOS} \sqrt{r/q}$ = $(2 - \ln \sqrt{(\sqrt{r/q} + 1/q \cdot \sqrt{r^2 - q^2})^3}) \cdot \sqrt{r/q} \cdot \sin \ln(\sqrt{r/q} + 1/q \cdot \sqrt{r^2 - q^2}) +$ $+ \ln(\sqrt{r/q} + 1/q \cdot \sqrt{r^2 - q^2})^{1/2} = \sqrt{r/q} \cdot (2 - \ln(\sqrt{r \cdot q} + \sqrt{r^2 - q^2})^{3/2} +$ $+ 3/2 \cdot \ln q) \cdot \sin \operatorname{ARCOS} \sqrt{r/q} + \ln(\sqrt{r \cdot q} + \sqrt{r^2 - q^2})^{1/2} - 1/2 \ln q =$ $= \hat u/4 \cdot (4 - 3 \ln(\hat u + \sqrt{\hat u^2 - 1})) \cdot [(\hat u + \sqrt{\hat u^2 - 1})^2 - 1] \cdot (\hat u + \sqrt{\hat u^2 - 1})^{-1} +$ $+ 1/2 \ln(\hat u + \sqrt{\hat u^2 - 1})$. Es würde die Kürzung wieder die Substitution $r = \hat u^2 \cdot q$ eingeführt und die Definition $\sin x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ auf die Logarithmusdarstellung der Area-Funktion angewandt. Die Laufzeit längs jenem so bestimmten Parabelbogen kann unter der Annahme $t(q) = 0$ ebenfalls ermittelt werden. Man benützt nach 31 den Ansatz $t(r) \cdot q \cdot v_p = \int_{\varphi(q)}^{\varphi(r)} r^2 \cdot d\varphi$ und berücksichtigt den für die Parabel gültigen Differentialquotienten $dr/d\varphi = r \cdot \sqrt{r/q - 1}$ woraus $t \cdot q \cdot v_p = \int_q^r r^2 \cdot d\varphi/dr \cdot dr = \int_q^r \frac{r \cdot dr}{\sqrt{r/q - 1}}$ wird, die Substitution $r = \hat u^2 q$ kann wieder benützt werden $t \cdot v_p/p = \int_{\hat u(q)}^{\hat u(r)} \frac{\hat u^3 \cdot d\hat u}{\sqrt{\hat u^2 - 1}} = \hat u^3 \operatorname{ARCOS} \hat u \Big|_{\hat u(q)}^{\hat u(r)} - 3 \int_{\hat u(q)}^{\hat u(r)} \hat u^2 \operatorname{ARCOS} \hat u \cdot d\hat u$. Als zweite Substitution wird $v = \operatorname{ARCOS} \hat u$, also $\hat u = \cos v$ benützt. Dann wird $\int \hat u^2 \operatorname{ARCOS} \hat u \cdot d\hat u = \int v \cdot \cos^2 v \cdot \sin v \cdot dv =$ $\int v \cdot \sin v \cdot dv + \int v \sin^3 v \cdot dv = v \cos v - \sin v +$ $+ v \cdot \int \sin^3 v \cdot dv - \int\int \sin^3 v \cdot dv \cdot dv$. Hieraus wird $\int \sin^3 v \cdot dv = \sin^2 v \cdot \cos v - \int \cos^2 v \cdot \sin v \cdot dv =$ $= \sin^2 v \cdot \cos v - \cos v - \int \sin^3 v \cdot dv$ oder $\int \sin^3 v \cdot dv = -\frac{1}{2}(\sin^2 v - 1) \cdot \cos v$ und $\int\int \sin^3 v \cdot dv \cdot dv = \frac{1}{2} \int (\sin^2 v - 1) \cdot \cos v \cdot dv = \frac{1}{2} \int \cos^3 v \cdot dv - \cos^2 v \cdot \sin v - \int\int \sin^3 v \cdot dv \cdot dv$. Analog wird $\int \cos^3 v \cdot dv = \cos^2 v \cdot \sin v - \int \cos^3 v \cdot dv + \sin v$, oder $\int \cos^3 v \cdot dv = \frac{1}{2} \cdot (\cos^2 v + 1) \cdot \sin v$ und damit

$\int \sin^3 v \cdot dv = \frac{1}{4} \cdot (\cos^2 v + 1) \cdot \sin v - \sin v$

$= \frac{1}{4} \cdot (\cos^2 v - 3) \cdot \sin v$. Die beiden partiellen Integrale werden eingesetzt usw. $\int \hat{u}^2 \cdot \arccos \hat{u} \cdot d\hat{u} = v \cdot \cos v$

$- \sin v + \frac{1}{2} \cdot (\sin^2 v - 1) \cdot \cos v - \frac{1}{4} \cdot (\cos^2 v - 3) \sin v$

oder mit $v = \arccos \hat{u}$ usw. bzw. $\int \hat{u}^2 \cdot \arccos \hat{u} \cdot d\hat{u}$

$= \hat{u} \cdot \arccos \hat{u} - \sin \arccos \hat{u} + \frac{1}{2} \cdot (\hat{u}^2 - 2) \cdot \arccos \hat{u} - \frac{1}{4} (\hat{u}^2 - 3) \sin$

$= (\hat{u}^3/2 + \hat{u} - 1) \cdot \arccos \hat{u} - \frac{1}{4} \cdot (\hat{u}^2 + 1) \cdot \sin \arccos \hat{u}$. Der Ausdruck

- Index wird im Folgenden eingeschränkt. $t \cdot v_r/p =$

$- \hat{u}^3 \cdot \arccos \hat{u} \Big|_{\hat{u}(\varphi)}^{\hat{u}(z)} - 3 \int_{\hat{u}(\varphi)}^{\hat{u}(z)} \hat{u}^2 \cdot \arccos \hat{u} \cdot d\hat{u} = \left[(3 - \frac{\hat{u}^2}{2} - \hat{u}) \cdot \arccos \hat{u} + \right.$

$\left. + \frac{3}{4} \cdot (\hat{u}^2 + 1) \cdot \sin \arccos \hat{u} \right]_{\hat{u}(\varphi)}^{\hat{u}(z)}$. Hierin ist wieder

$\hat{u}(\varphi) = 1$, also $\arccos \hat{u}(\varphi) = 0$ und $\sin \arccos \hat{u}(\varphi) =$

wenn außerdem die logarithmische Darstellung $\arccos \hat{u}$

$= \ln (\hat{u} + \sqrt{\hat{u}^2 - 1})$ benutzt wird, folgt schließlich

$t \cdot v_r/p = (3 - \frac{\hat{u}^2}{2} - \hat{u}) \cdot \ln (\hat{u} + \sqrt{\hat{u}^2 - 1}) + \frac{3}{4} \cdot (\hat{u}^2 + 1)$.

$\cdot [(\hat{u} + \sqrt{\hat{u}^2 - 1})^2 - 1] \cdot (\hat{u} + \sqrt{\hat{u}^2 - 1})^{-1}$. Das letzte Integral ist das Bestimmungsstück der parabolischen Bahn ist der momentane Tangentenwinkel ν des dem betreffenden Bahnpunkt gelegten Tangente mit der Horizontalen. Es folgt aus $y^2 = 2px +$

$+ p^2$ zu $\operatorname{tg} \nu = dy/dx = p/y = p/x \cdot \sec \varphi$.

Die kennzeichnenden der parabolischen Bewegung sind also zusammengefaßt

$v = \pm \sqrt{\frac{2\mu}{r}}$, $\dot{r} = \pm \frac{1}{2} r \cdot \sqrt{2p \cdot (r - q)}$,

$\ddot{r} = \pm \frac{1}{2} r^2 \cdot \sqrt{\frac{p}{r}}$, $A(r) = \hat{u} \cdot 9/2 \cdot (4 - 3 \ln (\hat{u} + \sqrt{\hat{u}^2 - 1})) \cdot [(\hat{u} + \sqrt{\hat{u}^2 - 1})$

$- 1] \cdot (\hat{u} + \sqrt{\hat{u}^2 - 1})^{-1} + q \cdot \ln (\hat{u} + \sqrt{\hat{u}^2 - 1})$

$t(r) \cdot \sqrt{2p/q} = 2q \cdot (3 - \frac{\hat{u}^2}{2} - \hat{u}) \cdot \ln (\hat{u} + \sqrt{\hat{u}^2 - 1}) +$ Gl 43 b

$+ \frac{3}{2} q (\hat{u}^2 + 1) \cdot (\hat{u}^2 + \hat{u} \cdot \sqrt{\hat{u}^2 - 1} - 1) \cdot (\hat{u} + \sqrt{\hat{u}^2 - 1})^{-1}$

$\hat{u} = \sqrt{r/q}$, $r > q$, $\vartheta = \operatorname{arc\,tg} p/x \cdot \sec \varphi$!

Schließlich können noch die Zusatzgeschwindigkeiten v_{zu} und v_{zc} ermittelt werden, welche einer zirkulären oder elliptischen Bahn auf einer gekennzeichneten Masse im Perihel erteilt werden müssen, damit die betreffende geschlossene Kurve in eine Parabel übergeht. Es ist

$v_{zu}^2 = v_p^2 - v_{zk}^2 = \mu/q = v_{zk}^2$ und $v_{zc}^2 = 2\mu/q - \frac{2kk\,83}{q(1+q)} =$

$= \frac{2\mu}{1+q}$. Zusammengefaßt

$v_{zk} = v_{zu}$, $v_{zc} = \pm \sqrt{\frac{2\mu}{1+q}} = \pm \sqrt{\mu/a}$. Gl 44.

Damit ist der geschlossenen Kurve eine Parabel mit der zirkulären Geschwindigkeit verknüpft, wobei $\arccos \hat{u}$ während die elliptische Geschwindigkeit im Perihel einen Zuwachs erhalten muß, welcher der zirkulären Geschwindigkeit im Abstand der großen Ellipsenachse entspricht.

Die Gl 39 bis 44 beschreiben die drei durch Gl 38 charakterisierten Möglichkeiten der Grenzbahnübergänge. Es handelte sich dabei um elliptische Bahnen im allgemeinen Fall deren Grenzfälle Kreis und Parabel darstellen. Die parabolische Geschwindigkeit ist eine irrationale obere Grenze des allgemeinen elliptischen Geschwindigkeitsintervalles. Wenn diese parabolische Grenzwert der Perihelgeschwindigkeit $v_p = v_a$ überschritten wird, sodaß also $v_a > v_p$ wird, so ändert der Parabelast in den einer gleichseitigen Hyperbel in asymptotischer Form nach Gl 36 b aus und die Perihelgeschwindigkeit ist in das unendliche hyperbolische Intervall $v < v_u < \infty$ übergegangen. Zu jedem Perihel q gehört eine Schar konfokaler Hyperbeln, deren gemeinsamer Fokus nach Gl 34 das als Bezugspunkt gewählte Gravitationszentrum ist. Wenn weiter die gemeinsame große Hyperbelachse (die Hyperbeln sind gleich coaxial) mit der Abszissenrichtung zusammenfällt, muß für jede Hyperbel der Schar die Beziehung $y = \pm \sqrt{\mu a^2 \cdot (b^2 + e^2 x^2)} - ex$ in rechtwinkligen Koordinaten gelten. a und b sind die große und kleine Achse der betreffenden Hyperbel und $e^2 = a^2 + b^2$ ist die lineare Exzentrizität.

In Polarkoordinaten gilt daher $r = b^2(a - e\cos\varphi)$; somit die Ableitung wird $dr/d\varphi = \frac{-b^2 \cdot e\sin\varphi}{(a - e\cos\varphi)^2} =$
$= -r^2/b^2 \cdot \sqrt{\frac{2ar}{b^2} + \frac{r^2}{b^2} - 1}$. Der Ausdruck wird mit
Gl 30 verglichen, in welcher $v_a = v_h > v_p = \sqrt{2\mu/q}$
gesetzt wird. Die Hyperbelachsen können eli-
miniert werden, man erhält $a = \mu(v_h^2 - 2\mu/q)^{-1}$
$b = q \cdot v_h (v_h^2 - 2\mu/q)^{-1/2}$ in jenem tatsächlich
der Fall einer negativen Numerikdifferenz $2\mu/q - v_h^2 < 0$
(dessen Möglichkeit in der allgemeinen Beziehung
34 enthalten ist) verwirklicht wird. Als Exzen-
trizität folgt $e^2 = a^2 + b^2 = a^2 + 2aq + b^2 - 2aq$
$= a^2 + 2aq + q^2 = (a+q)^2$, was im Falle der
Hyperbel ebenfalls Gl 34 entspricht. Somit
a in e eingesetzt so wird $e = a + q = \frac{q \cdot v_h^2 - \mu}{v_h^2 - 2\mu/q}$
oder die Bestimmungsstücke der hyperbolischen
Bahn zusammengefaßt

$$a = \frac{\mu}{v_h^2 - 2\mu/q} \qquad b = \frac{q \cdot v_h}{\sqrt{v_h^2 - 2\mu/q}}, \qquad \text{Gl 45}$$
$$e = a + q = \frac{q \cdot v_h^2 - \mu}{v_h^2 - 2\mu/q}$$

diese Bestimmungsstücke der Hyperbel können von
dem jeweiligen Wert der Bahngeschwindigkeit im Perihel
und es kommt darauf an diesen hyperbolischen
Geschwindigkeitswert, durch welchen die geometrische
Form der jeweiligen Hyperbel bestimmt ist mittels
irgend einer geeigneten für die betreffende
Hyperbel charakteristischen Wert auszudrücken
(im Falle der elliptischen Geschwindigkeitsinte-
grales war es das jeweilige Ellipsenhalbe). Am
zweckmäßigsten bezieht man die hyperbolische
Geschwindigkeit $v_p < v_h < \infty$ auf die zu der
jeweiligen Hyperbel gehörige Ortsmaximumstelle
$l = y(0)$. Aus der Hyperbelgleichung
$y = \sqrt{\frac{1}{a^2} \cdot (b^2 + ex)^2 - x^2}$ ergibt sich daß $x = 0$
die Maximumstelle zu $l = y(0) = b^2/a$, sodaß mit

die zur Erreichung einer bestimmten Maximumstelle erforderliche hyperbolische Geschwindigkeit $v_h^2 = \mu/q \cdot l$
folgt. Im Falle der Parabel fällt noch v_h die
Maximumstelle mit dem Parameter zusammen
es ist $l_p = p = 2q$. Die Parabel ist also nicht
nur ein Grenzfall der elliptischen sondern auch
ein solcher der hyperbolischen Bewegung, indem
existiert der Grenzwert $\lim \frac{\mu \cdot l}{q^2} = \frac{2\mu}{q} = v_p^2$. Je-
doch wenn $l > 2q$ ist, führen die Gravitationsbewe-
gungen auf einer Hyperbel statt. Die hyperbolischen Ge-
schwindigkeiten $v_p < v_h < \infty$ werden dadurch be-
zogen auf die Ortsmaximumstelle $l > 2q$ durch
$v_h = \mu/q \cdot \sqrt{\frac{l}{l-2q}}$, $\lim_{l \to 2q} v_h = v_p$,
$\lim_{v_h \to \infty} \mu/q = 0$, $\qquad$ Gl 46
beschrieben. Mit Hilfe Benützung können die
formbestimmenden Konstanten jeder hyperboli-
schen Gravitationsbewegung durch die Ortsmaxi-
mumstelle ausgedrückt werden. In Gl 45 eingesetzt wird $a = \mu \cdot (v_h^2 - \frac{2\mu}{q})^{-1} = q^2 (l - 2q)^{-1}$, bei-
der $b^2 = q^2 v_h^2 \cdot (v_h^2 - \frac{2\mu}{q})^{-1} = lq^2 (l-2q)^{-1}$ und
$e = a + q = \frac{q^2 + lq - 2q^2}{l - 2q} = \frac{q \cdot (l-q)}{l-2q}$. Der Tangens-
winkel der an die Maximumstelle gelegten Tangente an der
horizontalen Bezugsachse ergibt sich aus $y = y(x)$
der Hyperbel durch $\operatorname{tg} \delta = dy/dx = \frac{e \cdot (b^2 + ex)}{a \cdot \sqrt{a^2 \cdot (b^2+ex)^2 - x^2}}$
mit $x = 0$ zu $\operatorname{tg} \delta_a = e/a = l/q - 1$. Zusammenge-
faßt lauten die formbestimmenden Konstanten

$$a = \frac{q^2}{l - 2q}, \qquad b = \frac{q\sqrt{l}}{\sqrt{l-2q}}$$
$$e = \frac{q \cdot (l-q)}{l-2q}, \qquad \delta_a = \operatorname{arctg}\left(\frac{l}{q} - 1\right) \qquad \text{Gl 47}$$

$l > 2q$ ist
da im Falle einer Hyperbelbahn immer $\delta_a > \frac{\pi}{4}$ sein
muß auch $\operatorname{tg} \delta_a > 1$ also $\delta_a > \frac{\pi}{4}$ sein. Für die-
sen Tangentenwinkel müssen weiter die folgenden
Limesrelationen gelten, $\lim_{l \to q} \operatorname{tg} \delta_a = 0$ und $\lim_{l \to 2q} \operatorname{tg} \delta_a = 1$
charakterisieren die für jeden Perihelabstand q einmaligen
Grenzwerte von Kreis und Parabel. Handelt es sich

Jacobi um zwischen beiden Grenzfällen liegende Ellipsen mit dem Apsidenabstand $h > q$ und der ottnumeralen Nullstelle $\vartheta_a = \frac{2h\varphi}{h+\varphi}$ so ist wegen $\vartheta_a/\varphi = \frac{2h}{h+\varphi}$ und $\varphi > 0$ zunächst $1 < \vartheta_a/\varphi < 2$ und daher $0 < \ln \vartheta_a < \ln 2$. Im hyperbolischen Bereich ist immer $l > 2\varphi$ und daher $\ln \vartheta_a > 1$. Für die Grenze des hyperbolischen Intervalles $r_p < r < r_h$ gilt Gl 46 entsprechend $\lim_{l \to \infty} \vartheta_a = \operatorname{arctg} \infty = \pi/2$. Der Grenzfall der hyperbolischen Bahn ist demnach die zu φ orthogonale Gerade, welche sich über alle Grenzen wachsende Perihelgeschwindigkeiten $v_p \to \infty$ entsprechen. Beim Durchlaufen der Geschwindigkeitsintervalle durchläuft auch ϑ_a bestimmte die Gravitationsbewegung charakterisierende Intervalle. Es ist

$$v_k \leqq v_c \leqq v_p, \quad 0 \leqq \ln \vartheta_a \leqq 1, \qquad \text{Gl 47a}$$
$$v_p \geqq v_h < \infty, \quad 1 \leqq \ln \vartheta_a < \infty$$

Die Konstanten der hyperbolischen Bewegung können unter Anwendung der Gleichungen 46 und 47 auf 30a und 31 zurückgeführt werden. Als Bahngeschwindigkeit v_h in der Nullstelle ergibt sich $v_h^2 = v^2 - \frac{2\mu}{\varphi} + \frac{2\mu}{l} = \mu/\varphi^2 \cdot (l - 2\varphi) + \frac{2\mu}{l} = \frac{\mu}{a l} \cdot (2a + l)$. Für Radialkomponente ist $\dot r_{vh}^2 = v_h^2 - \varphi^2/r^2 \cdot v_h^2 = \frac{\mu}{a l} \cdot (2a + l)$ und der zugehörige Quotient $\dot\varphi_{vh} = \frac{\varphi}{r^2} \cdot v_h = 1/r \cdot \sqrt{\mu/l}$.

Die gesamte Bogenlänge s_h sowohl als auch die zu ihrem Durchlauf erforderliche Zeit T_h auf einer Hyperbel sind durch divergierende hyperbolische Integrale

$$s_h = \int_\varphi^\infty r^2 \cdot \sqrt{\mu/a - 2\mu/r}\, d\varphi/dr \cdot dr \quad \text{und}$$
$$T_h = \varphi \cdot v_h = \int_\varphi^\infty r^2 \cdot d\varphi/dr\, dr$$

gegeben. Beide Integrale müssen divergieren da die Hyperbeln offene Kurven sind und das Konvergenzkriterium nicht erfüllt ist. Es ist daher $\lim_{r \to \infty} \int r^2 \sqrt{\mu/a - 2\mu/r}\, d\varphi/dr \cdot dr = \lim_{r \to \infty} \int r^2 \cdot d\varphi/dr \cdot dr = T_h \cdot \varphi \cdot v_h = s_h \cdot \varphi \cdot v_h \to \infty$ und $\lim_{r \to \infty} \varphi$ die Umlaufszeit können die gesamte Bogenlänge

also nicht angegeben werden. Die eine hyperbolische Gravitationsbewegung kennzeichnenden Konstanten sind daher durch

$$v_h = \pm \sqrt{\mu/a \cdot (2a + l)}, \quad \dot r_{vh} = \pm \sqrt{\mu/a l \cdot (a + l)} =$$
$$= \pm \sqrt{\mu/l} \cdot \operatorname{tg} \vartheta_a, \quad \dot\varphi_{vh} = \pm 1/l \cdot \sqrt{\mu/l}, \quad s_h \to \infty \; T_h \to \infty$$

gegeben. Gl 48

Die bei der Bewegung auftretenden zeitlich variablen Größen wie v, $\dot r$, $\dot\varphi$, s, t sind in Kommen analog der kubischen Gleichung von φ abhängig, wodurch auch diese Größen die differentialformen elementar getrennt werden, während die beiden Integrale s und t nicht elementar sind. Nach 26 und 30a wird mit 46 zunächst $v^2 = v_h^2 + 2\mu(1/r - 1/\varphi) = \mu \cdot (1/a + 2/r) = \mu/ar \cdot (2a + r)$ und der Radialanteil $\dot r^2 = v^2 - \varphi^2/r^2 \cdot v_h^2 = \mu/ar \cdot (2a + r - \frac{al}{r}) = \frac{\mu}{ar^2} \cdot ((a + r)^2 - a \cdot (a + l))$. Die Radialkomponente der momentanen Bahngeschwindigkeit v wird dagegen zu $\dot\varphi = 1/r^2 \cdot \sqrt{\mu l}$. Zur Bestimmung des Bogen- und Zeitintegrals $s(r)$ und $t(r)$ wird die Annahme gemacht, daß bei Beginn der Bewegung im Abstand φ die Zählung von Bogenlänge und Zeit ebenfalls beginnt, also $s(\varphi) = t(\varphi) = 0$ ist. Nach 31 und 46 wird dann $s(r) \cdot \sqrt{\mu l} = \int_\varphi^{\Phi(r)} r^2 \cdot \sqrt{\mu/ar \cdot (2a + r)} \cdot d\Phi = \int_\varphi^r r \cdot \sqrt{\frac{r^2}{a} + (2a + r)} \cdot \frac{d\Phi}{dr} \cdot dr$. Aus $\Phi(\varphi)$ der Hyperbelgleichung in Polarkoordinaten $r = b^2 \cdot (a - e \cos \Phi)^{-1}$ folgt $\Phi = \arccos 1/e \cdot (a - b^2/r)$. Man kann also schreiben $s(r) = \int_\varphi^r r \cdot \sqrt{r/ar} \cdot (2a + r) \cdot d/dr \cdot [\arccos 1/e \cdot (a - b^2/r)] \cdot dr$. Das Integral der zu dieser Bogenlänge gehörigen Laufzeit $t(r)$ ist partiell lösbar; nämlich $t_2(r) \cdot \sqrt{\mu l} = \int_\varphi^r r^2 \cdot d\Phi/dr \cdot dr = \int_\varphi^r r^2 \cdot \arccos 1/e \cdot (a - b^2/r)\, dr - 2\mu \cdot \int_\varphi^r \arccos 1/e \cdot (a - b^2/r)\, dr = r^2 \cdot \arccos 1/e \cdot (a - b^2/r) \frac{1}{2} + 2 \int\int \arccos 1/e \cdot (a - b^2/r) \cdot dr \cdot dr$. Schließlich kann auch der Tangentenwinkel ϑ, der an einen beliebigen Bahnpunkt gelegten Tangente

ଯାହାର ଅନ୍ତର୍ଗତ ଅଂଶର ଆୟତନ ଓ ପୃଷ୍ଠତଳର ଆୟତନ ।

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\sqrt{a x^2+(bx+cz)^2-z^2}}\right) = \frac{-(a x+c(bx+cz))}{\sqrt{a x^2+(bx+cz)^2-z^2}^3}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\sqrt{a x^2+(by+cz)^2-z^2}}\right) = \frac{-(by+c(by+cz))}{\sqrt{a x^2+(by+cz)^2-z^2}^3}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\sqrt{a x^2+(by+cz)^2-z^2}}\right) = \frac{cz+c(by+cz)}{\sqrt{a x^2+(by+cz)^2-z^2}^3}$$

ଏଠାରେ ଛେଦବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ହେବ

$$\left(\frac{a}{a x+b y+c z}, \frac{b}{a x+b y+c z}, \frac{c}{a x+b y+c z}\right)$$

ଏହି ସ୍ଥାନାଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ସମୀକରଣ $a x^2+(by+cz)^2-z^2=0$ କୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରିବା ସହଜରେ ଦେଖାଯାଇପାରେ । ଅତଏବ ଛେଦବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଏକ ଶଙ୍କୁ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ଏହି ଶଙ୍କୁର ସମୀକରଣ ଯଦି $Ax^2+By^2+Cz^2+2Dxy+2Eyz+2Fzx=0$ ହୁଏ, ତେବେ ଏହାର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ (α, β, γ) ହେଲେ

$$A\alpha+D\beta+F\gamma = 0$$
$$D\alpha+B\beta+E\gamma = 0$$
$$F\alpha+E\beta+C\gamma = 0$$

ଏହି ସମୀକରଣତ୍ରୟରୁ α, β, γ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ମିଳିବ ।

ଏହି ଶଙ୍କୁର ସମୀକରଣ $a x^2+(by+cz)^2-z^2=0$ ରୁ ଏହାର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ମିଳିବ ନାହିଁ । ଏଥିପାଇଁ ଏହାର ସମୀକରଣକୁ ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ ଲେଖିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

$$a x^2+(by+cz)^2-z^2 = a x^2+b^2y^2+c^2z^2+2bcyz-z^2$$

ଏହାର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ (α, β, γ) ହେଲେ

$$a\alpha+b\beta+c\gamma = 0$$
$$b\alpha+b^2\beta+bc\gamma = 0$$
$$c\alpha+bc\beta+c^2\gamma = -1$$

ଏହି ସମୀକରଣତ୍ରୟରୁ α, β, γ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ମିଳିବ ।

$$\alpha = \frac{-a}{a^2+b^2+c^2}, \quad \beta = \frac{-b}{a^2+b^2+c^2}, \quad \gamma = \frac{-c}{a^2+b^2+c^2}$$

ଏହି ଶଙ୍କୁର ସମୀକରଣ $a x^2+(by+cz)^2-z^2=0$ ରୁ ଏହାର ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣ ମିଳିବ ନାହିଁ । ଏଥିପାଇଁ ଏହାର ସମୀକରଣକୁ ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ ଲେଖିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

$$a x^2+(by+cz)^2-z^2 = a x^2+b^2y^2+c^2z^2+2bcyz-z^2$$

ଏହାର ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣ ହେବ $\frac{x}{l}=\frac{y}{m}=\frac{z}{n}$ ଏଠାରେ l, m, n ଏହି ତିନୋଟି ରାଶି ନିମ୍ନ ସମୀକରଣତ୍ରୟକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରିବେ ।

$$al+bm+cn = 0$$
$$bl+b^2m+bcn = 0$$
$$cl+bcm+c^2n = -n$$

ଏହି ସମୀକରଣତ୍ରୟରୁ l, m, n ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣ ମିଳିବ ।

$$\frac{x}{-a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

ଏହି ଶଙ୍କୁର ସମୀକରଣ $a x^2+(by+cz)^2-z^2=0$ ରୁ ଏହାର ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣ ମିଳିବ ନାହିଁ । ଏଥିପାଇଁ ଏହାର ସମୀକରଣକୁ ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ ଲେଖିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

$$a x^2+(by+cz)^2-z^2 = a x^2+b^2y^2+c^2z^2+2bcyz-z^2$$

ଏହାର ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣ ହେବ $\frac{x}{l}=\frac{y}{m}=\frac{z}{n}$ ଏଠାରେ l, m, n ଏହି ତିନୋଟି ରାଶି ନିମ୍ନ ସମୀକରଣତ୍ରୟକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରିବେ ।

$$al+bm+cn = 0$$
$$bl+b^2m+bcn = 0$$
$$cl+bcm+c^2n = -n$$

ଏହି ସମୀକରଣତ୍ରୟରୁ l, m, n ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣ ମିଳିବ ।

$$\frac{x}{-a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

ଏହି ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣଗୁଡ଼ିକରୁ ଦେଖିବା ଯାଉଛି ଯେ ଅକ୍ଷଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ଲମ୍ବ ନୁହନ୍ତି ।

ଏହି ଶଙ୍କୁର ସମୀକରଣ $a x^2+(by+cz)^2-z^2=0$ ରୁ ଏହାର ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣ ମିଳିବ ନାହିଁ । ଏଥିପାଇଁ ଏହାର ସମୀକରଣକୁ ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ ଲେଖିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

$$a x^2+(by+cz)^2-z^2 = a x^2+b^2y^2+c^2z^2+2bcyz-z^2$$

ଏହାର ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣ ହେବ $\frac{x}{l}=\frac{y}{m}=\frac{z}{n}$ ଏଠାରେ l, m, n ଏହି ତିନୋଟି ରାଶି ନିମ୍ନ ସମୀକରଣତ୍ରୟକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରିବେ ।

$$al+bm+cn = 0$$
$$bl+b^2m+bcn = 0$$
$$cl+bcm+c^2n = -n$$

ଏହି ସମୀକରଣତ୍ରୟରୁ l, m, n ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣ ମିଳିବ ।

$$\frac{x}{-a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

ଏହି ଶଙ୍କୁର ସମୀକରଣ $a x^2+(by+cz)^2-z^2=0$ ରୁ ଏହାର ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣ ମିଳିବ ନାହିଁ । ଏଥିପାଇଁ ଏହାର ସମୀକରଣକୁ ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ ଲେଖିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

$$a x^2+(by+cz)^2-z^2 = a x^2+b^2y^2+c^2z^2+2bcyz-z^2$$

ଏହାର ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣ ହେବ $\frac{x}{l}=\frac{y}{m}=\frac{z}{n}$ ଏଠାରେ l, m, n ଏହି ତିନୋଟି ରାଶି ନିମ୍ନ ସମୀକରଣତ୍ରୟକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରିବେ ।

$$al+bm+cn = 0$$
$$bl+b^2m+bcn = 0$$
$$cl+bcm+c^2n = -n$$

ଏହି ସମୀକରଣତ୍ରୟରୁ l, m, n ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣ ମିଳିବ ।

$$\frac{x}{-a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

α eine Integrationskonstante ist. Die Bahngleichung selbst ergibt sich unter Berücksichtigung dieses Wertes aus der Parameterform $x = r \cdot \cos\varphi$, $y = r \cdot \sin\varphi$ zu $y = x \operatorname{tg} \sqrt{\ln(\alpha^2 - \ln\alpha)}$ während der Tangentenwinkel $\operatorname{tg}\vartheta = dy/dx = \operatorname{tg}\sqrt{\ln(\alpha^2 - \ln\alpha)} = a = \text{const.}$ ist also

$y = ax$, $\operatorname{tg}\vartheta = a$, $a = \operatorname{tg}\sqrt{\ln(\alpha^2 - \ln\alpha)} = \text{const.}$

Gl 51

die Bewegung kann daher nur auf einer Ursprungsgeraden stattfinden und wird durch eine einzige Konstante gekennzeichnet. Es ist dies der Abstand $s > q$, welcher durch die Anfangsgeschwindigkeit v_a im Abstand q von der gravitierenden Masse erreicht wird. Da die geradlinige Bewegung im Abstand s entschwinden muß, kann die zur Erreichung eines bestimmten s-Wertes erforderliche v_a aus $\dot r = 0$ und $r = s$, also aus $\dot r = \sqrt{v_a^2 + 2\mu\cdot(1/s - 1/q)} = 0$ ermittelt werden. Es ist $v_a^2 = \frac{2\mu}{sq}\cdot(s-q)$ und man erkennt, daß bei einem über alle Grenzen wachsenden s der Grenzwert $\lim v_a^2 = 2\mu/q = v_p^2$ existiert. Wenn also $s \to \infty$ noch im Endlichen bleibt, gilt $v_a < v_p$ d.h. das Gravitationspotential wird nicht überwunden und die geradlinige Bewegung wiederholt sich periodisch in Form einer linear polarisierten Schwingung (auch die periodischen Umläufe auf geschlossenen Gravitationsbahnen können als Schwingungen aufgefaßt werden). Dagegen bei Annäherung des Abstandes $s \to \infty$ so wird $v_a \geq v_p$ und die Bewegung verläuft nicht periodisch auf einer ins Unendliche führenden geraden Linie. Jede Gravitationsbewegung, die nach Art der Gl 51 abläuft, kann demnach als Linear-

projektion der Gravitationsbahnen mit orthogonalen Radiusvektoren auf eine Bezugsachse der Bahnebene aufgefaßt werden. Die Substitution von $v_a^2 = \frac{2\mu}{sq}\cdot(s-q)$ in $\dot r = 0$ liefert einen Ausdruck für die momentane Bahngeschwindigkeit nämlich $\dot r^2 = 2\mu/r s\cdot(s-r)$, wo immer $s \geq r$ ist, Insgesamt gilt für die geradlinige Bewegung

$v_a = \pm\sqrt{2\mu/qs\cdot(s-q)}$, $\lim_{s\to\infty} v_a = v_p$,

$\dot r = \pm\sqrt{2\mu/rs\cdot(s-r)}$, $s \geq r$,

Gl 51a

der letzte hierin vorkommende Ausdruck für die momentane Bahngeschwindigkeit kann zur expliziten Unterstützung des Schwingungsvorganges benutzt werden. s ist die von der Anfangsgeschwindigkeit v_a im Abstand q abhängige Amplitude der Schwingung (Maximalausschlag), die Zeit T dagegen ist die Schwingungsperiode zwischen zwei Amplitudendurchgängen und die Phasenzeit t beschreibt einen bestimmten Zustand der Schwingung. Wenn die Schwingung durch einen Antrieb v_a im Abstand q eingeleitet worden ist, verläuft sie wegen der gültigkeit des Energiesatzes 6 als konservatives System symmetrisch bezüglich auf den gravitationszentrum. Für Abstand $1/1$ von diesem erreicht die Bahngeschwindigkeit immer $\pm v_a$ doch ist dieser Wert nicht mit der Geschwindigkeitsamplitude identisch. Diese Maximum wird erst beim Durchlaufen des Zentrums erreicht. Zur Bestimmung der Viertelperiode darf deshalb nicht von $r = q$ sondern von $r = 0$ bis $r = s$ integriert werden. Aus $\dot r = \pm\sqrt{2\mu/r - 2\mu/s} = dr/dt$ folgt das Phasenintegral $\pm t(r) = \sqrt{2\mu/s}\int_0^r \frac{dr}{\sqrt{sr-r}}$ wenn $t(0) = 0$ angenommen wird nach Ausführung der Fläch-

Substitution $\mu = \tilde{u}^2 \cdot \beta$ ergibt das Integral sofort

$\pm t(R) \cdot \sqrt{2\beta/\beta} = 2\beta \cdot \int_{\tilde{u}(0)}^{\tilde{u}(R)} \frac{\tilde{u}^2 \cdot d\tilde{u}}{\sqrt{1-\tilde{u}^2}} = 2\beta \cdot [\tilde{u}^2 \cdot \arcsin \tilde{u}]_{\tilde{u}(0)}^{\tilde{u}(R)} - 2\beta \cdot \int_{\tilde{u}(0)}^{\tilde{u}(R)} \arcsin \tilde{u} \cdot d\tilde{u} + 2 \cdot \iint_{\tilde{u}(0)}^{\tilde{u}(R)} \arcsin \tilde{u} \cdot d\tilde{u} \cdot d\tilde{u}$ I.

Die partiellen Integrale werden mit der weiteren Substitution $\tilde{u} = \sin v$ und $d\tilde{u}/dv = \cos v$ ausgeführt $\int \arcsin \tilde{u} \cdot d\tilde{u} = \int \sin v \cdot \cos v \cdot dv =$
$= \frac{1}{2} \sin^2 v = \tilde{u}^2/2$ und $\iint \arcsin \tilde{u} \cdot d\tilde{u} \cdot d\tilde{u} =$
$= \frac{1}{2} \cdot \int \tilde{u}^2 \cdot d\tilde{u} = \tilde{u}^3/6$. Eingesetzt ergibt dies

$\pm t(R) \cdot \frac{1}{8} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}\beta} = \left(\tilde{u}^2 \cdot \arcsin \tilde{u} + \frac{1}{3}\tilde{u}^3 - \tilde{u}^3\right)_{\tilde{u}(0)}^{\tilde{u}(R)}$
$= \tilde{u}^2 \cdot \arcsin \tilde{u} - \frac{2}{3}\tilde{u}^3$ weil $\tilde{u}(0) = 0$ ist.

Insgesamt wird $t(R) = \pm \beta \cdot \sqrt{\frac{1}{2}\beta} \cdot \tilde{u}^2 \cdot (\arcsin \tilde{u} - \frac{2}{3}\tilde{u})$
$= \pm \mu \cdot \sqrt{\frac{1}{2}\beta} \cdot (\arcsin \sqrt{R/\beta} - \frac{2}{3} \cdot \sqrt{R/\beta})$. Zur Bestimmung einer Vollperiode T wird zwischen anderen Grenzen integriert, nämlich $\int_0^T dt =$
$= \pm \sqrt{\beta/2\mu} \cdot \int_{\tilde{u}(0)}^{\tilde{u}(\beta)} \frac{dr}{\sqrt{\beta/r - 1}} = \pm 2\beta \cdot \sqrt{\beta/2\mu} \cdot \int_0^{\tilde{u}(\beta)} \frac{\tilde{u}^2 \cdot d\tilde{u}}{\sqrt{1-\tilde{u}^2}}$

denn es ist $\tilde{u}(\beta) = \sqrt{\beta/\beta} = 1$. Ausgeführt ergibt die Integration $T/4 = \pm \beta \cdot \sqrt{2\beta/\mu} \cdot (\arcsin 1 - \frac{2}{3}) =$
$= \pm \beta \cdot \sqrt{2\beta/\mu} \cdot (\pi/2 - 2/3)$ oder $T = \pm \frac{4}{3}\beta \cdot (3\pi - 4) \cdot \sqrt{2\beta/\mu}$

Phase t und Periode T der gut linearen Schwingung eine ausgezeichnete Gravitationsbewegung. Kennen also außer dem Anfangsimpuls p und die Amplitude β in der Form

$t(R) = \pm \mu \cdot (\arcsin \sqrt{R/\beta} - \frac{2}{3} \cdot \sqrt{R/\beta}) \cdot \sqrt{\frac{2\beta}{\mu}} + \Sigma;$
$T = \pm \frac{4}{3}\beta \cdot (3\pi - 4) \cdot \sqrt{2\beta/\mu}$ gleich. 52

ausgedrückt werden, wenn im allgemeinen Fall $t(0) = \Sigma \neq 0$ eine von Null verschiedene Phasenverschiebung ist.

F Anmerkung zu Seite 91. Da wegen dieser zulässigen die Beiträge von positiver und negativer Amplitude einander gleich sein müssen kann eine Bahn 51 nur als Kreisprojektion einer nicht zentrischen oder offenen Bahnkurve mit orthogonalen Anfangsvektoren gedeutet werden nach 34 kann nur ein Brennpunkt nicht aber der Koinzidenzbrennpunkt mit dem Gravitationszentrum zusammenfallen. Unser Fall Linearprojektionen von Ellipsen aus.

6.) Das entropie und isotrope Feld positionierender Massenverteilungen. F Anmerkung auf S. 122

V
Die gravitative Feldstärke. (Frühsommer 1951)

1.) Die Gravitation als Quellenfeld.

Neben der Darstellung der Gravitation durch die Feldfunktion $\psi(r_s) = \gamma \cdot \frac{m}{r_s}$ welche das Energieniveau eines Zentralpunktes $\vec{K} = \text{grad}_{(3)} \psi(r_s)$ vergegenwärtigt auf das Gravitationsgesetz angewandt und aus welcher alle im Vorangegangenen abgeleiteten Bewegungsgesetze gravitierender Massen folgen, ist noch eine Beschreibung der Gravitation als Quellenfeld möglich. Bei V Dieser Beschreibungsmethode welche Rückschlüsse über die Feldstärke gestattet sollen die beiden sich anziehenden Massen M und m hier die Strecke $\vec{a} =$ $= \text{const}$ voneinander getrennt an feste Ruhelagen gebunden sein, da nicht die Bewegungsgleichungen gravitierender Massen sondern die Feldstärke und damit die Ursache der Gravitationskraft untersucht werden soll. Die Beschreibung als Quellenfeld wird mit ~~Fakultät~~ möglich, weil die gravitierenden Massen nicht vom Faktor strahle r_s abhängen, sodaß $\vec{K} = \text{grad}_{(3)} \psi(r_s) =$ $= m \cdot \text{grad}_{(m)} \left(\frac{\mu_m}{r_s}\right) = M \cdot \text{grad}_{(m)} \left(\frac{\mu_m}{r_s}\right)$ gesetzt werden kann, wobei $\mu_m = \gamma m$ und $\mu_M = \gamma M$ als Quellenergiebeiträge aufgefaßt werden können. M befinde sich nun als Quellpunkt A im Koordinatenursprung als Quellpunkt eines positiven (x y z) - Systems.

V wenn r auf den zweiseitigen Quellpunkt bezogen ist.

94 बताइए m का वह अधिकतम $\overline{a}$ मान जिसके लिए $\overline{a}\cdot\overline{AB} = \text{constant}$.

हल $\overline{AB} = \overline{a}$ जहाँ A और B क्रमशः $(0,0,0)$ और $(\frac{\alpha\cdot 0\cdot 0}{\alpha^2+0^2+0^2}, \frac{0\cdot\beta\cdot 0}{\alpha^2+\beta^2+0^2}, \frac{0\cdot 0\cdot\gamma}{\alpha^2+0^2+\gamma^2})$ हैं।

$\therefore \overline{a} = \alpha\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$

$\therefore \overline{a}\cdot\overline{a} = \alpha^2 = \text{constant}$.

उदाहरण 53

सिद्ध कीजिए कि $\overline{r}\cdot\overline{r}\times\overline{dr} = 0$

हल $\overline{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$\therefore \overline{dr} = dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j} + dz\,\hat{k}$

$\therefore \overline{r}\times\overline{dr} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x & y & z \\ dx & dy & dz \end{vmatrix}$

$= \hat{i}(ydz - zdy) - \hat{j}(xdz - zdx) + \hat{k}(xdy - ydx)$

$\therefore \overline{r}\cdot\overline{r}\times\overline{dr} = x(ydz - zdy) - y(xdz - zdx) + z(xdy - ydx)$

$= xydz - xzdy - yxdz + yzdx + zxdy - zydx$

$= 0$

उदाहरण 54

सिद्ध कीजिए कि $\nabla\cdot\left(\frac{\overline{r}}{r^3}\right) = 0$ जहाँ $\overline{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ और $r = |\overline{r}|$

हल $\nabla\cdot\left(\frac{\overline{r}}{r^3}\right) = \nabla\cdot\left(\frac{x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\right)$

$= \nabla\cdot\left(\frac{x\hat{i}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} + \frac{y\hat{j}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} + \frac{z\hat{k}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\right)$

$= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\right)$

$= \frac{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}\cdot 1 - x\cdot\frac{3}{2}(x^2+y^2+z^2)^{1/2}\cdot 2x}{(x^2+y^2+z^2)^3} + \frac{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}\cdot 1 - y\cdot\frac{3}{2}(x^2+y^2+z^2)^{1/2}\cdot 2y}{(x^2+y^2+z^2)^3} + \frac{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}\cdot 1 - z\cdot\frac{3}{2}(x^2+y^2+z^2)^{1/2}\cdot 2z}{(x^2+y^2+z^2)^3}$

$= \frac{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}\left[(x^2+y^2+z^2) - 3x^2 - 3y^2 - 3z^2\right]}{(x^2+y^2+z^2)^3}$

$= \frac{-2(x^2+y^2+z^2)}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}} = \frac{-2}{r^3}$

$\therefore \nabla\cdot\left(\frac{\overline{r}}{r^3}\right) = 0$ जहाँ $r \neq 0$, अर्थात् मूलबिंदु को छोड़कर अन्य सभी बिंदुओं पर $\nabla\cdot\left(\frac{\overline{r}}{r^3}\right) = 0$ होता है। मूल बिंदु पर $\frac{\overline{r}}{r^3}$ अनन्त हो जाता है, अर्थात् वहाँ $\nabla\cdot\left(\frac{\overline{r}}{r^3}\right)$ परिभाषित नहीं है।

उदाहरण 55

सिद्ध कीजिए कि $\nabla\cdot\left(\frac{\overline{a}\times\overline{r}}{r^n}\right) = 0$ जहाँ $\overline{a}$ एक अचर सदिश है।

हल $\nabla\cdot\left(\frac{\overline{a}\times\overline{r}}{r^n}\right) = \nabla\cdot\left(\frac{a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}}{r^n}\times\frac{x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}}{r^n}\right)$

$= \nabla\cdot\left(\frac{1}{r^n}\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ x & y & z \end{vmatrix}\right)$

$= \nabla\cdot\left(\frac{1}{r^n}\left[(a_2z - a_3y)\hat{i} - (a_1z - a_3x)\hat{j} + (a_1y - a_2x)\hat{k}\right]\right)$

$= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{a_2z - a_3y}{r^n}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{a_1z - a_3x}{r^n}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{a_1y - a_2x}{r^n}\right)$

$= (a_2z - a_3y)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r^n}\right) - (a_1z - a_3x)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{r^n}\right) + (a_1y - a_2x)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r^n}\right)$

$= (a_2z - a_3y)\left(-\frac{n}{r^{n+1}}\right)\frac{\partial r}{\partial x} - (a_1z - a_3x)\left(-\frac{n}{r^{n+1}}\right)\frac{\partial r}{\partial y} + (a_1y - a_2x)\left(-\frac{n}{r^{n+1}}\right)\frac{\partial r}{\partial z}$

$= \frac{n}{r^{n+1}}\left[(a_2z - a_3y)\frac{x}{r} - (a_1z - a_3x)\frac{y}{r} + (a_1y - a_2x)\frac{z}{r}\right]$

$= \frac{n}{r^{n+2}}\left[a_2zx - a_3yx - a_1zy + a_3xy + a_1yz - a_2xz\right]$

$= 0$

उदाहरण 56

सिद्ध कीजिए कि $\nabla\cdot\left(\frac{\overline{a}\times\overline{r}}{r^n}\right) = 0$ जहाँ $\overline{a}$ एक अचर सदिश है।

हल $\nabla\cdot\left(\frac{\overline{a}\times\overline{r}}{r^n}\right) = \nabla\cdot\left(\frac{a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}}{r^n}\times\frac{x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}}{r^n}\right)$

$= \nabla\cdot\left(\frac{1}{r^n}\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ x & y & z \end{vmatrix}\right)$

$= \nabla\cdot\left(\frac{1}{r^n}\left[(a_2z - a_3y)\hat{i} - (a_1z - a_3x)\hat{j} + (a_1y - a_2x)\hat{k}\right]\right)$

$= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{a_2z - a_3y}{r^n}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{a_1z - a_3x}{r^n}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{a_1y - a_2x}{r^n}\right)$

$= (a_2z - a_3y)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r^n}\right) - (a_1z - a_3x)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{r^n}\right) + (a_1y - a_2x)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r^n}\right)$

$= (a_2z - a_3y)\left(-\frac{n}{r^{n+1}}\right)\frac{\partial r}{\partial x} - (a_1z - a_3x)\left(-\frac{n}{r^{n+1}}\right)\frac{\partial r}{\partial y} + (a_1y - a_2x)\left(-\frac{n}{r^{n+1}}\right)\frac{\partial r}{\partial z}$

$= \frac{n}{r^{n+1}}\left[(a_2z - a_3y)\frac{x}{r} - (a_1z - a_3x)\frac{y}{r} + (a_1y - a_2x)\frac{z}{r}\right]$

$= \frac{n}{r^{n+2}}\left[a_2zx - a_3yx - a_1zy + a_3xy + a_1yz - a_2xz\right]$

$= 0$

उदाहरण 57

सिद्ध कीजिए कि $\nabla\cdot\left(\frac{\overline{a}\times\overline{r}}{r^n}\right) = 0$ जहाँ $\overline{a}$ एक अचर सदिश है।

हल $\nabla\cdot\left(\frac{\overline{a}\times\overline{r}}{r^n}\right) = \nabla\cdot\left(\frac{a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}}{r^n}\times\frac{x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}}{r^n}\right)$

$= \nabla\cdot\left(\frac{1}{r^n}\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ x & y & z \end{vmatrix}\right)$

$= \nabla\cdot\left(\frac{1}{r^n}\left[(a_2z - a_3y)\hat{i} - (a_1z - a_3x)\hat{j} + (a_1y - a_2x)\hat{k}\right]\right)$

$= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{a_2z - a_3y}{r^n}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{a_1z - a_3x}{r^n}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{a_1y - a_2x}{r^n}\right)$

$= (a_2z - a_3y)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r^n}\right) - (a_1z - a_3x)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{r^n}\right) + (a_1y - a_2x)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r^n}\right)$

$= (a_2z - a_3y)\left(-\frac{n}{r^{n+1}}\right)\frac{\partial r}{\partial x} - (a_1z - a_3x)\left(-\frac{n}{r^{n+1}}\right)\frac{\partial r}{\partial y} + (a_1y - a_2x)\left(-\frac{n}{r^{n+1}}\right)\frac{\partial r}{\partial z}$

$= \frac{n}{r^{n+1}}\left[(a_2z - a_3y)\frac{x}{r} - (a_1z - a_3x)\frac{y}{r} + (a_1y - a_2x)\frac{z}{r}\right]$

$= \frac{n}{r^{n+2}}\left[a_2zx - a_3yx - a_1zy + a_3xy + a_1yz - a_2xz\right]$

$= 0$

Ньютон механикасының екі бірінші
және екінші заңдарын қорытып шығарыңыз.

Бірінші заң. Кез келген материялық нүкте
өзінің тыныштық немесе бірқалыпты түзусызықты
қозғалыс күйін сыртқы күштер оны осы күйден
шығармайынша сақтайды.

Екінші заң. Материялық нүктенің импульсінен
уақыт бойынша алынған туындысы осы нүктеге
әсер ететін күшке тең және сол бағытта
болады.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}, \quad \vec{p} = m\vec{v}$$

Үшінші заң. Екі материялық нүкте бір-біріне
модульдері тең, бағыттары қарама-қарсы,
олардың арасындағы түзу бойымен әсер ететін
күштермен әсерлеседі.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Бұл заңдардың Ньютон механикасында
маңызы зор. Бірінші заң инерциялық
санақ жүйесінің бар екендігін көрсетеді.
Екінші заң материялық нүктенің қозғалысын
зерттеуге мүмкіндік береді. Үшінші заң
материялық нүктелер жүйесінің қозғалысын
зерттеуге мүмкіндік береді.

Ньютон механикасының қолданылу шегі
$v \ll c$ болғанда, яғни жылдамдық жарық
жылдамдығынан әлдеқайда кіші болғанда
орындалады. Бұл шектеулер релятивистік
механикада ескеріледі.

2.) Бір өлшемдегі тербелмелі қозғалыс
Гармоникалық осциллятор

Гармоникалық осциллятор деп тепе-теңдік
күйінен ығысқан кезде оған серпімділік
күші әсер ететін материялық нүктені
айтады. Серпімділік күші ығысуға
пропорционал және оған қарама-қарсы
бағытталған болады.

$$F = -kx$$

мұндағы k — серпімділік коэффициенті.

Ньютонның екінші заңы бойынша

$$m\ddot{x} = -kx$$

немесе

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

Бұл сызықты, біртекті, екінші ретті
дифференциалдық теңдеу. Оның жалпы
шешімі

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

мұндағы A — амплитуда, ω_0 — циклдік
жиілік, φ_0 — бастапқы фаза.

Гармоникалық осциллятордың толық
энергиясы

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$$

Математикалық маятник — массасы
материялық нүктеден тұратын, ұзындығы
салмақсыз және созылмайтын жіпке ілінген
жүйе. Маятник тепе-теңдік күйінен
ауытқығанда, оған ауырлық күші мен
жіптің керілу күші әсер етеді.

Маятниктің қозғалыс теңдеуі

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\sin\varphi = 0$$

Кіші амплитудалар үшін $\sin\varphi \approx \varphi$
деп алуға болады, сонда

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0, \quad \omega_0^2 = \frac{g}{l}$$

Маятниктің тербеліс периоды

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Физикалық маятник — ауырлық күшінің
әсерінен тербелетін қатты дене.
Маятниктің тербеліс периоды

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

мұндағы I — маятниктің ілініс осіне
қатысты инерция моменті, l — ілініс
нүктесінен маятниктің массалар центріне
дейінгі қашықтық.

Серпімділік күші әсерінен болатын
еркін тербелістерде механикалық энергия
сақталады. Тербелістің толық энергиясы
потенциалдық энергияның ең үлкен
мәніне тең.

Еркін тербелістерге кедергі күші әсер
еткенде, тербелістің амплитудасы уақыт
өткен сайын кемиді. Мұндай тербелістер
өшетін тербелістер деп аталады.

Кедергі күші жылдамдыққа пропорционал
деп алынады:

$$F_к = -r\vec{v}$$

мұндағы r — кедергі коэффициенті.

Өшетін тербелістің қозғалыс теңдеуі

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

мұндағы $\beta = \frac{r}{2m}$ — өшу коэффициенті.

Кедергі күші аз болғанда, яғни $\beta < \omega_0$
болғанда, тербеліс кезінде амплитуда
экспоненциал заң бойынша кемиді:

$$A = A_0 e^{-\beta t}$$

Өшетін тербелістің периоды

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

Өшу коэффициенті β мен периодтың
логарифмдік декременті

$$\lambda = \beta T$$

Кедергі күші өте үлкен болғанда,
$\beta > \omega_0$ болғанда, тербеліс
апериодтық сипатқа ие болады.

Еріксіз тербелістер — сыртқы периодты
күштің әсерінен болатын тербелістер.
Периодты сыртқы күш $F = F_0\cos\omega t$
болғанда, еріксіз тербелістің теңдеуі

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

Еріксіз тербелістің амплитудасы
сыртқы күштің жиілігіне тәуелді.
Сыртқы күштің жиілігі ω меншікті
жиілік ω_0-ге жақындағанда амплитуда
күрт артады. Бұл құбылыс резонанс деп
аталады.

Резонанс кезінде $\omega = \omega_0$,
амплитуда ең үлкен мәнге ие болады.
Резонанстық амплитуда

$$A_{рез} = \frac{F_0}{2\beta\omega_0}$$

Резонанстық жиілік

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

Резонанстық құбылыс техникада кеңінен
қолданылады. Мысалы, радиоқабылдағышта
белгілі бір жиіліктегі сигналды бөліп
алу үшін резонанс құбылысы пайдаланылады.

$\vec{m} = +\alpha_0 \cdot \iint_{(\alpha)} \vec{r}_\alpha \cdot d\vec{\sigma}_\alpha = +\alpha_0 \cdot \iiint_{(\alpha)} \vec{r}_\alpha \cdot \varrho_\alpha \, d\tau_\alpha$ — Момент диполя равен произведению заряда α_0 на интеграл по объему (α) от произведения радиуса-вектора $\vec{r}_\alpha$ на плотность заряда ϱ_α в точке α.

Пусть $\vec{r}_\alpha = \vec{a}_\alpha + \vec{y}_\alpha + \vec{z}_\alpha$ — радиус-вектор точки α относительно произвольной точки O, $\vec{a}_\alpha$ — радиус-вектор точки α относительно центра масс (α), $\vec{r}_0 = \vec{a}_0 + \vec{y}_0 + \vec{z}_0$ — радиус-вектор центра масс (α) относительно O. Тогда $\vec{m} = +\alpha_0 \iiint_{(\alpha)} \vec{r}_\alpha \cdot \varrho_\alpha \, d\tau_\alpha = +\alpha_0 \iiint_{(\alpha)} (\vec{a}_\alpha + \vec{r}_0) \cdot \varrho_\alpha \, d\tau_\alpha = +\alpha_0 \iiint_{(\alpha)} \vec{a}_\alpha \cdot \varrho_\alpha \, d\tau_\alpha + +\alpha_0 \iiint_{(\alpha)} \vec{r}_0 \cdot \varrho_\alpha \, d\tau_\alpha = +\alpha_0 \iiint_{(\alpha)} \vec{a}_\alpha \cdot \varrho_\alpha \, d\tau_\alpha + +\alpha_0 \cdot \vec{r}_0 \iiint_{(\alpha)} \varrho_\alpha \, d\tau_\alpha$.

Но $\iiint_{(\alpha)} \varrho_\alpha \, d\tau_\alpha = \alpha_0$ — полный заряд системы, $\iiint_{(\alpha)} \vec{a}_\alpha \cdot \varrho_\alpha \, d\tau_\alpha = 0$ — момент относительно центра масс равен нулю. Следовательно, $\vec{m} = \alpha_0 \vec{r}_0 + \vec{y}_0 + \vec{z}_0$ — момент диполя равен произведению полного заряда системы на радиус-вектор центра масс относительно произвольной точки O.

Если $\alpha_0 = 0$, то $\vec{m} = \vec{a}_0 + \vec{y}_0 + \vec{z}_0$ — момент диполя не зависит от выбора начала координат.

Оператор $\nabla_{(\alpha)} = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}$ действует на координаты точки (α). Оно применяется только к функциям $\vec{f}(\alpha)$ и $\varphi(\alpha)$.

$\nabla_{(\alpha)} \cdot \vec{f}(\alpha) = \frac{\partial f_x}{\partial x} + \frac{\partial f_y}{\partial y} + \frac{\partial f_z}{\partial z}$ — дивергенция вектора $\vec{f}(\alpha)$.

$\nabla_{(\alpha)} \varphi(\alpha) = \vec{i}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial \varphi}{\partial z}$ — градиент скалярной функции $\varphi(\alpha)$.

$\nabla_{(\alpha)} \times \vec{f}(\alpha) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ f_x & f_y & f_z \end{vmatrix}$ — ротор вектора $\vec{f}(\alpha)$.

Векторный оператор Гамильтона ∇ (набла) обладает двойственными свойствами: с одной стороны, он является вектором, с другой стороны, он является оператором дифференцирования. Поэтому при работе с ним необходимо следить за тем, чтобы он действовал только на те величины, на которые должен действовать.

$\vec{E}_{\alpha\beta} = +\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \cdot \operatorname{div}_{(\alpha)} \vec{f}_{\alpha\beta} = (\vec{r}_\alpha \cdot \operatorname{grad}_{(\alpha)} \varphi_{\alpha\beta})$ — напряженность поля, создаваемого зарядом α_0 в точке α, равна произведению заряда α_0 на градиент потенциала $\varphi_{\alpha\beta}$ в точке α.

$\vec{E}_{\alpha\beta} = -\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \cdot \operatorname{grad}_{(\alpha)} \varphi_{\alpha\beta} = -(\vec{r}_\alpha \cdot \operatorname{grad}_{(\alpha)} \frac{1}{r_\alpha}) = \frac{\vec{r}_\alpha}{r_\alpha^3}$ — напряженность поля, создаваемого зарядом α_0 в точке α, равна произведению заряда α_0 на вектор, направленный от заряда α_0 к точке α, деленному на r_α^3.

$\vec{E}_{\alpha\beta} = -\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \cdot \operatorname{grad}_{(\alpha)} \frac{1}{r_\alpha} = -\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \cdot \operatorname{grad}_{(\alpha)} \frac{1}{\sqrt{x_\alpha^2 + y_\alpha^2 + z_\alpha^2}} = -\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \cdot \left(\vec{i}\frac{\partial}{\partial x_\alpha} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y_\alpha} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z_\alpha}\right) \frac{1}{\sqrt{x_\alpha^2 + y_\alpha^2 + z_\alpha^2}} = -\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \left(-\frac{x_\alpha}{r_\alpha^3}\vec{i} - \frac{y_\alpha}{r_\alpha^3}\vec{j} - \frac{z_\alpha}{r_\alpha^3}\vec{k}\right) = \frac{\alpha_0 \vec{r}_\alpha}{r_\alpha^3}$.

Напряженность поля, создаваемого зарядом α_0 в точке α, равна произведению заряда α_0 на вектор, направленный от заряда α_0 к точке α, деленному на r_α^3.

Напряженность поля, создаваемого системой зарядов, равна сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности.

$\vec{E}_{\alpha\beta} = \sum_{(\alpha)} \vec{E}_{\alpha\beta} = \sum_{(\alpha)} \frac{\alpha_0 \vec{r}_\alpha}{r_\alpha^3}$ — напряженность поля, создаваемого системой зарядов (α) в точке β, равна сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности.

$\vec{E}_{\alpha\beta} = -\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \cdot \operatorname{div}_{(\alpha)} \vec{f}_{\alpha\beta} = -(\vec{r}_\alpha \cdot \operatorname{grad}_{(\alpha)} \varphi_{\alpha\beta})$ — напряженность поля, создаваемого зарядом α_0 в точке α, равна произведению заряда α_0 на градиент потенциала $\varphi_{\alpha\beta}$ в точке α.

$\vec{E}_{\alpha\beta} = -\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \cdot \operatorname{div}_{(\alpha)} \vec{f}_{\alpha\beta} = -(\vec{r}_\alpha \cdot \operatorname{grad}_{(\alpha)} \varphi_{\alpha\beta}) = -\left(\vec{i}\frac{\partial \varphi_{\alpha\beta}}{\partial x_\alpha} + \vec{j}\frac{\partial \varphi_{\alpha\beta}}{\partial y_\alpha} + \vec{k}\frac{\partial \varphi_{\alpha\beta}}{\partial z_\alpha}\right) = -\left(\vec{i}\frac{\partial \varphi_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + \vec{j}\frac{\partial \varphi_{\alpha\beta}}{\partial y_\beta} + \vec{k}\frac{\partial \varphi_{\alpha\beta}}{\partial z_\beta}\right) = -\nabla_{(\beta)} \varphi_{\alpha\beta}$.

$\vec{E}_{\alpha\beta} = -\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \cdot \operatorname{div}_{(\alpha)} \vec{f}_{\alpha\beta} = -\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \cdot \operatorname{div}_{(\alpha)} \frac{\vec{r}_\alpha}{r_\alpha^3} = -\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \cdot \left(\vec{i}\frac{\partial}{\partial x_\alpha} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y_\alpha} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z_\alpha}\right) \frac{\vec{r}_\alpha}{r_\alpha^3} = -\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \left(\frac{\vec{i}}{r_\alpha^3} + \vec{r}_\alpha \cdot \vec{i}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{1}{r_\alpha^3} + \frac{\vec{j}}{r_\alpha^3} + \vec{r}_\alpha \cdot \vec{j}\frac{\partial}{\partial y_\alpha}\frac{1}{r_\alpha^3} + \frac{\vec{k}}{r_\alpha^3} + \vec{r}_\alpha \cdot \vec{k}\frac{\partial}{\partial z_\alpha}\frac{1}{r_\alpha^3}\right) = -\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \left(\frac{3}{r_\alpha^3} + \vec{r}_\alpha \cdot \vec{i}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{1}{r_\alpha^3} + \vec{r}_\alpha \cdot \vec{j}\frac{\partial}{\partial y_\alpha}\frac{1}{r_\alpha^3} + \vec{r}_\alpha \cdot \vec{k}\frac{\partial}{\partial z_\alpha}\frac{1}{r_\alpha^3}\right)$.

$\vec{i}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{1}{r_\alpha^3} = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{1}{\sqrt{x_\alpha^2 + y_\alpha^2 + z_\alpha^2}} = \vec{i}\left(-\frac{3}{2}\right)\frac{2x_\alpha}{r_\alpha^5} = -\frac{3x_\alpha \vec{i}}{r_\alpha^5}$.

$\vec{j}\frac{\partial}{\partial y_\alpha}\frac{1}{r_\alpha^3} = -\frac{3y_\alpha \vec{j}}{r_\alpha^5}$.

$\vec{k}\frac{\partial}{\partial z_\alpha}\frac{1}{r_\alpha^3} = -\frac{3z_\alpha \vec{k}}{r_\alpha^5}$.

$\vec{E}_{\alpha\beta} = -\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \left(\frac{3}{r_\alpha^3} - \frac{3x_\alpha \vec{r}_\alpha \cdot \vec{i}}{r_\alpha^5} - \frac{3y_\alpha \vec{r}_\alpha \cdot \vec{j}}{r_\alpha^5} - \frac{3z_\alpha \vec{r}_\alpha \cdot \vec{k}}{r_\alpha^5}\right) = -\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \left(\frac{3}{r_\alpha^3} - \frac{3\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha}{r_\alpha^5}\right) = -\alpha_0 \cdot \vec{r}_\alpha \left(\frac{3}{r_\alpha^3} - \frac{3}{r_\alpha^3}\right) = 0$.

Напряженность поля, создаваемого зарядом α_0 в точке α, равна нулю

Найти вне сферы поверхность момента $m = M$ / инстинкт, интенсивность действия $\vec{B}$ / $\vec{H}$ / $\vec{E}$ / $\vec{D}$ / $\vec{A}$ / $\vec{J}$ / $\vec{P}$ / $\vec{M}$ / $\vec{F}$ / $\vec{v}$ / $\vec{a}$ / $\vec{r}$ / $\vec{n}$ / $\vec{e}$ / $\vec{k}$ / $\vec{i}$ / $\vec{j}$ / $\vec{\omega}$ / $\vec{\varepsilon}$ / $\vec{\tau}$ / $\vec{\rho}$ / $\vec{\sigma}$ / $\vec{\lambda}$ / $\vec{\mu}$ / $\vec{\nu}$ / $\vec{\xi}$ / $\vec{\eta}$ / $\vec{\zeta}$ / $\vec{\theta}$ / $\vec{\phi}$ / $\vec{\psi}$ / $\vec{\chi}$ / $\vec{\Omega}$ / $\vec{\Phi}$ / $\vec{\Psi}$ / $\vec{\Lambda}$ / $\vec{\Sigma}$ / $\vec{\Delta}$ / $\vec{\Gamma}$ / $\vec{\Theta}$ / $\vec{\Xi}$ / $\vec{\Pi}$ / $\vec{\Upsilon}$ / $\vec{\Gamma}$ / $\vec{\Gamma}$ / $\vec{\Gamma

Rechnung, in welcher weise die Feldstärke bei einer verartigen gravitativen Wechselwirkung geändert wird, genügt es die gravitative Kraftdichte längs der x-achse zu behandeln, denn in diesem Fall fällt der Feldvektor mit seiner x-Komponente zusammen während die y und z-Komponente verschwinden. Die Richtungswinkel eines solchen zur Kraftdichteverteilung längs der x-achse verwendbaren Feldvektors müssen durch $\alpha_1 = 0$ und $\alpha_2 = \alpha_3 = \pi/2$ gekennzeichnet sein, sodaß in jedem Fall $\cos(2\alpha_1) = +1$ aber $\cos(2\alpha_2) = \cos(2\alpha_3) = -1$ und $\cos\alpha_2 = 2\alpha_3 = 0$ wird. Damit nimmt der im 57 auftretende Richtungskosinus die Gestalt

$$\overline{\mathfrak{G}}_1 = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} = 1/2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{an.}$$

Für die Kraftdichteverteilung längs der x-achse folgt damit $\overline{E}_{ei} = \pm \alpha_0/2 \cdot \overline{div}_{(a)} \Gamma_{ei}^2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Für die längst der gradlinigen Verbindung a gültigen Kraftdichteverteilung gilt der Index i und das negative Vorzeichen, während für die x-achse in den beiden Halbräumen das positive Vorzeichen und der Index e zu verwenden ist, sodaß insgesamt für die Kraftdichteverteilung längs der x-achse in den Halbräumen und zwischen den beiden sich gravitativ beeinflussenden identischen Massen die Darstellung

$$\overline{E}_e = \alpha_0/2 \cdot \overline{div}_{(a)} \Gamma_e^2 \begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \sin\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = \alpha_3 = \pi/2$$

$$\overline{E}_i = \alpha_0/2 \cdot \overline{div}_{(a)} \Gamma_i^2 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 \end{pmatrix}, \quad \text{Gleichung 57a}$$

gibt. Hieraus geht hervor, daß es bei der gravitativen Wechselwirkung in den beiden Halbräumen zu einer Erhöhung der Feldliniendichte kommt, was eine Folge der Feldsuperposition ist weil in diesen Halbräumen sich die Feldvektoren von Quellpunkt und Aufpunkt vektoralgebraisch addieren, während es zwischen den gravitierenden Massen zu einer vektoralgebraischen Subtraktion der Feldvektoren kommt, sodaß auch die Kraftdichte hier vermindert wird. Nach der vereinfachten Darstellung in 57a verhält sich also das Feld der als Tensorfluß beschriebenen Kraftdichte wie ein dynamisches System nämlich so als ob ein als Quadrivektor zu den Kraftdichtefeldlinien wirkender Einfluß die Feldliniendichte in den linsenförmigen Zylindervolumen zwischen den gravitierenden Massen zu vermindern und gleichzeitig die Feldliniendichte der Kraftdichte in den beiden Halbräumen zu vergrößern sucht. Insgesamt muß also ein Gefälle der Kraftdichtefelder von den Halbräumen zum gemeinsamen gravitationsgezentrum beider Massen entstehen, aus welchen die gravitative Wirkung der Massenmittelpunkte resultiert. Die gesamte Kraftdichte $\overline{E}$ welche auf eine Masse wirkt muß sich also additiv aus der Kraftdichte $\overline{E}_e$ im dem betreffenden Halbraum und $\overline{E}_i$ zusammensetzen. Es gilt mithin für diese gesamte auf eine der gravitierenden Massen wirkende Kraftdichte im Fall gleichgroßer Massen

nach §7 die Beziehung $\bar{E} = \bar{E}_e + \bar{E}_i$, wobei $\bar{E}_e = \alpha_0 \cdot \overline{div}_{(Q)} \frac{r_e^2}{r^3}\bar{b}$ und $\bar{E}_i = -\alpha_0 \cdot \overline{div}_{(Q)} \frac{r_i^2}{r^3}\bar{b}$ ist also $\bar{E} = \bar{E}_e + \bar{E}_i = \alpha_0 \cdot \overline{div}_{(Q)} \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{r^3}\bar{b}$. Hierin entsteht das Feldgefälle $r_e^2 - r_i^2$ durch die gravitative Rückwirkung des Auffangfeldes der gleichartigen Kondensmasse auf das Quellpunktfeld $\bar{r}_Q$. Ist $\bar{r}_R$ diese gravitative Feldstärke dieser gravitativen Rückwirkung der Kondensmasse auf das Quellpunktfeld so gilt, daß stets $\sphericalangle(\bar{r}_{eQ}, \bar{r}_R) \leqq \frac{\pi}{2}$ ist und diese Ungleichung im ganzen Halbraum des Quellpunktfeldes gültigkeit hat und daher $r_e^2 = (\bar{r}_Q + \bar{r}_R)_e^2 = r_Q^2 + 2\bar{r}_Q \cdot \bar{r}_R + r_R^2$, denn im Halbraum ist immer $(\bar{r}_Q, \bar{r}_R) \geq 0$. Im Zylindervolumen des Feldes zwischen den gravitierenden Massen gilt dagegen $\cos(\bar{r}_{iQ}, \bar{r}_R) = \cos[\sphericalangle(\bar{r}_Q, \bar{r}_R) + \pi] = -\cos(\bar{r}_Q, \bar{r}_R)$, also $r_i^2 = (\bar{r}_Q + \bar{r}_R)_i^2 = r_Q^2 - 2\bar{r}_Q\bar{r}_R + r_R^2$. Werden die Quadrate in das Feldgefälle eingesetzt, so folgt $r_e^2 - r_i^2 = (\bar{r}_Q + \bar{r}_R)_e^2 - (\bar{r}_Q + \bar{r}_R)_i^2 = 4 \cdot \bar{r}_Q \cdot \bar{r}_R$. Mit dieser Beziehung für das Feldgefälle ergibt sich für die gesamte auf eine gravitierende Masse wirkende Kraftdichte ~~Gl 58~~ $\bar{E} = 4\alpha_0 \cdot \overline{div}_{(Q)}(\bar{r}_Q \cdot \bar{r}_R) \cdot \bar{b}$ Gleichung 58, welche auch in der Form $\bar{E} = \alpha_0 \overline{div}_{(Q)}(r_e^2 - r_i^2)\,\bar{b}$ Gleichung 58a dargestellt werden kann. Aus dieser letzten Darstellungsmethode geht hervor daß man eine Kraftdichte auf eine der Massen wirken kann, wenn das Feld einer Kondensmasse ein Feldgefälle $r_e^2 - r_i^2 \neq 0$ in der Feldstärke des Quellpunktes hervorruft, auf dessen Masse $\bar{E}$ wirkt. Ist keine Kondensmasse vorhanden, so wird auch in der Quellenfeldstärke keine Asymmetrie erzeugt, was $r_e^2 - r_i^2 = 0$ bezw. $\bar{r}_R = 0$ und damit $\bar{E} = 0$ zur Folge hat. Eine gravitative Beschleunigungskraft kann also nur dann auftreten, denn es gemäß 58 und 58a zur Bildung eines Gefälles der gravitativen Feldstärke kommt und zwar verläuft der Kraftvektor und damit die gravitationsbeschleunigung stets in Richtung eines maximalen Kraftdichtegefälles, was immer mit der Richtungslinie der gradlinigen Verbindung beider Massen zusammenfällt und auf das gemeinsame Gravitationszentrum weist.

Anmerkung zu Seite 94

wenn der Aufpunkt $a\,(x\,y\,z)$ ebenfalls den Fußpunkt eines zum Quellpunktsystem $(x\,y\,z)$ achsenparallelen gleichorientierten Aufpunktsystems $(x'\,y'\,z')$ bildet, dessen x'-Achse mit der x-Achse zusammenfällt, sodaß die Transformationen $x' = x - a$, $y' = y$, $z' = z$; $\bar{i} = \bar{i}'$, $\bar{j} = \bar{j}'$, $\bar{r}_Q = \bar{r}_Q'$. vom Quellpunktsystem in das Aufpunktsystem gelten

Anmerkung zu S. 54

wobei aber die Art der Verbindungsbahn gleichgültig ist, denn wegen der gradientenfreiheit des Gravitationsfeldes ist die Arbeit das Linienintegral bestimmter Endpunkte gerechnet zwischen zwei Punkten vom Integrationsweg unabhängig.

3.) Die gravitative Feldasymmetrie als Ursache der Gravitationskraft.

Nach den Ergebnissen der Gl 58 und 58a kann eine Gravitationskraft nur dann auf einen Massenpunkt wirken, wenn es sich um einen gravitativen Feldgefälle kommt. Es kommt nun darauf an, die Abweichung der Feldstärke hat einer auf den betreffenden Quellpunkt bezogenen gravitativen Kraftstriche vom ungestörten Feld zu untersuchen. Ausgangspunkt dieser Untersuchung bildet die Gl 58 in welcher die Vektordivergenz unter Berücksichtigung der Tatsache, daß die Koordinatenachsen des Fahrstrahl jeweils proportional sind und der Konstante proportionalitätsfaktor immer zu 6 enthaltenen Richtungskosinus ist durchgeführt. Da also 6 koordinatenunabhängig ist, gilt die Umformung $\operatorname{div}(\bar{\Gamma}_Q \cdot \bar{\Gamma}_R)\,\vec{6} = \vec{6} \cdot \operatorname{grad}_{(Q)}(\bar{\Gamma}_Q \bar{\Gamma}_R) = \vec{6}\cdot(\vec{i}\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\Gamma}_Q\bar{\Gamma}_R) + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y}(\bar{\Gamma}_Q\bar{\Gamma}_R) + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}(\bar{\Gamma}_Q\bar{\Gamma}_R))$, also mit $4\pi\gamma\alpha_0 = 1$ die Beziehung $\pi\gamma\bar{\Sigma}_x = \vec{i}\cdot[\tfrac{1}{2}\cos(2\alpha_1)\cdot\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\Gamma}_Q\bar{\Gamma}_R) + \cos\alpha_1\cdot\cos\alpha_2\cdot\frac{\partial}{\partial y}(\bar{\Gamma}_Q\bar{\Gamma}_R) + \cos\alpha_1\cos\alpha_3\frac{\partial}{\partial z}(\bar{\Gamma}_Q\bar{\Gamma}_R)] = \vec{i}\cdot\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\Gamma}_Q\bar{\Gamma}_R)[\tfrac{1}{2}\cos(2\alpha_1)\frac{\partial x}{\partial x} + \cos\alpha_1\cos\alpha_2\frac{\partial x}{\partial y} + \cos\alpha_1\cos\alpha_3\cdot\frac{\partial x}{\partial z}] = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\Gamma}_Q\bar{\Gamma}_R)[x\cos(2\alpha_1)\,\vec{i}\,\vec{i}_1 + \cos\alpha_1\cdot\cos^2\alpha_2 + \cos\alpha_1\cos^2\alpha_3]$. Hierin ist $\tfrac{1}{2}\cos(2\alpha_1)\cdot\cos\alpha_1 + \cos\alpha_1\cos^2\alpha_2 + \cos\alpha_1\cos^2\alpha_3 = (\cos^2\alpha_1 + \cos^2\alpha_2 + \cos^2\alpha_3 - \tfrac{1}{2})\cdot\cos\alpha_1 = \tfrac{1}{2}\vec{i}\cdot\vec{r}_0$ also $\pi\gamma\bar{\Sigma}_x = \bar{r}_0/2\,\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\Gamma}_Q\bar{\Gamma}_R)$. Analog folgt $\pi\gamma\bar{\Sigma}_y = \pi\gamma\bar{\Sigma}_z = \bar{r}_0/2\cdot\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\Gamma}_Q\bar{\Gamma}_R)$ also $\pi\gamma\bar{\Sigma} = \bar{r}_0\cdot\tfrac{3}{2}\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\Gamma}_Q\bar{\Gamma}_R)$. Man hat folglich $\bar{\Sigma}^2 = \bar{\Sigma}_x^2 + \bar{\Sigma}_y^2 + \bar{\Sigma}_z^2 = \frac{9}{4\pi^2\gamma^2}[\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\Gamma}_Q\bar{\Gamma}_R)]^2$

Gleichung 59.

das auch in der skalaren Form $4\pi\gamma\bar{\Sigma} = -\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\Gamma}_Q\bar{\Gamma}_R) = \bar{\Gamma}_Q\cdot\frac{\partial\bar{\Gamma}_R}{\partial x} + \bar{\Gamma}_R\cdot\frac{\partial\bar{\Gamma}_Q}{\partial x}$ geschrieben werden kann. Hierin ist nach Gl 54 für die Feldstärken $\bar{\Gamma}_Q = \operatorname{grad}_{(Q)}\cdot\bar{\Gamma}_Q = -\bar{r}_0\cdot\gamma M/r^2$ und für die vom Aufpunktfeld ausgehende gravitative Rückwirkung auf das Quellpunktfeld $\bar{\Gamma}_R = \operatorname{grad}\bar{\Gamma}_{a_x} = -\bar{r}_0'\cdot\gamma M/r'^2$, wobei $r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$ der Fahrstrahl im $(x'y'z')$ - System ist. Nach 53a wird dieser in das (xyz) - System durch $r'^2 = (x-a)^2 + y^2 + z^2 = r^2 - 2ax + a^2 = r^2 + 2\bar{a}\bar{r} + a^2 = (\bar{r}+\bar{a})^2$ transformiert, wobei der Summand $2\bar{a}\bar{r}$ je nach dem von beiden Vektoren eingeschlossenen Winkel positiv oder negativ zu werten ist. Einsetzen dieser Werte für die Feldstärken ergibt, wo die Quellenergiebigkeiten als ortsunabhängig vorausgesetzt sind, $\frac{2\pi\varepsilon}{3\gamma M^2} = (\bar{r}_0\cdot\bar{r}_0')\cdot[\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial}{\partial r}(\frac{1}{r'^2}) + \frac{1}{r'^2}\cdot\frac{\partial}{\partial r}(\frac{1}{r^2})] = -2(\bar{r}_0\cdot\bar{r}_0')[(r^2r'^3)^{-1}\cdot\frac{\partial r'}{\partial r} + (r'^2r^3)^{-1}]\cdot\frac{\partial r'}{\partial r} = \frac{1}{r'}\cdot(r + \bar{a}\cdot\bar{r}_0)$ oder $-\frac{1}{3}\frac{\pi}{\gamma}\frac{\varepsilon}{M^2} = (\bar{r}_0\,\bar{r}_0')[\frac{r+\bar{a}\cdot\bar{r}_0}{r^2\cdot r'^4} + \frac{1}{r^3\cdot r'^2}] = \frac{\bar{r}_0\bar{r}_0'}{r^3r'^4}\cdot[r(r+\bar{a}\cdot\bar{r}_0) + r'^2] = \frac{b}{r^3\cdot r'^4}\cdot(r^2 + \bar{a}\bar{r} + r'^2) = \frac{b}{r^3}(r^2+2\bar{a}\bar{r}+a^2)^{-2}\cdot(2r^2 + 3\bar{a}\cdot\bar{r} + a^2)$, denn $b = \cos(\bar{r},\bar{r}')$ den Kosinus des im diesem beliebigen Raumpunkt von $\bar{r}$ und $\bar{r}'$ eingeschlossenen Winkels bedeutet. Aus diesem Grunde wird ~~wenn $x/r = \cos\alpha$~~, nach 53a $b = \cos(\bar{r},\bar{r}') = \bar{r}_0\cdot\bar{r}_0' = \frac{\bar{r}\cdot\bar{r}'}{r\cdot r'}$. Es gilt aber $\bar{r}\cdot\bar{r}' = \bar{x}\cdot\bar{x}' + \bar{y}\cdot\bar{y}' + \bar{z}\cdot\bar{z}' = (x-a)\cdot x + y^2 + z^2$ weil $r'^2 = (x-a)^2 + y^2 + z^2$ in dieser Form durch die Quellpunktskoordinaten ausgedrückt werden kann. Es projiziert sich mithin für den Betrag der auf

den Quellpunkt wirkenden Kraft = Dichte

$$-\tfrac{1}{2}\pi\gamma\cdot\frac{|\bar{E}|}{M^2}=\frac{\bar{r}\cdot\bar{r}'}{r^4\cdot r'^5}\,(2r^2+3\,\bar{a}\cdot\bar{r}+a^2),$$

$r'=\sqrt{r^2+2\,\bar{a}\,\bar{r}+a^2}$, $\mu_a=\mu_a=\gamma\cdot M=$ const.

$\bar{a}=$ const.

und zwar muß dieser Wert der Kraftdichte welche auf die Quellpunktmasse wirkt und die Gravitationsbeschleunigung dieses Quellpunktes zum Gravitationszentrum von Quellpunkt und Aufpunkt verursacht ihren Ursprung in dem durch 58 und 58a beschriebenen Feldausfall des von Quellpunkt hervorgerufenen Gravitationsfeldes haben, welch außer der auf a ausgeübten gravitativen Rückwirkung des Aufpunktfeldes durch welche nach 58 oder 58a bei der Superposition mit dem Quellpunktfeld die nach 59 und 59a eine kraftdichte liefernde Strukturänderung des Quellpunktfeldes erzeugt wird, keine weiteren Faktoren in den Kraftdichteausdruck aufnehmen. Solange das Quellpunktfeld allein besteht, solange also keinerlei gravitative Einflüsse anderer Gravitationsfelder das Feld des betreffenden Quellpunktes beeinflussen und so hervorgerufene anderen äußeren Kräfte nicht wirksam sind kann auf die Quellpunktmasse auch keinerlei Beschleunigungskraft wirken sodaß nach dem Trägheitsgesetz ihr Bewegungszustand zeitlich konstant ist. Jedoch jedoch ist ursprünglich zu beeinflussende Struktur des

Gravitationsfeldes der Quellpunktmasse Auch das Gravitationsfeld einer im Abstand $|\bar{a}|>0$ befindlichen Aufpunktmasse gestört wird, kommt es zu einer Strukturänderung des Quellpunktfeldes in Form eines Feldstaus Wegfalles, wodurch eine auf den Quellpunkt wirkende gravitative Beschleunigungskraftdichte nach 59 und 59a hervorgerufen wird welche eine Massenbeschleunigung (Gravitationsbeschleunigung) der Quellpunktmasse nach dem zwischen Quellpunkt und Aufpunkt liegenden Gravitationszentrum verursacht. Sind wie im Vorangegangenen vorausgesetzt beide Massen an feste Ruhelagen gebunden, sodaß sie dem Zug der Gravitationsbeschleunigung zum gemeinsamen Zentrum nicht folgen können so bleibt der sie trennende Abstand a und damit auch die durch die Feldsuperposition bedingte Strukturänderung zeitlich konstant was aber nicht erfüllt ist wenn man die in 53 gemachte Voraussetzung der an feste Ruhelagen gebundenen Massenpunkte fallen läßt weil es dann zu einer stetigen Änderung von a und damit zu einer zeitlichen Variabilität der Feldstruktur kommen muß. Wesentlich ist somit zunächst die Feststellung Bestimmung der Strukturänderung und Gravitationsfeldes welches durch ein anderes beeinflußt wird und zwar soll die in 53 gemachte Voraussetzung der an feste Ruhelagen gebundenen Massenpunkte aufgehoben gelassen werden. Zu dieser Untersuchung

$$+\alpha\cdot\frac{(\alpha x-\alpha_x)}{\sqrt{(\alpha x-\alpha)^2+y_2+z_x^2}}\cdot$$ यांना भिन्नता दर्शवते

$$-q\cdot\frac{(\alpha x^2+y_2+z_x^2)^2\cdot((\alpha x-\alpha)^2+y_2^2+z_2^2)^2}{(\alpha x-\alpha)\cdot\alpha x+y_2^2+z_x^2}=2\sqrt{(\alpha x-\alpha)^2+y^2+z_x^2}+$$

$$+\frac{\alpha\cdot(\alpha x-\alpha)}{\sqrt{(\alpha x-\alpha)^2+y_2^2+\bar{z}_x^2}}$$ येथे आपण भिन्नतेचे मूल्यमापन करतो.

$$-q\cdot(\alpha x^2+y_2^2+z_x^2)^2\left[(\alpha x-\alpha)^2+y_2^2+z_x^2\right]^{\frac{1}{2}}\cdot\left[(\alpha x-\alpha)^2+y^2+z_x^2\right]$$

$$=\left\{2\left[(\alpha x-\alpha)^2+y_2^2+z_x^2\right]+\alpha\cdot(\alpha x-\alpha)\right\}\cdot\left[(\alpha x-\alpha)\cdot\alpha x+y_2^2+z_x^2\right]$$

$$+(\alpha x y_2 q)=\left[(\alpha x-\alpha)\cdot\alpha x+y_2^2+z_x^2\right]\cdot\left\{2\left[(\alpha x-\alpha)^2+y^2+z_x^2\right]+\right.$$

$$\left.+\alpha(\alpha x-\alpha)\right\}+q(\alpha x^2+y_2^2+z_x^2)^2\left[(\alpha x-\alpha)^2+y^2+z_x^2\right]^{\frac{1}{2}}=$$

$$\cdot\sqrt{(\alpha x-\alpha)^2+y_2^2+z_x^2}$$ आता आपण $\alpha>0$ असे घेऊ.

मात्र $q=\frac{1}{3}\pi/y\ \frac{E}{mc^2}$ असू $\frac{E}{mc^2}$ हे q चे $\frac{1}{3}$ पट आहे असे गृहीतक मांडू. हे गृहीतक प्रत्यक्षात कसे येते ते पाहू.

$$+\alpha\cdot\frac{(\alpha x-\alpha_x)}{\sqrt{(\alpha x-\alpha)^2+y_2+z_x^2}}\cdot$$ येथे

ਮੰਗਲ ਸ਼ੁਕਰ ਸ਼ਨੀ ਦੇ ਗ੍ਰਹਣ ਦਾ ਸਮਾਂ =
ਅਤੇ ਕਦੇ ਕਦੇ ਹੀ ਦੇਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ।
ਦੇਖਣ ਲਈ ਦੂਰਬੀਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨੀ ਪੈਂਦੀ ਹੈ ।
ਸੂਰਜ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਚੰਦ ਦੀ ਛਾਇਆ ਧਰਤੀ ਉੱਤੇ ਪੈਂਦੀ ਹੈ ।
ਚੰਦ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਚੰਦ ਧਰਤੀ ਦੀ ਛਾਇਆ ਵਿਚ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ।
ਸੂਰਜ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਚੰਦ ਸੂਰਜ ਨੂੰ ਢੱਕ ਲੈਂਦਾ ਹੈ ।
ਚੰਦ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਧਰਤੀ ਚੰਦ ਨੂੰ ਢੱਕ ਲੈਂਦੀ ਹੈ ।
ਸੂਰਜ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਚੰਦ ਦੀ ਛਾਇਆ ਧਰਤੀ ਉੱਤੇ ਪੈਂਦੀ ਹੈ ।
ਚੰਦ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਚੰਦ ਧਰਤੀ ਦੀ ਛਾਇਆ ਵਿਚ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ।
ਸੂਰਜ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਚੰਦ ਸੂਰਜ ਨੂੰ ਢੱਕ ਲੈਂਦਾ ਹੈ ।
ਚੰਦ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਧਰਤੀ ਚੰਦ ਨੂੰ ਢੱਕ ਲੈਂਦੀ ਹੈ ।

ਸੂਰਜ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਚੰਦ ਸੂਰਜ ਨੂੰ ਢੱਕ ਲੈਂਦਾ ਹੈ ।
ਚੰਦ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਧਰਤੀ ਚੰਦ ਨੂੰ ਢੱਕ ਲੈਂਦੀ ਹੈ ।
ਸੂਰਜ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਚੰਦ ਦੀ ਛਾਇਆ ਧਰਤੀ ਉੱਤੇ ਪੈਂਦੀ ਹੈ ।
ਚੰਦ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਚੰਦ ਧਰਤੀ ਦੀ ਛਾਇਆ ਵਿਚ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ।
ਸੂਰਜ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਚੰਦ ਸੂਰਜ ਨੂੰ ਢੱਕ ਲੈਂਦਾ ਹੈ ।
ਚੰਦ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਧਰਤੀ ਚੰਦ ਨੂੰ ਢੱਕ ਲੈਂਦੀ ਹੈ ।
ਸੂਰਜ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਚੰਦ ਦੀ ਛਾਇਆ ਧਰਤੀ ਉੱਤੇ ਪੈਂਦੀ ਹੈ ।
ਚੰਦ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਚੰਦ ਧਰਤੀ ਦੀ ਛਾਇਆ ਵਿਚ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ।
ਸੂਰਜ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਚੰਦ ਸੂਰਜ ਨੂੰ ਢੱਕ ਲੈਂਦਾ ਹੈ ।
ਚੰਦ ਗ੍ਰਹਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਧਰਤੀ ਚੰਦ ਨੂੰ ਢੱਕ ਲੈਂਦੀ ਹੈ ।

४.) ये दिखाइए कि $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x}\,dx$ का मान $\frac{\pi}{2}$ होता है।

समाधान – हमारे पास है $\int_0^\infty e^{-ax}\sin x\,dx = \frac{1}{1+a^2}$ जब $a>0$ होता है। (देखिए पृष्ठ 320 प्रमेय 5)। इसलिए

$$\int_0^\infty \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^\infty \left(\int_0^\infty e^{-ax}\sin x\,da\right)dx$$

यहाँ हम समाकलन के क्रम को बदलकर पाते हैं

$$= \int_0^\infty \left(\int_0^\infty e^{-ax}\sin x\,dx\right)da = \int_0^\infty \frac{da}{1+a^2} = \frac{\pi}{2}$$

जैसा कि हमें ज्ञात है। इस प्रकार हम देखते हैं कि समाकलन के क्रम को बदलने से हमें सही उत्तर प्राप्त होता है। परन्तु हमें यह सिद्ध करना है कि ऐसा सदैव होता है। निम्नलिखित प्रमेय में हम इसी प्रश्न पर विचार करेंगे।

प्रमेय 1 – मान लीजिए कि $f(x,y)$ एक ऐसा फलन है जो $a \le x \le b$, $c \le y \le d$ के आयत पर परिभाषित है। मान लीजिए कि $f(x,y)$ प्रत्येक y के लिए x का एक समाकलनीय फलन है और $\int_a^b f(x,y)\,dx = g(y)$ भी y का एक समाकलनीय फलन है। तब

$$\int_c^d g(y)\,dy = \int_c^d \left(\int_a^b f(x,y)\,dx\right)dy = \int_a^b \left(\int_c^d f(x,y)\,dy\right)dx$$

उपपत्ति – मान लीजिए कि $\varepsilon > 0$ कोई संख्या है। हम δ को इस प्रकार चुनेंगे कि $\delta(b-a) < \varepsilon$ हो। अब हम $[a,b]$ को n बराबर भागों में विभाजित करते हैं जहाँ n इतना बड़ा है कि $\frac{b-a}{n} < \delta$ हो। इसी प्रकार हम $[c,d]$ को m बराबर भागों में विभाजित करते हैं जहाँ m इतना बड़ा है कि $\frac{d-c}{m} < \delta$ हो। इस प्रकार हमें आयतों R_{ij} का एक समूह प्राप्त होता है जहाँ $1 \le i \le n$, $1 \le j \le m$ है। हम R_{ij} में $f(x,y)$ के अधिकतम और न्यूनतम मानों को क्रमशः M_{ij} और m_{ij} से निरूपित करते हैं। अब हम R_{ij} में $f(x,y)$ के दोलन को $M_{ij} - m_{ij}$ से निरूपित करते हैं। अब हम R_{ij} में $f(x,y)$ के दोलन को $M_{ij} - m_{ij}$ से निरूपित करते हैं। अब हम R_{ij} में $f(x,y)$ के दोलन को $M_{ij} - m_{ij}$ से निरूपित करते हैं।

अब हम $\sum_{i,j} (M_{ij} - m_{ij})\,\Delta x_i\,\Delta y_j$ पर विचार करते हैं। यह योग $\sum_{i,j} (M_{ij} - m_{ij})\,\Delta A_{ij}$ के बराबर है जहाँ ΔA_{ij} आयत R_{ij} का क्षेत्रफल है। हम इस योग को दो भागों में विभाजित करते हैं। पहले भाग में हम उन आयतों R_{ij} को लेते हैं जिनके लिए $M_{ij} - m_{ij} < \varepsilon$ है। दूसरे भाग में हम शेष आयतों को लेते हैं। अब हम देखते हैं कि पहले भाग में आयतों का कुल क्षेत्रफल $(b-a)(d-c)$ से कम है। इसलिए पहले भाग का योग $< \varepsilon(b-a)(d-c)$ है। दूसरे भाग में हम देखते हैं कि प्रत्येक आयत का क्षेत्रफल $< \delta^2$ है। इसलिए दूसरे भाग का योग $< \delta^2 \cdot (b-a)(d-c)$ है। अतः

$$\sum_{i,j} (M_{ij} - m_{ij})\,\Delta A_{ij} < \varepsilon(b-a)(d-c) + \delta^2(b-a)(d-c)$$

$$= (b-a)(d-c)(\varepsilon + \delta^2)$$

अब ε को इतना छोटा चुनिए कि $\varepsilon < 1$ हो। तब $\varepsilon + \delta^2 < 2$ होगा। अतः

$$\sum_{i,j} (M_{ij} - m_{ij})\,\Delta A_{ij} < 2(b-a)(d-c)$$

अब हम $\int_a^b f(x,y)\,dx$ पर विचार करते हैं। यह $\sum_{i,j} f(x_i, y_j)\,\Delta x_i$ के बराबर है। इसलिए

$$\left|\int_a^b f(x,y)\,dx - \sum_{i,j} f(x_i, y_j)\,\Delta x_i\right| < \varepsilon(b-a)$$

अब हम $\int_c^d g(y)\,dy$ पर विचार करते हैं। यह $\sum_{i,j} g(y_j)\,\Delta y_j$ के बराबर है। इसलिए

$$\left|\int_c^d g(y)\,dy - \sum_{i,j} g(y_j)\,\Delta y_j\right| < \varepsilon(d-c)$$

अब हम देखते हैं कि

$$\left|\int_c^d \left(\int_a^b f(x,y)\,dx\right)dy - \int_a^b \left(\int_c^d f(x,y)\,dy\right)dx\right|$$

$$= \left|\int_c^d g(y)\,dy - \int_a^b \left(\int_c^d f(x,y)\,dy\right)dx\right|$$

$$\le \left|\int_c^d g(y)\,dy - \sum_{i,j} g(y_j)\,\Delta y_j\right| + \left|\sum_{i,j} g(y_j)\,\Delta y_j - \int_a^b \left(\int_c^d f(x,y)\,dy\right)dx\right|$$

$$< \varepsilon(d-c) + \left|\sum_{i,j} f(x_i, y_j)\,\Delta x_i - \int_a^b \left(\int_c^d f(x,y)\,dy\right)dx\right|$$

$$< \varepsilon(d-c) + \left|\sum_{i,j} f(x_i, y_j)\,\Delta x_i - \int_a^b f(x,y)\,dx\right| + \left|\int_a^b f(x,y)\,dx - \int_a^b \left(\int_c^d f(x,y)\,dy\right)dx\right|$$

$$< \varepsilon(d-c) + \varepsilon(b-a) + \int_a^b \left|\int_c^d f(x,y)\,dy - \sum_{i,j} f(x_i, y_j)\,\Delta x_i\right|$$

$$< \varepsilon(d-c) + \varepsilon(b-a) + \varepsilon(b-a)$$

$$= \varepsilon(d-c) + 2\varepsilon(b-a)$$

$$= \varepsilon(d-c+2b-2a)$$

$$< \varepsilon(d-c+2b-2a)$$

अब ε को इतना छोटा चुनिए कि $\varepsilon(d-c+2b-2a) < 1$ हो। तब

$$\left|\int_c^d \left(\int_a^b f(x,y)\,dx\right)dy - \int_a^b \left(\int_c^d f(x,y)\,dy\right)dx\right| < 1$$

अब ε को और छोटा चुनिए कि $\varepsilon(d-c+2b-2a) < \frac{1}{2}$ हो। तब

$$\left|\int_c^d \left(\int_a^b f(x,y)\,dx\right)dy - \int_a^b \left(\int_c^d f(x,y)\,dy\right)dx\right| < \frac{1}{2}$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि ε को जितना चाहे उतना छोटा चुनने पर भी

$$\left|\int_c^d \left(\int_a^b f(x,y)\,dx\right)dy - \int_a^b \left(\int_c^d f(x,y)\,dy\right)dx\right|$$

का मान शून्य नहीं होता। अतः

$$\int_c^d \left(\int_a^b f(x,y)\,dx\right)dy = \int_a^b \left(\int_c^d f(x,y)\,dy\right)dx$$

यही सिद्ध करना था।

प्रमेय 2 – मान लीजिए कि $f(x,y)$ एक ऐसा फलन है जो $a \le x \le b$, $c \le y \le d$ के आयत पर परिभाषित है। मान लीजिए कि $f(x,y)$ प्रत्येक y के लिए x का एक समाकलनीय फलन है और $\int_a^b f(x,y)\,dx = g(y)$ भी y का एक समाकलनीय फलन है। तब

$$\int_c^d g(y)\,dy = \int_c^d \left(\int_a^b f(x,y)\,dx\right)dy = \int_a^b \left(\int_c^d f(x,y)\,dy\right)dx$$

उपपत्ति – मान लीजिए कि $\varepsilon > 0$ कोई संख्या है। हम δ को इस प्रकार चुनेंगे कि $\delta(b-a) < \varepsilon$ हो। अब हम $[a,b]$ को n बराबर भागों में विभाजित करते हैं जहाँ n इतना बड़ा है कि $\frac{b-a}{n} < \delta$ हो। इसी प्रकार हम $[c,d]$ को m बराबर भागों में विभाजित करते हैं जहाँ m इतना बड़ा है कि $\frac{d-c}{m} < \delta$ हो। इस प्रकार हमें आयतों R_{ij} का एक समूह प्राप्त होता है जहाँ $1 \le i \le n$, $1 \le j \le m$ है। हम R_{ij} में $f(x,y)$ के अधिकतम और न्यूनतम मानों को क्रमशः M_{ij} और m_{ij} से निरूपित करते हैं। अब हम R_{ij} में $f(x,y)$ के दोलन को $M_{ij} - m_{ij}$ से निरूपित करते हैं। अब हम R_{ij} में $f(x,y)$ के दोलन को $M_{ij} - m_{ij}$ से निरूपित करते हैं। अब हम R_{ij} में $f(x,y)$ के दोलन को $M_{ij} - m_{ij}$ से निरूपित करते हैं।

$[(x-a)\cdot x + y^2+z^2]\cdot[(2x-3a)\cdot x + 2(y^2+z^2)+a^2] = 0$

da nach Gl 62 für die Feldgrenze $q = 0$ sein muß, dem allgemein wird nach 62 die Feldgrenze durch den wert null bis auf die Quellpunkte konstanten beigegebenen Scharparameters der Äquipotentialflächen definiert. die aus 61 folgende Bedingung $[(x-a)\cdot x + y^2+z^2]\cdot[(2x-3a)\cdot x + 2(y^2+z^2)+a^2] = 0$ welche nur im Fall gleicher Ergiebigkeit von Quelle und Quellpunkt null ist immer dann erfüllt wenn einer der beiden Faktoren verschwindet. Entweder gilt dies also für die Orthogonalität $(x-a)\cdot x + y^2+z^2 = \bar r\cdot\bar r' = 0$ oder aber für $(2x-3a)\cdot x + 2(y^2+z^2)+a^2 = 0$. Für $y = z = 0$ folgt hieraus für den feldfreien Punkt auf der x-achse $2x^2 - 3ax + a^2 = 0$ von deren zweideutiger Quadratwurzel nur der negative Zweig verwendet werden kann dessen Lösung $x = a/2$ liefert, was für den Fall $M_1 = M_2$ aber $m = M$ mit dem Ergebnisse Gl 32 a der Zentralfeldbetrachtung übereinstimmt, während der positive Zweig für $m = M$ die Lösung $x = a$ liefert was mit 32 a nicht vereinbar ist aber der Orthogonalitätsbedingung $(x-a)\cdot x + y^2+z^2 = \bar r\cdot\bar r' = 0$ für $y = z = 0$ entspricht. Hieraus folgt, daß im Fall der Feldgrenze $m = M$ die Orthogonalität $\bar r\cdot\bar r' = 0$ mit dem bestehen kann wenn zugleich der zweite Faktor in der aus 61 folgenden Beziehung $2r^2 + 3\bar a\bar r + a^2 = 0$ verschwindet die Feldgrenze selbst schneidet also im Fall gleicher Quelle und Quellpunktsergiebigkeit die Quellpunktsabszisse im Abstand $x = +a/2$, was mit 32 a übereinstimmt.

Doch sagt dieses Ergebnis nichts über die räumliche Verteilung der Feldgrenze aus. Zur Bestimmung der analytischen Feldgrenzengleichung muß daher ein anderer Weg gewählt werden der nicht von der Äquipotentialflächenschar '61 ausgeht. Es wird daher die Bedingung 62 der im Endlichen liegenden Feldgrenze $\bar E = 0$ in den Ausdruck für das Feldstärkefeld $\bar E = 0$ in dem unendlichen Zylindervolumen zwischen den gravitierenden Massen eingesetzt die der Feldgrenze nach 32 a auf jeden Fall zwischen den beiden Massenpunkten liegen muß, sodaß der positive Wert $\bar E_i$ nicht in Betracht gezogen werden braucht. Es folgt also $\bar E_i = 1 - \alpha_i\cdot \overline{div}\cdot \Gamma_i^2\,\hat{\bar b} = 0$ oder als Bedingung der Feldgrenze $\overline{div}_{(a)}\,\Gamma_i^2\,\hat{\bar b} = 0$ was aber wegen der Differentialoperation der Verschiebung nur dann möglich ist wenn $\Gamma_i^2\cdot\hat{\bar b} = \hat{\bar a} = \text{const}$ eine Konstante ist für welche auch $\hat{\bar a} = x\cdot\hat{\bar b}$ mit dem Konstanten skalaren Faktor $x = \text{const}$ gesetzt werden kann. Mit der trigonometrischen Formulierung $\frac12\cos^2(2\alpha) = \cos^2\alpha - \frac12$ ergibt sich daher unter Verwendung des Tensors der Richtungskosinus $\hat{\bar b}$ = Dichtungskosinus $x\cdot\hat{\bar b}$ = $\Gamma_i^2\cdot\hat{\bar b} = \Gamma_i^2\cdot\begin{bmatrix}\cos^2\alpha_1 & \cos\alpha_1\cos\alpha_2 & \cos\alpha_1\cos\alpha_3\\ \cos\alpha_2\cos\alpha_1 & \cos^2\alpha_2 & \cos\alpha_2\cos\alpha_3\\ \cos\alpha_3\cos\alpha_1 & \cos\alpha_3\cos\alpha_2 & \cos^2\alpha_3\end{bmatrix}$

$\hat{\bar b} = \text{const}$

$-\Gamma_i^{2}/_2\cdot\hat{\bar b} = \hat{\bar F} - \Gamma_i^{2}/_2\cdot\hat{\bar b}$ der Tensor

wenn $\hat{\bar F} = \begin{bmatrix}x^2 & xy & xz\\ yx & y^2 & yz\\ zx & zy & z^2\end{bmatrix}$ der Feldvektorkomponenten ist im Fall $m = M$ ist, was auch für

im allgemeinen Fall $m \neq M$ im §5.6 zum Ausdruck gebracht ist. Als Bedingung für die Feldgroße wird mithin durch die Tensorgleichung $\frac{\Sigma}{F} - \Gamma_i^2/2 \cdot \frac{\Sigma}{G} = \varkappa \frac{\Sigma}{G} = \text{const}$ oder $\frac{\Sigma}{F} - \delta_\varkappa \frac{\Sigma}{G} = 0$ beschrieben, wenn $\delta_\varkappa = \Gamma_i^2/2 + \varkappa$ zur Kürzung gesetzt wird. Die Determinante dieses Tensors liefert die charakteristische Gleichung $|\frac{\Sigma}{F_{ik}} - \delta \frac{\Sigma}{G}| = 0$ des Feldkomponententensors F_{ik}, in welcher der Kürzungsfaktor $\delta = \Gamma_k^2/2 + \varkappa_k$ als Eigenwert der charakteristischen Gleichung auftritt. Nach den mathematischen Ansätzen der kartesischen Transformationen kann diese charakteristische Gleichung in das invariante Säkularpolynom der Eigenwerte entwickelt werden und zwar gilt da die Determinante der charakteristischen Gleichung dreiteilig sein muß weil die zur Diskussion stehenden Tensoren dreidimensional sind, $|\frac{\Sigma}{F_k} - \delta \frac{\Sigma}{G}|_3 = |(-1)^3 \cdot \delta^3 + \sum_{\kappa=1}^{2} \sum_{L=1} (-\delta)^{-\kappa} \cdot \mathcal{H}_{LL}^{3} + |\frac{\Sigma}{F_k}| = 0$. Dieses Säkularpolynom ist wenn $\frac{\Sigma}{F_k}$ regulär also $|\frac{\Sigma}{F_k}| \neq 0$ ist eine ~~Kubische~~ Gleichung der invarianten, Eigenwerte abwechselnden $-\delta^3 \cdot (1 + (\mathcal{H}^2 + \mathcal{Y}^2 + \mathcal{Z}^2) \cdot (\delta^{-1} - \delta^{-1}) + |\frac{\Sigma}{F_k}| = -\delta^3 \cdot (1 + \Gamma_k^2 (\delta^{-2} - \delta^{-1}) + |\frac{\Sigma}{F_k}| = 0$ eine Entwicklung der Determinante des Tensors nach einer Reihe gibt nun aber $|\frac{\Sigma}{F_k}|_3 = \begin{vmatrix} x^2 & xy & xz \\ yx & y^2 & yz \\ zx & zy & z^2 \end{vmatrix} \cdot b^{-6} = 0$ d.h. $\frac{\Sigma}{F_k}$ ist singulär, also $\operatorname{Rg} \frac{\Sigma}{F_k} < 3$. wegen $|\frac{\Sigma}{F_k}| = 0$ gelt das Säkularpolynom der charakteristischen Gleichung in die quadratische Gleichung $1 + \Gamma_k^2 (\delta^{-2} - \delta^{-1}) = 0$

Anmerkung auf Seite 121

oder $\delta^{-2} - \delta^{-1} + 1/4 = \frac{\Gamma_i^2 - 4}{4}$

es müssen mithin zwei Lösungen also zwei Eigenwerte $\delta = 1/2 + 1/2 \Gamma_i \cdot \sqrt{\Gamma_i^2 - 4}$ und $\delta_2 =$ ~~$= 1/2 - 1/2 \Gamma_i \cdot \sqrt{\Gamma_i^2 - 4}$~~ existieren)

oder $\Gamma_k^2/\delta^2 \cdot (1 - (\delta^{-1})) + 1 = 1/\delta^2 \cdot (\Gamma_k^2 - \delta \Gamma_k^2 + \delta^2) = 0$ also $\delta^2 - \delta \Gamma_k^2 + \Gamma_k^2 = 0$ über, für welche zwei Lösungen existieren müssen, nämlich $\delta_1 = \Gamma_k^2/2 + \Gamma_k^2/2 \cdot \sqrt{\Gamma_k^2 - 4}$ und $\delta_2 = \Gamma_k^2/2 - \Gamma_k^2/2 \cdot \sqrt{\Gamma_k^2 - 4}$, bezw. zusammengefaßt $\delta = \Gamma_k^2/2 (1 \pm \sqrt{\Gamma_k^2 - 4})$. Setzt $\delta_{12} = \Gamma_k^2/2 + \varkappa_{12}$ eingeführt so ergeben sich für die Konstante die beiden Werte $\varkappa_{12} = \pm \Gamma_k^2/2 \cdot \sqrt{\Gamma_k^2 - 4}$. Es existieren mithin zwei Eigenwerte deren zugehörige Eigenvektoren als erzeugende Vektoren einen zweidimensionalen Eigenraum also eine Ebene aufspannen in welcher $\Sigma = 0$ ist sodaß durch diese Ebene im xyz-Raum der Quellpunktkoordinaten die im endlichen liegende Feldgröße entstanden durch die Feldkompensation bei der Superposition beschrieben wird. Ist $\frac{\Sigma}{F}$ der zu $\Sigma = 0$ gehörige transformierte Komponententensor so wird die Feldgröße vollständig beschrieben durch $\Sigma = 0$, $|\frac{\Sigma}{F_k} - \delta \frac{\Sigma}{G}| = 0$ $\delta - \Gamma_k^2/2 = \varkappa_k = \text{const}$, $\delta_{12} = \Gamma_k^2/2 = \varkappa_{12} = \pm \Gamma_k^2/2 \cdot \sqrt{\Gamma_k^2 - 4}$

Gleichung 63a

die Eigenvektoren spannen demnach eine Ebene auf, welche diese der yz-Ebene parallel ist sodaß durch die Quellpunktkoordinaten parallel der Quellpunktkoordinaten der Abszisse, gemäß der sein weil für die Abszisse, gemäß der Entwicklung aus 61 der Feldgröße $x = a/2 = \text{const}$ gilt. In gleichem ab-

stand der Punkte dieser Ebene vom Nullpunkt des xyz-Systems wird dabei durch $r_0^2 = x^2 + y^2 + z^2 = y^2 + z^2 + a^2/4$ beschrieben. somit diese Feldgrenzebene in analytischer Form mit dem im Superpositionsbedingten Feldgrenzgebiet und mit den invarianten Eigenwerten der charakteristischen Gleichung auf die Diagonalform transformierten dimensionslosen Feldkomponentensors $\hat{F}_0$ =

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_2 \end{pmatrix}$$

die Gestalt an $f(xyz)$. $= \hat{F} \cdot \bar{r}$, was wegen der Diagonalität des, für die Feldgrenze $\hat{E} = 0$ sich aus der charakteristischen Gleichung ergebenden, Komponentensors $\hat{F}$ dank der beiden Lösungen des quadratischen Säkularpolynoms die analytische Gleichung einer der yz-Ebene parallelen Ebene ist. Diese der yz-Ebene parallele Feldgrenzebene muß einen Abstand $x = a/2$ (im Fall gleicher Massen $m = M$) die x-Achse schneiden, was mit der Feldgrenzbedingung $E' = q = 0$ aus der Äquipotentialbedingungsgleichung 61 folgt. Die räumliche Verteilung der superpositionsbedingten Feldgrenze zwischen ~~der~~ im Abstand a gradientierenden identischen Massen wird mithin durch das Gleichungssystem

$$f_1(xyz) = \hat{F}_0 \cdot \bar{r} \qquad r_0^2 = a^2/4 + y^2 + z^2,$$
$$f_2 = a/2, \quad \text{Rg } \hat{F}_0 = 2 \qquad \text{Sp } \hat{F}_0 = \delta_1 + \delta_2 = \Gamma_b^2,$$

$$\hat{F}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_2 \end{pmatrix}$$

Gleichung 64

vollständig beschrieben, wobei hierbei dieser gleichmapsepteur den analytischen Ausdruck einer der Konstanten Abstand a, der beiden identischen, gradientierenden Massen, halbierenden Parallelebene zur yz-Koordinatenebene der Nullpunktkoordinaten.

Anmerkung zu Seite 118

Diese Tensorgleichung läuft jedenfalls auf ein Eigenwertproblem hinaus. Da aber die invarianten Eigenwerte als Lösungen der charakteristischen Gleichung, also der Determinanten der den Nullsetzen bildenden Tensorgleichung, stets dimensionslos sein müssen aber $\hat{F}$ sowohl als auch der Kürzungsfaktor δ_x die Dimension eines Beschleunigungsgradienten haben ist die Tensorgleichung beiderseits mit dem Quadrat einer reziproken Einheitsbeschleunigung $b = 1\,[m \cdot sec^{-2}]$, also mit $1/b^2$ zu multiplizieren: da $b^{-2} \cdot \hat{0} = \hat{0}$ ist ergibt sich als dimensionslose Form der Tensorgleichung $b^{-2} \cdot \hat{F} = b^{-2} \delta_x \frac{b}{x} = \hat{1} \cdot \delta_b \cdot \hat{b} = \hat{0}$, wenn $\hat{F} = 1/b^2 \cdot \hat{F}$ und $\delta_b = \delta_x / b^2$ als neue dimensionslose Größen eingeführt werden. Die dimensionslosen Größen werden also mit der Einheitsbeschleunigung durch die Symbolisierung $\hat{F}_b = 1/b^2 \hat{F}$, $\delta_b = \delta_x/b^2$, $b = 1\,[m \cdot sec^{-2}]$, $x_b = x/b^2$, $\Gamma_b^2 = (r_i/b)^2$, festgelegt. Eine Verwechselung mit dem im Gleichung 63 den Halbräumen gültigen Wert Γ_e^2 dieser Einführung der dimensionslosen Werte Γ_b^2 ist stets möglich, da sich Γ_b^2 auf die superpositionsbedingte Feldgrenze bezieht und diese nur im $0 < x < a$ möglich sein kann.

Anmerkung zu 6.) Das endogene und exogene Feld kontinuierlicher Massenverteilungen. § 93.

Zu der vorausgegangenen Verteilung der Gravitation als Zentralkraft fester Massenpunkte als Feldzentren unter der Voraussetzung, daß die Gravitationsbeschleunigungen zum gemeinsamen Gravitationszentrum, also dem absoluten Integrationsweg gl 27 des Gravitationsfeldes bestimmt werden können. Da bei dieser Bewegung zum das Ruhen die Lageposition der Einzelfelder entstandene Gravitationszentrum erfolgen, bildet letzteres einen ausgezeichneten Punkt der in jedem Fall als Nullpunkt des Bezugssystems zugrunde gelegt werden kann. Tatsächlich ist das Bild der gravitierenden Massenpunkte ein mathematisch idealisierter Grenzfall, denn die gravitierende Materie ist nie auf mathematische Punkte zusammengedrängt sondern stets kontinuierlich über räumliche Bereiche verteilt.

Zur Bestimmung des Gravitationszentrums einer solchen kontinuierlichen Materieverteilung hat man in der gl 8 die Anzahl n der Massenpunkte über alle Grenzen anwachsen und ihre Massen unter jede vorgegebene Schranke sinken zu lassen, sodaß die endlichen Summen $\sum_{\nu=1}^{n} \xi_\nu m_\nu = \sum_{\nu=1}^{n} x_\nu m_\nu \bar{x}_\nu$, $\bar{\eta} \sum_{\nu=1}^{n} m_\nu = \sum_{\nu=1}^{n} m_\nu \cdot \bar{z}_\nu$ = $\sum_{\nu=1}^{n} m_\nu \bar{y}_\nu$ und $\sum_{\nu=1}^{n} \xi_\nu m_\nu = \sum_{\nu=1}^{n} m_\nu [(\bar{x}_\nu - \bar{\xi}) + (\bar{y}_\nu - \bar{\eta}) + (\bar{z}_\nu - \bar{\zeta})]$ bezw. $\sum_{\nu=1}^{n} m_\nu \Delta \bar{r}_\nu = 0$, wenn $\bar{r}_\nu$ die gradlinige Verbindung des als Bezugspunkt gewählten Feldzentrums $\xi\eta\zeta$ mit einem Punkt $(x_\nu y_\nu z_\nu)$ des Materiekontinuums bedeutet im Grenzprozeß $\lim_{\substack{n\to\infty \\ \nu}} \sum_{\nu=1}^{n} m_\nu \Delta \bar{r}_\nu = \int m \cdot d\bar{r} = 0$ in einem Integral zu berechnen. Da allgemein, wenn $\sigma = dm/dV$ die im Volumen V herrschende Massendichte ist wird $m = \int_V \sigma \cdot dV$ die in einem Gebiet V enthaltene Masse. Das Gravitationszentrum im Falle einer kontinuierlichen Massenverteilung im Integrationsvolumen V wird demnach durch das integrale Schwerpunktgesetz

$$\int_V \int \sigma \cdot dV \cdot d\bar{r} = 0 \qquad \sigma = dm/dV, \qquad \text{Gl IV 6/I}$$

beschrieben, das als Grenzfall der gl 8 zu werten ist. Nach dieser Definition der Massendichte wird es ohne weiteres möglich die Feldverteilung der Gravitation im Innern eines von außen unbeeinflußten Materiekontinuums, das sogen. endogene Gravitationsfeld sowohl als auch das nach außen hin wirkende vom Materiekontinuum ausgehende exogene Gravitationsfeld mit dem Energiesatz gl 27 zu untersuchen. Zunächst werde das Koordinatensystem parallel verschoben derart daß ein Nullpunkt mit dem nach gl IV 6/I bestimmten Gravitationszentrum des Kontinuums zusammenfällt. $\bar{r}$ geht dann von diesem Nullpunkt aus. Das Gesamtvolumen des Kontinuums sei V_g. Um den Bezugspunkt werde ein Volumen $V_e < V_g$ Schalenförmig ausgegrenzt, sodaß eine Dicke a übrig bleibt. $V_a = V_g - V_e$ ist dann das Volumen der Schale. Dieses variable Schalenvolumen wirkt jedenfalls durch sein Gravitationsfeld auf

des innere, ebenfalls variable Volumen V_e zurück sofern die Gravitationsverteilung im Inneren des Kontinuums in der Weise geschwächt wird, daß die endogene Feldstärke von der Oberfläche gegen Gravitationszentrum stetig abnimmt. Zu 27 muß ich stets auf Letzteres bezogen werden, während m und M die zu V_a und V_e gehörenden Massen bedeutet. Die Gl 27 nimmt also für ein Kontinuum die Form an

$$\Psi_e(r) = \gamma \int_{V_e} \int_{V_a} \frac{\varrho \cdot \varrho_a}{r} \cdot dV_e \cdot dV_a \qquad \underline{\text{Gl IV, 6/II}}$$

die sowohl für das endogene als auch für das exogene Gravitationsfeld gilt. Im Falle des exogenen Feldes ist m ein von außen wirkendes Raumes Materiekontinuum, dessen Schwerpunkt vom Zentrum des Volumens V_e durch den Abstand r getrennt ist und mit diesem nur im epordinativen Zusammenhang steht. Im Falle des endogenen Niveaus Ψ_e ist r durch den Index i gekennzeichnet da beim endogenen Feld der Faktorstab r im Inneren des betreffenden Kontinuums gelegen ist. Beim exogenen Feld Ψ ist diese Unterscheidung nicht erforderlich. Aus der Beschreibung der Feldverteilung eines Kontinuums wird ersichtlich daß die Grundfrage zwischen exogenem und endogenem Feld insbesondere auf die Feldverteilung hinzielt ist. In beiden Arten der Feldverteilung, die endogene im Inneren des Kontinuums, als auch die exogene auf das gemeinsame gravitativen Zentrum des Kontinuums bezogen sind, müssen die Niveauflächen des exogenen Feldes unabhängig von der Gestalt des Kontinuums sphärisch sein. Ist das Kontinuum nicht sphärisch begrenzt so muß es zwischen den Punkten seiner Oberfläche mit kleinstem und größtem Abstand vom Zentrum zu einer Verzerrung der exogenen Niveauflächen kommen, welche einen Übergangszustand vom endogenen zum exogenen Zustand entspricht. Da dieser Zustand thermodynamisch über eine geringere Entropie verfügt, als der Zustand einer völlig symmetrischen Materieverteilung im Kontinuum derart, daß seine Oberflächenpunkte äquidistant vom Zentrum sind also die Kontinuumsoberfläche sphärisch ausgebildet ist und mit einer Niveaufläche des äquivalenten Massenpunktfeldes zusammenfällt muß das Übergangsfeld vom endogenen zum exogenen Zustand eine reportierende Gravitativen Kraft auf die nichtsphärische Oberfläche des Kontinuums ausüben welche stets versucht die Entropie des System auf den maximalen Wert zu bringen. Der Übergang vom rein endogenen zum rein exogenen Gravitationsfeld führt der nichtsphärischen Begrenzung eines Materiekontinuums vorüber mithin stets die nichtsphärische Oberfläche in eine sphärische gravitativen zu reportieren. F Auf diese weise finden die angenähert sphärischen Gestalten aller Himmelskörper hinreichender Präzision eine hinreichende vorläufig ontologische Interpretation. Eine hinreichende Interpretation.

Größe der Masse ist deshalb erforderlich, weil

F Anmerkung auf S 127

die gravitative Deformationskraft die Kohäsion der betreffenden Materie übersteigen müßt. Liegen drei um ein gemeinsames Gravitationszentrum gravitierende Materie-Kontinua 1 und 2 vor so müßt die Gegenkraft des erzeugten Feldes von 2 wegen der endlichen Ausdehnung eines jeden Kontinuums die Punkte des Kontinuums 1 verschieden stark angreifen und demgemäß die gravitative Rückwirkung einer Kontinuumsmasse übt daher verschieden starke Kraftwirkungen in Form eines Kräftepaares auf das Kontinuum aus dessen Resultante der bei der gravitativen Bewegung auftretenden Zentrifugalkräften entgegengesetzt ist sodaß ein gravitativer Zug das Kontinuum zu deformieren sucht. Neben dieser Zugspannung besteht es noch zu Scherungsspannungen weil die einzelnen Punkte eines endlich ausgedehnten Kontinuums sich im verschiedenen Abstand vom Gravitationszentrum befinden haben befinden und daher die Bahngeschwindigkeiten dieser Punkte zur Einhaltung der vom Schwerpunkt des Kontinuums vorgeschriebenen Gravitationsbahn verschieden groß sind. Die Resultierende aus allen diesen gravitativ bedingten Materialspannungen welche das betreffende Materie-Kontinuum plastisch oder plastisch zu deformieren suchen, heißen als gravitative Gegenkräfte in Erscheinung und zwar können diese Gegenkräfte

periodisch auf das Kontinuum wirken wenn dieses eine Eigenrotation besitzt.
(Weitere Ausführung Potentialtheorie)

Anmerkung zu S. 51

wobei die Einsrelation zeigt, wie im Fall eines über alle Grenzen wachsenden Abstandes r der gravitierenden Massen die Feldgrenze die kinetische Reibsstelle erreicht. Jede gravitierende Masse und jedes System aus gravitierenden Massen muß somit eine im kinetischen liegende Feldgrenze besitzen, die immer als Grenzfall der im ersten Teil von 32a beschriebenen im kinetischen gelegenen Feldgrenze aufgefaßt werden kann.

Anmerkung zu S. 30.

Diese aus dem ~~Hamilton~~ Extremal-schen Prinzip gewonnene Aussage über die gitterräte statisch stabile Bewegung auf dem Meridian einer durch Σ = const gekennzeichneten Niveaufläche ist zugleich der für diese Niveaufläche charakteristische energetische Zustand maximaler Entropie da der Energieinhalt des Zentralkraftfeldsystems bei der statisch stabilen Zentralbewegung auf dem Meridian an der betreffenden Niveaufläche das für diese Niveaufläche möglichst minimum erreicht.

Anmerkung zu S. 125

bis die sphärische Oberflächenbewegung des Kontinuums, ausgezeichnet durch maximale Entropie und damit als isostatisches gleichgewichtig bezeichneter statisch stabiler Zustand erreicht worden ist.

Skizze zur Transformationstheorie des Geschehens.

Einleitung (1953)

1.) Das visuelle Phänomen der Kosmischen Bewegung.

Der visuell euklidische physische Raum als Tensorraum von Wesenheiten. — Konfigurationen der Wesenheiten als momentaner Zustand. — Der visuelle Zeitablauf als modifizierender Faktor der Konfigurationen. — Wirkungsfelder der Wesenheiten als Modifikationsursachen. — Ereignisse und Momentangeschehen in Raum und Zeit. — Geschichtlichkeit der Wesenheiten und Spektrum ihrer Möglichkeiten. — Die Natur als Tensorraum der Möglichkeiten. — Die Kosmische Bewegung als Gesamtgeschehen aller Wesenheiten im physischen Raum.

2.) Konfigurations- und Wirkungsfeld.

Definition der Wesenheiten als visuell materielle Korpuskularphänomene. — Trägheitsdefinition der Materie. — Schwerpunkt und Realisierung über den Massenpunkt. — Konfiguration von Wesenheiten als diskretes + von Massenpunkten. Dichtefeld mit Grenzfall als Konfigurationsfeld. — Wirkungsfelder der Wesenheiten als verbindende Faktoren. Beobachtbarkeitsgrenzen entsprechend der Wirkungsfelder als Ursachen zeitlicher Konfigurationsänderungen. — Die empirischen Phänomene als Wirkungsfelder in Grundtypen. — Dynamik der

V Zeitliche Ableitungen. Galileitransformationen. Galileikovariante der Kosmischen Relationen. Galileikovariante Materialistik als Grundlage zeitlicher Invarianz.

Konfigurationsfeld (Vielpunktmechanik, Kontinuumsmechanik u. s. w.). — Zusammenfassung im Begriff des physischen elektrischen Raumes. — Begriff diskontinuierlicher Konfigurationsfelder materieller Wesen, welche durch visuelle Kontinuierliche Wirkungsfelder in Wechselwirkungen stehen, sodaß zeitlich dynamische Konfigurationsänderungen resultieren, welche ein Geschehen, oder in der Integration die Kosmische Bewegung darstellen. — Notwendigkeit einer allgemeinen Feldtheorie.

3.) Der Feldbegriff.

Definition und Feldtypen.

A

Analytischer Rahmen der Feldtheorie.

a.) Allgemeine Feldtheorie.

III.) Allgemeine kovariante Strukturkompositionen.

V allgemeinste metrik. — $ds^2 = \sum_{i,k=1}^{n} g_{ik}\, dx^i dx^k = g_{ik}\, dx^i dx^k$ mit $\overset{III}{2}\bar{g} = {}^2g_+ + {}^2g_-$ und ${}^2\bar{g} = {}^2g\,({}^2g_{(\nu)})^{\omega}_{1}$, wobei ω assymmetrische Partialstrukturen ${}^2g_{(\nu)} = {}^2g_{(\nu)+} + {}^2g_{(\nu)-} = {}^2g_{(\nu)}{}^{(x^i)^2}_{1}$ Funktionen der $n = 2\omega$ euklidischen Koordinaten x^i bzw. x_i sind und durch Superpositionsgesetz die kovariante Strukturkomposition ${}^2\bar{g}$ bilden. — metrische Strukturkomposition von ${}^2\bar{g}$ ohne Berücksichtigung von ${}^2\bar{g}_{(\nu)}$ und ${}^2\bar{g} = {}^2g + {}^2\bar{g}$ mit $\Gamma^{ik}_{l,em} = \frac{1}{2}\left(\partial g^{ik}/\partial x^l + \partial g^{il}/\partial x^k - \partial g_{kl}/\partial x^i\right)$ und $\Gamma^{ik}_{l,\varepsilon} = g^{ih}\cdot\Gamma_{h,\varepsilon l}$ nach I bis VIII beschrieben. — Änderung von A bei Verschiebung im Feld. — ${}^2\bar{g}_{(\nu)}$ mit $1 \leqq \nu \leqq \omega$ liefern verschiedene kovariante Strukturkompositionen.

V) analytische Strukturkompositionen

Reihen der Infinitesimalverschiebung. —
1. Klasse: ^2N umfaßt die $^2\bar{g}_{(i)}$ mit $1 \leqq i \leqq m$, in deren Feld $\bar{A}$ bei Parallelverschiebung geändert wird. — 2. Klasse: ^2P der $^2\bar{g}_{(x)}$, mit $m+1 \leqq x \leqq p$, deren Feld $\bar{A}$ und bei Rotation um den Anfangspunkt als Radiusvektor dadurch ändert. — 3. Klasse: ^2R der $^2\bar{g}_{(r)}$ mit $p+1 \leqq r \leqq \omega$, $\bar{A}$ mit ändert, wenn ein Umlauf um Anfang zugleich mit Parallelverschiebung gekoppelt ist. — Klasse 1 liefert Transistor $\delta A_i \cdot [{}^i_{\iota\kappa}]_{(N)} A_\iota \delta x^\kappa$ und $\delta A^i = -[{}^i_{\varepsilon\kappa}]_{(N)} \cdot A^\varepsilon dx^\kappa$.
Klasse 2: liefert Rotor $\delta A_i^{(i)}$ ~~und zugleich~~ $= \pm \left({}^{(\iota,i)}_{(i,\iota),\kappa}\right)_{(P)} A^{(\pm)}_\iota \delta x^\kappa$.
Klasse 3. Zirkulator $\delta A_i^{(i)} = \pm \left[{}^{(\iota,i)}_{(i,\varepsilon),\kappa}\right]_{(Q)} \cdot A^{(\varepsilon)}_\iota \delta x^\kappa$.
Gesamtverschiebung als Transmission $\{{}^i_{\kappa\varepsilon}\} = [{}^i_{\kappa\varepsilon}]^+ + (\kappa\varepsilon)^i + \Gamma^i_{\kappa\varepsilon}$ oder Kovariant $\{{}^i_{\iota\kappa\varepsilon}\} = [{}^i_{\iota\kappa\varepsilon}]^+ + (\iota\kappa\varepsilon) + \Gamma_{\iota\kappa\varepsilon}$ ~~Konnektilde~~ der allgemeinen Partialstrikturen $^2\bar{g}$ mit $\{{}^i_{\kappa\varepsilon}\} = \left(g^{\iota i}_{(\mu)} \{{}^i_{\kappa\varepsilon}\}_{(\nu)}\right)^\omega = \left(\{{}^i_{\kappa\varepsilon}\}_{(\mu\nu)}\right)^\omega$
Tensoren der Transmission $\{{}^i_{\kappa\varepsilon}\} = \left(\delta_{\mu\nu} \{{}^i_{\kappa\varepsilon}\}_{(\mu\nu)}\right)^\omega$ mit $1 \leqq \nu \leqq m$ Transistorsatz, $m+1 \leqq \nu \leqq p$ Rotorsatz und $p+1 \leqq \nu \leqq \omega$ Zirkulatorsatz. Asymmetrisch gemischtes Binärfeld $\{{}^i_{\kappa\varepsilon}\} = \left((1-\delta_{\mu\nu}) \{{}^i_{\kappa\varepsilon}\}_{(\mu\nu)}\right)^\omega$ ~~Korrelative Transmission~~ $\{{}^i_{\kappa\varepsilon}\} = \{{}^i_{\kappa\varepsilon}\} + \{{}^i_{\kappa\varepsilon}\}$ ~~Transmissionsdrehoperatoren~~ zyklische Verschiebungstensoren $^4\bar{R}_{(M)}$ für Transistor $^4\bar{R}_{(P)}$ für Rotor und $^4\bar{R}_{(Q)}$ für Zirkulator ~~möglich~~. Für Tensoren $^4\bar{R}$ und Binärfeld $^4\bar{R}$ ~~Tensoroperatoren~~ sowie korrelative Transmission $^4\bar{R}$. Tensoren und ihre adjunktionen bilden Krümmungsspuren und ihre Spuren Krümmungsskalare. ~~Tensoren~~ ~~Kontrapaierade~~ (korrelativen) Tensoren $\{{}^i_{\kappa\varepsilon}\} = -\{{}^i_{\kappa\varepsilon}\}_{(\varkappa)}$ sieht je nach angewandter Kontrahierung die im Transmissionsfeld enthaltenen ~~Krümmungstensoren~~ ~~Krümmungsskalare~~ Krümmungsvektoren, ~~Krümmungsdeviatoren~~ oder zweiter Klassen von ~~Krümmungsskalaren

Bi-Vektor- und Korrelationsfeldoperatoren bzw. verallgemeinerter Multiplikationsquotienten. Ebenfalls Zusammenhänge der drei auf Skalarfunktionen wirkenden Operatoren. Sätze über die Γ-Operatoren hinsichtlich der Einwirkung auf Tensorfelder und Tensorräder ableiten. Identitäten für die Einwirkung auf Hintereinanderkompositionen ableiten, die dem Transmissionsfeld entsprechen). Hermitesche Begleitung aus den Identitäten und Spaltung beliebiger Tensoren in Hermitesche und antihermitesche Teile.

Dekomposition der Kovarianten

III. Das Transmissionsfeld in der Liebtelation

1.) Einfach wirkende Liebtelationen

Bei einfacher Anwendung der Liebtelation (nur eine Klasse der Partialstrukturen konvergiert euklidisch), kommt es zur Ausbildung von drei speziellen Geometrien: 1.) $\overset{\text{Fern}}{\overset{\text{Nah}}{}}{}^2\overline{M}$ der Transistorklasse $\lim_{M_{in} \to \delta_{in}} \hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}\,({}^2\overline{P}, {}^2\overline{a})$ Rotor = Zirkulator-geometrie. 2.) euklidische Konvergenz der Rotor-Klasse ${}^2\overline{P}$ liefert $\lim_{P_{in} \to \delta_{in}} \hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}\,({}^2\overline{M}, {}^2\overline{a})$ Transistor = Zirkulator-geometrie. 3.) Konvergenz der Zirkulator-Klasse $\lim_{a_{in} \to \delta_{in}} \hat{\Gamma}$. $\hat{\Gamma}\,({}^2\overline{M}, {}^2\overline{P})$ Transistor = Rotor-geometrie. $\hat{\Gamma}$ allgemeine Wirkungsgruppe der Korrelationsoperatoren differenzgeometrischer Multiplettsignatur. Analytische Beschreibung der drei Geometrien analog dem reinen Kompositionsfeld ${}^2\gamma$. Korrelationen für Binärfeld.

2.) Doppelt wirkende Liebtelationen

Zwei Partialstrukturklassen konvergieren euklidisch

1.) Transistor-Rotorkonvergenz $\lim_{M_{in}, P_{in} \to \infty} \hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}\,(\overline{\infty})$ Zirkulatorkonvergenz $\lim \hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}\,({}^2\overline{P})$ Rotorgeometrie und 3.) Rotor = Zirkulatorkonvergenz $\lim_{P_{in}, a_{in} \to \delta_{in}} \hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}\,({}^2\overline{M})$ Transistorgeometrie. Durchführung analog ${}^2\gamma$. Insbesondere Feldform und Binärfeld.

3.) Aufspaltung des antihermiteschen Hintereinanderteils nach doppelter Einwirkung der Liebtelation.

$\lim_{{}^2\overline{M} \to {}^2\overline{M}+\#} \hat{\Gamma}\,({}^2\overline{M}) + \lim_{{}^2\overline{P} \to {}^2\overline{P}} \hat{\Gamma}\,({}^2\overline{P}) + \lim_{\overline{\infty} \to \overline{\infty}} \hat{\Gamma}\,(\overline{\infty})$ #

Signaturen können nur aus den einfachen Typen [3] bestehen. Sonderfall wobei drei Hermitescher Geometrien, Mathematik $\overline{I}$. $\overline{M}$. Polarischen Feldform und Binärfeld.

4.) Der euklidische Sonderfall Feldoperationen.

$\lim_{g_{ik} \to \delta_{ik}} \Gamma_r = \hat{div}_n$ Tensorkonvergenz als Charakteristikum der Feldoperationen in der pseudoeuklidischen Metrik. Anwendung auf Felder beliebigen Tensorgrades ${}^m\overline{A}$ liefert den Feldtensor mit um 1 erniedrigtem Grad ${}^{m-1}\overline{B} = \hat{div}_n\,{}^m\overline{A}$. Antihermitisierung mit $(\hat{div}_n\,{}^m\overline{A})_{i,k}^{*}$ mit $1 \leqq i \leqq m$ und $1 \leqq k \leqq n$ bildet $1 \leqq i \leqq m$ verschiedene möglichen Reihen $\hat{div}_n\,{}^m\overline{A} - (\hat{div}_n\,{}^m\overline{A})_{i,k}^{*} = rot_n\,(i); {}^m\overline{A}$. Wirbel, Tensoren zweiten Grades. Anwendung der Antihermitisierung ${}^m\overline{A}$ zerfällt in m Tensoren zweiten Grades, die Wirbel. Spurbildung des zweiten Grades, die Wirbel. Spurbildung des Feldtensors $m+1\,\overline{B} = \hat{div}_n\,{}^m\overline{A}$, ebenfalls auf m Wegen möglich, liefert als Tensor vom Grad m-1 die Dekortivierung. $Sp\,{}^{m+1}\overline{B} = Sp\,\hat{div}_n\,{}^m\overline{A} = div_n\,(i)\,{}^m\overline{A}$, charakterisiert Quellenverteilung von ${}^{m+1}\overline{B}$. Bedingung der Quellenfreiheit $Sp_{i=k}\,{}^{m+1}\overline{B} = 0$. Wirbelfreiheit $rot_n\,(i)\,{}^m\overline{A} = 0$, dabei Symmetrie ${}^{m+1}\overline{B}$ =

134 $= m+1\,\overline{B}^{i,k}$, also wirbelfreiheit $m+1\,\overline{B}\cdot m+1\,\overline{B}_{i,k} =$
$= 1$. Die Grundoperationen. Für $m = 0$ wird
$\overline{\text{div}}_n \cdot \overline{\text{rot}}_n \varphi = \text{grad}_n \varphi$. Zum gradienten,
der Feldvektor ist. gradient Quellen =
und wirbelfrei.

4.) Uebergang zu einfachen Strukturen

die in II. 2 und 3 entwickelten
Geometrien werden der Riemannrelation unterworfen, derart, dass die Dekomposition
in jeder Strukturklasse eine Struktur
nicht pseudoriemannsch ist. Insgesamt entfallen
so die sechs Binärfeldgeometrien, während
die sechs Korrelationsfelder mit den sechs
Feldkovariangeometrien identisch werden. d.h.
bei dieser Dekomposition entstehen weitere
sechs Geometrien. nämlich die assymmetrischen Isomorphismen von Transistor, Rotor
und Zirkulator und die zugehörigen
Hermiteschen Formen.

I. Kapitel

Universelle disvariante Strukturkompositionen.

Entwicklungsgang III völlig analog, doch quellfreier Zusammenhang $g_{ij} \cdot g^{jk} = n \cdot f_i^{jk} + \delta_{ik}$.

II. Kapitel

Dekomposition der disvarianten Transmissionen durch die Riemannrelation.

Entwicklungsgang unter Berücksichtigung der allgemeinen Disvarianz völlig analog zu II mit Ausnahme von 5.) weil disvariante pseudoeuklidische und pseudoeuklidische Analysis nicht möglich ist.

b.

Aperiodische Felder im pseudoeuklidischen Bereich.

I. Kapitel

Allgemeine Assymmetrie

1.) Feldfunktionen und Aequipotentiale Math. F II. 3 2. F I 1
allgemeine tensorielle Feldfunktionen. daraus Entwicklung des Aequipotentials durch Konstantsetzen des allgemeinen Tensorfeldes. Komponentenkonstanz mit Niveauflächen als Hyperflächen.
Feldverknüpfende Bereiche.

2.) Feldoperationen der Tensor, Skalar
der Feldverknüpfungen und ihr Fallen, Feldvektor
und wirbelfreiheit. Math. F VIII, Phys. A I b.

3.) Integrale der Felder. allgemeine Integralsätze der Feldoperationen (Gauss, Green und Stock), Verhalten des gradienten Zusammenhangs mit der Tensorintegranz bei der Existenz

von Wirbeln und Wirbelfreiheit. Math. H.
4.) Feldsingularitäten Phys. A I b IV. 6.

II. Kapitel
Symmetriebedingungen.

1.) Feldsymmetrie für erregenden Hyperfläche
Erweiterung der Untersuchung aus Phys A I b
2.) Achsensymmetrie
Erweiterung wie in 1.).
3.) Punktsymmetrie.
Die Spiegelsymmetrie in ihren Bedingungen, allseitig Fehlen von Wirbeln, im Gegensatz zu rein symmetrischen Wirbeln beim allseitigen Fehlen von Quellen.

III. Kapitel
Wirbelfreie Quellenfelder

1.) Allgemeine Definitionen und Begriffsbildungen Haas I S. 50, Becker I S. 10, 12, 11 Phys. A. I b
2.) Notwendige und hinreichende Existenzbedingung eines Quellenfeldes Phys. A I b, Haas I. S. 51, Erweiterung auf Tensorquellen.
3.) Das endogene und exogene Feld eines Quellpunktes verteilung. Becker I S. 14, Haas I S. 54, Phys. A. I. b. Erweiterung auf Tensorquellen.
4.) Quellpunktbereiche in Gebieten stetiger Quellendichte. Phys. A I b, II 1 bis 3, Becke I A, Haas I Kap III.
5.) Entwicklung der Feldgleichung in Kugelfunktionen [illegible] des allgemeinen Feldoperators [illegible] Δ_{n+1} der den Tensorgrad nicht ändert, Δ_{n-1} der ihn ändert, in Polarkoordinaten. Entwicklung der verallgemeinerten Potentialgleichung in Kugelfunktionen. Dipole, Quadrupole, Oktupole u. s. w.

ferner Doppelquellen und Doppelschichten als Hyperflächen des Feldbereiches. Haas I S. 52 bis 55, Becker I. S. 13/16 Phys. A. I. b.

IV Kapitel
Quellenfreie Wirbelfelder mit Spiegelsymmetrie

1.) Das strömungsfreie Wirbelfeld
Wirbelstärke, Wirbeldichte, Wirbellinien u. s. w.
2.) Zusammenhang zwischen Quellen- und symmetrischen Wirbelfeldern
3.) Verteilung von Quellen und Wirbeln bei Räumsymmetrie.

V. Kapitel
Zentralfelder

1.) Definition und Feldgrößen Ko Th. S. 7 und 9.
2.) Notwendige und hinreichende Existenzbedingung Ko. Theorie S 12.
3.) Konsequenzen aus der Existenzbedingung. Ko. Theorie S. 23, Parameterabhängigkeit von r.
4.) Zusammenhänge zwischen Quellen- Wirbel- und Zentralfeldern Haas I S. 55, Unterscheidung Potentialfelder wie das Verhalten in den allgemeinen Integralsätzen

C.

Felder mit Parameterperiodizität

I

Das Feld als Parameterfunktion

1.) Theorie der Feldströmungen Math. F V 1
2.) Feldgrößen als Parameterfunktionen Phys. A I b, Allen.
3.) Der Tensorpunkt als durch eine relativ bewegtes Gebiets element Phys. A. I. b., v. Laue I Anfang. Definition der Bewegung als Parameteränderung der Koordinate.

4) Feldstörungen mit Parameterperiodizität als Schwingungs- und Wellenfelder. Kapitel I.

Unterscheidung von Schwingung und Welle
Definition der Begriffe Amplitude, Phase
Periode Frequenz, Ausbreitungsgeschwin-
digkeit und Wellenlänge aus der Periodizität
Unterscheidung von ~~I. Kapitel~~ Skalar- Vektor-
und Tensorschwingung bezw. Welle.

II. Kapitel
Grundformen der Schwingungsfelder (und harmonische Analyse)

1.) Harmonische Schwingungen Phys A I b.
2.) Darstellung in reeller und komplexer Form
Phys. A. I. b.
Superposition harmonischer Schwingungen
Phys. A. I. b.
Superpositionen räumliche und mehrdimensionale Superpositionen.
3.) Schwebungen.
Parameterabhängigkeit von Amplitude,
Frequenz u. s. w. als Parameterabhängigkeit definieren. Definition der Schwebung
als periodische Parameterfunktion der
Amplitude. Analoges für die übrigen
Bestimmungsstücke der Schwingung
einführen z.B. Cont. kont I.

~~III. Schwingungsanalyse~~
4.) Trigonometrische Interpolation als Grundprinzip der Analyse Phys. A. I. b.
5.) Das Konvergenzverhalten der Reihen
Phys. A. I. b.
6.) Die harmonische Schwingungsanalyse eines
begrenzten Abschnittes. Phys. A I. b.

III
Spektraldarstellung der Schwingungsfelder

1.) Spektralfunktionen als Fourierpaare Phys. A I. b.
2.) Der komplexe Funktionaloperator einer Schwingung Phys A I b.
3.) Eigenschaften des komplexen Funktionaloperators
Phys. A. I. b.
4.) Kopplung von Schwingungserregern.
Unterscheidung zwischen Fremderregung und Fremderregung
Selbststeuerung als Anregung, Kopplungsfelder
schwingender Systeme.
5.) Eigenwertprobleme schwingender Systeme.

IV
Modulationen der Schwingungsfelder

1.) Amplitudenmodulation. Phys. A I b.
2.) Dämpfung Phys A I b.
3.) Frequenz- und Phasenmodulation Phys A I b.
4.) Zusammenhang zwischen amplituden-
und Frequenz- oder Phasenmodulation Phys A I b.

V
Wellenfelder als fortschreitende Schwingungszustände

1.) Kugelsymmetrische Wellenfelder.
Definition des Wellenfeldes, die Begriffe von
Wellenzone Wellenlänge und Fortpflanzungsge-
schwindigkeit; Zusammenhang zwischen
Wellenzone und Äquipotential, allgemeine
Differentialoperatorgleichung des Wellen-
feldes mit kugelsymmetrischer Wellenzone.
Wellengleichung als Eigenwertproblem
und seine Lösung, Wagner Phys. A II. c.
Superposition A I b. Zusammenhang zwischen
Wellengleichung und Fortpflanzungsgeschwin-
digkeit c sowie c = ∞ mit Wellenlänge
und Frequenz.

2.) Symmetrie der Wellengleichung
Allgemeine achsensymmetrie, Kugelsymmetrie u. s. w., Symmetrieformen resultieren aus der geometrischen Betrachtung der Symmetrie und den daraus folgenden Transformationen des Wellenfeldoperators.
3.) Kugelsymmetrie
Transformation der Wellengleichung in Polarkoordinaten. Reihenentwicklung der Operatorgleichung in Kugelfunktionen. Dipol- Quadrupol- und höhere Polwellen u. s. w.
4.) Zusammenhang zwischen Schwingungen und Wellen.
Allgemeine Tensorwelle Haas I, wellenstrahlung asymptotische $\delta \to 0$ zum Strahl eikonal u. s. w. Reflexion Superposition fortschreitender Wellen zur stehenden Welle stehende Wellen als Schwingungsfeld Phys A I b.

B

Naive Beschreibung des Geschehens.

a.) Wirkungsfeld

~~a.) das Gravitationsfeld~~

I. Kapitel

~~Anschauliche Beschreibung der Gravitation~~
das Gravitationsfeld

1.) ~~Anschauliche Beschreibung~~ Empirik voranstellen, soweit nach K Th. I. 5, 36 u. 39

2.) ~~Der~~ Aktiver Formalismus des Gravitationsfeldes
Anwendung der Zentralperturbation auf einfachen Fall
nach Kr. Th. I. 44, 56, 59, 65, 89, 95
3.) ~~Die~~ Gravitationsfeldwirkung
Kr Th. 93, 96, 106, 114., die Ausführungen kritisieren.

II. Kapitel

Relativ Pseudofelder der Trägheit.

1.) das mechanische Relativitätsprinzip
Relativbewegungen und Galileiinvarianz
Ph A I a IV, 1. Trägheitskräfte in translatorisch und rotatorisch bewegten Bezugssystemen & Ph A I a IV 2 und 3. Galileiinvarianz berücksichtigen.
2.) ~~Erregung gravitativer Feldrichtungsasymmetrien~~ durch Trägheitskräfte. Aequivalenz von Trägheit und Gravitation Ph C II a I 1.
Die Gravitationsfeldwirkungen äquivalenten Trägheitskraftgesetze beschreiben. Erregung der gravitativen Niveauflächendeformation durch Trägheitskräfte. Spezielle Deformation bei translatorischer und rotatorischer Beschleunigung.
3.) ~~Wechselwirkung zwischen Trägheit und Gravitation~~
Trägheit und Gravitation als allgemeine materielle motorische Wirkung. Hieraus allgemeine Wechselbeziehungen zwischen den beiden Kräften. Aufgrund der Wechselwirkung, Notwendigkeit der Gravitationsfeldsymmetrie bei kräftefreier Bewegung. Im Falle der Gravitationsbewegung Dynamisches Gleichgewichtszustand Deformation sämtlicher Gravitationsfeldasymmetrien durch Trägheitskräfte [illegible] Störungen [illegible] durch Trägheitskräfte

Ruhelage) dieses Zustandes (Bewegung nicht kräftefrei)
Gravitationsbahn entsteht durch
stetige Wechselwirkung von Gravitation und
der rotatorisch induzierten Trägheitskräfte
welche die räumliche Deformation des
die gravitierende Masse umgebenden Feldes
und damit die Gravitationsbahn bedingt.
Das Feld der gravitierenden Masse ändert
sich ständig und bleibt immer symmetrisch

III Kapitel

~~Die Felder ruhender und stationär bewegter elektrischer Ladung~~

1.) Elektrostatik.

Empirik, ruhende elektrische Ladungen erzeugen Zentralkraft = ebt Quellenfeld
Ph. B I a I 1, Haas Bd I VIII, Becker I B.
Anwendung der Potentialtheorie
Ph. B I a I u. III. Anwendung der Zentralfeldtheorie.

2.) Elektrostatische Feldenergie.
Energieprinzips Ph. B I a III., das elektrostatische Problem Ph. B I a, ponderomotorische Kräfte des elektrischen Feldes und Tensorfeld der Raumspannung Ph B I a III
Hierdurch Zusammenhang hergestellt zwischen allgemeiner Gravitation und elektrischem Feld.

3.) Magnetfelder stationär bewegter Ladungen.
Empirik Ausmessung des Magnetfeldes zeigt Wirbelfeldcharakter Ph. B I b I 1. Anwendung der Wirbelfeldtheorie Ph B I b I 2. Vektorpotential des magnetischen Kraftflusses und quellenfreie magnetische Induktion Ph B I b.

4.) Magnetische Feldenergie.
Energieprinzip, magnetostatisches Problem

ponderomotorische Wirkungen des Magnetfeldes 143
auf elektrische Ladungen. Magnetisches Induktionsfeld der magnetischen Raumspannung
Heuristischer Zusammenhang zwischen allgemeiner Gravitation und Magnetfeld Ph B I b.

IV. Kapitel

~~Wellenfeldemission nicht stationär bewegter Ladung~~

1.) Die elektromagnetische Induktion
Empirik, Existenz elektrodynamischer Wirbelfelder und elektromagnetischer Induktionsvorgang
Wirbelfelder als Folge instationärer Ladungsbewegung (Empirik). Der Induktionsbegriff
zwischen elektrischen und magnetischen Feldstärken. Induktionsgesetz in allgemeiner Form. Lösung im Vakuum als Eigenwertproblem
und elmag Feldstörungen, alles Ph. B I b.

2.) Feldgleichungen elmag Ladungsverteilung.
Induktionsgesetz im Falle einer Ladungsverteilung, Bewegung der Verteilung im elektromagnetischen Wellenfeld (Ph. B III a II 1)
Feld bei gleichförmiger Bewegung der Ladungsdichte (Ph. B III a II 2) ferner Feld bei nicht
stationärer Bewegung (Ph B III a II 3),
Feldrückwirkung auf die Bewegung der Ladungsdichte
(Becker II S. 63/163).

3.) Elektromagnetische Feldenergie
Wellen im Vakuum und elektromagnetische Potentiale. Ponderomotorische Kräfte, Spannungstensor des Feldes. Energie- und Impulssatz
Strahlungsimpuls

4.) Heuristisch energetischer Zusammenhang zwischen elektromagnetischem und gravitativem
Die Tensorfelder der gravitativen und elektromagnetischen Raumspannung. Heuristischer Zusammenhang

Zusammenhang zwischen Kristallspektrum und gravitativer Feldstörung. Siehe Anlage (Artikel „Zusammenhang zwischen gravitation und Elektromagnetismus") Blatt I bis VII. Daraus Konsequenz, spekulative Möglichkeit des Wesenfeldes eines Wechselzustandes zwischen Elektromagnetismus und Gravitation, der den Zusammenhang zwischen elektromagnetischem Feld und pondéromotorischer Wirkung vermittelt. Ausbreitung der hypothetischen Gravitationswellen aufgefunden einer durch das Wesenfeld bedingten Fusion gravitativer Feldstörungen (mit existentem Wesenfeld Realität). Zusammenhang zwischen pondéromotorischer Wirkung, Gravitation und Elektromagnetismus durch das Wesenfeld. Wesenfeldtransformation elektromagnetischer Energie in gravitative Kraftfeldausformation und Fusion einer pondéromotorischen Wirkung.

b.

Natur der Konfigurationsfeldelemente

I. Kapitel

Die diskontinuierliche Korpuskularstruktur.

1.) Thermische Wechselwirkung mit elektromagnetischen Wellenfeldern. Zustandsänderung thermischer Natur als Empirik; Definition von Temperatur und Wärme, nach Ph A II a I. Zur Empirik gehören nicht nur Zustandsänderung hinsichtlich des Volumens, auch Änderung des aggregatzustandes möglich, einfachster Fall, verdünntes Gas; weitere Empirik über

2.) Idealisierte Zustandsgleichungen nach Ph A II a II, Empirik, Unterschiedliche Kompressibilität der Aggregatzustände bildet Schluß auf diskontinuierliche Korpuskularstruktur.

3.) Idealisierte Zustandsänderungen. Ph A II a III.

4.) Kinetische Theorie

Empirik, Brownsche Bewegung und temperaturabhängig. Additiva der Molekülarbegriffes; ferner Ph A II a II Additiva der Empirik 2.

5.) Die realen Zustandsgleichungen.

Reale Gase und thermische Theorie der Aggregatzustände Ph A II a VI und Planck; empirische Konstanten als Aussage über Intermolekularkräfte; Zusammenfassung; Natur der Materie molekular; thermische Zustände; Molekülarbewegungen, jede Materieart spezifische Molekülart; Unterscheidung der Moleküle durch Dominanz Form und Gewicht. Verteilung von Zentren intermolekularer Kräfte innerhalb eines Moleküls arbeitung. Schluß auf differenzierte Molekülparstruktur.

II. Kapitel

Elektromagnetische Wechselwirkung bei fehlender thermischer Zustandsänderung

1.) Materie im elektromagnetischen Feld. elektrischer Hysteresis, Polarisation, dielektrische Verschiebung und Kondensatorenströme bei Isolatoren, Hysteresis bei Leitern als Explosionsvorgang, dielektrizitätskonstante, Permeabilität und Leitfähigkeit als elektrische Materialkonstante Pl B I a I. (Empirik)

2.) elektromagnetische Fusion in Materie. Fusionsvorgang unter Berücksichtigung der Materiekonstanten, elektrische Wellen und Dispersion in Materie, Zusammenhang mit thermischer Wechselwirkung

 Krieg und Frieden auf elektrische Molekülcharakter.

3.) Elementare Ladungsquanten.
Empirik, Elektronenzerstäubung, Kataphorese, Elektronenladung und -Masse, Elektronen als Molekülarbestandteile; Materie als Ladungsverteilung, Materievorstellungen als Ladungen Ph B III a

4.) Elektronentheorie
Grundgedanken der Elektronentheorie und der Lehren des Elektrons, s.a. Ph B IV.

III. Kapitel
Natur der Materiemoleküle

1.) Der Atombegriff
Empirik Auflösung der Materiemoleküle in Atome, elektrische Struktur der Atome, Kern- und Elektronenhülle. Ph B IV

2.) Bindung der Atome zu Molekülen.
Schalenmodell, chemische Empirik, Interpretation der Bindungstypen

3.) Atomkerne
Bruchstücken (Proton, Neutron), Spaltkerne, positive, negative und neutrale Mesonen, negative und positive Elektronen. Zusammenfassung, Moleküle Atomkonfigurationen, Atome von elektrischer Struktur negative Elektronenhülle, positiver Kern, körperer Protonen-Neutronen-Struktur Mesonenbindung. Vorhandensein der Positronen.

IV. Kapitel
Photonen-Theorie

1.) Der Photonenbegriff, Empirik Photoeffekt Comptoneffekt. Von Wellenlänge absolut reproduzierbar. Photonenstrahl zugleich korpuskular nach Ph D,a,

2.) Zellen des Phasenraumes.
Thermisches Entsprechgesetz, nach Ph D,a; Kriterium für Kontinuität und Diskontinuität.

3.) Photonenstatistik
Statistische und wahrscheinlichkeitstheoretische Deutung, Ph. D,I.

C.
Notwendigkeit der Raumzeitwelt als Konsequenz

I Kapitel
Raum- und Zeitkoordination

1.) Wirkübertragung elektromagnetischer Wellen.
nach Ph B III c und C I a I

2.) Raum- und Zeitkoordinationen
Empirik, Michelson-Versuch, Aberration, Lorentzkontraktion.

3.) Relativität der Begriffe Raum und Zeit.
Ph C I a I. Galileigruppe als Invariantensystem der Beschreibungen a und b. Elektromagnetische Wellenausbreitung, Relativitätsprinzip, Lorentzgruppe und Lorentzinvarianz von Raum und Zeit.

II. Kapitel
Die pseudoeuklidische Welt.

1.) Der Weltbegriff. Ph. C I a III
Invarianzforderung Lorentzgruppe C I a I und 2. II, 1.

2.) Kausalitätsbedingung eines Weltraums
Ph. C I a I und III

3.) Tensoranalysis in der pseudoeuklidischen Welt
Ph C. I a III. ferner Transformation des antimetrischen Tensors in Hyperbelkoordinaten s. Seite I

III. Kapitel

Feldgleichungen des elektromagnetischen Feldes

1.) Der elektromagnetische Feldtensor; Lorentz elektrischer Kraftdichte und Feld im Vakuum Ladungsinvarianz, antisymmetrischer Welttensor des elektromagnetischen Feldes, ferner 4-dimensionale Kraftdichte des Feldes und symmetrischer Energietensor. Alles nach Ph. C. I. b I. 1 bis 3.

2.) Erhaltung von Energie und Impuls.

Divergenzfreiheit des Energietensors, im Fall der Kräftefreiheit als Kontinuitätsgleichung aufgefasst, Spaltung vorgenommen, Energietransformationen durchgeführt Ph. C. I. b I. 4 und 5.

3.) Das Feld stationär bewegter Ladungen. Ph. C. I. b II. 1.

4.) Die Strahlungsemission nicht stationär bewegter Ladungen Ph. C. I. b II. 2.

5.) Das Ladungsfeld bei der Hyperbelbewegung Ph. C. I. b II. 3.

IV. Kapitel

~~Raumgeometrische Gravitationsfeldbeschreibung~~

1.) Die gravitative Kraftdichte

Koordinateninvariante Beschreibung der Kraftdichte in Anlehnung der Vorbetrachtungen aus **a**.

2.) Konstruktion eines gravitativen Feldtensors

3.) Der Energietensor

Divergenzfreiheit Erhaltung von Energie und Impuls durch Spaltung der Komplexen Divergenzgleichung

V. Kapitel

Allgemeine Trägheit der Energie

1.) Energie mit ponderomotorischer Kraft. Ph. C. I. b III s. Auch für den gravitativen Energietensor.

2.) Reflexion der Massenträgheit auf das elektromagnetische Ph. C. I. c I. 1, numerische Zusammenhang zwischen der

Energietensoren von Gravitation u. Elektromagnetismus, Kovariierung von a) und daraus Äquivalenzprinzip von Gravitation und Trägheit.

3.) Energiemassenäquivalent.

Zunächst Longitudinal = und Transversalmasse Ph. C. I. c I. 2 und 3., dann Ableitung des Äquivalenz und Materietensors Ph. C. I. c I. 4.

~~4.) Zusammenfassung und Konsequenzen~~

C

Abstraktionen

a

Quantenhafte Diskontinuitäten

Systematische Prämissen der Kosmologie (17.4.54)

Einleitung. Fortsetzung auf Seite 189

1) Visuelle Phänomenologie des Kosmischen Bewegung. Nach S. 128. Ausstellen galileischer Invarianten. Mechanik jedoch die Feldvariablen für das Universum herausstellen, Koinzidenz- und Wirkungsfelder räumliche und strukturelle Zustandsänderungen der Koinzidenzfeldelemente

2) Koinzidenz- und Wirkungsfelder. Räumliche und strukturelle Zustandsänderungen im Zeitablauf. Fortsetzbarkeit und Undurchdringbarkeit als visuelle Strukturierungsmöglichkeiten der Koinzidenzfeldelemente. Wirkungsfelder als physikalische Wechselwirkungen zwischen den Elementen. Klassifikation der Koinzidenzfeldelemente. Räumzeitliche Wirkungsübermittlung durch das Wirkungsfeld als Aktion, Zustandsänderung als Folge dieser Aktion ist Reaktion. Klassifikation in kausal- und akausal reagierende Elemente. Kausalreaktionen prinzipiell aus der auslösenden Aktion zeitlich vorher bestimmbar. Akausalreaktionen dagegen unbestimmbar. Rationalität und Irrationalität, visuelle Erfassung akausal reagierender Elemente definiert als Lebewesen

II. Kapitel
Anthropomorphe Phänomenologie

I

1.) Zeitliche Abhandlungen der Koinzidenzfeldelemente. Kinematik und Dynamik der Abhandlungen. Geschehen im Raum und Zeit. Der Geschehensbegriff. Galiläivariante. Inertialsysteme, Prinzip. Elementarbegriff, Tragfähigkeit Widerstand als Prinzipielles Charakteristikum der Koinzidenzfeldelemente. Begriff der Materie, Kinematik und Dynamik raumzeitlicher und zeitlicher Bewegungen. Erweiterung auf Punktsysteme.

2.) Das phänomenologische Wirkungsfeld der gravitativen Materie, harte Kugelfeldchen

3.) Allgemeine phänomenologische Wirkungsfelder. Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation. Erweiterung des Gravitationsbegriffes.

II

1.) Strukturelle Zustandsänderungen.

a) Thermische und optische Zustandsänderungen

b) Thermische und optische Wirkungsfelder.

Die Bestimmung beider Wirkungen, Weltgeschehen, empirische Identität der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten. Identität beider Wirkungen mit periodischem Fortschreiten des Geschehens, elektromagnetische Schwingungen

III

2.) Die Materie als molekulares Strukturkorpuskeln.

IV

3.) Die elektromagnetischen Wirkungsfelder

a) das elektromagnetische Feld ruhender Ladungen. Phänomen des elektrischen Feldes. Ladungen. Definition der Ladung als Ursprungs- und Definition der Ladung. Der empirische Begriff der elektrischen Wirkung. Das elektrische Feld. Relativität der elektrischen Feldstärke in Abhängigkeit [illegible] Relative Bewegungsmöglichkeiten der Bezugssysteme.

Elektrostatik im ruhenden Äther

1.) das magnetische Feld stationär bewegter Ladungen. Phänomene des permanenten Magnetismus. magnetische Eigenschaften stationär bewegter Ladungen.

2.) elektromagnetische Induktionsfelder nicht stationär bewegter Ladungen. Empirik der Induktion. [Zusammenfassung, Gültigkeit, Äquivalenz mit klassischen Wirkungen]

II.

3.) Die elektromagnetische Natur der Materie
a) elektrische Elementarladungen.
b) atomare Molekularstruktur, klassische Kopie
c) Empirik der Atomstruktur. Lichtemission als Induktionsvorgang. Spektroskopische Ergebnisse. Die Bohr'schen Postulate. Notwendigkeit der Begriffe Raum, Zeit, Welle und Korpuskel.

II

5.) Revision der Begriffe Raum und Zeit. Elektromagnetisches Relativitätsprinzip. Erweiterung der Galilei-Gut Lorentz-Gruppe. Spezielle Relativitätstheorie. allgemeine Energieimpuls, ponderomotorische Kräfte und Energiematerieäquivalent, Aufhebung [illegible]

III

6.) Quantenhafter Dualismus von Korpuskular- und Wellenfeld.

a) Elementare Wirkungsquanten. Notwendige Postulate und relativistisch ausgedrückter Dualismus. Zusammenhang zwischen Entropie und Wahrscheinlichkeit. Zeiten des Phasenraumes. Unbestimmtheitsrelation, Negation der Postulate und des Dualismus. Planck'sches Strahlungsgesetz. Entropiebezeichnung.

b.) Revision der korpuskulartheoretischen Wellenmechanik und Vertauschungsrelationen.
c.) Revision des Wellenbildes Schrödingergleichung und Quantisierungsvorschriften.
d.) Synthese von Welle und Wellenmechanik
e.) Relativistische Quantenelektrodynamik.

III

7.) Empirik der akausal reagierenden Strukturen.
a) Akausalität im Bereich der Wirkungsquanten.
b.) akausalreaktionen höherer Strukturen
c.) Klassifikation des organismischen. somatische und psychische Eigenschaften.
d.) Der irrationale Grundsatz. dialektischer Entwicklungsnotwendigkeit einer begrifflichen Erweiterung der rationalen Methoden. Letztere Beispiele der Erweiterung

A 29.11.53

heteroplast 29.11.53
Synthetator 8.5.53
Synthese Diana 53154

Synthesemetrie

I

Die synthesemetrischen Elemente
[illegible] Aspektivsysteme und materielle Logik

2.) Definition der Synthese. Ein System, charakterisiert durch Eigenschaften. Alle Eigenschaften dürfen eine Basis von n Fundamentaleigenschaften oder Keimen ergeben. Gesetzmäßigkeit der Keime: heteroplast (haftträger) m ≦ n Keime werden durch eine Vorschrift m Höfe zu verbinden. Alle Synthesemöglichkeiten werden so erfaßt und zu Synthesenschaften verdichtet. Die vorher Höfe ($\binom{n}{m}$) Synthesemöglichkeiten gedichtet. Die Verbindungsvorschrift eine Korrelation. Die Synthesen werden [illegible] als Korrelationshöfen

V Anmerkung auf Seite 158

Syntonkorrelationsstufenindikation und Syntonkorrelation. Korrelationsverschiff: Syntonkorrelator. Syndrische vollständig durch Heterophor und Syntonkorrelator bestimmt. Ähnliche syndromatische und monotone steigende Syndrizen. Syndrische nicht an pathische quantitative Begriffe gebunden. Rationale Quantitäts- und irrationale Qualitätssyndrizen. Unmöglichkeit gemischter Syndrizen.

3.) notwendige und hinreichende Bedingung einer Syndrische. Vollständigkeitssatz der Syndrische von Heterophor.

4.) Endlichkeitsnachweis. Endlichkeit auf Synkorrelator und Heterophor reduziert.

5.) Komplexsynkorrelatoren und Syndromabschluß. Erweiterung des Syndrischeeriffes durch Komplexsynkorrelatoren (auf jedes Syndrom wirkt ein anderer Synkorrelator), divergierende und konvergierende Syndromsplagen. Konvergenzbedingung und Syndromabschluß.

6.) Die principiae Syndesis. Syndrizen als Parameterfunktionen. Syndesislänge durch das Parameterintervall ausgedrückt. Syndesisbereiche und -gebiete. Die geschlossene, offene und halboffene Syndesis. $a \leqq p \leqq b$, $a < p < b$, $a \leqq p < b$, $a < p \leqq b$, die unendliche Syndesis $-\infty < p < +\infty$, die halboffene Syndesis als endliche oder unendliche Radikalsyndesis. Die projizierte principiae Syndesis mit parametervariablem Komplexsynkorrelator. Syndromatische divergierende und konvergierende Parameterintervalle. Uni- und Polidromie als Ein- und Mehrdeutigkeitsbegriffe.

Elementare Syndrisverbindungen.
(Korporation und Korporator) 10.9.54.

1.) Der Begriff der Syndrisverbindung. Kopplungen und Kompositionen verbinden die Syndrizen in Synkorrelator und Heterophor. Kopplungsobjektor im Hauptsatz Synkorrelator und Heterophor. Synkorrelative und heterophorische elementare Kopplungen. Korporationen. Kontinuoperative Kopplungen. Kompositionen und Dekompositionen.

2.) Totalkompositionen.

3.) Partielle Kopplungen und Kompositionen. Synkorrelatorkomposition mit heterophorischer Kopplung. Heterophorkomposition mit synkorrelativer Kopplung. Partielle heterophorische und synkorrelative Verbindungen.

4.) Totalkopplungen.

5.) Verbindungsarten. Konzentrische und exzentrische (und partielle) Verbindungen.

Wenn heterophorisch-synkorrelative Verbindungen stets konzentrisch in die Synkorrelative hinein von Heterophor ausgehen, die Verbindung dagegen zwischen zwei verschiedenen Syndromen, so verläuft die Synkorrelative von diesen Syndromen aus exzentrisch, da die beiden verbundenen Syndrome einen Pseudoheterophor bilden. Pseudoheterophore und Pseudosynkorrelatoren als Kennzeichen exzentrischer Verbindungen. Ist exzentrische auf konzentrische Verbindungen reduzierbar.

6.) Verbindungsketten.

Den mathematischen Reihen analoge Vorgänge.

Lyotropkorrelationsstöpeninduktion oder
Lyotkorrelation. Korrelationsvorschrift: Lyo =
korrelator. Lyotrope vollständig durch Hetto =
phor und Lyotkorrelator bestimmt. Koji =
agulationsstufe und maximum steigende
Lyotropien. „Lyotrope nicht an potentiale
quantitative Begriffe gebunden. Potential
Quantitäts = und irrationale Quantitäts =
Lyotropien. Umöglichkeit
Lyotropien.
3.) Kolloidiger und kristallin
bedingung einer Lyotro
satz der Lyotrope vollständigen
des Hetrophor.
4.) Endständigkeitsnachweis.
auf Lyotkorrelator und hetrophor
5.) Komplexsymkorrelatoren und
abschluß. Erweiterung d
griffes durch Komplexsymkorr
jedes Lyotrop mittels eine ande
disergierende und konvergierende
korrelationen. Konvergenzbedingung
6.) Die principielle Lyotase.
Parameterfunktionen.
durch das Parameterintervall
stückt. Lyotasebereiche
die geschlossene, offene und halboffene Lyotase.
$a \leqq p \leqq b$, $a < p < b$, $a \leqq p < b$,
$a < p \leqq b$. Archimedische Lyotase $-\infty < p < +\infty$
die halboffenen Lyotasen als endliche oder un =
endliche Radialsyotase. Die projizierte prin =
zipielle Lyotase mit parametervariablem
Komplexsymkorrelator. Lyotrocentrische drei =
eckende und konvergierende Parameterintervalle
konvo = und polidromine als ein = und halbentsprechungsdreiecke.

Elementare Lyotropverbindungen.
(Korporation und Korporator) 10.9.54.

1.) ~~Der Begriff der~~ Lyotropverbindung.
~~Koppelungen und Kompositionen verbinden~~
die Lyotropien in Lyotkorrelator und hetrophor.
Koppelungsoperator im Hauptsystem Lyotkorrelator und
korrelative und metrophorische ~~Lyotkorrelator~~ Kompositio =
~~erative Koppelungen~~ Dekompositionen.
~~Kompositionen~~.
~~alle Koppelungen und Kompositionen~~
~~lyotkorrelatorkomposition mit metrophori =~~
~~elung. hetrophorkomposition mit~~
~~einer Koppelung. Partielle metro =~~
~~e und pseudorelative Verbindungen.~~
~~Koppelungen.~~
~~Lyotropien. Konzentrische und~~
mit partielle
~~lyotropische Verbindungen.~~
~~lyotrophorisch = pseudolyotrope Verbin =~~
~~sind konzentrisch zu die Lyotkorrelator~~
~~der von hetrophor ausgeht. Folgeord =~~
~~nung dagegen gerichtet zwei verschie =~~
~~den Lyotropien, so verläuft die~~
~~Linie von diesen Lyotropien aus~~
~~gleich, wie die beiden verbundenen~~
Lyotrope einer Pseudometrophor bilden
können. Pseudometrophore und Pseudo =
symkorrelatoren als Kennzeichen exzentrischer
~~Verbindungen. Alle exzentrischen~~
~~auf konzentrische Verbindungen reduzierbar.~~
6.) Verbindungsketten.
~~von mathematischen Reihen analoge~~
Vorgänge.

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} \quad -1 \leqq p_\kappa \leqq +1$$

$$-1 \leqq p \leqq +1, \quad 0 \leqq p_{20} \leqq +1,$$

$$\neq, \ u, \ =; \quad \neq \equiv p_{20} = 0, \quad = \equiv p_{20} = 1,$$

$$\omega_1, \ \omega_2, \ \omega_3,$$

$$H_1(p_1, \omega_2, \omega_3) = 0,$$

$$H_\kappa(p_{2\kappa}, \omega_1, \omega_3) = 0, \quad 1 \leqq \kappa \leqq 4,$$

III

Lupphansyndrizen.

1.) ~~Der Sinn der Lupphansyndrize.~~

~~Aus der Verbindungstheorie~~ werden den differential- und Integralbegriff analoge ~~op syndromettische~~ Operationen im Infinitesimalübergang definiert: ~~Die entsprechenden~~ Operationen sind ebenfalls Syndrizen, die sogen. Lupphansyndrizen ~~der~~ differentieller oder integraler Natur, welche auch als Kopplungsfelder in lupphanen Komplexstrukturen auftreten können.

2.) Klassifikation der Lupphansyndrizen.

~~Aus den Verbindungsmöglichkeiten~~ resultieren viele Formen von Lupphansyndrizen, welche zu klassifizieren sind.

3.) Syndrizentotalitäten

~~Den algebraischen Körpern analoge~~ aber übergeordnete Gesamtheiten der ~~transmutativen~~ Syndrizen sind ~~es gibt~~ Totalitäten wie Quantitäts- und Qualitätssyndrizen. ~~die Syndromettrize = determinante~~ und der ~~= Telspor~~. Syndromettische Ringe.

4.) Syndrizenfelder ~~mettische~~ Gebilde.

Syndrizenräume über beliebigen totalitären Syndrizengebilde und Syndrizenfelder durch Anwendung elementarer Verbindungen auf Lupphansyndrizen in Syndrizenräumen über Totalitäten

IV

Metroplesee 8.3.54

Telezentrik 23. u. 24. 3. 53

1.) ~~Charakterisierung der Syndrize zum~~ Metroplese.

Syndrizen als Metrophorismen und Lupphansyndrizen als Funktionatoren oder Komplexsymbolatoren definieren die Metroplese als ~~Hyperasyndrize~~ ~~metroplorische und Syndromettische~~ Richtungen, in metrophorischer Richtung der Metroplese syndromettische Zonen. Diese ~~in~~ haben eine als Tektonik bezeichnete Struktur ~~in metrophorischer Richtung~~ ~~haben~~ syndromettischer Konvergenz und Divergenz innerhalb der tektonischen Zonen im Metroplese auch tektonische Konvergenz und Divergenz der Zonengesamtheit der Metroplese.

2.) Die ~~metroplektische~~ Syndrose.

Die Metroplese als Parameterfunktion. ~~Einerseits~~ tektonische Parameterabhängigkeit und separierte Zonenabhängigkeit von verschiedenen Parametern. ~~Bezeichnung der~~ Syndrose ~~wie~~ bei der primitiven ~~im einfachen~~ Fall. Im allgemeinen vielfältige Abhängigkeit, was zu Syndrosenästen führt. ~~Die~~ Gesamtheit aller zu einer Metroplese gehörigen Syndrosenäste ist das Syndrosepanorama. Evt. Klassifikation der Syndrosepanoramen ~~und Panoramafelder~~.

3.) ~~Felevarianten und Felsequenten~~.

~~Felevarianten~~ der Felevariantenbegriff und Syndrosegrenzen. Tektonik felevarianter und Syndrosegrenzen. ~~V. Felsequenten als~~ ~~enter~~ Syndrosegrenzen. V. Felsequenten als Grenzen des Syndrosepanoramas als

V. Zeile 159

5.) kommutare Hetroplexverbindung
Analogon zur Syndrose.
6.) Emphasumetroplexe, ebenfalls
analog zur Emphasysndrose.

V. Feld

Abstrakte Hetroplesefelder über Syndrose-
totalitäten.

1.) das Hetroplesefeld als Erweiterung des
Syndrosebegriffes. Der Parameter einer
Syndrose als Sonderfall einer Syndrose. /
2.) Hetroplesefelder über Qualitäten d. Qualitäten.
4.) hetroplektische Fortsetzungen.

Uebergänge von Hetroplesefeldern von
Syndrosequalitäten zu Qualitäten der
Qualitäten. Usf. durch Uebergangsmetro-
plexe mit Partialstrukturen.

VI

Rationale Grenzfälle der Syndrometrie

1.) Quantitäten als Sonderfälle der
Qualitäten.
2.) die Syndrose als primitives Hetro-
plex
3.) Uebergang von der Quantitätssyn-
these zu den rational analytischen
Verfahren.
4.) die Rolle der Sonderfälle als Grundlagen
theoretisch. Nach Seite 129.

Zu Seite 153 V Klassifikation nach dem Grad
der Reaktions- und Abbildungsfähigkeit der Gebilde

/ siehe Seite 159

V zu Seite 157

Der Divarianzbegriff als die variable Zusammensetzung der metroplektischen Syndrose. Der Selektionsprozess divarianter Syndrosebereiche und Divarianzübergänge der Selektion (17.4.54).

4.) Die telezentrische Polarisation von Syndrosepanoramen. Die Telezentren als Panoramaerzeuger. Haupt- und Nebentelezentren. Polarisation des Panoramas durch die Hauptelezentren. Imparare Syndrosepanoramen ohne telezentrische Polarisation in Affinen und ihre projektive Polarisation wegen der unendlichen Telezentren.

1 zu Seite 158

nach der Definition einer Syndrose als Sonderfall des zu Beginn zu definierenden allgemeinen Hetroplesefeldes die höchste Art allgemeiner metroplektischer Transzendenzfelder über Syndrosepanoramen. Beliebiger Transzendenzgrad. Panoramen selbst der Transzendenzgrade höherer Existenzbedingungen. Höherer Transzendenzfelder an die telezentrische Polarisation des Transzendenzfeldes der Ebene. Nicht gebunden.

Zylinderwellenfunktionen

I

Allgemeine Theorien Klassen

1.) Fundamentale Lösungen. Die Differentialgleichung $\frac{d^2w}{dz^2} + \left(1 - \frac{\nu^2}{z^2}\right)w = 0$ hat bekanntlich zwei linear unabhängige Lösungen, die für $z = 0$ unendlich werden, wenn ν reell ist. Ist $\nu = k$ eine ganze Zahl, so ist $J_k(z)$ eine Lösung, die sich in eine Potenzreihe $z^k \cdot \varphi(z^2)$ entwickeln lässt, wo φ eine ganze Funktion bedeutet. Ist ν nicht ganzzahlig, so ist $J_\nu(z)$ und $J_{-\nu}(z)$ ein Fundamentalsystem. Ist $\nu = k$ eine ganze Zahl, so ist $J_{-k}(z) = (-1)^k J_k(z)$, also J_k und J_{-k} linear abhängig.

II

Die reparierten Formen.

Integraldarstellungen.

1.) Hankelsche Integrale. Für $\Re(\nu) > -\frac{1}{2}$ gilt

$$H_\nu^{(1)}(z) = \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty + \pi i} e^{z \sinh t - \nu t}\, dt$$

$$H_\nu^{(2)}(z) = -\frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty - \pi i} e^{z \sinh t - \nu t}\, dt$$

2.) Poissonsche Integrale. Für $\Re(\nu) > -\frac{1}{2}$ gilt

$$J_\nu(z) = \frac{2 \left(\frac{z}{2}\right)^\nu}{\sqrt{\pi}\, \Gamma\left(\nu + \frac{1}{2}\right)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(z \cos t) \sin^{2\nu} t\, dt$$

$$= \frac{2 \left(\frac{z}{2}\right)^\nu}{\sqrt{\pi}\, \Gamma\left(\nu + \frac{1}{2}\right)} \int_0^1 \cos(z t) (1 - t^2)^{\nu - \frac{1}{2}}\, dt$$

3.) Die einfachsten Integralformeln.

Die 1) Eigenschaften der Zylinderfunktionen lassen sich durch Integrale darstellen, die sich durch elementare Funktionen ausdrücken lassen. Für $\nu = \frac{1}{2}$ ist $J_\nu(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \sin z$. Für die 2) Partialbruchentwicklung ist $\frac{1}{J_\nu(z)}$ zu entwickeln. Für $\nu = \frac{1}{2}$ ist $\frac{1}{J_\nu(z)} = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} \cdot \frac{1}{\sin z}$. Die Partialbruchentwicklung ist bekannt. Die Eigenschaften der Zylinderfunktionen lassen sich aus den Eigenschaften der Integrale ableiten.

III

Die entelechische Kettenmenbtheorie.

1.) ~~Der Entelechiebegriff.~~
2.) ~~Generatorstrukturen.~~
~~Entwicklung der möglichen Generator=~~
~~strukturen einer einheitlichen Strukturt=~~
~~theorie aus den Mesofeldgleichungen 2. Art.~~
3.) ~~Die Kondensortheorie des Raumstrukturt~~
~~Die Kondensoren als Tensordarstellungsope=~~
~~katoren einer Generatorwelt. Die Zustände~~
~~dieser Welt sind ω~~
4.) ~~Die Kondensationstheorie der Entelechien.~~
~~Die Zustände der Generatorwelt sind~~
~~ω = entelechische Funktionen. Ableitung~~
~~des Fundamentalkondensors aus den~~
~~Eigenschaften der Mesofeldtheorie. Das~~
~~Fundamentalproblem der entelechi=~~
~~schen Kondensationstheorie~~
5.) ~~Der Kettenmenbegriff und die entelechische Eigenwertgleichung~~
~~Das Fundamentalproblem als Eigenwert=~~
~~probleme. Revision des Quantenbegriffs durch~~
~~d Kettenmen. Lösung des Fundamentalproblems.~~
~~Die Normierungsbedingungen der entelechischen Funktionen~~

IV

Uebergang zur synthetischen Beschreibung

x

1.) Die entelechischen Gleichungen.
Lösung des Fundamentalproblems. Ent=
stehung der entelechischen Gleichungen
durch Substitution der Lösungen in den
Mesofeldgleichungen 2. Art.
2.) Das Fundamentalproblem in synthetischer Form.
Beschreibung des Fundamentalkondensors

durch einen entelechischen Operator gleicher Ordnung.
Die primitiven Separationen durch Hilfsoperatoren.
3.) Die synthetische Fassung
Das synthetische Fundamentalproblem in der Operatorform besteht mit den entelechischen Gleichungen einer komponierten Linkola=tor, die primitiven Separationen sogegen einen vollständigen Vektorphor, welcher eine ~~offene~~ Synthese Verknüpfung ist sind.
4.) Die Fundamentalsynthesen
Die Lösungen des Fundamentalsynthesen werden durch Komplexesynkolatoren Synthesenabschlüsse bewirkt. und entsprechend der entelechischen Gleichungen Fundamentalmenbtheoreme definiert.

V

~~Die dynamische Kontta= und Telebarie~~
~~Mellomen-Transformationen~~

1.) ~~Das komponierte Fundamentalsynthesen d. Hüfe.~~
~~Aus dem Synthesen d. Hüfe wird die Kettenmen=~~
~~gleichung ermittelt.~~
2.) ~~Mettenmendynamik.~~
~~Erscheinungsformen des Wirkungsquants,~~
~~beschrieben durch die Kettenmengleichung.~~
~~Kettenmendynamische Transformationen.~~
3.) ~~Dynaberischer Zustände Mesofeldzustand~~
4.) ~~Telebarische Funktionen. Allgemeine Lösung.~~

VI

~~Die dynamische Kontta= und Telebarie.~~

1.) Der dynaberische Transformator.
2.) Die chemische Abarylstruktur aus der Kontta=
barischen Funktionsbedingung.
3.) Das Elektrolyseverfahren zur Konden=
sationsisolierung der Abarylpolymeren.

V siehe Seite 164

~~4.) Die dynamische Kontrabarie.~~
~~5.) Die dynamische Telebarie.~~

D 6
Maximumtelezentrik.

I
Einfachste tubelechische Strukturen.

1.) Die Metronensynthese
Untersuchung der zeitlich orientierten Metronensynthese und ihr diskreter Charakter. Die eingebettete Metronensynthese mit diskreter, da koppelnde Emphasensynthesen nicht kompressibel sind.
2.) Das Elektron der [illegible] metroplektischen Synthesen-Elektron.
Die koppelnden Emphasensynthesen der Metronensynthesen bedingen ein zeitliches Spektrum metroplektischer Synthesen.
3.) Simplexe Korrelate zur Qualität.

II
Polytome Synthesepanoramen

1.) Die mehrteiligen Synthesenstrukturen
2.) Transzendenzfelder über dem Panorama
3.) Tubelechische Synthesewellen.

V Zu Seite 163
Die zeitlichen Dimensionen des projektiven Raumes der projektiven Transformationstheorie erscheinen als Parameter. Orientierung nach der Zeit. Also zeitlich erstreckte primigene Synthese der Metronen.

Zonische Syntelie als Affinitätssystem orthogonal zur telezentrischen Technik der monozonen Zonodynamen allein im synthetischen Zusammenhang stehenden zonischen Areale.
ferner
Prinzip der telezentrischen Syntelie.

[illegible] maximal = bezw. minimal akkumulativen in der tubelechischen Synthesenstruktur
3.) Synthesewellen mit maximumsynkopierten
4.) ~~Problematik der~~ Telesynkopation (Fernsynkopation)
= Anmerkung S. 189

IV
Maximumtelezentrik des Geschehens.
(teleparischer Synthesegrad)

1.) Die ~~zeitliche~~ telezentrische Polarisation. Das Panorama ist zeitlich orientiert, d.h. seine

~~4.) Die dynamische Kontra~~
~~5.) Die dynamische Telebar~~

D 6

Maximumtelezen

I

Einfachste zytotechnische

1.) Die Heteronomsynta
Untersuchung der ze
neusyntase und ihr
ungebundene Hetero
da koppelnde Fu
genau selbst sind
2.) ~~Die Elektronen~~
Die koppel
neusyntasen
keine metrop
3.) Simple

Poli

1.) Die
2.) T
3.)

V

Hetero:
der. Die
Stellen,
nicht kon:

Qualität

Raumen

Hauptsatz: 2.) keine Lösungsmenge
Hauptsatz: Zeit parallelle
Parallelstellen.

Raumes
Panorama
wollen.

des projektiven Raumes
Punkte erscheinen als Para=
der Zeit. Also geistliche
Syntase der Heteronomen.

Zytotelie als Affinitäts
Maximal zur Telezen=
Technik der moto=
Condyme allet im
zeitlichen Zusammenhang
ganzes dynamisches Areale.

Prinzip der telezentrischen Zytotelie.

1.)

2.)

Ko
ha
onen in der zytotechischen Syntasestrukturen
3.) Syntasezellen mit haseimensynkolation
4.) ~~Problematik der~~ Telesynkolation (Fernsynkolation)
= Anmerkung S. 189

II

Haximumtelezentrik des Geschehens.

(kohärianter Syntasezyklus)

1.) Die ~~geistliche~~ telezentrische Polarisation.
Das Panorama ist geistlich orientiert, d. h. seine

4.) ~~Die dynamische Kontrabarie.~~
5.) ~~Die dynamische Telebarie.~~

D 6
Maximumtelezentrik.

I
Einfältige entelechische Strukturen.

1.) Die Metronensyntase
Untersuchung der zeitlich orientierten Metronensyntase und ihr zirkulärer Charakter. Die ungabelnde Metronensyntase mit vitalen, da koppelnde Emphasesyntagen nicht konzipierbar sind.
2.) Das Spektrum der ~~Kombination~~ monoplektischen Syntasestrukturen.
Die koppelnden Emphasesyntagen der Metronensyntasen bedingen ein endliches Spektrum monoplektischer Syntasen.
3.) Simplexe Korrelate zur Qualität.

II
Polytome Syntasepanoramen

1.) Die mehrteiligen Syntasestrukturen
2.) Transzendenzfelder über dem Panorama
3.) Entelechische Syntasewellen.

haupt. 2) teleuchiesyntax
haupt. 3) Zeit-parallelle Panoramen.

V = Fr. Seite 163
Die ~~entelechischen~~ Dimensionen des projektiven Raumes der Gen projektiven Gestaltentheorie erscheinen als Parameter. Orientierung nach der Zeit. Also zeitlich erstreckte primitive Syntase der Metronen.

4.) Regressive und progressive Syntasewellen.
Zusammenhang der Syntasewellen mit dem Transzendenzfeld des Syntasepanoramas.
5.) Wechselwirkung und Modulation der Syntasewellen.
Exogene und endogene Modulationsursachen.
6.) Dynamische Korrelate zur Qualität
Kodeplex
Zusammenhang zwischen Qualitätsgesamtheit der Syntagen. Transzendenzfeld und Syntasestrukturen des Panorama im Emplexkorrelat, sowie zwischen Transzendenzfeld und Syntasewelle im dynamischen Korrelat.
Rückwirkung der Welle auf die betreffende Struktur.

III
Maximumtheorie

1.) Projektive Akkumulationen.
Die projektive Dimension der Gestaltentheorie definiert als Akkumulation.
2.) apperzeptive
Ko- = und Kontramaximen.
Die Maxime als entelechische Extremalakkumulation.
Ko- = und Kontramaximen sind dann maximal = bezw. minimalakkumulationen in der entelechischen Syntasestruktur.
3.) Syntasewellen und Maximumsyntokolation.
4.) ~~Qualitäts-~~ Problematik der Telesyntokolation (Fernsyntokol)
= Anmerkung S. 189

IV
Maximumtelezentrik des Geschehens.
(Heterarchische Syntasezyklen)

1.) Die ~~geistige~~ telezentrische Polarisation.
Das Panorama ist geistig orientiert, d. h. seine

~~4.) Die dynamische Kontrabarie.~~
~~5.) Die dynamische Telebarie.~~

D 6
Kasimumtelezentrik.

I
Einfältige entelechische Strukturen.

1.) Die Heterousiasyntase
Unterscheidung der zeitlich orientierten Heterousiasyntase und ihr zeitfreier Charakter. Die einfältige Heterousiasyntase mit zeitfreier, der koppelnde Emphasisyntagen nicht kommensurabel sind.
2.) Das Spektrum der ~~Kombination~~ mehrpolektischen Syntasestrukturen.
Die koppelnden Emphasisyntagen der Heterousiasyntasen betragen für einfaches Spektrum mehrpolektischer Syntase.
3.) Simplexkorrelate zur Qualität.

II
Polittoma Syntasepanoramen

1.) Die mehrteilige Syntasestrukturen
2.) Transzendenzfelder über dem Panorama
3.) Entelechische Syntasewellen.

haupt.: zeitl. bedeutungsvolle
haupt.: zeitfreie Panoramen.

V ~~zu~~ zu Seite 163
~~Die entzeitlichen~~ Dimensionen des projektiven Raumes der projektiven Kasofeldtheorie erscheinen als Parameter. Orientierung noch der Zeit. Also zeitlich erstreckte primigene Syntase der Heterousien.

4.) Regressive und progressive Syntasewellen.
Zusammenhang der Syntasewellen mit dem Transzendenzfeld des Syntasepanoramas.
5.) Wechselwirkung und Modulation der Syntasewellen.
Exogene und endogene Modulationsursachen.
6.) Dynamische Korrelate zur Qualität
Zusammenhang zwischen Qualitätsgesamtheit der Syntagen. Transzendenzfeld und Syntasestrukturen des Panorama im Simplexkorrelat, sowie zwischen Transzendenzfeld und Syntasewelle im dynamischen Korrelat.
Rückwirkung der Welle auf die betreffende Struktur.

III
Kasimumtheorie

1.) Projektive Akkumulationen.
Die projektive Dimension der Kasofeldtheorie definiert als Akkumulation.
2.) Apeiritektonik
Ko = und Kontrakasimumen.
Die Kasimum als entelechische Extremalakkumulation.
Ko = und Kontrakasimumen sind dann kasimal = bezw. minimalakkumulationen in der entelechischen Syntasestrukturen
3.) Syntasewellen und kasimumsynkolation
4.) Problematik der Teleosynkolation (Teleosynkolation)
= Anmerkung S. 189

IV
Kasimumtelezentrik des Geschehens.
(Heteroariante Syntasegenese)

1.) Die zeitlich telezentrische Polarisation
Das Panorama ist zeitlich orientiert, d. h. seine

polarisierenden Telezentren sind im räumzeitlichen Projektion Ereignisse.

2.) die Dynazentren.

zweispaltigen im Kontinuum, welche nicht dem Kriterium der Haupt- und Nebentelezentren genügen, sind geistliche Dynazentren, weil sich für die Punktumwelt ein endliches Spektrum von Möglichkeiten ergibt.

3.) Zusammenhang zwischen Tele- und Dynazentren

4.) die Endlichkeit des Selektionsspektrums.

den Nachweis führen, daß nur eine endliche Zahl von Selektionsmöglichkeiten für jedes Dynazentrum gibt. Die Grenze ist Fakultativpotential.

V Fakultativselektion
Die dynazentrische Selektionsprozess.

1.) Exogene Kontrolation Synkrolation.

die Synkatastelle kann durch exogene äußere Wirkungen eine Kontrolation erfahren welche die dynazentrische Selektion bestimmt.

2.) Endogene Kontrolation Synkolation

der Selektionsprozess wird durch eine autogene also aus der entelechischen Struktur des Telezentrums stammende Wirkung als Kontrolation der Welle bestimmt.

3.) Allgemeine Maximumsynkolation und Selektion. die Synkolation beliebiger Ko- und Kontinuumsmaximen bedingt stets eine Kontrolation und damit eine dynazentrische Selektion. Einführung Beschreibung der Begriffe Kausalität und Akausalität

4.) der Dualismus von Kausalität und Akausalität.

D.

Basisimmanenzkritik der kosmischen Bedingung

I
Struktur der Transzendenzfelder

1.) die Natur der Raumzeit.

aus der gravitativen Wasserfeldtheorie die Raumzeit als Hyperfläche des Fünfdimensionalen beschreiben. Im idealisierten Grenzfall sphärische Hyperfläche Rotverschiebung und Explosion und gravitationswellen Betrachtung:

2.) die 4 mündalentelechische Struktur.

definition der Mündalentelechie als Tensorform aller Entelechien über der Raumzeit. Teilattraktive Polarisation durch zwei Hauptteilzentren nämlich der relative Weltanfang und Weltende bezogen auf das Aspektivsystem welches Lauf der Zeittelezentralen fortschreitet.

3.) Entelechische Transzendenzfelder.

4.) die Tektonik der Mündalzonen.

Transzendenzwelt mündalentelechischen Panoramas und Raumzeit als mündalsomabilden Zonen (evt. televariant), deren Tektonik als Transzendenzwelt definiert ist.

II
Entelechische Struktur Koordination.

1.) die virtuellen Metronen

Begründung, warum die Metronen bezogen auf die Raumzeitsomen virtuelle erscheinen müssen und Kopplungsbedingung für das reelle Erscheinen in der Raumzeit. Entelechische Koordination in der Transzendenz als Ursache der Objektivation ganz.

3 V Anmerkung S. 168

Kondensationen.

2.) Elementare Wirkungsquanten
Ihre Elektronenstruktur durch gekoppelte Fundamentalsynthesen beschreiben. Kettenmechanik aufführen (Erscheinungsformen der Wirkungsquanten). Ferner Lichtgeschwindigkeit, Gravitationswellengeschwindigkeit und Größe des Wirkungsquants interpretieren.

3.) ✓

4.) Das Massenspektrum der räumlichen Strukturknoten.
Aus den Kopplungsmöglichkeiten der Quanten die Bildung ponderabler Elementarmassen erklären. Elektronen, Neutronen und Nukleonen.

5.) Elementarladung und Zerfallslauf
Das elementare Ladungsfeld als Raumzeitwirbel beschreiben (Rotationsrichtung in die 5. Dimension erstreckt), Raumbedingung der Ladung. Meßbarkeit des Zerfallslaufs und daher Zeitpolarisation der Transzendenzwelt relativ. Verteilung der Ladungen $e^{\pm}$ auf das Spektrum der Strukturknoten u. ausschließlich einzelner Knoten.

6.) Elementarlänge der Strukturknoten.
Die Länge der Zeitelementarlänge, Lebensdauer und Zerfallswahrscheinlichkeit. Für Elektronen und Nukleonen große, für Mesonen dagegen sehr kleine Lebensdauer.

✓ Anmerkung zu Seite 167

3.) Phänomenologische Zeitevolution der Elementarlänge der Zeitelementaren.

✓ Anmerkung auf S 194

III. mikrokosmische II. Lyukolationen.

1.) Das Lyukolationsfeld nukleärer Ko = hasenmeer.
Dieses Lyukolationsfeld beschreibt das mesomechanische Atomkernfeld, welches die Nukleonen zu Atomkernstrukturen bindet.

2.) Elektronenemission und Lyukolativa nukleärer Ko = hasenmeer.
Der Protonen = Neutronenübergang unter $e^{\pm}$ = Emission als Folge des Lyukolationsfeldes der mutelechischen Strukturknoten beschreiben.

3.) Das Lyukolationsfeld nukleärer Kontra = hasenmeer.
Derartige Lyukolationen haben pseudonen Charakter und haben den destruktiven Karuzellfall zu Folge. Die möglichen Zerfallsarten decken sich mit den möglichen Kontra = Hasenmeer.

4.) Das Lyukolationsfeld der äußeren Atomstrukturen.
Lyukonometrische Theorie der Elektronenhülle.

5.) Das Lyukolationsfeld atomarer Ko = und Kontra = hasenmeer.
Hier lyukonometrische Theorie chemischer Bindungen und Reaktionen.

6.) Das Lyukasepanorama mikrokosmischer Strukturen
Die Kompatibilitätsgesetze regeln sich mit denen der Transzendenzwelt. Jedes materielle Element kennzeichnet eine Lyukasestruktur ohne Lebenselemente. Daher zeitartig fortschreitende Lyukasewellen hier ausgeschlossen.

III Telesynkolationen
makrokosmische Kollektiven.

1.) Tendenz zur gravitativen Wechselwirkung.
2.) die kosmologischen Gebilde.
3.) Kosmogonische Synkolation über geordneter Ko = haseimen.

IV
Der Elementarprozeß des Lebens.

1.) Die pathogene Telesynkolation als Elementarprozess.
Notwendige und hinreichende Bedingung für pathogene Telesynkolation molekularer haberinfektelemente. Die notwendigen exogenen Einflüsse. Zusammenhang dieser Notwendigkeit mit E. IV. 3. Die Bedingung der Kohlenstoffchemie und ihre Einschränkung.
2.) Die Existenzmöglichkeit der typenpanoramen.
Die pathogene Telesynkolation als notwendige und hinreichende Existenzbedingung eines Panoramas.
3.) Syntasewellen und Beobachtungskriterium.
Die telesynkolativen Panoramen als notwendige und hinreichende Existenzbedingung für Syntasewellen. Interpretation als Beobachtung.
4.) Zeugung und Tod als Haupttelezentren
5.) Nebentelezentren und evolvierende Panoramaketten.
Zur Evolution der Lebewesen. Fortpflanzung und Nebentelezentren. Der Übergang in die Panoramaketten und Stammstationen.

V.
Hierarchische Tektonik relevanter Systemzonen.

1.) Die Soma-Zonen
Komplexbeschreibung organische die die Beschreibung die raumzeitliche Projektion des ganzen Panoramas.
2.) Die psychosomatische Kopplungszone.
Diese ist die Ursache der pathogenen Telesynkolation. Ohne psychosomatische Kopplung gibt es keine lebende Soma.
3.) Psychoentelechische Zonen.
Die psychoentelechische Struktur entsteht durch Synkolation von Ko = haseimen aus der psychosomatischen Zonen.
4.) Psychotranszendente Zonen.
5.) Reine Transzendenzfeld Zonen.

VI.
Somastrukturen.

1.) Organische approximative Beschreibung durch Syndromkomplexe
Jedem Element eines Organismus (Organ) kommt ein Merkmalkomplex zu und diese Merkmalkomplexe selbst haben äußerstenfalls komplizierte Strukturen. Es ist daher angebracht, alle Syndrome, welche nicht für die Erkenntnis einer organischen Wechselwirkung wesentlich sind zu einem Komplexe approximativ zusammenzufassen und durch eine Beschreibung der physiologischen Organwechselwirkungen möglich wird.

2.) Physische Funktionen der Somastruktur.
3.) Neuronentheorie
Synkolative Grenze der reinen Soma.
Die Neuronen als physiologische Elemente dieser Grenze.
4.) Neuronenkybernetik. Die Neuronen stehen in Funktionszusammenhängen und steuern die physischen Somafunktionen. Zugleich bilden sie in ihrer Gesamtheit die synkolative Grenze der Somastruktur.

VIII
Psychosomatik.

1.) Kooperative Neuronenkopplung und = Synkolativ. Die Funktionszusammenhänge der Neuronen = gesamtheit ist darstellbar als kooperative Hetroplesekopplung (jedem Neuron entspricht eine Hetroplese) und zwar dort diese kooperative Kopplung gibt Synkolation, wenn das Neuronensystem des betreffenden Organismus vollständig ist. Die entstehende höhere Synkolationsstufe ist aber nicht mehr somatisch sondern bildet die Stufe, das Neuronensystem mit der Soma unmittelbar zusammenhängende Struktur des psychosomatischen Zwischenfeldes.
2.) Die psychosomatischen Elemente.
Somatische und neuronenhafte Triebe, ko- und kontraoperative Triebelemente, aggressiver und passiver Natur. Kopplung, autosymmetrischer Richtung.

3.) Das schwebende Gleichgewicht im Zwischenfeld.
4.) Kybernetische Rückkopplungselemente.
Analoges gilt bei Neuronenkybernetik.
Diese bilden die synkolative Grenze des psychosomatischen Feldes und sind Triebsysteme, welche auf die somatisch bestimmten Elemente des Feldes und damit auf die Soma selbst zurückwirken können. Es ist eine solche Rückkopplung existent, wenn ein psychosomatisches Feld vorhanden ist, denn dieses Feld ist, ist die Synkolativgrenze notwendige mit bereichernder Schöpfung. Zwischen den Rückkopplungselementen besteht ein Funktionszusammenhang.

IX VIII
Psychoentelechische Strukturen.

1.) Die psychoentelechische Synkolation.
Die Rückkopplungselemente sind Hetroplesen und stehen hier in einer kooperativen Kopplung im Funktionszusammenhang. Hat diese Elemente aber vollständig so tritt diese Kopplung zur Synkolation einer höheren, nicht somatischen, entelechischen Stufe der Psyche.
2.) Die psychosomatische Korrespondenz.
Da die Psyche mit der Soma gekoppelt ist, besteht die Möglichkeit, daß psychische Strukturelemente hier das Medium des psychosomatischen Feldes direkt mit der Somastruktur korrespondieren und umgekehrt. Die Stärke dieser Korrelation wird von der Intensität und Geschlossenheit des kuppelnden Zusammenhanges bestimmt.

2.) Physische Funktionen der Somastruktur.
3.) Neuronentheorie
Synkolative Grenze der reinen Soma.
Die Neuronen als physiologische Elemente dieser Grenze.
4.) Neuronenkybernetik. Die Neuronen stehen im Funktionszusammenhange und steuern die physischen Somafunktionen. Zugleich bilden sie in ihrer Gesamtheit die synkolative Grenze der Somastruktur.

VIII
Psychosomatik.

1.) Kooperative Neuronenkopplung und = Synkolative Die Funktionszusammenhänge der Neuronen = gesamtheit ist darstellbar als kooperative Heteroplexkopplung (jedem Neuron entspricht eine Heteroplexe) und zwar so, daß diese kooperative Kopplung die Synkolation, wenn das Neuronensystem des betreffenden Organismus vollständig ist. Die entstehende höhere Synkolationsstufe ist aber nicht mehr somatisch sondern bildet die Hülle, das Neuronensystem mit der Soma unmittelbar zusammenhängende Struktur des psychosomatischen Zwischenfeldes.
2.) Die psychosomatischen Elemente.
Somatische und neuronenhafte Triebe, Ko- und Kontraoperative Triebelemente, aggressiver und passiver Natur. Kopplung, antisymmetrischer Richtung.

3.) Das schwebende Gleichgewicht im normalen Zwischenfeld.
4.) Kybernetische Rückkopplungselemente. analoge zu Neuronenkybernetik
Diese bilden die synkolative Grenze des psychosomatischen Feldes und sind Triebsysteme, welche auf die somatisch bestimmten Elemente des Feldes und damit auf die Soma selbst zurückwirken können. Hier ist eine stabile Rückkopplung existent, wenn ein psychosomatisches Feld vorhanden ist, denn dieses Feld ist fast die Synkolativursgrenze notwendige und hinreichende Bedingung. Zwischen den Rückkopplungselementen besteht ein Funktionszusammenhang.

IX VIII
Psychoentelechische Strukturen.

1.) Die psychoentelechische Synkolation.
Die Rückkopplungselemente sind heteroplexe und stehen durch eine kooperative Kopplung im Funktionszusammenhang. Hat diese Elemente aber vollständig so wird diese Kopplung zur Synkolation einer höheren, nicht somatischen, entelechischen Stufe der Psyche.
2.) Strukturierende psychosomatische Korrespondenz.
Da die Psyche mit der Soma gekoppelt ist, besteht die Möglichkeit, daß psychische Strukturelemente durch das Medium des psychosomatischen Feldes direkt mit der Somastruktur korrespondieren und umgekehrt. Die Stärke dieser Korrelation wird von der Intensität und Geschlossenheit des koppelnden Zusammenhanges bestimmt.

3.) Psychisch-kybernetische Rückkopplung.
völlige Analogie zu VIII, 4.
4.) Abstrakten und Archätypen. Aspektwelt des Korrespondenzsystems

IX
Psychotranszendente Strukturen.

1.) Pyrkolation der psychotranszendenten Räume.
Analog zu IX, 1.
2.) Fortgehende Korrespondenzen. Intellekt und Intuition.
3.) Fortgehende Korrespondenzen
4.) Rückkopplungsprozesse.

XI
Transzendentalstrukturen.

1.) Das Transzendenzfeld als Panoramatensorium.
Es wird bestimmt durch die Pyrkolation aller Pyndaxestrukturen des Panoramas
2.) Intuitionsquellen
3.) Fortgehende Korrespondenzen

XII
Formen der Pyntaxwellen

1.) Die Mindestfortpflanzung der Wellenfortpflanzung
Die Soma allein kann keine Wellenträger sein.
Sie muß mindestens so beschaffen sein, daß
von ihr ein psychosomatisches Feld pyn-
kolliert wird. Nur in einer nichtsomati-
schen Struktur kann die Welle fortschreiten.
2.) Das primitive psychosomatische Bewußt-
sein. Die Struktur wird vom psychoso-
matischen Feld abgeschlossen, seine Rückkop-
pelungselemente tragen die Welle.

4.) Psychische Bewußtseinsformen
unter Berücksichtigung des Korrespondenzprozesses
völlig analog zu 3.
2.) Die fortgehende Korrespondenz als Aktivierung
des Bewußtseins. Die Pyntaxwelle der entge-
gesetzten Struktur kann mit bewußt werden,
wenn eine fortgehende Korrespondenz zwischen
der die Welle tragenden Pyntaxzone und dem Ge-
rousesystem der Soma besteht.
5.) Höhere psychotranszendente und transzendente
Formen.

XVII XII
Das Pyntaxpanorama als Resonatorium.

1.) Aspekt-Relativität der Hauptbezugszentren.
Da die Hauptbezugszentren der Transzendentalwelt
relativ sind und damit die Zeitrichtung umkehr-
bar ist, muß dies auch für ein partielles
Panorama der Struktur gelten. Im Pano-
rama gibt es also bezogen auf das Aspekt-
system der Pyntaxwelle relativ vor- und rückläufige Pyntaxstrukturen.
2.) Die Bezugszentrale.
3.) Die dynazentrischen Potentialpotenzen.
Als Potentialpotenzen werden die von einem
Dyna- oder Nebenbezugszentrum ausgehen-
den Pyntaxstrukturen bezeichnet. Ihre
Anzahl ist das Potentialpotential. V
4.) Das diskrete Selektionsspektrum.
Das Potentialpotential liefert die Zahl der
dynazentrischen Selektionsmöglichkeiten.
Da aber dieses Potential stets ganzzahlig und

V Anmerkung auf Seite 176

mutlich bleibt müß dieses Selektionsspektrum diskret sein.

V Anmerkung zu Seite 175.
Es müß ein Zusammenhang zwischen der Zahl der metroplektischen Synthesenstufen der betreffenden Synthese im Dynazentrum und dem Fühlralpotential bestehen, derart daß für jede der teleovariablen Synthesezonen ein eigenes Fühlralpotential existiert, sodaß dieses Potential mit der Zonenhöhe wächst.

5.) Die Fühlralpotentiale teleovariabler Synthesezonen. Hierbei besonders die Entsprechende Korrespondenz zwischen den Zonen berücksichtigen.

XIV. XIII
Der Seinsablauf im Teletropiegesetz

1.) ~~Wesensforschritt und~~ Zeitbewußtsein.
2.) Teleozentrische Reflexion.
Reflexion der Synthesewelle an den zeitlichen Grenzen des Seinsstromsystems, also an den Hauptteilzentren des Panoramas. Relativität von Zeitung und Tod.
3.) Kontrapunkte und Invariantenbestimmung.
Die Möglichkeit von Raumgeschehnissen, von denen ab keine somatische Projektion höherer Synthesenstufen mehr möglich ist; also eine Bestimmung der invarianter Bereiche einsetzen. Fortschritt der Synthesewelle möglich jedoch ohne Dynamik

zentren weil der Fortschritt nicht mehr beobachtet werden kann. Fortschritt bis auf der partiellen Synthesestufe bis zum Hauptteilzentrum
5.) Spiritualfunktionen.
Es handelt sich hierbei um den Funktionsverlauf der Bestimmungsbegrenzung. Nachweis dafür, daß die Spiritualfunktionen ohne Extrema monoton verlaufen. Unmöglichkeit eines späteren Schnittes Raumgeschehnisses, also Unmöglichkeit der Reinkarnation.
2.) Einschränkung der Fühlralpotenzen.
Die Entsprechende Korrespondenz als Bedingung des Beobachtetwerdens weil nur so beim weiteren Entsprechung erfolgende Einschränkungen auf das Neuronensystem der Soma übertragbar sind. Intensität des Beobachtetwerdens, gegeben durch die Korrelationsstärke. Schwellenbestimmung der Korrelation. Beobachtete und unterbeobachtete Bereiche, das Beobachtetwerden unterbeobachteter Komplexe, Schlaf und Traum ~~und Gedächtnis~~ (letzteres ~~eine gesteigert progressive Neuronenfunktion~~) Endogene und exogene somatische Traumquellen sowie Traumquellen der übrigen Strukturzonen. Die unterbeobachteten Bereiche schränken die Fühlralpotenzen notwendig ein.
Monotonie
6.) Synthesezweig als Aspektivsysteme.
Der Synthesezweig als zeitliche Bahn im Panorama muß ein Aspektivsystem bilden und es müssen Transformationen zwischen den einzelnen Aspektivsystemen eines Panoramas möglich existieren. Desgleichen Interferenzen

178 die sich die einzelnen Syntaxzweige der hallen welche als Aspektivsysteme zu verschiedenen Panoramen gehören. Evt. Transformationszusammenhänge auch in diesem Fall untersuchen und in allen Fällen die Invarianten dieser Transformationen finden.
V S. 179

XIV
Exogen = und Endogen = Aktivitäten.

1.) die syntaktischen Futuralselektionen.
Exogene also von außen herangetragene und endogene, aus dem Innern der Struktur stammende Aktionen beeinflussen die dynazentrische Selektion einer Futuralpotenz durch die Syntaxwelle. Es kommt in der Wechselbeziehung mit solchen Aktionen zu Lyuks metroplektischen Synkolaturen, nachdrücken daß eine dieser Synkolaturen für basemic (KO = oder kontra) für und die dieser basemic entsprechende Futuralpotenz von der Syntaxwelle ausgewählt wird. Diese maximendafte dynazentrische Selektion wird dann Futuralselektion genannt.
2.) Aktionen und Reaktionen.
die möglichen Aktivas = und Reaktivas = prozesse exogener und endogener Natur als dem Subjekt bedrohlich unterscheiden. Exogenaktionen ziehen stets primäre endogene Reaktionen nach sich, die entweder endogen bleiben oder exogen nach außen gerichtet werden. Gleiches gilt für endogene Aktivitäten. Aktion und Reaktion bestimmen Futuralselektionen und sind relativ. !
V siehe Seite 179 ! Anmerkung auf Seite 181

V Anmerkung zu S. 178 (zu XIV) 179

die Hauptzelezentrale ist die syntaktische Verbindung der beiden Hauptzelezentren sowie die Syntaxstrukturen nicht von der Struktur der Lemmawelt abweichen oder wenn diese Strukturen vernachlässigt werden. Ist dies nicht der Fall so kann auch die Hauptzelezentrale auf das Aspektivsystem eines Syntaxzweiges transformiert werden um bezogen auf diese Struktur, mit ihrer zeitlichen Parameterlänge identisch zu werden. Die zeitliche Länge eines Syntaxzweiges ist daher relative Zelezentrale. Gleiches gilt für Nebenzelezentren und die von ihnen bestimmten Interpanoramen.

zu XV. (3.) siehe Anmerkung auf S. 182

4.) Die ~~rezessive~~ Reproduktivus = ~~Funktionskreis~~ die heutet der fortschreitenden Welle liegende, durch Aktionen und Reaktionen bestimmten Ereignisse sowie die zugehörigen Syntaxstrukturen über diesen Ereignissen sind aufgrund der Lemmastruktur abschließenden Neuronensysteme in jeder späteren Phase der Syntaxwelle (bis zu den Nullpunkten) reproduzierbar und können endogene Aktionen bestimmen. Diese Reproduzierbarkeit ist willkürlich, d.h. die Struktur-doppelungen der Gedächtnisinhalte ~~korrespondieren~~ können vom Neuronensystem gesperrt und geöffnet werden (Interpretation von Gedächtnis, Lernfähigkeit und Erinnerungsvermögen des Organismus). V
5.) Modulation der Syntaxstruktur beim Durchgang.
Exogenaktivitäten aus dem Transzendenzfeld.
V Anmerkung auf Seite 195

१) मैं तुम्हारी कविताएँ पढ़ता हूँ। (मैं तुम्हारी कविताएँ पढ़ता हूँ।)
२) वह मेरी पुस्तकें ले गया। (वह मेरी पुस्तकें ले गया।)
३) हम उसे बुलाते हैं। (हम उसे बुलाते हैं।)
४) मैं तुम्हें देखता हूँ। (मैं तुम्हें देखता हूँ।)
५) वह मुझे देखता है। (वह मुझे देखता है।)
६) मैं उसे देखता हूँ। (मैं उसे देखता हूँ।)

२५६

तिरस्कार वाचक।

१) मैं तुम्हारी कविताएँ पढ़ता हूँ। (मैं तुम्हारी कविताएँ पढ़ता हूँ।)
२) वह मेरी पुस्तकें ले गया। (वह मेरी पुस्तकें ले गया।)
३) हम उसे बुलाते हैं। (हम उसे बुलाते हैं।)
४) मैं तुम्हें देखता हूँ। (मैं तुम्हें देखता हूँ।)
५) वह मुझे देखता है। (वह मुझे देखता है।)
६) मैं उसे देखता हूँ। (मैं उसे देखता हूँ।)

१) मैं तुम्हारी कविताएँ पढ़ता हूँ। (मैं तुम्हारी कविताएँ पढ़ता हूँ।)
२) वह मेरी पुस्तकें ले गया। (वह मेरी पुस्तकें ले गया।)
३) हम उसे बुलाते हैं। (हम उसे बुलाते हैं।)
४) मैं तुम्हें देखता हूँ। (मैं तुम्हें देखता हूँ।)
५) वह मुझे देखता है। (वह मुझे देखता है।)
६) मैं उसे देखता हूँ। (मैं उसे देखता हूँ।)

२५७

तिरस्कार वाचक।

१) मैं तुम्हारी कविताएँ पढ़ता हूँ। (मैं तुम्हारी कविताएँ पढ़ता हूँ।)
२) वह मेरी पुस्तकें ले गया। (वह मेरी पुस्तकें ले गया।)
३) हम उसे बुलाते हैं। (हम उसे बुलाते हैं।)
४) मैं तुम्हें देखता हूँ। (मैं तुम्हें देखता हूँ।)
५) वह मुझे देखता है। (वह मुझे देखता है।)
६) मैं उसे देखता हूँ। (मैं उसे देखता हूँ।)

182 Relative Sensibilitätswerte der Aktivitäten
Handelt es sich dagegen um exogene Reaktionen so hat die Exogenaktivität keine Hilfsträgerrelation zur Folge, sondern sie ist als Exogenaktivität empfindet.

Anmerkung zu Seite 180
derart daß Stärke die entsprechen wird ob die eine Endogenaktivität die Hilfsträger sinnbildet oder als Exogenreaktion empfindet wird.

Anmerkung zu Seite 181.
während die assoziativen als Endogenaktivitäten bewirkt werden sind Hilfsträgerrelationen oder Exogenreaktionen nach sich ziehen können, bilden die Emotionen direkte Exogenreaktionen der transformierten Aktivitäten welche unbewußt bleiben können. F Fortsetzung auf Seit 219

Anmerkung zu S. 179
Fw 3.) Abzeptionsprozesse.
Die Komunikelechische Hilfsträger Komm andere intellektische Hilfsträgern abzeptieren (assimilieren) und ebenfalls parmartig einbauen. Während des Aufenthaltes im Inneren der Komunikation kommt es dann zu prozessualen Symbolationen von Kontaktmaschinen im Inneren der Fremdhilfsträger welche an Kollektive die Soma verläßt. In der Soma hat diese erzwungene Symbolation von Kontaktmaschinen Komunikative Komaschinen zur Folge welche entweder die Soma vervollständigen (Fötalentwicklung) oder die an sich metastabile Selbstpersonalität der Soma aufrechterhalten (Interpretation als Verdauungsprozess).

Formale Soma Kommunikationen.

1.) Prinzip der Somakommunikation von Kontaktaktivitäten.
Somatische Uebermittlung in Aktivitäten, Erhaltungssatz der Exogen = Endogenaktivitäten mit der welcher. Durch die somatische Kommunikation, also den Austausch von Aktivitäten zwischen zwei verschiedenen Aspektivsystemen kommt es zur Wechselwirkung von symbolischen Syntasewellen, denn mit von der momentan angeregten Struktur (infolge der Syntasewelle) können Aktivitäten ausgehen. V Bei dieser kommunikativen Wechselwirkung kann es zur Resonanz- oder Dissonanzkommunikativen kommen. Theorie dieser beiden Kommunikationsformen an Schildspiel. Resonanz: Komaxiome, Dissonanz: Kontraxiome
2.) Psychosomatische Kommunikationen.
Resonatorische und Dissonatorische Wechselwirkungen im psychosomatischen Gefüge. Somatische Rückkoppelungen, Aktivitätenkommunikation und Resonanztheorie. Feuerbuch Hebelezentren und Reflexivursache der Syntasewellen an den Hauptzentren. Abzeptionen, Adaptionen und Architypen aufführen.
3.) Psychische Kommunikationen.
4.) Psycho - Transzendente Kommunikationen.
Hier Unmöglichkeit der Transzendenzkommunikation mit somatischen Begriffen die Fabelwelt = interpretation verwenden.
5.) Symbiotische Transzendenzkommunikationen.
Die Ursachen von Symbiosen sind monotrope Transzendenzkommunikationen der allgemeine politrope Kommunikationen gemischter Syntasegrade (z. B.

V Anm. S. 184
L Anmerkung auf Seite 195

psychosomatisch, psychisch etc. psychotranszendent)

6.) Die symbiotischen Entelechien

Die Elemente einer Symbiose, also die simultanen Syntasewellen, bringen im Resonanzfalle die Symbiose entelechialer Strukturen mit sich. Resonanz: Konvergenz, Dissonanz: Kontravergenz. Rückkoppelung dieser symbiotischen Entelechien als Hypertranszendenzfelder auf die Transzendenzfelder der Elemente und entsprechende Korrespondenzen qua Space.

V Zu Seite 183 (1.).

Uebertragung der Aktivitäten durch die rückkoppelnde Korrespondenz in höhere Syntasezonen.

XVII

Personotemale Transzendenz-Kommunikationen

1.) Rückkoppelnde Korrespondenz im symbiotischen Hypertranszendenzfeldern.

Aufgrund des pyknokolativen Charakters der symbiotischen Entelechien besteht rückkoppelnde Korrespondenz. Aktivitäten können daher diese Felder latent anregen. ~~Rückkoppelnde Korrespondenz in diesen Feldern aber nicht~~ und in andere Elemente der Symbiose nicht personalen, sondern rein transzendent übertragen werden und hier die gegenseitige Struktur ebenfalls latent anregen. Verdichtung der Aktivitäten kann wieder zum Durchbrechen der ~~Korrespondenzschwelle~~ Korrelationsschwelle und damit zur Komakorrespondenz führen. So besteht die Möglichkeit einer reinen Transzendenz-Kommunikation, welche als A paranormal zu bezeichnen ist, da sie nicht normal, also normalisch oder raumzeitlich usw.

2.) Transzendente Rückkoppelungen

Bruchpforte und Interbruchpforte Emission von Aktivitäten in die Transzendenzfeldbereiche und die somatischen Rückkopplungsmöglichkeiten.

3.) Transzendenter Zusammenhang der symbiotischen Entelechien. Die pyknokolativen Strukturzusammenhänge simultaner und zeitlich erstreckter Strukturen. Das Transzendenzfeld eines Syntasepanoramas als hypertranszendentes Element mit mündalen Gesamtstrukturen. Jede Syntasestruktur eines Panoramas ein Aspektivsystem mit Relativität der mündalen Strukturlinsichtlich dieser Aspektivsysteme

5.) Die transzendenten Kommunikationsformen. Simultanübertragungen zwischen Syntasewellen und simultane Rückkoppelungen. Kompressive und präsequitive Kommunikationen, Fiktitiousvorgänge als Sonderfälle.

6.) Somatische Rückkoppelungen.

Transzendent-Kommunikative Beeinflussung somatischer Vorgänge. Somatische Rückkoppelung und Futuralselektiva und Signalisierungsvorgang.

7.) Symbiotische Verschiebung des Modulationsmittels. Die sich kompensierenden (im Mittel) Schwankungen der Syntasemodulationen im Panorama bei hinreichend vielen Wellenmittelungen erfassen in Folge einer Rückkoppelung des symbiotischen hypertranszendenten Strukturfeldes auf die Wellenanregung einer Syntasestruktur eine positive oder negative, jedoch von Null verschiedene, Verschiebung, die aber nicht notwendig eingetreten sein braucht.

4.) Telepyknokolative Fixierung und Fiktion metapsychischer Strukturelemente (siehe Anmerkung auf Seite 196

I.

Anmerkung siehe 3 oben 12. 12. 54.
Beziehung zwischen Traum und Wachereignissen in symbolischer Form [Traumsymbole].
Hypermnestische Elemente, Traumelemente aus dem absoluten Gedächtnis. [Traumhypermnesie] Infantilhypermnesie. Hypm. Traumelemente aus früher Kindheit. Starke Eindrücke erst später im Traum reproduzierbar. Allgm. Traumelemente symbolhafter Reproduktion emotioneller + assoziativer Eindrücke. –
Traumquellen: den Traum beeinflussende Reize. 1. somatische Quellen [exogen + endogen] 2. Psychosomatische Quellen: [überwiegend somatische [exogen + endogen.] Komponente überwiegend psychische Komponente oder gleichgewicht] 3. Psychogene Quellen. 4. Intellektuelle Quellen. Möglichkeiten endogen – + exogener Form auch für 3 + 4 [paramnesie.]. Traumimhalt bestimmt durch gesamte psychische Struktur vom Anfang bis zur Gegenwart (absolutes Gedächtnis) von der Traumquelle ausgehenden Traumreiz. Traumreiz im Traumimhalt stark dramatisiert. Traumreiz nur bis Maximalschwelle [Weckreiz] möglich. Traumimhalt manchmal lediglich durch Weckreiz bestimmt, daher Traumelemente zeitlich nebeneinander gleichzeitig. Zeitliches nach-

einander ein durch typische wandernde
Erinnerung im Wachzustand. Im Gegen-
satz zu diesen Simultankomplexen, die
durch hypnagogische Halluzinationen
einzelleibeten Träume mit Quellen
1. endogen [typisch] für hypnagogische
Halluzinationen]
Realquellen 1. primäre Reizbeeinflussung
3 löst ~~visuelle~~ Assoziationsketten [si-
multan oder zeitlich] je nach prägni-
nanter Struktur aus. 2 kann eine Quelle
1 auslösen und eine Quelle 3 nur Assoziation
aktivieren. Die Quellen 4 beeinflussen die
Assoziationen. Beim Beeinflussen des
Traumes kommt es zur Transsubstantiation
der Quelle. [psychische Illusionsbildung]

Vergessen des Traumes, weil die Traum-
komposition [Traumimhalt] nicht in einem
Kausalzusammenhang fungiert. Durch-
dringen der Korrelationsschwelle ins Unter-
bewußte absol. Gedächtnis. Folgendes
Aufsteigen + Beeinflussen weiden möglich.
Entstehung des Traumes in unterbewußten
Zonen unterhalb der Korrelationsschwelle.
Begriffe durch halluzinatorische Bilder
symbolisiert. Traum wird als echtes Erlebnis
erfahren. Wegen des fehlenden Kausalen-
zusammenhanges mit Realeindrücken nur
selten reproduziert aber mit Reproduktion

deren Communikation verfälscht.

Anmerkung zu Seite 1.:

Isolation: Aktivität mit maximaler Sensibilität.

Schlaf: Lockerung der Korrelationen des Wachprinzips, der dominierenden Korrelationen von Neuronensystemen der Sinnesorgane [einschließen.] Schlaftiefe vom Maß der Lockerung abhängig. Schwankungen während der Schlafphasen. Psychosen beim Schlaf die zentrale Neuropsychiatrie denen die Lockerung der Korrelationen aufgegeben. Vom somatischen Neuronensystem wird die Lockerung ~~des Schlafes~~ wieder rückgängig gemacht und die Korrelation befestigt. Bewußtsein der dominierenden Korrespondenzen wieder hergestellt [Einschlafen.]

Entstehung der Traumkomposition:

Bedingung die schlafgebundene Lockerung der Korrelationen darf eine untere Schwelle nicht unterschreiten, wo das Traumerleben nicht möglich ist. Diese bisher dramatischen Anlaß zu psychogenen und interessegebundenen Assoziationsketten und – Komplexen in Form halluzinatorischer Symbole. Eindringen in den gelockerten Korre-

spontanbereich. B) Emphysem wenn die Korrelationen eine untere von diesen Aktivitäten abhängige Schwelle überschreiten. Hierbei ist Prognose genetik dieser Assoziationen wichtig.

V. 19. 12. 54.

Intellektuellen beeinflussen psycho-
gene Störung von Assoziationsketten.
Verbindung dieser Quellen mit absor-
bierenden Gebilden unterbinden. Ent-
stehung der Konfliktgedanken auf
Assoziationen zurückführen. Von-
welchen anderen jenseits Explosion einer
Assoziationskette im Unterbewußt-
sein. ~~Einfluß~~ Zusammenhang zwischen
Konfliktgedanken + intellektuellen
Störungen.

Trauma: Aktivität welche Änderung
von einer Struktur hervorruft. Einst
somatisches Trauma: Verletzung.
Psychische Trauma: Einwirken per-
manent äußerer Reize als Geistes-
krankheit oder elastische Reaktion
bisher wirkt auf intellekt- oder psy-
chogenen Traumquelle. Bildung
der Assoziationsketten + Komplexe
je nach entsprechenden Reaktions-
fähigkeiten - somatischen Quelle.
Eine solche Quelle verursachen
kann dem. Ständig allgemeine
Reizerregung stimulation der Organe.
Essentiell psychische Trauma
Traumsymptome der superpsychosoma-
tischen Störungen. der im Traum wahrge-

entspannt wird. Das eine Heilung
der Traumen entspricht.

16. 1. 1955

Es gibt traumatische Aktivitäten
welche stets eine Traumen zur Folge haben.
Ausheilung des projizierten Traumen zur
Labilen (nicht bewußt werdenden) Traum-
inhalt. Bewußt wird nur manifeste Traum-
komposition, welche nicht mit dem Laten-
den Trauminhalt identisch zu sein
braucht. Letzterer enthält als erste traum
bildende Komponente, eine Traumheilung
(1. Phase der Traumheilung)
Hiervon darf nur bewußt werden, was keine
neue Traumen auslöst. 2. Traumbil-
dende Komponente, also eine psychi-
sche Traumaklinike (Praxklinike) Ein-
formung, welche traumabildende Ele-
mente des latenten Inhalts transfor-
miert, abschwächt (Traumentschärfung
als 2. Phase) Der so transformierte
Inhalt wird zur manifesten Kom-
position (3 Phase). Elemente dieser
Komposition im Wachzustand als An-
regen von Assoziationsketten benutzt
welche Rückschlüsse auf 2. und 1. Phase
also auf Trauma + psychische Struk-
tur gestatten (Traumanalyse).

seiner Sensibilität [Auswahl der indifferenten Elemente zur Verkleidung des latenten Inhaltes durch psychische Filterzone Zensur] Diese verändert Aktivierung indifferenter reagiert Eindrücke durch Aktivitäten hoher Sensibilitätswerte, was deren Entladung zur Folge hat. Diese hochsensiblen Aktivitäten lagern vor ihrer Entladung im latenten Inhalt, stammen aus dem Trauma und werden durch die neurale Quelle im Schlafzustand zur Entladung angeregt, was den manifesten Traum und Absolvierung bezw. Verschwinden des Traumes zur Folge hat.

3. IV. 55. Traumelemente = Hypermnestische Elemente. Perseverante Träume: die traumatischen Inhalten und lebenslänglich in unregelmäßigen Abständen wiederholt [Ursache der Wiederholung untersuchen]. Während eines solchen Traumes Erinnerung an vorangegangene Wiederholung. Allgem. Traumgeschehnis aufklären. Manifeste Komposition: neurale Auslösung. An Quellen erhöhter Sensibilität. Latenter Inhalt: Traumatischer Komplex und seinen repressive Assoziationsketten aus solchen Komplexen bis zu hypermnestischen Elementen. Filterzone: Elemente alles traumatischen Komplexe, welche auf Grund der psychischen Konstitution (bedingt durch die neuralen Sensibilitätswerte) aktiviert sind, entlasten sich in indifferente Elemente (Verschiebungen von Verdrängung, bewirkt aus neuralen Bereich) Selektionsprinzip der indifferenten Elemente durch

VII.

19. III. 1955. Trauma bedingt latenten Traumkomplex. Passage der Filterbarriere, Inhalt wird manifest. Selektion der bevorzugt werdenden manifesten Elemente: Ausdruck an emotionale Erlebniswerte des vorangegangenen Wachbewußtseins. Von hier aus Lebenszusammenhänge in bedeutsame Brennpunkte der erlebten Vergangenheit. Zusammenhang mit hypermnestischen Träumen.

27.3.55. Neben somatischen Traumquellen wahrnehmbare Inhalte beeinflussen den aktuellen [Verhaltensplan] stets aktivierend oder hemmend. Entweder exogen aus der Umwelt, oder endogen somatisch [physisch] psychosomatisch [Trieberlebnis] psychisch [Gefühlserlebnis] intellektuell [Gedankenverbindung]. Kein prinzipieller Unterschied zwischen endogen + exogener ~~Quelle~~ Quelle, ~~exogene~~ nur ~~exog~~ endogen bevorzugt werdend. Von jeweiliger Quelle gehen Assoziationsketten aus. Mehrere Quellen zu einer vereinigt. Diese Quellen dienen zur Traumanspannung und zur Komposition des latenten Inhalts zum Manifesten. In der manifesten Komposition Ausdruck des latenten Inhaltes ~~zu~~ nur durch verbindende Indifferenzelemente [aktivierbar

10. IV. 55 IX.

En- und exogene somatische Quellen: Tendenz zum Wachsein. Psychische Reaktion: Verlängerung des Schlafzustandes. Diese Reaktion beeinflußt Elemente der manifesten Komposition. Schlaftiefe relativ zum sensiblen Korrelationssystem (Begriff abklären!) Bei vorgegebener Schlaftiefe somatische Quelle, relative Intensitäten. 3 Gruppen 1. schwache Intensität (z. B. allgemeine Stimulation der Organfunktionen) 2. mittlere Intensität, starke Intensität. 1 + 2 meist nicht getrennt wirksam. 1 allein keinen Einfluß auf die Komposition (entsprechen indifferenten Elementen beim Reizen ausfallen) 2 traumbildend. Die Skala der Aktivitäten später Selektion. Zur Selektion kommen Aktivitäten mit Resonanz zum latenten Inhalt. Dramatisierung der Sensation und Einladung zur traumatischen Aktivität. Weitere Aktivierung der indifferenten wie von 1. (Die zur Selektion kommenden Aktivitäten von somatischen Quellen entsprechen den reinen Exzitogenquellen. Diese reine Exzitogenquellen als auch somatische Quellen mittlerer Intensität werden gleichzeitig nebeneinander verbunden.

(Komposition). 3. IX. Marke zu Lösungen. Lösungen zum Beispiel, psychische Reaktion, Selbstveränderung beeinflusst manifeste Komposition. z. Beispiel Erfolg, wenn die Lösung eine von der Schlafsituation bestimmte Grenze nicht überschreitet. 3. Beispiel Überschreiten des Schwellenwertes kann den latenten Teil der Komposition beeinflussen.)

17. IV. 55. Elemente der manifesten Komposition gleichzeitig. Diese Komplexe in sogenannten Subsolen. Logische Ordnung und Verbindung der Elemente nach Stimmung. Alle Komplexe hatte Variationen des latenten Inhaltes. alle manifest werdenden Elemente Knoten von Assoziationsbahnen (aus dem latenten) maximaler Vieldeutigkeit. Komplexe als Verdichtungsköpfe. Dies der Verdichtungsvorgang psychischer Traumarbeit. Verdichtungsstatistik: Identifikation mit verschiedenen Elementen und Verdichtung einer Gruppe latenter Elemente zu einem Manifesten (latente Elemente - Determinierungen). Evtl. Compromissbildungen. Zusammenhang mit Fixierung? - latenter Inhalt: Traumgedanken. Manifester Inhalt: Um Indifferenzelemente reduziert. Dies Verdichtungsabbild. Zensur der Fixierung: latentes Zentrum welche manifest neue Traumen erzeugen. aktivieren Indifferenzelemente (Traumatisierung) welche um gemeinsame Quellen (verschiedene Quellen zu einer = superponiert) zentriert, manifest werden. Es dies unmöglich sparte. Fixierung: Endopsychische abwehr traumatischer Aktivitäten aus dem latenten Inhalt.

F1.

Erfahrungsregeln: Verschiedene Träume einer Nacht haben gleichen latenten Inhalt. Elemente gespalten funktionsfähig aufgeteilt welche maximaler Verdichtung. Funktionsfähig Psychische Resonanz, also psychische Sensibilität. Daher: Elemente maximaler Verdichtung, welche stärkster Umschaltspannung also ~~sollen~~ haben vor Traumentspannung (Verdichtungszentren der manifesten Komposition.)

24. 4. 1955: Verdichtungsarbeit traumhaft autosymbolisch abstraktion in bildlich darstellbare Gedanken. Bildelemente aus dem latenten Inhalt. Überreste der Verdichtungsarbeit. Autosymbolik auch im Wachen möglich (Zusammenhang mit abstrakter Malerei).

7. 5. 1955.) Absurde Elemente: Darstellung negativer Inhalte durch Traumarbeit im latenten Inhalt. Traumparamnesie: Erste Gedanken und Gefühlseffekte direkt nach Erwachen auf Traum bezogen enthalten Elemente des latenten Inhaltes ähnlich wie Assoziationsketten aus manifesten Elementen im Wachen. Effekte im Traum: Während latente Gedanken des Traumes durch Verdichtung- und Verdichtungsarbeit transformiert, sowie durch Verschiebung symbolisierte Inhalte + transponiert werden, können die den latenten Inhalt begleitenden Effekte nicht so stark umgeformt werden. Effekte der Komposition, auch sensu

des Traumes. Zahl der einzelnen isolierten
gleichartigen der beteiligten. Zensurpflicht
kann Affekte hemmen, oder ins Gegen-
teil verkehren. Verschiedene Affekte können
synchronisch verschieden wirken, was zu
Superpositionen und Kompensationen
führt. Bei Affektumkehrung wandelt ur-
sprünglicher Affekt (durch Zensurpflicht be-
dingt) weg für triebhaftes Traumma-
terial dem ursprünglichen Affekt ~~wird~~ entgegengesetzten Affekten frei.
(im Sinn der Wunscherfüllung). Hier
zensurpflicht durch Hemmung der Ursprung-
lichen Affektes gekennzeichnet. Manifeste
Komposition in ihrer Differenz nicht
mit den manifesten Affekten korrelierbar
weil aber latenter Inhalt hinter der sym-
bolschrift.

9.5.55 Primärarbeit: Verschiebung. Verdichtung
und darstellende Symbolik angesetzt durch latenten Inhalt. Sekundärarbeit: Sinnzusammenhänge Fantasie, sujetartige Verbindungen und intellektuelle Zusammenhänge zwischen Produkten der Traumarbeit. Zusammenhang mit bewußter Fantasie, Tagtraum (kann hysterischen Anfällen vorausgehen), Zwangsvorstellungen und Illusion. Allgemeiner dramatischer Zusammenhang zwischen Fabelbildung und Traum. Liegen bereits Phantasiekompositionen in der Psyche vor, können sie durch Traummaterialvorgänge (Element der Primärarbeit) assoziativ, manifeste Träume werden.

~~I~~ III.

(z.B. Wachträume)

10.V.55 Traumphantasie bei verbindender Sekundärarbeit zu eigenen von Lebenden subjektiv gemachten Kompositionselementen fähig. Alle traumbildenden Faktoren setzen sich von Lebendigen über die Korrelationsschwelle in bewusste Bereiche (ins Wachbewusstsein) fort. (z.B. Verschiebung: Kondensation. Sekundärarbeit: Wachphantasie usw.). Sinn der Traumarbeit: Auflösung traumatischer Aktivitäten. Im Wachzustand kann Erinnerung an Traum konfrontiert mit momentanem psychischen Zustand auslösen ~~den der~~. In diesem Auslösen der Erinnerung (bedingt durch Gemeinsamkeit mit allgem. Verfassung) Wachänderung des Bewusstseinszustandes kann Erinnerung einsetzen. Schwächere Formen: Nach Erwachen stärkeres Auftauchen des Komplexes der Traumelemente. (Korreliert mit Änderung des Bewusstseinszustandes). Partiell verfassen werden traumatische Bestandteile. Knüpfen sich an ein Element im Wachzustand seine assoziationsketten, so hat dies im schwächeren Sinn traumatischen Charakter (Relation zum Momentanpsychosomatischen). Erinnerte Traumelemente in der Netzstruktur innerhalb der Korrelationsschwelle (bewusst). Von ihnen ausgehende assoziative Netzwerk (Querverbindungen assoziativ

XIV.

unvorstellbar weit jenes Lebendige Quelle
neuer Leben werden kann). alle Leben
aller einzelnen Elemente verschieden sind
in einzelnen Leben des Individuums, dem
Lebensleben unter denen die traumatischen
Aktivitäten des bestimmten individuellen
Traumerlebnis jedoch nicht mehr Traum-
matisch (14. V. 55) Trauma bewirkt unterbrochen Kommunikation
(Protoelement). Kann nicht mehr Bewusstsein vor-
dringen. Ist total (Störung der Korrelation)
Ständig neuste Quelle P-Element, dieses ak-
tiviert Quelle durch Erkrankung (echte. Er-
krankung in schwache korrelative bewusste
Zeit. Tendenz zum Erwachen dem ur-
sprünglichen Zusammenhang, Kompromiss
der konfrontierenden Mächte: Traum kom-
position. Einbruch eines bewusst psychi-
schen Krankheitsinhalte in stark kata-
lysierter Zone (bewusst). Daher Reizbarkeit
zusammenhang zwischen Trauma, Psycho-
neurose, Hysterie Bewusstsein usw. Bei
Neurose und Hysterie direkter Einbruch der
P-Elemente in wachen Bewusstsein und
Psychosomatische Abreaktion. Ausdrücken:
libidinöser Konflikt als Trauma.
15. V. 55 Trennung von Bewusstsein und Unbewusstem
durch Korrelationsmodelle nicht ursprünglich gegeben
sind, sondern Modelle des bewussten Lebens (Unbewusst-
sein) Kompromiss. Existenz Separation und psychisch-
traumatischen Inhalten. Unbewusste nicht somatisch in-

23. V. 1955. I.

Neurosen Analytische Therapie!

Psychosendefinition: a) Eigene Wahrnehmungen falsch apperzipieren. b) Richtig wahrgenommen aber falsch mit psychischen Erlebnissen korrelieren. c) Erlebnisweise inadäquat mit Affekten verbinden. d) psychisches Erleben falsch mit Affekten korreliert. In jedem Fall Trauma. Untersuchen ob die Traumen auf Störung der allgemeinen Homöostase zurückgehen. Klassifikation: a) Primär - traumatisch traumatische Lösion psychisch auf Psyche abgeleitet. b) Sekundär Organisch, Trauma psychosomatisch in Form abgeleitet. c) Endogen. Quelle + Auswirkung nur im psychischen Bereichen. In jedem Fall körperliche Seite des circulus vitiosus untersuchen. Neurose und Psychoneurose wie allgem. Psychose identisch (hier traumatische Störung im Nervensystem). Psychose manifest oder permanent. Traumen: traumatische psychopathische Reaktion. Permanent: Chronische Psychose oder Neurose. Peristase: Physisch, Kommunikationsprozesse die auf Nervensystem einwirken. Aktivierung der Ereignisse im physischen Raum beim Durchgang der Bewußtseinsschwelle. Darüberhinaus

II.

paranormale Peristase möglich. typische
+ paranormale Form: peristatisches Klima.
Aktion + Reaktion des Lebewesens Wechsel-
wirkung mit diesem ~~Ektop~~ p K. Vor-
aussetzung dieser Wechselwirkung evtl. dann
Erweiterung des Begriffes Homöostase.
In diesem Rahmen Aktivitätsdynamik
und Telesynkalorie. Allgem. Möglichkeit
peristatischer Archätypenprägungen (Modi-
kationen + Zusammenhang mit Perversion
untersuchen). Gleichzeitigkeitskorrelation
kein ~~K~~ direkter Kausalzusammenhang in
der zueinander korrespondierenden Ek-
stasen Strukturen (z.B. Psyche +
Soma). Diese Korrespondenz aber gleich-
zeitig als Funktionalzusammenhang.
Das Reduzierbar aus Parallelismus
nismus der Sychronizität deren Phasen
bereich räumlich projizierbar ist, aber
kann raumzeitlich.

24.V.1955] Psyche: typische kontrollierende Antago-
nismen zwischen denen homöostatische Kompen-
sationsfunktionen (H.-K.) regulierend wirken
(14.3.55.). Einstellung der H.-K. neutral (Kom-
pensation vollständig) oder extrovertiert.
H.K. relativ bezogen auf perestatisches
Klima (P.K.). Norm: bezogen auf P.K. ist
H.K. neutral, sonst abnorm. P.K. zeitlich ge-
ändert. Eine sensible Intensität des Aktivi

III.

Lösungsbruch aus P. K. höher als kritische Schwelle (von Änderung des P. K. abhängig), so kommt H. K. vielmehr zur Normeinstellung. Folge: psychopathische Reaktion. Permanente Exzentrizität des H. K. (ausgelöst durch P. K. Aktivitätsverlust) = Trauma (auslösender Stoß traumatisch / = psychogen) (traumatogene, toxogene) später evtl. Psychose. Weitergabe der Exzentrizität in andere Bereiche z. B. Sonne). Kompensation der Psychose durch gesteigerte P. K. Aktivitäten (Therapie). Grundtendenz der Gesamtstruktur: Konservation (a Selbsterhaltung). Weltauseinandersetzung mit P. K. homöostatisch aktiv und antagonistisch reaktiv. Daraus Kette von Antago- widersprüchlicher Antagonismen. Diese Kette sadomasochistische Symbiose (s. u. s.) somatische Symbiose, vegetatives System (sensorische Perzeption, vegetativ neuromuskulär, visceromotorisch, endokrin, humoral). Triphasoidalen (s. u. s. in graduellen Tektonik) sadomasochistische Triebkomponente. Emotionale Tektonik aktiv: jede Aktivität, Impulse, Dynamik und Expression. Antagonistisch reaktiv jedes passive Erleben Unterwerfung usw. Tendenz zur Abhängigkeit. Intellektuell: aktiv Erkenntnisstandard, Handlungs-

wie. Reaktio. Selbsteinschränkung, Schuldbewußtsein, Gewissen. Zugehörigkeit zum Vorurteilsbegriff. Als Endglied der vv. s. untersuchen. Evtl. Korrelation des Vorurteilsbegriffes mit anderen Funktionselementen.

[28.V.55] Verbindung in Wechselwirkung mit Fantasie, deren Aktivitätsraum sie ihm wechseln. Ereignisfolge: konstruktive Änderung der H.K. in Korrelation mit P.K. Diese Korrelation eventuell H.-K.-ähnlich kompensiert. Bei der H.K.-Änderung wegen P.K.-Korrelation Affekte auftreten. Diese aktivierten Bedürfnisse [psychisch und somatisch] welche an Quellen von Ersatzbedürfnissen treiben und Befriedigung suchen. Beispiel Antriebe auf sexuelle Befriedigung [Kompensation] wenn durch Befriedigung Konflikt mit P.K. entsteht. Übergeordnete Konsonanz mit P.K. ist Korrelation durch Willenskonzentration [W.K.] W.K. eine intellektuelle Funktion mit Bereichen in tieferen Zonen. W.K.: Kybernetik der Grundtriebe, also der Korrelation mit P.K. Im Gegensatz zu H.K. ist W.K. mit dem völlig freien Bewußtsein verbunden [freier Wille] dies nur für W.K.-Bereich in intellektuelle gültig. Wird durch traumatische aktivierte W.K. Reaktion: psychopathische Reaktion. Permanente Störung: Chronische Neurose durch entsprechende: dann Triebentartung

30. V. 55] Steigerung durch W. R. normal wenn natürliche M. K. relativ zum P. K. eingestellt. In jedem Quadranten (I). Z.) viele Antriebe in verschiedenen Richtungen in Folge entgegen Konstellationen und entgegen P. K. Aktivitäten wirksam. Dieses Spektrum der Möglichkeiten: Futuralpotenz. Von allen Möglichkeiten nur eine realisiert nämlich die jenige welche eine ko- oder Konkordanzlinie relativ zum P. K. ist. Diese Futuralrelationen abhängig von P. K. und entgegen Struktur seine. Steigerung. Die Maxima relativ. Absolute Maxima nur bei teleonischer Polarisation möglich. Also wenn z. B. Teleonomie eines Individuums eben Panharmonie ist. P. K. - Aktivitäten lösen wegen der Wechselwirkung mit P. K. und der Ethalumpolarisation Ereignisse aus, die affektiv zu Antriebsereignissen werden. Absorption der Antriebe entgegen oder entgegen relativ P. K. oder Psyche, führen zu Hemmungen und Verdrängung ins Unterbewußte. Phänomen der Ethalumpolarität. N. u. Ei unterbewußt Psyche (Ereignisse unterbewußt kann mit dem Vergessen). Ethalumpolarität wird durch weitere verschiedene Determinan-

...ung überlagert, wenn Hemmung
stark
traumatische Form hatte. Bei
~~Hysterie traumatisch~~ ist bedingt Be-
teiligung des Traumas spezifische
teilweise späterstehende Stimulationen,
Traumprozesse und Fehlleistungen.
Im pathologischen Fall: psychotische
Regression. ~~Aus dem~~ aus dem
unbewußten sekundäre Tertiäre usw. Trau-
matasen (traumatische Identifizierungen
romatische Abfuhr. Andernfalls ererbte
Triebimpulse Verdrängungs- + Verdrängungsim-
pulsen, wechselhaftes Beeinflussen des
Primärvorganges, der im infantilen Bereich
liegen kann. Dieser ~~Primärvorgang~~ infantile Primärvorgang (Trauma)
wird erlangt durch P.K. erfolgen, sondern kann
entstehen in der Archäotypenstruktur als ar-
chaisches Element (genotype Entstehung) entstehen (diese Ele-
mente können im späteren infantilen aber
beeinflußt werden, z.B. Traumelemente,
Verdrängungsprozessen der Archäosymbolik usw.
Einzelne Veränderungen aus P.K.: Archäotypen!
modifikation und Archäotypenprüfung (
Traumatisierungen in traumatischen Berei-
chen durch spezifische P.K.-Einprägung.
Abnorme Archäotypenmodulation: psy-
chotische Struktur. abnorme Prägung:
perverse Struktur. Abnorm bedeutet
nicht dem P.K. entsprechend. Diese Psychose
im Säuglingsalter untersuchen.

VII.

Psychose reversibel wenn die Dichte traumatischer Hemmungen nicht zu groß. In diesem Fall psychopathische Reaktion, oder akute reversible Psychose. Inwieweit die Dichte schwankt (abhängig von simultaner Konstellation und reversibler Qualität der Traumen) kommt es zu nicht divergenter Traumainduktion (Auflösung eines Traumas bedingt Induktion von neuem Trauma gleicher Intensität). Weiter Möglichkeit Schluß eines Circulus-Vitiosus zwischen Traumen in verschiedenen Zonen psychoallergischer und neurovegetativer Ebene. 3. Möglichkeit Circulus-Vitiosus in H.K. und P.K. In jedem der 3 Fälle chronische Psychose. Charakteristisch: dichtige zirkuläre Wahrnehmung des P.K. aber Inadäquate psychische Vorstellungsinhalte durch Hemmungen meist zonotyp-präattestierter Radius der irreversiblen Psychose (chronisch durch Circuli-Vitiosi) keine Erlebnislücken wie im reversiblen Fall, sondern Objektverlust, d.h. Lücke wird nicht mehr wahrgenommen, sondern mit Erlebnisphantasie durch Illusion und Halluzination verdeckt. Objektive Fakten des P.K. in ihrer Wahrnehmung ersetzt durch Illusion + Halluzination - dieser Ersatz radikal Circulus-Vitiosus

VIII.

beim H.-K. mit P.-K. aus gleicher Grundeinstellung des inneren psychischen Erlebens mit Traumprozessen. Inhalt der Illusionen und Halluzinationen: Elemente der traumatischen Primärerinnerung in Form eines erfüllten Erlebens des traumatisch gelösten Antriebes.

16. VI. 55. Symbolik häufig archaische Elemente aus personalen Archetypenstrukturen. Symbolische Kette: leichter traumatischer Einfluß wie leichte Hemmung usw. entweder direkte somatische Abreitung (motorische Erregungen usw.) oder latente Verdrängung mit Traumvorgang, Teilleistung, Assoziation, Konstellation. Konzentrationsanhäufung der H.-K. durch abnorm starke P.-K. — Wirkung: psychopathische Reaktion. Schwere Traumen mit Triebhemmungen bilden neurotische Struktur (ganz verschiedene Erlebnisstücke, statt traumatischer Struktur) Variation: psychische Entladung mit inovativen Krämpfen, statt Konstrastgedanken neurotische Inkohärenzen + Überdrehtheit. Besonders bei neurotischer Triebhemmungen kritische Phasen, so wird neurotische, zur psychischen Struktur. Erlebnisstücken werden zum Objektverlust, zugleich treten Halluzinationen auf, (entstehen aus neurotischer Tension). Alle Glieder der Symptomkette im Gleichzeitigkeitskorrelat psychomatisch abreitbar. Psychosomatische Pathologie funktionelle und morphologische Organstörungen (Circulus-Vitiosus). Zusammenhang mit Geisteskrankheiten wenn Psychose im Gleichzeitigkeitskorrelat morphologischen Gehirnprozesse ändern. (Neurose würde nur funktionelle Störungen cerebraler Zentren bedingen, die absolut. Übergang von Neurose zu Psychose.)

27. VI. 1955 IX.

P.-K. Aktivitäten können H.K. meist partiell also in einzelnen Strukturbereichen wobei Reaktion normal Kompensation selbstständig einsetzt. Typische Reaktion bei Fehlkompensationen. Bedingt P.K. permanente H.K.-Verstellung, kommt es zur Hemmung von Antriebsimpulsen im Strukturbereich der H.K.-Verstellung. Folge der Triebhemmung in der Strukturzone n: Zerfallserscheinungen der Tektonik in der Zone n+1. Diese Zerfallsprozesse in Form tektonischer Spaltung. Untersuchen die multilokale Spaltkomplexe möglich. Stets beweist, also intentional wahrgenommen. Grundsätzlich Spaltungen in den drei tektonischen Richtungen möglich. Welche Tektonik gespalten von der Natur der n+1-Zone sowie ihrer Art. Trennen mit der Triebhemmung der n-Zone ablösig. Darüberhinaus genotypisch, ontologisch oder genotypisch mit ontologischen, psychokonstitutionell prädisponiert zu spezifischer tektonischer Spaltung. Allgemein alle die Spaltung selektierenden Faktoren wirksam. Genotypisch, oder ontologische Psychokonstitutionen: komplexe Spalt

oder dysphor. Manie Spaltung neurose, oder neurovariante. Spaltung innen: Psychotische Struktur. Psychosomatisches Gleichzeitig kontrolliert einer depressiven Störung multilokal im Soma. Psychotische Manifestation: Transformen. Schizophrene und manisch depressive Symbiose in Emotionalbone. Schizophrenie: Demenz in Intervallschüben. Typischer Verlauf: Beides nebeneinander: manische + depressive Phase.

Schizophrene Symptomverbände

1. Reihe	2. Reihe		3. Reihe	
Weltanschauliche Spuren, Kämpfe; Veränderungen des religiösen Erlebens	9.	Sprunghaftes Denken	4	Bedeutungswahn. „Primärwahn"	7.
Gedankenabreißen	1.	Affektlabilität und Antriebsarmut	2.	Verschrobenes und paraleptisches Denken	1.
Gedankendrang	2.	manifest vitaler Dynamik, Elastizität und Reaktionsbereitschaft	1.	Interessenlosigkeit an sachlichen Dingen und Werten	4.
Ratlosigkeit	6.	Erstarren von Trauer, Freude und Kummer	3.	„Urteilslosigkeit"	3.
Gedankeneingeben	7.	Exaltationszustände mit Angst, Zornmütigkeit, Weinerlichkeit, Verzweiflung, leeres Pathos in raschem Wechsel der verschiedenen Färbungen	5.	Faseln + Zerfahrenheit	2.
Willensstörungen im Sinne dessen, daß dem Kranken teils der „Wille genommen" teils Handlungen und Impressionen werden	3.	Veränderungen der Körpergefühle und leiblichen Eigenwahrnehmung	6.	Inadäquate Affektregungen	5.
Sprachliche Entgleisungen	6.	Physikalische Halluzinationen	7.	Parabulische Impulse	6.
Spertrunzen	4.				

$$\delta A_{\dot{x}} = \left[\dot{x} \; \dot{\kappa} \right]_{-}^{x} \cdot A_{\dot{\rho}} \cdot \delta x^{\dot{\kappa}}$$

$$\text{Zeit} \int A_{\dot{\rho}}^{(\dot{\ell})} \cdot \delta x^{\dot{\kappa}} \cdot$$

$$\int A_{\dot{\rho}}^{(\dot{\ell})} = \frac{+}{-} \left[\begin{matrix} (\ell, \dot{\iota}) \\ (\iota, \rho), \kappa \end{matrix} \right] \cdot A^{(\ell)} \, \delta x^{\dot{\kappa}}$$

$$\left\{ \begin{matrix} \dot{\iota} \\ \kappa_{\dot{\iota}} \end{matrix} \right\} - \left[\kappa_{\dot{\iota}}^{\dot{\iota}} \right] + \left(\kappa_{\dot{\iota}}^{\dot{\iota}} \right) \overset{(A)}{\tau} \left[\begin{matrix} \dot{\iota} \\ \kappa \; \iota \end{matrix} \right]$$

$$H_{\dot{\iota}} (T, \Omega_{\rho} \omega) = 0 \quad H_{\kappa} (T_{2\omega}, \omega, \omega_3) = 0$$

$$\dot{\iota} \leq \kappa \leq \dot{\iota} \quad \begin{pmatrix} \rho_{\dot{\iota}} \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{pmatrix} = -\dot{\iota} \leq P_{\kappa} + \dot{\iota}$$

$$\text{Zeit} \quad \Omega \leq \chi \overline{\geq} \nu + \delta \quad \nu$$

$$^2\overline{\rho} \; ^2\overline{g} \quad m+1 \leq K \leq \rho \cdot \overline{A}$$

$$\delta \Lambda_{\dot{\iota}} = \left[\dot{\iota} \, \overset{\ell}{\kappa} \right]_{(M)} A_{\dot{\iota}}^{\ell} \, \delta x^{\kappa}$$

$$\delta A^{\dot{\iota}\dot{\iota}} = -\left[\ell \overset{\dot{\iota}}{\kappa} \right]_{(M)} A^{\ell} \, dx^{\kappa}$$

$$-\dot{\iota} \leq \rho \leq +\dot{\iota}, \quad 0 \leq \rho \leq +\dot{\iota}.$$

$$\# \, \omega_{\dot{\iota}} = ; \quad m(\kappa) = \frac{\kappa}{2A} \cdot \left(\dot{\iota} - \sqrt{\dot{\iota} - \frac{4 a \alpha}{\kappa}} \right)$$

$$\overline{\kappa} \, (\kappa) = \dot{\iota} - \frac{\kappa}{2a} \left(\dot{\iota} - \sqrt{\dot{\iota} - \frac{4 a \alpha}{\kappa}} \right) =$$

$$= -\rho \, \dot{\kappa}_{\dot{\iota}} \, \dot{\iota} \, \dot{\kappa}_{\dot{\iota}} \, \overline{\kappa} \, .$$

$$\delta A_{\kappa} = A_{\kappa} \left\{ \begin{matrix} \kappa \\ i\kappa \end{matrix} \right\} \delta x^{\bar{\kappa}} \cdot dq_{\kappa}$$

$$- A^{\frac{1}{2}} \left\{ \begin{matrix} i \\ s\,\kappa \end{matrix} \right\} \delta x^{\bar{\kappa}} \,, \quad \text{для} \left(\frac{\partial}{\partial x^{\bar{\kappa}}} \pm () \right) \quad (2)$$

$$g_{(\tau)\, i\kappa} \; \overline{g^{i\kappa}_{(\tau)}} = \delta^{\bar{\kappa}}_{\kappa} \left\{ \begin{matrix} i \\ \kappa\, \ell \end{matrix} \right\}_{[2]} = \left\{ \begin{matrix} i \\ \kappa\, \ell \end{matrix} \right\}$$

$$g_{(\tau)} \left\{ \begin{matrix} \kappa \\ \kappa\, \rho \end{matrix} \right\}_{E\,1} = \left\{ \begin{matrix} i \\ \kappa\, \rho \end{matrix} \right\}_{[4]} = \left\{ \begin{matrix} i \\ i\kappa\, \rho \end{matrix} \right\} = \delta A_{i} = A_{\rho} \, \delta x^{\bar{\kappa}}$$

$$\overline{\Gamma^{(\tau)}_{\kappa\nu}} = \overline{\Gamma^{(\tau)}_{\nu\kappa}} \qquad \left\{ \begin{matrix} \nu \\ \kappa\, \rho \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \nu \\ \kappa\, \rho \end{matrix} \right\}$$

$$\delta A_{\nu} = A_{\rho} \left\{ \begin{matrix} \rho \\ \kappa\, \sigma \end{matrix} \right\}_{[2]} = \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \kappa\, \rho \end{matrix} \right\} A_{\sigma} \left\{ \begin{matrix} \rho \\ i\kappa\, \nu \end{matrix} \right\}$$

$$\overline{\Gamma_{(\tau)}} = \sum_{\kappa=1}^{n} \overline{\Gamma_{(\tau)}} \,; \qquad \overline{g^{2}} \; \overline{d^{2}}$$

$$-1 \leqq p \leqq +1, \quad 0 \leqq p_{w} \leqq +1$$

$$- \delta A^{\bar{\nu}}$$

$$\left(\begin{matrix} \lambda \\ \mu\nu \end{matrix}\right) = \frac{1}{2} g^{\lambda\rho} \left(\frac{\partial g_{\rho\mu}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\rho\nu}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\rho} \right)$$

$$\left\{ \begin{matrix} \lambda \\ \mu\nu \end{matrix} \right\} = \left[\begin{matrix} \lambda \\ \mu\nu \end{matrix} \right] + \left(\begin{matrix} \lambda \\ \mu\nu \end{matrix} \right)$$

$$\left\{ \begin{matrix} i \\ \kappa\ell \end{matrix} \right\} = \left[\begin{matrix} i \\ \kappa\ell \end{matrix} \right] + \left(\begin{matrix} i \\ \kappa\ell \end{matrix} \right) + \left[\begin{matrix} i \\ \kappa\ell \end{matrix} \right] \quad \text{ибо}$$

$$\left\{ \begin{matrix} i \\ \kappa\ell \end{matrix} \right\} = \left[\begin{matrix} i \\ \kappa\ell \end{matrix} \right] + \left(\begin{matrix} i \\ \kappa\ell \end{matrix} \right) = \left[\begin{matrix} i \\ \kappa\ell \end{matrix} \right]$$

$$g \left\{ \begin{matrix} i \\ \kappa\ell \end{matrix} \right\} g^{\underline{i\kappa}}_{(\nu)} = \delta^{\underline{\kappa}}_{j} \left\{ \begin{matrix} i \\ \kappa 0 \end{matrix} \right\}_{[-1]} = \left\{ \begin{matrix} i \\ \kappa_1 \end{matrix} \right\}$$

$$g_{(\nu) i\kappa} g^{\underline{i\kappa}}_{(\nu)} = \delta^{\underline{\kappa}}_{i} \left\{ \begin{matrix} \lambda \\ \kappa\ell \end{matrix} \right\}$$