

Ausgewählte Ergebnisse einer einheitlichen Quantenfeldtheorie
der Materie und Gravitation.

Burkhard H e i m, N o r t h e i m bei Göttingen, Germany (W).

Abstract

vermutlich 1988 oder
1989

This paper contends some results of a new unified non linear quantumfieldtheory of matter and gravitation. Formulae are given for the fine structure constant and electron charge. The essential part of the paper is a system of formulae, which describes the most properties of all elementary particles - like masses appropriate the meanlives spin, isospin, electric charge and strangness - in a complete consistent manner,* All results are directly comparable to the quantitativly measured properties of elementary particles. In a makroscopic approximation further the values of the Hubbleconstant H , Hubbleradius R_0 the density of matter of the univers σ and the maximumdistance ϱ of gravitational attractive interaction are derived. Also these results agree with the measured values.

Vorbemerkung:

In der vorliegenden informatorischen Schrift sollen einige Ergebnisse einer neuen einheitlichen Quantenfeldtheorie der Materie und der Gravitation bekannt gegeben werden. Die Auswahl dieser Ergebnisse wurden einerseits so getroffen, daß ein in sich selbst geschlossenes System entstand, mit dem möglicherweise bereits gearbeitet werden kann, bevor die Theorie in extenso vorliegt, deren Publikation zu einem späteren Zeitpunkt erfolgen soll. Andererseits ist dieses System so beschaffen, daß die numerisch ermittelbaren theoretischen Werte unmittelbar mit hinreichend vorliegenden Meßdaten verglichen werden können.

Offensichtlich kann eine einheitliche Feldtheorie - die eine allgemeine Kosmologie begründen könnte - nur eine einheitliche Theorie der Elementarkorpuskeln sein. In jedem Fall sind diese Elementarkorpuskeln als Quelle von Wechselwirkungen zu

* including the possible neutrino states.

verstehen. Mir erscheinen nun zwei Formen der Auffassung einer Theorie dieser Elementarstrukturen sinnvoll.

a) Nach einer phänomenologischen Klassifikation werden die Wechselwirkungsvorgänge beschrieben und die Frage nach dem inneren Wesen der Quellen dieser Wechselwirkungen ausgeklammert. In diesem Fall erscheint es sinnlos die allgemeine Gravitation in die Beschreibung aufzunehmen; denn die gravitative Wechselwirkung ist bezogen auf die übrigen Wechselwirkungen derart schwach, daß sie bei der Empirie der Wechselwirkungen von Elementarkorpuskeln niemals erscheint und somit in jedem Fall vernachlässigt werden kann. Man erhält auf diese Weise Aussagen über Wechselwirkungsvorgänge, doch wird bestimmt eine Beschreibung der Elementarteilchenmassen bereits problematisch, und es scheint die nötige Konsistenz zu fehlen.

b) Der zweite Weg könnte darin bestehen, zunächst die allgemeine Gravitation als einheitliches Hintergrundphänomen zu betrachten und im Rahmen einer allgemeinen Strukturtheorie die Struktur der Elementarkorpuskeln zu beschreiben. Hier könnten alle statischen Eigenschaften wie Masse u.s.w. wiedergegeben werden, jedoch wird eine derartige Theorie zunächst nichts über die Wechselwirkungsvorgänge aussagen.

Wir haben nun versucht im Rahmen der Auffassung (b) eine nichtlineare Theorie mehrerer metrischer Strukturen durchzuführen, die in einem höherdimensionalen abstrakten Raum korrelieren. Einer der Unterräume dieser mehrdimensionalen Mannigfaltigkeit ist der R_4 der Raumzeit (imaginäre Zeitkoordinate), während der Schnitt der korrelierenden Weltstrukturen mit diesem R_4 als elementare Ereignisketten erscheinen, die sich im momentanen reellen R_3 des physischen Universums als quantenhafte Elementarstrukturen manifestieren. Auf diese Weise entstanden die in 1) angeführten exakten Lösungen des mikrokosmischen Bereiches, während die in 2)

angegebenen kosmologischen Lösungen makroskopische Approximationen sind. Immerhin scheint die Auffassung (b) zu einer geschlossenen Darstellung zu führen, der man nach meiner Auffassung eine Beschreibung der Wechselwirkungen im Sinne (a) anschließen kann. Sollte dies möglich werden, dann wäre (a) der zweite Schritt, dem der Schritt (b) vorangehen muß. Die numerischen Ermittlungen der theoretischen Werte wurden mit einer DUEHL ALGOTRONIK ausgeführt und stets im internationalen Maßsystem gerechnet. Aus theoretischen Gründen wurden die folgenden Naturkonstanten verwendet:

$$\text{Das Wirkungsquant } \hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,0545887 \cdot 10^{-34} \text{ [W s]},$$

$$\text{die Lichtgeschwindigkeit } c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ [m s}^{-1}\text{]},$$

die NEWton'sche Gravitationskonstante

$$\gamma = 6,6732 \cdot 10^{-11} \text{ [m}^3 \text{ K g}^{-1} \text{ s}^{-2}\text{]},$$

sowie der elektromagnetische Wellenwiderstand des leeren

$$\text{Raumes } R = 376,73037659 \text{ [\Omega]}.$$

Ferner erscheint die Einheitsstrecke $s_0 = 1 \text{ [m]}$ als

Eichfaktor in der ebenfalls verwendeten abgeleiteten Konstante

$$c \cdot \mu \cdot s_0 = \sqrt[4]{\pi} \cdot \sqrt[3]{3\pi s_0 \gamma \hbar} \cdot \sqrt{\frac{ch}{3\gamma^2}},$$

für welche sich numerisch

$$\mu = 2,25902134 \cdot 10^{-31} \text{ [Kg]} \text{ ergibt,}$$

während mit

$$10^{-31} \text{ [Kg]} = 0,05609545 \text{ [M e V]}$$

die Trägheitsmasse in Elektronenmegavolt umgerechnet wird.

1) Die statischen Eigenschaften der Elementarteilchen

Die Gesamtheit der empirisch aufgefundenen und in ihren Eigenschaften vermessenen Elementarkorpuskeln bietet ein anscheinend widersprüchliches Bild. Einerseits erscheinen diese Partikel durchaus als physikalische Elementareinheiten; denn es ist bislang niemals gelungen, diese durch Stoßprozesse in kleinere Einheiten zu teilen. Vielmehr kommt es im Rahmen einer Paarerzeugung zur Bildung neuer Elementarpartikel. Andererseits wird bei nahezu allen Elementarpartikeln ein radioaktiver Transmutationsprozeß beobachtet, d. h., nach verhältnismäßig gut meßbaren mittleren Existenzzeiten zerfallen diese instabilen Partikel in mehrere Komponenten geringerer Masse, die ebenfalls als Elementarkorpuskel identifizierbar sind. Die Tatsache dieses radioaktiven Zerfalles legte den Gedanken nahe, die beobachteten Elementarteilchen als nicht-elementare Gebilde aufzufassen, die aus wahren physikalischen Letzteinheiten aufgebaut sind. Auf diese Weise entstand unter anderem die sog. Quarkhypothese, doch ist es bis heute nicht gelungen, diese „Quarks“ oder ähnliche Ureinheiten empirisch nachzuweisen.

Mir schien es vernünftig zu sein, den Gedanken von W. HEISENBERG zugrunde zu legen, wonach im mikrokosmischen Bereich des Elementaren Aussagen wie „besteht aus“ oder „teilbar“ nicht mehr anwendbar sind, während die Elementarteilchen als die möglichen Übergänge von imponderabler Energie (Feldmasse ohne Ruhemasse) in ponderable Energie (mit Ruhemasse) verstanden werden.

Die Aufgabe einer einheitlichen Quantenfeldtheorie der in dieser Art verstandenen Elementarteilchen darf mE. nicht darin bestehen, die Masse der einen oder anderen Korpuskel mehr oder weniger approximativ wiederzugeben. Es wird viel mehr ein mathematisches Schema benötigt, welches sozusagen ein Analogon zu den empirisch quantitativ erfaßten Eigenschaften der Elementarpartikel bildet, derart, daß die Massen, mittlere Existenzzeiten, Spin -, Isospin - und elektrische Ladungseigen-

schaften ebenso quantitativ wiedergegeben werden wie die sog.

'Seltsamkeit'', die magnetischen Spinnmomente oder die Wirkungsquerschnitte. Dies alles muß dabei in völlig konsistenter Form im Sinne einheitlicher Funktionen erfolgen, welche alle logisch überhaupt möglichen Elementarteilchen erfassen und mit den Meßdaten vergleichbare numerische theoretische Werte liefern. Auch sollte eine makrokosmische Approximation (Übergang zum Feldkontinuum) möglich sein, welche kosmologische Aussagen gestattet. Allgemeine kosmologische Aussagen müssen mE. auf jeden Fall von einer einheitlichen insich geschlossenen konsistenten Theorie der Elementarkorpuskeln impliziert werden; denn schließlich sind die materiellen Elementareinheiten zugleich die Elemente eines jeden makrokosmischen Geschehens schlechthin.

Zur Ermittlung dieses geforderten mathematischen Schemas ist nach meiner Überzeugung die Entwicklung einer im mikrokosmischen Bereich gültigen relativistischen Hochenergiedynamik unerläßlich, wobei die Elementarkorpuskeln als Quellen verschiedener Wechselwirkungsfelder so aufzufassen sind, daß diese Wechselwirkungsfelder insgesamt und mit ihrer Feldquelle eine Einheit bilden. Eine ähnliche Auffassung hinsichtlich einer Einheit von Feldquelle und Feld wurde auch von SCHWINGER geäußert. Zunächst versuchte ich die von den ponderablen Massen der Elementarkorpuskeln erregten elementaren Gravitationsfelder zu betrachten. Dies einerseits, weil die allgemeine Gravitation ein universales Hintergrundphänomen aller materiellen Strukturen ist, und andererseits, um sozusagen die Randbedingungen auszuloten. Bei diesen theoretischen Bemühungen tritt immerwieder eine Geschwindigkeit $\omega = 4 c/3$ auf, die nur als Ausbreitungsgeschwindigkeit gravitativer Feldstörungen interpretiert werden kann und numerisch dem von WEBER und WHEELER aufgefundenen Wert $c \sqrt{2}$ nahekommt. Trotz $\omega > c$ wird die Begrenzung einer Geschwindigkeit $v \leq c$ materieller Strukturen (nach der speziellen Relativitätstheorie) nicht beeinflusst.

In einem zweiten Schritt wurde eine Reihe wesentlicher phänomenologischer Größen in radikaler Weise so geometrisiert, daß die Invarianzeigenschaften (bzw. Symmetrien) der metrischen Strukturen aus Erhaltungsprinzipien dieser phänomenologischen Größen folgen und die korrespondierenden metrischen Strukturen zugleich die Eigenschaft tensorieller* Zustandsfunktionen erhalten. Hier bot sich aus rein formalen Gründen ein R_6 als Trägerraum des HILBERTSCHEN Funktionenraumes als sehr zweckmäßig an. Dieser R_6 wurde so konstruiert, daß die Raumzeit ein Unterraum ist und die nicht räumlichen Koordinaten weder untereinander noch mit dem kompakten reellen physischen Unterraum R_3 vertauschbar sind. In diesem Trägerraum sind nun die erwähnten metrischen Strukturen definiert. Die Hauptaufgabe bestand indes darin, Verknüpfungen dieser metrischen Strukturen als Selbstkoppelungen aufzufassen und eine einheitliche polymetrische Strukturtheorie zu entwickeln. Es sei hier erwähnt, daß ABDUS SALAM und J. STRATHDEE eine trimetrische Theorie der Gravitation versuchten.

Werden die elementaren selbstgekoppelten polymetrischen Strukturen betrachtet, dann erscheint als Folge der Selbstkoppelung im kompakten reellen Unterraum R_3 des R_6 - also im physischen Raum - jeweils als Unstetigkeit ein singulärer Bereich, der als Analogie an die Diskontinuitäten materieller Elementarstrukturen erinnert. Werden darüberhinaus an die polymetrischen Strukturen geometrische Bedingungen gestellt, die dem Sonderfall völliger Wechselwirkungsfreiheit (und damit auch Störungsfreiheit) entsprechen, dann hat dies stets eine hermitesche Symmetrie zur Folge, die im R_3 gerade als dasjenige System statischer Eigenschaften erscheint, die man den Elementarkorpuskeln im Fall der Wechselwirkungsfreiheit zuordnen müßte. Aus diesem Grunde schien es mir gerechtfertigt, diese Klasse elementarer polymetrischer Strukturen als Spektrum der ponderablen Elementarkorpuskeln zu interpretieren, wenn ihre Projektionen in den Unterraum R_3 betrachtet werden.

*nichthermitescher

Wie weiter unten gezeigt wird, kann dieses mathematische Schema in seiner expliziten Form tatsächlich als ein Analogon zur Realität der Elementarkorpuskeln aufgefaßt werden. Wenn dies aber so ist, dann ergäbe sich das folgende Bild: die Elementarkorpuskeln sind tatsächlich elementarer Natur, und zwar bezogen auf ihre Eigenschaft ponderabler materieller Natur zu sein. Trotzdem verfügen sie über eine interne Strukturierung als Folge der Projektion mehrdimensionaler polymetrischer Strukturen in den physischen R_3 . Im statischen Fall liegen vier konzentrische Konfigurationszonen vor, welche mit projizierten metrischen Strukturelementen besetzt sind, die untereinander zeitlich in periodischen Austauschprozessen stehen, derart, daß die Internstruktur durch eine Fluktuationsdynamik gekennzeichnet scheint. Diese zum Teil sehr subtile Internstruktur bedeutet jedoch keineswegs einen Widerspruch zum elementaren Charakter, der sich nur auf die Eigenschaften der Trägheit und Ponderabilität, also des Materiellen bezieht. Die erwähnten Strukturelemente (als Folge der R_3 -Projektion) sind für sich allein weder im R_3 existent, noch tragen sie ponderable materielle Eigenschaften. Sie sind also keine materiellen Letzteinheiten. Die typischen materiellen Eigenschaften sind erst die sekundäre Folge ihrer internen Korrelation im Sinne der erwähnten Fluktuationsdynamik in den vier strukturellen Konfigurationszonen, die weiter oben erwähnt wurden; so daß diese internen Korrelationsgefüge die eigentlichen Elementarstrukturen und physikalische Letzteinheiten ponderabler Materie sind. Die interne Fluktuationsdynamik bedingt, integral betrachtet, einen periodischen Prozeß, der mE. als Spin interpretiert werden kann; während der Isospin als ein Isomorphismus erscheint. ^(*) Die zeitliche Stabilität, also die Erstreckung $x_4 = i c t$ der Elementarstruktur im Unterraum R_4 ist nur solange gegeben, als im Rahmen der internen Korrelationen ein struktureller Fluktuationszustand zeitlich periodisch immer wieder erscheint. Das zeitliche Stabilitätsintervall ist immer durch die Aufhebung dieser Periodizität gekennzeichnet, was den radioaktiven Zerfall einer Elementarkorpuskel bedeutet.

Darüberhinaus bedingt diese Periodizität der internen Fluktuationsdynamik stets die Möglichkeit des Auftretens von Enantiostereoisomeren, so daß hierdurch im R_3 zu jeder Elementarstruktur die Möglichkeit einer zu ihr spiegelsymmetrischen Antistruktur gefordert werden muß.

Von den erwähnten vier strukturellen Konfigurationszonen (als Bereiche interner Korrelationen im R_3) ist der Zentralbereich (n) von hoher Dichte praktisch undurchdringbar, während die anschließenden Zonen (m) und (p) in ihrer Dichte abfallen, während die Externzone (σ) den Übergang zu den äußeren Wechselwirkungsfeldern und zur allgemeinen Gravitation bedingt. Die ganzen Zahlen n, m, p und σ geben die jeweilige Besetzung der betreffenden Konfigurationszone mit korrelierenden Strukturelementen an, die zu einer Störung der zeitlichen Periodizität und damit zu einem entlichen zeitlichen Stabilitätsintervall führen. Da nicht jede Zahlenquadrupel erlaubt ist, und die erlaubten Besetzungen allein vom Spingefüge abhängen, muß es möglich sein aus diesem Bild einheitliche mathematische Beziehungen zu entwickeln, von denen sämtliche statischen Eigenschaften aller überhaupt möglichen Elementarkorpuskeln beschrieben werden.

Nach dem entworfenen Bild sind die Elementarkorpuskeln tatsächlich elementarer Art und zwar bezogen auf ihre materiellen Eigenschaften. Im Hinblick auf diese Eigenschaften kann man auf keinen Fall die Fragen stellen, aus welchen materiellen Elementen diese Partikel bestehen oder in welche Elemente sie teilbar sind. Trotzdem verfügen sie als Folge einer Projektion polymetrischer Strukturen in den R_3 über eine Internstrukturierung, welche entliche Existenzzeiten und radioaktive Transmutationen (Zerfall) in andere Elementarkorpuskeln bedingen.

Bei der expliziten mathematischen Beschreibung der statischen Eigenschaften der Elementarteilchen erschien es mir sehr zweckmäßig, zunächst mit einer Analyse der Struktur des elektrischen Ladungsfeldes und der Elementarladung zu beginnen, was einer Untersuchung der SOMMERFELDSCHEN Feinstrukturkonstante entspricht.

In den letzten Jahren wurden verschiedene spekulative Theorien der Feinstrukturkonstante α veröffentlicht, in denen ihr Zahlenwert aus gewissen mathematischen Aspekten als algebraischer Ausdruck ganzer Zahlen und der Zahl π entwickelt wird. Mit dem empirischen Meßwert dieser Feinstrukturkonstante

$$(1) \quad 1/\alpha_{\text{exp}} = 137,03602 \pm 0,000022$$

sind die theoretischen Werte zu vergleichen. So liefert die algebraische Theorie von W y l e r ¹⁾ einen theoretischen Wert

$$1/\alpha_W = 137,0360824$$

der durchaus mit dem Meßwert (1) vergleichbar ist. Ein weiteres Ergebnis des mathematischen Modells von W y l e r ²⁾ ist eine Darstellung des Verhältnisses der Protonenmasse m_p zur Elektronenmasse m_e , nämlich

$$(m_p/m_e)_W = 6 \pi^5 = 1836,11811,$$

was wiederum mit dem experimentellen Wert

$$(m_p/m_e)_{\text{exp}} = 1836,108 \pm 0,016$$

vergleichbar ist. Durch diese Betrachtungen angeregt, wurde eine ganze Reihe von Spekulationen zur Beschreibung der Feinstrukturkonstante durch ganze Zahlen und die Zahl π veröffentlicht³⁾; wobei allein die Brauchbarkeit solcher Spekulationen - beispielsweise i. B. auf die Rydbergkonstante oder zum Verständnis der magischen Zahlen des Schalenmodells der Nuklide⁴⁾ - über ihren Wert entscheiden sollte. Unabhängig von diesen mathematischen Modellen oder reinen Spekulationen muß immerwieder die Frage nach dem physikalischen Hintergrund solcher Modelle gestellt werden. Eine rein physikalische Darstellung der Feinstrukturkonstante folgt aus H e i s e n b e r g s einheitlicher Feldtheorie⁵⁾. In diesem Fall ergibt sich der einfache Ausdruck

$$1/\alpha_H = 5! = 120.$$

Ein anderer Weg zur Darstellung der Feinstrukturkonstante

durch ganze Zahlen und der Zahl π ist tatsächlich möglich, und zwar durch eine von H o r a angegebene rein physikalische Behandlung eines oszillierenden Elektrons innerhalb eines schwarzen Körpers mit extrem hoher Strahlungstemperatur. Hier muß ein Rückstoßmechanismus des Elektrons gefordert werden (in Analogie zu demjenigen der Moleküle bei E i n s t e i n ⁶⁾), und dieser Mechanismus bedingt im Fall des schwingenden Elektrons eine Feinstrukturkonstante ⁷⁾, nämlich

$$1/\alpha_{\text{Hr}} = 2^7 \cdot \pi/3 = 134,0412866.$$

Diese nach H o r a aus einer rein physikalischen Untersuchung hergeleitete Feinstrukturkonstante unterscheidet sich immerhin nur um den Summanden 3 vom empirischen Wert (1).

Wie in der Vorbemerkung erwähnt, gingen wir von strukturtheoretischen Untersuchungen aus ⁸⁾, wobei die phänomenologischen Größen zunächst in radikaler Weise geometrisiert wurden. Alle Elementarstrukturen des manifesten R_4 oder des momentanen reellen R_3 erscheinen so als Projektionen invarianter Strukturkorrelationen aus mehrdimensionalen abstrakten Mannigfaltigkeiten. Für das kleinstmögliche elektrische Ladungsfeld - also die elektrische Elementarladung - ergibt sich auf diese Weise mit den Naturkonstanten $\hbar$ und R (siehe Vorbemerkung) der prüfbare Wert

$$(2) \quad e_{\pm} = \pm \frac{3}{4 \pi^2} \sqrt{2 \mathfrak{J} \frac{\hbar}{R}}$$

in welcher zur Kürzung die reinen Zahlen *

$$(2a)\# \quad \mathfrak{J} = 5 \eta + 2 \cdot \sqrt{\eta} + 1$$

und

$$(2b)\# \quad \eta \cdot \sqrt[4]{4 + \pi^4} = \pi$$

verwendet wurden. Das zweideutige Ladungsvorzeichen geht dabei auf die Zweideutigkeit der Quadratwurzel zurück. Erst aus dieser

* Bei # s. Anhang B S. 41

Beziehung (2), die sich aus der Anwendung eines Extremalprinzips ergab, wurde die Feinstrukturkonstante α' durch Substitution von (2) in der phänomenologischen Beziehung

$$e_{\pm}^2 \sim \alpha'$$

gewonnen. Hierbei ergibt sich für α' die Darstellung

$$(3) \quad (2\pi)^5 \cdot \alpha' = 9 \sqrt{2}.$$

Die numerische Rechnung der Beziehung (2) zeigt, daß der theoretische Wert der Elementarladung sehr gut im Meßbereich liegt und somit nicht vom empirischen Wert abweicht. Wird dagegen α' nach (3) gerechnet, dann ergibt sich

$$1/\alpha' = 137,03803013,$$

was aber außerhalb der Meßtoleranz von (1) liegt und demnach nicht vollständig der Wirklichkeit entsprechen kann. Dieser Sachverhalt geht wahrscheinlich auf $e_{\pm}^2 \sim \alpha'$ zurück; denn bei dieser Beziehung wird unterstellt, daß die Internstruktur eines freien Elektrons die gleiche bleibt, wenn dieses Elektron im s-Niveau der K-Schale eines H-Atoms gebunden wird. Nach unseren Untersuchungen müssen den Elementarkorpuskeln aber interne Strukturierungen zugesprochen werden, die bei Zustandsänderungen der Korpuskel keineswegs konstant zu bleiben brauchen. Auf diese Weise könnte sich das im s-Niveau befindliche Elektron geringfügig anders verhalten als nach der phänomenologischen Beziehung $e_{\pm}^2 \sim \alpha'$ zu erwar-

ten wäre, was für (3) einen Korrekturfaktor erfordert, worauf später zurückgekommen werden soll.

Wesentlich ist hingegen das Bild, welches sich aus einer solchen nichtlinearen Strukturtheorie für die möglichen Elementarteilchen ergibt. Ganz allgemein erscheinen diese Korpuskeln im R_3 in vierfacher Weise strukturiert. Dies bedeutet, daß ein sehr dichter (praktisch undurchdringlicher) Zentralbereich von drei konzentrischen Strukturzonen mit nach außen abnehmender Dichte umgeben ist, wobei die externe, also

der Raumstruktur darstellt, während die natürlichen Zahlen $N \geq 1$ mögliche Anregerstufen dieses Grundzustandes sind.

Unter Verwendung der in der Vorbemerkung angegebenen Naturkonstante μ ist für die einheitliche Massenbeziehung der Elementarteilchen

FSFL

fmass. for

$$(4) \quad M = \mu ((G + S + F + \phi) \cdot \alpha_+ + 4 q \alpha_-) \dots \dots \dots$$

zu setzen. Die beiden Konstanten $\alpha_{\pm}$ sind dabei in der Form

$$(4a) \quad \eta^2 (1 + \alpha_+) = \eta (1 + \alpha_-) = \dots \dots \dots$$

$$= \sqrt[6]{\eta} \left(1 - \sqrt[2]{\left(\frac{2 (1 - \sqrt{\eta})}{\eta (1 + \sqrt{\eta})} \right)^2 \sqrt{2\eta}} \right),$$

gegenüber
1982
geändert!

Seite 10

durch (2a) und (2b) ausdrückbar. In (4) sind die Funktionen G, F, S und ϕ von den Quantenzahlen abhängige Kürzungen, für welche die folgenden Definitionen gelten.

$$(5a) \quad G = Q_n^2 \cdot (1 + Q_n)^2 N_1 + Q_m (2 Q_m^2 + 3 Q_m + 1) N_2 +$$

$$+ Q_p (1 + Q_p) N_3 + 4 Q_\sigma$$

ferner

$$(5b) \quad S = n^2 (1 + n)^2 N_1 + m (2 m^2 + 3 m + 1) N_2 +$$

wo K ein von p und σ abhängiger Selbstkoppelungsterm ist, der wesentlich die Existenzdauer eines Grundzustandes, also seine x_1 -Ausdehnung, bestimmt (s. u. Gl. 21 b). Im allgemeinen bedingt K die verhältnismäßig große Lebensdauer der Grundzustände $N = 0$. Allerdings erscheint K nur in diesen Grundzuständen. Das verwendete Symbol $\delta(N)$ ist nämlich als ein Einheitselement aufzufassen; denn es gelte die Definition

$$(5e_1) \quad \delta(N > 0) = 0, \quad \delta(0) = 1,$$

so daß nur für die Grundzustände $N = 0$ die Funktion $\varphi \neq 0$ werden kann, während für alle Anregungen $N > 0$ stets $\varphi = 0$ bleibt. In diesem System (5a) bis (5e) erscheinen weitere Funktionen Q_n, Q_m, Q_p und Q_σ , die allein von k bestimmt werden. Für diese vier Funktionen ist

$$(6a)\# \quad Q_n = (2k - (-1)^k) 2^{k^2-1}$$

Programme: $q_1 = Q_n(k=1)$

ferner

$$(6b)\# \quad Q_m = 2^{k^2+1} - 1$$

compini, for
Tabell
pg. 54

sowie

$$(6c)\# \quad Q_p = 2^{k^2+1} + 2(-1)^k$$

Pragr: q_3

und

$$(6d)\# \quad Q_\sigma = 2^{k^2$$

$q=, k=$

Seite 54

$q=1, k=0$

- 15 -

$q=1, k=0$

Gbase. for

ly

also $\eta_{1,0} = \eta$ und Funktionen

$\eta_{1,0} = \eta$

gilt für diese

$\eta_{0,1} = 1, \eta_{0,2} = 1$

(8a)# $2 \underline{N_1} = 1 + \sqrt{\eta_{q,k}}$

(8b)# $3 \eta_{q,k} \underline{N_2} = 2$

$N_1 \equiv \alpha f_1 = \alpha u_1$
 $N_2 \equiv \alpha n_2$

(8c)# $\ln(N_3 \ k/2) = (k-1) \left(1 - \pi \frac{1 - \eta_{q,k}}{1 + \sqrt{\eta_{q,1}}} (1 - \frac{\eta_{q,1}}{\eta_{q,1}} (1 - \alpha_-/\alpha_+) (1 - \sqrt{\eta})^2) \right) -$
 $- \frac{\omega}{c \ u} (1 - \sqrt{\eta})^2 (2 \frac{c \ u^2}{\omega \ \eta} \frac{1 + \sqrt{\eta_{q,1}}}{1 - \eta} - 1)$

(8c₁) $\underline{u} = 2 \pi e, \underline{3 \omega} = 4 c$

$\frac{c}{\omega} = \frac{3}{4}$

offensichtlich nicht jeden beliebigen Wert annehmen; denn es gibt auf jeden Fall untere Schranken, weil in (4) die Bedingung $F + G + S + \phi = 0$ mit $q = 0$ und $P = Q = 0$ den leeren Raum mit $M = 0$ kennzeichnet. Diese Bedingung kann aber nur durch die Besetzungen erfüllt werden, wenn diese Ziffern die mit negativen Vorzeichen versehenen Größen aus (6a) bis (6d) erreichen. Es gibt jedoch auch obere Schranken L , bei deren Erreichung die Besetzung einer Zone x verschwindet und die vorangegangene Zonenbesetzung nächsthöherer Ordnung um den Wert 1 als Zahl erhöht. Mit dem Symbol $L_{(x)} (x - 1)$ für diese Schranken und $M_0 = M (N=0)$ eines Grundzustandes gilt dann für die Grenzen der Struktur-
zonenbesetzungen

$$(9a) \quad - Q_n \leq n \leq L_{(n)} = \sqrt[3]{\frac{(P+1)M_0}{2\mu\alpha + N_1}} - Q_n ;$$

denn im Fall des Zentralbereiches gibt es keine vorangehende Bezugsbesetzung. Gilt für diesen Bereich $n \leq L_{(n)}$, dann gilt für die Zahlenfolge m die Begrenzung

$$(9b) \quad - Q_m \leq m \leq L_{(m)} (n)$$

mit

$$(9b_1) \quad 2 (Q_m + L_{(m)} (n))^2 + 3 (Q_m + L_{(m)} (n))^2 + Q_m + L_{(m)} (n) = 4 \frac{N_1}{N_2} (n + Q_n)^2.$$

dabei $Q_{n,m,p,\sigma}$
nach (6a,b,c,d)

$N_{1,2,3}$ cf. (8a)
 $N_{1,2,3}$ vgl. (11)

In entsprechender Weise

annehmen. Auch ist zu berücksichtigen, daß es zu jeder Elementarstruktur des R_4 (bezeichnet als R_4^+ - Struktur -) eine spiegelsymmetrische Antistruktur (R_4^-) gibt, was zweckmäßig durch den Faktor $\epsilon = \pm 1$ für die $R_4^\pm$ - Strukturen zum Ausdruck gebracht wird. Es gilt also

$$(10) \quad k = 1, k = 2, \epsilon(R_4^\pm) = \pm 1$$

und damit kann eine Auswahlregel angegeben werden, welche die n, m, p, σ durch die Quantenzahlen $k, P, Q, \mathcal{R}, q$ und N ausdrückt. Diese Auswahlregel lautet

$$(11) \quad (n + Q_n)^2 \alpha_1 + (m + Q_m)^2 \alpha_2 + (p + Q_p)^2 \alpha_3 + \exp \left[- \frac{2k-1}{3 Q_\sigma} (\sigma + Q_\sigma) \right] = W_{N=0} (1 + f(N)),$$

worin zur Kürzung die neuen Koeffizienten

$$(11a) \quad \alpha_1 = N_1, \quad 2 \alpha_2 = 3 N_2, \quad 2 \alpha_3 = N_3$$

eingeführt wurden. $f \geq 0$ für $N \geq 0$ ist die Anregungsfunktion, während für den vom Anregungszustand unabhängigen Faktor

$$(11b) \# \quad W_{N=0} = A e^x (1 - \eta)^L + (P - Q) (1 - (\frac{P}{2})) (1 - (\frac{Q}{3})) (1 - \sqrt{\eta})^2 \sqrt{2}$$

gilt. Hierin ist

$$(12a) \# \quad (2 - k + 8 H (k - 1)) A = 8 g H$$

WAW-für

(13b)# $k^2 (2k - 1) B = 3H,$

c.f. Tabelle S. 54

während für die drei Parameter a_1, a_2 und a_3 kombinatorische Beziehungen gelten, für welche

(13c)#
$$a_1 = 1 + B + k (Q^2 + 1) \binom{Q}{3} -$$

$$- \mathcal{R} ((B - 1) (2 - k) - 3 (H - 2 (1 + q)) (P - Q) + 1) -$$

$$- (1 - \mathcal{R}) ((3 (2 - q) \binom{P}{2} -$$

$$- Q (3 (P + Q) + q)) (2 - k) + (k (P + 1) \binom{P}{2} +$$

$$+ (1 + B/k (k + P - Q)) (1 - \binom{P}{2}) (1 - \binom{Q}{3})) -$$

$$- q (1 - q) \binom{Q}{3} (k - 1))$$

$\frac{B}{K}$ ist $\frac{27}{1}$ oder $\frac{26}{2}$

sowie

(13d)#
$$a_2 = B (1 - \binom{Q}{3}) (1 - \binom{P}{3}) + 6/k - \mathcal{R} (Q/2 (B - 7k) -$$

$$- (3q - 1) (k - 1) + 1/2 (P - Q) (4 + (B + 1)(1 - q)))$$

$$- (1 - \mathcal{R}) [(P (B/2 + 2 + q) - Q (B/2 +$$

$$+ 1 - 4 (1 + 4q))) (2 - k) + (1/4 (B - 2) (1 +$$

$$+ 3/2 (P - Q)) - B/2 (1 - q) - \binom{P}{2} ((1/2 (B + q -$$

$$- \epsilon q) + 3 \epsilon$$

WNO fu. for

bei e^0 , n und k ergibt nur diese
 - 19 - Klammernposition die angegebenen
 Werte für a_3 (siehe 56)

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ P (P + 2) B + (P + 1)^2 - q(1 + \epsilon q) (k (P^2 + \right. \\
 & + 1) (B + 2) + 1/4 (P^2 + P + 1)) - q (1 - \epsilon q) \cdot \\
 & \cdot (B + P^2 + 1) \left. \right\} (k - 1) + ((P - Q) (H + 2) + \\
 & + P (5 B (1 + q) Q + [k (k - 1) (k (P + Q)^2 (H + \\
 & + 3 k + 1) (1 - q)] - 1/2 (B + 6 k))) (1 - (P/2)) \cdot \\
 & \cdot (1 - (Q/3)) + (P/3) (2 - q) Q (\epsilon q (B + 2 Q + 1) + \\
 & + \frac{q}{2k} (1 - \epsilon q) (2 k + 1) + (1 - q) (Q^2 + 1 + 2B))]
 \end{aligned}$$

Für die Anregersfunktion f aus (11) erhielten wir den Aus-
 druck

<B32>

$$(14) \quad f(N) = \frac{a N}{N+1} + b N$$

mit den Substitutionen

$$1 - k(1 - \frac{3}{4}) = 1 - k/4$$

<B33>

$$\begin{aligned}
 (14a) \quad X \frac{a \eta_{qk}^2 \sqrt{\eta_{qk}}}{\eta_{qk}} &= \frac{P^2}{k\omega} (\omega - k(\omega - c)) + (k - 1) \cdot \\
 &\cdot (\pi/4 \left(\frac{P}{3}\right) - \eta_{1,1} \left(\frac{P}{2}\right))
 \end{aligned}$$

$$- 2 (k - 1) \left(\frac{P}{2} \right) (3 - P) \left(2 e (\eta + \eta_{qk}) + \frac{\pi e}{3 \sqrt{\eta}} \epsilon q_1 \right) + \frac{8 \pi e}{\sqrt{\eta}} \times (k-1) \left(\frac{e}{\sqrt{\eta}} - \frac{q}{\sqrt{e}} \right) \Big|_0,$$

jedoch sind diese Beziehungen vorerst noch nicht ganz gesichert.* Anregungen können sich auch in einer Änderung des Drehimpulses äußern. Da Q die doppelte Drehimpulsquantenzahl ist, könnte sich $Q (N = 0)$ additiv um gerade Zahlen $2z$ mit der ganzzahligen Funktion $z (N)$ ändern, so daß

$$(14c) \quad Q (N) = Q (N = 0) + 2 z (N)$$

zu setzen ist. Hierin ist jedoch die ganzzahlige Beziehung $z (N)$ noch völlig unbekannt. Schließlich bedeutet Anregung stets eine Erhöhung des Energieinhaltes, die nach dem Energie-materieäquivalent immer einen Massenanstieg zur Folge haben muß. Wenn also der Grundzustand M_0 eines Quantenzahlen-satzes vorgegeben ist, dann muß das zu M_0 gegebene Spektrum der Anregungen in seinem Verlauf monoton steigen, d. h., es muß die Bedingung

$$(14d) \quad M (N_B) - M (N_A) > 0, \quad N_B > N_A$$

gelten. Liegen zwischen N_A und N_B noch Zustände $M (N_Y)$ mit $N_A < N_Y < N_B$, derart, daß für alle diese N_Y die Forderung (14d) in der Form $M (N_Y) - M (N_A) < 0$ trotz $N_Y > N_A$ nicht erfüllt ist, dann werden diese $N_B - N_A - 1$ Zustände vom Energieprinzip ausgeschlossen, so daß (14d) als eine Auswahlregel der N (bedingt durch das Energieprinzip) aufgefaßt werden kann.⊗ Schließlich ist noch zu berücksichtigen, daß die σ -Besetzung des externen Bereiches eines Terms $M (N)$ wegen dieses externen Charakters eine zusätzliche Anregung erfahren kann. Sind die Zonen eines solchen Terms durch n

⊗

Ergänzung zu Seite 19

Die linke Seite der Gleichung 14b₁ ist durch den Summanden

$$- 2 e \frac{\mathcal{R}_q}{\eta^2} (2-k) \cdot (1 - \eta)^2$$

zu ergänzen.

⊗

Ergänzung zu Seite 20

Dieses Auswahlprinzip gilt jedoch nur für stufenweise Anregungen, doch bedeutet dies noch nicht, daß die der Gleichung (14 d) nicht genügenden Terme keine Existenz haben. Es handelt sich bei ihnen vielmehr um Zustände, die ihr jeweiliges durch N gekennzeichnetes Niveau nur durch einen Anregungsprozeß des Grundzustandes erreichen können. Die gesamte durch N gekennzeichnete Energie kann also nur durch einen einzigen Prozeß (evtl. Resonanzvorgang) dem Grundzustand zugeführt werden. Das zu jedem Grundzustand gehörende Spektrum N kann demnach als Überlagerung von zwei Spektren aufgefaßt werden, nämlich dem Spektrum N möglicher stufenweiser Anregungen die (14 d) genügen und dem Spektrum N von Termen, die nicht stufenweise, sondern nur durch einen einzigen energetischen Vorgang entstehen können.

$$(14e) \quad K_B = L_{(\sigma)} (p_N) - \sigma_N$$

eine von 0 verschiedener ganze Zahl sein, welche als Bandbreite die Zahl möglicher Externfeldanregungen eines Anregungszustandes $M(N)$ angibt, wobei N nach (14d) ~~erlaubt sein muß~~. Wegen (5e₁) bestehen diese K_B wiederum aus diskreten Termen, welche ein äquidistantes Substrat zum jeweiligen Hauptterm $M(N)$ bilden. Der äquidistante Termabstand innerhalb dieser „Feinstruktur“ beträgt wegen $\delta(N) = 0$ für $N > 0$ nach (4) nur $4 \mu \alpha_+$, was 9,28718 Elektronenkilovolt entspricht.

Aus physikalischen Gründen ist die Massendivergenz $M(N) \rightarrow \infty$, und damit auch $N \rightarrow \infty$ auszuschließen. Wenn aber $N < \infty$ bleibt, dann muß es eine obere Schranke $L(N) < \infty$ der Anregung geben, sodaß

$$(15) \quad 0 \leq N \leq L(N) < \infty$$

den Definitionsbereich der Folge N positiver ganzer Zahlen präzisiert. Hier kann $L(N)$ nur in (11) eine Maximalbesetzung aller vier Strukturzonen kennzeichnen. In (9a) beschreibt $L_{(n)}$ eine solche Maximalbesetzung des Zentralbereiches, wenn der Grundzustand M_0 vorgegeben ist. Wird nun $L_{(m)}(n)$ auf $L_{(n)}$ bezogen, dann gelte $L_{(m)}(L_{(n)}) = L_{(m)}$ und entsprechend $L_{(p)}(L_{(m)}) = L_{(p)}$ oder $L_{(\sigma)}(L_{(p)}) = L_{(\sigma)}$.

Werden diese Maximalbesetzungen anstelle von n, m, p, σ in (11) eingesetzt, dann kann nur $N = L(N)$ diese obere Schranke (15) sein. Die Bestimmungsgleichung der Anregergrenze ist demnach gegeben durch

$$(15a) \quad (Q_n + L_{(n)})^{\alpha_1} + (Q_m + L_{(m)})^{\alpha_2} + (Q_p + L_{(p)})^{\alpha_3} + \exp \left[- \$$

Korrektur zu Seite 21 :

Der Nebensatz auf Seite 21 Zeile 4 von oben

..... wobei N nach (14d) erlaubt sein muß'' entfällt.

Statt'' dessen auf Zeile 5 von oben :

Ergibt sich $K_B = 0$, dann besteht keine Möglichkeit einer

externen Anregung. Desgleichen ist im Fall $K_B < 0$ diese Möglichkeit nicht gegeben; denn in diesem Fall, würde der Term vor seinem Zerfall zunächst durch eine Emission das tiefste Niveau $K_B < 0$ anstreben. Nur im Fall $K_B > 0$ der Beziehung (14 e) liegt die Möglichkeit einer externen Anregung vor.

Besteht ein Multiplett $x_\gamma (k, P, Q, \lambda)$ aus $1 \leq \lambda \leq P_\gamma + 1$ Komponenten, dann gilt für die Summe aller Ladungsquantenzahlen der für k möglichen x_γ , also

$$(19) \quad S_k = \epsilon \sum_{\gamma} \sum_{\lambda=1}^{1+P_\gamma} q_\lambda^{(\gamma)}$$

die einfache Beziehung

$$(19a) \quad S_k = (-1)^k,$$

mit deren Hilfe untersucht werden kann, ob von den theoretisch möglichen Multiplettstrukturen x_γ für k einzelne Multipletts ausgeschlossen werden müssen.

Zwar wurden die variablen Quantenzahlen der einheitlichen Massenbeziehung (4) auf die Fundamentalzahlen (k, P, Q, λ) reduziert, doch können diese Quantenzahlen auch nicht durch beliebige Zahlenquadrupel dargestellt werden. Für k gibt es nach (10) nur $k = 1$ und $k = 2$, doch bestimmt der k -Wert die für ihn möglichen Multiplettstrukturen x_γ durch das ganzzahlige Isospinintervall

$$(20a) \quad 0 \leq P \leq 2k.$$

Hier wird wiederum durch P mit dem Einheitselement $\lambda = 0$ oder $\lambda = 1$ festgelegt, wobei es im Fall des Doublets, $1 \leq \lambda \leq \lambda_k$ Möglichkeiten

$$(20b) \quad \lambda (\lambda) = (1 - \delta_{1,\lambda}) \delta_{1,P}$$

gibt, deren Begrenzung λ_k wiederum gemäß

$$(20b_1) \quad 1 \leq \lambda \leq \lambda_k = k + 1 - (-1)^k$$

allein von k bestimmt wird. Auch die Drehimpulsquantenzahl ist gemäß $Q = k - 1$ für die in k möglichen P

additiv auf $\underline{Q} = Q + \Delta Q = 2k - 1$ erhöht ist.
Von den möglichen von k festgelegten Drehimpulsen

$$(20c) \quad Q = k - 1, \quad \underline{Q}(\underline{P}) = 2k - 1$$

sind die $\underline{Q}$ den Isospinen $\underline{P}$ zugeordnet, welche durch die Lösungen der quadratischen Gleichung

$$\underline{P}^2 - \underline{P}(k+1) + 5k = 2(k^2 + 1)$$

also

$$(20d) \quad \underline{P}_{(1)} = 2 - k, \quad \underline{P}_{(2)} = 2k - 1$$

allein wiederum durch k festliegt. Wegen (20a) bis (20d) gehen also auch die fundamentalen Quantenzahlen und damit alle Quantenzahlen des einheitlichen Massenspektrums auf die beiden möglichen k -Werte (10) zurück.

Die Gesamtheit der Beziehungen (4) bis (20d) bilden drei ineinander verschränkte Systeme. (17) bis (20d) gestattet eine Ermittlung der möglichen Multiplettstrukturen x_γ aus Grundzuständen, die durch die Quantenzahlen $k, P, Q, \mathcal{X}, q_\mathcal{X}$ mit der Eigenschaft C beschrieben werden, und zwar durch k allein. Mit (9a) bis (16d) können wiederum n, m, p, σ für $N = 0$, aber auch n_N bis σ_N des Anregerspektrums zu dem betreffenden Grundzustand numerisch ermittelt werden, während (4) bis (8f) schließlich das Massenspektrum explizit liefert.

Zunächst sollen die möglichen $x_\gamma(k, P, Q, \mathcal{X})$ für die k aus (20a) bis (20d) ermittelt werden. Da die Quantenzahlen $k, P, Q, \mathcal{X}$ grundsätzlich einstellige ganze Zahlen sind, werden bei ihrer Angabe die Komata fortgelassen. Für $k = 1$ gibt es wegen $2k = 2$ neben Singulett $P = 0$ und Doublett $P = 1$ das

$(-3) x_6 (-1), (-1) x_7 (0), (0) x_8 (1,0), (-2) x_9 (0,-1),$
 $(-1) x_{10} (1,0,-1), (0) x_{11} (2,1,0,-1), (-2) x_{12} (1,0,-1,-2),$
 $(3) x_{13} (4,3,2,1,0)$ für $k = 2$.

Nunmehr können nach (19) die εq_γ für die k summiert werden, was für $k = 1$, also $1 \leq \gamma \leq 5$ die Summe $S_1 = -1$ in Übereinstimmung mit $(-1)^k = -1$ nach (19a) steht. Für $k = 2$, also $6 \leq \gamma \leq 13$ ergibt sich dagegen $S_2 = 9$, was einen Widerspruch zu (19a), also $(-1)^k = +1$ bildet, woraus folgt, daß mindestens ein Multiplett für $k = 2$ ausgeschlossen werden muß.

Werden die Schemata $x_\gamma (k P Q \mathcal{R})$ und $(\varepsilon C) x_\gamma (\varepsilon q_1 \dots \varepsilon q_{P+1})$ zusammengestellt und mit den vermessenen Quantenzahlen der empirisch bekannten stabilen bzw. nahezu stabilen Elementarteilchen verglichen, dann erscheint zunächst eine Interpretation von C als die aus empirischen Gründen eingeführte Seltsamkeitsquantenzahl gegeben. Weiter ergeben sich aus einem derartigen Vergleich - wenn die Antiteilchen durch Überstreichung und Einklammerung gekennzeichnet werden - die folgenden Interpretationen:
 $x_1 \equiv \bar{\eta} (\bar{\eta})$ sowie $x_2 \equiv K^+, K^0 (\bar{K}^-, \bar{K}^0)$ und
 $x_5 \equiv \pi^\pm, \pi^0 (\bar{\pi}^\mp, \bar{\pi}^0)$ eindeutig. x_3 und das wegen $k = \mathcal{R} = Q = 1$ als Pseudodoublett erscheinende x_4 müssen durch Elektron-

und μ - Meson interpretiert werden. Nun ist die Elektronenmasse wesentlich kleiner als die Masse einer jeden anderen Multiplettkomponente, so daß auch der W -Faktor in (11) für das Elektron wesentlich kleiner als für alle anderen Zustände sein muß. In $W_{N=0}$ tritt aber $(1 - \eta)^L$ mit $L = (1 - \mathcal{R})$.

$$(21b)_1 \quad \varphi = \frac{N_4 p^2}{1 + p^2} \frac{\sigma + Q_{\sigma}}{\sqrt{1 + \sigma^2}} \left(\sqrt[4]{2} - 4 B U W_{N=0}^{-1} \right) +$$

$$+ P (P - 2)^2 (1 + \mathcal{R} \frac{1-q}{2\sqrt{\alpha}}) \left(\frac{\pi}{e} \right)^2 \sqrt{\eta_{1,2}} (Q_m - Q_n) -$$

$$- \frac{1}{\alpha} (P + 1) \left(\frac{Q}{3} \right)$$

$$W_0 = W_0(x(a_3(y)))$$

11b

13e1

13e

mit

$$(21b_1) \quad U \eta_{q,k}^2 = 2^{\mathbb{Z}} \left[P^2 + 3/2 \cdot (P - Q) + P (1 - q) + \right.$$

$$+ 4 \mathcal{R} B \frac{1-Q}{3-2q} + (k - 1) (P + 2Q -$$

$$\left. - \frac{4\pi}{\sqrt[4]{2}} ((P - Q) (1 - q)) \right]$$

und

$$(21b_2) \quad \mathbb{Z} = k + \mathcal{R} + P + Q.$$

In diesen Beziehungen (21b) und (21b₁) wird B nach (13b) ermittelt. Für die noch offenen Substitutionen in (21a), nämlich F, s, b₁ und b₂ ist

$$(21c) \quad F = 1 - 1/3 \cdot (1 - q) (P - 1)^2 \cdot (3 - P) (1 + P - Q -$$

$$- \epsilon C P/2) (1 + \beta_{(0)} (-1)^k) - \left(\frac{P}{3} \right) (1 + D)$$

sowie

$$(21d) \quad s = 2 - k + \epsilon C + \left| \frac{k, \mathcal{R}}{P, 2Q} \right| + \left(\frac{Q}{3} \right) + 1/k (P-1)(P-2)(P-3),$$

ferner

$$(21e) \quad b_1 = [P (7 + 6 (1 - q) (C - \left(\frac{P}{2} \right)) - 2 q (1 - \left(\frac{P}{2} \right))) +$$

$$+ \mathcal{R} Q ((3 Z - 1) B + 1)] (2 - k) +$$

$$+ 1/2 (1 - \mathcal{R}) ((q - \epsilon q_{\mathcal{L}} - 2) Q + \epsilon C P +$$

$$+ 2 (P + 1) - (1 - q) \frac{P(P-3)}{1+P(P^2-1)} (4 B - 6 + P))(k-1)$$

$$- \left(\frac{P}{3} \right) (q - \epsilon q_{\mathcal{L}})$$

und

$$\begin{aligned}
 (21f) \quad b_2 = & B(5B+3) + \frac{2H-3}{P+1} + C^k \left(B(3B+2(H+1)) + \right. \\
 & + H + 1/2 \left. \right) (1-q) - Q \left(B(2(B+H)-1) + H/2 + 3 \right) + \\
 & + \mathcal{Q} q \left(B(3B+1) - 5/2 \right) (k-Q) - \binom{P}{2} P^2 (P+Q)^2 (8B+ \\
 & + 1 - (5B - (2H+1) \left(1 + 2 \binom{P}{3} - Q \right) + 2) q) - \\
 & - \binom{P}{2} H (1-q) - (B - c/\omega)^2 (P-1)(P-2)(P-3) (-1)^{k-1} + \\
 & + (Q - q) (1-q + Bq) \left(3(H+B) + \pi e/\eta - q/4 \right) (P+1)^3 (k- \\
 & + \mathcal{R} \left((-1)^{1-q} (7HB + 3(H+B) - 5/2) + \right. \\
 & + (1-q) \left(H(3B-4) + B + 7/2 \right) \left. \right) (k-1) + Q \binom{P}{2} \left((2 - \right. \\
 & - q) (1+\epsilon q) (B/2 (H+2) + c/\omega) + 5/2 HB + 3H - \\
 & - \frac{B+5}{P+1} \left. \right) - 5/2 H^2 \binom{P}{3} \left(q (1 + \pi/3 (2-q) \eta_{2,2}) B - \right. \\
 & - (2-q) (1-q) \left. \right).
 \end{aligned}$$

Hier ist C nach (17) gegeben. Die erwähnte Asymmetrie von T für $N = 0$ zwischen $\epsilon = +1$ und den Antistrukturen $\epsilon = -1$ wird durch (21e) und (21f) bedingt, weil hier C ohne den Faktor ϵ auftritt. Dies ist aber nur in (21e) im mesonischen Bereich $k = 1$ relevant, während in (21f) wegen C^k das Vorzeichen von C ebenfalls nur für $k = 1$ erscheint, nicht aber für $k = 2$ (also im barionischen Bereich) weil es dann zur Quadratbildung kommt. Für $k = 1$ existiert aber nur im Fall des K -Doublets $C \neq 0$, und hier wird nach (21e) und (21f) die Asymmetrie allein für $q = 0$ wirksam. Man muß also im Fall des K^0 -Mesons mit $T(K^0) \neq T(\bar{K}^0)$ rechnen. Die in (21) noch auftretende Größe $\beta_{(0)}$ ist eine Konstante, welche die Funktion F mitbestimmt. Darüberhinaus reduziert

Unabhängig von diesen Unvollständigkeiten kann jedoch bereits jetzt festgestellt werden, daß das Lösungsschema (2) bis (22c) durchaus den Anforderungen genügt, die an ein mathematisches Schema zu stellen sind, welches nahezu alle statischen Eigenschaften der Elementarkorpuskeln richtig wiedergibt. Es erscheint vom philosophischen Gesichtspunkt bemerkenswert, daß die einheitlichen zahlentheoretischen Funktionen, welche die Massen, die Existenzzeiten sowie die Eigenschaften des Spins, Isospins sowie der elektrischen Ladung und der sogen.

Seltsamkeit'' aller Elementarkorpuskeln einheitlich beschreiben, im Grunde genommen auf nur zwei Parameter k und N zurückgehen, von denen k nur die Werte $k = 1$ oder $k = 2$ annehmen kann, während $N \geq 0$ die einfache Folge positiver ganzer Zahlen ist.

2.) Die makrokosmische Approximation.

Die im vorangegangenen Abschnitt 1) verwendeten Symbole $q, M, m, \sigma, \varphi, g, A, B, H$ und L erhalten im Folgenden eine andere Bedeutung.

Der makrokosmische Bereich ist dadurch gekennzeichnet, daß zum einen die mikrokosmischen atomaren Elemente der mittleren Masse m nicht mehr einzeln erscheinen, sondern sehr große aber endliche Zahlen von $1 \ll L < \infty$ solcher mittlerer atomarer Massen makrokosmische Kollektiven $M = L m$ im physischen reellen Raum R_3 bilden; und daß zum andern die Distanzen r in R_3 wesentlich größer werden als die Wellenlängen der in 1) behandelten Elementarstrukturen. Es wird also das Korrespondenzprinzip wirksam, wonach die Quantenfelder in Feldkontinuen übergehen. Die einzelnen Massen M stehen über die r in R_3 nur noch durch die allgemeine Gravitation und elektromagnetische Wirkungen in physikalischen Zusammenhängen. Das Gravitationsfeld von M kann hier im kugelsymmetrischen Fall nach dem Newton'schen Gravitationsgesetz durch die asymptotische Skalarfunktion

$$(23) \quad \varphi_n = \gamma^2 M/r, \quad M = L m, \quad 1 \ll L < \infty$$

als Konsequenz der empirischen Kepler'schen Gesetze beschrieben werden. In bekannter Weise folgt aus (23) als Betrag der gravitativen Feldbeschleunigung

$$(23a) \quad g_n = - \gamma^2 M/r^2,$$

wodurch ein Attraktionsfeld $g < 0$ gekennzeichnet ist, welches sich für $r \rightarrow \infty$ dem Wert 0 nähert. Werden nun die einheitlichen nichtlinearen Feldgleichungen die zu (2) bis (22d) führten einer makrokosmischen Approximation unterworfen, dann ergibt sich zur Beschreibung der skalaren Feldfunktion $\varphi(r)$ im ungestörten Fall eine nichtlineare Differentialgleichung, deren Lösung durch

$$(24) \quad r \cdot q \cdot e^{-q} = \frac{\gamma^2 M}{2 c^2} (1 - r/\varrho)^2$$

mit den Kürzungen

$$(24a) \quad q = 1 - \sqrt{1 - \varphi/c^2} \quad \text{und}$$

$$(24b) \quad \gamma^2 m' \varrho = h^2.$$

angegeben werden kann. Zunächst folgt unmittelbar $\varphi \rightarrow \varphi_n$ aus (23) für $r \ll \varrho$ und $\varphi \ll c^2$, derart, daß φ/c^2 für alle höheren als 1. Potenzen vernachlässigt werden kann. Ebenso wie φ_n ist auch φ physikalisch interpretierbar als Quadrat der zirkulären Geschwindigkeit im Abstand r vom Gravitationszentrum, was $\varphi \geq 0$ fordert. Da die rechte Seite von (24) für alle r eine reelle Zahl ist, muß auch die linke Seite reell bleiben, was die obere Schranke $\varphi \leq c^2$ fordert, so daß für φ das Intervall

$$(24c) \quad 0 \leq \varphi \leq c^2$$

gilt. Die Beziehung (24b) hängt allein von der Mikrostruktur m der Gravitationsfeldquelle M ab und beeinflusst offenbar den Feldverlauf (24). φ ist offenbar nicht mehr asymptotisch, vielmehr gilt $\varphi = 0$ für $r = \varrho$ und $\varphi \geq 0$ für $r \neq \varrho$ doch kann φ auch für $r > \varrho$ nur bis zur oberen Schranke (24c) ansteigen. Liegt diese obere Schranke bei $r = R_0$, dann würde $r > R_0$ außerhalb des Realitätsbereiches von φ liegen. Für r und φ gelten also die Intervalle

$$(24c_1) \quad 0 \leq r \leq \varrho, \quad \varrho < r \leq R_0$$

wobei $\varphi(\varrho) = 0$ und $\varphi(R_0) = c^2$ nach (24c) gilt. Eine physikalische Interpretation der Distanz $r = \varrho$, die nach (24b) allein von der

Differentiation des Gravitationsgesetzes (24) die Darstellung

$$(25) \quad g = - \frac{\gamma^2 M}{r^2} \left(1 - \frac{r^2}{\varrho^2} \right) e^q .$$

Hier zeigt sich, $g < 0$ für $r < \varrho$, das heißt, g ist in diesem Bereich ein attraktives Feld, welches für $r = \varrho$ gemäß $g(\varrho) = 0$ verschwindet und für $r > \varrho$ wegen des Vorzeichenwechsels $g > 0$ zu einem Abstoßungsfeld wird, weil e^q wegen (24c) im Intervall $1 \leq e^q \leq e$ definiert ist. Dieses Abstoßungsfeld erreicht dann für $r \rightarrow R_0$ die Realitätsschranke mit $g(R_0) = + \gamma^2 e M / \varrho^2$. Die Distanz $r = \varrho < \infty$ kann also als eine im Endlichen liegende Grenze des attraktiven Gravitationsfeldes physikalisch interpretiert werden, welche von der Mikrostruktur m der Feldquelle bestimmt wird. Zur Abschätzung derartiger Gravitationsgrenzen kann (24b) approximiert werden. Ist A das mittlere Atomgewicht der Materie M und ist weiter m_N die Nukleonenmasse, dann gilt $m \approx A m_N$, also

$$A' \varrho = h^2 (\gamma^2 m_N')^{-1} .$$

Hier kann die rechte Seite als

Naturkonstante mit Längendimensionierung numerisch ermittelt und in Megaparsek ausgedrückt werden. Auf diese Weise entsteht eine zur Abschätzung der Gravitationsgrenze numerische Beziehung

$$(25a) \quad A' \varrho \approx 46 \left[M \text{ p c} \right] ,$$

das heißt, ϱ ist eine makrokosmische Struktur, die aber allein von der Mikrostruktur bestimmt wird.

Aufgrund der Interpretation von ϱ als attraktive Gravitationsgrenze wird deutlich, daß kosmische Objekte wie beispielsweise Spiralnebelsysteme immer dann in einem attraktiven physikalischen Zusammenhang stehen, wenn ihre gegenseitigen Abstände unter ϱ liegen. Es erscheint dann das typische Bild der Ordnung, welches durch attraktive Zusammenhänge bedingt wird. Liegen dagegen diese Abstände jenseits <

sich die Materie völlig chaotisch im Raum verteilen. Unterstellt man für die Zusammensetzung der Spiralnebel im allgemeinen die Russell'sche Zusammensetzung 70% H 29 % He und 1% Schwereelemente, von denen Fe am häufigsten ist, dann ergibt sich nach (25a) für die Gravitationsgrenze eine Distanz zwischen 10^7 und einigen $2 \cdot 10^7$ Lichtjahren. Wir glauben hierin die Ursache zu sehen, weshalb zwar Spiralnebelnester, aber keine Systeme höherer Ordnung beobachtet werden. Auch glauben wir hierin eine qualitative Bestätigung von (24) sehen zu dürfen¹¹⁾.

Mit den Beziehungen (24) bis (25a) kann weiter versucht werden, eine allgemeine Wechselbeziehung zwischen Photonen und der allgemeinen Gravitation zu untersuchen; wobei berücksichtigt werden muß, daß für die Photonen als Quanten des elektromagn. Feldes das Energiematerieäquivalent gilt, also jedem Photon der Wellenlänge λ eine Feldmasse zugeordnet ist. Bei derartigen Untersuchungen kommt man zu dem Ergebnis, daß diese Photonen eine Gravitationsfeldbedingte Dispersionsfreie Linienverschiebung $\delta \lambda$ oder $\lambda z = \delta \lambda$ erfahren, derart, daß $z > 0$ als Rotverschiebung und $z < 0$ als Blauverschiebung zu deuten ist. Ist r der hinreichend lange Laufweg des Photons und σ die allgemeine Massendichte im R_3 , dann ergibt sich aus derartigen Untersuchungen für diese Linienverschiebung

$$(26) \quad z = H r (c - H r)^{-1}, \quad \lambda z = \delta \lambda$$

mit

$$(26a) \quad H = \sqrt{8 \pi e \gamma \sigma}.$$

Zunächst folgt, daß $z > 0$ eine Rotverschiebung beschreibt. Ist nun $r H \ll c$ und wird z als Dopplereffekt interpretiert, dann wird (26) wegen $z = v/c$ als Folge dieser Interpretation zu $v \sim H r$, was aber der empirischen Hubble'schen Beziehung entspricht. H muß also als Hubble-Konstante interpretiert werden.

Setzt man für σ einen abgeschätzten Wert

$\sigma \approx 10^{-26} \text{ [K g m}^{-3}\text{]}$, dann ergibt sich $H \approx 2,41 \cdot 10^{-18} \text{ [s}^{-1}\text{]}$ was gut mit dem spektroskopisch ermittelten Wert vergleichbar ist. Aus der Lyra-Geometrie entwickelte Sen⁹⁾ für die Rotverschiebung einen Ausdruck $z (1+z)^{-1} \sim r$, der aber formal mit (26) identisch ist.

Anomalien dieser Rotverschiebung können dann auftreten, wenn das σ -Feld in der jeweiligen Blickrichtung des Beobachters hinreichend starke Anisotropien aufweist. Dies deshalb, weil sich der Beobachter im Mittelpunkt einer Kugel $r = R_0$

befindet, während die wirksame Masse M der Beziehung (24) in einem Kreiszylinder vom Radius ϱ und der Länge $2 R_0$, also dem Volumen $2 \pi \varrho^2 R_0$ verteilt ist. Dieser Zylinder ist $r = R_0$ diametral eingeschrieben, derart, daß die Mittelpunkte zusammenfallen und der Photonenweg - also die Visierlinie des Beobachters - in der Zylinderachse liegt. Aus diesem Grunde gilt $M = 2 \pi \varrho^2 R_0 \sigma$, womit unter Verwendung von (24) die Realitätsschranke R_0 abgeschätzt werden kann. Für $r = R_0$ ist $\varphi = c^2$ nach (24c) zu setzen, so daß $q = 1$ und (24) zu $2 c^2 R_0 e^{-1} =$
 $= \gamma M (1 - R_0/\varrho)^2 \approx \gamma M R_0^2/\varrho^2$ in sehr guter Näherung wird, weil $R_0 \gg \varrho$ angenommen werden kann. Mit $M = 2 \pi \varrho^2 R_0 \sigma$ folgt daraus $R_0^2 = \frac{c^2}{\pi e \gamma \sigma} = c^2/H^2$

mit (26a), so daß die Realitätsschranke

$$(27) \quad R_0 \approx c/H$$

als Hubbleradius zu interpretieren ist. Für $r > R_0$ ist φ nicht relevant, doch wird wegen $c - H R_0 \rightarrow 0$ für $r = R_0$ nach (26) die Rotverschiebung $z \rightarrow \infty$, das heißt, wegen

Radius r_0 aus, dann entsteht ein in $[V s m^{-2}]$ dimensioniertes Magnetfeld B , wenn M_0 um eine Achse so rotiert, daß eine Drehung in der Zeit t erfolgt. Ist α_0 der Breitengrad auf der Kugeloberfläche, derart, daß $\alpha_0 = 0$ den Äquator bezogen auf die Drehachse kennzeichnet, und ist

$\mu_0 = 1,25 \cdot 10^{-6} [V s A^{-1} m^{-1}]$ die Induktionskonstante, dann gilt für dieses Magnetfeld

$$(28) \quad c t B = 2 \sqrt{3} \pi \gamma^2 \mu_0 \sigma_0 r_0^2 \cos \alpha_0 ,$$

dessen Feldlinien innerhalb der Kugel in der Drehachse, aber außerhalb parallel zu den Meridianen verlaufen, welche die Drehpole verbinden. Solche gravitativ bedingten Magnetfelder (28) müßten primär immer vorhanden sein. Besteht nun M_0 aus Materie im Plasmazustand, dann kommt es zu einer induktiven Wechselbeziehung zwischen diesem Plasma und B , doch bestehen auch induktive Zusammenhänge mit externen magnetischen Fremdfeldern. Es wäre denkbar, daß die Magnetfelder kosmischer Objekte durch (28) verständlich gemacht werden können, während die geophysikalisch vermessenen geomagnetischen Eigenschaften, wie insbesondere die zeitlichen Säkularvariationen und die Richtungsänderungen des geomagnetischen Feldes - indiziert durch paläomagnetische Remanenzen in den Oberflächen/gesteinen der Frakturzone - möglicherweise auf die induktiven Wechselbeziehungen des primären B -Feldes mit einem Magma im Plasmazustand zurückgehen.

Literaturverzeichnis

- 1) A. Wyler, Comptes Rendus (Paris) 269 A , 743 (1969).
- 2) A. Wyler, Comptes Rendus (Paris) 271 A, 186 (1971).
- 3) J. Wlodarski, Phys. Bl. 29, 576 (1972).
- 4) O. Haxel, H. Jensen, H. Süss, Naturwissenschaften 35, 376 (1948).
- 5) W. Heisenberg, Einführung in die einheitliche Feldtheorie der Elementarteilchen, Stuttgart (Hirzel) 1967, p. 120.
- 6) A. Einstein, Phys. Z. 18, 121 (1917).
- 7) H. Hora (to be published).
- 8) B. Heim, unpublished reports.
- 9) D. K. Sen and K. A. Dunn, J Math. Phys. 12, 578 (1971).
- 10) CERN, Particle Properties (1973)
- 11) W. Baade, nicht veröffentlichte mündliche Mitteilung.
- 12) M. v. Laue, Relativitätstheorie II.

Tabelle II

Theoretische Massen und Existenzzeiten der Elementarteilchen N=C

Partikel	Theoretische Masse in MeV	Theo. Lebensdauer in 10^{-8} sec
e^-, e^+	0,51100343	exp? stabil
μ^-, μ^+	105,65948493	✓ 219,94237553
$\pi^\pm, \pi^\mp$	139,56837088	✓ 2,60282911
$K^\pm, K^\mp$	493,71425074	✓ 1,23709835
$e_0, \bar{e}_0$	0,51617049	stabil
$\pi^0, \bar{\pi}^0$	134,96004114	✓ 0,84016427 $\cdot 10^{-8}$
K^0	497,72299959	✓ 5,17900027
$\bar{K}^0$	497,72299959	✓ 5 0,00887666
$\eta, \bar{\eta}$	548,80002432	0,00233820 $\cdot 10^{-8}$
$p, \bar{p}$	938,27959246	stabil
Σ^+, Σ^-	1189,37409717	✓ 0,00800714
Σ^-, Σ^+	1197,30443002	✓ 0,01481729
Ξ^-, Ξ^+	1321,29326013	✓ 0,01653050
Ω^-, Ω^+	1672,17518902	0,01317650
ϕ^{++}, ϕ^{--}	^{4.52} 1232,91663788	5,99071759 $\cdot 10^{-16}$
ϕ^+, ϕ^-	1234,60981181	

Anhang B

Die mit dem # Zeichen versehenen numerierten Gleichungen werden im Folgenden tabuliert, derart, daß die betreffende Tabelle mit den entsprechenden Gleichungsnummern überschrieben wird.

$\beta_{q,k}$ (2a, 2b, 7a, 7b, 4a) $\gamma_{q,k}$

Symbol	numerischer Wert	Symbol	numerischer Wert
$\eta = \eta_{1,0}$	$q=1, k=0$ 0,98998964	$\gamma = \gamma_{1,0}$	$q=1, k=0$ 7,93991266
$\eta_{1,1}$	0,98756399 ✓	1,1	7,92534503 ✓
$\eta_{1,2}$	0,98516776 ✓	1,2	7,91095114 ✓
$\eta_{2,2}$	0,84242385 ✓	2,2	7,04779227 ✓
α_+	eq. 4a 0,0183221150	α_-	eq. 4a 0,00812835

Wert (1985) = 0,0183221239
1988

0,0081283537

oder

(6 a bis 6 d, 12 a, 12 b, 13 b)

k	Q_n	Q_m	Q_p	Q_σ	B	H	A
1	3	3	2	1	27	9	2787,59025432 ✓
2	24						

