..... 173
..... 192
..... 212
..... 249
..... 266
..... 293
..... 299
.....301
nd
..... 302
..... 303
..... 307

# EINFÜHRUNG

Wenn der Versuch unternommen werden soll, in einheitlicher Form möglichst umfassende Bereiche der materiellen Welt zu beschreiben, dann kann die Grundlage einer solchen Beschreibung nur eine einheitliche quantitative Theorie der Eigenschaften materieller Letzteinheiten sein.

Die an den Partikelbeschleunigern der Hochenergiephysik gewonnene Empirie weist nun darauf hin, daß die möglichen Übergänge von freier Energie zu ponderabler Materie derartige materielle Letzteinheiten – also Elementarstrukturen der Materie – sind. Zumindest nach dem gegenwärtigen Stand hochenergiephysikalischer Technologien war es offenbar nicht möglich, irgendwelche Subkonstituenten empirisch zu isolieren, aus denen diese Elementarkorpuskeln zusammengesetzt wären, obgleich Neutrinostreuungen auf Internstrukturen hinweisen.

Einen scheinbaren Widerspruch zur Auffassung der Elementarkorpuskeln als materielle Letzteinheiten bildet offensichtlich die empirische Tatsache, daß nahezu alle diese Partikel radioaktiven Zerfallsvorgängen unterworfen sind. Unterstellt man die Existenz irgendwelcher Subkonstituenten, so ist auf keinen Fall eine Analogie zur Atom- oder Nuklidstruktur erkennbar; denn die Bindungsenergie im Falle atomarer oder nuklearer Strukturen ist stets wesentlich kleiner als die Gesamtmasse des betreffenden atomistischen komplexen Systems, während im Fall der Elementarkorpuskeln (aufgrund einer Betrachtung der Zerfallsprozesse) diese Bindungsenergie ungefähr der Partikelmasse entsprechen würde. Im Gegensatz zur Dynamik atomarer oder nuklearer Strukturen muß demnach die Dynamik der Elementarpartikel relativistische Züge tragen.

Das gegenwärtig von den meisten Sachverständigen akzeptierte Modell zur Beschreibung der Elementarkorpuskeln ist das sogenannte «Quarkmodell». Hier werden aus gruppentheoretischen Gründen die «Quarks» als materielle Letzteinheiten postuliert, von denen es ursprünglich drei geben sollte und die sämtliche Elementarkorpuskeln

aufbauen. Tatsächlich ist dieses Modell recht gut geeignet, sowohl qualitativ als auch quantitativ hadronische Fermionen und Bosonen wiederzugeben. Allerdings mußten mit fortschreitender Zahl empirisch aufgefundener Elementarpartikel auch die Zahl der materiellen Letzteinheiten dieses Modells ständig vergrößert werden. Auf diese Weise wurde die Komplikation des Modells ständig erhöht, bis schließlich der Gesamtzahl empirisch aufgefundener Elementarpartikel eine nahezu ebenso große Zahl konzipierter Letzteinheiten wie «Quarks» oder «Gluonen» bzw. «Higgs» gegenüberstand, um den Bau der Elementarpartikel zu erklären. Nach unserer Auffassung wäre diese Methodik durchaus gerechtfertigt, wenn die hypothetischen Letzteinheiten in einheitlicher Form verstanden werden könnten und die Fundamentalsymmetrien einer relativistischen Basisdynamik der Elementarkorpuskeln deutlich erkennbar wären. Offensichtlich scheint dies gegenwärtig auch nicht annähernd möglich zu sein. Andererseits erscheint es prinzipiell unmöglich, ohne empirische Hinweise elementare Systeme von komplexen Systemen zu unterscheiden. Wenn man nun den Elementarkorpuskeln eine unbegrenzte Zahl von virtuellen Freiheitsgraden zuspricht, dann würden die Quarks zu physikalisch nicht realen Quasipartikeln, denen nur eine phänomenologische Bedeutung zukäme.

Werden andererseits entgegen dieser Quark-Hypothese die Elementarkorpuskeln als wirkliche materielle Letzteinheiten aufgefaßt (wofür zumindest die durch die gegenwärtige Experimentaltechnologie bedingte empirische Hochenergiephysik sprechen könnte), dann sind zwar in diesem Bereich Begriffe wie «teilbar in» oder «besteht aus» nicht anwendbar (W. HEISENBERG), doch muß dann die Tatsache des beobachteten radioaktiven Zerfalls der meisten Elementarkorpuskeln in andere Korpuskeln niedrigerer Masse verstanden werden. Aufgrund dieser empirischen Widersprüchlichkeit scheint es sinnvoll, im Bereich der Elementarkorpuskeln den Begriff des «Elementaren» relativiert zu verwenden, derart, daß diese Elementarkorpuskeln – bezogen auf ihre Eigenschaft, Materie zu sein – durchaus elementare Letzteinheiten sind, daß aber trotzdem wie auch immer geartete interne Strukturierun-

net, sowohl qua-
d Bosonen wie-
Zahl empirisch
ateriellen Letzt-
Auf diese Weise
s schließlich der
kel eine nahezu
«Quarks» oder
der Elementar-
diese Methodik
einheiten in ein-
ndamentalsym-
entarkorpuskeln
egenwärtig auch
int es prinzipiell
steme von kom-
n Elementarkor-
heitsgraden zu-
h nicht realen
Bedeutung zukä-

ese die Elemen-
aufgefaßt (wofür
ltechnologie be-
nte), dann sind
er «besteht aus»
die Tatsache des
entarkorpuskeln
erden. Aufgrund
nvoll, im Bereich
en» relativiert zu
bezogen auf ihre
e Letzteinheiten
ne Strukturierun-

gen möglich sind, deren eventuelle zeitliche Variabilität sich durchaus in den Zerfallsprozessen oder auch in Wechselwirkungen und einer relativistischen Basisdynamik äußern mag. Andererseits dürfte es unmöglich sein, bei der Beschreibung dieser Verhältnisse von einem einfachen System (wie z. B. in der Atom- und Nuklearphysik) auszugehen.

Die Basis einer jeden theoretischen Analyse mathematischer Art ist stets ein System von Erfahrungen, die irgendein beobachtender Mensch sammelt. Für einen Menschen erfahrbar sind aber nur solche Bereiche der Welt, die, wie auch immer als Erlebnis verarbeitbar, also bewußt erlebbar sind, doch ist nur das erlebbar, was geschieht. Geschehnisse sind Folgen von Ereignisstrukturen, so daß die Elemente der menschlich erfahrbaren Welt Ereignisse sind, die stets (bezogen auf irgendwelche Maßsysteme und Bezugspunkte) durch 4 Zahlenangaben quantifizierbar sind, wenn es sich um Ereignisse des quantitativ-materiellen Teiles der Weltganzheit handelt. Unabhängig davon, wie die Elementarkorpuskeln spekulativ interpretiert werden können, oder welche Modellvorstellungen mehr oder weniger zweckmäßig erscheinen, kann nach unserer Auffassung ganz allgemein festgestellt werden, daß diese Elementarkorpuskeln auf jeden Fall Ereignisstrukturen sind, die sich deutlich unterscheidbar vom Hintergrund nicht unterscheidbarer Ereignisse einer leeren Welt abheben und zugleich Zentren wie auch immer gearteter Wechselwirkungen sind. Aus diesem Grunde erscheint uns der Versuch gerechtfertigt, in radikaler Weise eine mehrdimensionale Geometrisierung der empirisch-phänomenologischen Sachverhalte durchzuführen und von diesem Gesichtspunkt her auf indirektem Wege ein mathematisches Schema zu finden, welches ein Analogon zu den empirischen Befunden darstellt und eine Beschreibung der Fundamentalsymmetrien sowie Symmetrien höherer Ordnung gestattet, deren Invarianzforderungen eventuell eine relativistische Basisdynamik ermöglichen.

Die vorliegende Schrift ist ein verhältnismäßig verdichteter Auszug aus einer sehr umfangreichen unveröffentlichten Studie, der sich allein auf die Thematik materieller Letzteinheiten beschränkt, während Darlegungen kosmologischer und astrophysikalischer Art weitgehend aus-

geklammert werden. Gerade die Problematik der Elementarkorpuskeln gestattet eine solche Beschränkung, derart, daß logische Diskontinuitäten vermieden werden konnten. Andererseits sind aber die theoretischen Untersuchungen auch von unserem Aspekt her gesehen noch stark im Fluß. Aus diesem Grunde werden die noch offenen Fragen herausgestellt, und es wird stets darauf hingewiesen, wenn zusätzliche Terme nicht deduzierbar waren, sondern aus empirischen Gründen heuristisch konzipiert wurden. Auch wurden in den vorläufigen Lösungsformeln überall dort Summanden oder Faktoren $Y_k$ mit $k \geqq 1$ angebracht, wo möglicherweise bei einer späteren Weiterführung der Deduktionen Korrekturausdrücke erscheinen können. Dies bezieht sich jedoch im wesentlichen auf den zweiten Band dieser Schrift. Bei den numerischen Untersuchungen wurde vorerst und dem gegenwärtigen Stand der theoretischen Arbeit entsprechend für alle $Y_k = 1$ gesetzt.

Zur sprachlichen Vereinfachung wurden an Stelle der Begriffe makrokosmisch bzw. makroskopisch oder mikrokosmisch bzw. mikroskopisch die einmal von Treder (Physikertagung 1965 in Hoechst) formulierten Begriffe makro- und mikromar verwendet.

Im allgemeinen hält sich die Schreibweise des Formelsatzes an die DIN-Empfehlungen. Abweichend davon wird eine Größe $X$ durch das Zeichen $\hat{}$ in der Form $\hat{X}$ als Matrix mit den Elementen $X_{ik}$ ausgewiesen. Sind die $X_{ik}$ komplexer Natur, dann wird das Zeichen x für die hermitesche Konjugation $\hat{X}^{\mathrm{x}} = \hat{X}^{*}_{T}$ verwendet, bei der einer komplexen Konjugation die Indextransposition adjungiert wird. Ferner wird abweichend von DIN an Stelle des Kommutatorzeichens $[a, b] = ab - ba$ das alte Zeichen $(a \mathrm{x} b)_{\pm} = ab \pm ba$ für Kommutator oder Antikommutator verwendet, weil das Zeichen $[a, b]$ vom Autor bereits vor längerer Zeit für einen anderen Zweck vergeben wurde. Auch werden an Stelle des vektoranalytischen Nablaoperators die früher gebräuchlichen Operatoren div, grad und rot im $R_3$ verwendet, für die im $R_n$ mit $n > 3$ gemäß $\mathrm{div}_n$, $\mathrm{grad}_n$ und $\mathrm{rot}_n$ indiziert werden. Hier ist $\mathrm{div}_n$ die spezielle Skalardivergenz eines Vektorfeldes, während die den allgemeinen Tensorgrad verjüngende Skalardivergenz eines

Tensorfeldes durch $\overline{\mathrm{div}}_n$ und die den Tensorgrad erweiternde Tensordivergenz durch $\widehat{\mathrm{div}}_n$ symbolisiert wird.

Gelten dagegen die Theoreme des Infinitesimalkalküls nicht mehr, weil der $R_n$ durch geometrische Letzteinheiten $\tau > 0$ strukturiert wird, dann kommen die in Kapitel III definierten Symbole zur Anwendung.

Bei allen physikalischen Darlegungen wird das internationale Maßsystem verwendet, so daß als nicht abgeleitete empirische Naturkonstanten die Influenzkonstante $\varepsilon_0$, die Induktionskonstante $\mu_0$ sowie die Newtonsche Gravitationskonstante $\gamma$ und das Wirkungsquant $h = 2\pi\hbar$ auftreten. Zur Vermeidung von Mehrdeutigkeiten wird bei numerischen Werten die Dimensionierung, gegebenenfalls in [], hinter dem Betrag angegeben.

Für den ermutigenden Zuspruch, dieses Buch zu schreiben, danke ich besonders Herrn Prof. Dr. H. P. DÜRR und für die tatkräftige Unterstützung meiner Arbeit der GmbH MESSERSCHMITT-BÖLKOW-BLOHM. Herrn Dipl. Ing. R. Höhndorf danke ich für das Mittragen der Druckkosten. Ein besonderer Dank gilt Dipl. Ing. Walter Dröscher und Prof. Dr. Dr. Andreas Resch, durch deren ständige Mitarbeit der Band die vorliegende Form erreichte. An dieser Stelle soll schließlich nicht unerwähnt bleiben, daß ohne die geduldige und energische Mitarbeit meiner Frau, die jeden neuen Gedanken und all die schwierigen Manuskripte aufzeichnete, auch dieses Buch nicht hätte verfaßt werden können. Aus diesem Grunde gebührt ihr der Dank aller, die sich gern mit diesem Buch befassen.

# KAPITEL I

# DER MAKROMARE HINTERGRUND MIKROMARER PROZESSE

## 1. Logische und empirische Basis

Eine Beschreibung der materiellen Welt kann optimal nur dann erfolgen, wenn die Beschreibungsmethodik dem quantitativen Charakter der Materie angepaßt, also selbst von quantitativer Natur ist. Aus diesem Grunde kommt als optimale Deskriptionsmethodik nur ein mathematisches Schema in Betracht. Die Mathematik ist zwar ein an nur wenige Axiome gebundenes und in sich selbst geschlossenes System, jedoch ist dieses System an sich noch keineswegs ein Schema, welches als Abbild dieser materiellen Welt angesprochen werden kann. Die mathematische Beschreibung muß stets darauf hinauslaufen, ein mathematisches Schema aufzufinden, derart, daß dieses Schema ein Analogon zu den Strukturen der quantitativen materiellen Welt darstellt, was aber ohne Voraussetzungen nicht möglich sein kann.

Die notwendige Voraussetzung zur Auffindung dieses mathematischen Schemas muß aus der Natur der materiellen Welt selbst stammen, d. h., es muß eine induktive Basis aus einer physikalischen Empirie gefunden werden, welche aus empirisch gut begründeten und quantitativ formulierten, physikalischen Aussagen besteht. Hierbei sollte es sich um eine möglichst geringe Zahl empirisch gut fundierter physikalischer Prinzipien größtmöglicher Universalität handeln.

Als eine solche induktive empirische Basis einer mathematischen Beschreibung der materiellen Welt verwendeten wir die folgenden Sätze:

(a) Es gibt allgemeine Erhaltungsprinzipien wie z. B. solche der Energie, des Impulses oder der elektrischen Ladung.

(b) Es gibt Extremalprinzipien wie z. B. das Entropiegesetz im makromaren Bereich, welche durch Variationstheoreme formulierbar sind.

(c) Physikalische Wirkungen sind stets ganzzahlige Vielfache einer als Wirkungsquant $h$ bezeichneten kleinsten Wirkung, so daß die atomistische Struktur der Materie und die Nichtexistenz eines energetischen Kontinuums als Folge dieses Quantenprinzips anzusehen sind.

Über diese drei Prinzipien hinaus nahmen wir in die induktive Basis der mathematischen Deduktionen noch die Tatsache auf, daß im makromaren Bereich materielle Strukturen über den hinsichtlich der Drehgruppe kompakten physikalischen Raum $R_3$ hinweg durch Wirkungsfelder in physikalischen Zusammenhängen stehen.

(d) Im makromaren Bereich existieren die Wirkungsfelder des Elektromagnetismus, der Gravitation und solche geringer Reichweite.

($d_1$) Das elektromagnetische Feld wird durch das elektromagnetische Induktionsgesetz (MAXWELL) eichinvariant beschrieben.

($d_2$) Vom Gravitationsfeld ist empirisch nur bekannt, daß seine skalare Feldfunktion (Quadrat einer zirkulären Geschwindigkeit) der felderregenden Masse direkt und dem Abstand vom Gravitationszentrum umgekehrt proportional und das Feld nicht eichinvariant ist (NEWTON).

($d_3$) Es gibt im Nuklearbereich Nahwirkungsfelder.

Diese drei letzten empirischen Aussagen ($d_1$), ($d_2$) und ($d_3$) geben die Natur solcher Felder nur im Rahmen der Meßbarkeitsgrenzen wieder und sind wahrscheinlich nicht exakt.

Neben dieser empirischen Basis unserer Untersuchungen theoretischer Art sei kurz eine Empirie der zur Diskussion stehenden Elementarstrukturen der Materie angeführt. Die Experimentaluntersuchungen der Hochenergiephysik weisen ein Spektrum von Elementarkorpuskeln auf, zu dem es ein spiegelsymmetrisches Spektrum von Antikorpuskeln gibt. Uns erscheint die Wahrscheinlichkeit sehr groß, daß es sich bei diesen Korpuskeln tatsächlich um materielle Letzteinheiten handelt; denn trotz steigenden technologischen Aufwandes in der experimentellen Hochenergiephysik konnte bei Kollisionsuntersuchungen festgestellt werden, daß die kollidierenden Partikel nicht in irgendwelche Subsysteme zerfallen, sondern Paare (Korpuskel-Antikorpuskel) bilden. Aus diesem Grunde halten wir den Schluß für sinnvoll, diese Elementarkorpuskeln nicht nur als materielle Letzteinheiten aufzufassen, sondern sie auch als erlaubte Übergänge von freier Energie zu ponderabler Materie zu interpretieren, wofür ihr bereits gegenwärtig verhältnismäßig umfangreiches Spektrum ebenfalls sprechen dürfte.

Jede einzelne Elementarkorpuskel als Term dieses vorläufigen empirischen Spektrums verfügt wiederum über eine Serie quantitativ fest-

stellbarer Eigenschaften wie Baryonenziffer, Spin, Isospin, Seltsamkeitsquantenzahl, elektrisches Ladungsverhalten oder die Eigenschaft, eine spiegelsymmetrische Antikorpuskel zu sein. Darüber hinaus kommt jeder Korpuskel eine meßbare Trägheitsruhemasse und eine zeitliche mittlere Existenzdauer zu, nach deren Ablauf mit Ausnahme der als Elektronen und Protonen bezeichneten Partikel diese Korpuskeln im Rahmen eines radioaktiven Zerfalles in andere Terme des Spektrums transmutieren. Umgekehrt können auch Wechselbeziehungen zwischen diesen Elementarpartikeln beobachtet werden, welche wiederum zu Elementarpartikeln des empirischen Spektrums führen. Bei diesen Zerfalls- und Reaktionsprozessen kann eine ganze Reihe von Erhaltungssätzen gewisser Partikeleigenschaften beobachtet werden, von denen einige als Erhaltungsprinzipien (a) immer gelten, während andere Erhaltungssätze unter gewissen Bedingungen durchbrochen werden. Demzufolge erscheinen auch die Symmetrien gestört, die solchen Erhaltungssätzen entsprechen.

Neben diesen empirischen Elementarpartikeln gibt es noch Neutrinozustände, welche Zerfalls- und Reaktionsprozesse begleiten können, aber mit derzeitigen Mitteln nur indirekt nachweisbar und quantitativ noch nicht meßbar sind.

In der bekannten Weise können die vektoranalytischen Differentialgleichungen aus $(d_1)$ ineinander substituiert werden, was unter Verwendung vektoranalytischer Operatortheoreme das Ausbreitungsgesetz elektromagnetischer Induktionen als transversale Wellengleichung im ladungsfreien Vakuum mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit $c\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0} = 1$ (Lichtgeschwindigkeit) liefert. Im ungestörten Fall sind die Wellenzonen wegen $c = \text{const}$ im $R_3$ kugelsymmetrisch, während die Frequenz $\nu$ und die Wellenlänge $\lambda$ durch $\lambda\nu = c$ verknüpft sind. Bezogen auf Inertialsysteme, die mit konstanter Geschwindigkeit $v$ relativ bewegt werden, ist $\lambda$ vom jeweiligen Bezugssystem abhängig, während die sphärische Symmetrie der Wellenzonen beim Wechsel der Inertialsysteme invariant bleibt. Hierdurch wird das elektromagnetische Relativitätsprinzip begründet, welches auch die Invarianz der Wellengleichung fordert. Dies wiederum liefert als Transfor-

mationsgruppe beim Wechsel der inertialen Bezugssysteme eine Lorentzgruppe mit quadratischer Transformationsmatrix $\hat{A}_{_}$ vom Typ 4 und orthogonaler Eigenschaft $\hat{A}_{_}\hat{A}_{_T} = \hat{E}$ (Einheitsmatrix), wobei sich der Begriff orthogonal auf den zugrundeliegenden komplexen algebraischen Zahlenkörper bezieht, so daß im speziellen Fall $\hat{A}_{_T} = \hat{A}^*_{_} \neq \hat{A}_{_}$ wird. Mit $\hat{A}_{_}$ werden die reellen Koordinaten $x_1$, $x_2$ und $x_3$ des physischen $R_3$ und die Zeit $t$ transformiert, so daß die Begriffe Raum und Zeit relativiert werden. Auf diese Weise wird die Einführung einer vierten Koordinate als imaginäre Lichtzeit $x_4 = ict$ und die Konstruktion einer Raumzeit als Minkowskiraum $R_{_4}$ über dem komplexen algebraischen Zahlenkörper nahegelegt. Die Zustandsänderungen in der materiellen Welt erscheinen dann im $R_{_4}$ als Ereignisstrukturen, die gegen $\hat{A}_{_}$ invariant sind. Ausgeschlossen ist hier allerdings ($d_2$). Eine Konsequenz dieser lorentzinvarianten Darstellung der Naturgesetze ist u. a. das Energie-Materieäquivalent $E = mc^2$, wonach jeder Energie $E$ eine Masse $m$ äquivalent ist, wenn ganz allgemein als Masse der Trägheitswiderstand gegen Bewegungsänderungen im $R_3$ verstanden wird. Ist $m_0$ eine Ruhemasse und ist $v = \beta c$ eine Relativgeschwindigkeit, dann gilt auch für $m$ (als Transversalmasse) die bekannte lorentzinvariante Darstellung $m\sqrt{1-\beta^2} = m_0$ und für den Impuls $p = mv$. Hieraus folgt dann das relativistische Energieprinzip $E_Q = pc$. Andererseits folgt aus (c), daß die Wirkungsquantisierung unmittelbar eine Quantisierung der Energie eines Wellenfeldes der Frequenz $\nu$ im Vakuum gemäß $E_n = nh\nu$ mit ganzzahligem $n \geqq 1$ zur Folge hat. Die Substitution $\nu\lambda = c$ und der Vergleich $E_n = E_Q$ liefert dann die Beziehung $p\lambda = h$ als de Broglie-Gleichung, die einen Quantendualismus ausdrückt, derart, daß ein jedes materielle Quant sowohl in einem Korpuskular-als auch in einem Wellenbild erscheinen kann. Aus diesem Grunde werden die Energiequanten $h\nu$ des elektro-magnetischen Feldes als Photonen bezeichnet.

Hier scheint uns eine Präzisierung der Terminologie angebracht zu sein. In der Literatur werden häufig diese Photonen und hypothetische Gravitonen als masselos bezeichnet. Tatsächlich müssen aber diesen Quanten nach dem Energiematerieäquivalent Feldmassen zugespro-

chen werden, obgleich sie keine Ruhemasse haben. Wir sprechen daher von der *Imponderabilität* der Photonen und Gravitonen, die sich in $m_0 = 0$ ausdrückt. Bei den Elementarkorpuskeln hingegen ist stets $m_0 > 0$, so daß diesen Partikeln nach unserer Terminologie die Eigenschaft der *Ponderabilität* zukommt.

Wenn von Elementarstrukturen der Materie gesprochen wird, dann kann es sich hierbei nicht nur um die ponderablen Elementarpartikel handeln, vielmehr erscheinen uns auch die imponderablen Photonen und hypothetischen Gravitonen als solche Elementarstrukturen, so daß es uns gerechtfertigt erscheint, für ponderable und imponderable Elementarstrukturen den Begriff des elementaren *Materiefeldquants* (*Mq*) als Oberbegriff einzuführen. Mit diesem Begriff des *Mq* erweitert sich zwangsläufig die bereits in der Vorbemerkung skizzierte Problemstellung.

Es muß darauf ankommen, die Gesamtheit aller *Mq* einheitlich zu beschreiben; denn eine einheitliche Theorie der materiellen Welt kann nur eine einheitliche Theorie dieser *Mq* sein. Möglicherweise eignet sich für eine derartige Beschreibung eine entsprechende Strukturtheorie. Auch muß eine Möglichkeit erarbeitet werden, wie das Spektrum der ponderablen *Mq* separiert werden kann und wie ein möglichst vollständiger Satz von Fundamentalsymmetrien erstellbar ist, deren Invarianzforderungen eine allgemeine relativistische Basisdynamik der Elementarpartikel begründen.

Wir halten es für durchaus denkbar, daß diese Fundamentalsymmetrien der Basisdynamik sich als Symmetrien höherer Ordnung erweisen könnten.

## 2. Der makromare Hintergrund

Bereits die gegenwärtig empirisch bekannte Gesamtheit der *Mq* ist verhältnismäßig umfangreich und bietet ein überaus verwirrendes Bild verschiedenster Eigenschaften. Oberflächlich betrachtet scheint eine einheitliche Beschreibung unmöglich zu sein, zumal ein einfaches System als Ausgangspunkt einer Beschreibung nicht existiert. Unabhängig von diesem phänomenologischen Bild müssen jedoch alle diese *Mq* wie auch immer geartete Zustände der Energie sein, derart, daß jedem *Mq* nach dem aus ($d_1$) folgenden Energiematerieäquivalent eine ponderable oder auch imponderable Trägheitsmasse zukommen muß.

Eine deduktive einheitliche Beschreibung der *Mq* muß von einer Eigenschaft ausgehen, die allen *Mq* gleichermaßen zukommt und diese *Mq* dadurch definiert, daß diese Eigenschaft bei keinem *Mq* verschwindet. Hier bietet sich wiederum die Trägheitsmasse oder aber die Dauer der Existenzzeit an. Hinsichtlich der Existenzzeit ergibt sich nach unserer Auffassung kein günstiger Ansatzpunkt. Zwar ist diese Zeit stets vom Wert 0 verschieden, wenn eine Struktur überhaupt als existent erscheinen soll, doch setzt dieses Zeitintervall als deduktiver Ausgangspunkt eine konkrete Kenntnis der Raumzeitstruktur des *Mq* voraus, und außerdem ist diese Zeit bei einigen *Mq* mindestens so groß wie das Weltalter der Materie selbst. Uns erscheint daher der Begriff der Trägheitsmasse aller *Mq* ein geeigneter deduktiver Ausgangspunkt zu sein.

Aus ($d_2$) und dem Begriff der Trägheitskräfte kann in der bekannten Weise nach A. EINSTEIN auf ein weiteres Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation geschlossen werden, derart, daß jede Trägheitswirkung einer Gravitationswirkung äquivalent ist, und demzufolge jede Trägheitsmasse als Quelle eines Gravitationsfeldes aufzufassen ist. Wenn aber jedes *Mq* irgendein energetischer Zustand ist, dem Trägheitsmasse äquivalent zugesprochen werden muß, dann muß daraus ge-

schlossen werden, daß jedes wie auch immer geartete $Mq$ als Quelle eines elementaren Gravitationsfeldes erscheint. Daraus folgt zwangsläufig, daß die allgemeine Gravitation das einheitliche Hintergrundphänomen ist, vor welchem sich das Mikrogeschehen der $Mq$ ereignet, so daß diese allgemeine Gravitation zugleich die allen $Mq$ gleichermaßen zukommende Eigenschaft darstellt. Es muß also darauf ankommen, zunächst dieses Hintergrundphänomen der Gravitation auszuloten.

Vom Phänomen der Gravitation ist indes empirisch außerordentlich wenig bekannt, und zwar im makromaren Bereich u. a. nur das Newton'sche Gravitationsgesetz ($d_2$), welches im ungestörten statischen Fall ein kugelsymmetrisches asymptotisch verlaufendes Coulomb-Feld beschreibt, während im mikromaren Bereich über den Gravitationsfeldverlauf im $R_3$ empirisch nichts bekannt ist. Auf indirektem Wege lassen sich jedoch noch einige weitere Aussagen machen. Ist $M_0$ die makromare felderregende Masse und $r$ ein Abstand vom Schwerpunkt dieser Masse, dann gilt bekanntlich außerhalb eines von $M_0$ ausgefüllten Kugelvolumens vom Radius $r_0 \leqq r$ für die Gravitationsfeldfunktion $\varphi_n$ empirisch $r\varphi_n = \gamma M_0$ gemäß ($d_2$) mit dem Feldvektor $\vec{G}_n = \mathrm{grad}\varphi_n$ als Fallbeschleunigung. Es sei hier bemerkt, daß neben $\varphi_n$ aus ($d_2$) noch empirisch überprüfbare Aussagen der Allgemeinen Relativitätstheorie existieren, wie die Lichtbeugung durch hinreichend starke Gravitationsfelder, die Rotverschiebung des von hinreichend starken Gravitationsfeldquellen emittierten Lichtes, unterschiedliche elektromagnetische Signallaufzeiten bei unterschiedlichen Gravitationsfeldern oder die Achsenpräzession geschlossener exzentrischer Gravitationsbahnen. Diese über ($d_2$) hinausgehenden Erfahrungen sollen zunächst nicht berücksichtigt werden, weil es einerseits vorerst nur darauf ankommt, den Ansatz zu einer phänomenologischen Gravitationsdynamik zu erarbeiten, während sich andererseits die Grundgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (und damit auch ihre Lösungen) später als Approximationen eines übergeordneten Zusammenhanges ergeben. Soll eine solche Antizipation nicht vorgenommen werden, dann bleibt als phänomenologischer Ausgangspunkt empirischer

Art nur $(d_2)$ mit $(d_1)$, also $r\varphi_n = \gamma M_0$, mit dem Feldvektor $\vec{G}_n = \text{grad}\,\varphi_n$ des empirischen Sachverhaltes ($d_2$).

Dieses Gravitationsfeld verursacht das Phänomen der Schwerkraft, doch kann diese Schwerkraft immer forttransformiert werden, wenn sich der schwere Körper im System einer kräftefrei gravitierenden Bewegung (z. B. freier Fall) befindet, während die diese Schwerkraft verursachende Gravitation als Skalarfeld $\varphi_n$ invariant bleibt. Dieser Zustand muß aber hinsichtlich des leeren $R_3$ ein energetischer Zustand sein, so daß auch dem Gravitationsfeldzustand nach dem Energiematerieäquivalent eine Feldmasse zugeordnet werden muß, die wiederum einer zusätzlichen Gravitationsfeldquelle entspricht. Die Folge hiervon wäre dann eine geringfügige Abweichung des räumlichen Feldverlaufes von $\varphi_n$, die zwar weit unter jeder Meßbarkeitsgrenze liegt, aber möglicherweise unter geeigneten Bedingungen doch erscheinen könnte. Auswirken kann sich eine solche Korrektur nur in der Form, daß $M = M(r)$ aus $M_0 = M(r_0)$ und der gravitativen Feldmasse $M(r) - M_0$ im betreffenden Volumen zusammengesetzt ist. Die Newtonsche Funktion $\varphi_n$ wäre daher zu $r\varphi = \gamma M(r)$ und $\vec{G} = \text{grad}\varphi$ zu korrigieren. Im mikromaren Bereich wäre die Frage zu entscheiden, ob das Gravitationsfeld ein Quantenfeld ist oder nicht. Im Fall des elektrischen Feldes erscheint die Wechselwirkung als ponderomotorische Kraft, wobei der Quantencharakter dieses Feldes seinen Ausdruck in der Unschärferelation kanonisch konjugierter Größen findet. Denkt man sich nun die ponderomotorische Kraft durch ein entsprechendes Gravitationsfeld verursacht, so ist nach BONDI nicht einzusehen, warum nur durch den Wechsel des die ponderomotorische Kraft verursachenden Zustandes nunmehr die vom spezifischen Feldzustand unabhängigen kanonisch konjugierten Größen dieser allgemeinen Unschärferelation nicht mehr unterworfen sein sollten. Wie dem auch sei, auf jeden Fall muß es im mikromaren Bereich elementare Gravitatiosfelder der $Mq$ geben, die deshalb elementar sind, weil die $Mq$ materielle Letzteinheiten darstellen und offenbar das Gravitationsfeld sich hinsichtlich seiner Feldquelle additiv verhält. Schließlich beschreibt ($d_2$) ein statisches Feld, so daß uns als eine eindeutige Erweiterungsmög-

lichkeit der Versuch sinnvoll erschien, im Sinne einer Gravitationsdynamik zeitliche Änderungen des Feldes unter impliziter Berücksichtigung von $M(r)$ als Ansatz durchzuführen.

Zu diesem Zweck wird im physischen Raum $R_3$ ein cartesisches, rechtsorientiertes Koordinatensystem mit den reellen Koordinaten $x_1$, $x_2$ und $x_3$ aufgespannt, die Funktionen der Zeit $t$ sein können. Zur Kürzung werden funktionale räumliche Abhängigkeiten (sofern keine Mehrdeutigkeiten erscheinen) in der Form $f(x_1, x_2, x_3) = f(x)$ geschrieben. Auch seien diese Koordinaten mit dem normierten Orthogonalsystem $\vec{e}_i\vec{e}_k = \delta_{ik}$ gemäß $\vec{x}_k = \vec{e}_k x_k$ orientiert. Im allgemeinen Fall wird eine aus heterogenen Diskontinuitäten zusammengesetzte Masse $M_{(0)} = \text{const}$ auf dieses Koordinatensystem bezogen, derart, daß der Schwerpunkt dieser Masse im Koordinatennullpunkt liegt. Die Diskontinuitäten von $M_{(0)}$ sollen sich im allgemeinen Fall bewegen, wobei für diese zeitlichen Ortsänderungen $\vec{v} = \sum_{k=1}^{3} d\vec{x}_k / dt$ als jeweilige Geschwindigkeit gesetzt wird. Da $M_{(0)} = \text{const}$ sein soll, muß es stets eine geschlossene Fläche $X_0$ geben, welche das Volumen $V_0 = V(x_0)$ von $M_{(0)}$ so umschließt, daß kein diskontinuierliches Element dieser Masse $X_0$ und damit $V_0$ trotz $\vec{v} \neq \vec{0}$ verläßt. Diese Masse $M_{(0)}$ in $V_{(0)}$ ist in jedem Fall Quelle eines Gravitationsfeldes, welches sowohl in $V_{(0)}$ als auch in Volumina $V(x > x_0) > V_0$ erscheint, wobei $V(x)$ das Quellenvolumen $V_0$ enthält. Wird dem Vorangegangenen entsprechend das Gravitationsfeld als ein energetischer Zustand des Raumes aufgefaßt, dann entspricht diesem Zustand eine Feldmasse $\mu(x, t)$, die sich aus einem internen Anteil $\mu_i(x \leqq x_0)$ in $V_0$ und einem externen Anteil $\mu_e(x > x_0)$ in $V(x)$ gemäß $\mu(x, t) = \mu_e(x, t) + \mu_i(x, t)$ zusammensetzt. Neben diesen drei Feldmassen und der Quellenmasse $M_{(0)} = \text{const}$ muß es noch die Massen $M_0 = \mu_i + M_{(0)}$ und allgemein $M(x,t) = \mu_e + M_0 = \mu(x,t) + M_{(0)}$ in $V(x)$ geben. Wird zur Kürzung $V(x) = V$ in Analogie zu $V_0$ gesetzt, dann ergeben sich aus diesen sechs zu unterscheidenden Massen zunächst als globale Dichten der Feldmasse $\sigma_{g\mu} = \mu / V$, sowie $\sigma_i = \mu_i / V_0$ und $\sigma_e = \mu_e / (V - V_0)$, während für die Feldquellendichten $\sigma_g = M / V, \sigma_{g0} = M_0 / V, \sigma_0 = M_{(0)} / V$,

$\sigma_{(0)0} = M_{(0)} / V_0$ und $\sigma_{00} = M_0 / V_0$ in globaler Form geschrieben werden kann. Neben diesen 8 globalen Dichten muß es noch eine differentielle Dichte $\sigma_\mu$ und die allgemeine differentielle Massendichte $\sigma(x,t)$ geben.

Da sich die vorgeschlagene Korrektur mit $\mu(x,t)$ nur auf die Feldquelle $M(x,t)$ bezieht, würde $\mu(x,t) \to 0$ mit $M(x,t) \to M_{(0)} = \text{const}$ zur Newtonschen Approximation $\varphi(x,t) \to \varphi_n$ und $\vec{G}(x,t) \to \vec{G}_n = \text{grad}\varphi_n$ führen. Andererseits gilt für diesen Feldvektor $\text{div}\vec{G}_n \sim \sigma_{(0)0}$, so daß zu vermuten ist, daß in der korrigierten Fassung $\alpha\text{div}\vec{G} = \sigma$ mit $\alpha = \text{const} > 0$ gilt.

Unter den vorgegebenen Voraussetzungen muß für $\sigma(x,t)$ die totale Zeitableitung verschwinden. Da in $\frac{d\sigma}{dt} = 0$ allgemein

$$d\sigma = \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial\sigma}{\partial x_k} dx_k + \dot{\sigma}dt, \text{ also } \frac{d\sigma}{dt} = \dot{\sigma} + \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial\sigma}{\partial x_k} dx_k / dt =$$

$= \dot{\sigma} + \vec{v}\text{grad}\sigma$ gilt und wegen $\text{div}\vec{v} = 0$ mit $\sigma\text{div}\vec{v} = 0$ additiv erweitert werden kann, folgt unmittelbar $\dot{\sigma} + \text{div}(\sigma\vec{v}) = 0$ aus $\frac{d\sigma}{dt} = 0$.

In $\alpha\text{div}\vec{G}(x,t) = \sigma(x,t)$ kann partiell nach $t$ differenziert werden, was wegen der Kommutativität partieller Ableitungen zu $\alpha\text{div}\dot{\vec{G}} = \dot{\sigma}$ führt, worin mit $\dot{\sigma} = -\text{div}(\sigma\vec{v})$ substituiert werden kann. Die entstehende Quellenfreiheit $\text{div}(\alpha\dot{\vec{G}} + \sigma\vec{v}) = 0$ kann offenbar nur mit $\text{divrot} = 0$ allgemein erfüllt werden, so daß ein Hilfsvektorfeld

$\vec{\mu}(x,t) \perp \alpha\dot{\vec{G}} + \sigma\vec{v}$ angenommen werden muß, für welches

$\text{rot}\vec{\mu} \sim \alpha\dot{\vec{G}} + \sigma\vec{v}$ gilt. Eine eventuelle Erweiterung von $(\mathbf{d_2})$ im Sinne einer phänomenologischen Gravitationsdynamik muß also von

$$\text{rot}\vec{\mu} \sim \alpha\dot{\vec{G}} + \sigma\vec{v}, \qquad \alpha\text{div}\vec{G} = \sigma, \qquad \alpha = \text{const} > 0 \qquad (*)$$

ausgehen, worin sich $\alpha$ mit Sicherheit vom Proportionalitätsfaktor in der Poisson-Fassung der Newtonschen Näherung $(\mathbf{d_2})$ unterscheidet.

Im ersten Teil von $(*)$ ist hinsichtlich des Proportionalitätsfaktors nur $b \neq 0$ bekannt. Eine Rotorbildung liefert wegen $\text{rotrot} = \text{graddiv} - \text{divgrad}$ im physischen Raum

$$\alpha \mathrm{rot}\dot{\vec{G}} + \mathrm{rot}(\sigma\vec{v}) = b\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\vec{\mu} = b(\mathrm{graddiv}\vec{\mu} - \mathrm{divgrad}\vec{\mu})$$

oder mit der Kürzung

$\mathrm{graddiv}\vec{\mu} - (\mathrm{rot}(\sigma\vec{v}))/b = \vec{w}$ die Beziehung $\alpha \mathrm{rot}\dot{\vec{G}} \sim -\mathrm{divgrad}\vec{\mu} + \vec{w}$.

Voraussetzungsgemäß soll ein gravitationsdynamischer Prozeß beschrieben werden, der sich in $\vec{\mu}$ äußert. Aus diesem Grunde könnte angenommen werden, daß sich $\vec{\mu}$ im $R_3$ entweder im Sinne einer sogenannten «Gravitationsstrahlung» oder aber mindestens im Sinne der Feldstörung eines Potentialfeldes ausbreitet. Mit $a^2 \neq 0$ in $0 < |a^2| < \infty$ kann also heuristisch $\mathrm{divgrad}\vec{\mu} = a^2\ddot{\vec{\mu}}$ geschrieben werden, was jedoch einen etwas spekulativen Charakter trägt. Wegen $a^2 \neq 0$ kann das negative Vorzeichen des Operators divgrad in $a^2$ aufgenommen werden, was mit $a^2 / \alpha = \beta = \mathrm{const} \neq 0$ den Zusammenhang $\alpha \mathrm{rot}\dot{\vec{G}} \sim \alpha\beta\ddot{\vec{\mu}} + \vec{w}$ ergibt. Die Zweideutigkeit des Vorzeichens ist jetzt auf die Konstante $\beta$ beschränkt. Abgesehen von $\mathrm{rot}(\sigma\vec{v})$ wird $\vec{w}$ wesentlich vom Gradienten der unbekannten Quellenverteilung $\mathrm{div}\vec{\mu}$ bestimmt und erscheint in $kgm^{-3}s^{-1}$ dimensioniert. Aus diesem Grunde ist es zweckmäßig, $\vec{w}$ als ein undimensioniertes räumliches Feld $\vec{f}(x) = \mathrm{const}$ hinsichtlich $t$ aufzufassen, welches mit einem zeitabhängigen Faktor multipliziert werden muß. Mit Sicherheit wird die Quellenverteilung von $\vec{\mu}$ wesentlich durch die zeitliche Änderung der differentiellen Felddichte $\sigma_\mu$ bestimmt, so daß heuristisch $\vec{w} = \dot{\sigma}_\mu \vec{f}(x)$ gesetzt werden könnte, zumal damit eine Zeitintegration möglich wird. Man erhält, wenn man berücksichtigt, daß in $M(x,t) = \mu(x,t) + M_{(0)}$ wegen $M_{(0)} = \mathrm{const}$ hinsichtlich $x$ und $t$ die Zeitabhängigkeit nur in $\mu$ erscheint, also $\dot{\sigma}_\mu = \dot{\sigma}$ sein muß, $\alpha \mathrm{rot}\dot{\vec{G}} \sim \alpha\beta\dot{\vec{\mu}} + \vec{f}\int \dot{\sigma}dt$. Im Volumen $V(x) = \mathrm{const}$ hat die Dichteintegration von $\sigma_{(0)}$ bis zur differentiellen Gesamtdichte $\sigma$ zu erfolgen; denn dieses Intervall umschließt die gesamte Dichteverteilung des Quellenfeldes $\sigma_\mu$. Daraus folgt $\mathrm{rot}\dot{\vec{G}} \sim \beta\dot{\vec{\mu}} + (\sigma - \sigma_{(0)})\vec{f}/\alpha$. Hier wird mit $\mathrm{divrot} = 0$ die Divergenzbeziehung

$\alpha\beta\,\mathrm{div}\dot{\vec{\mu}} = -\mathrm{div}((\sigma - \sigma_{(0)})\vec{f}) = -\vec{f}\,\mathrm{grad}(\sigma - \sigma_{(0)}) - (\sigma - \sigma_{(0)})\mathrm{div}\vec{f} =$

$= -(\sigma - \sigma_{(0)})\,div\vec{f}$, wenn $\vec{f} \perp \mathrm{grad}(\sigma - \sigma_{(0)})$ gilt, was durchaus möglich ist. Die Beziehung $(*)$ wird also ergänzt durch

$$\mathrm{rot}\vec{G} \sim \beta\dot{\vec{\mu}} + (\sigma - \sigma_{(0)})\vec{f}/\alpha, \qquad \alpha\beta\,\mathrm{div}\dot{\vec{\mu}} = -(\sigma - \sigma_{(0)})\,\mathrm{div}\vec{f},$$
$$\beta = \mathrm{const} \neq 0 \qquad (*\mathbf{a}).$$

Die beiden Systeme **(*)** und **(*a)** können unter der Voraussetzung kleiner Feldquellenmassen und sehr geringer Felddichten approximiert werden. Mit $\mathrm{grad}\sigma_{(0)} \approx \vec{0}$ und $\sigma - \sigma_{(0)} \approx 0$, also $\mathrm{div}\vec{G} \approx \sigma_{(0)}$ wird mit $\vec{v} = \vec{0}$ und der Forderung $\mathrm{div}\vec{\mu} \approx 0$, sowie der Festlegung $b = 1$ (wodurch die Allgemeinheit nicht eingeschränkt wird), das System zu $\mathrm{rot}\vec{\mu} = \alpha\vec{G}$ und $\mathrm{rot}\vec{G} = \beta\dot{\vec{\mu}}$. Partielle Zeitdifferentiation und wechselseitige Substitution ergibt unter Verwendung von rotrot = graddiv − − divgrad für beide Bestimmungsstücke des Gravitationsfeldes $\vec{p} \triangleq (\vec{G}, \vec{\mu})$ das gleiche raumzeitliche Ausbreitungsgesetz $\mathrm{divgrad}\vec{p} + \alpha\beta\ddot{\vec{p}} = \vec{0}$, worin wegen $\beta \neq 0$ eine Zweideutigkeit erscheint. Ist $\beta < 0$, dann beschreibt die Beziehung die transversale Wellengleichung einer «Gravitationsstrahlung», die sich mit der unbekannten Geschwindigkeit $\omega$ in $0 < \omega < \infty$ ausbreitet, während für $\beta > 0$ die Beziehung eine vierdimensionale Potentialgleichung wird, welche die Ausbreitung einer gravitativen Feldstörung mit $\omega$ beschreibt. In beiden Fällen gilt jedoch $\omega^2\alpha|\beta| = 1$, so daß zur Ergänzung

$$\vec{p} \triangleq (\vec{G}, \vec{\mu}), \quad \mathrm{divgrad}\vec{p} + \alpha\beta\ddot{\vec{p}} = \vec{0}, \quad \omega^2\alpha|\beta| = 1, \quad 0 < \omega < \infty \qquad (*\mathbf{b})$$

geschrieben werden kann.

Empirisch war es bis zum gegenwärtigen Zeitpunkt nicht möglich, transversale Gravitationswellen einer Gravitationsstrahlung auch nur qualitativ nachzuweisen (WEBER und WHEELER). Auch erscheint das Gravitationsfeld trotz des gravitationsdynamischen Versuches **(*)** bis **(*b)** bei allen empirischen Potentialmessungen als ein nicht eichinvariantes Feld, weil prinzipiell $\sigma - \sigma_{(0)} \neq 0$ und $\mathrm{div}\vec{\mu} \neq 0$ bleibt.

Andererseits müssen jedoch auf jeden Fall zeitliche Potentialstörungen des Feldes existieren, die als Gezeitenwirkungen real beobachtbar sind. Aus diesen Gründen wurde im folgenden $\beta > 0$ unterstellt, doch ändert sich an der folgenden Konstruktion nichts, wenn $\beta < 0$ wahr sein sollte.

Die gravitativen Feldstörungen breiten sich also als raumzeitliche Potentiale mit einer unbekannten Geschwindigkeit $\omega$ aus. Zwar liegt

$\omega = c$ nahe, doch scheint uns dies ein spekulativer Schluß, der nicht unbedingt gerechtfertigt zu sein braucht; denn tatsächlich ist nur $0 < \omega \ll \infty$ bekannt. Diese Potentialgleichung kann in einer reellen Raumzeit $R_{+4}$ mit der Zeitkoordinate $x_{+4} = \omega t$ beschrieben werden, wobei der $R_{+4}$ eine Hilfskonstruktion ist, so daß im $R_{+4}$ die $Mq$ ausgeschlossen und nur Gravitationsfeldstrukturen mit ihren zeitlichen Störungen zugelassen werden. Damit ist die Möglichkeit gegeben, auch im $R_{+4}$ ein Relativitätsprinzip hinreichend schwacher gravitativer Feldstörungen hinsichtlich mit $v = \text{const}$ bewegter Inertialsysteme aufzustellen, was ebenfalls zu einer Lorentzgruppe mit der vierreihigen quadratischen Transformationsmatrix $\hat{A}_+$ führt, die orthogonaler Natur $\hat{A}_+ \hat{A}_{+\mathrm{T}} = \hat{E}$ ist. Explizit ergibt sich aus dem gravitationsdynamischen Ansatz für den Sonderfall einer Relativbewegung längs der Koordinate $x_1$ mit $\vec{v} = d\vec{x}_1 / dt = \text{const}$ hinsichtlich $t$ und der Richtung für $\hat{A}_+$ mit $\omega\beta_+ = v$ und der reellen Drehung $tg\psi_+ = \beta_+$ das Schema

$$\hat{A}_+ = \begin{pmatrix} \cos\psi_+ & 0 & 0 & \sin\psi_+ \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\psi_+ & 0 & 0 & \cos\psi_+ \end{pmatrix}$$

in Analogie zur imaginären Drehung $tg\psi_- = i\beta_-$ mit $c\beta_- = v$ in der ebenfalls orthogonalen Matrix

$$\hat{A}_- = \begin{pmatrix} \cos\psi_- & 0 & 0 & \mathrm{i}\sin\psi_- \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\mathrm{i}\sin\psi_- & 0 & 0 & \cos\psi_- \end{pmatrix}$$

des elektromagnetischen Relativitätsprinzips im $R_{-4}$ aus $(\mathrm{d}_1)$.

In diesem $R_{+4}$ können nun die gravitativen Feldgrößen durch einen antisymmetrischen Feldtensor $G_{km} = -G_{mk}$ zusammengefaßt werden, so daß die vierdimensionale Vektordivergenz $(R_{+4})$ dieses Ten-

sors das für zeitlich variable Gravitationsfelder erweiterte Gravitationsgesetz in einer gegen $\hat{A}_+$ invarianten Form beschreibt.

In ähnlicher Weise kann $(\mathbf{d_1})$ in einer gegen $\hat{A}_-$ invarianten Form im $R_{-4}$ durch einen antihermiteschen Feldtensor $F_{km} = -F^*_{mk}$ des elektromagnetischen Feldes im $R_{-4}$ durch eine Vektordivergenz dieses Tensorfeldes beschrieben werden, die einem elektrischen Viererstrom proportional ist. Auch existiert zu $F_{km}$ der duale Tensor.

Tatsächlich sind die Raumzeitkonstruktionen $R_{\pm 4}$ mit $x_{+4} = \omega t$ sowie $x_{-4} = \mathrm{ict}$ und gemeinsamen $R_3$-Koordinaten oder die Matrizen $\hat{A}_\pm$ nur fiktive Hilfskonstruktionen; denn eine Raumzeit $R_{+4}$, in welcher es nur gravitative Feldstrukturen gibt, entbehrt ebenso der physikalischen Realität wie eine Raumzeit, welche allein von gravitationsfreien $Mq$ bestimmt wird. In der wirklichen Raumzeit $R_4$ erscheinen die $Mq$ als gravitative Feldquellen und die entsprechenden Gravitationsfelder stets als Einheit. Die $R_{\pm 4}$ können nicht als Tangentialraumzeiten an $R_4$ betrachtet werden, vielmehr scheint hier eine «Verschränkung» vorzuliegen, so daß die im $R_3$ definierte Einheit aus Feldquelle und Gravitationsfeld sowohl in einem $R_{-4}$ (mit dem $Mq$ als Feldquelle) als auch hinsichtlich des Gravitationsfeldes im $R_{+4}$ gegeben ist. Es muß daher darauf ankommen, zunächst diesen wahren $R_4$ aus einer Synthese zu konstruieren.

ozesse

eiterte Gravitations-
eibt.
_ invarianten Form
r $F_{km} = -F^*_{mk}$ des
Vektordivergenz die-
elektrischen Vierer-
duale Tensor.
$R_{\pm 4}$ mit $x_{+4} = \omega t$
ordinaten oder die
denn eine Raumzeit
gibt, entbehrt ebenso
lche allein von gravi-
en Raumzeit $R_4$ er-
l die entsprechenden
nen nicht als Tangen-
ehr scheint hier eine
$R_3$ definierte Einheit
nem $R_{-4}$ (mit dem
Gravitationsfeldes im
nen, zunächst diesen

## 3. Die nichthermitesche Raumzeitstruktur

Die sich durch $x_{+4} = \omega t$ und $x_{-4} = \mathrm{ict}$ algebraisch unterscheidenden $R_{\pm 4}$ sowie $\hat{A}_\pm$ bedingen, daß durch die Invarianz gegen $\hat{A}_-$ für ponderable Strukturen im $R_3$ die Geschwindigkeitsbegrenzung $0 \leqq v < c$ besteht, während im $R_{+4}$ durch $\hat{A}_+$ jeder Wert $0 \leqq v < \infty$ zugelassen wird, wenn $\beta > 0$ in **(*a)** gilt.

Die Multiplikation der $\hat{A}_\pm$ zeigt $(\hat{A}_- \times \hat{A}_+)_- = \hat{0}$, das heißt, wegen dieser Kommutativität sind die $\hat{A}_\pm$ der $R_{\pm 4}$ reguläre Affinitäten, so daß im $R_4$ eine Invarianz gegen $\hat{B} = \hat{A}_+ \hat{A}_-$ gefordert werden muß.

Wegen des Faktors $\hat{A}_-$ ist auch $\hat{B}$ über dem komplexen algebraischen Zahlenkörper gegeben, und wegen der Orthogonalität der kommutierenden Faktoren wird die Orthogonalität $\hat{B}\,\hat{B}_T = \hat{E}$ sofort evident, wobei im speziellen Fall $\hat{B}_\mathrm{T} = \hat{B}^*$ wird. Nun erscheinen die Elemente von $\hat{A}_+$ in $\hat{B}$ derart als Faktoren der Elemente von $\hat{A}_-$, daß durch $\hat{B}$ im $R_4$ ebenfalls die Geschwindigkeitsbegrenzung $0 \leqq v < c$ für ponderable Strukturen gilt. Sollte sich aus empirischen Gründen $\beta < 0$ in **(*a)** herausstellen, dann hätte dies $x_{+4} = i\omega t$ sowie $tg\psi_+ = i\beta_+$ zur Folge und $\hat{A}_+$ hätte den gleichen algebraischen Charakter wie $\hat{A}_-$, so daß der $R_{+4}$ ebenfalls ein Minkowskiraum würde. Für $\hat{B}$ bedeutete dies, daß es zwar die Begrenzung $0 \leqq v < c$ gibt, aber der Faktor $\beta$ im Fall $\omega < c$ als $1 + \beta^2 > 2$ relevant wird. Da alle hochenergiephysikalischen Erfahrungen an Partikelbeschleunigern auf $0 \leqq v < c$ eindeutig hinweisen, müßte im Fall $\beta < 0$ aufgrund dieser Erfahrungen $\omega \geqq c$ gefordert werden. Für die Konstruktion der $R_{\pm 4}$, sowie die Synthese von $\hat{B}$ und $R_4$ ist wegen $0 \leqq v < c$ die Zweideutigkeit $\beta > 0$ oder $\beta < 0$ der unbekannten Konstante in **(*a)** völlig belanglos. Aus diesem Grunde kann der gesuchte $R_4$ nur ein Minkowskiraum sein, der wie der $R_{-4}$ von den reellen vertauschbaren $R_3$-Koordinaten und der mit ihnen nicht vertauschbaren imaginären Zeitkoordinate

$x_{-4} = \mathrm{ict}$ aufgespannt wird, so daß auch im $R_4$ eine Quaternionendarstellung gegeben ist.

Hinsichtlich der $R_{\pm 4}$ können aus (∗) bis (∗**b**) sowie aus dem elektromagnetischen Relativitätsprinzip aus $(\mathrm{d}_1)$ gegen die $\hat{A}_{\pm}$ invariante Feldtensoren der Gravitation $G_{km}(R_{+4})$ und des Elektromagnetismus $F_{km}(R_{-4})$ in ihrer Existenz nachgewiesen werden. Hieraus folgt wiederum die Existenz der Synthese eines gegen $\hat{B}$ invarianten einheitlichen Feldtensors $M_{km}(R_4) \neq M^*_{mk}$, dessen Iteration zu einem kanonischen Energiedichtetensor $T_{ik} = \sum_{m=1}^{4} M_{im} M_{mk}$ führt.

Dieser Tensor $T_{ik} \neq T^*_{ki}$ kann wegen des Energiematerieäquivalents auch als ein allgemeiner Materietensor im makromaren Bereich aufgefaßt werden, der das Gravitationsfeld und dessen Quelle einheitlich umfaßt; denn wegen des Ansatzes (Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation) $M(x,t) = \mu(x,t) + M_{(0)}$ mit $M_{(0)} = \mathrm{const}$ hinsichtlich $x$ und $t$ enthält $T_{ik}$ den energetischen Anteil $\mu(x,t)$, der im allgemeinen die Nichthermitezität des Materietensors bedingt. Ein solcher Materietensor muß wegen der atomistischen Natur jeglicher Materie und dem Prinzip $(c)$ auch für die $Mq$ existieren, so daß die Stetigkeit der tensoriellen Funktion $T_{ik}(x_1,..,x_4)$ im makromaren Bereich eine Folge des Korrespondenzprinzips ist. Feld und Feldquelle eines $Mq$ bilden also stets eine Einheit.

Nach der Vorbemerkung sind die Elemente der erfahrbaren Welt Ereignisse, wobei jede Zahlenquadrupel $(x_1, x_2, x_3, x_4)$ eines solchen Ereignisses ein $R_4$-Punkt ist, sofern $(c)$ vorerst noch unberücksichtigt bleibt. Auch wurde in dieser Vorbemerkung festgestellt, daß jedes $Mq$ und damit jede makromare Materiestruktur als eine Ereignisstruktur des $R_4$ aufgefaßt werden muß, wobei die $Mq$ darüber hinaus noch als Zentren quantenhafter physikalischer Wechselwirkungen angesprochen werden müssen. Die allgemeine phänomenologische Größe dieser Ereignisstrukturen mit Wechselwirkungspotenzen ist dabei der sowohl im mikromaren als auch im makromaren Bereich existierende phänomenologische Materietensor $T_{ik} \neq T^*_{ki}$.

Die $x_k$ mit $1 \leqq k \leqq 4$ sollen im folgenden ein cartesisches rechtsorientiertes Koordinatensystem bilden, auf welches der $R_4$ bezogen wird. Die reellen Koordinaten $x_1, x_2$ und $x_3$ des $R_3$ werden durch $x_4 = \mathrm{ict}$ (nicht vertauschbar mit den $R_3$-Koordinaten) zu diesem cartesischen Koordinatensystem $C$ ergänzt, wobei das normierte Orthogonalsystem $\vec{e}_i \vec{e}_k = \delta_{ik}$ der Einheitsvektoren $\vec{e}_k$ gemäß $\vec{x}_k = \vec{e}_k x_k$ diese Koordinaten orientiert. Ist der $R_4$ pseudoeuklidischer Natur, dann wird sein Netz geodätischer Linien mit den $x_k$ identisch. Dies bedeutet, daß die Ereignisse als Elemente physikalischen Geschehens – also die Punkte des $R_4$ – völlig gleichförmig liegen und daher keine Ereignisstrukturen unterscheidbar sind. Ist also das cartesische System $C$ hinsichtlich der $R_4$-Struktur geodätisch, dann bedeutet dies, daß der $R_4$ leer ist und der allgemeine Materietensor $T_{ik}$ nicht existiert. Wenn dagegen eine einheitliche materielle Struktur $T_{ik} \neq T^*_{ki}$ gegeben ist, dann existieren unterscheidbare Ereignisstrukturen, die sich vom leeren $R_4$ abzeichnen und als Deformation der gleichförmigen Ereignismannigfaltigkeiten des leeren $R_4$ aufzufassen sind. $T_{ik}$ beschreibt im $R_3$ die gravitative Feldquelle und ihr Gravitationsfeld einheitlich, so daß sich im Fall einer solchen Deformation der Ereignisstrukturen die $R_{\pm 4}$ (als Hilfskonstruktionen) im $R_4$ «verschränken», das heißt, diese Hilfskonstruktionen haben einen gemeinsamen $R_3$, aber verschiedene Zeitzählungen $x_{\pm 4}$, die jedoch stets auf $x_4 = \mathrm{ict}$ des $R_4$ abgebildet werden können. Wenn also ein $Mq$ im $R_4$ existiert, dann erscheint dieses $Mq$ als eine nichteuklidisch deformierte und daher unterscheidbare Ereignisstruktur, die auf den leeren (also pseudoeuklidischen) $R_4$ und damit auf die Koordinaten $x_k$ bezogen werden kann. Da solche Ereignisstrukturen zugleich als Zentren von Wechselwirkungen aufgefaßt werden müssen und jede dieser Wechselwirkungen durch typische Invarianzeigenschaften (Symmetrien) gekennzeichnet ist, wird der metrische Charakter der Raumzeitstruktur des $Mq$ durch die Invarianzeigenschaften der einzelnen Wechselwirkungen geprägt. Nach der Empirie gibt es mindestens vier Wechselwirkungen, so daß ihre Gesamtzahl $n$ im Intervall $4 \leqq n < \infty$ liegen muß. Im allgemeinen erweisen sich diese Wechselwirkungen wiederum empirisch als

eichinvariant, doch gibt es mindestens eine, nämlich die Gravitation, die nicht eichinvariant ist. Man kann also allgemein mit $m \geqq 1$ nicht eichinvarianten Wechselwirkungsfeldern rechnen, doch bleibt $m < n$ wegen der nachweisbaren eichinvarianten Wechselwirkungsfelder. Die Gesamtheit der $n$ Felder des $Mq$ könnte also aus $1 \leqq m < n$ nicht eichinvarianten $(+)$ und $n - m > 0$ eichinvarianten $(-)$ Wechselwirkungsfeldern bestehen. Für jedes Feld kann eine charakteristische, durch die Feldsymmetrien bestimmte partielle Ereignisstruktur konzipiert werden, die durch ein geodätisches, raumzeitliches Koordinatensystem $\vec{\xi}_p^{(j)} = \vec{\varepsilon}_p^{(j)} \xi_p^{(j)}$ existiert, wobei die Orientierungen $\vec{\varepsilon}_p^{(j)}$ nicht notwendig ein normiertes Orthogonalsystem bilden. Die Indizierungen liegen dabei in $1 \leqq j \leqq n$, wogegen für die Koordinatenzählung $1 \leqq p \leqq 4$ gilt. Diese vier $n$ geodätischen Koordinaten können nun auf das cartesische System $x_k$ mit $1 \leqq k \leqq 4$ des leeren $R_4$ bezogen werden, so daß die Transformationen $\vec{\xi}_p^{(j)}(x_1, x_2, x_3, x_4)$ existieren.

Wegen des empirischen Prinzips **(a)** können nur solche Transformationen zugelassenwerden, die eineindeutig und wegen des aus dem Prinzip **(c)** folgenden Korrespondenzprinzips im makromaren Bereich stetig sind. Wegen der physikalischen Unmöglichkeit divergierender Selbstenergiepotentiale muß darüber hinaus von diesen Isomorphismen noch die Freiheit von Unendlichkeitsstellen gefordert werden. Insgesamt müssen also die $4n$ Transformationen $\vec{\xi}_p^{(j)}(x_1,...,x_4)$ solche der globalen Poincaré-Gruppe sein.

Hinsichtlich der strukturellen $R_4$-Eigenschaften des $Mq$ können die $n$ Felder in die Untergruppe der $n - m > 0$ eichinvarianten und der $m \geqq 1$ nicht eichinvarianten Wechselwirkungen aufgeteilt werden. Die totalen Differentiale der $4m$ und der $4(n - m)$ geodätischen Koordinaten sind dann mit $1 \leqq p \leqq 4$ zusammenfaßbar zu dem nicht eichinvarianten System $d\vec{z}_p^{+} = \sum_{j=1}^{m} d\vec{\xi}_p^{(j)}$ und dem eichinvarianten System

$d\vec{z}_p^{-} = \sum_{j=m+1}^{n} d\vec{\xi}_p^{(j)}$, so daß wegen dieser additiven Zusammen-

fassung die $d\vec{z}_p^{\pm}$ als Resultanten der entsprechenden vektoriellen Koordinatendifferentiale erscheinen. In $\vec{z}_p^{\pm} = \vec{\varepsilon}_p^{\pm} z_p^{\pm}$ brauchen die resultierenden Orientierungen $\vec{\varepsilon}_p^{\pm}$ ebenfalls nicht notwendig ein normiertes Orthogonalsystem zu bilden, und die Transformationen $\vec{z}_p^{\pm}(x_1,...,x_4)$ gehören zu Untergruppen (eichinvariant: $-$, nicht eichinvariant: $+$) der globalen Poincaré-Gruppe im $R_4$. Als vektorielle Linienelemente



der $z_p^{\pm}$ ergeben sich dann $d\vec{s}_{\pm} = \sum_{p=1}^{4} d\vec{z}_p^{\pm}$ mit $\vec{z}_p^{\pm} = \vec{\varepsilon}_p^{\pm} z_p^{\pm}$.

Da die Strukturen metrische Abweichungen von der Pseudoeuklidizität der leeren Raumzeit sind, muß zwischen ko- und kontravarianten Indizierungen unterschieden werden. Weil stets über die Zahl der Dimensionen summiert wird, wenn in einer Größe ein Index sowohl in ko- und kontravarianter Stellung steht, werde zur Kürzung

$$\sum_{p=1}^{4} A_p B^p = A_p B^p$$

der Summenoperator fortgelassen. In den Ausnahmefällen, bei denen der Summationsprozeß nicht erfolgt, wird der betreffende Index eingeklammert. Es gilt dann für das vektorielle Linienelement im $R_4$ die Darstellung $d\vec{s} = d\vec{s}_+ + d\vec{s}_-$, wobei im allgemeinen $\cos(d\vec{s}_+, d\vec{s}_-) \neq 0$ bleibt.

Damit wird die Metrik für $\vec{z}^{\pm} = (\vec{z}^{\pm})^*$ im $R_4$ zu $ds^2 = ds_+^2 + + 2d\vec{s}_+ d\vec{s}_- + ds_-^2$, oder wegen der Darstellbarkeit totaler

Differentiale $\quad dz_p^{\pm} = \dfrac{\partial z_p^{\pm}}{\partial x^i} dx^i$

auch $ds_+^2 = \sum_{p,q=1}^{4} \vec{\varepsilon}_p^{+}\, \vec{\varepsilon}_q^{+} \dfrac{\partial z_p^{+}}{\partial x^i} \dfrac{\partial z_q^{+}}{\partial x^k}\, dx^i\, dx^k = g_{ik}^{(1)}\, dx^i dk^k$

sowie $2d\vec{s}_+ d\vec{s}_- = 2 \sum_{p,q=1}^{4} \vec{\varepsilon}_p^{+}\, \vec{\varepsilon}_q^{-} \dfrac{\partial z_p^{+}}{\partial x^i} \dfrac{\partial z_q^{-}}{\partial x^k}\, dx^i\, dx^k = g_{ik}^{(2)}\, dx^i dx^k$

und $ds^2_- = \sum_{p,q=1}^{4} \vec{\varepsilon}^-_p \, \vec{\varepsilon}^-_q \, \frac{\partial z^-_p}{\partial x^i} \frac{\partial z^-_q}{\partial x^k} \, dx^i \, dx^k = g^{(3)}_{ik} \, dx^i dx^k$ oder

$$ds^2 = (g^{(1)}_{ik} + g^{(2)}_{ik} + g^{(3)}_{ik}) \, dx^i dx^k = g_{ik} dx^i dx^k .$$

Die Koeffizienten dieser homogen quadratischen Differentialform $g^{(\beta)}_{ik}$ oder $g_{ik}$ sind Tensorkomponenten, und zwar bezogen auf die Invarianz gegen die globale Poincaré-Gruppe. Auch sind diese Tensoren Feldfunktionen der $x_k$ des $C$-Bezugssystems eines leeren $R_4$. Dabei ist $g_{ik}(x_1, x_2, x_3, x_4)$ das Feld des metrischen Fundamentaltensors, welches die zugelassenen Ereignisstrukturen des $R_4$ in invarianter Form kennzeichnet, die der materiellen Struktur entsprechen, welche phänomenologisch durch $T_{ik} \neq T_{ki}$ dargestellt werden. Die Symmetrie von $g^{(1)}_{ik} = g^{(1)}_{ki}$ und $g^{(3)}_{ik} = g^{(3)}_{ki}$ wird in dieser Darstellung sofort evident, während sich $g^{(2)}_{ik} \neq g^{(2)}_{ki}$ als asymmetrisch erweist, so daß auch $g_{ik} \neq g_{ki}$ ein asymmetrischer Fundamentaltensor ist.

Im allgemeinen komplexen Fall $\vec{z}^{\pm} \neq (\vec{z}^{\pm})^*$ und $T_{ik} \neq T^*_{ki}$ folgt wegen $d\vec{z}^* = (\partial \vec{z}^* / \partial x^k)^* (dx^k)^* = (\partial \vec{z}^* / \partial x^k) dx^k = \vec{z}^*_{,k} dx^k$ für die Metrik $ds^2 = d\vec{s} d\vec{s}^* = (d\vec{s}_+ + d\vec{s}_-)(d\vec{s}_+ + d\vec{s}_-)^* = \vec{z}^+_{,i} \vec{z}^{+*}_{,k} dx^i dx^k +$ $+ (\vec{z}^+_{,i} \vec{z}^{-*}_{,k} + \vec{z}^-_{,i} \vec{z}^{+*}_{,k}) dx^i dx^k + \vec{z}^-_{,i} \vec{z}^{-*}_{,k} dx^i dx^k$. Hierin wird die Hermitezität $\vec{z}^+_{,i} \vec{z}^{+*}_{,k} \equiv g^{(1)}_{ik} = g^{(1)*}_{ki}$ und $\vec{z}^-_{,i} \vec{z}^{-*}_{,k} \equiv g^{(3)}_{ik} = g^{(3)*}_{ki}$ evident, während offensichtlich $\vec{z}^+_{,i} \vec{z}^{-*}_{,k} + \vec{z}^-_{,i} \vec{z}^{+*}_{,k} \equiv g^{(2)+}_{ik} = (g^{(2)+}_{ki})^*$ der Hermitesierung eines nichthermiteschen Tensors $g^{(2)}_{ik} \neq g^{(2)*}_{ki}$ mit $g^{(2)-}_{ik} \, dx^i dx^k = 0$ entspricht. Es kann also $ds^2 = (g^{(1)}_{ik} + g^{(2)}_{ik} + g^{(3)}_{ik}) dx^i dx^k = g_{ik} dx^i dx^k$ mit $g_{ik} = \sum_{\beta=1}^{3} g^{(\beta)}_{ik}$ und $g^{(1,3)}_{ik} = (g^{(1,3)}_{ik})^x$, aber $g^{(2)}_{ik} \neq g^{(2)x}_{ik}$, also $g_{ik} \neq g^x_{ik}$ geschrieben werden. Mithin gilt im $R_4$ der nichthermitesche Fundamentaltensor einer allgemeinen Cartan-Geometrie als Folge einer raumzeitlichen Geometrisierung allgemeiner Wechselwirkungsfelder der $Mq$.

Wegen dieser Nichthermitezität und der Tensornatur können daher $T_{ik} = T^+_{ik} + T^-_{ik}$ und $g_{ik} = g^+_{ik} + g^-_{ik}$ jeweils in einen hermiteschen

$(T^{+}_{ik}, g^{+}_{ik})$ und einen antihermiteschen Anteil $(T^{-}_{ik}, g^{-}_{ik})$ gespalten werden, wobei sich selbstverständlich die Indizierung $(\pm)$ nicht mehr auf die $z^{\pm}_{p}$, sondern auf das Vorzeichen nach der hermiteschen Konjugation bezieht.

In der bekannten Weise gilt auch im Fall $g_{ik} \neq g^{*}_{ki}$ für die Veränderung der Indexstellung $g_{im} \cdot g^{mk} = \delta^{\cdot k}_{i.}$, wobei nur im hermiteschen Fall $\delta_{ik}$ als Einheitselement verwendet werden soll. In $g_{ik}$ gilt $g^{-}_{ik} = -(g^{-}_{ki})^{*}$, also $g^{-}_{ik} dx^i dx^k = 0$, was für die Metrik wegen des Summationsprozesses $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k = g^{+}_{ik} dx^i dx^k$ zur Folge hat, so daß die Metrik als alleiniger Ausgangspunkt stets nur eine Riemannsche Geometrie $g^{+}_{ik} = (g^{+}_{ki})^{*}$ liefert. Allerdings besteht die Möglichkeit, und zwar unabhängig von der Metrik, im Strukturfeld eines nichthermiteschen Fundamentaltensors Parallelverschiebungen durchzuführen, wobei die in der bekannten Weise definierten Dreizeigersymbole $\Gamma^{i}_{km} \neq \Gamma^{i\ *}_{mk}$ in den kovarianten Indizierungen nichthermitesch bleiben und gemäß $\Gamma^{i}_{km} = \Gamma^{i}_{(+)km} + \Gamma^{i}_{(-)km}$ in einen hermiteschen und einen antihermiteschen Anteil spaltbar sind. Auf diese Weise wird die kovariante Differentiation möglich und es kann ein Krümmungstensor $R^{i.}_{.kmp}$ aufgebaut werden, der ebenfalls nichthermitescher Natur ist, was auch für seine als Ricci-Tensor definierte Matrizenspur $R^{i.}_{.kmp} = R_{km} \neq R^{*}_{\mathrm{mk}}$ gilt. Nach den Gesetzen der Determinantentheorie und der Darstellung dieser Tensoren durch die gemischtvarianten $\Gamma$-Symbole kann dann auch $R_{km}$ gespalten werden. Schließlich ist die skalare Krümmung ebenfalls als Matrizenspur $R = R_{km} g^{mk} = R^{.k}_{k.}$ definiert, wobei auch $R \neq R^{*}$ werden kann. Neben diesen Strukturgrößen des $R_4$ können in der bekannten Weise für $g_{ik} \neq g^{*}_{ki}$ die verschiedensten Theoreme und Identitäten (insbesondere solche hermitescher Symmetrie) entwickelt werden, für welche es kein Analogon in der Riemannschen Geometrie gibt, während sich bei einer Betrachtung des Geodäsieproblems formal die gleiche Geodätenbeziehung $\ddot{x}^i + \Gamma^{i}_{km} \dot{x}^k \dot{x}^m = 0$ ergibt, wo im Fall des $R_4$ als Parameter die Zeit $t$ gewählt werden kann. Wird diese Wahl vorgenommen, dann werden die $\ddot{x}^i \lesseqgtr 0$ für $\Gamma^{i}_{km} \gtreqless 0$ Beschleunigungskomponenten, die im Fall $g_{ik} = g^{*}_{ki}$ durch die ersten partiellen Ableitungen

der $g_{ik}$ nach den $C$-Koordinaten ausgedrückt erscheinen. Beschleunigungen werden aber stets durch wie auch immer geartete Wechselwirkungspotentiale verursacht, so daß es sinnvoll erscheint, die $g_{ik} \neq g^*_{ki}$ des metrischen Fundamentaltensors als allgemeine nichthermitesche Wechselwirkungspotentiale tensorieller Natur zu interpretieren.

Wird approximativ $g^{(2)}_{ik} = g^{(3)}_{ik} = 0$, also $g_{ik} = g^{(1)}_{ik} = g^{(1)*}_{ki}$ gesetzt, dann sind im $R_4$ die Belange der Riemannschen Geometrie erfüllt. Ist andererseits der phänomenologische Tensor $T_{ik}$ der einheitliche Energiedichtetensor eines elektromagnetischen Feldes und vernachlässigt man mit $\vec{p} = \vec{0}$ den gravitativen Anteil, so daß $T_{ik} = V_{ik} = V^*_{ki}$ zum hermiteschen kanonischen Energiedichtetensor des Feldes $(d_1)$ wird, dann muß $V_{ik}$ wegen **(a)** divergenzfrei sein. In der Allgemeinen Relativitätstheorie werden die $g^{(1)}_{ik}$ der Riemannschen Geometrie wegen der Geodätengleichung als tensorielle Gravitationspotentiale interpretiert. Da eindeutig nur ein Strukturtensor in dieser Riemannschen Geometrie konstruiert werden kann, der divergenzfrei ist und allein von den $g^{(1)}_{ik}$ sowie deren ersten und zweiten partiellen Ableitungen nach den Raumzeitkoordinaten abhängt, nämlich $R^{(1)}_{ik} - \frac{1}{2} g^{(1)}_{ik} R^{(1)}$, wird in der Allgemeinen Relativitätstheorie

$R^{(1)}_{ik} - \frac{1}{2} g^{(1)}_{ik} R^{(1)} \sim V_{ik}$ gesetzt. Diese Grundbeziehung der Allgemeinen Relativitätstheorie wird nun dahin interpretiert, daß der dem divergenzfreien Strukturtensor proportionale phänomenologische Tensor als gravitative Feldquelle das Strukturfeld Riemannscher Geometrie erregt, welches seinerseits als Gravitationsfeld eine Interpretation findet.

Diese Grundgleichung der Allgemeinen Relativitätstheorie hat sich im makromaren Bereich durchaus bewährt und gibt eine Reihe makromarer physikalischer Sachverhalte kosmologischer Art verhältnismäßig gut wieder. Aus diesem Grunde muß an eine weiterführende Untersuchung die Forderung gestellt werden, in einer Näherung diese Grundgleichung der Allgemeinen Relativitätstheorie zu liefern. Nun ist

$T_{ik}$ wegen der Nichthermitezität nicht notwendig divergenzfrei und auch der Drehimpulstensor ist aus dem gleichen Grunde ($T^{-}_{ik} \neq 0$) ebenfalls nicht divergenzfrei, so daß **(a)** offenbar verletzt wird. Andererseits ist wegen $g_{ik} \neq g^{*}_{ki}$ auch $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R$ nicht notwendigerweise divergenzfrei, doch liefert

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R \sim T_{ik} \tag{1}$$

für $g^{(2)}_{ik} = g^{(3)}_{ik} = 0$ und $\vec{p} = \vec{0}$ die Grundlage der Allgemeinen Relativitätstheorie, jedoch sollte **(1)** wegen dieser möglichen Verletzung von **(a)** anders interpretiert werden, und zwar als

$R^{(1)}_{ik} - \frac{1}{2} g^{(1)}_{ik} R^{(1)} \sim V_{ik}$. In $T_{ik}$ ist der phänomenologische Gravitationsanteil mit seiner Feldquelle bereits enthalten, während der nichthermitesche Fundamentaltensor

$$g_{ik} = \sum_{\beta=1}^{3} g^{(\beta)}_{ik} \neq g^{*}_{ki} \tag{1a}$$

wegen der auch im $R_4$ gültigen Geodätengleichung

$$\ddot{x}^i + \Gamma^{i}_{km} \dot{x}^k \dot{x}^m = 0 \tag{1b}$$

als das tensorielle Potential wie auch immer gearteter Wechselwirkungen aufzufassen ist. Es liegt daher der Gedanke nahe, in **(1)** ein Äquivalenzprinzip zu sehen, derart, daß durch die Proportionalität der nichthermitesche Strukturanteil $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R$ der durch $T_{ik}$ beschriebenen phänomenologischen Materiestruktur des $R_4$ äquivalent ist.

Auch Albert EINSTEIN hatte den Versuch unternommen, den hermiteschen Fundamentaltensor seiner Allgemeinen Relativitätstheorie durch einen spekulativ angebrachten antihermiteschen Summanden in die allgemeinere nichthermitesche Form zu bringen, um auf diese Weise den phänomenologischen Tensor der Allgemeinen Relativitätstheorie zu eliminieren. Dieser Versuch wurde im Jahr 1949 in der Schrift «The meaning of Relativity» veröffentlicht. Es entstanden so nichthermitesche Strukturbeziehungen einer Weyl'schen Raumzeitgeometrie,

jedoch erscheint die Lösungsmannigfaltigkeit zu eingeschränkt, als daß es sich um ein Naturgesetz handeln könnte. Auch wurde (wie bereits in der Allgemeinen Relativitätstheorie) der gesamte Erfahrungsbereich **(c)** von der Betrachtung ausgeklammert. Ein Hinweis theoretischer Art auf **(c)** aus einer einheitlichen Strukturtheorie allein kann offenbar nicht erwartet werden, weil es sich bei **(c)** um einen völlig anderen logischen Erfahrungsbereich handelt als derjenige, der die makromaren Feldkontinuen kennzeichnet.

Nach **(1b)** müssen die $\Gamma^{i}_{km}$ den Komponenten von Wechselwirkungskräften im $R_3$ entsprechen, die jedoch nur gegenüber regulären Affinitäten als Komponenten eines gemischtvarianten Tensorfeldes vom dritten Grad erscheinen und von denen wegen der Summation in **(1b)** nur die hermiteschen Komponenten relevant sind.

Der theoretische Ansatz **(1)** bis **(1b)** genügt zwar dem empirischen Prinzip **(b)**, weil **(1b)** unmittelbar aus einem Variationstheorem deduziert werden kann, welches das Extremalprinzip **(b)** ausdrückt; jedoch wird von diesem Ansatz **(a)** nicht notwendig und **(c)** überhaupt nicht erfüllt. Auch erscheint wegen $g_{ik} \neq g^{*}_{\mathrm{ki}}$ der Zustand einer momentanen $R_3$-Struktur von der gesamten Vorgeschichte abhängig. Sofern diese Defekte des Ansatzes von so geringer Größenordnung sind, daß sie empirisch nicht erscheinen, wäre zu untersuchen, wann eine Korrektur angebracht ist. Dies wird sich jedoch erübrigen, weil weiter unten gezeigt werden kann, daß sich diese Defekte kompensieren, wenn das empirische Prinzip **(c)** berücksichtigt wird. Die Feldgleichungen $(\mathbf{d_1})$ und $(\mathbf{d_2})$ des empirischen Satzes **(d)** sind ohnehin in **(1)** enthalten, weil die $g_{ik}$ Komponenten eines allgemeinen tensoriellen Wechselwirkungspotentials sind, welches auf jeden Fall **(d)** enthalten muß.

eschränkt, als daß
uch wurde (wie
amte Erfahrungs-
Hinweis theoreti-
eorie allein kann
m einen völlig an-
nige, der die ma-

enten von Wech-
ch nur gegenüber
chtvarianten Ten-
n wegen der Sum-
ten relevant sind.
zwar dem empi-
aus einem Varia-
xtremalprinzip **(b)**
notwendig und **(c)**
$\neq g^*_{ki}$ der Zustand
Vorgeschichte ab-
ringer Größenord-
re zu untersuchen,
jedoch erübrigen,
e Defekte kompen-
ksichtigt wird. Die
zes **(d)** sind ohne-
eines allgemeinen
ches auf jeden Fall

## 4. Mikromare Diskontinuitäten

In **(1)** ist $T_{ik}$ als rein phänomenologischer Tensor noch durch die $g_{ik}$ ergänzbar, weil diese Größen nicht nur die Komponenten des metrischen Fundamentaltensors sind, sondern wegen **(1b)** auch als Komponenten eines allgemeinen tensoriellen Wechselwirkungspotentials interpretiert werden können. Für ihre Matrizenspur gilt $g^{k.}_{.k} = 4$ im $R_4$ und für die Spur des phänomenologischen Tensors $g^{ik}T_{ik} = T^{k.}_{.k} = T$. Als Matrizenspur von **(1)** folgt also $R \sim -T$, so daß **(1)** auch in die Fassung $R_{ik} \sim T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} T = W_{ik}$ gebracht werden kann, wo die $W_{ik}$ ebenfalls Komponenten eines Energiedichtetensors (in erweiterter Form) sind. Diese Energien beziehen sich auf $R_3$-Volumina und sind selbst die zeitlichen Änderungen von Wirkungen $\omega_{ik}$. Bekanntlich ist andererseits die metrische Determinante, also das als Determinante geschriebene Tensorschema $g = |g_{ik}|_4 < 0$, weil $ds^2$ eine indefinite homogene quadratische Differentialform ist, so daß für die Funktionaldeterminante $w = \sqrt{-g}$ zu setzen ist. Damit folgt für das Element eines $R_4$-Volumens die Darstellung $d\Omega = w dx^1 dx^2 dx^3 dx^4$, und dies bedeutet wegen $x_4 = \text{ict}$ für die $W_{ik} = ic \frac{d\omega_{ik}}{d\Omega} w$. Nach dem Prinzip **(c)** der empirischen Basis gilt aber für die Wirkungen grundsätzlich $\omega_{ik} = hN_{ik}$,wobei im allgemeinen die $N_{ik}$ komplexe Zahlen mit ganzzahligem Real- und Imaginärteil sind. Wegen dieser Ganzzahligkeit erscheint die typische Diskontinuität mikromarer Quantenstufen; denn diese ganzen Zahlen können sich nur um $\pm 1$ ändern. Dies bedeutet, daß in $W_{ik}$ die Differentiale durch Differenzen zu ersetzen sind. Die durch $\eta_{ik} \Delta\Omega = \Delta N_{ik}$ definierte Dichte $\eta_{ik}$ ist als die auf eine $R_4$- Volumendifferenz bezogene Zahl der Wirkungsquanten in diesem Raumzeitvolumen interpretierbar, so daß $\eta_{ik}$ die mikromaren Diskontinuitäten des Prinzips **(c)** ausdrückt. Die Substitutionen liefern

also $W_{ik} = ichw\eta_{ik}$ oder

$$R_{ik} \sim w\eta_{ik}, \quad w = \sqrt{-g}, \quad g = |g_{ik}|_4 \tag{2}$$

mit

$$\eta_{ik} = \frac{\Delta N_{ik}}{\Delta\Omega}, \qquad \Delta\Omega = w\Delta x^1\,\Delta x^2\,\Delta x^3\,\Delta x^4 \tag{2a}$$

Diese Beziehung zeigt, daß einerseits wegen **(c)** die Struktur $R_{ik}$ mit $\Gamma^i_{km}$ sowie $g_{ik}$ im mikromaren Bereich nicht mehr als metrisches Kontinuum erscheint, sondern in diskreten quantenhaften Stufen. Andererseits weist aber die Differenz $\Delta\Omega$ in der diskontinuierlichen Dichte $\eta_{ik}$ darauf hin, daß die Raumzeit selbst diskontinuierlich ist, was möglicherweise den Schluß auf geometrische Letzteinheiten zuläßt.

sse

$|_4$ (2)

$\Delta x^4$ (2a)

(c) die Struktur
reich nicht mehr
kreten quantenhaf-
$\Omega$ in der diskonti-
Raumzeit selbst
3 auf geometrische

# KAPITEL II

# DAS WELTTENSORIUM

## 1. Weltdimensionen

Das Feld des nichthermiteschen Fundamentaltensors $g_{ik}(x_1, x_2, x_3, x_4)$ beschreibt einen invarianten metrischen Zustand des $R_4$ derart, daß die $\Gamma^i_{km}$ die Abweichungen dieses metrischen Strukturzustandes vom pseudoeuklidischen $C$-System der $x^k$-Koordinaten darstellen, wobei sich diese $\Gamma^i_{km}$ jedoch nur gegen reguläre Affinitäten mit unitärer Transformationsmatrix wie gemischtvariante Tensorkomponenten dritten Grades verhalten. Die Beziehung **(1)** gilt im Kontinuum des makromaren Bereiches, doch weist die Diskontinuität **(2)** unmittelbar auf die Existenz einer durchgängigen Korrespondenz in den mikromaren Bereich hin. Stets kann das makromare Feldkontinuum des Fundamentaltensors $g_{ik}$ im $R_4$ so korrigiert werden, daß die $\Gamma^i_{km}$ als makromare Größen sich in den Mikrobereich fortsetzen und hier in Funktionen $\varphi^i_{km}(x_1 \ldots x_4) \neq \varphi^{i\,*}_{mk}$ übergeleitet werden, die sich ebenfalls hinsichtlich regulärer Affinitäten wie gemischtvariante Tensorkomponenten dritten Grades verhalten. Während die $\Gamma^i_{km}$ nicht konvergent zu sein brauchen, kann für die $\varphi^i_{km}$ dennoch eine Konvergenz erreicht werden, so daß für ein raumzeitliches Gebietsintegral der Form $J^i_{km} = \int_\Omega \varphi^i_{km} \varphi^{i\,*}_{mk} d\Omega < \infty$ gilt, was die Normierung $J^i_{km} = 1$ ermöglicht. Diese Konvergenz geht allerdings im allgemeinen beim Übergang $\varphi^i_{km} \to \Gamma^i_{km}$ nach dem Korrespondenzprinzip im makromaren Kontinuum verloren. Die konvergenten $\varphi^i_{km}$ beschreiben also den metrischen, aber nichthermiteschen Zustand des $R_4$ im mikromaren Bereich und setzen sich nach dem Korrespondenzprinzip als nicht notwendig konvergente $\Gamma^i_{km}$ in das makromare $R_4$-Kontinuum fort. Demzufolge muß es im Mikrobereich des $R_4$ mit $1 \leqq p \leqq 4$ hermitesche Funktionaloperatoren $C_p$ geben, welche auf die $\varphi^i_{km}$ einzeln so einwirken, daß für jeden Index $p$ das Gebietsintegral

$$\int_\Omega ((\varphi^{(p)}_{km})^x C_{(p)} \varphi^{(p)}_{km} - \varphi^{(p)}_{km} (C_{(p)} \varphi^{(p)}_{km})^x) d\Omega = 0$$

erfüllt wird. Die Einwirkung dieses Funktionaloperators erfolgt dann in der Form $C_p\varphi^p_{km}$, derart, daß beim Übergang in das makromare Feldkontinuum und unter Aufgabe der Konvergenz $J^i_{km} \to \infty$ neben $\varphi^i_{km} \to \to \Gamma^i_{km}$ die Operatorwirkung $C_p\varphi^p_{km} \to R_{km}$ zum Strukturtensor **(1)** wird. Dieser Übergang zum Feldkontinuum bedeutet zugleich, daß die Diskontinuität $\eta_{ik}$ aus **(2)** zur stetigen Funktion $w\eta_{ik} \to T_{ik} - 1/2 g_{ik} T$ wird, und zwar bis auf einen Proportionalitätsfaktor. Ist $\alpha = \text{const}$ ein solcher Faktor, und gilt $W_{ik} = T_{ik} - 1/2 g_{ik} T$, dann ist $R_{ik} \sim w\eta_{ik}$ die durch **(c)** bedingte Konsequenz aus $R_{ik} = \alpha W_{ik}$. Andererseits gilt die Näherung $C_p\varphi^p_{km} \to R_{km}$ beim Übergang in das makromare Feldkontinuum, so daß auch

$$C_p\varphi^p_{km} \to \alpha W_{km} \text{ gesetzt werden darf. Nun kann } \alpha W_{km} = \sum_{j=1}^{4} G_{(j)km}$$

stets (der Summation hinsichtlich $p$ entsprechend) als Summe von 4 Anteilen dargestellt werden, die sich in ihrer Art **(j)** unterscheiden. Werden diese Summanden so geordnet, daß $p = j$ gilt, dann wäre $\sum(C_{(p)}\varphi^{(p)}_{km} - G_{(p)km}) \to 0$, oder $C_{(p)}\varphi^{(p)}_{km} \to G_{(p)km}$. Der Operator $C_p$ in dieser Beziehung ist hermitescher Natur und die $\varphi^p_{km}$ sind gemäß $J^p_{km} = 1$ konvergente Funktionen des metrischen Zustandes, während darüber hinaus die Diskontinuität nach **(2)** wegen **(c)** im mikromaren Bereich existiert. Hieraus könnte geschlossen werden, daß die $1 \leqq p \leqq 4$ hermiteschen Funktionaloperatoren $C_p$ Zustandsoperatoren und die $\varphi^p_{km}$ Zustandsfunktionen metrischer Zustände des $R_4$ selbst sind, welche durch die $\eta_{ik}$ aus **(2)** verursacht werden.

Wegen des Quantenprinzips **(c)** sind auf jeden Fall die $G_{(p)km}$ im mikromaren Bereich ebenso durch Zustandsoperatoren eines Zustandsraumes als Unterraum des abstrakten Funktionenraumes darstellbar wie die $\varphi^i_{km}$, deren Zustandsfunktionen als Wahrscheinlichkeiten des Möglichen im Sinne futurischer Aussagen einer offenen Zukunftsmodalität interpretierbar sind. Die entsprechenden hermiteschen linearen Operatoren dieses Zustandsraumes seien $H^{(p)}_{km}$ und $L^{(p)}_{km}$ mit den Eigenwerten $h^{(p)}_{km} = h^{(p)*}_{km}$ sowie $l^{(p)}_{km} = l^{(p)*}_{km}$ und der Zustandsfunktion $\psi$,

für welche die Normierung $\int \psi\psi^* d\Omega = 1$ im Sinne der quantentheoretischen Wahrscheinlichkeitsinterpretation gilt. Damit ist für den Übergang in den Mikrobereich $G_{(p)km}\psi \to H^{(p)}_{km}\psi = h^{(p)}_{km}\psi$ und $\varphi^{(p)}_{km}\psi = L^{(p)}_{km}\psi = l^{(p)}_{km}\psi$ zu setzen. Für den Makrobereich gilt hingegen

$\ddot{x} = -\Gamma^{i}_{km}\dot{x}^k\dot{x}^m$ und wegen $\Gamma^{i}_{km} \to \varphi^{i}_{km}$ auch $\ddot{x}^i \to -\varphi^{i}_{km}\ \dot{x}^k\dot{x}^m$.

Integrale der Form $\int \ddot{x}^i dx^i$ sind stets Energien proportional, was auch im mikromaren Bereich Gültigkeit hat. Auch erfordert mit Sicherheit eine metrische Strukturierung des $R_4$ einen energetischen Aufwand, so daß heuristisch $H^{(p)}_{km} \sim L^{(p)}_{km}$ im Sinne $H^{(p)}_{km} = \lambda_{(p)}(k,m)L^{(p)}_{km}$ konzipiert

werden soll. Mit $H^{(p)}_{km}\psi = \lambda_{(p)}(k,m)L^{(p)}_{km}\psi = \lambda_{(p)}(k,m)l^{(p)}_{km}\psi$ wird

$0 = \int (\psi^* H^{(p)}_{km}\psi - \psi\ (H^{(p)}_{km}\psi)^*)d\Omega = (\lambda_{(p)}(k,m)l^{(p)}_{km} -$

$-(\lambda_{(p)}(k,m)l^{(p)}_{km})^*) \int \psi\,\psi^* d\Omega$, was wegen $\int \psi\psi^* d\Omega = 1$ und

$l^{(p)}_{km} = l^{(p)*}_{km}$ nur durch $\lambda_p(k,m) = (\lambda_p(k,m))^*$ erfüllt werden kann. Die $\lambda_p$ haben offensichtlich ebenfalls die Eigenschaft von Eigenwerten. Für den Übergang der $G_{(p)km}$ in den Mikrobereich gilt also

$G_{(p)km}\psi \to H^{(p)}_{km}\psi = \lambda_{(p)}(k,m)L^{(p)}_{km}\psi = \lambda_{(p)}(k,m)\varphi^{(p)}_{km}\psi$, also

$G_{(p)km} \to \lambda_{(p)}(k,m)\varphi^{(p)}_{km}$ wegen $\varphi^{(p)}_{km}\psi = L^{(p)}_{km}\psi$. Andererseits gilt der Übergang $G_{(p)km} \to C_{(p)}\varphi^{(p)}_{km}$ wegen $R_{km} \to C_p\varphi^{p}_{km}$, was im Vergleich

$C_{(p)}\varphi^{(p)}_{km} = \lambda_{(p)}(k,m)\varphi^{(p)}_{km}$ liefert. In diesem System sind die $\lambda_p = \lambda^*_p \neq 0$ Eigenwerte, die sämtlich diskrete Punktspektren bilden, wobei sich die Indizierung $(k,m)$ am Eigenwertsymbol $\lambda_p(k,m)$ auf die zugehörige kovariante Indizierung der Strukturfunktion $\varphi^{p}_{km}$ bezieht. So erfüllt $C_{(p)}\varphi^{(p)}_{km} = \lambda_{(p)}(k,m)\varphi^{(p)}_{km}$ zwar das empirische Prinzip **(c)**, doch kön-

nen die $\varphi^p_{km}$ nicht als Wahrscheinlichkeiten interpretiert werden; denn die $C_p$ wirken wegen $C_p\varphi^p_{km} \rightarrow R_{km}$ als Funktionaloperatoren im Sinne nichtlinearer Verknüpfungen, so daß die Lösungen als Strukturfunktionen des metrischen Zustandes der Raumzeit nicht additiv superponieren, was aber die Voraussetzung für die quantentheoretische Wahrscheinlichkeitsinterpretation ist. Die $C_p$ beschreiben also nichtlineare metrische Zustände einer nichthermiteschen Raumzeit an sich, die in metrischen Stufen $\lambda_p(k,m)$ auftreten. Andererseits sind diese $\lambda_p(k,m)$ den Energiemassen derjenigen materiellen Elementarstrukturen äquivalent, die als Raumzeitdeformationen im Sinne der empirischen $Mq$ erscheinen. Wegen der Nichtlinearität der Raumzeitzustände werden sich daher für die theoretischen $Mq$-Massen keine Unschärfebereiche der Quantentheorie ergeben, sondern diskrete Massen in Übereinstimmung mit den Ergebnissen der empirischen Hochenergiephysik. Es wäre denkbar, daß die Quantisierungsschwierigkeiten in der allgemeinen Relativitätstheorie eventuell in diesem Sachverhalt ihre Ursache haben; denn beim Übergang der nichtlinearen Mikrozustände einer nichthermiteschen Raumzeit in das makromare Kontinuum ergibt sich über **(2)** bei Vernachlässigung des Prinzips **(c)** das System **(1)**, das unter Voraussetzung der Separation von Gravitationsfeld und Feldquelle sowie einer Riemannschen Raumzeitgeometrie approximativ die Grundgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie liefert.

Da die Summe $C_p\varphi^p_{km} = \lambda_p\varphi^p_{km}$ in ihren beiden Seiten bei der Approximation zum makromaren Kontinuum $R_{km} = R^p_{.kmp}$ erreicht, liegt der Gedanke nahe, in dieser Summe die Matrizenspur eines übergeordneten Prinzips vom vierten Tensorgrad, nämlich

$C_p\varphi^i_{km} - \lambda_p\varphi^i_{km} = Q^{i.}_{.kmp}$ mit $Q^{p.}_{.kmp} = 0$ zu sehen.

Hier würde $Q^{i.}_{.kmp} \neq 0$ der Ganzzahligkeit $N_{ik}$ aus $\omega_{ik} = hN_{ik}$ des Prinzips **(c)** widersprechen, so daß $Q^{i.}_{.kmp} = 0$ und damit $C_p\varphi^i_{km} = \lambda_p(k,m)\varphi^i_{km}$ gefordert werden muß. Der Widerspruch zu **(c)** erscheint immer dann, wenn durch $Q^{i.}_{.kmp} \neq 0$ die Hermitezität von $C_p$

und die Konvergenz der $\varphi^i_{km}$ gestört wird. Ist dagegen $Q^{i.}_{.kmp}$ gemäß $Q^{i.}_{.kmp} = \underline{C}_p \varphi^i_{km} \neq 0$ ebenfalls durch einen hermiteschen Operator $\underline{C}_p \neq C_p$ ausdrückbar, dann kann die Forderung $Q^{i.}_{.kmp} = 0$ entfallen, wenn $C_p - \underline{C}_p \neq 0$ auch die Eigenschaft eines Zustandsoperators aufweist oder $\underline{C}_p \varphi^p_{km} = 0$ gemäß $Q^{p.}_{.kmp} = 0$ ist. Analog zur makromaren Approximation $\lambda_p \varphi^p_{km} \to R_{km}$ wäre approximativ $\lambda_p(k,m)\varphi^i_{km} \to R^{i.}_{.kmp}$, so daß die Eigenwerte $\lambda_p > 0$ der diskreten Punktspektren als metrische diskrete Strukturstufen des $R_4$ interpretiert werden müssen, derart, daß leere Eigenwertspektren $\lambda_p = 0$ dieser Strukturstufen unmittelbar die Bedingung $R^{i.}_{.kmp} = 0$ einer leeren (also von Ereignisstrukturen freien) Raumzeit zur Folge hat.

Mit der Konvergenz $\int \varphi^i_{km} \varphi^{i\times}_{km} d\Omega = \text{const} < \infty$ kann die Operatorhermitezität in $C_p \varphi^i_{km} = \lambda_p(k,m)\varphi^i_{km}$, also

$$0 = \int (\varphi^{i\times}_{km} C_p \varphi^i_{km} - \varphi^i_{km} (C_p \varphi^i_{km})^x) d\Omega =$$

$$(\lambda_p(k,m) - (\lambda_p(k,m))^x) \int \varphi^i_{km} \varphi^{i^x}_{km} \, d\Omega$$

nur durch $\lambda_p(k,m) = (\lambda_p(k,m))^x = (\lambda_p(k,m))^*$ erfüllt werden. Da für $k = m$ hieraus die Realität $\lambda_p = \lambda^*_p$ folgt, gilt die Symmetrie $\lambda_p(k,m) = \lambda_p(m,k)$.

Wegen des infinitesimalen Charakters von $R^{i.}_{.kmp}$ sind die algebraischen Eigenschaften dieses Tensors beim Übergang $R^{i.}_{.kmp} \to C_p \varphi^i_{km}$ in den mikromaren Bereich übertragbar; denn $C_p \varphi^i_{km} = \lambda_p(k,m)\varphi^i_{km}$ besagt lediglich, daß in diesem Bereich quantenhafte diskrete Strukturstufen des Krümmungsmaßes vorliegen. $R^{i.}_{.kmp} \neq 0$ bedeutet, daß sich Vektoren und Skalare ändern, wenn sie in dem Strukturfeld auf geschlossenen infinitesimalen Kurven von einem Ausgangspunkt zu diesem Punkt in einem Umlauf zurückgeführt werden, und zwar würde im Fall $g_{ik} = g_{ki}$ oder $g_{ik} = g^x_{ik}$ die Vektorrichtung, jedoch nicht sein

Betrag oder irgendeine andere Skalargröße geändert. Liegt dagegen $g_{ik} \neq g^x_{ik}$ vor, dann käme es sowohl zur Änderung der Vektorrichtung als auch des Vektorbetrages oder irgendeiner Skalargröße. Für die kovariante Form $R_{ikmp} = g_{ij}R^{i.}_{.kmp}$ gelten die Antisymmetrien

$R_{ikmp} = -R_{kimp}$ sowie $R_{ikmp} = -R_{ikpm}$ und $R_{ikmp} = -R_{mpik}$. Für $g_{ik} \neq g^x_{ik}$ gilt allerdings auch $R^{i.}_{.kmp} \neq -R^{k}_{.imp}$.

Wegen der Korrespondenz $C_p\varphi^i_{km} \rightarrow R^{i.}_{.kmp}$ ist anzunehmen, daß auch die möglichen Matrixspuren der mikromaren Operatorbeziehung im Makrobereich die gleichen algebraischen Eigenschaften haben. Für $R^{i.}_{.kmp} = \Gamma^i_{kp,m} - \Gamma^i_{km,p} + \Gamma^i_{ms}\Gamma^s_{kp} - \Gamma^i_{ps}\Gamma^s_{km}$ gibt es die Spurbildungen in $i = p$ sowie $i = m$ und $i = k$. Die Spur $i = p$ liefert dabei $R^{p.}_{.kmp} = R_{km} \rightarrow C_p\varphi^p_{km} = \lambda_p(k,m)\varphi^p_{km}$, wogegen $i = m$ zu einem gleichartigen Ausdruck $R^{m.}_{.kmp} = -R_{kp}$ führt. Die Matrixspur $C_p\varphi^p_{km} = \lambda_p(k,m)\varphi^p_{km}$ ergibt wegen $C_p\varphi^p_{km} \rightarrow R_{km}$ und $\lambda_p(k,m)\varphi^p_{km} \rightarrow \alpha(T_{km} - g_{km}T/2)$ die Beziehung **(1)**, doch ist $R_{km} - g_{km}R/2 \neq R^x_{km} - g^x_{km}R^*/2$, weil die Raumzeit nach **(1a)** nicht hermitesch ist. Dies bedeutet, daß die Vektordivergenz des strukturellen Tensorfeldes $R_{km} - g_{km}R/2$ nicht verschwindet, so daß auch der Energiedichtetensor wegen $g_{km} \neq g^x_{km}$ nicht divergenzfrei sein kann. Wegen dieser Verletzung des Energieprinzips **(a)** wäre im $R_4$ mit $g_{km} \neq g^x_{km}$ die Zeitsymmetrie gebrochen.

Dieser Sachverhalt kann dahin interpretiert werden, daß der gegenwärtige Zustand einer durch die $\lambda_p(k,m)$ beschriebenen Elementarstruktur von ihrer gesamten faktischen Vorgeschichte abhängt. Im makromaren Bereich erscheint diese Abhängigkeit empirisch auf keinen Fall, doch wäre es denkbar, daß im Mikrobereich die von N. BOHR konzipierten Individualprozesse materieller Elementarstrukturen auf ihre nichthermitesche Raumzeitstruktur zurückgeführt werden können. Im Gegensatz zu einer hermiteschen Raumzeit $g_{ik} = g^x_{ik}$ ist also als Folge der Nichthermitezität der physischen Raumzeit in

$R_{km} \to C_p \varphi^p_{km}$ und $\alpha(T_{km} - g_{km}T/2) \to \lambda_p(k,m)\varphi^p_{km}$ die Summe $C_p\varphi^p_{km} - \lambda_p(k,m)\varphi^p_{km} = 0$ gliedweise $C_{(p)}\varphi^{(p)}_{km} - \lambda_{(p)}(k,m)\varphi^{(p)}_{km} = 0$ erfüllt, so daß die 64 Operatorbeziehungen

$$C_{(p)}\varphi^{(p)}_{km} = \lambda_{(p)}(k,m)\varphi^{(p)}_{km} \tag{3}$$

die 64 Eigenwertspektren $\lambda_p(k,m)$ diskreter struktureller Stufen des metrischen $R_4$-Zustandes ausdrücken; denn die Indizierungen $k,m$ und $p$ durchlaufen unabhängig voneinander die Indizierungen der $R_4$-Koordinaten. Für die Spur $i = k$ gilt hingegen

$R^{k.}_{.kmp} = \Gamma^k_{kp,m} - \Gamma^k_{km,p} + \Gamma^k_{ms}\Gamma^s_{kp} - \Gamma^k_{ps}\Gamma^s_{km} = A_{mp} \to C_p\varphi^k_{km} =$

$= \lambda_p(k,m)\varphi^k_{km}$, worin die antisymmetrische Transposition $A_{mp} =$

$= -A_{pm}$ mit $A_{mm} = 0$ gilt. Dieses Verhalten der letzten Spur geht auf die Antisymmetrie von $R^{i.}_{.kmp}$ in $m$ und $p$ zurück; denn es gilt auch $R^{i.}_{.kmm} = 0$. Wenn nach dem Korrespondenzprinzip $C_p\varphi^i_{km} \to R^{i.}_{.kmp}$ die algebraischen Eigenschaften des Krümmungstensors auf $C_p\varphi^i_{km}$ übertragbar sind, dann müßte auch $C_m\varphi^i_{km} = 0$ und damit $\lambda_m(k,m)\varphi^i_{km} = 0$ gelten. Die $\varphi^i_{km}$ verschwinden nur im Fall der Euklidizität oder des Bezuges auf geodätische Koordinaten, doch gilt im allgemeinen $\varphi^i_{km} \neq 0$, wenn diese metrische Funktion die Abweichung der Struktur vom euklidischen Bereich darstellt. Die 64 möglichen Eigenwertspektren $\lambda_p(k,m)$ zu jeder kovarianten Indizierung sind hingegen diskrete Eigenwertspektren von Strukturstufen (energetischen Zuständen äquivalent) und damit noch unbekannte zahlentheoretische Funktionen ganzer Quantenzahlen. Es ist durchaus denkbar, daß trotz $\varphi^i_{km} \neq 0$ einige dieser Spektren prinzipiell leer bleiben, so daß $\lambda_m(k,m)\varphi^i_{km} = 0$ allgemein durch $\lambda_m(k,m) = 0$ erfüllt wird.

Da die $C_p$ hermitesche Operatoren sind, die zugleich als metrische Operatoren des $R_4$-Zustandes selbst anzusprechen sind, muß

die Hermetizitätsbedingung in **(3)** wegen $\lambda_p(k,m) = \lambda_p^*(k,m)$ neben $\lambda_m(k,m) = 0$ auch $\lambda_m(m,k) = 0$ liefern. Von den 64 Eigenwertspektren $\lambda_p(k,m)$, die von **(3)** beschrieben werden, sind also neben den 16 Spektren $\lambda_m(k,m)$ noch die 16 *Spektren* $\lambda_m(m,k)$ prinzipiell leer, so daß **(3)** zu ergänzen ist durch

$$\lambda_m(k,m) = 0\,, \qquad \lambda_m(m,k) = 0 \qquad \textbf{(3a)},$$

worin allerdings die vier leeren Spektren $m = k$, also $\lambda_m(m,m) = 0$ doppelt auftreten, was die Zahl der 32 leeren Spektren auf 28 reduziert.

In der Beziehung **(3)** ist die rechte Seite räumlichen Energiedichten $\varepsilon_{km}^{(p)}$ gemäß $\lambda_{(p)}(k,m)\varphi_{km}^{(p)} \sim \varepsilon_{km}^{(p)}$ direkt proportional, woraus eine Interpretation metrischer Strukturstufen abgelesen werden kann. Nach **(c)** und **(2)** werden die $R_{km}$ durch die raumzeitlichen Dichten der Wirkungsquanten oder die räumlichen Dichten quantenhafter Energieniveaus wegen $C_p\varphi_{km}^p \to R_{km}$ (makromare Approximation) bestimmt, so daß im mikromaren Bereich diese Dichten $\varepsilon_{km}^{(p)}$ quantenhafter Energieniveaus im Sinne von diskreten Stufen die metrischen Eigenschaften des $R_4$ unstet ändern. In **(3)** durchlaufen die Indizierungen unabhängig voneinander die Ziffern 1 bis 4 der $R_4$-Dimensionen, so daß **(3)** insgesamt 64 Operatorgleichungen für ebenso viele Punktspektren $\lambda_p(k,m)$ enthält. Die durch die Nichthermitezität bedingte Zusatzbeziehung **(3a)** würde 32 Gleichungen umfassen, doch ist $\varphi_{k(k)}^{(k)} = \varphi_{(k)k}^{(k)}$ völlig evident, was dazu führt, daß diese vier Beziehungen doppelt auftreten und die Zahl der 32 Beziehungen **(3a)** auf 28 reduziert. Da nun die $\lambda_p$ das diskontinuierliche Strukturfeld der Raumzeit mit der Eigenschaft **(3a)** bestimmen, muß mit den 28 Beziehungen **(3a)** in den 64 Beziehungen **(3)** substituiert werden. Die Folge einer solchen Substitution ist dadurch gekennzeichnet, daß prinzipiell von den 64 Punktspektren 28 leer bleiben, was auf die Natur der nichthermiteschen Raumzeitstruktur selbst zurückgehen muß. Es verbleiben mithin $64 - 28 = 36$ diskontinuierliche Energiedichten $\lambda_{(p)}\varphi_{km}^{(p)} \sim \varepsilon_{km}^{(p)} \neq 0$ wegen $\lambda_p(k,m) \neq 0$ der 36 verbleibenden Punktspektren. Diese

Energiedichten müssen aber gegen die zugelassenen Koordinatentransformationen invariant sein, das heißt, sie müssen die Komponenten eines kanonischen Energiedichtetensors, also eines Tensors vom zweiten Tensorgrad bilden, dessen Divergenzfreiheit **(a)** ausdrückt. Diese 36 verschiedenen Komponenten können nur in einem sechsreihigen quadratischen Matrixschema untergebracht werden. Ein solcher zu fordernder sechsreihiger Energiedichtetensor kann nur in einem Raum dargestellt werden, dessen Dimensionszahl mit der Reihenzahl des Tensors identisch ist; denn Zeilen und Spalten eines Tensors sind stets Vektoren.

Aus diesem Grunde liegt der Gedanke nahe, den $R_4$ durch zwei verborgene Dimensionen $x_5$ und $x_6$ zu einem $R_6$ zu erweitern, derart, daß die Raumzeit $R_4$ ein Unterraum dieses $R_6$ ist. Da der $R_6$ die Raumzeit als Unterraum impliziert, soll im folgenden dieser zu konstruierende $R_6$ als **«Welt»** bezeichnet werden, weil er auf jeden Fall alle überhaupt möglichen physischen Strukturen beinhalten muß. Das cartesische rechtsorientierte Koordinatensystem $C$ des $R_4$ muß also wegen der Existenz der $1 \leqq (i,k) \leqq 6$ **Weltdimensionen** $x_k$ durch zwei zum leeren $R_4$ normale Koordinaten $x_5$ und $x_6$ zum Bezugssystem $C$ (ebenfalls cartesisch und rechtsorientiert) der Welt $R_6$ erweitert werden. Zur Konstruktion dieses cartesischen Systems von **Weltkoordinaten** erscheint es unerläßlich, zunächst die Existenz und algebraische Natur der verborgenen Weltdimensionen $x_5$ und $x_6$ zu klären.

Wird im allgemeinen Fall angenommen, daß das System **(3)** in einem allgemeinen $R_n$ beschrieben wird, dann würde **(3)** eine Zahl von $z_1 = n^3$ Spektren $\lambda_p(k,m)$ beschreiben, von denen **(3a)** entsprechend $2n^2$ leer sind. Auch hier würden $n$ für $k = m$ doppelt auftreten, so daß sich für die Zahl leerer Spektren $z_2 = 2n^2 - n$ ergibt. Die Zahl nach **(3a)** nicht leerer Spektren wäre dann $z = z_1 - z_2 = n^3 - 2n^2 + n = n(n^2 - 2n + 1) = n(n-1)^2$, und diese Elemente $\lambda_{(p)}(k,m)\varphi^{(p)}_{km} \sim \varepsilon^{(p)}_{km}$ müßten dann nach **(a)** wegen der Invarianz das quadratische Schema eines Tensors vom Rang $N$ und dem Matrizendefekt $O$ ausfüllen, welches in einem $R_N$ mit $N > n$ darstellbar ist. Mithin gilt auch $z = N^2$, also $N^2 = n(n-1)^2$ oder

$N = (n-1)\sqrt{n}$. Dies bedeutet, daß ein $R_n$ stets dann als Unterraum eines $R_N$ mit $N > n$ aufgefaßt werden kann, wenn $n$ eine Quadratzahl ist, weil nur dann $\sqrt{n}$ und damit auch $N$ ganzzahlig ist. Im Fall $n = 0$ oder $n = 1$ ergibt sich $N = 0$, wogegen $n = 2$ oder $n = 3$ nicht möglich sind, während sich für den empirischen $R_4$ mit $n = 4$ *völlig eindeutig* $N = 6$ folgern läßt. Durchlaufen $i$ und $k$ als Koordinatenindizierungen die Ziffern 1 bis 6 im $R_6$, aber $p, \alpha$ und $\beta$ die Ziffern 1 bis 4 im $R_4$, dann gilt für $\lambda_{(p)}(\alpha,\beta)\varphi^{(p)}_{\alpha\beta} \sim \varepsilon^{(p)}_{\alpha\beta}$ die Zuordnung $\varepsilon^{(p)}_{\alpha\beta} \triangleq T_{ik}$, wenn $T_{ik}$ das Tensorschema im $R_6$ symbolisiert. Diese Zuordnung ist jedoch nicht willkürlich; denn der Raumzeitabschnitt $T_{\alpha\beta}$ muß dem phänomenologischen Teil in **(1)** entsprechen, während $T_{ik}$ aus diesem Raumzeitabschnitt durch eine doppelte Ränderung mit $T_{i5}$ und $T_{i6}$ bzw. $T_{5i}$ und $T_{6i}$ entsteht. Bezeichnet $j$ die zwischen 1 und 3 laufende Indizierung der $R_3$-Koordinaten des physischen Raumes, dann würden die raumartigen Komponenten dieser Ränderung $T_{j5}$ und $T_{j6}$ mit ihren Transpositionen bedeuten, daß $x_5$- und $x_6$-Strukturen unmittelbar auf solche des $R_3$ Einfluß nehmen, wenn $T_{j5} \neq 0$ und (oder) $T_{j6} \neq 0$ ist. In diesem Fall müßten typische physikalische Phänomene empirisch beobachtbar sein, die jedoch in der Experimentalphysik nie festgestellt worden sind. Aus diesem empirischen Grund wäre also für die 12 raumartigen Komponenten der Ränderung $T_{j5} = T_{j6} = 0$ sowie $T_{5j} = T_{6j} = 0$ zu setzen. Nach W. DRÖSCHER kann diese aus empirischen Gründen notwendige Forderung aus **(3)** und **(3a)** hergeleitet werden.

Wegen des Übergangs $C_p\varphi^i_{km} \to R^{i.}_{.kmp}$ in den makromaren Bereich folgt völlig unabhängig von den Symmetrieeigenschaften der $g_{ik}$ aufgrund der algebraischen Struktur der Beziehung **(3)** die Symmetrie $C_p\varphi^i_{mp} = -C_m\varphi^i_{pp}$ oder $\lambda_p(m,p)\varphi^i_{mp} + \lambda_m(p,p)\varphi^i_{pp} = 0$. Da stets $\varphi^i_{km} \neq 0$ gilt, wenn i. B. auf die verwendeten Koordinaten eine metrische Struktur vorausgesetzt wird, und auch $|\varphi^i_{km}| < \infty$ bleibt, aber nach **(3a)** immer $\lambda_m(m,p) = \lambda_m(p,m) = 0$ gilt, folgt aus dieser Symmetriebeziehung auch $\lambda_m(p,p) = 0$ bzw.

ann als Unterraum
n eine Quadrat-
zzahlig ist. Im Fall
$n = 2$ oder $n = 3$
en $R_4$ mit $n = 4$
und $k$ als Koordi-
er $p, \alpha$ und $\beta$ die
$\varepsilon^{(p)}_{\alpha\beta}$ die Zuordnung
symbolisiert. Diese
Raumzeitabschnitt
entsprechen, wäh-
e doppelte Rände-
t. Bezeichnet $j$ die
$_3$-Koordinaten des
Komponenten die-
onen bedeuten, daß
$R_3$ Einfluß neh-
iesem Fall müßten
bachtbar sein, die
worden sind. Aus
umartigen Kompo-
$= T_{6j} = 0$ zu set-
chen Gründen not-
erden.

n makromaren Be-
ieeigenschaften der
hung **(3)** die Sym-
$+ \lambda_m(p,p)\varphi^i_{pp} = 0$.
ndeten Koordinaten
auch $|\varphi^i_{km}| < \infty$
$,m) = 0$ gilt, folgt
bzw.

$\lambda_p(m,m) = 0$. Es handelt sich hierbei um 16 Beziehungen, von denen die 4 für $p = m$ bereits in **(3a)** berücksichtigt wurden. Es verbleiben demnach 12 weitere verschwindende Eigenwertspektren, nämlich

$$\lambda_p(m,m) = 0, \qquad p \neq m \qquad \textbf{(3b)},$$

die wegen $\lambda_{(p)}(k,m)\varphi^{(p)}_{km} \sim \varepsilon^{(p)}_{km}$ im $R_4$ und $\varepsilon^{(p)}_{\alpha\beta} \triangleq T_{ik}$ aussagen, daß der Tensor $T_{ik}$ des $R_6$ tatsächlich 12 Komponenten enthält, die verschwinden. Diese Nullstellen können dabei nicht im Raumzeitabschnitt und auch nicht in der zeitlichen Ränderung liegen, so daß mit **(3b)** die empirische Forderung $T_{j5} = T_{j6} = 0$ und $T_{5j} = T_{6j} = 0$ erfüllt und zugleich erklärt wird. Es kann demnach das $R_6$-Schema in der folgenden Form dargestellt werden:

$$\overrightarrow{\overrightarrow{T}} = \begin{bmatrix} (11) & (12) & (13) & (14) & 0 & 0 \\ (21) & (22) & (23) & (24) & 0 & 0 \\ (31) & (32) & (33) & (34) & 0 & 0 \\ (41) & (42) & (43) & (44) & (45) & (46) \\ 0 & 0 & 0 & (54) & (55) & (56) \\ 0 & 0 & 0 & (64) & (65) & (66) \end{bmatrix}, \quad T_{ik} \equiv (ik) \qquad \textbf{(3c)}.$$

Zunächst wird deutlich, daß zumindest im reellen Fall $T_{ik} = T^*_{ik}$ für die Determinante im Allgemeinen $|T_{ik}|_6 \neq 0$ bleibt, so daß, wenn das Schema als Matrix geschrieben wird, $rg\hat{T} = 6$, also $\mathrm{def}\hat{T} = 0$ gilt. Demnach sind die $T_{ik}$ tatsächlich Tensorkomponenten, doch ist dies noch kein Beweis dafür, daß der $R_6$ tatsächlich existiert.

Wird die $R_4$-Symmetriebeziehung

$\lambda_{(m)}(m,p)\varphi^i_{mp} + \lambda_{(p)}(m,m)\varphi^i_{mm} = 0$ in die Form

$\varphi^i_{mp} = -(\lambda_p(m,m)/\lambda_m(m,p))\varphi^i_{mm}$ gebracht, dann entsteht nach **(3a)** und **(3b)** wegen $\lambda_m(m,p) = \lambda_p(m,m) = 0$ ein uneigentlicher Quotient. Existiert hinsichtlich des Bezugssystems eine metrische Struktur, dann ist sowohl für alle $R_4$-Indizierungen $\varphi^i_{km} \neq 0$ als auch $|\varphi^i_{km}| < \infty$, so daß der uneigentliche Quotient den Limes $-(\lambda_p(m,m)/\lambda_m(m,p)) \to a_{mp} = \mathrm{const} \neq 0$ mit $|a_{mp}| < \infty$ liefert. Damit ist nach W. DRÖSCHER die Existenz des $R_6$ als Hyperraum der Welt bewiesen. Berücksichtigt man, daß $\lambda_{(p)}(\alpha,\beta)\varphi^{(p)}_{\alpha\beta} \sim \varepsilon^{(p)}_{\alpha\beta} \triangleq T_{ik}$

Größen des mikromaren Bereiches sind, dann wird deutlich, daß im Schema **(3c)** der Transabschnitt (hier bezieht sich die Silbe Trans auf den Unterraum $R_4$) nämlich aus den Komponenten $T_{55}, T_{56}$ sowie $T_{65}$ und $T_{66}$ nur über die Zeitreihen $T_{i4}$ bzw. $T_{4i}$ mit $1 \leqq i \leqq 6$ auf den Raumzeitabschnitt und indirekt auf die $R_3$-Verteilung Einfluß nehmen kann. Dies bedeutet, daß wegen **(3c)** im mikromaren Bereich die Zukunft prinzipiell offen ist, also futurische Aussagen nur Wahrscheinlichkeitsaussagen über Möglichkeiten sein können. Erst wenn viele Mikrozustände superponieren und ein makromares Kollektiv bilden, wird die Eindeutigkeit einer faktischen Kausalität vorgetäuscht. C. F. v. WEIZSÄCKER führte in genialer Weise die gesamte abstrakte Quantentheorie als Rahmenwerk auf nur zwei Prämissen, nämlich die Existenz trennbarer Alternativen und die Existenz einer offenen Zukunft zurück. Es erscheint interessant, daß sich diese zweite Prämisse aus **(3c)** offenbar von selbst ergibt.

Unter Berücksichtigung von **(3b)** im allgemeinen Fall eines $R_n$ ist $z = n(n-1)^2$ nochmals zu vermindern um die Zahl $n^2 - n$ nach **(3b)**, was $r = z - n^2 + n = n(n-1)^2 - n^2 + n =$ $= n(n-1)(n-2) = 6\binom{n}{3}$ ergibt. Existiert $R_n \to R_N$ mit $N \geqq n \geqq 0$, dann muß $r$ mit $N^2 - \alpha N$ verglichen werden, worin $\alpha = \text{const} > 1$ ein noch offener Faktor ist. Für die quadratische Gleichung $N^2 - \alpha N = r$ ergeben sich die Lösungen $N_{1,2} = \alpha/2 \pm \sqrt{r + \alpha^2/4}$, in denen wegen **(3b)** für $\alpha = 2$, also $N_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+r}$ gesetzt werden kann. Hieraus wird deutlich, daß nur für die nichtrelevanten Fälle $n = 0$ bis $n = 2$ neben $N = N_1 = 2$ noch ein negativer Zweig $N_2 = 0$ existiert, jedoch für alle $n \geqq 3$ nicht mehr. Wenn also der $R_n$ als Unterraum des $R_N$ anzusprechen ist, dann muß im Dimensionsgesetz

$$N = 1 \pm \sqrt{1+r}, \quad r = 6\binom{n}{3}, \quad 0 \leqq n \leqq N, \qquad (N)\text{MOD}(1) = 0 \qquad \textbf{(3d)}$$

die Zahl $1 + r$ eine Quadratzahl sein, weil auf jeden Fall $N$ ganzzahlig ist. Diese Ganzzahligkeit wird jedoch nur im Fall eines $R_4$ mit $n = 4$, also $1 + r = 25$ und für $n = 6$ durch $1 + r = 121$ erfüllt,

was $N(n=4)=6$ und $N(n=6)=12$ liefert. Mithin kann der $R_4$ nur gemäß $R_4 \to R_6 \to R_{12}$ der Unterraum eines $R_6$ oder eines $R_{12}$ sein, während die übrigen Möglichkeiten auszuschließen sind. Sieht man zunächst von der Möglichkeit des $R_{12}$ ab, dann erscheint es wesentlich, den algebraischen Charakter der $R_6$-Koordinaten $x_5$ und $x_6$ zu ermitteln.

Offensichtlich können diese Zusatzdimensionen der Welt auf keinen Fall komplexer Natur sein, so daß für $x_5$ und $x_6$ nur reelle oder imaginäre Zählungen angenommen werden dürfen. Wegen der Realität der $R_3$-Koordinaten und $x_4 = \mathrm{ict}$ ist die Signatur des $R_4$-Unterraumes eindeutig durch $(+++-)$ gegeben, so daß die Signatur des zu konstruierenden $R_6$ vierdeutig wird. Für die möglichen $R_6$-Signaturen kommen nur $a(+++-++)$, ferner $b(+++-+-)$ sowie $c(+++--+)$ und $d(+++---)$ in Betracht. Im $R_4$-Unterraum gilt für die Funktionaldeterminante (i. B. auf die zugelassenen Koordinatentransformationen) $w=\sqrt{-g}$, worin der algebraische Charakter dieser Funktionaldeterminante von der metrischen Determinante $g$ bestimmt wird. Der $R_6$ ist nun lediglich die dimensionelle Erweiterung der Raumzeit, so daß der algebraische Charakter der Funktionaldeterminante bei dieser Erweiterung erhalten bleiben muß; denn auch in der $R_6$-Welt muß die Invarianz zugelassener Koordinatentransformationen gegen die globale Poincarégruppe gefordert werden. Aus diesem Grunde entfallen von vornherein die Signaturmöglichkeiten $b$ und $c$, das heißt, es ist die Alternative $a$ oder $d$ zu entscheiden.

Nach dem empirischen Prinzip **(b)** wird die physische Welt von Stabilitäten beherrscht, und zwar ist insbesondere der makromare Gravitationsfeldverlauf so beschaffen, daß sich gravitierende Körper auf geschlossenen Keplerbahnen (in sehr guter Näherung Kegelschnitte) stabil bewegen können, während im mikromaren Bereich die Basis der materiellen Welt durch die Existenz stabiler Grundzustände der Hüllenelektronen atomarer Strukturen gekennzeichnet ist. Wird nun eine Welt unterstellt, in der es $p \geqq 3$ reelle Dimensionen gibt ($p=3$ des $R_3$ ist evident), dann kann das Gravitationsgesetz im makromaren Bereich für diesen Fall entwickelt werden. Eine Analyse möglicher Bah-

nen zeigt, daß es für $p > 4$ überhaupt keine stabile Gravitationsbahn, sondern nur logarithmische Spiralen gibt, während für $p = 4$ neben diesen logarithmischen Spiralen nur die Kreisbahn existiert, die aber wegen der Irrationalität der Zahl $\pi$ sofort in eine nichtstabile logarithmische Spirale umschlägt. Nur für $p \leqq 3$ sind die tatsächlich beobachteten stabilen Bahnen möglich, was im makromaren Bereich $p = 3$ festlegt. Eine analoge Untersuchung quantentheoretischer Art atomarer Elektronenhüllen zeigt, daß die stabilen Grundzustände nur im Fall $p \leqq 3$ erscheinen, während für alle $p > 3$ diese stabilen Grundzustände nicht möglich sind. Die empirische Existenz stabiler Materie weist also auch im mikromaren Bereich auf $p = 3$ hin. So zeigt **(b)**, daß nur die Signatur $d$ für den $R_6$ in Betracht kommt. Demnach muß das cartesische rechtsorientierte Bezugssystem $C$ des $R_4$ durch zwei imaginäre Koordinaten $x_5 = i\varepsilon$ und $x_6 = i\eta$ zu einem cartesischen Bezugssystem $C$ des $R_6$ erweitert werden. Das $R_6$-Bezugssystem $C$ wird also beschrieben durch

$$(x_1, x_2, x_3) = (x_1^*, x_2^*, x_3^*) \triangleq R_3, \quad x_4 = \mathrm{ict}, \quad x_5 = i\varepsilon\ , \quad x_6 = i\eta. \quad \textbf{(4)}$$

Diese $1 \leqq k \leqq 6$ Koordinaten sind voneinander unabhängig, so daß ein normiertes Orthogonalsystem von Einheitsvektoren $\vec{e}_k$ gemäß

$$1 \leqq k \leqq 6, \qquad \vec{x}_k = \vec{e}_k x_k, \qquad \vec{e}_i \vec{e}_k = \delta_{ik} \qquad \textbf{(4a)}$$

diese Weltkoordinaten orientiert und den $R_6$ als Vektorraum aufspannt.

Hinsichtlich des $R_4$ haben $x_5$ und $x_6$ in **(4)** und **(4a)** die Eigenschaft verborgener Weltkoordinaten, die es jedoch nach der Kopenhagener Schule der Quantentheorie nicht geben dürfte. Zunächst wäre festzustellen, daß $x_5$ und $x_6$ imaginär zählen und hinsichtlich ihrer noch unbekannten Semantik mit Sicherheit völlig anders geartet sind als die von der Kopenhagener Schule zugelassenen Raumzeitkoordinaten. Schließlich wäre es auch denkbar, daß J. v. NEUMANN im Rahmen dieser Schule den Begriff der Quantentheorie eventuell etwas zu eng gefaßt haben könnte, was zur damaligen Zeit einen Hyperraum mit verborgenen Weltkoordinaten ausschließen mußte.

Die Herleitung von **(4)** zeigte, daß es nur drei reelle Weltkoordinaten geben kann, so daß auch bei dem nach **(3d)** möglichen Übergang

e Gravitationsbahn,
d für $p = 4$ neben
n existiert, die aber
ichtstabile logarith-
atsächlich beobach-
ren Bereich $p = 3$
etischer Art atoma-
ustände nur im Fall
ilen Grundzustände
r Materie weist also
igt **(b)**, daß nur die
ch muß das cartesi-
rch zwei imaginäre
tesischen Bezugssy-
system $C$ wird also

$i\varepsilon$ , $x_6 = i\eta$. **(4)**

unabhängig, so daß
oren $\vec{e}_k$ gemäß

$= \delta_{ik}$ **(4a)**

ls Vektorraum auf-

nd **(4a)** die Eigen-
nach der Kopenha-
rfte. Zunächst wäre
d hinsichtlich ihrer
anders geartet sind
n Raumzeitkoordi-
NEUMANN im Rah-
eventuell etwas zu
t einen Hyperraum
ßte.
eelle Weltkoordina-
möglichen Übergang

$R_6 \to R_{12}$ die zusätzlichen Koordinaten $x_7 \ldots x_{12}$ ebenfalls imaginär zählen. Der Bau von **(3c)** legt nahe, daß die Mengen der $R_6$-Koordinaten in der Form $\{x_1, x_2, x_3\}, \{x_4\}, \{x_5, x_6\}$ strukturiert sind. Im Fall $R_6 \to R_{12}$ setzt sich mit großer Wahrscheinlichkeit diese Strukturierung in der Form $\{x_p, x_{p+1}\}$ fort, wenn für $p$ die Zahlen 7, 9, 11 stehen. Wenn dies angenommen und berücksichtigt wird, daß nach **(3d)** für $n = 0$ bis $n = 2$ stets $N = 2$ für den positiven und $N = 0$ für den negativen Zweig von **(3d)** liefert, dann wäre im Sinne von $R_4 \to R_6 \to R_{12}$ die Beziehung $R_6 \cup R_2 \to R_6 \cup R_0$ möglich. Unter der vorgegebenen Strukturierung der Menge der $R_{12}$-Koordinaten wird somit der $R_{12}$ in einen $R_6'$ zurücktransformiert. Es gelten demnach die Übergänge $R_4 \to R_6 \to R_{12} \to R_6'$ mit $R_4 \subset R_6 \subset R_{12}$ bzw. $R_4 \subset R_6' \subset R_{12}$. Es werde der Übergang $R_6 \to R_{12}$ und die automatische Rücktransformation $R_{12} \to R_6'$ durch die Beziehung

$$R_6 \to R_{12} \to R_6' \neq R_6 \qquad \textbf{(4b)}$$

zum Ausdruck gebracht. Die explizite Herleitung dieses Sachverhaltes erfolgt in IV., 5. dieses Bandes, wobei sich zeigen wird, daß der ebenfalls denkbare Fall $R_6' = R_6$ ausgeschlossen werden muß.

## 2. Konstruktion des Welttensoriums

Im folgenden werde der $R_6$ auf das durch **(4)** und **(4a)** beschriebene System $C$ cartesischer rechtsorientierter Weltkoordinaten $x_k$ bezogen. Die Punkte des $R_6$, also die **Weltpunkte**, werden dann durch jeweils 6 Koordinatenangaben gekennzeichnet und müssen offensichtlich wegen der Zeitzählung $x_4$ ebenfalls als Ereignisse interpretiert werden. Diese Interpretation hat aber zur Folge, daß zwischen den physisch manifestierbaren – also **manifesten** – **Ereignissen** $x_5 = x_6 = 0$ und den **latenten Ereignissen** $x_5 \neq 0$ und (oder) $x_6 \neq 0$ unterschieden werden muß. Hier sind die manifesten Ereignisse die Punkte des raumzeitlichen Unterraumes $R_4$ der Welt, während die latenten oder auch virtuellen Ereignisse die Weltpunkte außerhalb dieses Unterraumes sind. Lineare Mannigfaltigkeiten der Weltpunkte sollen als **Weltlinien** bezeichnet werden. Diese Weltlinien brauchen dabei nicht notwendig im $R_4$ zu verlaufen, doch kennzeichnet eine nur im $R_4$ liegende Weltlinie als Raumzeitlinie das zeitliche Geschehen eines $R_4$-Punktes und die Gesamtheit aller Raumzeitlinien im $R_4$ die zeitliche **kosmische Bewegung** des reellen, hinsichtlich der Drehgruppe kompakten $R_3$ (physisches Universum).

Das System $C$ der Weltkoordinaten spannt in $1 \leqq p \leqq 6$ Dimensionen verschiedene Unterräume $V_p$ auf. So gibt es zunächst 6 eindimensionale Gebilde $V_1$ als Koordinaten $x_k$ und 15 Flächen $V_2$, ferner 20 Unterräume $V_3$ sowie 15 Unterräume $V_4$ und 6 Hyperflächen $V_5$ der Welt $R_6$. In allen diesen $V_p$ sind Gebilde der Welt möglich. Von den 20 Unterräumen $V_3$ sind 18 komplexer Natur, während einer von den 3 imaginären Koordinaten aufgespannt wird und sich ein weiterer als der reelle physische $R_3$ erweist. Ganz analog ist auch die Raumzeit $R_4$ einer der 15 Unterräume $V_4$.

Dieser $R_6$ ist seiner Natur nach ein affiner Raum, der dimensionell den ebenfalls affinen $R_4$ einschließt. Als allgemeine Affinitätsmatrix

ergab sich im $R_4$ die reguläre und orthogonale Matrix $\hat{B}$ der Lorentzgruppe gleichberechtigter Inertialsysteme, welche die Summe der Koordinatenquadrate im $R_4$ invariant läßt. Nun kann durch eine geeignete doppelte Ränderung von $\hat{B}$ stets eine orthogonale quadratische Matrix $\hat{C}$ im $R_6$ vom quadratischen Matrizentyp 6 konstruiert werden, so daß der raumzeitliche Matrizenabschnitt aus $\hat{C}$ mit $\hat{B}$ identisch und die Orthogonalität durch $\hat{C}\,\hat{C}_{\mathrm{T}} = \hat{E}$ erfüllt wird. Die Regularität dieser sechsreihigen Affinitätsmatrix wird dabei durch das Verhalten der Matrizendeterminante $|C_{ik}|_6 \neq 0$ bedingt, was $def\hat{C} = 0$ und daher $rg\hat{C} = 6$, also Identität des Ranges mit Matrizentyp und Dimensionszahl zur Folge hat, was die Regularität von $\hat{C}$ ausdrückt. Für die Matrizendeterminante kann dann stets $|C_{ik}|_6 = 1$ erreicht werden.

Der Abstand $\vec{s}$ eines Weltpunktes vom Koordinatenursprung, nämlich $\vec{s} = \sum_{k=1}^{6} \vec{e}_k x_k$ erfährt beim Wechsel des Systems $C$ in ein gleichberechtigtes System $C'$ durch $\hat{C}$ die Transformation $\vec{s}' = \hat{C}\vec{s}$ oder invers $\vec{s} = \hat{C}^{-1}\vec{s}' = \hat{C}_T\vec{s}'$. Wegen $\hat{C}\hat{C}_T = \hat{E}$ bleibt also die indefinite quadratische Form $s^2$, aber auch $\vec{s}d\vec{s}$ und $ds^2$ gegen die regulären Affinitäten $\hat{C}$ invariant. Bei diesen Invarianten handelt es sich um indefinite homogene quadratische Formen, deren Trägheitsindex 3 wegen der $R_6$-Signatur $(+++---)$ grundsätzlich invariant bleibt. Die invariante Differentialform $ds^2 = \sum_{k=1}^{6} dx_k^2$ ist dabei die Metrik einer von Ereignisstrukturen freien Welt eines pseudoeuklidischen $R_6$, wobei die Pseudoeuklidizität durch die Geodäsie des cartesischen $C$-Systems charakterisiert wird.

Diese Invarianz solcher homogener quadratischer Formen gegen $\hat{C} = \mathrm{const}$ als Folge der Orthogonalität ist die Invarianz gegen die allgemeine Gruppe der Parallelverschiebungen und Koordinatendrehungen, so daß sich bereits hierdurch die $x_k$ als 6 voneinander unabhängige Wertevorräte erweisen, was diese $x_k$ aus **(4)** und **(4a)** daher als Dimensionen eines $R_6$ kennzeichnen. In dieser Welt können die verschiedensten Invarianzforderungen gestellt werden, was, auf die jeweilige Transformationsgruppe bezogen, Felder von **Welttensoren**

des allgemeinen Tensorgrades $m$ definiert, wobei dieser Tensorgrad gemäß $0 \leqq m \leqq 6$ nach den Prinzipien der Tensorgeometrie allerdings durch die Zahl der Weltdimensionen begrenzt wird. Im folgenden werden Tensorfelder $m = 0$ als **Weltskalare** und $m = 1$ als **Weltvektoren** bezeichnet.

Der Weltlinienabstand von zwei infinitesimal benachbarten Weltpunkten, also $d\vec{s} = \sum_{k=1}^{6} \vec{e}_k dx_k = \sum_{k=1}^{6} \dot{\vec{x}}_k dt$ kann auf das Zeitelement $dt$ bezogen werden und definiert so eine **Weltgeschwindigkeit** $d\vec{s} = \vec{Y} dt$, die in der Form $\vec{Y} = \vec{v} + i\vec{u}$ explizit ausgedrückt werden kann, wenn $\vec{v}$ die Relativgeschwindigkeit im $R_3$ und $u^2 = c^2 + \dot{\varepsilon}^2 + \dot{\eta}^2$ ist. Für $\dot{\varepsilon} = \dot{\eta} = 0$ wird also $u = c$. Der infinitesimale Abstand $d\vec{s}$ ist ein Weltlinienelement, so daß für die Richtungskosinus der Winkel $\alpha_k$ zwischen den Weltlinientangenten und den $x_k$ allgemein $\cos\alpha_k ds = dx_k$ oder $Y\cos\alpha_k = \dot{x}_k$ gilt. Hieraus wird sofort deutlich, daß sich für alle Indizierungen $j \neq 4$ stets $\cos\alpha_j = 0$ oder $2\alpha_j = \pi$ erreichen läßt, obgleich im allgemeinen $\cos\alpha_j \neq 0$ ist. Nur im Fall $k = 4$ ergibt sich wegen $x_4 = ict$ mit $u\beta = v$ wegen $\dot{x}_4 = ic$ die Beziehung $u\sqrt{1-\beta^2}\cos\alpha_4 = c$, so daß für $\alpha_4$ wegen $\cos\alpha \neq 0$ niemals die Orthogonalität erreichbar ist, die für alle $j \neq 4$ ermöglicht werden kann. Da also grundsätzlich in der Welt $2\alpha_4 \neq \pi$ bleibt, muß auf die morphologische Anisotropie der Welt in bezug auf $x_4$ geschlossen werden, was wiederum auf eine Schar früher oder später liegender Streckenräume $R_3$ normal zu $x_4$ hinweist.

Wird die Beziehung der Richtungscosinus $Y\cos\alpha_k = \dot{x}_k$ quadriert und summiert, dann folgt $Y^2 \sum_{k=1}^{6} \cos^2\alpha_k = \sum_{k=1}^{6} \dot{x}_k^2 = Y^2$, das heißt, für die Richtungscosinus der Tangentenwinkel gilt das Theorem

$$\sum_{k=1}^{6} \cos^2\alpha_k = 1. \qquad \textbf{(5)}$$

Da nun für alle $j \neq 4$ stets $\cos\alpha_j = 0$ erreicht werden kann, und zwar durch $\dot{x}_k = 0$ oder $\vec{v} = \vec{0}$ und $\dot{\varepsilon} = \dot{\eta} = 0$, folgt aus **(5)** unter dieser Voraussetzung $\cos^2\alpha_4 = 1$ oder nach Radizierung

$\cos\alpha_4 = \pm 1$. Hier wird die zeitliche morphologische Anisotropie des $R_6$ besonders deutlich, was in

$$j \neq 4, \qquad 2\alpha_j = \pi, \qquad \cos\alpha_4 = \pm 1 \tag{5a}$$

zusammengefaßt werden soll. Diese Anisotropie der Welt hinsichtlich $x_4$ bedeutet zunächst, daß $x_4$ auf keinen Fall mit den übrigen 5 Weltdimensionen vertauschbar ist. Andererseits weist das doppelte Vorzeichen in **(5a)** darauf hin, daß es zur Zeitkoordinate $x_4 = x_4^+$ für $\cos\alpha_4 = +1$ im $R_6$ noch eine antiparallele Zeitzählung $x_4^-$ geben kann, das heißt, zum raumzeitlichen Unterraum $R_4 \equiv R_4^+$ ist im $R_6$ eine Antiraumzeit $R_4^-$ möglich. Alle raumzeitlichen Unterräume bilden aber parallele Scharen aus $0 \leqq v_p < \infty$ Raumzeiten $R_4^+(v_p)$ oder $R_4^-(v_p)$ normal zu den beiden anderen imaginären Weltdimensionen $x_p$ mit $p = 5$ oder $p = 6$, so daß $R_4^+(0) \triangleq R_4^+ \triangleq R_4$ und analog $R_4^-(0) \triangleq R_4^-$ wird. Wegen **(5a)** ist aber im ganzen $R_6$ die gleiche Zeitzählung als Weltdimension $x_4$ und die gleiche morphologische Geschichtlichkeit der $R_3$-Streckenräume existent, die sich im Fall $\cos\alpha_4 = -1$ nur im Vorzeichen unterscheidet. Dies bedeutet, daß die beiden Scharen paralleler Raumzeiten normal zu den $x_p$ als Scharen von Parallelräumen $R_3^+(v_p)$ und $R_3^-(v_p)$ für $p = 5$ und $p = 6$ aufzufassen sind, die denselben Zeitzählungen $x_4$ unterworfen sind. Beide Scharen sind Parallelräume zum physischen Universum $R_3$. Dieser $R_3$ ist ein reeller, hinsichtlich der Drehgruppe kompakter dreidimensionaler Raum, dessen Koordinaten vertauschbar sind. Wegen der Scharen möglicher Parallelräume normal zu den Koordinaten $x_5$ und $x_6$ scheint neben der zeitlichen Anisotropie des $R_6$ auch eine strukturelle Anisotropie in $x_5$ und $x_6$ möglich zu sein, woraus folgt, daß nicht nur $x_4$, sondern sämtliche imaginären Koordinaten weder untereinander noch mit den reellen $R_3$-Koordinaten vertauschbar sind.

In Anlehnung an **(5)** können noch die Winkel $\varphi(v)$ und $\varphi(u)$ zwischen dem Weltlinienelement $\vec{ds}$ (also der Weltlinientangente) und dem Real- bzw. Imaginärteil von $\vec{Y}$ untersucht werden. Für $\varphi(v) = \sphericalangle(\vec{ds}, \vec{v})$ und $\varphi(u) = \sphericalangle(\vec{ds}, i\vec{u})$ gelten die Kosinus

$\cos\varphi(v) = \frac{vdt}{ds} = v/Y$ und $\cos\varphi(u) = \frac{iudt}{ds} = iu/Y$, oder wegen $\vec{Y} = \vec{v} + i\vec{u}$ im Betrag $Y = iu\sqrt{1-\beta^2}$ mit $u\beta = v$ auch $\sqrt{1-\beta^2}\cos\varphi(v) = -i\beta$ und $\sqrt{1-\beta^2}\cos\varphi(u) = 1$, was für die Sinusbeträge nach dem Theorem $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ die Ausdrücke $\sqrt{1-\beta^2}\sin\varphi(v) = 1$ und $\sqrt{1-\beta^2}\sin\varphi(u) = i\beta$ liefert. Hieraus folgt wiederum $ctg\varphi(v) = -i\beta$ und $tg\varphi(u) = i\beta$ oder im Vergleich $ctg\varphi(v) = -tg\varphi(u) = ctg(\varphi(u) + \pi/2)$, also die Komplementarität

$$\varphi(v) - \varphi(u) = \pi/2. \tag{5b}$$

Hinsichtlich der Relativbewegung $v \neq 0$ im $R_3$ muß es auch im $R_6$ eine reguläre orthogonale Transformationsmatrix $\underline{\hat{C}} = (\underline{C}_{ik})_6$ in Analogie zu den $\hat{A}_{\pm}$ der $R_{\pm 4}$ oder $\hat{B}$ des $R_4$ mit der Eigenschaft $\underline{\hat{C}}\,\underline{\hat{C}}_T = \hat{E}$ und $|\underline{C}_{ik}|_6 \neq 0$ geben, deren Raumzeitabschnitt wegen $x_4 = ict$ des $R_4$ die Lorentzmatrix des elektromagnetischen Relativitätsprinzips als Approximation liefern muß. Es soll unterstellt werden, daß die $x_5$- und (oder) $x_6$-Komponente einer im $R_3$ mit $v = \text{const} > 0$ relativ bewegten Masse sich allein aufgrund dieser Relativbewegung nicht verändert. Auch soll die Relativbewegung auf der Koordinate $x_1$ im $R_3$ erfolgen. Wegen $\vec{Y} = \vec{v} + i\vec{u}$ und $u^2 = c^2 + \dot{\varepsilon}^2 + \dot{\eta}^2$ kann als Bezugsgröße $u$ im $R_6$ verwendet werden. Mit dem Geschwindigkeitsmaß $\beta = v/u$ und der imaginären Drehung $\psi = -\psi^*$ wird dann wegen $i\beta = tg\psi$ in Analogie zur speziellen Lorentzmatrix der Raumzeit zunächst $\underline{\hat{C}} = \hat{C}$ mit $C_{km} = \delta_{km}$ für $k = 2, k = 3, k = 5$ und $k = 6$, aber $C_{11} = C_{44} = \cos\psi$ und $C_{14} = -C_{41} = \sin\psi$, während $C_{k2} = C_{k3} = C_{k5} = C_{k6} = 0$ für $k = 1$ und $k = 4$ gilt. Dieser spezielle Fall $\hat{C}$ wird also beschrieben durch

$$\hat{C}(R_6) = \begin{pmatrix} \cos\psi & 0 & 0 & \sin\psi & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\psi & 0 & 0 & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad u\beta = v, \qquad i\beta = tg\psi,$$

$$\psi = -\psi^*, \qquad \vec{Y} = \vec{v} + i\vec{u}, \qquad u^2 = c^2 + \dot{\varepsilon}^2 + \dot{\eta}^2. \tag{5c}$$

/ $Y$, oder wegen

$u\beta = v$ auch

, was für die Sinus-

Ausdrücke

iefert. Hieraus folgt

oder im Vergleich

Komplementarität

**(5b)**

$_3$ muß es auch im

trix $\underline{\hat{C}} = (\underline{C}_{ik})_6$ in

mit der Eigenschaft

zeitabschnitt wegen

gnetischen Relativi-

unterstellt werden,

ner im $R_3$ mit

ufgrund dieser Rela-

ivbewegung auf der

$\vec{u}$ und

m $R_6$ verwendet

und der imaginären

in Analogie zur spe-

$= \hat{C}$ mit $C_{km} = \delta_{km}$

$= C_{44} = \cos\psi$ und

$C_{k5} = C_{k6} = 0$ für

ird also beschrieben

$$i\beta = tg\psi,$$

$+ \dot{\eta}^2.$ **(5c)**



Für diese Matrix ist $\hat{C}_T = \hat{C}^*$ wegen $\psi = -\psi^*$ und der ungeraden Eigenschaft der Sinusfunktion. Im Raumzeitabschnitt von $\hat{C}$ erscheint der multiplikative Einfluß von $\hat{A}_+$ auf $\hat{A}_-$ zu $\hat{B}$ in der Bezugsgeschwindigkeit $u$, für welche erst im Fall $\dot{\varepsilon} = \dot{\eta} = 0$ die Konstanz $u = c$ in $\hat{A}_-$ gesetzt werden kann. Empirisch macht sich der Einfluß $\dot{\varepsilon} \neq 0$ und $\dot{\eta} \neq 0$ in $u \neq c$ nur dann bemerkbar, wenn die $x_5$- und (oder) $x_6$-Komponente des relativ bewegten Systems sich zeitlich verändert.

Aufgrund der Beziehung **(5)** bis **(5b)** besteht nun die Möglichkeit, die aus der Relativitätstheorie bekannte $R_4$-Konstruktion des zeitartigen Vor- und Nachkegels in den $R_6$ zu übertragen. Auch hier erscheint in bezug auf $x_4$ im $R_4$-Unterraum (bezogen auf einen manifesten Weltpunkt) ein zweischaliger Hyperbelraum, der von jeweils einem konischen Asymptotenraum umschlossen wird, derart, daß alle hinsichtlich des gegenwärtigen Bezugsweltpunktes früher liegenden (faktisch vergangenen) und alle später liegenden (potentiell futurischen) Weltpunkte solche dieser zweischaligen Hyperbelräume oder solche der konischen Asymptotenräume sind. Die Weltpunkte dieser Asymptotenräume sind dabei stets Punkte von Weltlinien, die den Charakter geodätischer Nullinien tragen. Während im pseudoeuklidischen Fall diese zweischaligen Hyperbelräume und die zugehörigen konischen Räume im $R_4$ symmetrisch sind, ist diese Symmetrie der Unterräume in $x_5$ und $x_6$ nicht mehr notwendig gegeben. Eine Analyse dieser Konstruktion des $R_6$ zeigt, daß die Konstanz von $\hat{C}$ mindestens $\beta = \text{const}$ oder aber weitergehender $\vec{Y} = \text{const}$ voraussetzt. Die Invarianz der möglichen Welttensoren gegen die regulären Affinitäten der orthogonalen Affinitätsmatrix $\hat{C} = \text{const}$ kann sich also nur auf Weltlinien beziehen, welche mindestens $v \sim u$ (also $\beta = \text{const}$) oder $\vec{Y} = \text{const}$ erfüllen.

Die vorangegangenen Untersuchungen bezogen sich auf eine leere, also von unterscheidbaren Ereignisstrukturen freie Welt eines pseudoeuklidischen $R_6$. Wenn aber unterscheidbare Strukturen von Weltpunkten existieren, welche die Unterräume $R_4$ und $R_3$ schneiden,

dann wären alle wie auch immer gearteten Geschehensabläufe und Phänomene im kompakten $R_3$ des physischen Universums als dreifach singuläre Abbildung solcher Weltstrukturen aufzufassen.

hehensabläufe und
niversums als drei-
fzufassen.

## 3. Hermitesche Weltstrukturen

Die Invarianz gegen die regulären Affinitäten $\hat{C} = \text{const}$ setzt nach der vorangegangenen Untersuchung $\vec{Y} = \text{const}$, mindestens aber $\beta = \text{const}$ voraus, was $\varphi(v) = \text{const}$ und $\varphi(u) = \text{const}$ zur Folge hat. Das konstante Verhalten dieser beiden Winkel aus **(5b)** bedeutet, daß die betreffenden Weltlinien mit ihren Tangenten identisch werden. Wird also $\beta = v / u = \text{const}$ durch $\vec{Y} = \text{const}$ mit $\vec{v} = \text{const}$ im $R_3$ und $u = \text{const}$ erreicht, dann gibt es im $R_6$ überhaupt keine gekrümmten Weltlinien und die homogen quadratische Differentialform der Metrik $ds^2 = \sum_{k=1}^{6} dx_k^2$ kennzeichnet wegen ihrer Invarianz gegen $\hat{C}$ das System $C$ aus **(4)** als geodätisch. In diesem Fall kann es im $R_6$ keine unterscheidbaren Ereignisstrukturen geben, so daß hier der Fall einer leeren Welt vorliegt.

Im allgemeinen sind $\vec{Y}(x_1 \ldots x_6)$ mit $\vec{v}(x_1 \ldots x_6)$, sowie $\vec{u}(x_1 \ldots x_6)$ und $\beta(x_1 \ldots x_6)$ Funktionen der $C$-Koordinaten, so daß auch die beiden nach **(5b)** komplementären Winkel zu solchen Funktionen werden, was dann ebenfalls für die Tangentenrichtungen **(5)** gilt. Dies ist jedoch nur möglich, wenn die Weltlinien gekrümmt sind, also unterscheidbare Ereignisstrukturen in der Welt existieren. Trotzdem besteht die Möglichkeit geradliniger Weltlinien $\beta = \text{const}$, nämlich dann, wenn $v(x_1 \ldots x_6)$ und $u(x_1 \ldots x_6)$ durch das Verhalten von $x_5$ und $x_6$ so beschaffen sind, daß sich die Koordinatenabhängigkeiten im Quotienten $v / u$ aufheben, so daß $\beta = \text{const}$ wird. Hierbei handelt es sich allerdings um einen Sonderfall, der für die folgenden Untersuchungen keinerlei Relevanz hat. Wenn gekrümmte Weltlinien Ereignisstrukturen anzeigen, dann ist $R_6$ nicht mehr leer, sondern er weist als *Weltstrukturen* metrische Deformationen hinsichtlich der $x_k$ des $C$-Systems **(4)** auf, welche nichteuklidischer Natur sind. Da die dreifach singulären $R_3$-Projektionen die gesamte Phänomenologie des Univer-

sums als $R_3$-Schnitte dieser Weltstrukturen kosmologisch darstellen, müssen diese Weltstrukturen bei Abbildungsprozessen regulärer Art sich so verhalten, daß die Abbildungen der Weltstrukturen nicht nur eindeutig sind, sondern auch die eindeutig Inversen existieren. Ferner dürfen bei diesen Abbildungen keine Singularitäten in Form von Unendlichkeitsstellen erscheinen und die abbildenden Koordinatentransformationen müssen (zumindest im makromaren Bereich) stetig sein. Dies bedeutet, daß die zugelassenen Transformationen $x_k'(x_1 \dots x_6)$ bei der Abbildung von Weltstrukturen ebenfalls Transformationen der globalen Poincarégruppe sein müssen. Die Weltstrukturen sind demnach grundsätzlich invariant in bezug auf diese Transformationsgruppe. Da die zu beschreibenden Weltstrukturen als metrische Deformationen von Ereignismannigfaltigkeiten nichteuklidischer Natur sind, muß wieder zwischen ko- und kontravarianten Größen unterschieden werden. Auch werde zur Kürzung wieder die Summationsregel $A_k A^k$, erstreckt über $1 \leqq k \leqq 6$, verwendet, wobei die Einklammerung der Indizes diese Summenbildung ausschließt.

Wegen der Invarianz der Weltstrukturen gegen die Poincaré-Gruppe muß auch eine Transformation $\eta_k(x_1 \dots x_6)$ in die auf die betreffende Struktur bezogenen geodätischen Koordinaten $\eta_k$ existieren, welche durch Einheitsvektoren $\vec{\varepsilon}_k$ mit $|\vec{\varepsilon}_k| = 1$ gemäß $\vec{\eta}_k = \vec{\varepsilon}_k \eta_k$ wegen ihrer Unabhängigkeit orientiert sind. Da die Struktur nichteuklidisch ist, brauchen die $\vec{\varepsilon}_k$ nicht notwendig orthogonal zu sein, vielmehr kann $\vec{\varepsilon}_i \vec{\varepsilon}_k = \cos(\vec{\varepsilon}_i, \vec{\varepsilon}_k)$ eine Funktion der $x_j$, also $(\vec{\varepsilon}_i \vec{\varepsilon}_k)_6 = \hat{A}(x_1 \dots x_6) \neq \hat{E}$ sein. Aus $\vec{\varepsilon}_i \vec{\varepsilon}_k = \vec{\varepsilon}_k \vec{\varepsilon}_i$ folgt unmittelbar die Symmetrie $\hat{A} = \hat{A}_T$. Bezogen auf die $\eta_k$ gilt dann wegen der Geodäsie für die Metrik $ds^2 = \sum_{p,q=1}^{6} d\vec{\eta}_p \, d\vec{\eta}_q^*$, und hierin ist

$d\vec{\eta}_p = \frac{\partial \vec{\eta}_p}{\partial x^k} dx^k$, so daß für die Metrik

$ds^2 = \sum_{p,q=1}^{6} \frac{\partial \vec{\eta}_p}{\partial x^i} \frac{\partial \vec{\eta}_q^*}{\partial x^k} dx^i dx^k = g_{ik} dx^i dx^k = g^{ik} dx_i dx_k$ gilt.

Hierin sind die Koeffizienten $g_{ik} = \vec{\eta}_{,i} \vec{\eta}^*_{,k} = g^*_{ki}$ hermitescher Na-

tur, was sowohl auf den Summationsprozeß zu $\Sigma\vec{\eta}_p\Sigma\vec{\eta}^*_q = \vec{\eta}\vec{\eta}^*$ als auch auf $\hat{A} = \hat{A}_T$ zurückgeht. Auch sind diese Koeffizienten der quadratischen Form die Komponenten des metrischen Fundamentaltensors der $R_6$-Struktur, der wegen $g_{ik}(x_1 \ldots x_6) = g^*_{ki}$ ein hermitesches Tensorfeld, bezogen auf das $C$-System, darstellt. Diese Weltstrukturen erweisen sich also gemäß

$$g_{ik}(x_1 \ldots x_6) = g^*_{ki} \tag{6}$$

als hermitesch, während die Strukturen des Unterraumes $R_4$ nichthermitescher Natur waren. Eine mögliche Interpretation dieser Nichthermitezität könnte durch die Tatsache gegeben sein, daß diese nichthermiteschen $R_4$-Strukturen nur die raumzeitlichen Schnitte allgemeiner Weltstrukturen des $R_6$ sind. Wegen **(6)** gelten für die Beschreibung der Weltstrukturen alle Theoreme und Identitäten der Riemannschen Geometrie, wobei die Parallelverschiebungen in der bekannten Weise durch Christoffelsymbole $\Gamma^i_{km} = \Gamma^{i*}_{mk}$ bestimmt werden. Ist $g = |g_{ik}|_6$ die metrische Determinante, dann gilt für die Funktionaldeterminante $w = \sqrt{-g}$ wie im $R_4$, weil sich wegen der Signaturen $(+++-)$ im $R_4$ und $(+++---)$ im $R_6$ das Vorzeichen von $g$ nicht ändert. Als Folge von **(6)** gilt dann für $g$ das bekannte Theorem Riemannscher Geometrie $\frac{\partial g}{\partial x^k} = 2g\Gamma^m_{km}$, welches auch auf die Theoreme und Identitäten der allgemeineren nichthermiteschen Geometrie für $g_{-ik} = 0$, also $g_{ik} = g^x_{ik}$ angewendet werden kann und so zu den entsprechenden Theoremen hermitescher Geometrie **(6)** führt. Unabhängig von der Dimensionszahl kann bekanntlich $R^i_{kmp}$ durch die $\Gamma^i_{km}$ in der nichtlinearen Form $R^i_{kmp} = \Gamma^i_{kp,m} - \Gamma^i_{km,p} + \Gamma^i_{ms}\Gamma^s_{kp} - \Gamma^i_{ps}\Gamma^s_{km}$ ausgedrückt werden. Hier sind drei Spurbildungen möglich, und zwar in $i = p$, was zu den Ricci-Tensoren $R^p_{kmp} = R_{km}$ und $R^m_{kmp} = -R_{kp}$ führt, wobei die Spur $R^k_k = R$ die Skalarkrümmung ist. Darüber hinaus gibt es als dritte Möglichkeit der Matrixspur die Bildung in $i = k$, also $R^k_{kmp} = \Gamma^k_{kp,m} - \Gamma^k_{km,p} + \Gamma^k_{ms}\Gamma^s_{kp} - \Gamma^k_{ps}\Gamma^s_{km} = B_{mp}$, die als Kom-

ponenten eines antisymmetrischen Tensors $\overrightarrow{\overrightarrow{B}} = -\overrightarrow{\overrightarrow{B}}_T$ mit den Diagonalkomponenten $B_{mm} = 0$ erscheinen. Weiter gilt wegen der Hermitezität (im Gegensatz zur nichthermiteschen Geometrie) grundsätzlich für das Einheitselement $\delta^i_{.k} = \delta_{ik} = \delta_{ki}$.

Auch im $R_6$ muß das empirische Prinzip **(b)** erfüllt sein; denn auch im Bereich hermitescher Weltstrukturen kann ein Geodäsieproblem gestellt werden, wobei in der Geodätengleichung
$\ddot{x}^i + \Gamma^i_{km}\dot{x}^k\dot{x}^m = 0$ als Parameter die Zeit $t$ zu verwenden ist, weil die Welt in bezug auf $x_4$ die anisotrope morphologische Geschichtlichkeit früher oder später liegender $R_3$-Streckenräume aufweist. Dies bedeutet aber, daß die $\ddot{x}^i$ Beschleunigungskomponenten im $R_6$ sind, die wegen der Geodätengleichung allein durch die $\Gamma^i_{km}$ bestimmt werden, die ihrerseits erste partielle Koordinatenableitungen der $g_{ik}$ sind, so daß die Komponenten des Fundamentaltensors **(6)** als universelle tensorielle Wechselwirkungspotentiale aufgefaßt werden können, die grundsätzlich Beschleunigungen als Folge wie auch immer beschaffener Wechselwirkungen physikalischer Art verursachen. Wegen dieser Intepretation der $g_{ik}$ muß die prinzipielle Möglichkeit bestehen, alle phänomenologischen Größen als Funktionen der $\Gamma^i_{km}$ und der $g_{km}$ darzustellen, was einer radikalen Geometrisierung physikalischer Vorgänge entspräche und zugleich eine Beschreibung dieser Vorgänge durch hermitesche Weltstrukturen ermöglichen würde.

Die 36 diskontinuierlichen Energiedichten $\varepsilon^{(\mu)}_{\alpha\beta} \neq 0$ des nichthermiteschen $R_4$ bilden die Komponenten eines Energiedichtetensors $\varepsilon_{ik} \triangleq \varepsilon^{(\mu)}_{\alpha\beta}$ im $R_6$, doch gilt $\varepsilon_{ik} \neq \varepsilon^*_{ki}$, was auf den Einfluß von Wechselwirkungskomponenten zurückgehen könnte. Im Fall eines geschlossenen Systems in Wechselwirkung stehender Konstituenten kann daher die Hermitesierung $\frac{1}{2}(\varepsilon_{ik} + \varepsilon^*_{ki}) = \varepsilon'_{ik} = (\varepsilon'_{ki})^*$ durchgeführt werden, doch muß dann die exakte Gültigkeit des Prinzips **(a)**, also die Divergenzfreiheit dieses Energiedichtetensors im $R_6$, gefordert werden. Beim Übergang in das makromare Kontinuum nach dem Korrespondenzprinzip $\varepsilon'_{ik} \to T_{ik} = T^*_{ki}$ bleibt diese Forderung der Di-

$\overrightarrow{\rightrightarrows}$
$= -\overrightarrow{B}_T$ mit den Diago-
ilt wegen der Hermite-
ometrie) grundsätzlich

erfüllt sein; denn auch
ein Geodäsieproblem

verwenden ist, weil die
ogische Geschichtlich-
ume aufweist. Dies be-
enten im $R_6$ sind, die
die $\Gamma^i_{km}$ bestimmt
enableitungen der $g_{ik}$
altensors **(6)** als uni-
aufgefaßt werden kön-
ge wie auch immer be-
t verursachen. Wegen
lle Möglichkeit beste-
ktionen der $\Gamma^i_{km}$ und
netrisierung physikali-
schreibung dieser Vor-
ichen würde.

$^{\mu)}_{\beta} \neq 0$ des nichthermi-
Energiedichtetensors
Einfluß von Wechsel-
Fall eines geschlosse-
stituenten kann daher

durchgeführt werden,

ps **(a)**, also die Diver-
$R_6$, gefordert werden.
m nach dem Korres-
e Forderung der Di-

vergenzfreiheit, dem Prinzip **(a)** entsprechend, erhalten. Andererseits sind die $T_{ik}$ die Komponenten eines kanonischen Energiedichtetensors, welche wegen der allgemeinen Interpretation von **(6)** sowohl von den $g_{ik}$ als auch von deren ersten und zweiten partiellen Koordinatenableitungen abhängen müssen. In Analogie zur Allgemeinen Relativitätstheorie gibt es auch im $R_6$ unter der Voraussetzung **(6)** eindeutig nur einen divergenzfreien Strukturtensor, der von den $g_{ik}$ und deren ersten und zweiten partiellen Koordinatenableitungen aufgebaut wird, nämlich $R_{ik} - 1/2\, g_{ik}R$, so daß mit dem Proportionalitätsfaktor $\alpha = \text{const}$ dieser Sachverhalt in $R_{ik} - 1/2\, g_{ik}R = \alpha T_{ik}$ zusammengefaßt werden kann. Diese hermitesche Tensorgleichung genügt den Prinzipien **(a)** und **(b)**, während **(d)** in den Formen $(\mathbf{d_1})$ und $(\mathbf{d_2})$ als Sonderfall im $R_4$, bzw. in den $R_{\pm 4}$ enthalten ist. Mit den Matrizenspuren $T = T^k_k$ und $g^k_k = 6$ liefert die Matrizenspur $-2R = \alpha T$, also $R_{ik} = \alpha(T_{ik} - g_{ik}T/4)$.

Wegen des Überganges der Mikrozustände $\varepsilon'_{ik} \to T_{ik}$ in das makromare Feldkontinuum der Struktur $g_{ik}$ beziehungsweise $\Gamma^i_{km}$ muß es im mikromaren Bereich eine konvergente Funktion $\left\{ {i \atop k\ m} \right\}$ im $R_6$ geben, für welche der Übergang in den makromaren Bereich $\left\{ {i \atop k\ m} \right\} \to \Gamma^i_{km}$ besteht. Wenn aber $\left\{ {i \atop k\ m} \right\}$ existiert, dann muß es in Analogie zur nichthermiteschen $R_4$-Struktur auch im hermiteschen $R_6$ einen Funktionaloperator $C$ geben, dessen Komponenten $C_p$ so von den partiellen Koordinatenableitungen und den $\left\{ {r \atop p\ q} \right\}$ abhängen, daß beim Übergang in das makromare Kontinuum die Operatorwirkung zu $C_p \left\{ {p \atop k\ m} \right\} \to R_{km}$ wird. Wegen der Operatorhermitezität der $\left\{ {i \atop k\ m} \right\}$ und ihrer Konvergenz muß also ein abstrakter Funktionenraum existieren, so daß $\left\{ {p \atop k\ m} \right\}$ die Einwirkung eines Zustandsoperators auf eine konvergente Zustandsfunktion beschreibt. Die Eigen-

werte $\lambda_p(k,m)$ dieser Operatorwirkung müssen dann reell sein und diskrete Punktspektren bilden. Auch hier erscheint die Interpretation der $\lambda_p$ als diskrete Strukturstufen gegeben; denn $C_p$, der die $\left\{{}^{i}_{k\ m}\right\}$ nichtlinear verknüpft, wird als Funktionaloperator allein von metrischen Größen bestimmt, so daß die Operatorwirkung auf eine metrische Funktion des $R_6$ nur ein metrischer Zustand dieses $R_6$ selbst sein kann. Aus diesem Grunde muß also $C_p\left\{{}^{p}_{k\ m}\right\} = \lambda_p(k,m)\left\{{}^{p}_{k\ m}\right\}$ gesetzt werden, wobei wegen des makromaren Übergangs $C_p\left\{{}^{p}_{k\ m}\right\} \to R_{km}$ und $R_{km} = \alpha(T_{km} - g_{km}T/4)$ auch der Übergang $\lambda_p\left\{{}^{p}_{k\ m}\right\} \to \alpha(T_{km} - g_{km}T/4)$ existieren muß. Auch im $R_6$ sind also die diskreten Strukturstufen Energiedichten äquivalent.

Im allgemeinen wirken die $C_p$ in einer den Pseudotensorgrad der gemischtvarianten $\left\{{}^{i}_{k\ m}\right\}$ erweiternden Form, so daß $C_p\left\{{}^{p}_{k\ m}\right\}$ einer Matrizenspur entspricht. Wird zur Kürzung das gesamte Schema der 216 Komponenten $\left\{{}^{i}_{k\ m}\right\}$ als Pseudotensor $(\left\{{}^{i}_{k\ m}\right\})_6 = \widehat{\{\}}$ und $C = \sum C_p$ eingeführt, dann wäre $C_p\left\{{}^{p}_{k\ m}\right\} = (spC\widehat{\{\}})_{km}$ und $(spC\widehat{\{\}})_{km} \to R_{km}$ beim Übergang in das makromare Kontinuum. Die $\lambda_p$ könnten bei dieser Kürzung als Vektorkomponenten von $\vec{\lambda}$ im $R_6$ aufgefaßt werden, so daß auch $\lambda_p(k,m)\left\{{}^{p}_{k\ m}\right\} = \left(\vec{\lambda}\widehat{\{\}}\right)_{km}$ in dieser Schreibweise gesetzt werden kann, was zur Matrizenspur $spC\widehat{\{\}} = \vec{\lambda}\widehat{\{\}}$ führt. Die den Pseudotensorgrad erweiternde Wirkung des hermiteschen Operators wäre dann darstellbar durch

$$C_p\left\{{}^{i}_{k\ m}\right\} - \lambda_p(k,m)\left\{{}^{i}_{k\ m}\right\} = Q^{i}_{kmp} \text{ mit } Q^{p}_{kmp} = 0.$$

Auch hier muß aus den gleichen Gründen wie im $R_4$-Unterraum

$Q^i_{.kmp} = 0$ gefordert werden, was $C_p\left\{{}^{i}_{k\ m}\right\} = \lambda_p(k,m)\left\{{}^{i}_{k\ m}\right\}$ liefert.

Mit den Kürzungen

$$(\left\{{}^{i}_{k\ m}\right\})_6 = \widehat{\{\}}, \quad C = \sum_{p=1}^{6} C_p, \quad \vec{\lambda} = \sum_{p=1}^{6} \vec{e}_p \lambda_p \tag{7}$$

kann also die den Pseudotensorgrad erweiternde Wirkung des hermiteschen Operators $C_p\left\{{}^{i}_{k\ m}\right\} = (C\widehat{\{\}})^i_{kmp}$ und

$\lambda_p(k,m)\left\{{}^{i}_{k\ m}\right\} = (\vec{\lambda} \times \widehat{\{\}})^i_{kmp}$ in der Form eines der Matrizenspur übergeordneten Systems

$$C\widehat{\{\}} = \vec{\lambda} \times \widehat{\{\}} \tag{8}$$

geschrieben werden. Wegen des Übergangs $(spC\widehat{\{\}})_{km} \to R_{km}$ muß also $(C\widehat{\{\}})^i_{kmp} \to R^i_{kmp}$ und nach **(8)** auch $(\vec{\lambda} \times \widehat{\{\}})^i_{kmp} \to R^i_{kmp}$ ein Übergang in das makromare Feldkontinuum sein. Aus diesem Grunde bedingt das Fehlen der diskreten Strukturstufen $\vec{\lambda} = \vec{0}$ unmittelbar $R^i_{kmp} = 0$, also die Pseudoeuklidizität des $R_6$. Diese Pseudoeuklidizität ist aber das Kriterium der Leere der Welt, so daß alle Weltstrukturen auf die nicht leeren Spektren $\vec{\lambda}$ mikromarer Strukturstufen zurückgehen.

Die Matrizenspur der allgemeinen Beziehung **(8)**, also

$$spC\widehat{\{\}} = \vec{\lambda}\widehat{\{\}} \tag{8a}$$

kennzeichnet die den Pseudotensorgrad verjüngende Wirkung des Operators der Strukturzustände, wobei **(8a)** beim Übergang in das makromare Feldkontinuum zu $R_{ik} = \alpha(T_{ik} - g_{ik}T/4)$ oder nach Bildung der Matrizenspur zu $R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \alpha T_{ik}$ wird, was wegen der Divergenzfreiheit dieses Ausdruckes als Folge **(6)** das empirische Prinzip **(a)**, aber auch **(b)** erfüllt, weil der Übergang $\left\{{}^{i}_{k\ m}\right\} \to \Gamma^i_{km}$ die Geodätengleichung im makromaren Kontinuum $\ddot{x}^i + \Gamma^i_{km}\dot{x}^k\dot{x}^m = 0$ erfüllt, was dem Prinzip **(b)** entspricht. Das

Prinzip **(c)** wird hingegen durch die Existenz eines abstrakten Funktionenraumes erfüllt, dessen Trägerraum der $R_6$ ist; denn die Hermitezität des Zustandsoperators und die Konvergenz der Zustandsfunktionen bedingen die reellen $\vec{\lambda}$ im diskreten Punktspektrum. Schließlich implizi$\ddot{\text{e}}$rt $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \alpha T_{ik}$ bei der doppelt singulären Abbildung in den $R_4$ die empirische Aussage **(d)** in den Formen $(\mathbf{d_1})$ und $(\mathbf{d_2})$ hinsichtlich der $R_{\pm 4}$, so daß alle empirischen Sätze **(a)** bis **(d)** von **(8a)** erfüllt werden, was dann auch für das übergeordnete Prinzip **(8)** gilt. Neben der Matrizenspur $R^p_{kmp} = R_{km}$ des Überganges $(C\widehat{\{\}})^i_{kmp} \to R^i_{kmp}$ von **(8)** ist noch die Matrizenspur $R^k_{kmp} = B_{mp} = -B_{pm}$ mit $B_{mm} = 0$ möglich, die sich aus dem Übergang der Spurbildung $(Csp\widehat{\{\}})_{mp} \to B_{mp}$ oder $(\vec{\lambda} \times sp\widehat{\{\}})_{mp} \to B_{mp}$ der Beziehung **(8)** ergibt.

Wegen $B_{mm} = 0$ und $B_{mp} \to \lambda_p(k,m)\left\{{k \atop k}\ {k \atop m}\right\}$ ist also auch $\lambda_m(k,m)\left\{{k \atop k}\ {k \atop m}\right\} = 0$, und damit $\lambda^m(k,m)\left\{{k \atop k}\ {k \atop m}\right\} = 0$ oder $0 = \lambda^m(k,m)\left\{{k \atop k}\ {k \atop m}\right\} = sp(\vec{\lambda} x sp\widehat{\{\}}) = \vec{\lambda} sp\widehat{\{\}}$. Da im $R_6$ wegen $g_{ik} = g^{\times}_{ik}$ der zu **(1)** analoge Strukturtensor und mit ihm der Energiedichtetensor divergenzfrei ist, aber im $R_6$ auch **(4b)** gilt, kann nicht unterstellt werden, daß in der Summe $\vec{\lambda} sp\widehat{\{\}}$ die Terme prinzipiell unabhängig sind. Aus diesem Grunde kann allgemein $\vec{\lambda} sp\widehat{\{\}} = 0$ im hermiteschen $R_6$ nur durch $\cos(\vec{\lambda}, sp\widehat{\{\}}) = 0$, also die Orthogonalität $\vec{\lambda} \perp sp\widehat{\{\}}$ erreicht werden. Aufgrund des Überganges $(sp\widehat{\{\}})_m = \left\{{k \atop k}\ {k \atop m}\right\} \to \Gamma^k_{km}$ wird eine Interpretation dieser Orthogonalität möglich; denn im Fall **(6)** gilt das Theorem $\frac{\partial g}{\partial x^k} = 2g\Gamma^m_{km}$ der metrischen Determinante $g$ beziehungsweise der Funktionaldeterminante $w = \sqrt{-g}$. Symbolisiert $\text{grad}_6$ den pseudoeuklidischen Gradienten im $R_6$, dann wird dieses Theorem $\Gamma^m_{km} = (\text{grad}_6 lnw)_k$, so daß der Übergang $sp\widehat{\{\}} \to \text{grad}_6 lnw$ in

abstrakten Funktio-
denn die Hermitezi-
Zustandsfunktionen
n. Schließlich impli-
lären Abbildung in
men $(\mathbf{d}_1)$ und $(\mathbf{d}_2)$
ze **(a)** bis **(d)** von
ordnete Prinzip **(8)**
rganges
r
, die sich aus dem
$m\}$ ist also auch
0 oder
$R_6$ wegen
sor und mit ihm
$R_6$ auch **(4b)** gilt,
$\vec{\lambda} sp\widehat{\{\}}$ die Terme
de kann allgemein
os$(\vec{\lambda}, sp\widehat{\{\}}) = 0$, also
Aufgrund des Über-
pretation dieser Or-
eorem
$g$ beziehungsweise
iert $\mathrm{grad}_6$ den pseu-
rd dieses Theorem
$\widehat{\{\}} \rightarrow \mathrm{grad}_6 lnw$ in

den makromaren Bereich gilt. Die zweite Möglichkeit zur Bildung der Matrizenspur von **(8)**, nämlich

$$\vec{\lambda} \perp sp\widehat{\{\}} \rightarrow \mathrm{grad}_6 lnw \qquad \textbf{(8b)}$$

zeigt, daß die Richtungslinien der $\vec{\lambda}$ im makromaren Feldkontinuum stets zum Gradientenvektor des Logarithmus der Funktionaldeterminante normal verlaufen.

Es sei hier bemerkt, daß möglicherweise auch der Matrixspur $R^m_{kmp} = -R_{kp}$ eine physikalische Bedeutung zukommen kann. Neben dem Übergang $C_p \left\{ {}^{p}_{k\ m} \right\} = \lambda_p(k,m) \left\{ {}^{p}_{k\ m} \right\} \rightarrow R_{km}$ wäre dann noch $C_p \left\{ {}^{m}_{k\ m} \right\} = \lambda_p(k,m) \left\{ {}^{m}_{k\ m} \right\} \rightarrow -R_{kp}$ möglich. Diese Spekulation würde bedeuten, daß es in jedem Spektrum diskreter Strukturstufen physikalisch realer Art (positives Krümmungsmaß) noch einen virtuellen Spektralabschnitt (Krümmungsmaß mit entgegengesetztem Vorzeichen) geben müßte. Sollte dies den submikromaren Eigenschaften des $R_6$ entsprechen, dann wäre es denkbar, daß längs $x_4$ reale und virtuelle Zustände von Strukturstufen im Sinne zeitlicher Oszillationen ineinander übergehen, so daß im Fall der Stabilität ein dynamisches Gleichgewicht an sich nicht stationärer submikromarer Struktur-Fluktuationen existieren würde.

Diese Oszillationen von Mikrofluktuationen sind mit Sicherheit die Quelle des in Bd. II, VI., 5. beschriebenen Kondensorflusses, der als ein Elementarphänomen materieller Strukturen anzusprechen ist. Es wäre denkbar, daß durch diese Mikrofluktuationen auch Begriffe wie Vakuumpolarisation oder virtuelle Terme interpretierbar werden, was den empirischen Casimir-Effekt in einem interessanten Licht erscheinen ließe.

Unabhängig von dieser Spekulation kann nach **(4)** und **(4a)** der $R_6$ auch als ein Raum aufgefaßt werden, der von drei komplexen, zweidimensionalen Vektorräumen aufgespannt ist. Jeder dieser komplexen zweidimensionalen Vektorräume ist aber durch eine $SU(2)$ isomorph zu einer $O(3)$ eines reellen, hinsichtlich der Drehgruppe kompakten, dreidimensionalen Raumes, nämlich $T_3(x_4)$ sowie $G_3(x_5)$ und

$S_3(x_6)$, wenn hinter dem Symbol des jeweiligen reellen Raumes die imaginäre Koordinate des $R_6$ angegeben wird, die den abgebildeten komplexen Vektorraum kennzeichnet. Diese 3 voneinander unabhängigen reellen Räume spannen also einen $R_9 \triangleq R_9(T_3, G_3, S_3)$ auf, derart, daß der physische $R_3$ auch als Manifestationsraum möglicher $R_9$-Strukturen aufgefaßt werden muß. Da es jedoch für $p > 3$ reelle Weltdimensionen weder im makromaren Bereich stabile Gravitationsbahnen, noch im mikromaren Bereich stabile atomare Elektronenhüllen geben kann (was die eindeutige $R_6$-Signatur bedingte), ist der $R_9$ entweder als eine dem $R_{+4}$ analoge Hilfskonstruktion oder evtl. als Bezugsraum vor der Kosmogonie der Materie zu interpretieren. Wird diese letzte Interpretation akzeptiert, dann ergibt sich die Frage, ob die Dimensionszahl $n = 9$ des Bezugsraumes $R_n$ sukzessiv auf beliebige $n > 9$ erweitert werden kann, oder ob dieser Prozeß in eindeutiger Weise begrenzbar ist.

Nach dem Dimensionsgesetz **(3d)** existiert für keinen $R_n$ ein $R_9$, und auch für $n = 9$ gibt es keinen Wert $N$, der diesem Gesetz genügt. Andererseits können im $R_{12}$ die Koordinaten des Unterraumes $R_6$ aufgrund des Isomorphismus der $SU(2)$ hinsichtlich der $O(3)$ in reeller Form eines $R_9$ beschrieben werden. Die verbleibenden imaginären Koordinaten $x_7 = -x_7^*$ bis $x_{12} = -x_{12}^*$ spannen wiederum mit sechs reellen Dimensionen des $R_9$ weitere sechs komplexe Vektorebenen auf, für die der gleiche Isomorphismus anwendbar sein muß, so daß der $R_{12}$ als Äquivalent einem $R_{21}$ entspricht. Auch im Fall des $R_{21}$ ist weder $n = 21$ noch $N = 21$ mit **(3d)** verträglich, so daß festgestellt werden kann, daß sowohl der $R_9$ als auch der $R_{21}$ lediglich als reelle Äquivalente $R_6 \triangleq R_9$ und $R_{12} \triangleq R_{21}$ aufzufassen sind, die als Hilfskonstruktionen reeller Art verwendet werden können, weil die $SU(2)$ eines komplexen zweidimensionalen Vektorraumes isomorph mit der $O(3)$ eines reellen dreidimensionalen Raumes ist. Mit großer Wahrscheinlichkeit kommt diesen Äquivalenten $R_9$ oder $R_{21}$ weder eine kosmologische noch eine kosmogonische Bedeutung zu.

reellen Raumes die
ie den abgebildeten
einander unabhän-
$T_3, G_3, S_3$) auf, der-
aum möglicher $R_9$-
r $p > 3$ reelle Welt-
le Gravitationsbah-
e Elektronenhüllen
gte), ist der $R_9$ ent-
ktion oder evtl. als
nterpretieren. Wird
sich die Frage, ob
$R_n$ sukzessiv auf
ieser Prozeß in ein-

ir keinen $R_n$ ein
, der diesem Gesetz
naten des Unterrau-
2) hinsichtlich der
len. Die verbleiben-
$_2 = -x_{12}^*$ spannen
$R_9$ weitere sechs
Isomorphismus an-
nt einem $R_{21}$ ent-
noch $N = 21$ mit
daß sowohl der $R_9$
nte $R_6 \triangleq R_9$ und
ktionen reeller Art
es komplexen zwei-
$O(3)$ eines reellen
heinlichkeit kommt
kosmologische noch



Da die $\Gamma_{km}^{i}$ nur gegen reguläre Affinitäten als gemischtvariante Tensorkomponenten vom 3. Grad erscheinen, gilt dies auch für die mikromaren Funktionen $\left\{ {i \atop k\ m} \right\}$, so daß hier die allgemeine Invarianz gegen die Poincaré-Gruppe eingeschränkt ist, während andererseits $\widehat{\{\}}$ in **(8)** als Zustandsfunktion des metrischen Strukturzustandes auftritt.

Eine heuristische Untersuchung dieses Sachverhaltes muß vom phänomenologischen Energiedichtetensor $T_{ik}$ der makromaren Approximation $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \alpha T_{ik}$ von **(8a)** ausgehen. Die kanonischen Energiedichtetensoren in den Räumen $R_{\pm 4}$ und $R_4$ sind stets die Iterationen von Feldtensoren. Somit liegt der Gedanke nahe, daß auch $T_{ik}$ die Iteration eines einheitlichen Feldtensors $M_{ik}$ des $R_6$-Zustandes im makromaren Bereich ist. Es wäre dann $T_{ik} = \sum_{\nu=1}^{6} M_{i\nu} M_{\nu k}$, so daß es darauf ankommen muß, aus diesem System die $M_{ik}$ zu ermitteln, da die phänomenologischen $T_{ik}$ bekannt sind. Da $T_{ik} = T_{ki}^*$ gilt, kann nur $M_{ik} = \pm M_{ki}^*$ sein, weil allein auf diese Weise die Iteration in allgemeiner Form zu einem hermiteschen Tensor führt. Werden zur Kürzung die Tensoren gemäß $(T_{ik})_6 = \hat{T}$ und $(M_{ik})_6 = \hat{M}$ als quadratische Matrizen vom Typ 6 geschrieben, dann läuft die Bestimmung von $\hat{M}$ darauf hinaus, in der nunmehr als $\hat{T} = \hat{M}^2$ erscheinenden Iteration $\hat{M} = \sqrt{\hat{T}}$ zu bestimmen. Zunächst kann $\hat{T} = \hat{T}^x$ und $\hat{M} = \pm \hat{M}^x$, sowie die Regularität $rg\hat{T} = rg\hat{M} = 6$ mit $def\hat{T} = def\hat{M} = 0$ als Folge des Tensorcharakters festgestellt werden. Dies bedeutet aber, daß nicht nur $\sqrt{\hat{T}}$ existiert, sondern daß darüber hinaus für $\hat{T}$ die charakteristische Gleichung $|\hat{T}_{ik} - \Lambda \delta_{ik}|_6 = 0$ das Eigenwertproblem einer Hauptachsentransformation in das Diagonalschema $\hat{\Lambda} = (\Lambda_i \delta_{ik})_6$ beschreibt. Eine Entwicklung der charakteristischen Determinante über die Minore in das invariante Säkularpolynom liefert für $\Lambda$ eine algebraische Beziehung vom Grade $rg\hat{T} = 6$, deren $1 \leqq i \leqq 6$ Lösungen als Matrizenspektrum $\Lambda_i \neq 0$ die Elemente des Diagonalschemas von $\hat{\Lambda}$ sind, die

also von den $T_{ik}$ bestimmt werden. Stets sind die Diagonalkomponenten in der doppelten Ränderung des $R_4$-Abschnittes von $\hat{T}$ im mikromaren Bereich wesentlich schwächer als alle anderen phänomenologischen Wechselwirkungen, und dies bedeutet für die Matrizenspur $T = sp\,\hat{T} \geqq 0$, d. h., $\hat{T}$ ist positiv definit oder mindestens semidefinit. Aus diesem Grunde kann für $\hat{T}$ stets eine unitäre quadratische Matrix, nämlich $\hat{S} = (S_{ik})_6$ mit $def\hat{S} = 0$ und $\hat{S}\hat{S}^x = \hat{E}$ aufgefunden werden, welche ebenfalls gemäß $\hat{S}\hat{T}\hat{S}^x = \hat{\Lambda}$ die Hauptachsentransformation ermöglicht, so daß $\hat{S}\hat{T} - \hat{\Lambda}\hat{S} = \hat{0}$ die 36 Bestimmungsgleichungen der $S_{ik}$ darstellt. Somit ist auch $\hat{S}$ explizit durch die $T_{ik}$ gegeben. Nunmehr wird in $\hat{\Lambda} = \hat{S}\hat{T}\hat{S}^x$ mit $\hat{T} = \hat{M}^2 = \hat{M}\hat{E}\hat{M} = \hat{M}\hat{S}\hat{S}^x\hat{M}$ substituiert, was $\hat{\Lambda} = \hat{S}\hat{M}\hat{S}^x\hat{S}\hat{M}\hat{S}^x = (\hat{S}\hat{M}\hat{S}^x)^2$ nach den Regeln der Matrizenmultiplikation liefert. Bildung der Matrizendeterminanten ergibt dann nach einem Theorem der Determinantentheorie

$|(\hat{S}\hat{M}\hat{S}^x)^2|_6 = |\hat{S}\hat{M}\hat{S}^x|_6^2$, aber $|\hat{\Lambda}|_6 = \prod_{i=1}^{6} \Lambda_i \neq 0$, weil $\hat{\Lambda}$ ein Diagonalschema ist.

Mit $\lambda_i = \pm\sqrt{\Lambda_i}$ und $\hat{\lambda} = (\lambda_i \delta_{ik})_6$ gilt also $|\hat{S}\hat{M}\hat{S}^x|_6 = |\hat{\lambda}|_6$ oder in Matrizenform $\hat{S}\hat{M}\hat{S}^x = \hat{\lambda}$. Diese Beziehung kann links mit $\hat{S}^x$, aber rechts mit $\hat{S}$ multipliziert werden, was wegen der Unitarität von $\hat{S}$ die explizite Darstellung des gesuchten Feldtensors in der Matrizenform $\hat{M} = \hat{S}^x\hat{\lambda}\hat{S}$ liefert, wobei sich $M_{ik} = \pm M_{ki}^*$ wegen $\hat{T} = \hat{T}^x$ erweist.

Nach diesen Untersuchungen existiert also $\overrightarrow{\overrightarrow{M}}$, dessen Zweideutigkeit $\overrightarrow{\overrightarrow{M}} = \pm\overrightarrow{\overrightarrow{M}}^x$ hinsichtlich der Adjunktion empirisch nach $(\mathbf{d_1})$ eliminiert werden kann. Mit dem elektrischen $(\vec{E})$ sowie den magnetischen $(\vec{H})$ räumlichen Feldvektoren des elektromagnetischen Feldes und der mit $\vec{v}$ im $R_3$ bewegten Ladungsdichte $\varrho$ kann bekanntlich $(\mathbf{d_1})$ in der Fassung $\mathrm{rot}\vec{H} = \varepsilon_0\dot{\vec{E}} + \varrho\vec{v}$, $\mathrm{rot}\vec{E} = -\mu_0\dot{\vec{H}}$, $\varepsilon_0 \mathrm{div}\vec{E} = \varrho$, $\mathrm{div}\vec{H} = 0$ als elektromagnetisches Induktionsgesetz beschrieben werden, welches seinerseits das elektromagnetische Relativitätsprinzip begründet. Nach diesem Prinzip bauen die insgesamt sechs Komponenten der beiden räumlichen Feldvektoren einen einheitlichen elek-

tromagnetischen Feldtensor $\overrightarrow{\overrightarrow{F}}(\vec{E},\vec{H}) = -\overrightarrow{\overrightarrow{F}}^{x}$ mit $F_{mm} = 0$ im $R_4$ auf. Andererseits kann jedes Photon als imponderables $Mq$ (ohne Ruhemasse) im Wellenbild durch $\mathbf{(d_1)}$ approximiert werden, doch gilt für die Feldenergie das Energie-Materieäquivalent, so daß dem Photon eine Trägheit als Feldmasse zukommt. Mithin muß es für ein Photon auch die räumlichen Vektorfelder $\vec{G}$ und $\vec{u}$ aus $(*)$ und $(*\mathbf{a})$ geben, die auf irgendeine Weise $\overrightarrow{\overrightarrow{F}}$ ergänzen, derart, daß der Raumzeitabschnitt von $\overrightarrow{\overrightarrow{M}}(R_6)$, also $\overrightarrow{\overrightarrow{M}}_{(4)} \to \overrightarrow{\overrightarrow{F}} = -\overrightarrow{\overrightarrow{F}}^{\times}$ für $\vec{G} \to \vec{0}$ und $\vec{u} \to \vec{0}$ des Photons approximiert. Aus diesem Sachverhalt könnte geschlossen werden, daß eindeutig $\overrightarrow{\overrightarrow{M}} = -\overrightarrow{\overrightarrow{M}}^{\times}$ mit $M_{mm} = 0$ zu setzen ist. Die $\binom{6}{2} = 15$ Komponenten des einheitlichen Feldtensors $\overrightarrow{\overrightarrow{M}}$ eines Photons im $R_6$ sind linear aus den Komponenten der phänomenologischen räumlichen Vektorfelder $\vec{E}, \vec{H}, \vec{G}$ und $\vec{u}$ nach $\mathbf{(d_1)}$ und $\mathbf{(d_2)}$ in der Form $(*)$ und $(*\mathbf{a})$ strukturiert. Hier würde nach $(*)$ und $(*\mathbf{a})$ die Feldmasse des elektromagnetischen Feldes als Quelle von $\vec{G}$ und $\vec{u}$ anzusprechen sein. Feldquelle und Feld sind aber stets eine Einheit, so daß im Fall des Photons ein weiteres räumliches Vektorfeld $\vec{K}$ konzipiert werden muß, welches die Kopplung zwischen dem elektromagnetischen Feld und einer Gravitationsfeldstruktur bedingt. $\overrightarrow{\overrightarrow{M}}$ wird demnach aus 5 räumlichen Vektorfeldern aufgebaut, deren 15 Komponenten die $\binom{6}{2} = 15$ Komponenten des $R_6$-Tensors ausfüllen könnten.

Hieraus ergeben sich zwei wesentliche Konsequenzen:

a) Nach dem empirischen Prinzip **(a)** gilt für den kanonischen Energiedichtetensor im $R_6$ die Quellenfreiheit $\overline{\mathrm{div}}_6 \overrightarrow{\overrightarrow{T}} = \vec{0}$, wobei $\overrightarrow{\overrightarrow{T}} = sp(\overrightarrow{\overrightarrow{M}} \times \overrightarrow{\overrightarrow{M}})$ als Iteration des einheitlichen Feldtensors aufzufassen ist. Dies bedeutet, daß auch $\overline{\mathrm{div}}_6 \overrightarrow{\overrightarrow{M}} = \vec{0}$ gilt. Im Raumzeitabschnitt dieser Divergenz $\overline{\mathrm{div}}_4 \overrightarrow{\overrightarrow{M}}_{(4)}$ erscheinen neben $\mathrm{div}\vec{E} \sim \varrho, \vec{v}\varrho$ und $\mathrm{div}\vec{H} = 0$ aus $\mathbf{(d_1)}$ noch die Divergenzen aus $(*)$ und $(*\mathbf{a})$, so

daß $\overline{\text{div}}_4 \overrightarrow{\overrightarrow{M}}_{(4)} \sim \vec{I}$ einem komplexen Viererstrom $\vec{I} \neq \vec{I}^*$ proportional wird, der aus einem neutralen Strom und einem Ladungsstrom besteht. Da durch diese Ströme jede materielle Zustandsänderung einer $R_3$-Struktur in $x_4$ bestimmt wird, liegt der Gedanke nahe, daß in $\overline{\text{div}}_6 \overrightarrow{\overrightarrow{M}} = \vec{0}$ zum Ausdruck kommt, daß alle materiellen raumzeitlichen Strukturänderungen auf die partiellen Ableitungen nach $x_5$ und $x_6$ zurückgehen. Möglicherweise könnte die unbekannte Semantik von $x_5$ und $x_6$ in dieser Richtung kosmologisch hinterfragt werden, derart, daß die Begriffe «Masse» oder «elektrische Ladung» als ausgeartete Abbildungen von $R_6$-Strukturen in die Unterräume $R_4$ oder $R_3$ aufzufassen sind, wenn der $R_6$ pseudoeuklidisch approximiert und seine Strukturen phänomenologisch ausgedeutet werden.

b) Die 5 phänomenologischen räumlichen Vektorfelder, welche die $M_{ik} = -M_{ki}^*$ mit $M_{kk} = 0$ linear durch ihre Komponenten definieren, bilden drei verschiedene phänomenologische Gruppen von Erscheinungsformen, nämlich $(\vec{E},\vec{H})$ im Sinne $\mathbf{(d_1)}$ sowie $(\vec{G},\vec{\mu})$ im Sinne $\mathbf{(d_2)}$ und $\vec{K}$, die sämtlich als Strukturen der Hilfskonstruktionen der $R_{\pm 4}$ und des $R_4$ erscheinen. Nach $\hat{A}_\pm$ und $\hat{B}$ käme die Zuordnung $R_{-4}(\vec{E},\vec{H}), R_{+4}(\vec{G},\vec{\mu})$ und $R_4(\vec{K})$ dieser phänomenologisch verschiedenen Erscheinungsbilder in Betracht.

Durch diese dreifache Strukturierung der $M_{ik}$ in bezug auf die-Unterräume $R_4$ und $R_{\pm 4}$ könnte nunmehr der heuristische Schluß auf drei äquivalente metrische Partialstrukturen $g_{ik}^{(\mu)}$ mit $1 \leqq \mu \leqq 3$ im $R_6$ gezogen werden, so daß $g_{ik} = g_{ki}^*$ als Feld einer metrischen **Strukturkomposition** aus diesen Partialstrukturen $\mu$ aufgefaßt wird. Bei dieser Komposition $g_{ik}(g_{ik}^{(1)} \ldots g_{ik}^{(3)})$ ist zwar $g_{ik} = g_{ki}^*$, doch können im allgemeinen Fall die Partialstrukturen als Funktionen der $x^i$ nichthermitesch sein. Es scheint demnach rein heuristisch gemäß

$$g_{ik}(g_{ik}^{(1)} \ldots g_{ik}^{(3)}) = g_{ki}^*, \qquad g_{ik}^{(\mu)}(x_1 \ldots x_6) \neq g_{ki}^{(\mu)*} \tag{9}$$

das hermitesche Strukturfeld **(6)** nach einem unbekannten Kom-

positionsgesetz als **Kompositionsfeld** aus drei nichthermiteschen **Partialstrukturen** aufgebaut zu sein. In einem von nur einer Partialstruktur $\mu$ bestimmten $R_6$-Bereich können Parallelverschiebungen eines Vektorfeldes durchgeführt werden, die dann durch die den $\Gamma^{i}_{km}$ entsprechenden metrischen Größen $\Gamma^{i}_{km}(\mu) \neq \Gamma^{i*}_{mk}(\mu)$ beschrieben werden.

Nun erscheint es möglich, im mikromaren Bereich Kombinationen $\left\{ {i \atop k\ m} \right\}_{(\mu)} \neq \left\{ {i \atop m\ k} \right\}^{*}_{(\mu)}$ aufzufinden, welche gemäß $\left\{ {i \atop k\ m} \right\}_{(\mu)} \to \Gamma^{i}_{km}(\mu)$ in das makromare Feldkontinuum übergehen und zu

$\left\{ {i \atop k\ m} \right\} = \sum_{\mu=1}^{3} \left\{ {i \atop k\ m} \right\}_{(\mu)}$ superponieren. Mit der analogen Kürzung

$\widehat{\{\}}_{(\mu)} = \left( \left\{ {i \atop k\ m} \right\}_{(\mu)} \right)_6$ wird dann wegen der Nichthermitezität

$\widehat{\{\}}_{(\mu)} = \widehat{\{\}}^{+}_{(\mu)} + \widehat{\{\}}^{-}_{(\mu)}$ dieses Superpositionsgesetz zu

$$\widehat{\{\}} = \sum_{\mu=1}^{3} \widehat{\{\}}^{+}_{(\mu)}, \quad \sum_{\mu=1}^{3} \widehat{\{\}}^{-}_{(\mu)} = \hat{0}, \tag{9a}$$

weil $\widehat{\{\}}$ hermitesch ist. Unter dieser Voraussetzung wird die Zustandsfunktion in **(8)** zu einem echten gemischtvarianten Tensorfeld vom dritten Grad, denn geodätische Koordinaten können immer nur in bezug auf eine Partialstruktur gefunden werden, so daß die Geodäsie hinsichtlich der beiden übrigen $\mu$ nicht gegeben ist und somit $\widehat{\{\}}$ auf diese Weise nicht forttransformiert werden kann.

Die Konstruktion des $R_6$ und die Existenz seiner hermiteschen Strukturen **(6)** sowie das mikromare Gesetz **(8)** sind offensichtlich eine Konsequenz der durch **(c)** bedingten Ganzzahligkeit des Zählers der $\eta_{ik}$ aus **(2)** und **(2a)**. Der andere Zweig möglicher Konsequenzen aus **(2)** ist im Differenzencharakter der $R_4$-Elemente im Nenner der $\eta_{ik}$ zu sehen; denn wegen $\eta_{ik} < \infty$ und der Ganzzahligkeit der Zähler kann der infinitesimale Limes zum Differential nicht durchgeführt werden, so daß heuristisch die Existenz geometrischer Letzteinheiten vermutet werden kann. Die Suche nach solchen Letzteinheiten kann jedoch nicht allein auf der Basis **(8)** erfolgen, vielmehr

werden hierzu möglichst universelle phänomenologische Beziehungen benötigt, welche die Definition geeigneter Extremalprinzipien gestatten. Am geeignetsten erscheint hier das allgemeine Hintergrundphänomen der Gravitation und das Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation.

he Beziehungen
inzipien gestat-
intergrundphä-
n Trägheit und

## 4. Gravitative Raumstrukturen und ihre Extrema

Die Herleitung einer geometrischen Letzteinheit muß unter Berücksichtigung von **(c)** als Grundlage von einem allgemeinen Hintergrundphänomen materieller Strukturen ausgehen, als welches sich **($d_2$)** empirisch anbietet. Da für die $g_{ik}$ der $R_6$-Struktur **(8)** und **(8a)** als Geodätenbeziehung $\ddot{x}^i + \left\{ {i \atop k\ m} \right\} \dot{x}^k \dot{x}^m = 0$ mit dem Parameter der phänomenologischen Zeitzählung gilt, müssen die $g_{ik}$ als allgemeine tensorielle Wechselwirkungspotentiale interpretiert werden, wobei die Gravitation ebenfalls als eines dieser Wechselwirkungsfelder anzusprechen ist. Diese Tensorpotentiale stehen im $R_6$ durch **(8)** in nichtlinearen Zusammenhängen von zweiter Ordnung im zweiten Grad, weil $g_{ik} = g^*_{ki}$, also $2\Gamma_{ikm} = g_{im,k} + g_{ki,m} - g_{km,i}$ ist.

Da nach **(9)** die gravitative Feldstruktur heuristisch als eine Partialstruktur des $R_6$ aufzufassen ist, die mit anderen Partialstrukturen die $g_{ik}$ aus **(8)** komponiert, aber dieses Kompositionsgesetz wegen des heuristischen Charakters von **(9)** unbekannt ist, bleibt nur die Möglichkeit, das Gravitationsfeld aus **($d_2$)** gemäß **(*)** bis **(*b)** phänomenologisch als skalares Feld zu beschreiben, wobei diese Beschreibung wegen **(8)** mit Sicherheit in einer unbekannten nichtlinearen Differentialgleichung bestehen muß (s. Anh. II: Differentialbeziehg., S. 303).

Der Ansatz zu **(*)** ging auf $M(x) = M(x_1, x_2, x_3)$ und $\varphi(x) \to \varphi_n$ mit $r\varphi_n = \gamma M_{(0)} = \text{const}$ zurück, wobei $M(x)$ eine Konsequenz des Energiematerieäquivalents und des Äquivalenzprinzips von Trägheit und Gravitation ist. Im Fall eines ungestörten Gravitationsfeldes gelten die Verhältnisse einer sphärischen Symmetrie nach **($d_2$)**, was wegen $\varphi \to \varphi_n$ auch auf $M(x)$ mit $\varphi(x)$ übertragen werden muß. In diesem Fall treten die $R_3$-Koordinaten nur in der quadratischen Form $x_1^2 + x_2^2 + x^2{}_3 = r^2$ auf, so daß der Abstand $r$ vom Gravitationszentrum die einzige Variable ist. Mithin wird wegen $M(x) = M(r)$ das

Gravitationsfeld durch die skalare Zustandsfunktion $r\varphi(r) = \gamma M(r)$ als Zentralfeld mit der unbekannten Ortsfunktion $M(r)$ im $R_3$ beschrieben. Zwar gilt für den Feldvektor die Näherung $\vec{G} \to \vec{G}_n = \text{grad}\varphi_n$, doch ist andererseits nach **(*a)** stets $\text{rot}\vec{G} \neq \vec{0}$; denn selbst wenn $\vec{\mu} = \vec{0}$ wäre, bleibt wegen $\mu(r) \neq 0$ in $M(r) = \mu(r) + M_{(0)}$ sowohl $\sigma - \sigma_{(0)} \neq 0$ als auch $\vec{f} \neq \vec{0}$. Da $\text{rotgrad} = \vec{0}$ ist, aber $\vec{G} \to \text{grad}\varphi_n$ und dennoch $\text{rot}\vec{G} \neq \vec{0}$ bleibt, hat $M(r)$ in **(*a)** zur Folge, daß $\vec{G}$ additiv aus einem Gradienten- und einem Wirbelfeld in der Form $\vec{G} = \vec{A} + \text{grad}\varphi$ mit $\text{rot}\vec{A} \neq \vec{0}$ aufgebaut ist, so daß in der Newtonschen Näherung $\vec{G} \to \vec{G}_n$ stets $\vec{A} \to \vec{0}$ oder $\text{rot}\vec{A} \to \vec{0}$ zu setzen ist. Damit wird $\text{rot}\vec{A} \sim \beta\vec{\mu} + (\sigma - \sigma_{(0)})\vec{f}/\,\alpha \neq \vec{0}$ in **(*a)**. Aus diesem Grunde muß das statische, ungestörte kugelsymmetrische Gravitationsfeld als der stationäre Zustand eines dynamischen Gleichgewichtes von Feldfluktuationen aufgefaßt werden, deren Beträge jedoch unter der gegenwärtigen Meßbarkeitsgrenze liegen dürften, weil mit Sicherheit $\beta\vec{\mu}$ und $\sigma - \sigma_{(0)}$ im Betrag sehr klein sein werden; denn die unbekannte Funktion $\mu(r)$ als Feldmasse bleibt auf jeden Fall im beobachtbaren Bereich sehr klein. Dies könnte auf Oszillationen realer und virtueller Strukturstufen zurückgehen, die nach **(8b)** im Text erwähnt wurden.

Ist $b = \text{const}$ ein undimensionierter frei verfügbarer Proportionalitätsfaktor, der mit $\gamma$ zu $b\gamma$ dimensioniert wird, dann kann angenommen werden, daß mit großer Wahrscheinlichkeit die Differenz zwischen der Quelle des Feldes $\vec{A}$ und $b\gamma\sigma_{(0)}$ mit $b\gamma$ der globalen Feldmassendichte $\sigma_{g\mu} = \mu(r)/V$ proportional ist. Es wäre also der Ansatz $\text{div}\vec{A} - b\gamma\sigma_{(0)} = b\gamma\sigma_{g\mu}$ denkbar, der zu $\text{div}\vec{A} = b\gamma(\sigma_{g\mu} + \sigma_{(0)}) = b\gamma(\mu(r) + M_{(0)})/V = b\gamma M(r)/V$ führt. Im kugelsymmetrischen Fall ist $3V = 4\pi r^3$ und $dV = 4\pi r^2 dr$, so daß sich für die Konstante der Wert $b = 4\pi/3$ anbietet; denn dann wird $\text{div}\vec{A} = \gamma M/r^3$, was mit der Substitution $r\varphi = \gamma M(r)$ die einfache Darstellung $\text{div}\vec{A} = \varphi/r^2$ gestattet.

Die Quellenverteilung von $\vec{G}$ ist also $\text{div}\vec{G} = \text{div}\vec{A} + \text{divgrad}\varphi = \text{divgrad}\varphi + \varphi/r^2$, weil $\vec{G} = \vec{A} + \text{grad}\varphi$ zu setzen ist. In $\text{div}\vec{G} = \text{divgrad}\varphi + \varphi/r^2$ kann der Operator divgrad in räum-

liche Polarkoordinaten transformiert werden, wenn $\eta$ für den Azimut- und $\vartheta$ für den Höhenwinkel steht. Bekanntlich gilt für diese Transformation

$$\text{divgrad} = r^{-2}\frac{\partial^2}{\partial\eta^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \text{cosec}^2\vartheta\frac{\partial^2}{\partial r^2} +$$
$$+ (r\sin\vartheta)^{-2}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}),$$

das heißt, im Fall sphärischer Symmetrie gibt es wegen der Unabhängigkeit von den Winkeln nur Ableitungen nach $r$, weil

$\frac{\partial}{\partial\eta} = \frac{\partial}{\partial\vartheta} = 0$ ist. Daher gilt $\partial r = dr$, während $\vartheta = \pi/2$, also $\text{cosec}\vartheta = \sin\vartheta = 1$, und für den Operator im kugelsymmetrischen Fall

$\text{divgrad} = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr}$ zu setzen ist. Mithin gilt

$\text{div}\vec{G} = \frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\varphi}{dr} + \varphi/r^2$, worin $r$ durch das Volumen $3V = 4\pi r^3$ und $dV = 4\pi r^2 dr$ ausgedrückt werden kann. Substitution mit $\varphi = \gamma M(r)/r$ ergibt dann

$$\text{div}\vec{G} = \frac{4}{3}\pi\gamma(9V\frac{d^2M}{dV^2} + 6\frac{dM}{dV} + M/V) =$$
$$= \frac{4\pi\gamma}{3V}(9V^2\frac{d^2M}{dV^2} + 6V\frac{dM}{dV} + M).$$

Für die unbekannte Funktion $M(r)$ ist ein Normverlauf denkbar, der auf einer Niveaufläche $F_B$ (umschließt ein Bezugsvolumen $V_B$) zu den identischen Dichten

$\left(V\frac{d^2M}{dV^2}\right)_B = \left(\frac{dM}{dV}\right)_B = \left(\frac{M}{V}\right)_B$ führt, so daß es zweckmäßig erscheint, in $\text{div}\vec{G}$ mit dem Faktor $9 + 6 + 1 = 16$ zu normieren und den Dichteoperator $16V\Lambda = 9V^2\frac{d^2}{dV^2} + 6V\frac{d}{dV} + 1$ einzuführen, dessen Wirkung $\Lambda M = \sigma$ die differentielle Dichte in (*) ergibt. Man erhält also $\text{div}\vec{G} = \frac{64}{3}\pi\gamma\Lambda M = 64\pi\gamma\sigma/3$. Verglichen mit

$\mathrm{div}\vec{G} = \sigma/\alpha$ aus (*) folgt für den Proportionalitätsfaktor in dieser Beziehung $64\pi\gamma\alpha = 3$.

Mit $\vec{G} = \vec{A} + \mathrm{grad}\varphi$ wird aus $\alpha\mathrm{div}\vec{G} = \sigma$ der Ausdruck

$$\mathrm{divgrad}\varphi = \sigma/\alpha - \mathrm{div}\vec{A} = \frac{4}{3}\pi\gamma\left(9V\frac{d^2M}{dV^2} + 6\frac{dM}{dV}\right),$$

in welchem $M(r) = \mu(r) + M_{(0)}$ ist. Wenn für das Volumen $V_0$ der Feldquelle $3V_0 = 4\pi r_0^3$ angenommen wird, und wenn nur der Außenbereich $V > V_0$, also $r > r_0$ zur Diskussion steht, dann ist in diesem Außenbereich $dM_{(0)}/dV = 0$, während $d\mu/dV \neq 0$ bleibt. Zwar ist mit Sicherheit $|\mu| \ll M_{(0)}$, doch kann die differentielle Änderung der Feldmasse $d\mu/dV$ in Größenordnungen liegen, die nicht vernachlässigt werden dürfen, zumal der Verlauf $\mu(r)$ völlig unbekannt ist. Mit $dM_{(0)}/dV = 0$ für $r > r_0$ wird divgrad$\varphi$ daher zu $divgrad\varphi = \frac{4}{3}\pi\gamma\left(9V\frac{d^2\mu}{dV^2} + 6\frac{d\mu}{dV}\right) \sim \sigma_\mu$, also zur differentiellen Feldmassendichte.

Nach dem gravitationsdynamischen Ansatz (*) bis (*b) existieren drei Konstanten, nämlich $\alpha$, $\beta$ und $\omega$, von denen $\alpha$ durch $64\pi\gamma\alpha = 3$ unter den Voraussetzungen von (*) bestimmt wurde. Da nach (*b) der Zusammenhang $\omega^2\alpha\beta = 1$ gilt, muß nur noch $\omega$ oder $\beta$ ermittelt werden.

Ob das Gravitationsfeld dem Prinzip (c) genügt, ist unbekannt, doch verhält sich $\varphi(r)$ hinsichtlich der Feldquelle $M$ additiv. Andererseits gibt es nach (c) wegen des Wirkungsquants weder ein Kontinuum der Wirkungen noch ein energetisches Kontinuum, wobei alle Energien dem Energiematerieäquivalent genügen. Demzufolge kann es auch kein Kontinuum ponderabler Massen geben, was völlig der Empirie einer atomistischen Natur der Materie entspricht. Die ponderable Feldquelle $M > 0$ des Gravitationsfeldes ist also aus $1 \leqq L < \infty$ atomaren Elementen $m(r)$ gemäß $M = Lm$ aufgebaut, so daß es unabhängig von der offenen Frage, ob das Gravitationsfeld nach (c) quantisiert ist oder nicht, auf jeden Fall elementare Gravitationsfelder der atomaren Elemente $m$ geben muß, welche durch $r\varphi(r) = \gamma m(r)$ beschreibbar

sind. An die unbekannte Funktion $m(r)$ muß dabei die Forderung gestellt werden, daß stets $\varphi \geqq 0$ bleibt, weil $\varphi$ als Quadrat einer reellen Geschwindigkeit im $R_3$ dimensioniert ist. Auch muß für $r = 0$ immer $\varphi(0) < \infty$ bleiben; denn andernfalls würden unendliche Selbstenergiepotentiale auftreten.

Für $m(r)$ ist die Ruheenergie $E_r = m(r)c^2$, so daß sich mit $m_0 = m(r_0)$ als geometrische Begrenzung $r_0 \leqq r$ des Elements $m_0$ für die statische gravitative Feldenergie $E_s = E_r - m_0c^2 = (m(r) - m_0)c^2$ ergibt.

Die Beziehungen **(*)** und **(*a)** legen nahe, daß ein statisches Gravitationsfeld als der stationäre Zustand des dynamischen Gleichgewichtes sehr schwacher Feldfluktuationen aufzufassen ist. Es sei $E_g$ die integrale Energie dieser Fluktuationen, deren räumliche Dichte $\eta_g = dE_g / dV$ ist. Wird **(*)** skalar mit $\vec{G}$ bzw. **(*a)** skalar mit $\vec{\mu}$ multipliziert und beide Produkte voneinander subtrahiert, dann ergibt sich $\vec{G}\mathrm{rot}\vec{\mu} - \vec{\mu}\mathrm{rot}\vec{G} = \alpha\vec{G}\vec{G} - \beta\vec{\mu}\dot{\vec{\mu}} + \sigma\vec{G}\vec{v} - (\sigma - \sigma_{(0)})\vec{\mu}\vec{f}$, worin nach einem Operatortheorem $\vec{G}\mathrm{rot}\vec{\mu} - \vec{\mu}\mathrm{rot}\vec{G} = \mathrm{div}(\vec{G} \times \vec{\mu})$ gilt. Für die Leistungsdichte der Feldfluktuationen gilt offensichtlich

$$\dot{\eta}_g = \mathrm{div}(\vec{G} \times \vec{\mu}) + (\sigma - \sigma_{(0)})\vec{\mu}\vec{f} - \sigma\vec{G}\vec{v}, \quad \text{oder} \quad \dot{\eta}_g = \alpha\vec{G}\dot{\vec{G}} - \beta\vec{\mu}\dot{\vec{\mu}}.$$

Nach räumlicher und zeitlicher Integration folgt daraus

$2E_g = \alpha\int\vec{G}^2 dV - \beta\int\vec{\mu}^2 dV$ und für dieses Integral muß

$E_g = -E_s$, also $m(r)c^2 + \frac{\alpha}{2}\int\vec{G}^2 dV - \frac{\beta}{2}\int\vec{\mu}^2 dV = m_0c^2$ gesetzt werden, weil $E_g$ mit der statischen negativen potentiellen Feldenergie identisch sein muß. Bei der Beziehung $mc^2 + E_g = m_0c^2$ handelt es sich um das makromare Energieprinzip im Gravitationsfeld unter Berücksichtigung der Einheit von Feld und Feldquelle. Hier wird mit Sicherheit die Approximation wegen

$$\beta\left|\int\vec{\mu}^2 dV\right| \ll \alpha\left|\int\vec{G}^2 dV\right| \text{ und } |\vec{A}| \ll |\mathrm{grad}\varphi|$$

zu $m(r)c^2 + \frac{\alpha}{2}\int(\mathrm{grad}\varphi)^2 dV = m_0c^2$ möglich, wobei diese Beziehung **(a)** nicht ganz exakt erfüllt, weil **(c)** unberücksichtigt blieb. Unter der Voraussetzung der Kugelsymmetrie $dV = 4\pi r^2 dr$ und $(\mathrm{grad}\varphi)^2 = (d\varphi/dr)^2$ sowie $m_0 = \mathrm{const}$ hinsichtlich $r > r_0$ ergibt

sich nach Differentiation unter Verwendung der neuen Konstanten $32c^2a = 3\gamma$ aus $64\pi\gamma a = 3$ mit $r\varphi(r) = \gamma m(r)$ die nichtlineare totale Differentialgleichung

$a\left(\frac{dm}{dr}\right)^2 + (1 - 2am/r)\frac{dm}{dr} + a(m/r)^2 = 0$, die den makromaren Verlauf der unbekannten Funktion $m(r)$ approximativ wiedergibt.

Mit der Hilfsfunktion $\eta(r) = m/r$ kann die Differentialgleichung transformiert werden und diese Transformation ermöglicht eine Separation der Variablen und eine Homogenisierung, wenn als neues Argument $lnr$ verwendet wird. Die Lösung $rqe^{-\underline{q}} = A$ ist mit $\underline{q} = 1 \pm \sqrt{1 - 4am/r}$ zweideutig, doch kommt wegen der Unmöglichkeit unendlicher Selbstenergiepotentiale nur der negative Zweig $rqe^{-q} = A$ mit $q = 1 - \sqrt{1 - \varepsilon\varphi}$ in Betracht. Hier wurde $r\varphi = \gamma m$ und $8c^2\varepsilon = 3$ zur Kürzung verwendet. $A = \text{const}$ ist die Integrationskonstante, die wegen $\varphi \to \varphi_n$ und $(\varepsilon\varphi^\nu) \approx 0$ für alle ganzzahligen $\nu > 1$ zu $16c^2A = 3\gamma m_0$ bestimmt werden kann. Diese Konstante ist also eine reelle Zahl, doch läßt die linke Seite der Lösung $rqe^{-q} = A$ auch komplexe Werte zu, die aber wegen der Realität von $A$ nicht auftreten dürfen. Aus diesem Grunde muß für den Radikanden $1 - \varepsilon\varphi \geqq 0$ gefordert werden, wobei die Gleichung für $\varphi = \varphi_{ext}$ gemäß $\varepsilon\varphi_{ext} = 1$ bereits das Extremum setzt.

Werden in $rqe^{-q} = \text{const}$ der Ausdruck $e^{-q}$ und $q = 1 - \sqrt{1 - \varepsilon\varphi}$ als Reihen entwickelt, aber die Glieder $\nu > 1$ approximativ $(e\varphi)^\nu \approx 0$ gesetzt, jedoch in $qe^{-q}$ auch $\nu = 2$ zugelassen, dann entsteht für $m(r)$ aus $rqe^{-q} = \text{const}$ eine quadratische Approximation, die eine Abschätzung der gravitativen Feldmasse $\underline{\mu}_g = m(r) - m_0$ gestattet. Es handelt sich bei $\underline{\mu}_g$ wegen der vorausgesetzten Kugelsymmetrie um die Feldmasse im Volumen

$\frac{4}{3}\pi(r^3 - r_0^3)$, so daß $\mu_g = \lim_{r\to\infty}(m - m_0)$ die gesamte gravitative Feldmasse des von $m_0$ erregten Gravitationsfeldes ist. Es zeigt sich, daß $\mu_g < 0$, aber $|\mu_g| \ll m_0$ ist, das heißt, die zu $\mu_g < 0$ komplementäre Masse ist nicht $m_0$, sondern die Feldmasse $\mu_q = -\mu_g$ des orthogonalen Trajektorienfeldes $\vec{\mu}$, welches gemeinsam mit $\vec{G}$ die gravitative $R_3$-Struktur nach (∗) und (∗**a**) bestimmt.

euen Konstanten
die nichtlineare

den makromaren

iv wiedergibt.
ferentialgleichung
öglicht eine Sepa-
n als neues Argu-
t mit
egen der Unmög-
r negative Zweig
r wurde $r\varphi = \gamma m$
t ist die Integra-
für alle ganzzahli-
n. Diese Konstan-
Seite der Lösung
n der Realität von
für den Radikan-
hung für $\varphi = \varphi_{ext}$

$-q$ und $q = 1 -$
$v > 1$ approxima-
zugelassen, dann
tische Approxima-
se
wegen der voraus-
umen

te gravitative

es ist. Es zeigt sich,
$\mu_g < 0$ komple-
sse $\mu_q = -\mu_g$ des
sam mit $\vec{G}$ die gra-



Ist andererseits $M\sqrt{1-\beta^2} = M_0$ die gegen $\hat{A}_-$ invariante Transversalmasse einer mit $v = c\beta$ stationär bewegten Masse $M_0$, dann gilt für die kinetische Energie die bekannte Darstellung $E_k^2 = (M^2 - M_0^2)\, c^4 = M^2\, c^4\, \beta^2$ oder $E_k = Mc^2\, \beta = Mcv$ in einer gegen $\hat{A}_-$ invarianten Form.

Erfolgt die Bewegung radial und quasistationär, verursacht durch das $\varphi$-Feld, dann ist $E_k = M_q$ oder $\varphi = cv$. Bezogen auf das Gravitationszentrum von $\varphi(r)$ erreicht bei $r$ die freifallende Masse $M$ als maximale Geschwindigkeit $v_p^2 = 2\varphi(r)$ (parabolische Geschwindigkeit), die zum absoluten Geschwindigkeitsmaximum $v_{max}$ im Gravitationsfeld wird, wenn für $\varphi$ die Extremwertbedingung $\varphi_e = 2\varphi$ aus $Imq = 0$ der approximierten Lösung $rqe^{-q} = \text{const}$ eingesetzt wird. Allerdings handelt es sich dann nicht mehr um eine Massenbewegung im $R_{-4}$, sondern um die Bewegung einer bloßen Trägheitswirkung, so daß die durch **(∗)** bis **(∗b)** bedingte Hilfskonstruktion $R_{+4}$ mit $\hat{A}_+$ anzuwenden ist. Es gilt dann $\varphi_e = 2cv_{max}$, wobei dieser Maximalwert der Geschwindigkeit als höchstmögliche Geschwindigkeit einer Trägheitswirkung durch $\omega = v_{max}$ interpretiert werden kann. In $2\varphi = 2cv$ wird also $2\varphi = \varphi_{ext}$ für $v = \omega$, also $\varphi_{ext} = 2\omega c$, was mit $8c^2\varepsilon = 3$ in das Realitätsextremum $\varepsilon\varphi_{ext} = 1$ der Beziehung $rqe^{-q} = \text{const}$ (Approximation) eingesetzt für $\omega$ die einfache Darstellung $3\omega = 4c$ liefert. Unter Verwendung von $64\pi\gamma\alpha = 3$ und $\omega^2\, \alpha\, |\beta| = 1$ aus **(∗b)** kann $|\beta|$ zu $c^2\, |\beta| = 12\pi\gamma$ bestimmt werden, so daß die gravitationsdynamischen Konstanten der Beziehungen **(∗)** bis **(∗b)** gemäß

$$3\omega = 4c, \qquad \omega^2\, \alpha |\beta| = 1 \tag{10}$$

und

$$64\pi\gamma\alpha = 3, \qquad c^2\, |\beta| = 12\pi\gamma \tag{10a}$$

auf die bekannten Naturkonstanten $\gamma$ und $c$ reduziert werden. Setzt man der allgemeinen Relativitätstheorie entsprechend $\omega = \omega' = c$ und $\varphi \to \varphi_n$ mit $M = M_{(0)} = \text{const}$, dann wäre der Poissonbeziehung

entsprechend $\mathrm{divgrad}\varphi_n = 4\pi\gamma\sigma_0$, also $4\pi\gamma\alpha' = 1$ und $|\beta'| = 4\pi\gamma/c^2$, also zusammengefaßt

$$4\pi\gamma\alpha' = 1, \qquad c^2|\beta'| = 4\pi\gamma, \qquad \omega' = c \qquad \textbf{(10b)},$$

wobei die Abweichung gegenüber **(10)** und **(10a)** möglicherweise auf die Quellenverteilung

$$\alpha \mathrm{div}\vec{G} = \Lambda m(r), \quad 16V\Lambda = \left[3V\frac{d}{dV} + 1\right]^2 \qquad \textbf{(10c)},$$

also auf den Ansatz **(*)** allein zurückgeht. In **(10c)** bedeutet $[\,]^2$, daß der hierdurch eingeklammerte Differentialoperator im zweiten Grad iteriert wird. Die Tatsache $\omega > c$ bildet hier keinen Widerspruch zu $v < c$; denn in $\hat{A}_+$ der Hilfskonstruktion $R_{+4}$ wäre $v > \omega > c$ durchaus möglich, doch wird dies durch den Faktor $\hat{A}_-$ in $\hat{B} = \hat{A}_+\hat{A}_-$ wieder kompensiert und die Schranke $v < c$ für ponderable Massen gesetzt.

Nunmehr muß es darauf ankommen, im exakten Energieprinzip $E_r + E_g = E = \text{const}$ mit $2E_g = \alpha\int\vec{G}^2 dV - \beta\int\vec{\mu}^2 dV$ und $\vec{G} = \vec{A} + \mathrm{grad}\varphi$ das Prinzip **(c)** anzuwenden. Zwar wird durch **(8)** und **(8a)** eine solche Quantisierung nahegelegt, doch beziehen sich diese Gleichungen auf mikromare Weltstrukturen allgemeiner tensorieller Wechselwirkungspotentiale $g_{ik}$, wobei die gravitative Struktur durchaus eine nicht quantenhafte Begleitstruktur aller dem Prinzip **(c)** unterworfenen Wechselwirkungsstrukturen sein kann. Auch ist empirisch über eine Quantenstruktur des Gravitationsfeldes nichts bekannt. Andererseits gibt es aber wegen **(c)** die $Mq$ als materielle Letzteinheiten, so daß mindestens (wie schon erwähnt) elementare Gravitationsfelder dieser $Mq$ gefordert werden müssen. Da es sich bei diesen Feldern stets um energetische $R_3$-Strukturen handelt, die sich vom leeren $R_3$ unterscheiden, muß eine Wellenlänge $\lambda'$ für ein elementares Gravitationsfeld als Folge des Quantendualismus existieren, welche von $m_0$ des $Mq$ bestimmt wird und eine Reichweite $\varsigma < \infty$ des gravitativen Attraktionsfeldes definiert. Auf jeden Fall sind $\lambda'$ und $\varsigma$ in makromaren kosmischen Größenordnungen zu erwarten; denn nach der phänomenologischen Hierarchie der Wechselwirkungen fällt die Reichweite

ab, wenn die Stärke der Wechselwirkung steigt. In dieser phänomenologischen Hierarchie erscheint aber die gravitative Wechselwirkung als die schwächste Wechselwirkung überhaupt. Offensichtlich gilt für das Volumen des Wirkungsbereiches eines attraktiven Gravitationsfeldes $(\lambda')^3\pi/6$, aber auch $\frac{4}{3}\pi\varsigma^3$, was im Vergleich $\lambda' = 2\varsigma$ nahelegt. Sollten (was sehr wahrscheinlich ist) Gravitonen als Gravitationsfeldquanten existieren, dann müßten diese Gravitonen wegen ihrer Darstellbarkeit durch tensorielle Zustandsfunktionen Bosonen sein, und $\lambda'$ kann nur von der mittleren Masse $m_0$ atomistischer Einheiten abhängen, von denen $L < \infty$ die mit $M_0$ bezeichnete makromare Feldquelle gemäß $M_0 = Lm_0$ zusammensetzen. Die makromare Quelle $M_0$ und der Verlauf $M(r)$ bestimmen also nur die Intensität des Feldes, während $\lambda' = 2\varsigma < \infty$ allein von der mittleren Masse $m_0$ atomarer Einheiten der Mikrostruktur abhängt und einen gravitativen Wirkungsbereich vom räumlichen Radius $\varrho$ definiert. Es gelte für die makromare gravitative Raumstruktur $r\varphi = \gamma M(r)$ mit $M(r_0) = M_0$ und $r_0 \leqq r \leqq \varsigma < \infty$, so daß die Mikrostruktur $m_0$ von $M_0$ für $M_0$ eine Raumfläche $F = 4\pi\varsigma^2$ festlegt, auf welcher $\varphi(\varsigma) = 0$ wird. Wegen der außerordentlichen Schwäche des Gravitationsfeldes $|\mu_g| \ll m_0$ ist in sehr guter Näherung $m_0 \approx m(r)$ und auch $M_0 \approx M(r)$, während $m(\varsigma) \neq 0$ völlig evident sind. Mit $r\varphi_n = \gamma M_0$ nach **($\mathbf{d_2}$)** wird $\varphi_1(\varrho) = 0$ durch $\varphi_1 = \varphi_n(r) - \varphi_n(\varsigma)$ erreicht, wenn $r = \varsigma$ gesetzt wird. Nun ist $\varphi$ das Quadrat einer reellen Geschwindigkeit im $R_3$, so daß für alle $r$ stets $\varphi \geqq 0$ bleiben muß.

Dies wird zwar von $\varphi_n$ erfüllt, nicht aber von $\varphi_1$ im Bereich $r < \varsigma$. Die durch $\varsigma$ nach **(c)** durchgeführte Korrektur zu $\varphi_1$ ist daher unvollständig, doch gibt es eine spekulative, aber immerhin heuristisch brauchbare Möglichkeit $\varphi_{(n)} = \varphi_1 + \varphi_2$ mit $\varphi_2 = f\varphi_n - \varphi_n(\varsigma)$, worin $f$ das Verhältnis der Niveaufläche $4\pi r^2$ zur Begrenzungsfläche $F$ des attraktiven Gravitationsfeldes, also $f = (r/\varsigma)^2$ sein soll. Einsetzen liefert für die zweite Korrektur

$r\varphi_{(n)} = \gamma M_0((1 - 2r/\varsigma) + (r/\varrho)^2) = \gamma M_0(1 - r/\varrho)^2$, die bereits neben $\varphi_{(n)}(\varsigma) = 0$ die Forderung $\varphi_{(n)} \geqq 0$ für alle $r$ im $R_3$ erfüllt. Schließlich ist noch $M_0$ durch $M(r)$ zu ersetzen, was die durch **(c)** in der Form

$\lambda' = 2\varsigma < \infty$ bedingte Korrektur von $\varphi$ in der Form
$r\varphi(r) = \gamma M(r)(1 - r/\varrho)^2$ mit $M = Lm$ und $1 \leqq L < \infty$ liefert, wobei in der $M_0$-Struktur der Mittelwert atomarer Massen
$m_0 = \text{const}$ und somit auch $\lambda' = \text{const}$ stets erreichbar ist.

Im Energieprinzip **(a)** der gravitativen Raumstruktur $M(r)c^2 + \frac{\alpha}{2}\int \vec{G}^2\, dV - \frac{\beta}{2}\int \vec{\mu}^2 dV = M_0c^2 = E = \text{const}$ erscheint es sinnvoll, die bekannten Größen zu separieren. Mit $\vec{G} = \vec{A} + \text{grad}\varphi$ wird $\vec{G}^2 = \vec{A}^2 + 2\vec{A}\text{grad}\varphi + (\text{grad}\varphi)^2$, so daß im Gegensatz zur früheren Schreibweise zweckmäßig der unbekannte Term
$E_q = \frac{\alpha}{2}\int \vec{A}(\vec{A} + 2\text{grad}\varphi)dV - \frac{\beta}{2}\int \vec{\mu}^2 dV$ eingeführt wird, weil der Verlauf von $\vec{\mu}$ ebenso unbekannt ist wie derjenige von $\vec{A}$ und $\sphericalangle(\vec{A}, \text{grad}\varphi)$, wogegen für die bekannten Anteile $E_r = M(r)c^2$ und $E_g = \frac{\alpha}{2}\int(\text{grad}\varphi)^2 dV$ geschrieben werden soll. In dem so formulierten Energieprinzip $E_r + E_g + E_q = E$ ist neben $E_r = Mc^2$ der korrigierte Verlauf $\varphi(r)$ in $E_g = \frac{\alpha}{2}\int(\text{grad}\varphi)^2 dV$ zu verwenden. Wegen $\mu_g < 0$ ist $\frac{dM}{dr} < 0$ und für die Dichte $\eta_q = dE_q/dV > 0$ des durch $\mu_q = -\mu_g$ bedingten energetischen Anteiles $E_q$ könnte angenommen werden, daß $\eta_q$ der Änderung von $M$ mit $r$, bezogen auf die Begrenzungsfläche $F$, proportional ist, so daß
$F\eta_q \sim -\frac{dM}{dr}$ gemäß $\lim_{F \to \infty} \eta_q = 0$, aber auch wegen
$FE_q \sim -\int \frac{dM}{dr} dV$ der Limes $\lim_{F \to \infty} E_q = 0$, also $\lim_{\varsigma \to \infty} E = E'$ gilt.
Nach dem Energiematerieäquivalent im $R_4$ und in der Hilfskonstruktion $R_{-4}$ kann der Proportionalitätsfaktor von $\eta_q$ nur $c^2$ sein, so daß
$E_q = -\frac{c^2}{F}\int \frac{dM}{dr} dV$ in $E$ einzusetzen ist, was
$Mc^2 + \frac{\alpha}{2}\int(\text{grad}\varphi)^2 dV - \frac{c^2}{F}\int \frac{dM}{dr} dV = E = \text{const}$ ergibt. Unter Voraussetzung der sphärischen Symmetrie kann $(\text{grad}\varphi)^2 = (\frac{d\varphi}{dr})^2$ und $dV = 4\pi r^2 dr$ gesetzt werden, was nach Differentiation die totale Differentialgleichung nichtlinearer Art, nämlich

$c^2\frac{dM}{dr} + 2\pi\alpha r^2(\frac{d\varphi}{dr})^2 - c^2(r/\varsigma)^2\frac{dM}{dr} = 0$ wegen $F = 4\pi\varsigma^2$ liefert. In dieser Beziehung ist mit dem durch $\varsigma < \infty$ korrigierten Verlauf $r\varphi = \gamma M(r)(1 - r/\varsigma)^2$ zu substituieren, so daß sich für $\varphi$ mit der Kürzung $rH = \frac{1+x}{1-x}$ als Hilfsfunktion und $x = r/\varsigma$ nach einigen Umrechnungen die nichtlineare Fassung

$(\frac{d\varphi}{dr})^2 + \frac{32}{3}c^2H(\frac{d\varphi}{dr} + H\varphi) = 0$ ergibt. Diese Differentialgleichung impliziert in $\varphi(r)$ den unbekannten Verlauf $M(r)$ und kann durch die Wahl geeigneter Substitutionen einer Separation der Variablen sowie einer Homogenisierung unterworfen werden. Die homogenisierte Form ist dann integrierbar. Zu dieser Integration wird

$(\frac{d\varphi}{dr})^2 + \frac{32}{3}c^2H(\frac{d\varphi}{dr} + H\varphi) = 0$ mit $(r\varepsilon)^2$ multipliziert, worin $8c^2\varepsilon = 3$ ist, und es werden die Substitutionen $\eta = \varepsilon\varphi$, sowie

$x = r/\varrho$ und $S = rH = \frac{1+x}{1-x}$ eingeführt. Dies liefert

$r^2(\frac{d\eta}{dr})^2 + 4S(\frac{rd\eta}{dr} + S\eta) = 0$, worin mit dem neuen Argument $lnr$ und $\eta' = d\eta/(dlnr)$ wegen $rd\eta/dr = \eta'$ gemäß

$\eta'^2 + 4S\eta' = -4S^2\eta$ homogenisiert werden kann. Diese quadratische Gleichung hat also die Lösungen $\eta' = -2S(1 \pm \sqrt{1-\eta})$, worin die Substitution $Q = 1 \pm \sqrt{1-\eta}$ oder $\eta = 1 - (Q-1)^2$ zweckmäßig ist, denn es gilt dann $d\eta = -2(Q-1)dQ$, was $(Q-1)dQ/Q = -dln(Qe^{-Q})$ oder eingesetzt $dln(Qe^{-Q}) = -Sdlnr = -Sdx/x$ liefert. Mit $(1-x)S = 1+x$ wird daraus

$-Sdx/x = -\frac{1+x}{1-x}dx/x = dln(1-x) + \frac{dx}{x^2-x}$. Verwendung der Substitutionen $u = 2x-1$ und $w = ARTGu$ liefert

$$\frac{dx}{x^2-x} = -\frac{2du}{1-u^2} = -2dw = -2dARTGu = -dln\frac{1+u}{1-u} =$$

$= dln((1-x)(x)$, was in $dln(Qe^{-Q}) = dln(1-x) + \frac{dx}{x^2-x}$ eingesetzt die integrierbare Fassung

$dln(Qe^{-Q}) = dln(1-x) + dln((1-x)/x) = dln((1-x)^2/x)$ liefert. Ist $A = \text{const}$ die Integrationskonstante, dann folgt mit $x = r/\varrho$ und $\varrho = \text{const}$ die Lösung $rQe^{-Q} = A(1-r/\varrho)^2$, wo mit $\eta = \varepsilon\varphi$ und $Q = 1 \pm \sqrt{1-\varepsilon\varphi}$ deutlich wird, daß wegen der Unmöglichkeit unendlicher Selbstenergiepotentiale nur der negative Zweig $Q = q = 1 - \sqrt{1-\varepsilon\varphi}$ in Betracht kommt.

Als Lösung ergibt sich $rqe^{-q} = A(1-r/\varsigma)^2$, worin wieder $q = 1 - \sqrt{1-\varepsilon\varphi}$ und $8c^2\varepsilon = 3$ ist. Eine Reihenentwicklung und $(\varepsilon\varphi)^\nu \approx 0$ für $\nu > 1$, sowie die Notwendigkeit des Anschlusses an die Empirie $\mathbf{(d_2)}$ in der Form $\varphi \to \varphi_n$ und $r \ll \varsigma$ liefert dann für die Integrationskonstante $A = \gamma M_0 \varepsilon/2$, so daß die Lösung unter Berücksichtigung der atomistischen Mikrostruktur $M = Lm$ in der Fassung

$$rqe^{-q} = A(1-r/\varsigma)^2, \qquad 16c^2A = 3\gamma M_0, \qquad M = Lm,$$
$$1 \leqq L < \infty \tag{11}$$

mit

$$q = 1 - \sqrt{1-\varepsilon\varphi}, \qquad 8c^2\varepsilon = 3 \tag{11a}$$

und

$$r\varphi(r) = \gamma Lm(r)(1-r/\varsigma)^2 \tag{11b}$$

angegeben werden kann.

Für den Feldvektor $\vec{G}_g = \text{grad}\varphi$ des statischen und kugelsymmetrischen $\varphi$-Feldes gilt im Betrag $|\vec{G}_g| = \dfrac{d\varphi}{dr}$, und eine Differentiation von **(11)** liefert für diesen Betrag der Fallbeschleunigung

$$r^2 G_g = -\gamma M_0 (1-(r/\varsigma)^2) e^q (1+q)^{-1}. \tag{11c}$$

Aus diesen Beziehungen wird die Bedeutung von $\varsigma$ unmittelbar transparent; denn **(11)** und **(11b)** sowie **(11c)** zeigen, daß $\varphi > 0$ und $G_g < 0$ für $r < \varsigma$ ein attraktives Feld kennzeichnen, welches bei $r = \varsigma$ gemäß $\varphi = 0$ und $G_g = 0$ begrenzt wird. Im Bereich $r > \varsigma$ dagegen steigt $\varphi > 0$ wieder schwach an, doch erscheint wegen eines Vorzeichensprunges $G_g > 0$ hier als ein schwaches Abstoßungsfeld, welches aber nur bis zu einer endlichen Grenzdistanz de-

finiert sein kann, welche durch die Realitätsschranke von **(11)** gegeben sein muß. Zur quantitativen Untersuchung ist die explizite Bestimmung von $\varsigma$ entscheidend. Zu einer solchen Bestimmung von $\varsigma$ muß berücksichtigt werden, daß $\varsigma$ unmittelbar durch $\lambda'$ gegeben sein muß und eine singuläre Fläche $F = 4\pi\varsigma^2$ hinsichtlich $\varphi$ und $G_g$ im $R_3$ setzt. In **(11)** und in **(11b)** wird $L = 1$ gesetzt, also nur eine atomare Einheit von $M_0$ betrachtet. Als gravitative Feldmasse $\mu_g$ in $r_0 \leqq r \leqq \varsigma$ gilt dann $\mu_g = \lim\limits_{r\to\varsigma} (m - m_0) = m(\varsigma) - m_0$, für welche im $R_{+4}$ wegen der Invarianz gegen $\hat{A}_+$ ebenfalls ein Äquivalent $\varepsilon_g = -\mu_g\omega^2$ gilt. Unter der Voraussetzung der Existenz von Gravitonen im $R_{+4}$ müßte dann auch $\varepsilon_g = h\nu_w$ mit $\lambda'\nu_w = \omega$ gelten, was mit $\lambda' = 2\varsigma$ die Beziehung $2\varsigma\mu_g\omega = -h$ ergibt, so daß die explizite Bestimmung von $\mu_g = m(\varsigma) - m_0$ die Darstellung von $\varsigma$ ermöglicht. Es wird wieder **(11)** so approximiert, daß Reihenentwicklungen von **(11a)** und $e^{-q}$ gemäß $(\varepsilon\varphi)^\nu \approx 0$ für die Glieder $\nu > 1$ approximativ abgebrochen werden können, während in $qe^{-q}$ noch ein quadratisches Glied zugelassen wird. Dies liefert

$$(1 - r/\varsigma)^2 \sim rqe^{-q} \approx \frac{r\varepsilon\varphi}{2}(1 - \varepsilon\varphi/2) \quad \text{oder} \quad m(1 - \varepsilon\varphi/2) = \text{const}$$

nach **(11b)**. Wegen dieser Konstanz gilt auch
$m(1 - \varepsilon\varphi/2) = m_0(1 - \varphi(r_0)\varepsilon/2)$ oder $m(r) - m_0 =$
$= \frac{\varepsilon}{2}(\varphi(r) - \varphi(r_0))$, was unter Berücksichtigung von $\varphi(\varsigma) = 0$ die Feldmasse $\mu_g = m(\varsigma) - m_0 = -\frac{\varepsilon}{2} m_0\varphi(r_0) < 0$, also
$16c^2 r_0\mu_g = -3\gamma m_0^2(1 - r_0/\varrho)^2$ liefert. Der Bereich $2r_0$ im $R_{-4}$ bzw. $R_4$ wird zweckmäßig mit der Compton-Wellenlänge $\lambda$ der gesamten Energie $m_0c^2$, also $\lambda m_0 c = h$ gemäß $\lambda = 2r_0$ identifiziert. Substitution mit $2r_0 \cdot m_0 c = h$ und $\mu_g$ in $2\mu_g\omega = -h$ ergibt dann $\varsigma(1 - h(2m_0c\varsigma)^{-1})^2 = \dfrac{h^2}{\gamma m_0^3}$, worin jedoch stets $2m_0c\varsigma > h$ bleiben muß. Diese Darstellung für $\varsigma$ gilt außerdem nur im Gültigkeitsbereich der Approximation von **(11)**, also für hinreichend schwache $\varphi$-Felder. Offensichtlich kann diese Näherung nicht im Innern sehr dichter Sterne oder im Extremfall der Neu-

tronensterne angewendet werden. Diese Einschränkung soll durch den Faktor $Y_1$ in der Fassung

$$Y_1\varsigma(1-h(2\,Y_1 m_0 c\varsigma)^{-1})^2=\frac{h^2}{\gamma m_0^3},\quad 2\,Y_1 m_0 c\varsigma > h \tag{12}$$

der **Gravitationsgrenze** $\varsigma$ berücksichtigt werden. Mit $2\,Y_1 m_0 c\varsigma \gg h$ kann **(12)** abermals approximiert werden und liefert dann

$$\gamma m_0^3\, Y_1\varsigma = h^2,\qquad 2\,Y_1 m_0 c\varsigma \gg h. \tag{12a}$$

Auf jeden Fall gilt für hinreichend schwache $\varphi$-Felder $Y_1 = 1$, so daß im folgenden mit $\gamma m_0^3\varsigma = h^2$ weiter gearbeitet werden soll. Wesentlich für die Bestimmung des numerischen $\varsigma$-Wertes ist die Annahme hinsichtlich der mittleren Massen $m_0$ der atomistischen mikromaren Einheiten von $M_0$ der makromaren Feldquelle, die einer Annahme hinsichtlich der Nuklearkräfte atomarer Nuklide entspricht. Wenn die Natur so geartet ist, daß die atomistischen Einheiten Nukleonen der Masse $m_N$ sind, dann muß in **(12a)** für $m_0 = m_N$ gesetzt werden, was numerisch $Y_1\varsigma \approx 46\ Mpc$ liefert. Träfe dieser Fall zu, dann müßte $Y_1 > 1$ angenommen werden, wenn die astronomische Beobachtung zutrifft, wonach es zwar Spiralnebelnester, aber keine Systeme höherer Ordnung gibt. Da in großen Abständen auf jeden Fall die Approximationsbedingung für **(12a)** erfüllt wird, sofern die $\varphi$-Quelle keine relativistisch entartete Materie ist, bleibt $Y_1 = 1$. Trifft die Beobachtung der Nichtexistenz gravitierender Systeme höherer Ordnung zu, dann wäre wegen $Y_1 = 1$ der Schluß denkbar, daß die Nukleonenkräfte so hinsichtlich des $\varphi$-Feldes beschaffen sind, daß für $m_0$ die mittlere Nuklidmasse (also das mittlere Atomgewicht $A_t$) der Materie $M_0$ in **(12a)**, also $m_0 = A_t m_N$ einzusetzen ist, was

$$A_t^3\varsigma \approx 46\ Mpc \tag{12b}$$

zur Abschätzung der mittleren $\varsigma$-Werte von Spiralnebeln liefert. Unter Voraussetzung der empirischen Russell-Zusammensetzung intragalaktischer Materie, nämlich 70 % $H$, 29 % $He$ und 1 % schwere Elemente, liegt das mittlere Atomgewicht zwischen 1,9 und 2,4, weil $Fe$ das kosmologisch häufigste schwere Element ist, so daß $\varsigma$ für die Spiralnebel im allgemeinen nach **(12b)** zwischen $10^7$ und $2\cdot 10^7$ Lichtjah-

ren liegen dürfte. Dieser Befund kann eine Nichtexistenz von Systemen höherer Ordnung verständlich machen; denn liegt die Distanz der Komponenten eines Spiralnebelhaufens unterhalb dieser Schranke, dann müssen diese Komponenten wegen $r < \varsigma$ und $G_g < 0$ in einem attraktiven physikalischen Zusammenhang stehen und optisch das Bild der Ordnung solcher attraktiver Systeme vergegenwärtigen, während sich in Distanzen $r > \varsigma$ wegen $G_g > 0$ die Materie völlig chaotisch im $R_3$ verteilt.

Es werde nunmehr der Bereich $r > \varsigma$ betrachtet. Da sich aus **(11)** nach einer Differentiation $(1 + q)G_g r^2 = -\gamma M_0(1 - (r/\varsigma)^2)e^q$ für den Betrag der Fallbeschleunigung ergibt, würde jedes Massensystem abgestoßen, was zu einer allgemeinen Fluchtbewegung der Geschwindigkeit $v$ führen muß. Ein Beobachter in einem solchen Massensystem (Spiralnebelnest) erhält den Eindruck, daß alle anderen Massensysteme eine radiale Fluchtbewegung ausführen, deren Geschwindigkeit mit der Distanz anwächst und sich als Dopplereffekt gemäß $\frac{\delta\lambda}{\lambda} = v/c > 0$ der Wellenlängen $\lambda$ aller Photonen $E = h\nu = hc/\lambda$ im Sinne einer dispersionsfreien Rotverschiebung äußert, die von den radial mit $v$ fliehenden Massensystemen optisch emittiert werden. $G_g$ wächst dabei von $G_g = 0$ bis auf einen Maximalwert an, der dann erreicht wird, wenn $\varphi_{ext}$ die Realitätsschranke aus **(11)** erreicht. Man könnte versucht sein, die beobachtete dispersionsfreie kosmologische Rotverschiebung in dieser Form durch einen Dopplereffekt zu interpretieren und die empirische Hubble-Beziehung $cz = Hs$ mit $\lambda z = \delta\lambda$ und der Hubblekonstanten $H = \text{const}$ durch diesen Dopplereffekt $z = v/c$ auszudrücken. Eine solche Interpretation würde die allgemeine kosmologische Hypothese des sogenannten «Urknalls» nahelegen, die anscheinend auch durch die beobachtete 3°K-Hintergrundstrahlung bestätigt wird. Indes kann diese nahezu isotrope 3°K-Strahlung wesentlich plausibler und vollkommen anders erklärt werden. Auch kann im Rahmen einer verfeinerten Beobachtungstechnik eine ganze Reihe deutlicher Anomalien dieser kosmologischen Rotverschiebung aufgezeigt werden, die eine Interpretation $z = v/c$ in Frage stellen. Die Konsequenz hieraus muß der Schluß sein, daß

$G_g > 0$ in $r > \varsigma$ nicht ponderomotorisch erscheint, sondern nur latenter Natur ist. Nach diesem Konzept würde also in $r > \varsigma$ eine relativ zur Quelle von $G_g$ ruhende oder in Richtung $G_g > 0$ bewegte Masse keinerlei ponderomotorischen Einfluß erfahren, doch würde diese Masse in ihrer Bewegung verzögert, wenn sie sich entgegen $G_g > 0$ aus $r > \varsigma$ dieser Feldquelle nähert. Es seien zwei Spiralnebelsysteme $S_1$ und $S_2$ mit $\varsigma_1$ und $\varsigma_2$ gegeben, deren Gesamtdistanz $s \gg \varrho_1$ und $s \gg \varrho_2$, bzw. $s \gg \varsigma_1 + \varsigma_2$ ist, so daß für den Abstand ihrer Schwerpunkte $s + \varrho_1 + \varrho_2 \approx s$ gesetzt werden kann.

Wird ein Photon $E = mc^2$ der imponderablen Feldmasse $m$ in $S_2$ emittiert, dann würde diese photonische Trägheitswirkung $m$ auf dem Wege nach $S_1$ in $r > \varsigma_2$ ständig durch $G_1 > 0$ beeinflußt, nicht aber durch $G_2 > 0$ des emittierenden Systems. Gleiches gilt dann auch für ein gegenläufiges Photon, welches von $S_1$ emittiert wird. Auf diese Weise erfährt $E = mc^2 = h\nu = ch/\lambda$ eine Energieminderung um $\delta E$ auf $E - \delta E$, was wegen $E = ch/\lambda$ nur einer Erhöhung der Wellenlänge um $\delta\lambda$ auf $\lambda + \delta\lambda$, also einer Rotverschiebung, entsprechen kann. Tatsächlich ist aber nicht nur $G_1 > 0$ oder umgekehrt $G_2 > 0$ allein wirksam, sondern die gesamte Masse vor dem laufenden Photon, die als $G_g > 0$ im $R_3$ relevant ist.

Eine Analyse dieses Denkansatzes zum Verständnis der kosmologischen Rotverschiebung würde an dieser Stelle von der eigentlichen Thematik zu weit abweichen. Aufgrund der auf **(11)** zurückgehenden gravitativen $R_3$-Struktur

$$\varphi(r < \varrho) > 0, \quad G(r < \varrho) < 0, \quad \varphi(\varrho) = 0, \quad G(\varrho) = 0,$$
$$\varphi(r > \varrho) > 0, \quad G(r > \varrho) > 0 \qquad \textbf{(13)}$$

wird im Kosmologiekapitel V des Bd. II dieser Schrift der Ansatz explizit untersucht und die Begriffe der Hubbleschen Rotverschiebung extragalaktischer Spiralnebelspektren sowie des Hubbleradius von einem übergeordneten Niveau her analysiert.

Insgesamt ist offenbar der Beziehung **(11)** eine gewisse Aussagefähigkeit nicht abzusprechen, doch ist **(11)** noch keineswegs eine strukturtheoretische Beziehung, sondern lediglich eine phänomenologische

Erweiterung von $(\mathbf{d_2})$ durch $(\mathbf{d_1})$ und **(c)**, welche die gravitativ bedingte Raumstruktur phänomenologisch beschreibt. Das Prinzip **(c)** findet seinen Ausdruck in $\varsigma < \infty$ wegen $h > 0$ und der Atomistik $m_0 > 0$. Eine Vernachlässigung von **(c)** hätte $h = 0$ und $m_0 = 0$ und damit $\varsigma \to \infty$ zur Folge, weil in **(12a)** der Nenner in dritter, aber der Zähler in zweiter Potenz zu 0 wird. In der zu **(11)** führenden Differentialgleichung in der Fassung

$\varepsilon(\frac{d\varphi}{dr})^2 + 4H(\frac{d\varphi}{dr} + H\varphi) = 0$ mit $rH = \frac{1+x}{1-x}$ und $x = r/\varsigma$ bedeutet also die Vernachlässigung von **(c)** den Limes $\lim_{\varsigma\to\infty} H = 1/r$, also $\varepsilon(\frac{d\varphi}{dr})^2 + \frac{4}{r}(\frac{d\varphi}{dr} + \varphi/r) = 0$. Eine Vernachlässigung von $(\mathbf{d_1})$ würde nicht nur $M(r) = M_0$ für alle $r$, sondern auch $c \to \infty$ und $\omega \to \infty$ nach **(10)** bedeuten. Dies hat eine Dekomposition des $R_4$ in den $R_3$ und $t \sim x_4$ sowie den Übergang der Gruppe $\hat{B}$ in die Galileigruppe des $R_3$ und $\lim_{c\to\infty} \varepsilon = 0$, also $\frac{d\varphi}{dr} + \varphi/r = 0$ zur Folge. Für diese Differentialgleichung gilt aber stets $r\varphi = \text{const}$, was das Kennzeichen für $\varphi = \varphi_n$ nach $(\mathbf{d_2})$ in der Form $r\varphi_n = \gamma M_0$ ist. Diese Form $(\mathbf{d_2})$ erscheint somit historisch bedingt, während **(11)** eine Erweiterung der Empirie $(\mathbf{d_2})$ durch die empirischen Befunde $(\mathbf{d_1})$ und **(c)** zu sein scheint.

Nunmehr kann der Versuch unternommen werden, die Extrema der gravitativen Raumstruktur **(11)** zu untersuchen. Da $A$ und $(1 - r/\varsigma)^2$ als Quadratzahl reell sind, wird hierdurch auch die Realität $Im(qe^{-q}) = 0$ der linken Seite von **(11)** erzwungen, was $1 - \varepsilon\varphi \geqq 0$ fordert. Ist $r = R > \varsigma$ die Lage dieser Realitätsgrenze der Beziehung **(11)**, dann gilt $\varphi(R) = \varphi_{ext} = 1/\varepsilon$, also $1 - \varepsilon\varphi(R) = 0$ oder $\varepsilon\gamma M(R) = R(1 - R/\varsigma)^{-2}$ nach **(11b)**. Andererseits ist $q(R) = 1$ und daher $R(1 - R/\varsigma)^{-2} = eA$ nach **(11)**, was im Vergleich $\varepsilon\gamma M(R) = eA$ liefert. Mit der Näherung $2A = \varepsilon\gamma M_0$ wird daraus $M(R) = M_0 \cdot \frac{e}{2}$, was für die Realitätsschranke mit $x = R/\varsigma$ die quadratische Bestimmungsgleichung

$(1-x)^2 = \dfrac{4\omega c\varsigma}{e\gamma M_0}x$ liefert. Mit der Kürzung $\alpha\, e\gamma M_0 = 2\omega c\varsigma$ ergeben sich die beiden Lösungen

$$R_{\pm} = \varsigma(1+\alpha)(1 \pm \sqrt{1-(1+\alpha)^{-2}}), \qquad \alpha\, e\gamma M_0 = 2\omega c\varsigma, \quad \textbf{(14)}$$

doch ist hier stets $\alpha \gg 1$, also $R_{\pm} = \varsigma\,\alpha\,(1 \pm \sqrt{1-1/\alpha^2})$ in sehr guter Näherung erfüllt. Wenn schließlich noch $(1/\alpha^2)^{\nu} \approx 0$ für alle $\nu > 1$ gesetzt werden kann, was ebenfalls stets approximativ erfüllt ist, dann wird **(14)** zu der sehr vereinfachten Approximation

$$R_{+} = 2\,\alpha\,\varsigma, \qquad 2\,\alpha R_{-} = \varsigma, \qquad R_{+}R_{-} = \varsigma^2, \qquad \textbf{(14a)}$$

aus welcher $R_{+} < \infty$ hervorgeht. Mit $\alpha$ ergibt sich dann für die andere Realitätsschranke ein offenbar submikromarer Wert

$$4\omega c R_{-} = e\gamma M_0 \qquad \textbf{(14b)}$$

in sehr guter Näherung, der weitgehend dem Schwarzschild-Radius aus der Allgemeinen Relativitätstheorie entspricht; denn zur Abschätzung ergibt sich numerisch $R_{-} \approx 3{,}78 \cdot 10^{-28} M_0$. Es könnte sein, daß dieser Schwarzschild-Radius durch die untere Realitätsschranke von **(11)** interpretiert werden muß. Es handelt sich bei $R_{-}$ um den Radius eines Minimalvolumens im $R_3$, welches $M_0$ beinhalten könnte, doch ist nicht notwendig $R_{-}$ eine Größe mit realer physikalischer Bedeutung, weil selbst eine noch so geringfügige Unterschreitung von $R_{-}$ bedeuten würde, daß $Im(qe^{-q}) = 0$ verletzt wird. Für die durch $M_0$ bedingte phänomenologische gravitative Raumstruktur gilt also das Intervall

$$R_{-} < r \leqq \varsigma, \quad (G_g \leqq 0), \qquad \varsigma < r \leqq R_{+} < \infty, \quad (G > 0) \qquad \textbf{(14c)}$$

denn aus $R_{+} = 2\,\alpha\varsigma$ wird $R_{+} < \infty$ unmittelbar evident. In **(11)** bis **(11b)** kennzeichnet **(12)** den geometrischen Ort aller Wendepunkte von **(11c)**, während **(14)** die **Realitätsschranken** von **(11)** in Approximationen **(14a)** und **(14b)** wiedergibt, so daß durch diese Beziehungen die Extrema der durch **(11)** beschriebenen gravitativen Raumstruktur gegeben sind.

Es werde im folgenden angenommen, daß im ganzen $R_3$ nur ein Massensystem $M_0 = Lm_0$ existiere und daß $L = 1$ auf nur ein atomares Element reduziert wird. Nunmehr kann auch $A_t = 1$ gesetzt und nur ein einzelnes $Mq$ der Masse $m_M$ im $R_3$ zugelassen werden. Die Gesamtmasse dieses $Mq$ (welche für die Compton-Wellenlänge $\lambda$ relevant ist), wäre dann $m_M(R)$, was nach **(11b)** wegen $M(R) = M_0 e / 2$ für $R_-$ den Wert

$$R_- = \varsigma_M(1 + \alpha_M)(1 - \sqrt{1 - (1 + \alpha_M)^{-2}})$$

ergibt, der aber nach **(11b)** die Realitätsschranke $1 - \varepsilon\varphi(R_-) = 0$ gemäß $\varsigma m_M(R_-)(1 - R_- / \varsigma_M)^2 = 2\omega c R_-$ ebenfalls erfüllt. Mit $\lambda m_M(R_-)c = h$ wird daraus $\lambda R_- = \dfrac{\gamma h}{2\omega c^2}(1 - R_- / \varsigma_M)^2$, worin nach **(14)** auf jeden Fall die Leerraumbedingung $\lambda \to \infty$ die Limesrelationen $\lim\limits_{\lambda\to\infty} m_M(R_-) = \lim\limits_{\lambda\to\infty} 1/\varsigma_M = \lim\limits_{\lambda\to\infty} R_- = 0$ bedingt, während $\lambda R_-$ im Fall dieser Leerraumbedingung uneigentlich wird. Da auch $\lim\limits_{\lambda\to\infty} (R_- / \varsigma_M) = 0$ ist, kann der Limes dieses uneigentlichen Produktes in den leeren $R_3$ ebenfalls durchgeführt werden, was gemäß $\tau = \lim\limits_{\lambda\to\infty} (\lambda R_-) = \dfrac{\gamma h}{2\omega c^2} = \text{const} > 0$ eine positive reelle Naturkonstante mit der Dimensionierung einer Fläche liefert, die allein von den $(\mathbf{d_2})$ sowie $(\mathbf{d_1})$ und **(c)** bestimmenden Naturkonstanten abhängt. Numerisch ergibt sich ein Betrag von ca. $6{,}15 \cdot 10^{-70}$ Quadratmetern. Diese, im folgenden als «**Metron**» zu bezeichnende Naturkonstante

$$\tau\omega c^2 = \pi\gamma\hbar \tag{15}$$

ist offensichtlich eine Konstante des $R_3$, unabhängig davon, ob dieser Raum leer ist oder nicht. Da in **(2)** der Limes nicht zu einem infinitesimalen $R_4$-Element durchgeführt werden kann, muß **(15)** auch auf den $R_4$-Unterraum, aber auch auf den $R_6$ ausgedehnt werden, weil sich derartige Differenzen wegen **(8a)** auch für $R_6$-Volumina ergeben. Das **Welttensorium** $R_6$ scheint daher so beschaffen zu sein, daß wie auch immer geartete $R_2$-Unterräume $F$ ganzzahlige Vielfache $N > 0$ (reell oder imaginär) dieser Konstante $\tau$ gemäß

$$F(x_1 \dots x_6) = N\tau, \qquad N > 0 \tag{15a}$$

sind. Dies setzt jedoch stets eine geodätische Begrenzung der $\tau$ voraus, aber auch eine Einschränkung der zugelassenen Koordinatentransformationen als Folge der durch $\tau = \text{const}$ bedingten Flächenisometrie hinsichtlich $\tau$ und die Tatsache, daß sich $N$ aus **(15a)** im Betrag nur um $\pm 1$ ändern kann.

Die Annahme der geodätischen Begrenzung von $\tau$ wird durch die Forderung einer metrischen Gleichberechtigung aller $\tau$ gestützt. Ganz allgemein sei in einem beliebig dimensionierten $R_m$ (von reellen und imaginären Koordinaten aufgespannt) ein Unterraum $R_p$ mit $p \leqq m$ gegeben, dessen Volumina $V_p$ gemäß $V_p = N\tau$ aus $N$ (ganzzahlig) $p$-dimensionalen, metrisch gleichberechtigten, $\tau$-Zellen strukturiert sind. Für die kleinstmöglichen Koordinatendifferenzen im $R_p$ gilt dann $\delta x^i = \alpha^i \sqrt[p]{\tau}$, wenn die $\alpha^i = \text{const}$ den reellen oder imaginären Charakter der $x^i$ angeben. Ist weiter $w_p$ die durch die metrische Determinante des Fundamentaltensors definierte Funktionaldeterminante, dann gilt für beliebige $R_p$-Volumina $V_p = \int_{x^1} \dots \int_{x^p} w_p \prod_{i=1}^{p} dx^i$, was mit $V_p = N\tau$ verglichen $\tau = \frac{1}{N} \int_{x^1} \dots \int_{x^p} w_p \prod_{i=1}^{p} dx^i = w_p \prod_{i=1}^{p} \delta x^i$ liefert. Wenn die $x^i$ die $\tau$ begrenzen, also $\delta x^i = \alpha^i \sqrt[p]{\tau}$ gilt, dann wird mit $\prod_{i=1}^{p} \alpha^i = |\alpha^i \delta_{ik}|_p = \underline{\alpha} = \text{const} \neq 0$ auch $\prod_{i=1}^{p} \delta x^i = \tau \underline{\alpha}$, was eingesetzt $w_p \underline{\alpha} = 1$ oder $w_p = \text{const}$ ergibt. Dies ist aber nur möglich, wenn die Komponenten des Fundamentaltensors im $R_p$ hinsichtlich der $x^i$ Konstante und die $\Gamma^i_{km} = 0$ sind, was nach der Geodätengleichung die $x^i$ wegen $\ddot{x}^i = 0$ als geodätische Koordinaten ausweist. Aus diesem Grunde sind die $\tau$ stets geodätisch begrenzt und daher metrisch gleichberechtigt, was auch für $p = 2$ in **(15)** und **(15a)** gilt.

Ist der gesamte $R_m$ mit $m > p$ der $\tau$-Strukturierung unterworfen, dann gilt für die geodätischen Koordinaten $\prod_{k=1}^{m} \delta x_k \sim (\sqrt[p]{\tau})^m$. Für das $R_m$-Volumen gilt dann die Differenz $\Delta V_m \sim (\sqrt[p]{\tau})^m$, worin $\sqrt[p]{\tau}$ stets

eindimensional in der Koordinatendimensionierung zählt und die Funktionaldeterminante als Konstante im Proportionalitätsfaktor erscheint. Ob der $R_m$ mit $\tau(p)$ ein vollständig metronisierter Zellenraum (metronisches Tensorium) mit $m > p$ ist oder nicht, hängt in $\Delta V_m \sim \tau^{m/p}$ vom Exponenten $M = m/p$ ab. Ist $mMODp \neq 0$, also $(M)MOD(1) \neq 0$, dann liegt ein solches Tensorium offenbar nicht vor, weil im Fall eines Tensoriums die Dimensionszahl des $R_m$ ein ganzzahliges Vielfaches der Dimensionszahl des Metrons $\tau$ sein müßte. Dies bedeutet, daß der $R_m$ mit $m \geqq p$ immer dann als ein metronisches Tensorium, also als ein vollständig metronisierter Zellenraum aufzufassen ist, wenn das Dimensionsverhältnis $M = m/p$ der Ganzzahligkeit $(M)MOD(1) = 0$ genügt. Andererseits sind in $\Delta V_m \sim \tau^M$ im Fall eines Tensoriums $(M)MOD(1) = 0$ wegen $m = Mp$ vom strukturellen Gesichtspunkt her gesehen $M$ verschiedene metronische Strukturen möglich, was dann auch im gesamten $R_m$ gilt.

Im Fall $m = 6$ nach **(4)** und $p = 2$ nach **(15)** ist auch der $R_6$ wegen $mMODp = 0$ als ein metronischer Zellenraum (Tensorium) aufzufassen, in welchem $M = 3$ metronische Partialstrukturen möglich sein können, was den heuristischen Schluß **(9)** stützt. Desgleichen ist auch der Unterraum $R_4$ als Raumzeit wegen $M = 2$ ein solches Tensorium, in dem nur Raumzeitzellen $\Delta V_4 \sim \tau^2 > 0$ möglich sind, was den Beziehungen **(2)** und **(2a)** vollständig entspricht. Aus diesem Grunde muß **(15)** als die gesuchte und durch **(2a)** geforderte geometrische Letzteinheit angesprochen werden.

In einem beliebig dimensionierten $R_m$ mit metronischen Letzteinheiten der Dimension $p \leqq m$ ist die Existenzbedingung des vollständigen metronischen Tensoriums immer verknüpft mit der Möglichkeit metrischer Partialstrukturen, wenn sich als Dimensionsgesetz beliebiger $\tau$ in Räumen $R_m$ allgemein

$$m/p = M \geqq 1, \quad (M)MOD(1) = O \qquad \textbf{(15b)}$$

ergibt.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß $0 < \varrho < \infty$ eine Distanz im reellen kompakten $R_3$ ist, d. h., wegen $\varsigma \sim m_0^{-3}$

kann es im $R_3$ eine sogenannte «Antigravitation», erregt durch negative oder imaginäre ponderable $m_0$, nicht geben. Indes zeigt $R_$, daß es im astrophysikalischen Bereich durchaus extrem hohe Massendichten entarteter Materie geben kann, wobei allerdings die Fragen nach der Existenz sogenannter «Schwarzer Löcher» vorerst offen bleiben darf. Auch sei bemerkt, daß $\tau$ aus **(15)** nicht im Sinne eines «Weltäthers» ausgedeutet werden sollte. Es muß vielmehr darauf ankommen, die Konsequenzen **(8)** und **(15)** aus **(2)** zu einer einheitlichen Beschreibung zu synthetisieren. Wegen **(15b)** muß jedoch zuvor eine formale Methodik unter der Voraussetzung $\tau > 0$ entwickelt werden.

# KAPITEL III

# METRONISCHE STRUKTURTENSORIEN

## 1. Metronische Elementaroperationen

Wird $p = 2$ nach **(15)** gesetzt, dann darf eine Fläche $F$, also ein $R_2$, nicht mehr als ein Punktkontinuum aufgefaßt werden, sondern muß sich aus einer endlichen Zahl $0 < n < \infty$ mit ganzzahligen reellen $n \leqq N$ von elementaren Flächenquanten, den Metronen $\tau > 0$, zusammensetzen, welche durch die geodätischen Linien von $F$ begrenzt werden. Diese Tatsache aber macht unabhängig von $p = 2$ eine Revision der infinitesimalen Analysis notwendig; denn diese Analysis wird durch zwei Limesrelationen, nämlich durch das Integral und den Differentialquotienten begründet, deren Existenz eine beliebige Teilbarkeit der Flächen, also ein Punktkontinuum, voraussetzt. Ist $y = f(x)$ irgendeine, in einem Definitionsbereich $x$ stetige Funktion der $x, y$-Ebene, so wird ein zwischen zwei Nullstellen liegendes Flächenstück, welches von einem Kurvenstück $f(x)$, einem zwischen den beiden Nullstellen liegendes Abszissenstück $a \leqq x \leqq b$ und den Ordinaten $y(a)$ und $y(b)$ begrenzt wird, durch das Integral

$F = \int_a^b y dx = \int_a^b f dx$ beschrieben, wenn $\tau = 0$, also ein Kontinuum $R_2$ angenommen wird. Dieses Integral ist aber gemäß

$$\int_a^b y dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{\nu=1}^{n} [y_{\nu-1}(x_\nu - x_{\nu-1}) + \frac{1}{2}(y_\nu - y_{\nu-1})(x_\nu - x_{\nu-1})] =$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{n\to\infty} \sum_{\nu=1}^{n} (y_\nu + y_{\nu-1}) \Delta x_\nu = \lim_{\nu\to\infty} \sum_{\nu=1}^{n} \Delta F_\nu$$ ein Grenzwert. Hier ist $n \to \infty$ äquivalent mit $\Delta F_\nu \to 0$, was mit Gleichung **(15)** in Widerspruch steht, denn nach dieser Gleichung kann allenfalls $\Delta F_\nu \to \tau > 0$ mit $n < \infty$ für $F < \infty$ erreicht werden, und dies hat für $\Delta F_\nu = \tau$ den

Limes $\int_a^b f dx \equiv \lim_{\Delta F_\nu \to \tau} \sum_{\nu=1}^{n} \tilde{y}_\nu \Delta x_\nu = n\tau$ mit $\tilde{y}_\nu = \frac{1}{2}(y_\nu + y_{\nu-1})$ zur

Folge. Alle Flächendifferenzen sind in diesem Limes mit dem Metron

identisch, so daß immer $\tilde{y}_\nu \Delta x_\nu = \tau$ für alle $1 \leqq \nu \leqq n$ gesetzt werden kann. Andererseits soll voraussetzungsgemäß $y = f(x)$ eine stetige Funktion sein, und an dieser Stetigkeit kann auch $\tau > 0$ nichts ändern. Die Begrenzung der Elemente $\tau$ richtet sich gemäß Gleichung **(15a)** allein nach den metrischen Gegebenheiten des $R_p$, die aber im vorliegenden Fall nur durch den Verlauf $f(x)$ im $R_2$ bestimmt werden. Der Definitionsbereich von $f$ ist der euklidische $R_2$, d. h., die geodätischen Koordinaten sind cartesisch und das zur Diskussion stehende Flächenstück wird begrenzt durch $a \leqq x \leqq b$, sowie durch $y_a = y(a), y_b = y(b)$ und die Kurve $y = f(x)$. Wenn die Begrenzung eines Metrons durch die metrischen Gegebenheiten der integralen Fläche bestimmt wird, so müssen alle Metronen hinsichtlich ihrer metrischen Begrenzung gleichberechtigt sein, wenn $F$ eine metrische Einheit bilden und $n$ ganzzahlig sein soll. Dies bedeutet, daß im vorliegenden Fall die Fläche $\tau > 0$ stets durch zwei Ordinaten $y_\nu$ und $y_{\nu-1}$ sowie den Funktionsverlauf $f(x)$ zwischen $\nu - 1$ und $\nu$ begrenzt wird, so daß für

$$\Delta F_\nu = \tilde{y}_\nu \Delta x_\nu = \int_{x_{\nu-1}}^{x_\nu} f dx$$ der infinitesimale Integralbegriff anwendbar

wird. Aus $F = \lim_{\Delta F \to \tau} \sum_{\nu=1}^{n} \tilde{y}_\nu \Delta x_\nu = n\tau$ wird also $n\tau = \sum_{\nu=1}^{n} \int_{x_{\nu-1}}^{x_\nu} f dx$.

Nach dem Integralbegriff gilt stets $\sum_{\nu=1}^{n} \int_{x_{\nu-1}}^{x_\nu} = \int_{x_0}^{x_n}$, wodurch die

metrische Forderung erfüllt wird, wonach alle $\tau$ aus $F$, wegen der Stetigkeit von $f$, stetig einander anschließen. Es ist also

$$\sum_{\nu=1}^{n} \int_{x_{\nu-1}}^{x_\nu} f dx = \int_{x_0}^{x_n} f dx = F_n - F_0 \text{ mit } F_n = F(x_n) \text{ und}$$

$F_0 = F(x_0) = C$. Dies liefert in $\lim_{\Delta F_\nu \to \tau} \sum_{\nu=1}^{n} \tilde{y}_\nu \Delta x_\nu = n\tau$ eingesetzt

$F(x_n) = n\tau + C$, wobei $C$ nur von $x_0$ abhängt. Aufgrund dieses Zusammenhanges kann, da $F = \int f dx$ aus der Funktion $f$ hervorgeht, $x_n$ aus $F(x_n) = n\tau + C$ zu $x_n = x(n)$ als zahlentheoretische Funktion

des ganzzahligen Index $n$ eliminiert werden, so daß die Substitution in $f(x)$ auch die Ordinatenzählung $y_n = f(n)$ als solche Funktion darstellt. Die metronenhafte Revision der integralen Limesrelation findet demnach ihren Ausdruck in

$$y = f(x), \qquad \lim_{\Delta F_\nu \to \tau} \sum_{\nu=1}^{n} \tilde{y}_\nu \Delta x_\nu = n\tau, \qquad \Delta F_\nu = \tilde{y}_\nu \Delta x_\nu = \int_{x_{\nu-1}}^{x_\nu} y dx,$$

$$\sum_{\nu=1}^{n} \int_{\nu-1}^{\nu} = \int_{0}^{n}, \qquad \int_{x_0}^{x_n} f(x)dx = n\tau, \qquad x_n = x(n),$$

$$y_n = f(n) \qquad \textbf{M1.}$$

Diese Darstellung einer Fläche durch eine Metronensumme setzt voraus, daß $\int_{x_{\nu-1}}^{x_\nu} y dx$ tatsächlich die Dimensionierung einer Fläche hat, so daß **(M1)** nicht auf beliebige Integrale erweitert werden kann. Ist dagegen eine Fläche definierbar, so hat die Darstellung **(M1)** wegen $\tau > 0$ stets eine Quantisierung der Flächenkoordinaten zur Folge, die sich nicht mehr stetig ändern können, sondern zahlentheoretische Funktionen ganzzahliger Indizes werden, weil die Fläche kein Punktkontinuum mehr ist. Die Elimination des ganzzahligen Index $n$, der in $x_n = x(n)$ und $y_n = f(n)$ als Parameter aufgefaßt werden kann, muß wieder $y = f(x)$ liefern, weil der stetige Verlauf dieser Begrenzungskurve wegen der stetigen Anschlußforderung der Metronen nicht in Frage gestellt wurde. Wenn die Koordinaten zahlentheoretische Funktionen werden, deren Verläufe durch die metrischen Eigenschaften derjenigen Flächen bestimmt werden, die den zweidimensionalen Bereich aufspannen, dann muß auch jede andere Funktion dieses Bereiches zu einer solchen zahlentheoretischen Funktion $\varphi(n)$ werden. Eine solche **metronische Funktion** $\varphi$ stellt gegenüber **(M1)** eine Abstraktion dar, welche von der Dimensionszahl $p = 2$ des Metrons unabhängig ist und auch für beliebige $p \neq 2$ gilt, denn $\varphi(n)$ beschreibt immer eine einfache Folge von Metronen im $R_m$ der Dimension $p \leqq m$, die als **einfaches metronisches Tensorium** bezeichnet werden soll. Diese Abstraktion setzt jedoch **(15b)** voraus. Das Argument eines

solchen einfachen Tensoriums (dessen Struktur durch $\varphi$ beschrieben wird), ist eine einfache Folge ganzzahliger Metronenziffern $n$, welche die jeweilige Zahl der Metronen angeben, die bis zu der betreffenden Stelle im Tensorium enthalten sind. Die Struktur $\varphi(n)$ des Tensoriums wird als einfach bezeichnet, weil nur eine Folge von Metronenziffern das Argument bildet. Eindimensional ist diese Struktur dagegen nicht, weil die $\tau$ im $R_p$ mit $1 \leqq p \leqq m$ definiert sind, und die Eindimensionalität nur den einen Sonderfall $p = 1$ kennzeichnet. Die Funktion $\varphi(n)$ beschreibt demnach die Struktur eines einfachen, aber $p$-dimensionalen metronischen Tensoriums, deren Argument aus einer ganzzahligen Folge von Metronenziffern besteht. Da $n$ ganzzahlig ist, kann sich das Argument von $\varphi$ nur um $\pm 1$ ändern, und dies legt eine metronenhafte Revision des Differentialquotienten als der zweiten infinitesimalen Limesrelation nahe.

Wegen $x_n = x(n)$ kann auch $\varphi(n) = p(x_n)$ gesetzt werden, wenn $n$ nicht mehr die Grenze des Definitionsbereiches, sondern irgendeine laufende Metronenziffer angibt. Das diskrete Intervall $x_0 \leqq x_n \leqq x_N$ wird für $N \to \infty$ gemäß $\lim\limits_{N\to\infty} x_n = x$ zum Kontinuum $a \leqq x \leqq b$, weil dies mit $\tau = 0$ identisch ist, und $\lim\limits_{N\to\infty} p(x_n) = p(x)$ in dieser Näherung zur stetigen Funktion wird. Gilt $N \to \infty$, dann ist der Differentialquotient gegeben durch die Limesrelation

$$\frac{dp}{dx} = \lim_{x_1 \to x} \frac{p(x_1) - p(x)}{x_1 - x} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h}(p(x+h) - p(x)) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta p}{\Delta x},$$

wobei es wegen der Konvergenz $h \to 0$ im Kontinuum belanglos ist, ob $\frac{\Delta p}{\Delta x}$ aus $\frac{1}{h}(p(x+h) - p(x))$ oder $\frac{1}{h}(p(x) - p(x-h))$ gebildet wird. Ist dagegen $N < \infty$, also das Intervall diskret und $p(x_n) = \varphi(n)$ diskontinuierlich, dann gibt es mit $\nu > 0$ (ganzzahlig) für die Bildung des Differenzenquotienten die beiden Möglichkeiten

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta n} = \frac{1}{\nu}(\varphi(n+\nu) - \varphi(n)) \text{ und } \frac{\Delta\varphi}{\Delta n} = \frac{1}{\nu}(\varphi(n) - \varphi(n-\nu)).$$

Die erste Möglichkeit muß ausfallen, denn $n$ durchläuft das ganzzahlige Intervall $0 \leqq n \leqq N$, während die ganzen Zahlen $\nu > 0$ ebenfalls

positiv sind, so daß das Argument $n+\nu > N$ werden kann, doch wäre für $n+\nu > N$ die Funktion $\varphi$ nicht mehr definiert, weil bei der Metronenziffer $n+\nu = N$ die Intervallgrenze liegt. Mit der möglichen Form $\frac{\Delta\varphi}{\Delta n} = \frac{1}{\nu}(\varphi(n)-\varphi(n-\nu))$, kann ein Grenzprozess durchgeführt werden, doch kann nicht $\nu \to 0$ konvergieren, weil $\nu$ ganzzahlig ist. $\nu = 0$ ist auch nicht möglich, denn der kleinstmögliche Wert, um den sich $n$ ändern kann, ist $\pm 1$. Für $\nu$ käme also nur die untere Grenze $\nu = 1$ in Betracht, denn $\nu = -1$ würde zu der oben ausgeschlossenen Möglichkeit führen. Dieser Mindestwert $\nu = 1$ führt dann für $\varphi$ zu einem, dem Differentialquotienten ähnlichen Begriff

$\frac{\eth\varphi}{\eth n} = \lim_{\nu=+1} \frac{1}{\nu}(\varphi(n)-\varphi(n-\nu)) = \varphi(n)-\varphi(n-1)$, wenn das Symbol $\eth$ diesen Variationsprozeß kennzeichnet. Ist $p(n) = n$, dann ist offensichtlich $\eth p = \eth n$, doch da sich $n$ nur um $+1$ ändern kann, wird $\eth n = 1$ und $\frac{\eth\varphi}{\eth n} = \eth\varphi$ formal immer verwendbar. Im Intervall $0 \leqq n \leqq N$ der **Metronenziffern** gilt demnach für die Metronendifferentiation **(Metrondifferential)** die Darstellung

$$\eth\varphi = \varphi(n)-\varphi(n-1), \qquad 0 \leqq n \leqq N \qquad \textbf{M2.}$$

Die zu diesem Metrondifferential inverse Operation, das **Metronintegral**, kann offenbar nur ein Summationsprozeß sein, bei dem im Gegensatz zum infinitesimalen Integral über sprunghaft sich um 1 ändernde ganzzahlige Argumente summiert wird. Ist $\varphi(n) = \eth\phi(n)$ das Metrondifferential einer Funktion $\phi(n)$, so könnte, wenn $n_1 \geqq 1$ und $n_2 > n_1$ zwei Metronenziffern des Intervalls sind, eine Summation zwischen $n_1 \leqq n \leqq n_2$ aller $\varphi$ durchgeführt werden, und dieser Prozeß entspräche der Revision des infinitesimalen Integralbegriffs zum Metronintegral. Dieser metronenhafte Integrationsvorgang werde in Analogie zur infinitesimalen Integration symbolisiert durch $\overset{n_2}{\boldsymbol{S}}_{n_1} \varphi(n)\,\eth n$. Zwar ist $\eth n = 1$, doch wird diese Größe angegeben, damit ersichtlich wird, über welche Metronenziffer im Fall mehrerer Argu-

mente das Metronintegral gebildet wird. Ist dagegen der **Metronintegrand** selber ein Metrondifferential, also $\varphi = \eth\phi$, dann wird

$\varphi\,\eth n = \eth\phi\,\eth n = \eth\phi$, weil immer $\eth\phi = \dfrac{\phi}{\eth n}$ gesetzt werden kann. Einsetzen von $\varphi = \eth\phi$ liefert

$$\overset{n_2}{\underset{n_1}{\boldsymbol{S}}}\varphi\,\eth n = \overset{n_2}{\underset{n_1}{\boldsymbol{S}}}\eth\phi = \sum_{n=n_1}^{n_2}(\phi(n)-\phi(n-1)) = \phi(n_2)-\phi(n_1-1).$$

Setzt man $J(n_1,n_2) = \phi(n_2)-\phi(n_1-1)$, dann gilt für das begrenzte Metronintegral die Darstellung

$$J(n_1,n_2) = \overset{n_2}{\underset{n_1}{\boldsymbol{S}}}\varphi(n)\,\eth n, \quad \boldsymbol{S} \triangleq \Sigma, \quad n_1 \geqq 1, \quad n_2 > n_1 \qquad \textbf{M2a}.$$

Die Revisionen **(M2)** und **(M2a)** gestatten noch weitere Entwicklungen. Zunächst kann der Prozeß der Metrondifferentiation wiederholt werden. Ist bereits $\varphi = \eth\phi$, dann wird offensichtlich $\eth\varphi = \eth(\eth\phi) = \eth^2\phi$ zur zweiten Ableitung. Die so definierten vielfachen Metrondifferentiale sind explizit darstellbar. Es gilt zum Beispiel

$\eth^0\varphi = \varphi, \quad \eth^1\varphi = \eth\varphi = \varphi(n)-\varphi(n-1),$

$\eth^2\varphi = \varphi(n)-2\varphi(n-1)+\varphi(n-2),$

$\eth^3\varphi = \varphi(n)-3\varphi(n-1)+3\varphi(n-2)-\varphi(n-3),$

$\eth^4\varphi = \varphi(n)-4\varphi(n-1)+6\varphi(n-2)-4\varphi(n-3)+\varphi(n-4),$

$\eth^5\varphi = \varphi(n)-5\varphi(n-1)+10\varphi(n-2)-10\varphi(n-3)+5\varphi(n-4)-$

$-\varphi(n-5)$ u. s. w.

Wird dieses Rekursionsverfahren und die Schlußweise der vollständigen Induktion angewendet, so folgt für irgendein k-faches Metrondifferential, weil die Rekursionsformel $\eth^k\varphi = \eth(\eth^{(k-1)}\varphi)$ gilt,

$$\eth^k\varphi = \sum_{\nu=0}^{k}(-1)^\nu a_\nu(k)\varphi(n-\nu), \quad a_\nu(k) = \binom{k}{\nu}, \quad 0 \leqq k \leqq N \qquad \textbf{M3}$$

worin die $a_\nu(k)$ die ganzzahligen Koeffizienten aus der Zeile $k$ der Matrix des Pascal'schen Dreiecks sind, wenn die Dreiecksspitze mit dem einen Element 1 als Zeile $k = 0$ aufgefaßt wird.

Wegen dieser Eigenschaften der $a_\nu(k)$ gilt immer $a_\nu(k) = \binom{k}{\nu}$. Mit diesem Gesetz können nach Gleichung **(M3)** alle vielfachen Metrondifferentiale gebildet werden, doch erscheint es für die Durchführung

metronischer Differentialoperationen zweckmäßig, für $k = 1$ einige Umformungen zu entwickeln. Neben $\varphi(n) = \varphi$ seien auch $u(n) = u$ und $v(n) = v$ Metronenfunktionen und zur Kürzung werde $\phi(n-1) = \phi$' verwendet, so daß $\delta\varphi = \varphi - \varphi$' gilt. Zunächst sei $\varphi = \sum_j u_j(n)$. Offenbar ist dann

$\delta\varphi = \delta\sum_j u_j = \sum_j u_j - \sum_j u_j' = \sum_j (u_j - u_j') = \sum_j \delta u_j$, d. h., es gilt immer $\delta\sum_j u_j(n) = \sum_j \delta u_j$. Ist dagegen $\varphi = C = \text{const}(n)$, dann muß $\varphi = \varphi$' sein, was $\delta\varphi = \delta C = 0$ zur Folge hat. Für die Konstante gilt demnach immer $\delta C = 0$. Für $\varphi = Cu(n)$ folgt daher $\delta\varphi = Cu - Cu' = C\delta u$, also die Regel $\delta(Cu) = C\delta u$, wonach konstante Faktoren $C$ wieder als Faktoren auftreten. Schließlich ist $\varphi = uv$ als Produkt darstellbar. Für diesen Fall wird $\delta\varphi = uv - u'v'$ und hierin kann immer $u' = u - u + u' = u - \delta u$, und entsprechend $v' = v - \delta v$ gesetzt werden, was $u'v' = (u - \delta u)(v - \delta v) = uv - u\delta v - v\delta u + \delta u\delta v$ liefert. Einsetzen in $\delta\varphi = uv - u'v'$ ergibt dann eine Produktregel, nämlich $\delta(uv) = u\delta v + v\delta u - \delta u\delta v$. Schließlich ist noch der Fall $\varphi = \frac{u}{v}$ denkbar. Es gilt $\delta\varphi = \delta\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u}{v} - \frac{u'}{v'} = \frac{1}{vv'}(uv' - vu') =$

$= \frac{1}{vv'}\begin{vmatrix} uu \\ vv' \end{vmatrix} = \frac{1}{vv'}\begin{vmatrix} u(u-\delta u) \\ v(v-\delta v) \end{vmatrix} = \frac{1}{vv'}(u(v-\delta v) - v(u-\delta u)) =$

$= \frac{1}{vv'}(v\delta u - u\delta v) = \frac{1}{vv'}\begin{vmatrix} \delta u\delta v \\ uv \end{vmatrix}$. Weiter ist $vv' = v(v-\delta v) =$

$= v^2 - v\delta v = \begin{vmatrix} v\delta v \\ vv \end{vmatrix} = v\begin{vmatrix} v & v \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$. Nach Einsetzen folgt also für das Quotientengesetz $\delta\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{1}{v}\begin{vmatrix} \delta u\delta v \\ uv \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} v\delta v \\ 1\,1 \end{vmatrix}^{-1}$. Alle diese Regeln der metronischen Differentialoperationen für $k = 1$ werden zusammengefaßt in

$$\delta\sum_j u_j(n) = \sum_j \delta u_j, \qquad \delta C = 0, \qquad \delta(Cu) = C\delta u, \qquad C = \text{const}(n),$$

$$\delta(uv) = u\delta v + v\delta v - \delta u\delta v, \quad \delta\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{1}{v}\begin{vmatrix} \delta u\delta v \\ uv \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} v\delta v \\ 1\,1 \end{vmatrix}^{-1} \quad \textbf{M3a}.$$

Das einfache Metrondifferential $\eth\varphi = f(n)$ kann aufgrund seiner Bildung $\eth\varphi = \varphi(n) - \varphi(n-1)$ in einfacher Weise interpretiert werden. Offenbar gibt $f$ die Funktionsziffern von $\varphi$ an, die zwischen zwei metronischen Funktionswerten liegen, wenn sich das Argument um den Wert 1 ändert. Je steiler $\varphi$ anwächst, umso größer muß $f$ ausfallen, und umgekehrt, so daß $\eth\varphi > 0$ angibt, daß $\varphi$ mit wachsendem $n$ ansteigt, während $\varphi$ mit wachsendem $n$ abnimmt, wenn $\eth\varphi < 0$ ist. Im Fall $\eth\varphi = 0$ dagegen muß ein Extremwert vorliegen, der ein Maximum ist, wenn $\eth^2\varphi < 0$, aber ein Minimum für $\eth^2\varphi > 0$ wird. Das zweite Metrondifferential muß nämlich aufgrund seiner Definition die Änderung des Steigungssinnes einer metronischen Funktion beschreiben, weil das erste Metrondifferential diese Steigung darstellt. Gilt also $\eth^2\varphi = 0$, dann bedeutet dies, daß an dieser Stelle der Steigungssinn von $\varphi$ im Sinne eines Wendepunktes geändert wird. Zusammengefaßt wird dieser Sachverhalt in dem System

$$\eth\varphi = 0, \quad n = n_{ext}, \quad \varphi = \varphi_{ext}, \quad \varphi_{ext} = \varphi_{max}, \quad \eth^2\varphi < 0,$$
$$\varphi_{ext} = \varphi_{min}, \quad \eth^2\varphi > 0, \quad \varphi_{ext} = \varphi_{w}, \quad \eth^2\varphi = 0 \qquad \textbf{M3b},$$

welches das metronische Analogon zur infinitesimalen Extremwerttheorie darstellt. Nach dieser Analyse des Metrondifferentials kann der Begriff des Metronintegrals weiter entwickelt werden.

Nach der Darstellung der Gleichung **(M2a)** ist $\overset{n_2}{\underset{n_1}{S}}\varphi\,\eth n = \phi(n_2) - -\phi(n_1 - 1)$ offensichtlich zerlegbar, nämlich dann, wenn $\nu$ ein zwischen $n_1$ und $n_2 \neq n_1$ liegender Zwischenwert ist. Es gilt $\overset{\nu}{\underset{n_1}{S}}\varphi\,\eth n = \phi(\nu) - \phi(n_1 - 1)$ und $\overset{n_2}{\underset{\nu+1}{S}}\varphi\,\eth n = \phi(n_2) - \phi(\nu)$, also nach Addition $\overset{\nu}{\underset{n_1}{S}}\varphi\,\eth n + \overset{n_2}{\underset{\nu+1}{S}}\varphi\,\eth n = \phi(n_2) - \phi(n_1 - 1)$, was im Vergleich das Theorem $\overset{n_2}{\underset{n_1}{S}}\varphi\,\eth n = \overset{\nu}{\underset{n_1}{S}}\varphi\,\eth n + \overset{n_2}{\underset{\nu+1}{S}}\varphi\,\eth n$ liefert. Unmittelbar aus der Definition folgt weiter $\overset{n_1}{\underset{n_1+1}{S}}\varphi\,\eth n = 0$, aber

$\overset{n_1}{\underset{n_1}{S}}\varphi\,\eth n = \phi(n_1) - \phi(n_1 - 1) = (\eth\phi)_{n_1} = \varphi(n_1)$, denn die metronische Integrabilitätsbedingung lautet $\varphi = \eth\phi$. Nach diesen Untersuchungen und Gleichung **(M2a)** ist $\left|\overset{n_2}{\underset{n_1}{S}}\varphi\,\eth n\right| \neq \left|\overset{n_1}{\underset{n_2}{S}}\varphi\,\eth n\right|$ im Gegensatz zum analogen infinitesimalen Integral. Es gelten

$\overset{n_2}{\underset{n_1}{S}}\varphi\,\eth n = \phi(n_2) - \phi(n_1 - 1)$ und $\overset{n_1}{\underset{n_2}{S}}\varphi\,\eth n = \phi(n_1) - \phi(n_2 - 1)$,

was addiert $\overset{n_2}{\underset{n_1}{S}}\varphi\,\eth n + \overset{n_1}{\underset{n_2}{S}}\varphi\,\eth n = \phi(n_2) - \phi(n_1 - 1) + \phi(n_1) -$

$- \phi(n_2 - 1) = (\eth\phi)_{n_1} + (\eth\phi)_{n_2} = \varphi(n_1) + \varphi(n_2)$ ergibt. Nun gilt aber das Theorem $\overset{v}{\underset{v}{S}}\varphi\,\eth n = \varphi(v)$, was eingesetzt das weitere metronische Integraltheorem $\overset{n_2}{\underset{n_1}{S}} + \overset{n_1}{\underset{n_2}{S}} = \overset{n_1}{\underset{n_1}{S}} + \overset{n_2}{\underset{n_2}{S}}$ liefert. Die Theoreme der metronischen Integrationsgrenzen werden demnach zusammengefaßt in

$$\overset{v}{\underset{n_1}{S}} + \overset{n_2}{\underset{v+1}{S}} = \overset{n_2}{\underset{n_1}{S}}, \qquad \overset{n_1}{\underset{n_1+1}{S}} = 0, \qquad \overset{n_1}{\underset{n_1}{S}}\varphi\,\eth n = \varphi(n_1).$$

$$\overset{n_2}{\underset{n_1}{S}} + \overset{n_1}{\underset{n_2}{S}} = \overset{n_1}{\underset{n_1}{S}} + \overset{n_2}{\underset{n_2}{S}} \qquad \textbf{M4}.$$

Diese Theoreme zeigen, daß sich das Metronintegral bereits im Verhalten seiner Integrationsgrenzen wesentlich vom infinitesimalen Integral unterscheidet. Dagegen kann in völliger Analogie zum infinitesimalen Integral auch das Metronintegral als Funktion der oberen oder unteren Grenze aufgefaßt werden. Ist $n_1 = a$ und $n_2 = b$, dann gilt $\overset{n}{\underset{a}{S}}\varphi\,\eth v = \phi(n) - \phi(a - 1)$, bzw.

$\overset{b}{\underset{n}{S}}\varphi\,\eth v = \phi(b) - \phi(n - 1)$ oder $\overset{b}{\underset{n+1}{S}}\varphi\,\eth v = \phi(b) - \phi(n)$, so daß im Fall einer Abhängigkeit von der unteren Grenze $n+1$ das Vor-

zeichen von $\phi$ umgekehrt wird. Nach $\eth(u+v) = \eth u + \eth v$ und $\eth C = 0$ für $C = \text{const}$ liefert die Metrondifferentiation

$\eth \underset{a}{\overset{n}{\boldsymbol{S}}} \varphi(v)\eth v = \underset{a}{\overset{n}{\boldsymbol{S}}} \varphi \eth v - \underset{a}{\overset{n-1}{\boldsymbol{S}}} \varphi \eth v = \phi(n) - \phi(a-1) - \phi(n-1) +$

$+ \phi(a-1) = \phi(n) - \phi(n-1) = \eth\phi$, während andererseits

$\eth \underset{a}{\overset{n}{\boldsymbol{S}}} \varphi(v)\eth v = \lim_{a \to n} \underset{a}{\overset{n}{\boldsymbol{S}}} \varphi \eth v = \underset{a}{\overset{n}{\boldsymbol{S}}} \varphi \eth v = \varphi(n)$ ist. Der Vergleich ergibt $\varphi = \eth\phi$ für die metronische Integrabilität, d. h., das Metronintegral einer Funktion $\varphi$ ist immer dann ausführbar, wenn zu $\varphi$ eine Funktion $\phi$ gefunden werden kann, derart, daß $\eth\phi = \varphi$ ist, also $\phi$ als primitive Funktion von $\varphi$ erscheint. Da in

$\phi(n) - \phi(a-1) = \underset{a}{\overset{n}{\boldsymbol{S}}} \varphi(v)\eth v$ immer $\phi(a-1) = C = \text{const}$ wegen $a = \text{const}$ ist, kann zur Kürzung für das unbestimmte Metronintegral $\phi(n) = \boldsymbol{S}\varphi(n)\eth n + C$ gesetzt werden, was wegen $\eth C = 0$ wieder den Fundamentalsatz $\eth\phi = \varphi$ liefert, wenn $\eth \boldsymbol{S}\varphi \eth n = \varphi(n)$ ist, was wegen $\eth \boldsymbol{S}\varphi \eth n = \varphi \eth n = \varphi$ und $\eth n = 1$ evident ist. Die metronische Integrabilitätsforderung und der Fundamentalsatz sind demnach enthalten in

$$\phi(n) = \boldsymbol{S}\varphi(n)\eth n + C, \qquad \eth\phi = \varphi \qquad \textbf{M5}$$

Dieser Zusammenhang ermöglicht die Entwicklung metronischer Integrationsregeln.

Bei der Entwicklung solcher Regeln kann man von den Regeln der metronischen Differentiation ausgehen. Für $\eth\varphi = \underset{j}{\Sigma}\eth u_j$ wird

$\varphi = \boldsymbol{S}\underset{j}{\Sigma}\eth u_j = \underset{j}{\Sigma} u_j$, *was wegen* $\boldsymbol{S}\eth u_j = u_j$ zur Vertauschung

$\boldsymbol{S}\Sigma = \Sigma\boldsymbol{S}$ der Operationen führt. Ist $\eth\varphi = 0$, so kann nur $\boldsymbol{S}\eth\varphi = C = \text{const}$ sein, und für $\eth\varphi = a\eth u$ wird $\boldsymbol{S}\eth\varphi = \boldsymbol{S}a\eth u$, was mit $\varphi = au$ verglichen zu $\boldsymbol{S}a\eth u = a\boldsymbol{S}\eth u$ mit $a = \text{const}$ wird. Schließlich kann noch das Metronintegral über $\eth(uv) = u\eth v + v\eth u - \eth u \eth v$ erstreckt werden. Man erhält aus

$uv = \boldsymbol{S}u\eth v + \boldsymbol{S}v\eth u - \boldsymbol{S}\eth u \eth v$, wenn $\eth v = f$, also $v = \boldsymbol{S}f\eth n$ eingeführt wird, $\boldsymbol{S}uf\eth n = u\boldsymbol{S}f\eth n - \boldsymbol{S}\eth u \boldsymbol{S}f\eth n + \boldsymbol{S}f\eth u = u\boldsymbol{S}f\eth n + \boldsymbol{S}(f - \boldsymbol{S}f\eth n)\eth u$. Diese Regeln metronischer Integration können in den nachstehenden Beziehungen zusammengefaßt werden:

$$\boldsymbol{S}\Sigma = \Sigma\boldsymbol{S}, \quad \boldsymbol{S}\eth\varphi = C = \text{const}, \quad \eth\varphi = 0, \quad \boldsymbol{S}a\varphi\eth n = a\boldsymbol{S}\varphi\eth n,$$

$$\boldsymbol{S}ug\eth n = u\boldsymbol{S}g\eth n + \boldsymbol{S}(g - \boldsymbol{S}g\eth n)\eth u \qquad \textbf{M6}.$$

Nach dem Gesetz $\eth\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{1}{v}\begin{vmatrix} \eth u & \eth v \\ u & v \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} v & \eth v \\ 1 & 1 \end{vmatrix}^{-1}$ wird

$$\frac{u}{v} = \boldsymbol{S}\begin{vmatrix} \eth u & \eth v \\ u & v \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} v & \eth v \\ 1 & 1 \end{vmatrix}^{-1} \frac{\eth n}{v} = \boldsymbol{S}\frac{v\eth u - u\eth v}{v^2 - v\eth v}\eth n =$$

$$= \boldsymbol{S}\frac{v\eth u - u\eth v}{v(n)v(n-1)}\eth n, \text{ und danach kann immer } \boldsymbol{S}\frac{\varphi}{\psi}\eth n = \frac{u}{\psi} \text{ mit}$$

$\psi(n)$ gesetzt werden, wenn zwei Funktionen $u$ und $v$ so gewählt werden können, daß der Quotient $\frac{\varphi}{\psi}$ des metronischen Integranden in der Form $\frac{\varphi}{\psi} = \frac{v\eth u - u\eth v}{v(n)v(n-1)}$ durch diese beiden Funktionen ausgedrückt werden kann. Nach dem Hilfsgesetz der metronischen Integration

$$\boldsymbol{S}\frac{\varphi}{\psi}\eth n = \frac{u}{v}, \qquad \frac{\varphi}{\psi} = \frac{v\eth u - u\eth v}{v(n)v(n-1)} \qquad \textbf{M6a}$$

besteht die Möglichkeit, quotientenhafte Integranden umzuformen.

Ist $\eth$ so beschaffen, daß $\eth$ stets mit einem Faktor $\alpha \ll 1$ in der Form $\alpha\eth = \eth_\varepsilon$ mit $0 < |\eth_\varepsilon| \ll 1$ auftritt, dann würde $\eth_\varepsilon\varphi(n)$ infinitesimale Verhältnisse approximieren, wenn im Fall $p$-dimensionaler Metronen $\alpha = \sqrt[p]{\tau}$ hinreichend klein ist, was mit $p = 2$ im $R_6$ für $\sqrt{\tau}$ und $\dot{\tau}$ nach **(15)** mit Sicherheit erfüllt ist. Unter dieser Voraussetzung besteht die Möglichkeit, in der Form $\eth_\varepsilon\varphi \approx \varphi\eth_\varepsilon ln\varphi$ die Definition, des natürlichen Logarithmus zu übertragen. Hiermit wird es möglich, einen approximativen Zugang zu transzendenten metronischen Funktionen zu finden. Ist $f = e^\varphi$, dann wäre $\eth_\varepsilon f = e^\varphi - exp(\varphi - \eth_\varepsilon\varphi) =$ $= e^\varphi(1 - exp(-\eth_\varepsilon\varphi))$ oder $1 - exp(-\eth_\varepsilon\varphi) \approx \eth_\varepsilon lnf = \eth_\varepsilon lne^\varphi = \eth_\varepsilon\varphi$, also $\eth_\varepsilon e^\varphi \approx e^\varphi\eth_\varepsilon\varphi$, was durch $\eth_\varepsilon\varphi \approx \varphi\eth_\varepsilon ln\varphi$ ergänzt wird. Mit

$$0 < |\eth_\varepsilon| \ll 1, \qquad \eth_\varepsilon\varphi \approx \varphi\eth_\varepsilon ln\varphi, \qquad \eth_\varepsilon e^\varphi \approx e^\varphi\eth_\varepsilon\varphi \qquad \textbf{M7}$$

können direkt die Hyperbelfunktionen, aber auch die trigonometrischen Funktionen mit den zugehörigen Umkehrfunktionen, also den

Area- bzw. den Arcusfunktionen im metronischen Bereich analysiert werden.

Ist $f(n)$ so beschaffen, daß $\varphi(n)$ definierbar wird, und zwar als neue Variable, d. h., daß $f$ zu $f(\varphi)$ wird, dann kann gemäß

$$\eth_\varphi f = \frac{1}{\eth\varphi}(f(\varphi) - f(\varphi - \eth\varphi)), \text{ also}$$

$$f = f(\varphi), \qquad \eth_\varphi f \eth\varphi = f(\varphi) - f(\varphi - \eth\varphi) \qquad \textbf{M8}$$

zur Entwicklung eines Analogons zur Kettenregel verwendet werden, mit deren Hilfe beliebige implizite Funktionen der metronischen Differentiation unterworfen werden können.

Im allgemeinen ist $\varphi$ nicht nur über einem einfachen Tensorium $n$ definiert. Vielmehr bilden $1 \leqq i \leqq L < \infty$ Tensorien $n_i$ in den ganzzahligen Intervallen $\kappa_i \leqq n_i \leqq N_i < \infty$ mit $\kappa_i \geqq 1$ ein $L$-dimensionales **metronisches Gitter** in einem $R_L$, derart, daß $\varphi = \varphi(n_1 \ldots n_L)$ gilt, wofür im folgenden zur Kürzung $\varphi(n_1 \ldots n_L) = \varphi(n_i)_1^L$ gesetzt werden soll. In diesem Fall kann auch die $\varphi$-Steigung untersucht werden, und zwar gilt partiell $\eth_i\varphi = \varphi - \varphi(\ldots, n_i - 1, \ldots)$, während für die totale Änderung $\eth = \sum_{i=1}^{L} \eth_i$ hergeleitet werden kann.

Bei der Bildung der totalen Änderung $\eth^K$ mit ganzzahligem $K \geqq 1$ erscheinen die $\eth_i$ in Iterationen, doch gilt für die Folge dieser Schritte stets $(\eth_i \times \eth_k)_- = 0$ in Analogie zur partiellen infinitesimalen Differentiation. Zusammengefaßt werde dieser Sachverhalt in

$$\varphi = \varphi(n_1 \ldots n_L) = \varphi(n_i)_1^L, \qquad 1 \leqq \kappa_i \leqq n_i \leqq N_i < \infty,$$

$$\eth_i\varphi = \varphi - \varphi(\ldots, n_i - 1, \ldots), \qquad \eth = \sum_{i=1}^{L} \eth_i, \qquad (\eth_i \times \eth_k)_- = 0 \quad \textbf{M9}.$$

Hier besteht nun wiederum die Möglichkeit $1 \leqq j \leqq \lambda$ Transformationen $\psi_j(n_1 \ldots n_L)$ so aufzufinden, daß $\varphi = \varphi(\psi_1 \ldots \psi_\lambda)$ wird. Sind auf diese Weise die $n_i$ implizit in $\varphi$ enthalten, dann kann in einer Erweiterung der Beziehung **(M8)** ein Analogon zur allgemeinen infinitesimalen Kettenregel, nämlich $\eth\varphi = \sum_{j=1}^{\lambda} \eth_{\psi j}\varphi \eth\psi_j$ mit $\eth_{\psi j}\varphi =$

$= (\varphi - \varphi(..., \psi_j - \delta\psi_j, ...))(\delta\psi_j)^{-1}$, also zusammengefaßt in

$$\varphi = \varphi(\psi_1, ..., \psi_\lambda), \quad \psi_j = \psi_j(n_1 ... n_L), \quad \delta\varphi = \sum_{j=1}^{\lambda} \delta_{\psi j}\varphi\, \delta\psi_j,$$

$$\delta_{\psi j}\varphi = (\varphi - \varphi(..., \psi_j - \delta\psi_j, ...))(\delta\psi_j)^{-1} \qquad \textbf{M9a}$$

aufgefunden werden. Allgemein kann jedoch eine solche Kettenregel nur selten verwendet werden, weil für $\delta$ keine allgemeinen, der infinitesimalen Analysis analogen Regeln auffindbar sind, so daß der Prozeß $\delta$ individuell durchgeführt werden muß.

Die metronische Integration findet für $L > 1$ ihre analoge Erweiterung in

$$\phi = \mathop{\boldsymbol{S}}_{1+\kappa_1}^{N_1} \cdots \mathop{\boldsymbol{S}}_{1+\kappa_L}^{N_L} \varphi(n_i)_1^L \prod_{k=1}^{L} \delta n_k, \qquad \delta_i n_k = \delta_{ik} \qquad \textbf{M10}$$

als Analogon zum Gebietsintegral, wobei $\delta_i n_k = \delta_{ik}$ evident sein dürfte, wenn die $n_k$ unabhängig sind.

Eine metronische Funktion $\varphi(n_i)_1^L$ kann nicht nur als zahlentheoretische Funktion ganzzahliger Indizes, sondern auch als vielfache Folge aufgefaßt werden, für die Konvergenzuntersuchungen angestellt werden können. $\varphi$ konvergiert mit wachsendem $n_i$ nach dem allgemeinen Konvergenzkriterium immer dann, wenn $|\varphi(n_i)_1^L - \varphi(n_i')_1^L| < \varepsilon$ unter eine beliebig kleine Schranke $\varepsilon > 0$ fällt, sofern es irgendeine sehr große Zahl $N = N(\varepsilon) > 0$ gibt, und die $n_i > N$ und $n_i' > N$ vorgebbar sind. Wenn dieses Konvergenzkriterium erfüllt ist, muß es für $\varphi$ selbst eine Schranke $g$ geben, derart, daß auch $|\varphi - g| < \varepsilon$ für $n_i > N$ wird, und diese Schranke $g$ wäre dann als Grenzwert der $L$-fachen Folge $\varphi$ anzusprechen, d. h. für $|\varphi(n_i)_1^L - g| < \varepsilon$ mit $\varepsilon > 0$ und $n_i > N(\varepsilon) > 0$ gilt $\lim_{(n_i)_1^L \to \infty} \varphi = g$, d. h. es konvergiert $\varphi \to g$, wenn alle $1 \leqq i \leqq L$ Zahlenfolgen $n_i \to \infty$ über alle Grenzen wachsen. $\varphi$ konvergiert für $g < \infty$, divergiert aber für $g \to \infty$. Wenn $g$ existiert, dann muß es auch möglich sein, den $L$-fachen Limes nacheinander durchzuführen, d. h., mit $\lim_{n_1 \to \infty} \varphi = \varphi_1(n_i)_2^L$ muß auch $|\varphi - \varphi_1| < \varepsilon$ sowie $|\varphi_1 - \varphi_2| < \varepsilon$ mit $\varphi_2 = \lim_{n_2 \to \infty} \varphi_1$ usw., also allgemein

$|\varphi_k - \varphi_{k+1}| < \varepsilon$ mit $\varphi_{k+1}(n_i)_{k+2}^{L} = \lim_{n_{k+1}\to\infty} \varphi_k$ sein. Wird dieses Verfahren weitergeführt, so folgt schließlich $|\varphi(n_L) - g| < \varepsilon$ für $n_L > N$, was $\lim_{n_L\to\infty} \varphi(n_L) = g$ zur Folge hat. Bei dieser sukzessiven Durchführung der Einzellimes muß offensichtlich, wenn $g$ überhaupt existieren soll, die Reihenfolge der Einzellimes $n_i \to \infty$ vertauschbar sein, denn wäre dies nicht der Fall, so würde jede Permutation dieser Reihenfolge zu einem anderen Grenzwert $g$ führen, und dies würde bedeuten, daß kein eindeutiger Vielfachlimes in der Form

$\lim_{(n_i)_1^L\to\infty} \varphi(n_i)_1^L = g$ existiert, und von einer Konvergenz oder Divergenz der metronischen Funktion $\varphi$ könnte nicht gesprochen werden.

Auch der Begriff der Homogenität ist auf eine Klasse metronischer Funktionen anwendbar. Die Funktion $\varphi$ wird als vom ganzzahligen Grade $h \geqq 1$ homogen bezeichnet, wenn $\varphi(t, n_i)_1^L = t^h \varphi(n_i)_1^L$ für irgendeine Zahl $t \neq 0$ gilt. Hierbei kann $t \neq 0$ jeden Zahlenwert annehmen, doch wird eine der infinitesimalen Beziehung $\sum_{i=1}^{n} x_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = hf$ mit $f(t, x_i)_1^n = t^h f(x_i)_1^n$ völlig analoge metronische Beziehung möglich, wenn $t = n \geqq 1$ als metronischer Parameter ebenfalls ganzzahlig wird.

Mit $\eta_i = nn_i$ wird dann $\varphi(n, n_i)_1^L = \mathrm{n}^{\mathrm{h}} \varphi(n_i)_1^L$. Hierin ist

$\delta_n \varphi = \sum_{i=1}^{L} \delta_{\eta_i} \varphi \delta_n \eta_i = \sum_{i=1}^{L} n_i \delta_{\eta_i} \varphi(\eta_i)_1^L$ wegen

$\delta_n \eta_i = nn_i - (n-1)n_i = n_i$. Andererseits ist aber

$\delta_n \varphi = (n^h - (n-1)^h) \varphi(n_i)_1^L$, was wegen der binomischen Entwicklung

$(n-1)^h = (-1)^h \sum_{v=0}^{h} (-1)^v \binom{h}{v} n^v$ also $n^h - (n-1)^h =$

$\sum_{v=0}^{h-1} (-1)^{h+v+1} \binom{h}{v} n^v$ zu $\delta_n \varphi = (-1)^{h+1} \sum_{v=0}^{h-1} (-1)^v \binom{h}{v} n^v \varphi(n_i)_1^L$

führt und mit $\delta_n \varphi = \sum_{i=1}^{L} n_i \delta_{\eta_i} \varphi(\eta_i)_1^L$ verglichen die Relation

$\sum_{i=1}^{L} n_i \delta_{\eta_i} \varphi(\eta_i)_1^L = (-1)^{h+1} \sum_{\nu=0}^{h-1} (-1)^\nu \binom{h}{\nu} n^\nu \varphi(n_i)_1^L$ liefert. Hierin kann für den metronischen Parameter, der jeden ganzzahligen Wert $n \neq 0$ annehmen kann, der zweideutige Wert $n = \pm 1$ gesetzt werden. Damit wird aber $\eta_i = \pm n_i$, sowie $\delta_{\eta_i} = \pm \delta_i$ und $(-1)^\nu n^\nu = (-1)^\nu \cdot (\pm 1)^\nu = (\mp 1)^\nu$. Diese Annahme liefert den Zusammenhang $\varphi(n, n_i)_1^L = n^h \varphi(n_i)_1^L$ mit $\pm \sum_{i=1}^{L} n_i \delta_i \varphi(n_i)_1^L =$

$= (-1)^{h+1} \varphi \sum_{\nu=1}^{h-1} \binom{h}{\nu} \cdot (\mp 1)^\nu$ und $n = \pm 1$ für homogene Metronfunktionen. Ist $\varphi$ homogen, so braucht das Metrondifferential $\phi = \delta\varphi$ gemäß $\phi(n, n_i)_1^L \neq n^k \phi(n_i)_1^L$ mit $n = \text{const}$ nicht mehr homogen zu sein, weil die Metrondifferentiation einer Potenz gemäß $\delta N^k = N^k - (N-1)^k$ immer im Gegensatz zum infinitesimalen Differential ein Polynom ist, doch wird der Grad von $\varphi$ durch die Bildung $\delta\varphi$ vom Wert $h$ auf $k = h-1$ reduziert. Nur dann, wenn in der homogenen Metronfunktion $\varphi$ vom Grade $h$ in der Form $\varphi = \sum_{j=1}^{\binom{L}{h}} S_j$ mit $S_j \sim \prod_{a=1}^{h} n_a$ darstellbar ist, also wenn in keinem Summanden $n_i$ in einer anderen als ersten Potenz auftritt (die Folge $a = a(j)$ wird durch das kombinatorische Gesetz der $L$ Kombinationen zur Klasse $h$ bestimmt), müssen sämtliche Metrondifferentiale beliebiger Ordnung $k$ wiederum homogene Metronfunktionen vom Grade $h-k$, also $\delta^k \varphi(n, n_i)_1^L = n^{h-k} \delta^k \varphi(n_i)_1^L$ sein, wenn $n = \text{const}$ gesetzt wird. Sofern auf diese Weise überhaupt homogene Metronfunktionen definiert sein sollen, muß $h - k \geqq 1$ oder $k \leqq h-1$ sein, was wegen $k \geqq 0$ für die Ordnungen das geschlossene Intervall $0 \leqq k \leqq h-1$ liefert. Dies gilt allerdings nur für den Fall, daß $\varphi$ in der Form $\varphi = \sum_{j=1}^{\binom{L}{h}} S_j$ mit $S_j \sim \prod_{a(j)=1}^{h} n_a$ darstellbar ist, denn andernfalls können die Metron-

differentiale der Ordnung $k$ der Homogenitätsforderung nicht mehr genügen.

In $\varphi = \varphi(n_i)_1^L$ ist $\varphi$ explizit durch die $n_i$ des metronischen $R_L$ gegeben, doch kann auch eine implizite Verknüpfung der $n_i$ mit $\varphi$ in der allgemeinen Form $F(\varphi, n_i)_1^L = \text{const}$ vorliegen. Wegen $F = \text{const}$ ist auf jeden Fall $\delta F = 0$ und auch $\delta F = \delta_\varphi F + \sum_{i=1}^{L} \delta_i F$, also

$\delta_\varphi F + \sum_{i=1}^{L} \delta_i F = 0$. Hierin ist $\delta_\varphi F = f(\delta\varphi, \varphi, n_i)_1^L$, was eingesetzt $f(\delta\varphi, \varphi, n_i)_1^L = -\sum_{i=1}^{L} \delta_i F$ ergibt, woraus eventuell $\delta\varphi$ leichter eliminierbar ist als $\varphi$ aus $F = \text{const}$. Wird nicht nur $F = \text{const}$, sondern auch $\varphi = \text{const}$ angenommen, so ist immer $\delta F = \sum_{i=1}^{L} \delta_i F = 0$ und $\delta\varphi = 0$, was $f(0, \varphi, n_i)_1^L = 0$ zur Folge hat. Diese Beziehung ist grundsätzlich erfüllt, wenn $\delta_\varphi F \sim \delta\varphi$ ist; denn dann muß immer $f = 0$ für $\delta\varphi = 0$ sein.

## 2. Selektoren

Jede metronische Funktion $\varphi(n_i)_1^L$ kann wegen der Ganzzahligkeit der $n_i$ auch als eine $L$-fache Zahlenfolge aufgefaßt werden, für welche alle Kriterien der Vielfachfolgen gelten. Ein solches Zuordnungsgesetz $\varphi$, als Zahlenfolge aufgefaßt, wählt im allgemeinen, wenn die $n_i$ die positiven ganzen reellen Zahlen durchlaufen, aus dem jeweiligen algebraischen Körper irgendeine Folge von Zahlen aus, und die durch $\varphi$ gekennzeichnete Folge wiederum muß sich in ihrer Struktur ändern, wenn das Zuordnungsgesetz $\varphi()$ geändert wird. Größen, die ein Zuordnungsgesetz ändern, werden aber als Operatoren definiert, woraus folgt, daß es auch metronische Operatoren geben muß. Ist zum Beispiel $\varphi$ vom Grade $h$ homogen, derart, daß die Beziehung $\sum_{i=1}^{L} n_i \delta_i \varphi = (-1)^{h+1} \sum_{\nu=0}^{h-1} \binom{h}{\nu} \varphi$ gilt, so kann $\sum_{i=1}^{L} n_i \delta_i = C$ als **metronischer Operator** aufgefaßt werden. Mit der Kürzung $(-1)^{h+1} \sum_{\nu=0}^{h-1} \binom{h}{\nu} = \lambda$ wird dann $C;\varphi = \lambda\varphi$, woraus ersichtlich wird, daß die Schreibweise metronischer Gleichungen unter Verwendung metronischer Operatoren wesentlich vereinfacht werden kann, wenn „;" besagt, daß $C$ als Auswähler wirkt.

Ein metronischer Operator wirkt also auf irgendeine Zahlenfolge ein, derart, daß auf diese Weise aus einem entsprechenden algebraischen Körper eine eindeutig definierte andere Zahlenfolge ausgewählt wird, weshalb es angebracht erscheint, die metronischen Operatoren als **Selektoren** zu bezeichnen, damit eine präzise Unterscheidung vom infinitesimalen Operatorbegriff erreicht wird. Da alle analytischen Operationen durch einzelne Selektoren dargestellt werden können, ist jede metronische Funktion $\varphi$ durch eine Folge von Selektoren darstellbar, die auf die einfachen Folgen $n_i > 0$ der positiven ganzen reellen Metronenziffern einwirkt. Zur Darstellung von metronischen Funktionen

vieldimensionaler metronischer Argumente erscheint noch die Einführung eines **Zuordnungsselektors** $Z(i) = (\ )_i$ zum jeweiligen metronischen Bereich $i$ angebracht, so daß $Z(i);n = n_i$ ist, d. h., die beliebige ganze Zahlenfolge $n$ laufe im metronischen Bereich $i$. Wenn nun also $\varphi = \varphi(n_i)_1^L$ ist, dann kann auch $\varphi = \varphi(Z(i);n)_1^L$ geschrieben werden, und diese $L$ Zuordnungsselektoren wiederum können durch $1 \leqq k \leqq K$ andere Selektoren $C_k$ verknüpft sein, was den Zusammenhang $\varphi$ in einer Selektorfassung liefert. Offenbar gilt

$\varphi(Z(i);n)_1^L = \phi(C_k, Z(i))_{i,k=1}^{L,K};n$, wenn $\phi(C_k, Z(i))_{i,k=1}^{LK}$ der **Funktionalselektor** ist, in welchem die $L$ **Koordinationsselektoren** durch die $K$ Selektoren $C_k$ so verknüpft werden, daß die Einwirkung $\phi;n = \varphi(n_i)_1^L$ auf die Folge der ganzen positiven reellen Zahlen $n$ die metronische Funktion $\varphi$ liefert. Die Koordinations- und Funktionalselektoren machen also gemäß

$$Z(i) = ()_i, \qquad \varphi(n_i)_1^L = \phi;n, \qquad \phi = \phi(C_k, Z(i))_{i,k=1}^{L,K},$$

$$C_k;n_i = f_k(n_i) \qquad \textbf{M11}$$

eine allgemeine Selektortheorie möglich, die so beschaffen ist, daß die Theorie metronischer Funktionen in dieser allgemeinen Selektortheorie enthalten ist. Grundsätzlich muß zwischen den Koordinations- und Funktionalselektoren unterschieden werden. Nicht nur $\phi$, sondern auch $C_k$ sind solche Funktionalselektoren, wobei allerdings $\phi$ als kombinierter Funktionalselektor von mehreren **Argumentselektoren** abhängt, während die $C_k$ einfache, also nicht kombinierte Funktionalselektoren sind. Aufgrund dieser Selektordefinition ist es evident, daß es auche einen **Null**- und einen **Einheitsselektor** $0;n = 0$ und $E;n = 1$ geben muß. Ebenso geht aus dem Selektorbegriff hervor, daß alle Selektoren dem assoziativen und distributiven Gesetz hinsichtlich Addition und Multiplikation genügen müssen, während im allgemeinen das kommutative Gesetz nur hinsichtlich der Addition gilt. In bezug auf die Multiplikation braucht das kommutative Gesetz nicht mehr zu gelten; denn auch die Operationen der metronischen Differentiation und Integration können als Funktionalselektoren aufgefaßt werden, sodaß für zwei Selektoren $C_i$ und $C_k$ ein von Null verschiedener Anti-

kommutator und Kommutator $(C_i \times C_k)_+ \neq 0$ möglich werden kann, wobei sich die Existenz, also die Abweichung vom Nullselektor, nach dem Bau der beiden zur Diskussion stehenden Selektoren richtet. Auch ein **Konstantenselektor** muß existieren, nämlich dann, wenn $C;n = a = \text{const}(n)$ für alle $n$ ist. Dieser Selektor kann nur die Gestalt $C = a\frac{()}{()}$ haben, so daß die Definitionsbeziehung des allgemeinen Selektors **(M11)** zu ergänzen ist durch

$$0;n = 0, \quad E;n = 1, \quad E;();n = n, \quad (C_i \times C_k)_\pm \neq 0,$$
$$C;n = a = \text{const}(n), \quad C = a\frac{()}{()} \qquad \textbf{M11a.}$$

Im folgenden werden metronische Vektoren durch Überstreichung gekennzeichnet.

Jeder metronische Bereich $n_i$ muß in geometrischer Interpretation die Dimensionierung $p$ von $\tau$ haben, d. h., die Metronisierung des $R_p$ mit $p \leqq L$ bedingt eine Metronisierung der $1 \leqq i \leqq L$ Koordinaten $x_i$ des $R_L$, so daß die $L$ metronischen Bereiche $n_i$ diese Koordinatenmetronisierungen wiedergeben. Wenn dies aber so ist, dann muß, wie der metronische Bereich geometrisch auch immer verläuft, jeder Folge $n_i$ von Metronenziffern eine vektorielle Orientierung $\overline{e}_i$ mit $|\overline{e}_i| = 1$ zugeordnet werden können, was eine Erweiterung des Koordinationsselektors zum **orientierten Koordinationsselektor** $\overline{Z}(i) = \overline{e}_i()_i$ nahelegt, wobei die $L$ einzelnen Orientierungen $\overline{e}_i$ zueinander nicht notwendig orthogonal zu verlaufen brauchen, d. h., die quadratische Matrix vom Typ $L$ der Orientierungen $(\overline{e}_i\overline{e}_k)_L = \hat{A}$ kann im allgemeinen $\hat{A} \neq \hat{E}$ sein, wobei $\hat{A}(x_i)_1^L$ mit $x_i(n_i)$ gilt. Mit diesem durch

$$\overline{Z}(i) = \overline{e}_i()_i, \qquad |\overline{e}_i| = 1, \qquad (\overline{e}_i\overline{e}_k)_L = \hat{A}(n_i)_1^L \qquad \textbf{M11b}$$

definierten orientierten Koordinationsselektor wird offensichtlich eine metronische Tensoranalysis möglich; denn mit $\overline{Z}(i);n = \overline{e}_i n_i = \overline{n}_i$ wird die Definition eines Metavektors $\overline{n} = \sum_{i=1}^{L} \overline{Z}(i);n = \overline{Z};n$ mit dem Selektor $\overline{Z} = \sum_{i=1}^{L} \overline{Z}(i)$ möglich, und dieser Metavektor wiederum gestattet die Erweiterung zum allgemeinen metronischen Vektor.

Wenn nämlich ein Koordinationsselektor durch die $\overline{e}_i$ orientierbar ist, dann muß es auch allgemeine orientierte Funktionalselektoren $\overline{C}_i = \overline{e}_i C_i$ geben, wobei die Selektorgesetze $C_i; n = \varphi_i(n_k)_1^L$ metronische Skalarkomponenten darstellen sollen. Mit $\sum_{i=1}^{L} \overline{e}_i \varphi_i = \overline{\varphi}$ und $\sum_{i=1}^{L} \overline{e}_i C_i = \overline{C}$ wird dann ein allgemeines metronisches Vektorfeld über dem $L$-dimensionalen metronischen Argument mit Hilfe des orientierten Funktionalselektors $\overline{C}$ durch $\overline{\varphi} = \overline{C}; n$ beschrieben. Dieser metronische Vektor wiederum kann als metronischer Tensor vom ersten Grad aufgefaßt werden. Ist $T_{i_1 \dots i_m}$ die Komponente irgendeines metronischen Tensors ${}^m\overline{T} = {}^{[m]}[T_{i_l \dots i_m}]_L$ mit $m \geqq 1$ (Tensorgrad), dann baut sich nach dem Begriff des metronischen Vektors diese Komponente gemäß $T_{i_1 \dots i_m} = \prod_{k=1}^{m} \varphi_{i_k}$ aus metronischen Vektorkomponenten auf, woraus sofort $m \leqq L$ ersichtlich wird. Andererseits ist stets $\varphi_{i_k} = C_{i_k}; n$ und $\prod_{k=1}^{m} \varphi_{i_k} = \prod_{k=1}^{m} C_{i_k}; n = \left( \prod_{k=1}^{m} C_{i_k} \right); n$, so daß auf diese Weise ein tensorieller Funktionalselektor ${}^m\overline{C} = {}^{[m]}\left[ \prod_{k=1}^{m} C_{i_k} \right]_L$ vom Grade $m \leqq L$ definiert worden ist, der gemäß ${}^m\overline{T} = {}^m\overline{C}; n$ einen metronischen Tensor vom Grade $m$ durch seine Einwirkung auf die unbestimmte positive ganze Zahlenfolge $n$ liefert, wobei sich für $m = 0$ metronische Skalarfunktionen ergeben, die schon im vorangegangenen diskutiert wurden. Die begriffliche Erweiterung des orientierten Koordinationsselektors zum orientierten Funktionalselektor ermöglicht demnach gemäß

$$\overline{C}_i = \overline{e}_i C_i, \qquad C_i; n = \varphi_i(n_k)_1^L,$$

$${}^m\overline{C} = {}^{[m]}\left[ \prod_{k=1}^{m} C_{i_k} \right]_L, \qquad {}^m\overline{T} = {}^m\overline{C}; n, \qquad 0 \leqq m \leqq L \qquad \textbf{M11c}$$

auch eine Metronisierung des allgemeinen Tensorfeldes.

Die Begründung einer metronischen Tensoranalysis sowie einer metrischen Theorie metronischer Tensorien ist möglich, weil nach **(M11a)** die Matrix der Orientierungen $\hat{A} = \hat{A}(n_i)_1^L$ ebenfalls eine metronische Funktion sein kann. Zur Durchführung dieses Programmes wird es jedoch erforderlich, die Eigenschaften tensorieller Selektoren ${}^m\overline{C}$ zu analysieren. Ist $1 \leqq l \leqq m$ irgendein laufender Index aus

$C_{i_k \dots i_m} = \prod_{k=1}^{m} C_{i_k}$, derart, daß die Darstellung

$$\prod_{k=1}^{m} C_{i_k} = \prod_{k=1}^{l-2} C_{i_k}; C_{l-1}; C_l; \quad \prod_{k=l+1}^{m} C_{i_k} \text{ mit } C_{i_l} = C_l \text{ möglich}$$

wird (das Symbol $\prod$ hat hier nur formale Bedeutung, weil die Selektorwirkung der Multiplikation analog ist), dann kann eine Transposition $T$ in den Indizes $l-1$ und $l$ durchgeführt werden. Für die Komponenten von

${}^m\overline{C}^{Tl-1,l}$ gilt dann $C^{Tl-1,l}_{i_1 \dots i_m} = \prod_{k=1}^{l-2} C_{i_k}; C_l; C_{l-1}; \quad \prod_{k=l+1}^{m} C_{i_k}.$

Andererseits muß in Analogie zum analytischen Tensorbegriff

${}^m\overline{C}_{\pm(l-1,l)} = \frac{1}{2}({}^m\overline{C} \pm {}^m\overline{C}^{\times l-1,l})$ hermitesch bzw. antihermitesch

$(\pm)$ in $l-1,l$ sein. Die Symmetrisierung bzw. Antisymmetrisierung nimmt in Komponentenform die Gestalt

$$2C_{\pm(l-1,l)i_1 \dots i_m} = C_{i_1 \dots i_m} \pm C^{Tl-1,l}_{i_1 \dots i_m} = \prod_{k=1}^{l-2} C_{i_k}; C_{l-1}; C_l;$$

$$\prod_{k=l+1}^{m} C_{i_k} \pm \prod_{k=1}^{l-2} C_{i_k}; C_l; C_{l-1}; \quad \prod_{k=l+1}^{m} C_{i_k} = \prod_{k=1}^{l-2} C_{i_k};$$

$$(C_{l-1}; C_l \pm C_l; C_{l-1}); \prod_{k=l+1}^{m} C_{i_k} = \prod_{k=1}^{l-2} C_{i_k}; (C_{l-1} \times C_l)_{\pm};$$

$\prod_{k=l+1}^{m} C_{i_k}$ mit $C_{i_k} = C^*_{i_k}$ an, d. h. eine symmetrische bzw. antisymmetrische Form existiert, je nachdem, ob die beiden zur Transposition

kommenden Teilselektoren einen vom Nullselektor verschiedenen Antikommutator bzw. Kommutator haben.

Für $C_{i_k} \neq C_{i_k}^*$ können über dem komplexen algebraischen Zahlenkörper entsprechende Hermitezitätsuntersuchungen mit Hilfe der Adjunktionen durchgeführt werden, doch entfällt dann die einfache Schreibweise mit Kommutatoren bzw. Antikommutatoren. Der allgemeine Fall kann ohne Eingrenzung der Allgemeingültigkeit auf $m = 2$ reduziert werden. Die Symmetrieuntersuchungen tensorieller Selektoren laufen demnach stets auf das Schema

$$^2\overline{C} = [C_i; C_k]]_L, \qquad ^2\overline{C} = {}^2\overline{C}_+ + {}^2\overline{C}_- = {}^2\overline{C}^*,$$

$$^2\overline{C}_\pm = \frac{1}{2}[(C_i \times C_k)_\pm]_L, \qquad ^2\overline{C}_+ = {}^2\overline{C}_+^x, \qquad ^2\overline{C}_- = -{}^2\overline{C}_-^x \qquad \textbf{M12}$$

hinaus, wonach immer $^2\overline{C}_\pm = {}^2\overline{0}$ gilt, wenn $(C_i \times C_k)_\pm = 0$ im reellen Fall wird, und dies ist unabhängig davon, ob $m = 2$ oder $m > 2$ gilt. Die zur Hermitesierung bzw. Antihermitesierung kommenden Indizes brauchen nicht notwendig benachbart zu sein, doch kann das Problem dann nicht allgemein auf eine Analyse des Antikommutators bzw. des Kommutators der beiden Teilselektoren reduziert werden, es sei denn, daß die übrigen Teilselektoren kommutieren, so daß durch eine Folge von Transpositionen eine derartige Reduktion möglich wird. Eine andere wesentliche Operation tensorieller Selektoren ist die Kontraktion des Tensorgrades durch Bildung der Matrizenspuren. Gilt $C_{i_j} = C_j$ und $C_{i_l} \doteq C_l$, so wird von $^m\overline{C}$ die Matrizenspur durch $j = l$ und Summation aller $1 \leqq l \leqq L$ gebildet, was $m$ um 2 reduziert. Allgemein ist dann $sp_{j=l}{}^m\overline{C} =$

$$= {}^{[m-2]}\Big[\sum_{l=1}^{L}\prod_{k=1}^{j-1} C_{i_k}; C_l; \prod_{k=j+1}^{l-1} C_{i_k}; C_l; \prod_{k=l+1}^{m} C_{i_k}\Big]_L = {}^{m-2}\overline{C}$$

und daraus folgt $sp_{i=k}{}^m\overline{C}_{+(i,k)} = {}^{m-2}\overline{C}$, was jetzt nicht mehr hermitesch zu sein braucht, aber es wird $sp_{i=k}{}^m\overline{C}_{-(i,k)} = {}^{m-2}\overline{0}$ sein, weil stets $(C_i \times C_k)_- \sim (1 - \delta_{ik})$ ist. Auch hier kann ohne Einschränkung der Allgemeinheit auf $m = 2$ reduziert werden, was

$$sp^2\overline{C} = \sum_{i=1}^{L} C_i^2, \qquad sp_{i=k}{}^m\overline{C}_{+(i,k)} = {}^{m-2}\overline{C},$$

$$sp_{i=k}{}^m\overline{C}_{-(i,k)} = {}^{m-2}\overline{0} \qquad \textbf{M12a}$$

im reellen Fall ergibt. Auf den tensoriellen Selektor vom Grade $m \geqq 1$ kann ein weiterer orientierter Funktionalselektor $\overline{D}$ einwirken, wobei eine tensorielle und eine skalare Einwirkung möglich ist. Wird das Ergebnis dieser Einwirkung mit $W$ bezeichnet, so liefert $\overline{D};{}^{\mathrm{m}}\overline{\mathrm{C}} = {}^{\mathrm{m}+1}\overline{\mathrm{W}}$ stets eine Erweiterung des Tensorgrades, vorausgesetzt, daß $\overline{D}$ ein orientierter Funktionalselektor ist, während $sp\overline{D};{}^{\mathrm{m}}\overline{\mathrm{C}} = {}^{m-1}\overline{W}$ die skalare Einwirkung kennzeichnet. Ein orientierter Funktionalselektor erweitert den Tensorgrad um 1 bei tensorieller Einwirkung, während die skalare Wirkung den Tensorgrad um 1 kontrahiert, weil es sich um die Matrizenspur der tensoriellen Wirkung handelt. Ist der Funktionalselektor dagegen in der Form $D$ nicht orientiert, so kann gemäß $D;{}^m\overline{C} = {}^m\overline{W}$ der Tensorgrad nicht geändert werden. $\overline{D};{}^m\overline{C} = {}^{m+1}\overline{W}$ ist allerdings nur dann möglich, wenn $m \leqq L-1$ bleibt, denn der Grad darf die Dimensionszahl nicht überschreiten. Eine spezielle Form von $\overline{D}$ ist $\overline{D} = \overline{\delta} = \sum_{i=1}^{L} \overline{e}_i \delta_i$, was bei tensorieller Einwirkung ein Analogon zur infinitesimalen Tensordivergenz und bei skalarer Einwirkung ein Analogon zur Skalardivergenz bildet, während $\overline{\delta};() - (\overline{\delta};())^x$ eine Analogie zum infinitesimalen Feldrotor darstellt. Der Sonderfall $\overline{\delta}$ in seiner Einwirkung auf eine metronische Funktion $m = 0$ wäre die Analogie zum infinitesimalen Gradienten. Diese tensorielle, skalare und indifferente Einwirkung von Funktionalselektoren auf Tensorselektoren mit dem Spezialfall $\overline{\delta}$ wird demnach zusammengefaßt in

$$\overline{D};{}^m\overline{C} = {}^{m+1}\overline{W}, \qquad sp\overline{D};{}^{\mathrm{m}}\overline{\mathrm{C}} = {}^{m-1}\overline{W}, \qquad D;{}^m\overline{C} = {}^m\overline{W},$$

$$\overline{\delta} = \sum_{i=1}^{L} \overline{e}_i \delta_i, \qquad \overline{\delta}\varphi = \mathrm{GRAD}_L\varphi, \qquad \overline{\delta};{}^m\overline{C} = \widehat{\mathrm{DIV}}_L{}^m\overline{C},$$

$$sp\overline{\delta};{}^m\overline{C} = \overline{\mathrm{DIV}}_L{}^m\overline{C}, \qquad \overline{\delta};{}^m\overline{C} - (\overline{\delta};{}^m\overline{C})^x = \mathrm{ROT}_L{}^m\overline{C} \qquad \textbf{M12b},$$

wobei die metronischen Gegenstücke zu den infinitesimalen tensorana-

lytischen Differentialoperatoren in der vorstehenden Weise symbolisiert werden.

Auch für diese Selektoren können metronentheoretische Sätze entwickelt werden, da jeder dieser Selektoren ein metronentheoretisches Äquivalent zu einem infinitesimalen Operator darstellt. So folgt zum Beispiel immer, wenn $Im\mathrm{ROT}_L = {}^2\overline{0}$ ist, $sp\mathrm{ROT}_L = 0$, weil $\mathrm{ROT}_L = -(\mathrm{ROT}_L)^x$ gilt. Weiter folgt in Komponentendarstellung

$(\widehat{\mathrm{DIV}}_L\mathrm{ROT}_L)_{ikl} = \eth_i(\eth_k()_l - \eth_l()_k) \neq 0$ und $(sp\widehat{\mathrm{DIV}}_L\mathrm{ROT}_L)_l =$

$(\overline{\mathrm{DIV}}_L\mathrm{ROT}_L)_l = \sum_{i=1}^{L} \eth_i(\eth_i()_l - \eth_l()_i) = \sum_{i=1}^{L} \eth_i^2()_l - \sum_{i=1}^{L} \eth_l\eth_i()_i.$

Weiter ist $\mathrm{DIV}_L\mathrm{GRAD}_L = \sum_{i=1}^{L} \eth_i^2$, also $(\overline{\mathrm{DIV}}_L\mathrm{ROT}_L)_l =$

$\mathrm{DIV}_L\mathrm{GRAD}_L()_l - \eth_l \sum_{i=1}^{L} \eth_i()_i = \mathrm{DIV}_L\mathrm{GRAD}_L()_l -$

$-(\mathrm{GRAD}_L)_l\mathrm{DIV}_L()$, weil $\sum_{i=1}^{L} \eth()_i = \mathrm{DIV}_L()$ ist. Mithin gilt also

das Theorem $\overline{\mathrm{DIV}}_L\mathrm{ROT}_L = \mathrm{DIV}_L\mathrm{GRAD}_L() - \mathrm{GRAD}_L\mathrm{DIV}_L()$, wenn der Selektor auf ein metronisches Vektorfeld wirkt. Abermalige Divergenzbildung liefert $\mathrm{DIV}_L\overline{\mathrm{DIV}}_L\mathrm{ROT}_L = sp\overline{\eth}; sp\overline{\eth}(\overline{\eth} - (\overline{\eth})^\times) =$

$= \sum_{i,l=1}^{L} \eth_l\eth_i(\eth_i()_l - \eth_l()_i) = \sum_{i,l=1}^{L} \eth_i^2\eth_l()_l - \sum_{i,l=1}^{L} \eth_l^2\eth_i()_i = 0.$

Schließlich kann noch ein weiteres Theorem des metronischen Rotors abgeleitet werden. Der kombinierte Selektor $\mathrm{ROT}_L\mathrm{GRAD}_L$ kann offenbar als Tensorselektor vom 2. Grad nur auf metronische Skalarfelder wirken, doch gilt für seine Komponentendarstellung

$(\mathrm{ROT}_L\mathrm{GRAD}_L)_{ik} = \eth_i\eth_k - \eth_k\eth_i = (\eth_i \times \eth_k)_-$, doch wurde bei der Deduktion des partiellen Metrondifferentials das Theorem

$(\eth_i \times \eth_k)_- = 0$ abgeleitet, so daß $\mathrm{ROT}_L\mathrm{GRAD}_L = {}^2\overline{0}$ gilt. Für diese speziellen Selektoren der Gleichung **(M12b)** gelten demnach die Theoreme

$$Im\mathrm{ROT}_L = {}^20, \qquad sp\mathrm{ROT}_L = 0,$$

$$\overline{\mathrm{DIV}}_L\mathrm{ROT}_L = \mathrm{DIV}_L\mathrm{GRAD}_L - \mathrm{GRAD}_L\mathrm{DIV}_L,$$

$$\mathrm{DIV}_L\overline{\mathrm{DIV}}_L\mathrm{ROT}_L = 0, \qquad \mathrm{ROT}_L\mathrm{GRAD}_L = {}^20 \qquad \textbf{M12c}.$$

Ganz entsprechend können auch einige metronische Integraltheoreme entwickelt werden. Mit $\overline{n} = \sum_{i=1}^{L} \overline{e}_i n_i = (\sum_{i=1}^{L} \overline{Z}(i)); n$ und $\overline{n} = \overline{N}; n$, also $\overline{N} = \sum_{i=1}^{L} \overline{Z}(i)$ wird $\eth\overline{N} = \sum_{i=1}^{L} \eth\overline{Z}(i) = \sum_{i=1}^{L} \overline{e}_i \eth_i(\,)_i$. oder $\eth\overline{N}; n = \sum_{i=1}^{L} \overline{e}_i$ wegen $Z(i); n = n_i$ und $\eth_i n_i = 1$. Es gilt daher, wenn ein normiertes Orthogonalsystem $(\overline{e}_i\overline{e}_k)_L = \hat{E}$ vorausgesetzt wird und $\phi$ der skalare Feldselektor der metronischen Funktion $\varphi = \phi; n$ ist, $\mathrm{GRAD}_L\phi\eth\overline{N} = \sum_{i=1}^{L} \eth_i\phi = \eth\phi$, so daß die Bildung des Metronintegrals möglich wird. Da die Grenzen des metronischen Integrationsvorganges als Konstante festliegen, wird $S\eth\phi; n = \text{const}$ und dies bedeutet $S(\mathrm{GRAD}_L; \phi\eth\overline{N}); n = \text{const}$ für alle $n$. Ein anderes Theorem ergibt sich, wenn $\eth\Omega(L) = \prod_{i=1}^{L} \eth_k n_k = (\prod_{k=1}^{L} \eth_k Z(k)); n$ und $\eth\Omega(L) = \eth V; n$ gesetzt wird und $\overline{\phi}$ ein vektorieller Feldselektor ist. In diesem Fall kann

$$\mathrm{DIV}_L\overline{\phi}\eth V = \sum_{j=1}^{L} \eth_i\phi_i\eth_i Z(j) \prod_{k=1}^{j-1} \eth_k Z(k) \prod_{j+1}^{L} \eth_k Z(k) =$$

$$= \sum_{j=1}^{L} \overline{e}_j\eth_i\phi_i\eth_i Z(j) \sum_{k=1}^{L} \overline{e}_k\eth V_k \text{ mit}$$

$\eth V_k = \prod_{l=1}^{k-1} \eth_l Z(l) \prod_{k+1}^{L} \eth_l Z(l)$ gebildet werden. Kennzeichnet $\Omega(L-1)$ die $(L-1)$-dimensionale Hyperfläche des $R_L$, dann kann das $L$-fache Metronintegral über $(\mathrm{DIV}_L\overline{\phi}\eth V); n$ erstreckt werden.

Mit der Kürzung $\underset{\Omega(L)}{\boldsymbol{S}} = \boldsymbol{S}_{n_1}..\,\boldsymbol{S}_{n_L}$ wird dann $\underset{\Omega(L)}{\boldsymbol{S}}\,(\mathrm{DIV}_L\overline{\phi}\eth V);n =$

$$= \underset{\Omega(L-1)}{\boldsymbol{S}}\,(\eth\overline{V}\boldsymbol{S}\sum_{i=1}^{L}\eth_i\sum_{k=1}^{L}\overline{e}_k\phi_k);n = \underset{\Omega(L-1)}{\boldsymbol{S}}\,(\eth\overline{V}\boldsymbol{S}\sum_{i=1}^{L}\eth_i\overline{\phi});n=$$

$$= \underset{\Omega(L-1)}{\boldsymbol{S}}\,(\overline{\phi}\eth\overline{V});n\text{,wenn }\eth\overline{V} = \sum_{k=1}^{L}\overline{e}_k\eth V_k \text{ verwendet wird. Es}$$

folgt das Selektortheorem $\underset{\Omega(L)}{\boldsymbol{S}}\,\mathrm{DIV}_L\overline{\phi}\eth V = \underset{\Omega(L-1)}{\boldsymbol{S}}\,\overline{\phi}\eth\overline{V}$. Es kann noch formal ein weiteres metronisches Integraltheorem hinsichtlich des metronischen Rotors abgeleitet werden. Mit $|\eth\overline{f}_j| = \eth_i n_i \eth_k n_k$ und $i \neq k \neq j$, also $\eth^2\overline{F};n = \eth^2\bar{f}$ mit $\binom{L}{2}$ Komponenten folgt, da $\mathrm{ROT}_L;\overline{\phi}$ die gleiche Komponentenzahl hat, bei skalarer Multiplikation die Skalargröße $(\mathrm{ROT}_L\overline{\phi}\eth^2\overline{F});n = \sum_{i,k=1}^{L}(\eth_i\phi_k - \eth_k\phi_i);n\eth_i n_i\eth_k n_k =$

$$= \sum_{k=1}^{L}\eth_k\sum_{l=1}^{L}\overline{e}_l\phi_l;n\sum_{i=1}^{L}\overline{e}_i\eth_i n_i \text{ und dieser Ausdruck kann zwei-}$$

fach metronisch integriert werden. Es folgt $\underset{f}{\boldsymbol{S}}(\mathrm{ROT}_L\overline{\phi}\eth^2\overline{F});n =$

$$= \boldsymbol{S}\eth\overline{n}\boldsymbol{S}\sum_{i=1}^{L}\eth_i\overline{\phi};n = \boldsymbol{S}(\boldsymbol{S}\eth\overline{\phi};n)\eth\overline{n} = \boldsymbol{S}\overline{\phi};n\eth\overline{n} = \boldsymbol{S}(\overline{\phi}\eth\overline{N});n,$$

also der metronintegrale Selektorzusammenhang
$\boldsymbol{SS}\mathrm{ROT}_L\overline{\phi}\eth^2\vec{F} = \boldsymbol{S}\overline{\phi}\eth\overline{N}$. Die metronischen Integraltheoreme können in dem System

$$\boldsymbol{S}(\mathrm{GRAD}_L\phi\eth\overline{N});n = \text{const}, \qquad \underset{\Omega(L)}{\boldsymbol{S}}\,\mathrm{DIV}_L\overline{\phi}\eth V = \underset{\Omega(L-1)}{\boldsymbol{S}}\,\overline{\phi}\eth\overline{V},$$

$$\boldsymbol{SS}\mathrm{ROT}_L\overline{\phi}\eth^2\overline{F} = \boldsymbol{S}\overline{\phi}\eth\overline{N}, \qquad \eth\overline{N} = \sum_{i=1}^{L}\eth_i\overline{Z}(i),$$

$$\eth V = \prod_{k=1}^{L}\eth_k Z(k), \qquad \eth\overline{V} = \sum_{j=1}^{L}\overline{e}_j\eth V_j,$$

$$\eth V_j = \prod_{k=1}^{j-1}\eth_k Z(k)\prod_{j+1}^{L}\eth_k Z(k), \qquad (\overline{e}_i\overline{e}_k)_L = \hat{E},$$

$$\eth^2\overline{F} = [\eth_i Z(i)\eth_k Z(k)]_L \qquad \textbf{M13}$$

zusammengefaßt werden. Alle diese Theoreme, die differentiell in **(M12c)** und integral in **(M13)** enthalten sind, bilden die metronischen Analogien zu den entsprechenden differentiellen und integralen tensoranalytischen Sätzen der infinitesimalen Analysis. In Analogie zu den infinitesimalen Operatorgleichungen muß es nach dem Vorangegangenen auch Selektorgleichungen geben, deren Analyse jedoch teilweise auch auf **(M7)** zurückgreifen muß.

Selektorgleichungen liegen immer vor, wenn Funktionalselektoren durch irgendwelche Relationen miteinander in Zusammenhängen stehen. Die allgemeinste Form einer totalen differentiellen Selektorgleichung wird durch einen Funktionalselektor bestimmt, der Metrondifferentiale bis zur Ordnung $1 \leqq \nu \leqq N$ mit $1 \leqq \kappa \leqq T$ Selektoren $p_\kappa$ in Zusammenhang setzt, so daß Potenzen von den Graden $0 \leqq \mu \leqq M \neq N \neq T$ auftreten. Derartige allgemeine totale differentielle Selektorbeziehungen der Ordnung $N$ vom Grade $M$ sind dabei im allgemeinen inhomogener Art, doch können bei der metronischen Integration Homogenisierungsverfahren angewendet werden. Allgemeine Integrationsregeln können nicht entwickelt werden, so daß jede differentielle Selektorgleichung individuell behandelt werden muß, aber es besteht immer die Möglichkeit der Transformation und der Substitution. Liegen dagegen tensorielle Selektorgleichungen beliebigen Tensorgrades vor, oder handelt es sich um partielle Selektorgleichungen über einem vieldimensionalen Argument, dann muß zur Lösung stets ein ganzes System partieller Selektorgleichungen vorgegeben sein.

Eine Selektorgleichung beschreibt ganz allgemein stets ein System von Bedingungen, denen die Schar metronischer Lösungsfunktionen genügt, so daß die Selektorgleichung aus der unendlichen Mannigfaltigkeit denkbarer metronischer Funktionen diejenigen auswählt, welche diesem System der Selektorbedingungen genügen. Umgekehrt können induktiv aus vorgegebenen Bedingungen entsprechende Selektorbeziehungen deduziert werden. So gibt es beispielsweise Fibonacci-Folgen der Form $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ mit $a_n > a_{n-1} > a_{n-2}$ und $0 < a_n / a_{n-1} < \infty$, bei denen das Glied $n$ von allen vorangegangenen Gliedern abhängt. Nun kann jede Zahlenfolge $a_n = \varphi(n)$ als metroni-

sche Funktion aufgefaßt werden, so daß sich die Bedingungen der Fibonacci-Folgen in den Zusammenhängen $\varphi(n) = \varphi(n-1) + \varphi(n-2)$ und $\varphi(n)/\varphi(n-1) > 1$ ausdrücken lassen. Hieraus kann nun der Selektor dieser Folgen hergeleitet werden, der als **Kreationsselektor** bezeichnet werden soll, weil der Anstieg von Entitäten gleicher Art in Strukturen der Natur häufig einer derartigen Folge genügt. Aus $\varphi(n) = \varphi(n-1) + \varphi(n-2)$ folgt unmittelbar $\varphi(n-2) = \varphi(n) - -\varphi(n-1) = \eth\varphi$, während die Bildung des zweiten Metrondifferentials $\eth^2\varphi = \eth(\varphi - \varphi(n-1)) = \eth\varphi - \eth\varphi(n-1) = \eth\varphi - \varphi(n-1) + \varphi(n-2)$ liefert. Substitution mit $-\varphi(n-1) = \eth\varphi - \varphi$ und $\varphi(n-2) = \eth\varphi$ liefert dann $\eth^2\varphi = 3\,\eth\varphi - \varphi$ oder $\eth^2\varphi - 3\,\eth\varphi + \varphi = 0$ als Selektorgleichung, so daß für den Kreationsselektor $\eth^2 - 3\,\eth + () = 0$ gilt. Da die Folge $a_n$ und damit $\varphi(n)$ monoton steigt, muß es einen Grenzwert $\xi$ für $\varphi(n)/\varphi(n-1) > 1$ im Intervall $1 < \xi < \infty$ geben, so daß $1 < \lim\limits_{n\to\infty} \varphi(n)/\varphi(n-1) = \lim\limits_{n\to\infty} \varphi(n-1)/\varphi(n-2) = \xi < \infty$ existieren muß. Aus dem Kreationsselektor folgt die Selektorgleichung $\eth^2\varphi - 3\,\eth\varphi + \varphi = 0$, die zur Folge $\varphi(n) = \varphi(n-1) + \varphi(n-2)$ zurückführt. Division durch $\varphi(n-1)$ und Bildung des Limes liefert dann $\varphi(n)/\varphi(n-1) = 1 + \varphi(n-2)/\varphi(n-1)$ und

$$\xi = \lim_{n\to\infty} \varphi(n)/\varphi(n-1) = 1 + \lim_{n\to\infty} \varphi(n-2)/\varphi(n-1) =$$

$$= 1 + (\lim_{n\to\infty} \varphi(n-1)/\varphi(n-2))^{-1} = 1 + 1/\xi, \text{ oder } \xi = 1 + 1/\xi, \text{ das}$$

heißt, der Limes kann aus der quadratischen Gleichung $\xi^2 - \xi = 1$ unter der Bedingung $\xi > 1$ bestimmt werden. Man erhält für die beiden Lösungen $2\,\xi_{\pm} = 1 \pm \sqrt{5}$, worin wegen $\sqrt{5} > 1$ und $\xi > 1$ nur der Zweig $\xi = \xi_{+}$, also $2\,\xi = 1 + \sqrt{5}$ in Betracht kommt. Der Kreationsselektor und der Limes seiner Funktionen

$$\eth^2 - 3\,\eth + () = 0, \qquad 2\,\xi = 1 + \sqrt{5} \qquad \textbf{M14}$$

beschreibt also die Fibonacci-Reihen.

ngen der Fibo-
$1) + \varphi(n-2)$
nn nun der Se-
sselektor be-
leicher Art in
genügt. Aus
$-2) = \varphi(n) -$
ondifferentials
$1) + \varphi(n-2)$
$-2) = \delta\varphi$ lie-
s Selektorglei-
0 gilt. Da die
en Grenzwert
geben, so daß
$< \infty$ existie-

ktorgleichung
$\varphi(n-2)$ zu-
Limes liefert

=

$= 1 + 1/\xi$, das

ng $\xi^2 - \xi = 1$
für die beiden
$\xi > 1$ nur der
Der Kreations-



## 3. Selektortheorie primitiv strukturierter Tensorien

Bevor eine metrische Theorie entwickelt werden kann, wird eine Erweiterung der Begriffsbildung des metronischen Tensoriums und eine Untersuchung über die möglichen Dimensionen metronischer Tensorien erforderlich. Ist das Metron durch $\tau > 0$ in einem $R_p$ als Element gegeben, dann werden diese Metronen durch die $(p-1)$-dimensionalen Hyperflächen $x_p = y(x_i)_1^{p-1}$ begrenzt, welche mit einem Scharparameter $t$ die Hyperflächenschar $f(x_i, t)_1^p = 0$ in euklidischer Form in $R_p$ bilden, derart, daß die Bedingung des stetigen Anschlusses der $p$-dimensionalen Metronen $\tau > 0$ erfüllt ist. Der auf diese Weise zu jedem von $\tau$ zugelassenen $t$-Wert koordinierte $R_p$ muß dann hinsichtlich eines Volumens ein ganzzahliges Vielfaches von $\tau$ sein, was eine ganzzahlige Koordinatenteilung der $1 \leqq i \leqq p$ Koordinaten $x_i$ gemäß $x_i(n)$ zur Folge hat. Die ganzzahlige Folge $n$ läuft dabei im metronischen Bereich $1 \leqq n \leqq N$, während die $p$ Raster $x_i(n) \triangleq x_{(i)n}$ als einfaches **primitiv strukturiertes, metronisches Tensorium** bezeichnet werden. Ein solches einfaches Tensorium ist also immer $p$-dimensional und wird von $p$ Koordinaten $x_{(i)n}$ aufgespannt, welche als **metronische Raster** zahlentheoretische Funktionen der ganzzahligen Metronenziffer $n$ sind. Im expliziten Fall ist dies wegen

$\int_{\omega} \prod_{i=1}^{p} dx_i = n\tau$ evident, doch muß im impliziten Fall $f(x_i, t)_1^p = 0$

der Parameter $t$ eliminiert werden. Hierbei wird $df = 0$, also

$\sum_{i=1}^{p} \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i + \dot{f} dt = 0$ mit der partiellen Parameterableitung

$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial t}$ verwendet. Dieses totale Differential gestattet dann immer

$\prod_{i=1}^{p} dx_i$ unter Elimination von $t$, so daß die Dimensionszahl $p$, und

wegen $\int_{\omega} \prod_{i=1}^{p} dx_i = n\tau$ die Rasteraufteilung $x_{(i)n}$ auch im impliziten Fall $f = 0$ gewahrt bleibt. Alle diese einfachen metronischen Tensorien sind euklidische Hyperflächen $R_p$ innerhalb eines $R_{p+1}$, doch werden sie zu beliebigen metrischen Strukturen in diesem $R_{p+1} \equiv V$, wenn der Scharparameter $t$ als weitere Dimension $t = z$ eingeführt wird. $f(x_i)_1^{p+1} = 0$ mit $z = x_{p+1}$ ist dann die allgemeinste Form einer Hyperfläche im $V$, deren Projektion auf eine der $p$-dimensionalen Koordinatenhyperebenen durch Gleichsetzung der nicht in dieser Hyperebene enthaltenen Koordinate mit einem Parameter erfolgt. Dieser Parameter erscheint seinerseits in der Hyperebene als Scharparameter einer Schar von $(p-1)$-dimensionalen Hyperflächen, die als Niveauflächen zu interpretieren sind. Ein solcher Scharparameter muß dann das metrische Verhalten der $p$-dimensionalen Struktur des $V$ wiedergeben, welche in die gleichdimensionale Hyperebene projiziert wurde. Werden diese Projektionsparameter mit $\eta_k$ bezeichnet, dann folgt für die $1 \leqq k \leqq p$ Projektionen $f_k(x_i)_1^p = \eta_k = \text{const}$. Dieses System von $p$ Hyperflächen, beschrieben im $x_i$-Bereich, kann auch auf den $\eta_k$-Bereich regulär abgebildet werden, wenn die $f_k$ eineindeutig sind, so daß ihre Inversen $F_k$ existieren. Eine Inversion liefert $x_i = F_i(\eta_k)_1^p$, was wiederum einer Beschreibung von $p$ Hyperflächen gleichkommt, die nunmehr aber auf einen $\eta_k$-Bereich bezogen worden sind, während die $x_i$ nur noch die Eigenschaften von Parametern haben. Da immer die Möglichkeit besteht, die $(p-1)$-dimensionale Hyperfläche $x_p(x_i)_1^{p-1} = x_p$ zu einer euklidischen Schar $f(x_i, t)_1^p = 0$ zu ergänzen, und da weiter mit $t = x_{p+1}$ diese Hyperflächenschar zu einer beliebigen Hyperfläche $f(x_i)_1^{p+1} = 0$ im $V$ wird, muß geschlossen werden, daß $f = 0$ wegen der Metronisierung des Volumens $F = n\tau$ dieser Hyperfläche eine allgemeine metrische Strukturierung des einfachen metronischen Tensoriums beschreibt. Ist $f = 0$ ein metronisches Tensorium, so muß gefordert werden, daß die Grenze des metronischen Bereiches, also die höchstmögliche Metronenziffer, eine Invariante gegen Koordinatentransformationen $\eta_k$ ist, wenn nicht bei einer Deformation der Hyperfläche Metronen entstehen oder vergehen

sollen. Da aber Koordinatentransformationen nur Änderungen des Aspektes sind und bloße Änderungen dieses Aspektes unmöglich eine derart fundamentale Konstante $\tau$ ändern können, ist diese Invarianz der Metronenziffer evident.

Alle metronischen Funktionen $\varphi(n)$, deren metronisches Argument eindimensional ist, sind demnach geometrisch als Zustandsfunktionen interpretierbar, die jedem Element, also jedem Metron eines einfachen, durch $n$ gekennzeichneten Tensoriums, einen metronischen Zustandswert $\varphi$ zuordnen, der sich unstet mit den Metronenziffern $n$ ändert. Dieser Begriff der metronischen Funktion und des einfachen metronischen Bereiches muß neben der metrischen noch eine dimensionelle Erweiterung erfahren, denn jede metronische Funktion ist als zahlentheoretische Funktion ganzzahliger Indizes immer als Zahlenfolge interpretierbar, doch gibt es neben den einfachen Folgen $L = 1$ auch mehrfache Zahlenfolgen $L > 1$ und demzufolge metronische Funktionen $\varphi(n_i)_1^L$, die von $L$ metronischen Argumenten $n_i$ abhängen. Sind die $\xi_{(i)k}$ mit $1 \leqq k \leqq p$ die geodätischen Koordinaten des einfachen Tensoriums $i$, dann wäre $n_i(\xi_{(i)k})_1^p$, d. h., jede Folge $n_i$ des Argumentes kennzeichnet eine Folge von Metronen, also ein einfaches metronisches Tensorium $n_i(\xi_{(i)k})_{k=1}^p$, weil von $\tau$ die Dimensionszahl $p$ ist. Auch sind die $\xi_{(i)k}$ immer geodätische Koordinaten des betreffenden Tensoriums $n_j$, weil nach dem Fundamentalsatz der Metronentheorie alle Metronen geodätisch begrenzt sind und dem Prinzip des stetigen Anschlusses genügen. Diese geodätischen Koordinaten bilden nach dem Vorangegangenen grundsätzlich ein geodätisches metronisches Gitter $\xi_{(i)k}(n_i)$, was wegen $\tau > 0$ nur von der ganzzahligen Metronenziffer $n_i$ des einfachen Tensoriums bestimmt wird. Demnach besteht die Möglichkeit, da jede Folge $n_i$ des $L$-dimensionalen metronischen Argumentes ein einfaches Tensorium darstellt, $\varphi(n_i)_1^L = \varphi((\xi_{(i)k})_{k=1}^p)_1^L$ zu setzen, was nach Einführung eines allgemeinen Koordinatensystems geometrisch zu der Darstellung $\varphi(n_i)_1^L = \varphi(x_k)_1^{pL}$ führt. Diese $pL$ Koordinaten $x_k$ können aber unmöglich alle voneinander unabhängig sein, d. h., $pL$ ist trotz der formalen Übereinstimmung mit Gleichung **(15b)** im allgemeinen nicht

mit der Dimensionszahl $N$ des $R_N$ identisch, in welchem das $L$-fache metronische Tensorium geometrisch dargestellt werden kann. Jeder Folge der $1 \leqq i \leqq L$ Metronenziffern entspricht dabei ein $R_p$ als einfaches metronisches Tensorium, d. h., der das $L$-fache Tensorium darstellende $R_N$ muß hinsichtlich $N$ so beschaffen sein, daß in ihm $L$ voneinander unabhängige $R_p$ enthalten sein können. Die Bedingung hierfür lautet aber $L = \binom{N}{p}$. Diese Beziehung ist eine Auswahlregel für $L \geqq 1$, denn für $N$ gilt die Auswahlregel **(15b)**. Das $L$-fache metronische Argument von $\varphi$ ist durch seine Diskontinuität charakterisiert, und diese metronische Diskontinuität muß auch den $R_N$ kennzeichnen, in welchem die metrische Darstellung des $L$-fachen Argumentes von $\varphi(n_i)_1^L$ erfolgt. Insbesondere muß eine Volumendiskontinuität im $R_N$ vorliegen, aus welcher sich die Auswahlregel $N = pM$ der Gleichung **(15b)** ergeben hat. Substitution in $L = \binom{N}{p}$ liefert dann das Auswahlprinzip für die Zahl $L$ der im $R_N$ möglichen einfachen metronischen Tensorien, nämlich $L = \binom{pM}{p}$, so daß die metronische Darstellung des $L$-fachen metronischen Tensoriums im $R_N$ stets auf

$$\varphi(n_i)_1^L = \varphi(x_i)_1^N, \qquad L = \binom{N}{p} \qquad \textbf{M15}$$

zurückgeht. Ein allgemeines metronisches Feld $\varphi(n_i)_1^L$ über dem $L$-fachen Tensorium ist also immer eine metronische Zustandsfunktion, die jedem Element des darstellenden $R_N$ mit $N = pM$ einen metronischen Zustandswert zuordnet, derart, daß der $R_N$ zur Hyperfläche eines $R_{N+1}$ wird, denn $\varphi = \varphi(n_i)_1^L = \varphi(x_k)_1^N$ kann stets implizit in der Form $F(x_k)_1^{N+1} = 0$ geschrieben werden. Existieren $1 \leqq i \leqq N$ Feldgleichungen der Form $\varphi_i = \varphi_i(x_k)_1^N$ eindeutig und existieren die eindeutig inversen $x_k = x_k(\varphi_i)_1^N$, so bildet das eineindeutige System $\varphi_i(x_k)_1^N$ ein System von generalisierten Koordinatentransformationen des metronischen Tensoriums, welche entweder als Transformationen von $x_k$ in $\varphi_k$ oder als Deformationen des Tensoriums aufgefaßt werden können.

Kennzeichnen die $1 \leqq k \leqq N$ Werte $\xi_k$ geodätische Koordinaten mit den Orientierungen $\overline{\xi}_k = \overline{e}_k \xi_k$ und $(\overline{e}_i \overline{e}_k)_N = \hat{B}(\xi_k)_1^N = \hat{A}(n_i)_1^L$,

dann gilt $d\vec{s} = \sum_{k=1}^{N} d\vec{\xi}_k$ oder quadriert $ds^2 = \sum_{i,k=1}^{N} \overline{e}_i \overline{e}_k d\xi_i d\xi_k$.

Sind weiter die Koordinaten ganz beliebig und ist im allgemeinen Fall, in Analogie zur metronischen Erweiterung des einfachen Tensoriums, das $N$-dimensionale Tensorium in beliebiger Weise nichteuklidisch strukturiert, so daß zwischen ko- und kontravarianten Koordinaten zu unterscheiden ist, dann gilt für die allgemeine Transformation in $x^k$-Koordinaten $\xi_i = \xi_i(x^k)_1^N$ und $d\xi_l = \sum_{k=1}^{N} \frac{\partial \xi_l}{\partial x^k} dx^k$, was für die Metrik, wenn zur Unterscheidung vom infinitesimalen Fall $\tau = 0$ die kontravarianten Indizierungen für $\tau > 0$ unterstrichen werden, $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$ oder hiermit identisch $ds^2 = g^{ik} dx_i dx_k$ ergibt, wobei zur Kürzung wiederum die Summationsregel $A_i B^i = \sum A_{(i)} B^{(i)}$ gilt. Im allgemeinen kann dabei $g_{ik} \neq g^*_{ki}$ nichthermitesch sein. Der Übergang vom metrischen Kontinuum ${}^2\overline{g}(x_k)_1^N \neq {}^2\overline{g}^x$ zum diskontinuierlichen metronischen Tensorium hat also zunächst in einem Übergang von der infinitesimalen Differentialform der Metrik $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$ zur Differenzform $\Delta s^2 = g_{ik} \Delta x^i \Delta x^k$ zu bestehen, und hierin ist die Existenz von $\tau > 0$ zu berücksichtigen. Die Metrik $\Delta s^2$ beschreibt eine Flächendifferenz, die aber gegen Koordinatentransformationen stets invariant bleiben muß und für deren untere Schranke daher $\Delta s^2 = (\delta s)^2 = f(p, \tau)$ gilt, so daß für $p = 2$ stets $f = \tau$ wird. Es kann immer angenommen werden, daß die $x_i$ die Koordinaten des strukturlosen $R_N$ mit ${}^2\overline{g} = {}^2\overline{E}$ sind, auf den die Struktur ${}^2\overline{g}(x^i)_1^N$ bezogen wird. Dies bedeutet aber, daß die charakteristischen $x_i$ ein orthogonales metronisches Gitter äquidistanter geodätischer Geraden hinsichtlich des Bezugsraumes bilden. Hieraus folgt

$$\delta x_i = \sum_{k=1}^{N} \delta_k x_i = \alpha_i \sum_{k=1}^{N} \delta_k n_i = \alpha_i, \text{weil immer } \delta_k n_i = \delta_i n_k = \delta_{ik}$$

ist. Weiter ist auch $\delta \underline{x^i} = \underline{\alpha^i}$ und $\alpha_i = \kappa_i \sqrt[p]{\tau}$ bzw. $\underline{\alpha^i} = \underline{\kappa^i} \sqrt[p]{\tau}$, und die Faktoren $\Delta x^i \Delta x^k$ sind die Projektionen von $\Delta s^2$, was wegen $\lim \Delta s^2 = (\delta s)^2$ auch $\lim \Delta x^i \Delta x^k = \delta \underline{x^i} \delta \underline{x^k} = \underline{\kappa^i} \underline{\kappa^k} \sqrt[p]{\tau^2}$

bedeutet. Diese metronischen Beziehungen können in die aus $\lim \Delta s^2 = \lim g_{ik} \Delta x^i \Delta x^k$ folgende metronische Metrik

$(\delta s)^2 = g_{ik} \delta x^{\underline{i}} \delta x^{\underline{k}}$ eingesetzt werden, was mit der durch $\tau$ und $p$ bestimmten Konstanten $\alpha(p,\tau) = \sqrt[p]{\tau^{-2}} f(p,\tau)$ die Beziehung $\kappa^{\underline{i}} \kappa^{\underline{k}} g_{ik} = \alpha$ liefert. Hierin ist $\alpha$ so beschaffen, daß $\alpha(2,\tau) = 1$ wegen $f = \tau$ für $p = 2$ ist. Andererseits sind die metrischen Größen $g_{ik} = g_{ik}(x^{\underline{l}})_1^N$ insgesamt $N^2$ Tensorkomponenten, weil ${}^2\overline{g} \neq {}^2\overline{g}^x$ ist. Dieser metrische Fundamentaltensor aber kennzeichnet die metrischen Eigenschaften des metronischen Tensoriums und muß daher selbst eine tensorielle metronische Funktion sein, die von den $L$ Folgen von Metronenziffern $n_l$ mit $1 \leqq l \leqq L$ des Tensoriums abhängt. Demnach gilt ${}^2\overline{g}(x^{\underline{k}})_1^N = {}^2\overline{g}(n_l)_1^L$ und dieser metronische Fundamentaltensor wiederum kann nach dem Selektorbegriff durch einen tensoriellen Selektor vom zweiten Grad ${}^2\overline{\gamma}$ in die Form ${}^2\overline{g} = {}^2\overline{\gamma}; n$, oder in Komponentendarstellung $g_{ik} = \gamma_{ik}; n$ gebracht werden. Mithin gilt für die metronische Darstellung der Metrik des Tensoriums

$\kappa^{\underline{i}} \kappa^{\underline{k}} \gamma_{ik}; n = \alpha = \left( \alpha \frac{()}{()} \right); n$, was zur Darstellung des **Metrikselektors** $\kappa^{\underline{i}} \kappa^{\underline{k}} \gamma_{ik} - \alpha \frac{()}{()} = 0$ führt. Hierin kann der metrische **Fundamentalselektor** ${}^2\overline{\gamma} \neq {}^2\overline{\gamma}^x$ in zweifacher Weise entstehen, nämlich entweder als Extension ${}^2\overline{\gamma} = \overline{\gamma} \times \overline{\gamma}$ aus einem vektoriellen Selektor oder aber als Kontraktion ${}^2\overline{\gamma} = sp({}^2\overline{\kappa} \times {}^2\overline{\kappa})$ aus einem tensoriellen Selektor ${}^2\overline{\kappa}$. Ist ${}^2\overline{\gamma} \neq {}^2\overline{\gamma}^x$, also ${}^2\overline{\gamma} = {}^2\overline{\gamma}_+ + {}^2\overline{\gamma}_-$ mit ${}^2\overline{\gamma}_+ = {}^2\overline{\gamma}_+^x$, und ${}^2\overline{\gamma}_- = -{}^2\overline{\gamma}_-^x$, dann muß auch ${}^2\overline{\kappa} \neq {}^2\overline{\kappa}^x$ im Fall der Kontraktion sein, während im Fall der Extension $(\gamma_i \times \gamma_k)_{\pm} \neq 0$ weder kommutativ noch antikommutativ zu sein braucht. Die metronische Metrik eines Tensoriums wird also durch das System

$$
\begin{array}{llll}
{}^2\overline{g}(x^{\underline{l}})_1^N = {}^2\overline{\gamma}(Z^{\underline{k}})_1^N; n, & \kappa^{\underline{i}} \kappa^{\underline{k}} \gamma_{ik} - \alpha(p,\tau) \dfrac{()}{()} = 0, & & \\
\alpha(p,\tau) \neq 1, \quad p \neq 2, & {}^2\overline{\gamma} = {}^2\overline{\gamma}_+ + {}^2\overline{\gamma}_- \neq {}^2\overline{\gamma}^x, & {}^2\overline{\gamma} = \overline{\gamma} \times \overline{\gamma}, & \\
(\gamma_i \times \gamma_k)_{\pm} \neq 0, & {}^2\overline{\gamma} = sp({}^2\overline{\kappa} \times {}^2\overline{\kappa}), & {}^2\overline{\kappa} \neq {}^2\overline{\kappa}^x & \textbf{M16}
\end{array}
$$

beschrieben.

Zur Analyse des Metrikselektors $\kappa^{i}\kappa^{k}\gamma_{ik} - \alpha\frac{()}{()} = 0$ muß festgestellt werden, daß die einzelnen Summanden von $\alpha$ Projektionen von $(\delta s)^2$ auf die Koordinatenebenen sind, von denen es $\binom{N}{2}$ im $R_N$ gibt. Dies bedeutet aber, daß in diesen Summanden auch Richtungsgrößen enthalten sein müssen, weil zu jeder Projektion eine Richtung und ein Richtungssinn gegeben sein muß. Die Faktoren $\kappa^{i}$ sind nun diejenigen Faktoren, welche den metronisierten algebraischen Zahlenkörper $x^{i}$ kennzeichnen. Wird gefordert, daß eine Invarianz gegen grundsätzlich alle regulären Transformationen vorliegt (wobei die Eindeutigkeit nicht notwendig gefordert zu werden braucht), dann bedeutet dies für das quadratische Schema $\hat{\kappa} = (\kappa^{i}\kappa^{k})_N$ die Eigenschaft $def\hat{\kappa} = 0$ und $rg\hat{\kappa} = N$, was nur möglich ist, wenn $|\hat{\kappa}|_N \neq 0$ gilt. Wird weiter ${}^2\overline{\gamma}$ in der Form ${}^2\overline{\gamma} = \overline{\gamma}\times\overline{\gamma}$ oder $\gamma_{ik} = \gamma_i;()\gamma_k$ dargestellt, dann folgt für die Hermitesierung bzw. Antihermitesierung unmittelbar $\gamma_{\pm ik} = \frac{1}{2}(\gamma_i\times\gamma_k)_{\pm}$. In $\alpha$ kommt es wegen der Summation jedoch wie bei der infinitesimalen nichthermiteschen Metrik zu einer Kompensation der antihermiteschen Summanden. Insgesamt wird dieser Sachverhalt in

$$\hat{\kappa} = (\kappa^{i}\kappa^{k})_N, \quad |\hat{\kappa}|_N \neq 0, \quad {}^2\overline{\gamma} = \overline{\gamma}\times\overline{\gamma}, \quad \gamma_{\pm ik} = \frac{1}{2}(\gamma_i\times\gamma_k)_{\pm},$$
$$\kappa^{i}\kappa^{k}(\gamma_i\times\gamma_k)_{+} - 2\alpha\frac{()}{()} = 0 \qquad \textbf{M16a}$$

zusammengefaßt, wobei immer $\hat{\kappa} = \hat{\kappa}_T$ ist, weil die Elemente die kommutativen Produkte von Zahlenfaktoren sind. Durch die Gleichungen **(M15)** bis **(M16a)** werden alle metrischen Eigenschaften eines primitiv strukturierten metronischen Tensoriums im $R_N$ wiedergegeben. Der metronischen Beschreibung im $L$-fachen Tensorium ist offensichtlich die geometrische Darstellung im $R_N$ völlig äquivalent. Diese Darstellung im $R_N$ kann daher stets für metrische Untersuchungen verwendet werden, zumal wegen ${}^2\overline{g} \neq {}^2\overline{g}^{x}$ die gleichen Beziehungen gelten wie im kontinuierlichen $R_n$, doch muß immer berücksichtigt werden, daß die Koordinaten im $R_N$ zahlentheoretische Funktionen sind, die sich nicht stetig ändern. Nach der Forderung des stetigen Anschlusses aller Metronen können die Metronen eines einfachen Tensoriums

nur von geodätischen Linien begrenzt werden. Im $R_N$ gibt es unter allen nach **(M16a)** zugelassenen Koordinatensystemen ein System geodätischer Koordinaten. Die geodätischen Linien werden immer durch $\ddot{x}^i + \Gamma^i_{kl}\dot{x}^k\dot{x}^l = 0$ im nichtgeodätischen System $x^{\underline{k}}$ beschrieben. Sind die $\xi^k$ geodätisch, dann gilt $\ddot{\xi}^i = 0$, oder $\Gamma^i_{kl} = 0$, was soviel wie ${}^2\overline{g} = {}^2\overline{a} = \text{const}$ bedeutet. Der metrische Fundamentaltensor liefert dann für alle $n$ gemäß ${}^2\overline{\gamma};n = {}^2\overline{a}$ einen konstanten Wert.

Für eine Volumendifferenz gilt im $R_N$ mit ${}^2\overline{\mathrm{g}} \neq {}^2\overline{g}^x \neq {}^2\overline{E}$, bezogen auf die für ${}^2\overline{\mathrm{g}} = {}^2\overline{E}$ geodätischen Koordinaten $x^{\underline{k}}$, die Beziehung $\Delta V = w \prod_{k=1}^{N} \Delta x^k$, wenn $w^2 = |g|$ und $g = |{}^2\overline{g}|_N$ ist. Metronisch ist immer $\lim \Delta x^k = \delta x^{\underline{k}} = \alpha^{\underline{k}} = \kappa^{\underline{k}\,p}\sqrt{\tau}$, also

$$\lim \Delta V = \delta V = \lim w \prod_{k=1}^{N} \Delta x^k = w\,{}^p\sqrt{\tau^N} \prod_{k=1}^{N} \kappa^{\underline{k}}.$$

Weil nach der Auswahlregel **(15b)** aber $N = pM$ ist, und $\prod_{k=1}^{N} \kappa^{\underline{k}} = \kappa = \text{const}$ in jedem Fall gesetzt werden kann, gilt für das metronische Volumenelement des $R_N$, wenn dieser Raum mit $p$-dimensionalen Metronen $\tau > 0$ und $p \leqq N = pM$ metronisiert wurde, $\delta V = \kappa\tau^M w$, d. h., $\delta V$ ist eine von der metrischen Determinante abhängige Funktion.

Mit $\gamma;n = |{}^2\overline{\gamma}|_N;n = w^2$ folgt also für das integrale Volumen des Tensoriums

$$\gamma;n = |{}^2\overline{\gamma}|_N;n = w^2, \qquad w = W;n, \qquad V = \kappa\tau^M \boldsymbol{S} W;n\delta_n,$$

$$\kappa = \prod_{k=1}^{N} \kappa^{\underline{k}} \qquad \textbf{M17.}$$

Wird auf das metronische Gitter geodätischer Koordinaten $\xi^{\underline{k}}$ transformiert, dann wird ${}^2\overline{\gamma};n = \text{const}$ und damit auch $W;n = \text{const}$, was in Gleichung **(M17)** eingesetzt $V \sim n\tau^M$ zur Folge hat. In diesem Fall wird $V$ zum ganzzahligen Vielfachen der konstanten Elementarzelle $\delta V \sim \tau^M$ mit $M = \frac{N}{p}$, wobei die Eigenschaften des $R_N$ in dem Proportionalitätsfaktor enthalten sind. Nur im euklidischen Fall ${}^2\overline{g} = {}^2\overline{E}$ nimmt dieser Faktor den Wert 1 an, so daß hier $\delta V = \tau^M$ oder $\delta V = \tau$ für $p = N$ wird.

Die auf diese Weise beschriebenen $L$-fachen metronischen Tensorien im metrischen $R_N$ sind noch der Einschränkung der primitiven Strukturierung unterworfen, d. h., die $L$ einfachen Tensorien bestehen jeweils nur aus einer Folge von Metronen, die nach der Forderung des stetigen Anschlusses einander angepaßt sind. Auch im Fall eines nichteuklidischen $R_p$ besteht das einfache **primitiv strukturierte Tensorium** nur aus einer Folge geodätisch begrenzter Metronen in Form eines geodätischen Hyperflächenstreifens. Bei tatsächlichen Tensorien müssen dagegen Hyperstrukturen vorliegen, so daß die einfachen Tensorien **Feinstrukturen** in Form **metronischer Gitter** aufweisen, welche durch geodätische Gitter (die durch die metrische Struktur bestimmt sind) begrenzt werden. Eine diesbezügliche Erweiterung des Begriffes vom **metronischen Tensorium** ist daher noch im Rahmen der Metronentheorie durchzuführen.

# 4. Metronische Hyperstrukturen und Metronisierungsverfahren

Das im vorangegangenen untersuchte $L$-fache metronische Tensorium, welches metrisch im $R_N$ mit $N = pM$ insgesamt $L = \binom{N}{p}$ voneinander unabhängige $R_p$ aufspannt, ist trotz seiner beliebigen metrischen Struktur ${}^2\overline{g} \neq {}^2\overline{g}^x$ im $R_N$ primitiv strukturiert; denn die $L$ einfachen Tensorien $R_p$ bestehen nur aus einfachen geodätisch begrenzten Metronenfolgen und bilden daher nur einfache geodätische Hyperflächenstreifen. Tatsächlich können aber in einem $R_N$ die metronischen Tensorien niemals einfache Metronenfolgen sein, wenn der ganze $R_N$ – der Voraussetzung entsprechend – vollständig metronisiert sein soll. Es muß vielmehr eine Summe solcher einfacher Folgen einen Bereich $R_p$ ausfüllen, derart, daß jedes Tensorium $R_p$, also jede Metronziffer $n_i$ mit $1 \leqq i \leqq L$ eine $p$-fache Metronenfolge sein muß, was der $p$-Dimensionalität entspricht. Wenn also in einer Abstraktion die Begriffsbildung des primitiv strukturierten Tensoriums erweitert wird, dann erscheint jedes beliebig erstreckte einfache Tensorium $R_p$ des $R_N$ in Form einer **metronischen Feinstruktur** als metronisches Gitter. Zugleich ist der $R_N$ im allgemeinsten Fall aber noch einer metronischen Strukturierung unterworfen, welche das metrische Verhalten eines jeden $R_p$ bestimmt. Nach der Forderung des stetigen Anschlusses aller Metronen müssen daher die Einzelelemente $\tau$ eines jeden $R_p$ durch geodätische Linien begrenzt werden, so daß eine geodätische metrische Netzstruktur als Ausdruck des metrischen Verhaltens die metronische Feinstruktur eines jeden $R_p$ im $R_N$ trägt. Auf diese Weise erhält das metronische Tensorium eine metronische **Hyperstruktur** im $R_N$, welche die allgemein gültige Fassung des Begriffes eines **metronischen Tensoriums** darstellt.

Zunächst werde das Verhalten eines $R_p$ mit Hyperstruktur untersucht. Dimensionell sind in dieser einfachen metronischen Hyperstruktur $M = 1$ also $N = p$ und $L = 1$. Für $M > 1$ ist nach Gleichung

**(M17)** immer $\delta V = \alpha\tau^M$ mit dem metrischen Faktor $\alpha$. Ist aber $M = 1$, so muß grundsätzlich der Orientierung entsprechend $\delta V = \pm\tau$, also $\alpha = \pm 1$ sein, denn $\tau > 0$ muß wegen der vorausgesetzten Eigenschaft eine universelle Konstante zu sein, gegen jede metrische Deformation und jede Koordinatentransformation invariant bleiben, denn anderenfalls wäre $\tau$ keine Konstante dieser Art, was im Widerspruch zur Voraussetzung stehen würde. Nur für $M = 1$ ist $\alpha = \pm 1$ eine vom metrischen Verhalten unabhängige Eigenschaft. Für alle $M > 1$ kann $\alpha \neq \pm 1$ bleiben und wird von der metrischen Struktur bestimmt. Wird zum Beispiel aus dem $R_N$ mit $M > 1$ in den $R_{N-1}$ projiziert, dann gilt $\delta V' = \alpha'\tau^M$ im $R_N$ und $\delta V = \alpha\tau^{\frac{1}{p}(N-1)}$ in der Projektion, also $\frac{\delta V'}{\delta V} = \frac{\alpha'}{\alpha}\sqrt[p]{\tau}$. Andererseits gilt aber $\frac{\delta V'}{\delta V} = \delta x$, wenn $x$ die bei der Projektion verlorengegangene Koordinate ist. Für ihr metronisches Element kann immer $\delta x = \kappa_x \sqrt[p]{\tau}$ mit $|\kappa_x| = 1$ angenommen werden, was im Vergleich $\alpha' = \alpha\kappa_x$ liefert. Da in den metrischen Größen nach Gleichung **(M17)** immer $w$ enthalten ist und $\alpha$ für die Projektion gilt, muß auch $w' = w$ sein. $w' = \pm 1$ wird im euklidischen Fall erreicht, doch gilt offenbar $\alpha' = w' = \pm 1$ dann, wenn darüber hinaus noch $M = 1$, also $N = p$ angenommen wird. Mit $M = 1$ wird also der $R_p$ und damit der $R_N$ zu einer einfachen metronischen Hyperstruktur, weil nunmehr parallele, primitiv strukturierte Tensorien den ganzen $R_p \equiv R_N$ wegen $p = N$ ausfüllen. Wie auch immer die metrische Beschaffenheit dieser einfachen Hyperstruktur ist, für ihre metronischen Elemente muß grundsätzlich $\delta V = \tau$ wegen der metronischen Invarianz und $\alpha = \pm 1$ gelten. Alle diese Metronen müssen jedoch geodätisch begrenzt sein, so daß ein geodätisches Gitter den $R_p$ metrisch bestimmt. Zur Analyse einer allgemeinen Hyperstruktur $M > 1$ wird zunächst eine Präzisierung des Feinstrukturbegriffes der $L$ einfachen Tensorien $R_p$ notwendig, die den $R_N$ aufbauen. Wegen der $p$-Dimensionalität eines jeden $R_p$ wäre also die Feinstruktur dadurch gekennzeichnet, daß die Metronenziffern $n_i$ nicht einfache Zahlenfolgen sind, sondern jeweils $p$-fache Folgen bilden; das heißt, jede Folge $n_i$ ist zu einer zahlentheoretischen

Funktion zu ergänzen, welche von $p$ ganzzahligen Indizes $k_1^{(i)} \geqq 1$ mit $1 \leqq l \leqq p$ gemäß $n_i(k_l^{(i)})_1^p$ abhängt, so daß jedes Metron im $R_p$ durch $p$ ganze Zahlen $k_l^{(i)}$ festgelegt wird. Dieses Zuordnungsgesetz $n_i$ innerhalb der einfachen Hyperstrukturen $i$ des $R_N$ (allgemeine Hyperstruktur) wird im wesentlichen durch den Definitionsbereich
$P_l^{(i)} \leqq k_l^{(i)} \leqq Q_l^{(i)}$ dieser **Feinstrukturziffern**, also die metrische Begrenzung der einfachen Hyperstruktur $i$ im zugehörigen $R_p$ bestimmt. Nach der Selektortheorie könnte also $n_i(k_l^{(i)})_1^p = c_i;n$ durch einen Selektor, den sogenannten **Feinstrukturselektor** $c_i = c_i(\kappa_l^{(i)})_1^p$ ausgedrückt werden, der auf jeden Fall ein kombinierter Funktionalselektor ist, dessen $p$-dimensionales Selektorargument $\kappa_l^{(i)}$ immer $p$ Koordinationsselektoren enthalten muß, weil die $k_l^{(i)}$ unabhängig voneinander die ganzen Zahlen ihrer Definitionsbereiche
$P_l^{(i)} \leqq k_l^{(i)} \leqq Q_l^{(i)}$ durchlaufen. Mit diesem Feinstrukturselektor erfährt der Begriff des metronischen Feldes $\varphi(n_i)_1^L$ eine Erweiterung; denn es gilt $\varphi(n_i)_1^L = \varphi(c_i;n)_1^L = \phi;n$ mit dem kombinierten Funktionalselektor $\phi = \phi(K_k)_1^G$, wobei die $G \neq L$ Funktionalselektoren ($G = L$ ist auch möglich), $K_k$ die $L$ Feinstrukturselektoren $c_i$ enthalten. Die Feinstrukturen der einfachen Tensorien $R_p$ einer $L$-fachen Hyperstruktur im $R_N$ werden demnach beschrieben durch

$$n_i(k_l^{(i)})_1^p = c_i;n, \quad P_l^{(i)} \leqq k_l^{(i)} \leqq Q_l^{(i)}, \quad c_i = c_i(\kappa_l^{(i)})_1^p, \quad \kappa_l^{(i)};n = k_l^{(i)},$$
$$\varphi(n_i)_1^L = \varphi(c_i;n)_1^L = \phi;n, \quad \phi = \phi(K_k)_1^G \qquad \textbf{M18}.$$

Hierin wird der Selektor $\phi$ als **Feldselektor** bezeichnet, weil er durch sein Auswahlgesetz das metronische Feld $\varphi$ in allgemeinen metronischen Tensorien hinsichtlich seines Verlaufes beschreibt. Die Feinstrukturgleichung **(M18)** allein kann noch nicht die Hyperstruktur beschreiben; denn hierfür ist noch eine metrische Untersuchung erforderlich. Die $L$ einfachen Tensorien $n_i$ sind in einem $N = pM$-dimensionalen Raum $R_N$ geometrisch darstellbar, wenn $L$ der Auswahlregel $L = \binom{N}{p}$ genügt. Dieser $R_N$ hat dabei im allgemeinen Fall die metrische Struktur ${}^2\overline{g}(x^{\underline{k}})_1^N \neq {}^2\overline{g}^x$, wenn er auf beliebige kontravariante Koordinaten $x^{\underline{k}}$ bezogen wird. Diese notwendige metrische Untersuchung muß im allgemeinsten Fall auf eine metronische Theo-

rie der Strukturkomposition hinauslaufen; denn in infinitesimaler Approximation $\tau \to 0$ ist die allgemeinste metrische Beschreibung des $R_N$ durch die **Strukturkomposition** gegeben. Besteht das **Kompositionsfeld** aus $M = \omega \geqq 1$ Strukturtensoren, dann bleibt das Gesetz $N = p\omega$ für $\tau > 0$ gültig, weil diese Dimensionsbeziehung von der inneren Beschaffenheit des Tensoriums nicht abhängt, sondern allein auf die Eigenschaft der Infinitesimalmetrik zurückgeht, eine homogene quadratische Differentialform zu sein. Die metronische Metrik ist aber ebenfalls eine solche quadratische Form, woraus unmittelbar folgt, daß $N = p\omega$ auch für metronische Strukturkompositionen gilt. Die metrische Struktur des $R_N$ bedingt die Begrenzung seiner metronischen Elemente; denn nach der Forderung des stetigen Metronenanschlusses müssen die metronischen Elemente geodätisch begrenzt werden. Für die Gleichungen aller geodätischen Linien gilt aber in der Parameterdarstellung $\ddot{x}^i + \Gamma^i_{kl}\dot{x}^k\dot{x}^l = 0$ mit $1 \leqq (i,k,l) \leqq N$ im Kompositionsfeld des $R_N$ und diese geodätischen Linien bilden das metrische Netz, dessen die Metronen begrenzende Linien das metronische Gitter des $R_N$ aufspannen und seine Hyperstruktur bestimmen. Werden die $x^{\underline{k}}$ einer regulären Transformation $x^{\underline{k}}(\xi^{\underline{l}})_1^N$ unterworfen, so daß im $\xi^{\underline{l}}$-System $\ddot{\xi}^{\underline{l}} = 0$, also $\Gamma^i_{kl} = 0$ und daher ${}^2\overline{g} = \text{const}$ ist, dann wird dieses $\xi^{\underline{l}}$-System vom metrischen Gitter der geodätischen Linien gebildet, so daß die metronische Hyperstruktur des $R_N$ auf dieses System bezogen werden kann. Wird dieses System geodätischer Koordinaten $\xi^{\underline{l}}$ zugrunde gelegt, so kommt es wegen der metronischen Gesamtstruktur zu einem Auswahlprinzip, das heißt, das Koordinatenkontinuum wird zu einem nicht mehr infinitesimalen metronischen Gitter, weil in den einzelnen $R_p$ der Wert $\tau$ nicht unterschritten werden kann. Dies bedeutet aber, daß die $1 \leqq k \leqq N$ Koordinaten $\xi^{\underline{k}}$ selbst metronische Funktionen $\xi^{\underline{k}} = \xi^{\underline{k}}(n_i)_1^L$ werden, die durch die $L$ Feinstrukturselektoren bestimmt sind, so daß die $\xi^{\underline{k}}$ selber durch kombinierte Funktionalselektoren $X^{\underline{k}}$, die sogenannten kontravarianten **Hyperstrukturselektoren**, ausgedrückt werden können. Offensichtlich finden diese Hyperstrukturselektoren ihren Ausdruck in den Feinstrukturselektoren und in dem metronischen Fundamentalselektor des Tensoriums (der auch die

$c_j$ enthalten muß), wie auch die Hyperstruktur selbst durch die Feinstruktur und die metrische Struktur bestimmt wird. Die metronische Hyperstruktur eines $L$-fachen metronischen Tensoriums im $R_N$ wird beschrieben durch

$$^2\overline{\gamma};n = \text{const}, \qquad \xi^{\underline{k}} = X^{\underline{k}};n, \qquad 1 \leqq k \leqq N \qquad \textbf{M18a.}$$

Nur in bezug auf die Hyperstrukturselektoren, oder kurz **Hyperselektoren**, $X_l$ beziehungsweise $X^{\underline{l}}$ mit $1 \leqq l \leqq N$, sowie in bezug auf das durch sie beschriebene metronische Gitter ist die Geodäsiebedingung $^2\overline{\gamma};n = \text{const}$ erfüllt, während in bezug auf alle anderen Koordinaten $^2\overline{\gamma}$ zu einem Feldselektor wird. Dieser **Fundamentalselektor** des Strukturfeldes beschreibt aber andererseits wegen $^2\overline{\gamma};n = {}^2\overline{g}$ grundsätzlich irgendeine nichteuklidische Struktur des Tensoriums. Erst wenn in bezug auf die speziellen $x^{\underline{k}}$ für das metrische Feld $^2\overline{g} = [\kappa_i\kappa_k\delta_{ik}]_N = [\pm\delta_{ik}]_N$ wird, dann existiert im $R_N$ kein metrisches Feld und damit auch keine metrische Struktur. In einem solchen metrisch leeren $R_N$ sind daher die cartesischen, also geradlinig orthogonalen $x^{\underline{k}}$ geodätisch, so daß immer dieser leere $R_N$ als Bezugsraum metrischer Strukturen verwendet werden kann. Andererseits gelten im Fall $\tau > 0$ für die Koordinaten des metrisch leeren $R_N$ die metronischen Linearitäten $x_k = \alpha_k n_k$, die durch einfache Koordinationsselektoren darstellbar sind. Wegen dieser Linearität wird deutlich, warum sich der strukturlose metronische $R_N$ besonders gut als Bezugsraum metronischer Hyperstrukturen eignet. Das metronische Bezugsgitter $x_k = \alpha_k n_k = \kappa_k{}^p\sqrt{\tau}\cdot(\,)_k;n = C_k;n$ kann also durch einen linear wirkenden Selektor, den sogenannten **Gitterselektor** $C_k = \kappa_k{}^p\sqrt{\tau}(\,)_k$ beschrieben werden, auf den die Hyperselektoren bezogen werden können. $C_k \neq X_k$ weist stets auf die Existenz einer Hyperstruktur hin, während $C_k = X_k$ das Fehlen einer solchen Struktur anzeigt. Im Fall $C_k \sim X_k$ oder $C_k = \sum_{l=1}^{N} a_l X_l$, mit $a_l = \text{const}$, liegen Pseudostrukturen vor, die durch Drehungen und Paralleltranslationen der $x_k$ im Sinne regulärer Affinitäten zum leeren $R_N$ werden und daher mit $C_k = X_k$ äquivalent sind. Dieser als Bezugsgröße dienende Gitterselektor wird demnach durch

$$C_k = \kappa_k{}^p\sqrt{\tau}()_k, \quad x_k = C_k;n, \quad C_k = X_k, \quad {}^2\overline{\gamma};n = \text{const},$$

$$C_k \neq X_k, \quad {}^2\overline{\gamma};n = {}^2\overline{g} \qquad \textbf{M18b}$$

beschrieben.

Der Begriff der metronischen Hyperstruktur kann noch verfeinert werden, weil in jedem einfachen Feinstrukturbereich $R_p$ Flächenorientierungen durchführbar sind. Es seien $\overline{s}$ und $\overline{\sigma}$ zwei voneinander unabhängige geodätische Gitterlinien innerhalb einer der $\binom{p}{2}$ Koordinatenebenen eines $R_p$, welche die betreffende Koordinatenfläche $j$ mit $1 \leqq j \leqq \binom{p}{2}$ aufspannen. Da die beiden Linien voneinander unabhängig sind, können sie als die orientierten geodätischen Koordinaten $\overline{\xi}_\alpha$ und $\overline{\xi}_\beta$ der Koordinatenfläche $j$ des $R_p$ aufgefaßt werden, für deren Metrondifferential sich wegen der Orientierung die tensorielle Größe $\delta^2\overline{F}_{\alpha\beta} = \delta\overline{\xi}_\alpha \times \delta\overline{\xi}_\beta$ ergeben muß. Hieraus folgt unmittelbar $\delta^2\overline{F}_{\alpha\beta} = -\delta^2\overline{F}_{\beta\alpha}$. Die metronische Integration liefert ${}^2\overline{F}_{\alpha\beta} = \boldsymbol{SS}\delta\overline{\xi}_\alpha \times \delta\overline{\xi}_\beta$ und dieses Metronintegral muß wegen ${}^2\overline{F}_{\alpha\beta} = -{}^2\overline{F}_{\beta\alpha}$,bezogen auf den $R_N$,durch den metronischen Feldrotor eines Vektorfeldes $\overline{\varphi}_{\alpha\beta} = \overline{\phi}_{\alpha\beta};n$ gemäß ${}^2\overline{F}_{\alpha\beta} = \mathrm{ROT}_N\overline{\varphi}_{\alpha\beta}$ ausdrückbar sein. Da $1 \leqq j \leqq \binom{p}{2}$, also $1 \leqq (\alpha,\beta) \leqq p$ im $R_p$ gilt, können diese $\binom{p}{2}$ orientierten Flächen zur antisymmetrischen Hypermatrix

$$\hat{F} = ({}^2\overline{F}_{\alpha\beta})_p = (\mathrm{ROT}_N\overline{\varphi}_{\alpha\beta})_p = \mathrm{ROT}_N(\overline{\varphi}_{\alpha\beta})_p = \mathrm{ROT}_N\hat{\varphi}$$

zusammengefaßt werden, wenn formal $\hat{\varphi} = (\overline{\varphi}_{\alpha\beta})_p$ verwendet wird. Jede metronische Funktion ist nach der Selektortheorie durch einen Selektor darstellbar, was auch für matrizenhafte Systeme solcher Funktionen gelten muß. Es ist $\hat{F} = \hat{s};n$ und $\mathrm{ROT}_N\hat{\varphi} = \mathrm{ROT}_N\hat{\phi};n$, also im Vergleich $\hat{s} = \mathrm{ROT}_N\hat{\phi}$. Jeder Rotor, also auch der metronische, muß aber als Spin aufgefaßt werden, so daß $\hat{s}$ als Schema der $\binom{p}{2}$ **Spinselektoren** ${}^2\overline{s}_{\alpha\beta};n = {}^2\overline{F}_{\alpha\beta}$ des einfachen Tensoriums $R_p$ aus der $L$-fachen Hyperstruktur zu interpretieren ist. Die vektoriellen **Spinfeldfunktionen** $\overline{\varphi}_{\alpha\beta}$ sind dabei zum Schmea $\hat{\varphi}$ und die **Spinfeldselektoren** zum Schema $\hat{\phi}$ zusammengefaßt, welches ebenso wie sein Feldrotor auf den $R_N$ bezogen wurde. Stets ist das Schema dieser Spinfeldselek-

toren so beschaffen, daß das Schema der Spinselektoren gemäß $\hat{s};n$ jedem metronischen Bereich, also jeder Feinstruktur des $R_p$ einen metronischen Spin hinsichtlich des $R_N$ zuordnet, so daß $(\hat{s};n)_{n=1} = \hat{\tau}$ das Spinschema eines Metrons in bezug auf den $R_N$ angibt. Der den Begriff der metronischen Hyperstruktur ergänzende Begriff des **Metronspins** ist also in

$$\hat{s} = \mathrm{ROT}_N \hat{\phi}, \qquad (\hat{s};n)_{n=1} = \hat{\tau}, \qquad \hat{s} = ({}^2\overline{s}_{\alpha\beta})_p, \qquad \hat{\phi} = (\overline{\phi}_{\alpha\beta})_p,$$

$${}^2\overline{s}_{\alpha\beta};n = \boldsymbol{SS}\partial\overline{\xi}_\alpha \times \partial\overline{\xi}_\beta \qquad \textbf{M19}$$

enthalten. Mit diesem Spinselektor wird der metronischen Hyperstruktur noch eine stark variierbare Spinstruktur überlagert, welche den Elementen des Tensoriums Spinorientierungen zuordnet. Die durch die Gleichungen **(M18)** und **(M18b)** beschriebene metrische Hyperstruktur wird also durch **(M19)** zu einem metronischen Tensorium mit spinorientierter Hyperstruktur ergänzt, wodurch der Begriff des metronischen Tensoriums in die universellste Formulierung gebracht wurde. Liegt zu einer gegebenen infinitesimalen $R_N$-Struktur die Information $\tau > 0$ mit $p \leqq N$ und $M \geqq 1$ vor, dann erfolgt die Metronisierung in fünf Schritten.

a) Es wird untersucht, ob bzw. wie $N$ und $M$ zu erweitern sind, damit die dimensionelle Basisbeziehung **(15b)** erfüllt wird. Eine notwendige Erweiterung würde also zusätzliche Informationen hinsichtlich der metrischen Struktur erfordern.

b) Aus den Zahlen $p$ und $\tau$ sowie $N$ und den Kennziffern $\kappa_k$ können nach Gleichung **(M18b)** alle Gitterselektoren des leeren, also strukturlosen Bezugsraumes $R_N$ aufgebaut werden. Die Metronisierung des leeren Bezugsraumes ist jedoch erst dann abgeschlossen, wenn nach Gleichung **(M19)** das Schema der Spinfeldselektoren aufgeschlossen worden ist, das heißt, wenn die metronische Spinmatrix $\hat{s}$ und $\hat{\tau}$ bekannt sind. Bei der Aufstellung dieser antisymmetrischen Matrizen ist zu berücksichtigen, daß im strukturlosen Fall Hyper- und Gitterselektoren identisch werden und daher die Metronen durch gerade orthogonale Gitterlinien begrenzt werden, so daß jede metronische Volumen-

zelle eines einfachen Tensoriums durch $2\binom{p}{2} = p(p-1)$ spinorientierte Flächen $R_2$ begrenzt wird, die in ihrer Gesamtheit die der Hyperstruktur überlagerte metronische Spinorientierung bestimmen.

c) In diesem Schritt hat die Bestimmung der metrischen Struktur des $R_N$ zu erfolgen. Die $1 \leqq k \leqq N$ Koordinaten $y_k$ des $R_N$ erhalten ihre Orientierungen $\overline{e}_k$ derart, daß $d\overline{s} = \sum_{k=1}^{N} \overline{e}_k dy_k$ möglich wird, womit die infinitesimale Metrik $ds^2 = \sum_{ik=1}^{N} \overline{e}_i \overline{e}_k dy_i dy_k$ gebildet werden kann. Hierin werden die $y_k = y_k(x^l)_1^N$ auf cartesische kontravariante $x^k$ transformiert und das Verhalten von $(\vec{e}_i \vec{e}_k)_N$ untersucht, was $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$, also ${}^2g(x^k)_1^N$ bezogen auf die $x^k$ liefert. Ist auf diese Weise ${}^2g$ des $R_N$ bekannt, dann können aus den $1 \leqq i \leqq N$ Differentialgesetzen $\ddot{x}^i + \Gamma^i_{kl} \dot{x}^k \dot{x}^l = 0$ die $N$ Scharen geodätischer Linien bestimmt werden, die als Netz der metrischen Struktur selber zu einem Koordinatensystem $\xi^k$ werden. Wegen $\ddot{\xi}^k = 0$ müssen die Transformationen $x^l = x^l(\xi^k)_1^N$ zu $\Gamma^i_{kl} = 0$, also ${}^2g = \text{const}$ hinsichtlich $\xi^k$ führen. Wenn aber ${}^2\overline{g} = \text{const}$ ist, dann muß auch $g = |g_{ik}|_N = \text{const}$ sein.

Weil $g$ mit dem Quadrat der Funktionaldeterminante $|g| = \left(\frac{\partial(x^k)_1^N}{\partial(\xi^l)_1^N}\right)^2$ identisch ist, hat $g = \text{const}$ auch $\frac{\partial(x^k)_1^N}{\partial(\xi^l)_1^N} = \text{const}$ zur Folge, woraus $x^k(\xi^l)_1^N$ oder invers $\xi^l(x^k)_1^N$ ermittelt werden kann. Damit ist die metrische Struktur des $R_N$ gegeben. Wenn auf diese Weise ${}^2\overline{g}(x^k)_1^N$ und $\xi^l(x^k)_1^N$ explizit bekannt sind, dann kann nach **(M18b)** stets die Metronisierung mit $x^{\underline{k}} = C^{\underline{k}}; \mathrm{n} = \kappa^{\underline{k}^p} \sqrt{\tau}()^{\underline{k}}; n$ durchgeführt werden, so daß gemäß ${}^2\overline{g} = {}^2\overline{\gamma}(C^{\underline{k}})_1^N; n$ und $\xi^l = X^{\underline{l}}(C^{\underline{k}})_1^N; n$ der Fundamentalselektor sowie die Hyperselektoren als Funktionalselektoren der nach **(M18b)** vorgegebenen Gitterselektoren erscheinen.

d) Durch die in $c$ gewonnene Darstellung von $X^{\underline{l}}$ und ${}^2\overline{\gamma}$ durch die bekannten Gitterselektoren ist die Beschreibung der Hyperstruktur in

metronischer Fassung bereits prinzipiell erreicht; denn im allgemeinen erübrigen sich die Feinstrukturselektoren $c_i$, weil die Abhängigkeit der $L-N \geqq 0$ Koordinaten der $L$-einfachen Tensorien $R_p^{(i)}$ mit den Metronenziffern $n_i$ wegen $1 \leqq i \leqq L = \binom{N}{p} \geqq N$ für $N \geqq p$ im $R_N$ bereits durch die $N$ Gitterselektoren nach **(M18b)** eliminiert wurde. Werden trotzdem diese $L$ Feinstrukturselektoren $c_i$ als Funktionalselektoren der $p$-dimensionalen Subraster benötigt, so können sie durch ein Metronintegral ebenfalls auf die $N$ Gitterselektoren zurückgeführt werden. Hierzu wird der Definitionsbereich $\Omega_N$ von ${}^2\overline{\gamma};n$ auf die einfachen Tensorien $R_p$ projiziert, was für $N>p$ stets möglich ist (die $R_p^{(i)}$ sind hier Unterräume) und als Projektionen die Bereiche $\Omega_i$ in diesen Unterräumen liefert. Nach der stetigen Anschlußbedingung aller $\tau$ werden die Metronen geodätisch durch die $\xi^l$ des betreffenden $R_p^{(i)}$ begrenzt, so daß für eine Volumendifferenz

$$\Delta V_i = \prod_{l=1}^{p} \Delta\xi_{(i)}^l = \Delta \int_{V_i} \prod_{l=1}^{p} d\xi_{(i)}^l \quad \text{in} \quad 1 \leqq i \leqq L \quad \text{folgt. Die Metroni-}$$

sierung führt zu $\lim \Delta V_i = \delta V_i$ und die Metronenbedingung fordert in allen einfachen Tensorien $\delta V_i = \tau$. Einsetzen dieser metronischen Limesrelation ergibt $\int_{\tau} \prod_{l=1}^{p} d\xi_{(i)}^l = \tau$ und diese Beziehung kann metronisch längs $1 \leqq \nu \leqq n_i$ integriert werden. Einerseits gilt

$$\boldsymbol{S}_{\nu=1}^{n_i} \int_{\tau} \prod_{l=1}^{p} d\xi_{(i)}^l \delta\nu = V_i(\xi_{(i)}^l)_1^p \text{ und andererseits}$$

$$\boldsymbol{S}_{\nu=1}^{n_i} \int_{\tau} \prod_{l=1}^{p} d\xi_{(i)}^l \delta\nu = \boldsymbol{S}_{\nu=1}^{n_i} \tau\delta\nu = \tau n_i, \text{ also } V_i(\xi_{(i)}^l)_l^p = \tau n_i,$$

weil die Metronenziffern $\nu$ die ganze Projektion $\Omega_i$ durchlaufen. Es ist weiter $\xi_{(i)}^l = X_{(i)}^l;n$ und $X_{(i)}^l = X_{(i)}^l(C_k)_1^N$, also

$V_i(\xi_{(i)}^l)_1^p = V_i(C_k;n)_1^N = F_i;n$, wobei der Volumenselektor $F_i$ wiederum ein Funktionalselektor der $C_k$ ist. In $F_i;n = \tau n_i$ ist die Metronenziffer $n_i = n_i(k_{(i)}^l)_1^p$ durch das $p$-dimensionale Subraster $k_{(i)}^l$ bestimmt, dessen ganze Zahlen durch Koordinationsselektoren

$k^{l}_{(i)} = ()^{l}_{(i)};n$ darstellbar sind, so daß $n_i = c_i;n$ durch den Feinstrukturselektor ausdrückbar ist, der immer als Funktionalselektor erscheint. Einsetzen in $F_i;n = \tau n_i$ liefert dann eine Reduktion der Feinstrukturselektoren auf Gitterselektoren, nämlich

$$F_i;n = \overset{n_i}{\underset{\nu=1}{\boldsymbol{S}}} \int_{\tau} \prod_{l=1}^{p} d\xi^{l}_{(i)} \eth\nu, \qquad 1 \leqq i \leqq L \geqq N,$$

$$\tau c_i((\,)^{l}_{(i)})^{p}_{1} = F_i(C_k)^{N}_{1} \qquad \textbf{M20}$$

womit die Metronisierung des $R_N$ vollständig durchgeführt worden ist; denn alle die Hyperstruktur bestimmenden Selektoren $\gamma_{kl}$ sowie $X^{l}$ und $c_i$ mit $1 \leqq (k,l) \leqq N$ und $1 \leqq i \leqq L$ konnten nach c) und d) explizit durch die Gitterselektoren $C_k$ ausgedrückt werden, die aber unmittelbar alle Eigenschaften der metronischen Hyperstruktur enthalten. Wenn die Projektionen $\Omega_i$ soweit bekannt sind, daß die Intervallgrenzen aller Gitterlinien der Hyperstruktur, nämlich $P^{l}_{(i)} \leqq \xi^{l}_{(i)} \leqq Q^{l}_{(i)}$ in dem betreffenden Unterraum $R^{(i)}_{p}$ festliegen, dann kann das Metronintegral $F_i;n$ ausgeführt werden; denn wegen des stetigen geodätischen Anschlusses aller Metronen wird auch für das infinitesimale Gebietsintegral das Additionstheorem $\int_{a}^{b} + \int_{b}^{c} = \int_{a}^{c}$ anwendbar, was zur Lösung $\overset{n_i}{\underset{\nu=1}{\boldsymbol{S}}} \int_{\tau} \prod_{l=1}^{p} d\xi^{l}_{(i)} \eth\nu = \int_{\Omega_i} \prod_{l=1}^{p} d\xi^{l}_{(i)}$ führt.

e) Nach dem Vorangegangenen kann mit den Gitterselektoren jede Art von Feldgleichungen im $R_N$, also in der metronischen Hyperstruktur metronisiert werden, was darauf hinausläuft, daß alle Bestimmungsstücke der Feldgleichungen zu Selektoren werden. Ist $\varphi = \varphi(x^k)^{N}_{1}$ eine Feldfunktion, so wird diese mit $x^{\underline{k}} = C^{\underline{k}};n$ gemäß $\varphi(x^{\underline{k}})^{N}_{1} = \varphi(C^{\underline{k}};n)^{N}_{1} = \phi;n$ zum Feldselektor $\phi(C^{\underline{k}})^{N}_{1}$. Auch die infinitesimalen Operationen der Differentiation und Integration werden mit dem Gitterselektor zu metronischen Operationen. So folgt für die partielle Differentiation das Korrelat $\frac{\partial\varphi}{\partial x^k} \rightarrow \left(\frac{\eth_k\phi}{\eth C^{\underline{k}}}\right);n$ mit

$\eth C^{\underline{k}} = \sum_{i=1}^{N} \eth_i C^{\underline{k}}$ und $\eth_i n^{\underline{l}} = \delta_{il}$, so daß sich für das totale Differential die Korrelation

$$d\varphi = \sum_{k=1}^{N} \frac{\partial \varphi}{\partial x^k} dx^k \to \Big( \sum_{k=1}^{N} \eth_{(x^{\underline{k}})} \phi \Big); n \text{ ergibt.}$$

Ganz entsprechend folgt für die Integration $\int \varphi d\psi \to \boldsymbol{S}\phi; n \eth \psi$, wenn $\psi$ irgendeine andere Funktion des $R_N$ ist. Die Anwendung des Metronisierungsverfahrens auf beliebige Feldgleichungen wird demnach beschrieben durch

$$\varphi(x^{\underline{k}})_1^N \to \phi; n, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x^k} \to \Big( \frac{\eth_k \phi}{\eth C^{\underline{k}}} \Big); n, \quad d\varphi \to \Big( \sum_{k=1}^{N} \eth_{(C^{\underline{k}})} \phi \Big); n,$$

$$\eth C^{\underline{k}} = \sum_{i=1}^{N} \eth_i C^{\underline{k}}, \quad \eth_i n^{\underline{l}} = \delta_{il}, \quad \int \varphi d\psi \to \boldsymbol{S}\phi; n \eth \psi \qquad \textbf{M20a}$$

worin auch Gleichungen eines metrischen Feldes enthalten sind; denn ${}^2\overline{g}$ kann stets als tensorielle Feldfunktion aufgefaßt werden, welche in der metronischen Hyperstruktur durch den metrischen Fundamentalselektor dargestellt wird.

Nach diesem in den Schritten a) bis e) enthaltenen Metronisierungsverfahren können alle infinitesimal formulierten Beziehungen einer metronischen Revision unterworfen werden.

das totale

;$n\delta\psi$, wenn
ng des Metro-
demnach be-

;$n$,

**M20a**

en sind; denn
en, welche in
undamental-

ronisierungs-
hungen einer

## 5. Polymetrie relativer metaphorischer Kondensationen

Im folgenden werde vorübergehend in **(15b)** $M = \omega$ gesetzt. Ferner soll für die infinitesimale Operation der kovarianten Differentiation ein Operator $\lceil$ verwendet werden, der auf beliebige gemischtvariante Tensorfelder höheren Grades $m \leqq N$ einwirken kann. Ist $g_{ik} \neq g^*_{ki}$, dann gibt es hinsichtlich der Dreizeigersymbole $1 \leqq \varepsilon \leqq 6$ Formen der Wirkung, nämlich $\lceil^i_{km}$ sowie $(\lceil^i_{km})^x$ oder $(\lceil^i_{km})_+$ bzw. $(\lceil^i_{km})_-$, ferner $(\lceil^i_{km})^x_-$ und $0\lceil^i_{km} = 0$ als Fehlstelle, welche in den Kombinationen $s_1$ kontravariant $(+)$ und $s_2$ kovariant $(-)$ auf das gemischtvariante Tensorfeld einwirken, was durch $\lceil^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)}$ symbolisiert werden soll. Hier seien $s_1$ und $s_2$ die kontra- bzw. kovariante Typensignatur der Operatorwirkung. Diese Signaturen bestehen aus $1 \leqq \varepsilon_1(s_1) \leqq n_1$ oder $1 \leqq \varepsilon_2(s_2) \leqq n_2$ kontra- oder kovarianten Wirkungsvorschriften aus jeweils nur einer Modalität $\varepsilon_1$ oder $\varepsilon_2$ in $1 \leqq \varepsilon \leqq 6$, wenn das gemischtvariante Tensorfeld durch $n_1$ kontravariante und $n_2$ kovariante Indizierungen gekennzeichnet und somit $n_1 + n_2 = m$ der Tensorgrad ist. Diese $\lceil$-Operatoren erweitern den Tensorgrad um $1$, so daß $m$ auf $m \leqq N-1$ eingeschränkt werden muß, wenn keine Matrizenspur gebildet wird. Es sei ein metrisches Kompositionsfeld im $R_N$ gegeben, das aus $1 \leqq \nu \leqq \omega$ **Partialstrukturen** ${}^2\overline{g}_{(\nu)}(x^i)^N_1 \neq {}^2\overline{g}^x_{(\nu)}$ besteht und welche zu dem Kompositionsfeld ${}^2\overline{\mathrm{g}}({}^2\overline{g}_{(\nu)})^\omega_1 \neq {}^2\overline{g}^x$ komponieren. Zunächst werde dieses Kompositionsfeld analysiert. Sind die $\xi_j(x^{\underline{k}})^N_1$ die im allgemeinen nicht orthogonalen geodätischen Koordinaten, dann gilt für die infinitesimale Metrik $(ds)^2 = g_{ik}dx^i dx^k$, was aber mit Hilfe der bekannten Gitterselektoren $C_k = \alpha_k()_k$ in $x^{\underline{k}} = C^{\underline{k}};n$ und $\alpha^{\underline{k}} = \alpha_k = \kappa_k{}^p\sqrt{\tau}$ metronisiert werden kann, wenn für die Hyperselektoren $\psi_k;n = \xi_k$ gesetzt wird.

Wegen ${}^2\overline{\mathrm{g}} = {}^2\overline{\gamma};n$ wird also nach dem Metronisierungsverfahren $\alpha_i\alpha_k\gamma_{ik} = \sum_{l,m=1}^{N} \delta_i\overline{\psi}_l\delta_k\overline{\psi}_m = \delta_i\overline{\psi}\delta_k\overline{\psi}$, weil $\overline{\psi} = \sum_{s=1}^{N}\overline{\psi}_s$ gilt. Dieser

Ausdruck wiederum führt eindeutig zu dem linearen Theorem $\alpha_k \overline{\gamma} = \delta_k \overline{\psi}$; denn es kann $^2\overline{\gamma} = \overline{\gamma} \times \overline{\gamma}$ durch einen vektoriellen Selektor $\overline{\gamma}$ dargestellt werden, für dessen skalare Komponenten $(\gamma_i \times \gamma_k)_{\pm} \neq 0$ gilt, wenn $^2\overline{\gamma} \neq {}^2\overline{\gamma}^x$ ist. Aus dem Theorem $\delta_k \overline{\psi} = \alpha_k \overline{\gamma}_k$ kann der Hyperselektor $\overline{\psi}$ durch eine metronische Integration gewonnen werden. Zunächst muß dabei in Betracht gezogen werden, daß, wenn $\delta_i n_k = \delta_{ik}$ ist, auch $\delta_i n^{\underline{k}} = \delta_{ik}$ sein muß, was zu

$\delta_k n^{\underline{k}} = \sum_{l=1}^{N} \delta_l n^{\underline{k}} = \delta n^{\underline{k}}$ führt. Da $\delta_k n^{\underline{k}} = 1$ ist, muß also auch

$\delta n^{\underline{k}} = 1$, also $\alpha_k \overline{\gamma}_k = \alpha_k \overline{\gamma}_k ; () \delta n^{\underline{k}}$ sein. Wegen $x^{\underline{k}} = \alpha_k n^{\underline{k}}$ des leeren Bezugsraumes und $\alpha_k \delta n^{\underline{k}} = \delta x^{\underline{k}}$ kann also das Theorem immer in der Form $\delta_k \overline{\psi} = \overline{\gamma}_k ; () \delta x^{\underline{k}}$ geschrieben werden. Summation liefert $\sum_{k=1}^{N} \delta_k \overline{\psi} = \delta \overline{\psi}$, also $\delta \overline{\psi} = \sum_{k=1}^{N} \overline{\gamma}_k ; () \delta x^{\underline{k}}$. Hierin können die vektoriellen Selektoren $\overline{\gamma}_k$ immer als Zeilen- oder Spaltenvektoren eines Matrizenselektors $\hat{\kappa}$ aufgefaßt werden, so daß die Summation in der Form $\sum_{k=1}^{N} \overline{\gamma}_k ; () \delta x^{\underline{k}} = \hat{\kappa} ; () \delta \overline{x}$ durchgeführt werden kann. $\hat{\kappa}$ ist dabei von quadratischem Typ und gegen alle zugelassenen eineindeutigen regulären Transformationen invariant; d. h., $\hat{\kappa} = {}^2\overline{\kappa}$ ist ein tensorieller Selektor, bezogen auf diese Transformationen. Für den Hyperselektor gilt demnach die Metrondifferentialgleichung $\delta \overline{\psi} = {}^2\overline{\kappa} ; () \delta \overline{x}$, die wegen $\overline{\psi} = \boldsymbol{S} \delta \overline{\psi}$ auch als Metronintegral $\overline{\psi} = \boldsymbol{S}^2 \overline{\kappa} ; () \delta \overline{x}$ geschrieben werden kann. Der Hyperselektor der metronischen Hyperstruktur des Kompositionsfeldes erweist sich demnach als metronischer Integralsektor mit dem Kern $^2\overline{\kappa}$, der wegen dieser Eigenschaft als **Gitterkern** bezeichnet werden soll. Da dieser Gitterkern ein tensorieller Selektor ist, dessen Zeilen- oder Spaltenvektoren die Vektorselektoren $\overline{\gamma}_k$ von $^2\overline{\gamma}$ sind, muß die Iteration des Gitterkerns mit dem Fundamentalselektor identisch sein, das heißt, es gilt $^2\overline{\gamma} = sp(^2\overline{\kappa} \times {}^2\overline{\kappa})$. Aus diesem Sachverhalt ergibt sich unmittelbar der Zusammenhang zwischen den beiden Darstellungsmöglichkeiten $^2\overline{\gamma} = \overline{\gamma} \times \overline{\gamma}$ und $^2\overline{\gamma} = sp(^2\overline{\kappa} \times {}^2\overline{\kappa})$ des Fundamentalselektors. Nimmt man

$^2\overline{\kappa} = {}^2\overline{\kappa}_+ + {}^2\overline{\kappa}_- \neq {}^2\overline{\kappa}^x$ an, und wird neben dieser Spaltung

${}^2\overline{\gamma} = sp({}^2\overline{\kappa} \times {}^2\overline{\kappa})$ berücksichtigt, dann folgt

$2\gamma_{-ik} = \gamma_{ik} - \overset{*}{\gamma}_{ki} = 2 \sum_{\mu=1}^{N} (\kappa_{+i\mu}\kappa_{-\mu k} + \kappa_{-i\mu}\kappa_{+\mu k})$, das heißt, es ist entweder ${}^2\overline{\kappa}_+ = {}^2\overline{0}$ oder ${}^2\overline{\kappa}_- = {}^2\overline{0}$, wenn ${}^2\overline{\gamma} = {}^2\overline{\gamma}^x$ ist, da immer ${}^2\overline{\kappa} \neq {}^2\overline{0}$ bleiben muß. Der Hyperselektor kennzeichnet den metrischen Zustand des metronisch strukturierten $R_N$ in bezug auf den leeren $R_{N(0)}$. Nach $\overline{\psi} = \boldsymbol{S}^2\overline{\kappa};()\delta\overline{x}$ ist $\overline{\psi} = \pm\overline{\psi}^*$, wenn ${}^2\overline{\kappa} = {}^2\overline{\kappa}_\pm$ verwendet wird, so daß ${}^2\overline{\kappa};()\delta\overline{x} = ({}^2\overline{\kappa};()\delta\overline{x})^*$ gefordert werden muß. Ist dagegen $2\gamma_{+ik} = 2 \sum_{\nu=1}^{N} (\kappa_{+i\nu}\kappa_{+\nu k} + \kappa_{-i\nu}\kappa_{-\nu k}) = 0$, also ${}^2\overline{\gamma} = {}^2\overline{\gamma}_-$, dann muß stets ${}^2\overline{\kappa}_\pm = {}^2\overline{0}$ sein, was ${}^2\overline{\gamma} = {}^2\overline{0}$ bedeuten würde, und dies steht im Widerspruch mit ${}^2\overline{\gamma} \neq {}^2\overline{0}$, so daß ${}^2\overline{\gamma} = {}^2\overline{\gamma}_-$ grundsätzlich ausgeschlossen ist. In ${}^2\overline{\gamma}$ muß also immer ${}^2\overline{\gamma}_+ \neq {}^2\overline{0}$ sein, während ${}^2\overline{\gamma}_-$ nicht allein existieren kann. Diese Theoreme werden zusammengefaßt in

$$\overline{\psi} = \boldsymbol{S}^2\overline{\kappa};()\delta\overline{x}, \quad {}^2\overline{\gamma} = sp({}^2\overline{\kappa} \times {}^2\overline{\kappa}), \quad {}^2\overline{\gamma}_+ \neq {}^2\overline{0}, \quad \overline{\psi};n = \overline{\xi},$$
$$\overline{x} = \sum_{k=1}^{N} \overline{e}_k C^{\underline{k}} \qquad \textbf{M21}.$$

Eine ganz analoge Untersuchung kann für die Partialstrukturen angestellt werden. In diesem Zusammenhang ist es zunächst angebracht, die Begriffe eines sogenannten **Sieboperators** und der **Siebkette** zu definieren, deren Notwendigkeit sich aus der **Polymetrie** von Partialstrukturen aus $M = \omega > 1$ Gitterkernen ${}^2\overline{\kappa}_{(\mu)}$ mit $1 \leqq \mu \leqq \omega$ ergibt. Es kann stets durch einen derartigen Sieboperator $S(\mu)$ die nichteuklidische Natur eines der Gitterkerne $S(\mu);{}^2\overline{\kappa}_{(\mu)};n = {}^2\overline{E}$ gelöscht werden. Ist also $F({}^2\overline{\kappa}_{(\mu)})_1^\omega$ irgendein Funktionalselektor, dann wird mit einem solchen Sieboperator ein Gitterkern gemäß

$$S(j);F({}^2\overline{\kappa}_{(1)} \dots {}^2\overline{\kappa}_{(j)} \dots {}^2\overline{\kappa}_{(\omega)}) = F({}^2\overline{\kappa}_{(1)} \dots {}^2\overline{E}()/() \dots {}^2\overline{\kappa}_{(\omega)}) \quad \text{eliminiert.}$$

Nunmehr können $1 \leqq j \leqq s$ metrische Sieboperatoren nacheinander einwirken, derart, daß eine $s$-gliedrige Siebkette entsteht, was durch $S(j)_1^p = S(1);\dots S(j);\dots S(P)$ symbolisiert werden soll. Wenn es also

einen Funktionalselektor $F$ gibt, der von $s$ metrischen Strukturgrößen $\mu_j$ derart abhängt, daß $\mu_j = E$ zum Einheitsselektor wird, wenn die metrische Struktur nicht existiert, dann würde für $s \leqq \omega$ die Siebkette auf $F(\mu_j)_1^s$ in der Form $S(j)_1^s; F(\mu_j)_1^s = F(E)$ einwirken. Dieser Sachverhalt legt die Existenz zu $S(j)$ inverser Sieboperatoren nahe, durch welche eine metrische Größe $\mu$ wieder in einen Selektor $f(E)$ eingefügt wird. Diese Inversen sollen durch $(\mu)S$ symbolisiert werden, so daß die Einwirkung durch die Form $(\mu)S; f(E) = f(\mu)$ beschrieben wird. Die Erweiterung von $(\mu)S$ ist dann die inverse Siebkette $(\mu_j)_1^s S = (\mu_1)S; \ldots (\mu_j)S; \ldots (\mu_s)S$, die den Prozeß $S(j)_1^s; F(\mu_j)_1^s = F(E)$ in der Form $(\mu_j)_1^s S; F(E) = F(\mu_j)_1^s$ umkehrt. Solche metrischen Siebketten werden also durch

$$S(\mu_j)_1^s; F(\mu_j)_1^s = F(E;()), \quad (\mu_j)_1^s S; F(E;()) = F(\mu_j)_1^s, \quad s \leqq \omega \qquad \textbf{M21a}$$

in ihrer Definition und Wirkungsweise beschrieben. Mit derartigen metrischen Siebketten kann willkürlich der Grad der Polymetrie reduziert werden. Ist nämlich ${}^2\overline{g} = {}^2\overline{\gamma}; n$, dann muß diese Selektorfassung wegen ${}^2\overline{g}({}^2\overline{g}_{(\nu)})_1^\omega = {}^2\overline{g}({}^2\overline{\gamma}_{(\nu)}; n)_1^\omega = {}^2\overline{\gamma}({}^2\overline{\gamma}_{(\nu)})_1^\omega; n$ auch für die Partialstrukturen ${}^2\overline{g}_{(\nu)} = {}^2\overline{\gamma}_{(\nu)}; n$ gelten, wobei ${}^2\overline{\gamma}_{(\nu)}(C_k)_1^N$ ebenfalls durch die Gitterselektoren bestimmt wird, da in jeder der $\omega$ Partialstrukturen eine Metrik möglich sein muß, denn nach Einwirkung einer $(\omega - 1)$-gliedrigen metrischen Siebkette $S(j)_1^{\omega-1}$ auf das Kompositionsfeld bleibt gemäß $S(j)_1^{\omega-1}; {}^2\overline{g}({}^2\overline{g}_{(\nu)})_1^\omega = {}^2\overline{g}({}^2\overline{g}_{(\alpha)})$ nur eine einzige Partialstruktur übrig. Aus der Existenz dieser metronisierbaren Metrik $(ds_{(\nu)})^2 = g_{(\nu)ik}dx^i dx^k$ folgt dann mit den Hyperselektoren $\xi^L_{(\nu)} = \psi^L_{(\nu)}; n$ der betreffenden Partialstruktur ein der Gleichung **(M21)** analoges metronisches Integraltheorem, nämlich $\overline{\psi}_{(\nu)} = \boldsymbol{S}^2\overline{\kappa}_{(\nu)}; ()\eth\overline{x}$ mit dem Bildungsgesetz ${}^2\overline{\gamma}_{(\nu)} = sp({}^2\overline{\kappa}_{(\nu)} \times {}^2\overline{\kappa}_{(\nu)})$. Da hier der Gitterkern von $\nu$ zweifach auftritt, erscheint die Kennzeichnung des zugehörigen Fundamentalselektors durch den Doppelsuffix ${}^2\overline{\gamma}_{(\nu)} = {}^2\overline{\gamma}_{(\nu\nu)}$ zweckmäßig. Alle Partialstrukturen werden also von $\omega$ Gitterkernen ${}^2\overline{\kappa}_{(\nu)}$ aufgebaut, so daß für das Komposi-

tionsgesetz ${}^2\overline{\gamma}({}^2\overline{\gamma}_{(\nu\nu)})_1^\omega = {}^2\overline{\gamma}({}^2\overline{\kappa}_{(\nu)})_1^\omega$ gesetzt werden kann. Durch die Einwirkung der metrischen Siebkette ergibt sich demnach zu Gleichung **(M21)** die Ergänzung

$$\overline{\psi}_{(\nu)} = \boldsymbol{S}^2\overline{\kappa}_{(\nu)};()\,\overline{\delta x}, \qquad {}^2\overline{\gamma}_{(\nu\nu)} = sp({}^2\overline{\kappa}_{(\nu)} \times {}^2\overline{\kappa}_{(\nu)}),$$

$${}^2\overline{\gamma}_{(\nu\nu)};n = {}^2\overline{g}_{(\nu)}(x^L)_1^N, \qquad {}^2\overline{\gamma} = {}^2\overline{\gamma}({}^2\overline{\kappa}_{(\nu)})_1^\omega, \qquad N = p\omega \qquad \textbf{M21b}$$

welche der Metronisierung der Partialstrukturen Rechnung trägt. Die Bildung von ${}^2\overline{\gamma}_{(\nu\nu)} = sp({}^2\overline{\kappa}_{(\nu)} \times {}^2\overline{\kappa}_{(\nu)})$ aufgrund der Metronisierung ermöglicht eine Vertiefung des Begriffes vom Fundamentalselektor der Partialstrukturen; denn es ist grundsätzlich die Bildung

$sp({}^2\overline{\kappa}_{(\mu)} \times {}^2\overline{\kappa}_{(\nu)})$ mit $\mu \neq \nu$ möglich, was zu den Selektoren

${}^2\overline{\gamma}_{(\mu\nu)} = sp({}^2\overline{\kappa}_{(\mu)} \times {}^2\overline{\kappa}_{(\nu)})$ führt. Die Möglichkeit dieser Selektoren ergibt sich unmittelbar aus der metronischen Erweiterung der infinitesimalen Theorie. Wegen der nichthermiteschen Eigenschaften der Gitterkerne aller Partialstrukturen wird ${}^2\overline{\gamma}_{(\mu\nu)} \neq {}^2\overline{\gamma}^x_{(\mu\nu)}$, aber auch ${}^2\overline{\gamma}_{(\nu\nu)} = {}^2\overline{\gamma}_{(\nu)}$ zur ursprünglichen Partialstruktur. Offensichtlich umfaßt die Hypermatrix $\hat{\gamma} = ({}^2\overline{\gamma}_{(\mu\nu)})_\omega$ alle Fundamentalselektoren, die aus den Gitterkernen der $\omega$ Partialstrukturen gebildet werden können. Im allgemeinen wird $\hat{\gamma} \neq \hat{\gamma}_T$ bleiben, weil $({}^2\overline{\kappa}_{(\mu)} \times {}^2\overline{\kappa}_{(\nu)})_- \neq {}^2\overline{0}$ nicht notwendig zu kommutieren braucht. Die in diesem Matrixselektor $\hat{\gamma}$ enthaltenen $\omega$ Diagonalelemente sind eindeutig die Fundamentalselektoren der entsprechenden Partialstrukturen, während die $\omega(\omega-1)$ Extradiagonalen fundamentale Korrelationen der Gitterkerne im Sinne weiterer Fundamentalselektoren bilden, von denen ein jeder tensoriellen Charakter haben muß, also in einen hermiteschen und einen antihermiteschen Anteil spaltbar ist. Da in diesen extradiagonalen Elementen eine erste tensorielle Korrelation der Gitterkerne vorliegt, sollen diese Elemente im Gegensatz zu den diagonalen **Partialselektoren** als **Korrelationsvermittler** und demzufolge $\hat{\gamma}$ als **Korrelator** bezeichnet werden. Diese beiden Selektortypen

$${}^2\overline{\gamma}_{(\mu\nu)} = sp({}^2\overline{\kappa}_{(\mu)} \times {}^2\overline{\kappa}_{(\nu)}), \qquad \hat{\gamma} = ({}^2\overline{\gamma}_{(\mu\nu)})_\omega \qquad \textbf{M22}$$

haben in der infinitesimalen Analysis kein Analogon und müssen daher

als eine Folge der Metronisierung des $R_N$ aufgefaßt werden, obgleich mit $\tau \to 0$ aus ${}^2\overline{\gamma}_{(\mu\nu)};n$ eine infinitesimale Feldfunktion wird. Wenn der Sieboperator auf $\hat{\gamma}$ einwirkt, dann muß $S(\nu);{}^2\overline{\gamma}_{(\nu\nu)} = {}^2\overline{E}\frac{()}{()}$, also $S(\nu);{}^2\overline{\kappa}_{(\nu)} = {}^2\overline{E}\frac{()}{()}$ wegen ${}^2\overline{\gamma}_{(\nu\nu)} = sp({}^2\overline{\kappa}_{(\nu)} \times {}^2\overline{\kappa}_{(\nu)})$ und

$S(\nu);{}^2\overline{\gamma}_{(\mu\nu)} = sp({}^2\overline{\kappa}_{(\mu)} \times {}^2\overline{E}) = {}^2\overline{\kappa}_{(\mu)}$ berücksichtigt werden. Kommt es zur Einwirkung $S(\nu);\hat{\gamma}$ dann entarten in $\hat{\gamma}$ die Zeile $\nu$ und die Spalte $\nu$ zu den betreffenden Gitterkernen, während im Schnitt beider Reihen ${}^2\overline{E}\frac{()}{()}$ liegt. $\psi_k;n = \xi_k$ kennzeichnet eine Gitterlinie der metronischen Hyperstruktur des $R_N$, aber $C_k;n = x_k$ die entsprechende für den leeren $R_{N(0)}$. Für $\overline{\psi} = \overline{C}$ wird auch der $R_N$ leer und die $\xi_k$ geradlinig äquidistant metronisiert. Erst für ${}^2\overline{\gamma} \neq {}^2\overline{E}$ wird $\overline{\psi} \neq \overline{C}$ und $\overline{\psi};n$, bezogen auf $\overline{x}$ des $R_{N(0)}$, gekrümmt. Da grundsätzlich jede gekrümmte Linie länger ist als die gerade, auf welche sie projiziert wird, muß im Fall der Projektion für die Metronenziffern nachfolgender Sachverhalt gelten. Sind in einem Intervall $a_k \leqq x_k \leqq b_k$ insgesamt $n_k = \frac{1}{\alpha_k}(b_k - a_k)$ Metronenziffern, aber längs der über diesem Intervall definierten Kurve $\xi_k$ dagegen $N_k$ Metronenziffern, dann muß, weil die gekrümmte Linie $\xi_k$ mindestens die gleiche Länge wie die Gerade $x_k$ hat, $N_k \geqq n_k$ sein. Da außerdem, bezogen auf die Gitterlinie $x_k \sim n_k$ stets $N_k(n_l)_1^N$ ist, folgt $\delta_l N_k \geqq \delta_l n_k = \delta_{lk}$. Offenbar kommt es bei der Projektion zu Häufungsstellen der projizierten Metronziffern, und diese metronischen Kondensationen müssen wiederum ein Maß für die metrische Abweichung sein, welche zwischen $\xi_k$ und $x_k$ besteht. Diese Abweichung ist aber nichts anderes als der Unterschied zwischen der metronischen Hyperstruktur eines Tensoriums und einem leeren Tensorium. Dieser Unterschied wächst mit dem Grad der metronischen **Kondensation**, so daß die Möglichkeit besteht, die metronische Hyperstruktur $R_N$ durch eine metronische Theorie von **Strukturkondensationen** zu beschreiben, wenn es gelingt, ein Maß des Kondensationsgrades aufzufinden. Hier erscheint der Be-

griff der «Kondensation» nicht nur relativer Natur, sondern auch von metaphorischer Art. Wird in $\eth_l N_k \geqq \delta_{lk}$ der Faktor $K_k \geqq 1$ eingeführt, so daß $\eth_l N_k = K_k \delta_{kl}$ wird, dann kann $K_l$ als ein solches Maß des Kondensationsgrades betrachtet werden, denn $K_k = 1$ bedeutet das Fehlen und $K_k > 1$ das Vorhandensein einer Kondensation längs $x_k$. Es ist

$K_k = \sum_{l=1}^{N} \eth_l N_k = \eth N_k$ und wegen $\sum_{i=1}^{N} \eth_i n_k = \eth n_k = 1$.

Wenn $\sum_{k=1}^{N} \eth N_k = \eth \sum_{k=1}^{N} N_k = \eth \underline{N}$ gesetzt wird, folgt

$\eth \underline{N} = \sum_{k=1}^{N} K_k \eth n_k = \overline{K} \eth \overline{n}$ oder $\underline{N} = \boldsymbol{S} \overline{K} \eth \overline{n}$. Diese Beziehung

$$\underline{N} = \boldsymbol{S} \overline{K} \eth \overline{n}, \qquad \overline{n} = \sum_{k=1}^{N} \overline{e}_k Z(k); n \qquad \textbf{M23}$$

beschreibt vollständig die metronische Strukturkondensation, und zwar $\underline{N}$ die integrale Kondensation bzw. $\overline{K}$ den Kondensationsgrad, also die metronische Dichte der integralen Kondensation. Aus der Darstellung $\eth_l N_k = K_k \delta_{kl}$ folgt direkt ein Zusammenhang zwischen $\overline{K}$ und dem Gitterkern. Es ist nämlich stets, wenn das metronische Gitter für ${}^2\overline{\gamma} \neq {}^2\overline{E}$ auf dasjenige von ${}^2\overline{\gamma} = {}^2\overline{E}$ bezogen wird,

$\eth_l N_k = \eth_{x^l} \xi_k(x_m)_1^N = \frac{1}{\alpha_l} \eth_l \xi_k$, was mit $\eth_l N_k = K_k \delta_{kl}$ verglichen

$\eth_l \xi_k = \alpha_l K_k \delta_{kl} = \alpha_l K_k \eth_l n_k$ oder nach Summation

$\eth \xi_k = K_k \sum_{l=1}^{N} \alpha_l \eth_l n_k = K_k \eth x_k$ liefert. Multiplikation mit $\overline{e}_k$ und abermalige Summation liefert dann $\eth \overline{\xi} = \sum_{k=1}^{N} \overline{K}_k \eth x_k = {}^2\overline{K} \eth \overline{x}$, weil die $\overline{e}_k$ zum System $\xi_k$ gehören und das quadratische Schema invariant bleibt. Bildung des Metronintegrals und Substitution mit dem Hyperselektor $\overline{\xi} = \overline{\psi}; n$ liefert dann $\overline{\psi}; n = \boldsymbol{S}^2 \overline{K} \eth \overline{x}$. Verglichen mit $\overline{\psi}; n = \boldsymbol{S}^2 \overline{\kappa}; n \eth \overline{x}$ folgt demnach ${}^2\overline{K} = {}^2\overline{\kappa}; n$, das heißt, die Vektoren $\overline{K}_k$, die nach Gleichung **(M23)** den metronischen Kondensationsgrad $\overline{K} = \sum_{k=1}^{N} \overline{K}_k$ darstellen, erweisen sich als Zeilen- oder Spaltenvekto-

ren des Gitterkerntensors ${}^2\overline{\kappa};n$, so daß gemäß der Identität

$$ {}^2\overline{K} = {}^2\overline{\kappa};n \qquad \textbf{M23a} $$

der Gitterkern ${}^2\overline{\kappa}$ unmittelbar als ein Maß des metronischen Kondensationsgrades einer Hyperstruktur angesehen werden kann, wodurch dieser Selektor eine anschauliche Interpretation erfährt.

Wird der $R_N$ vorübergehend nicht metronisch, sondern infinitesimal aufgefaßt, und wird in ihm ein kontravariantes Vektorfeld parallel verschoben, dann erfahren seine Komponenten, wenn $\Gamma^i_{kl} \neq 0$ bezogen auf den $R_{N(0)}$ ist, eine infinitesimale Änderung $A^i + dA^i = A^i - \Gamma^i_{kl} \mathrm{A^k dx^l}$ oder $dA^i = -\Gamma^i_{kl} A^k dx^l$, wobei die übliche Summationsregel gemischtvarianter Indizes Anwendung finden soll. Es ist $dA^i \neq 0$ für $\Gamma^i_{kl} \neq 0$, aber $dA^i = 0$ für $\Gamma^i_{kl} = 0$, also im pseudoeuklidischen $R_{N(0)}$. Wenn ${}^2\overline{g} = {}^2\overline{E}$ ist, dann wird ein Vektorfeld durch Translationen nicht geändert, wohl aber im Fall ${}^2\overline{g} \neq {}^2\overline{E}$. Der gleiche Sachverhalt muß auch gelten, wenn der $R_N$ mit ${}^2\overline{g} \neq {}^2\overline{E}$ eine auf den leeren $R_{N(0)}$ bezogene metronische Hyperstruktur ist. $\vec{A}(x^l)^N_1$ wird dann zur metronischen Vektorfunktion $\overline{A}(n^{\underline{l}})^N_1$ und die Differentiale werden zu Metrondifferentialen, während $(\Gamma^i_{kl})_\tau$ andeuten soll, daß die Strukturfunktion $\Gamma^i_{kl}$, bezogen auf die $x^{\underline{l}} = \alpha_l n^{\underline{l}}$, ge-

ten soll, daß die Strukturfunktion $\Gamma^i_{kl}$ bezogen auf die $x^{\underline{l}} = \alpha_l n^{\underline{l}}$ ge-

mäß $\tau > 0$ metronisiert worden ist (für die $\alpha_l$ gelte im folgenden die Summationsregel nicht). Wegen $\delta x^{\underline{l}} = \alpha_l$ gilt demnach für die Metronisierung der Infinitesimaltranslation $\delta A^{\underline{i}} = -(\Gamma^{\underline{i}}_{kl})_\tau A^{\underline{k}} \alpha^{\underline{l}}$, wobei $\alpha^{\underline{l}} = \alpha_l$ lediglich angibt, daß hier dem Gesetz gemischtvarianter Indizes zufolge summiert wurde. Die metronische Änderung des Vektorfeldes als Folge der Translation muß in der Projektion in den $R_{N(0)}$ wiederum als eine Dichteänderung der $\overline{A}$ bestimmenden Metronenziffern erscheinen, und zwar unabhängig davon, ob $\Gamma^i_{kl}$ die metrischen Eigenschaften eines Kompositionsfeldes oder einer Partialstruktur angibt. Wenn aber $(\Gamma^{\underline{i}}_{kl})_\tau$ als metrische Funktion die Änderung des metronischen Kondensationsgrades eines Vektorfeldes bei einer Ortsänderung im $R_N$ beschreibt, dann muß der diese Funktion bestimmende Funk-

tionalselektor in fundamentaler Weise die Ortsänderung eines jeden metronischen Kondensationsgrades kennzeichnen, derart, daß dieser Kondensor, oder besser **Fundamentalkondensor**, den metronischen Kondensationszustand der Hyperstruktur des $R_N$ in bezug auf $R_{N(0)}$ in universellster Form beschreibt. Zunächst muß die kovariante Form $\Gamma_{ikl}(\tau)$ beschrieben werden, wobei im allgemeinsten Fall ${}^2\overline{g}_{(ab)} \neq {}^2\overline{g}^{x}_{(ab)}$ sein kann und der hierzu gehörige Fundamentalselektor soll ein Extradiagonalelement von $\hat{\gamma}$ mit den Gitterkernen ${}^2\overline{a}$ und ${}^2\overline{b}$ (beide nichthermitesch) sein. Unter diesen universellen Voraussetzungen ${}^2\overline{g}_{(ab)} = {}^2\overline{\gamma}_{(ab)}; n$ und ${}^2\overline{\gamma}_{(ab)} = sp({}^2\overline{a} \times {}^2\overline{b}) \neq {}^2\overline{\gamma}^{x}_{(ab)}$, wird die kovariante Metronisierung möglich.

Im symmetrischen bzw. hermiteschen Sonderfall $g_{ik} = g_{ki}$ oder $g_{ik} = g^{*}_{\mathrm{ki}}$ können die $\Gamma_{ikm}$ eindeutig in der bekannten Weise durch

$$2\Gamma_{ikm} = \frac{\partial g_{im}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{ki}}{\partial x^m} - \frac{\partial g_{km}}{\partial x^i}$$

dargestellt werden. Diese explizite Beschreibung ist jedoch im allgemeinen Fall einer nichthermiteschen Cartan-Geometrie unmöglich; denn ein eindeutiger Zusammenhang zwischen den Dreizeigersymbolen und den $g_{ik} \neq g^{*}_{ki}$ kann ohne weitere Zusatzannahmen hinsichtlich der $g_{ik}$ nicht aufgefunden werden (D. K. SEN, Fields and / or Particles). Allerdings müssen sich im allgemeinen Fall dieser Cartan-Geometrie beim Übergang $g_{ik} \to g_{+ik} = g^{*}_{+ki}$ die Darstellung kovariant hermitescher Dreizeigersymbole ergeben. Auch müssen diese $\Gamma_{ikm}$ für $g_{ik} \neq g^{*}_{ki}$ beim Bezug auf geodätische Koordinaten verschwinden. Da bei diesem Bezug $g_{ik} = \mathrm{const}$ hinsichtlich aller Koordinaten wird und dann $\Gamma_{ikm} = 0$ gilt, können die nichthermiteschen Dreizeigersymbole nur in irgendeiner Form von den partiellen Ableitungen der Komponenten $g_{ik}$ abhängen. Gilt ganz allgemein $g^{(ab)}_{ik} = \gamma^{(ab)}_{ik}; n$ mit ${}^2\overline{\gamma}_{(ab)} \neq {}^2\overline{\gamma}^{x}_{(ab)}$ für $\tau > 0$, dann werden die nichthermiteschen Dreizeigersymbole gemäß $\Gamma^{(ab)}_{ikm} \to \Gamma^{(ab)}_{ikm}(\tau > 0)$ zu metronischen Funktionen, die, wie auch immer geartet, gemäß $\Gamma^{(ab)}_{ikm}(\tau > 0) = \left[ ikm \right]_{(ab)}; n$ durch nichthermitesche Funktionalselektoren $\left[ ikm \right]_{(ab)}$ ausgedrückt werden

können, die ihrerseits hinsichtlich der kovarianten Indizes $(k,m)$ in einen hermiteschen und einen antihermiteschen Anteil (indiziert durch $+$ oder $-$) spaltbar sind. Mithin sind diese Funktionalselektoren $\left[\,_{ikm}\,\right]_{(ab)}$ die Komponenten des Fundamentalkondensors für ${}^2\overline{\gamma}_{(ab)} \neq {}^2\overline{\gamma}^{x}_{(ab)}$. Werden diese Komponenten gemäß

${}^{[3]}\left[\left[\,_{pkl}\,\right]_{(ab)}\right]_N = [\widehat{ab}]$ zu einem Schema zusammengefaßt, dann bezeichnet dieses Schema den Fundamentalkondensor der allgemeinen Struktur ${}^2\overline{\gamma}_{(ab)} = sp({}^2\overline{a} \times {}^2\overline{b}) \neq {}^2\overline{\gamma}^{x}_{(ab)}$ in kovarianter Fassung. Zusammengefaßt wird die kovariante Form dargestellt durch

$${}^2\overline{\gamma}_{(ab)} = sp({}^2\overline{a} \times {}^2\overline{b}), \qquad \lceil^{(ab)}_{pkl}(\tau) = \left[\,_{pkl}\,\right]_{(ab)}; n$$

$${}^{[3]}\left[\left[\,_{pkl}\,\right]_{(ab)}\right]_N = [\widehat{ab}] \qquad \textbf{M24.}$$

Bei der Metronisierung von Strukturfeldgleichungen erscheinen die metrischen Feldfunktionen nicht in ko-, sondern in gemischtvarianter Form, so daß der gemischtvariante Fundamentalkondensor aufgefunden werden muß. Ist im allgemeinsten Fall ${}^2\overline{\gamma}_{(cd)} = sp({}^2\overline{c} \times {}^2\overline{d})$ irgendein anderes Element von $\hat{\gamma}$ und stehen die zugehörigen Strukturtensoren in Korrelation zueinander, dann besteht nach der Theorie der Kompositionsfelder und ihrer Partialstrukturen immer die Möglichkeit, $\left[\,_{pkl}\,\right]_{(ab)}$ mit der kontravarianten Form ${}^2\overline{\gamma}^{-1}_{(cd)}$ in die gemischtvariante Stufe zu heben. Dieser Prozeß ist aber nicht eindeutig, weil die extradiagonalen Fundamentalselektoren von $\hat{\gamma}$ sich jeweils aus zwei verschiedenen Gitterkernen aufbauen. Bei dem Übertragungsvorgang in die gemischte Varianz bedeutet $\gamma^{ip}_{(cd)}\left[\,_{pkl}\,\right]_{(ab)} = \left[\,{}^{i}_{k\ l}\,\right]^{(cd)}_{(ab)}$, daß

dieses **Binärfeld** dadurch entstanden ist, daß der kontravariante Index vom Gitterkern ${}^2\overline{c}_{(-)}$ geliefert wurde, während der Index des Gitterkerns ${}^2\overline{d}_{(+)}$ die Summation ermöglicht; denn es gilt stets

$\gamma^{ip}_{(cd)} = \sum_{\nu=1}^{N} c^{i}_{\nu} d^{p}_{\nu}$. Hieraus folgt unmittelbar, daß im allgemeinen

$\left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{(ab)} \neq \left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{(ab)}$ wird. Allgemein können in einem solchen Fundamentalkondensor $(ab)$ als **Basissignatur**, $(cd)$ als **Kontrasignatur** zur Basis und die Angaben $(+,-)$ bzw. $(-,+)$ als **Wirkungssignatur** zwischen Kontra- und Basissignatur bezeichnet werden. Auch diese gemischtvarianten Formen können zu dem allgemeinen Schema des gemischtvarianten binären Fundamentalkondensors

$$[3]\left[\left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{(ab)}\right]_N = \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ ab \end{smallmatrix}\right]$$

zusammengefaßt werden. Ganz analog kann noch ein ternärer und ein quartärer, also völlig kontravarianter Fundamentalkondensor gebildet werden. Doch sind hierfür keine zusätzlichen Kriterien zu entwickeln, weil diese Ternär-und Quartärformen in den infinitesimalen Strukturfeldgleichungen nicht auftreten. Für den binären Fundamentalkondensor gilt also

$$^2\overline{\gamma}_{(cd)} = sp(^2\overline{c} \times {}^2\overline{d}), \qquad \gamma^{ip}_{(cd)}\left[\begin{smallmatrix} pkl \end{smallmatrix}\right]_{(ab)} = \left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{(ab)},$$

$$[3]\left[\left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{(ab)}\right]_N = \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ ab \end{smallmatrix}\right] \qquad \textbf{M24a}.$$

Mit diesem Selektor wird es wiederum möglich, die $\lceil$-Operatoren in eine metronische Selektorfassung zu bringen. Die infinitesimalen $\lceil$-Operatoren wirken linear durch die Komponenten der Parallelverschiebungsfelder. Wenn ein $\lceil$-Operator metronisiert wird, dann wirken nach **(M24)** und **(M24a)** immer die metronischen Kondensationszustände im Sinne von Funktionalselektoren auf irgendeine metronische Feldfunktion, das heißt, die metronisierten $\lceil$-Operatoren sind immer Funktionalselektoren, welche mit Hilfe von metronischen Kondensationsfeldern wirken. Aus diesem Grunde erscheint für derartige metronisierte Operatoren die Bezeichnung **Kondensfeldselektoren** angebracht. Es kommt nunmehr darauf an, mit den Gleichungen **(M24)** und **(M24a)** diese Kondensfeldselektoren durch eine Metronisierung der infinitesimalen $\lceil$-Operatoren kovarianter Differentiation explizit darzustellen.

Werden die das metronische Gitter bildenden geodätischen Linien als Parameterfunktionen auf das geodätische System $x^{\underline{i}}$ aus $R_{N(0)}$ bezogen, dann genügen diese Gitterlinien dem Gleichungssystem $\ddot{x}^i + \Gamma^i_{kl}\dot{x}^k\dot{x}^l = 0$. Ist $p$ der Parameter, dann gilt auch für die Metronenziffern $n^{\underline{i}}(p)$ im $R_{N(0)}$, wobei auch $p$ metronisiert erscheinen muß. Demnach gilt $\ddot{x}^{\underline{i}} = \alpha_i \delta_p^2 n^{\underline{i}}$ und $\dot{x}^{\underline{i}} = \alpha_i \delta_p n^{\underline{i}}$, während aus der Translationsfeldkomponente eine Kondensorwirkung

$\Gamma^i_{kl} \to \left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{(ab)+}; n$ wird. Dies bedeutet, daß für das metronische Gitter die Gleichung $\delta_p^2 n^{\underline{i}} + \dfrac{\alpha_k \alpha_l}{\alpha_i}\delta_p n^{\underline{k}}\delta_p n^{\underline{l}}\left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{(ab)+}; n = 0$ gilt, und zwar in bezug auf die Hyperstruktur $C_0$ des $R_{N(0)}$. Wird dagegen auf die Hyperstruktur $C_\xi$ des $R_N$ bezogen, dann gilt infinitesimal $\ddot{\xi}^i = 0$ mit $\Gamma^i_{kl} = 0$, was in $\Gamma^i_{kl} \to \left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{(ab)+}; n$ eingesetzt

$\left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{(ab)+}; n = 0$ liefert, so daß $\left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{(ab)+} = 0$ mit dem Nullselektor identisch wird. Bezogen auf $C_\xi$ gilt demnach $\left[\widehat{\begin{smallmatrix} cd \\ ab \end{smallmatrix}}\right]_{(\xi)} = \hat{0}$, während dieser Kondensor, bezogen auf $C_0$ oder irgendein anderes System vom Nullschema verschieden bleibt. Dieser Sachverhalt wird zusammengefaßt in

$$\delta_p^2 n^{\underline{i}} + \frac{\alpha_k \alpha_l}{\alpha_i}\delta_p n^{\underline{k}}\delta_p n^{\underline{l}}\left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{(ab)+}; n = 0, \qquad n^{\underline{i}} = n^{\underline{i}}(p),$$

$$\delta_p^2 \xi^{\underline{i}} = 0, \qquad \left[\widehat{\begin{smallmatrix} cd \\ ab \end{smallmatrix}}\right]_{(\xi)} = \hat{0}, \qquad \left[\widehat{\begin{smallmatrix} cd \\ ab \end{smallmatrix}}\right] \neq \hat{0} \qquad \textbf{M25},$$

wobei die Hyperstruktur $C_\xi$ des $R_N$ auf $C_0$ des $R_{N(0)}$ bezogen wurde. Da $\ddot{x}^i + \Gamma^i_{kl}\dot{x}^k\dot{x}^l = 0$ gegen alle regulären eineindeutigen Transformationen invariant ist, muß die metronische Fassung auch dann gelten, wenn die Hyperstruktur $C_\xi$ auf irgendeine andere Struktur $C' \neq C_0$ des $R_N$ abgebildet wird; denn dann bezieht sich die Kondensation nur auf ein anderes von $x^{\underline{i}} \sim n^{\underline{i}}$ abweichendes Gitter $x'^{\underline{i}}$, das aber auch auf $C_0$ bezogen werden kann. Wegen der Invarianz und der

Möglichkeit, den gleichen Parameter zu wählen, gilt dann für die metronische Kondensation in bezug auf dieses neue Gitter die Metrondifferentialgleichung

$$\delta_p^2 x'^{\underline{i}} + \delta_p x'^{\underline{k}}\, \delta_p x'^{\underline{l}} \left[ \begin{matrix} i \\ k\ l \end{matrix} \right]^{(cd)}_{\overline{(ab)}(C')} ; n = 0 \qquad \textbf{M25a},$$

wodurch das Gitternetz $C_\xi$ der Hyperstruktur auf ein anderes Koordinatennetz $C'$ regulär abgebildet worden ist, welches wiederum als Gitter einer Hyperstruktur $\left[ \begin{matrix} \widehat{c'd'} \\ \overline{a'b'} \end{matrix} \right] = \hat{0}$ aufgefaßt werden kann, denn das Verschwinden des Fundamentalkondensors kennzeichnet grundsätzlich ein Koordinatengitter als Strukturgitter einer entsprechenden Hyperstruktur. Ist noch ein weiteres Koordinatensystem $C''$ gegeben, welches wiederum als Gitter einer Hyperstruktur $\left[ \begin{matrix} \widehat{c''d''} \\ \overline{a''b''} \end{matrix} \right] = \hat{0}$ aufgefaßt werden kann, dann besteht die Möglichkeit, nicht nur $\left[ \begin{matrix} \widehat{cd} \\ \overline{ab} \end{matrix} \right]_{(\xi)} = \hat{0}$ gemäß $\left[ \begin{matrix} \widehat{cd} \\ \overline{ab} \end{matrix} \right] \neq \hat{0}$ auf $C_0$ des $R_{N(0)}$ oder $\left[ \begin{matrix} \widehat{cd} \\ \overline{ab} \end{matrix} \right]_{(C')} \neq \hat{0}$ auf $C'$ regulär abzubilden, sondern auch $\left[ \begin{matrix} \widehat{cd} \\ \overline{ab} \end{matrix} \right]_{(C'')} \neq \hat{0}$ regulär auf $C''$ abzubilden. Dies ergibt die Möglichkeit, wegen der Invarianz der Gleichung **(M25)** im Rahmen einer Metronisierung des Transformationsgesetzes des Fundamentalkondensors eine Abbildung von $C''$ nach $C'$ durchzuführen, wenn das infinitesimale Transformationsgesetz $x''^i(x'_l)_1^N$, also die Funktionaldeterminante bekannt ist, weil immer in der metronischen Übertragung $\dfrac{\partial x''^i}{\partial x'^k} \to \delta_{x'^{\underline{k}}} x''^{\underline{i}}$ ist. Wenn die metronische Transformation $x''^{\underline{i}}(x'^{\underline{k}})_1^N$ gilt, kann das Transformationsgesetz der $\Gamma^i_{kl}$ direkt in eine metronische Fassung gebracht werden. Es folgt

$$\delta^2_{x'^{\underline{m}} x'^{\underline{u}}} x''^{\underline{i}} + \left[ \begin{matrix} i \\ k\ l \end{matrix} \right]^{(cd)}_{\overline{(ab)}\,(C'')} ; n\, \delta_{x'^{\underline{m}}} x''^{\underline{k}}\, \delta_{x'^{\underline{u}}} x''^{\underline{l}} = \left[ \begin{matrix} p \\ m\ \mu \end{matrix} \right]^{(cd)}_{\overline{(ab)}\,(C')} ; n\, \delta_{x'^{\underline{p}}} x''^{\underline{i}} \qquad \textbf{M25b}.$$

Auch das nichtmetronisierte Theorem für $\Gamma^i_{kl}$ im Fall der Hermite-

zität, nämlich $\frac{\partial g}{\partial x^m} = 2g\left\lceil{}^{k}_{km}\right.$ mit $g = |g_{ik}|_N$ kann in eine metronische Struktur übertragen werden, wenn auf $C_0$ bezogen und ${}^{2}\overline{g}_{(ab)} = {}^{2}\overline{g}^{x}_{(ab)}$ gefordert wird. Außerdem soll der binäre Feldkern des Fundamentalkondensors in Anwendung kommen. Auch müssen die beiden Gitterkerne ${}^{2}\overline{a} = {}^{2}\overline{b} = {}^{2}\overline{\kappa}$ miteinander identisch werden, so daß die kontravariante und die Wirkungsindizierung im Kondensorsymbol überflüssig werden. Mit ${}^{2}\overline{g} = {}^{2}\overline{\gamma};n$, sowie ${}^{2}\overline{\gamma} = sp({}^{2}\overline{\kappa} \times {}^{2}\overline{\kappa}) = {}^{2}\overline{\gamma}^{x}$ und $\gamma;n = |\gamma_{ik}|_N;n = e^{2\varphi};n$ wird dann $\frac{\partial}{\partial x^l} ln\sqrt{|g|} \to \frac{1}{\alpha_l}\,\delta_l\varphi;n$ und $\left\lceil{}^{k}_{kl} \to \left[{}^{k}_{k}\ {}^{}_{l}\right]^{(\kappa)}_{(\kappa)};n$, was zu dem Selektortheorem

$$\delta_l\varphi = \alpha_l\left[{}^{k}_{k}\ {}^{}_{l}\right]^{(\kappa)}_{(\kappa)}, \qquad ln\sqrt{|g|} = \varphi;n, \qquad {}^{2}\overline{g} = {}^{2}\overline{\gamma};n,$$
$$^{2}\overline{\gamma} = sp({}^{2}\overline{\kappa} \times {}^{2}\overline{\kappa}) = {}^{2}\overline{\gamma}^{x} \qquad \textbf{M25c}$$

führt. Hierin erscheint $\varphi$ als ein Funktionalselektor, der durch den Binärfeldkern eines metrischen Fundamentalkondensors bestimmt wird, dessen Fundamentalselektor ein Diagonalelement aus $\hat{\gamma}$ ist.

Ganz analog wie im infinitesimalen $R_N$ können auch metronische Vektorfelder in einem metronischen Tensorium Translationen erfahren, doch sind diese Translationen nicht mehr infinitesimaler Natur, weil jede Funktion metronisch ist und die Subraster einer metronischen Feinstruktur existieren. Es ist also deshalb möglich, den ganzen analytischen Weg, der zur Definition der $\lceil$-Operatoren führt, in metronischer Fassung zu wiederholen. Hierin zeigt sich zunächst

$\left[\widehat{{}^{cd}_{\bar{a}\bar{b}}}\right] \neq \left[\widehat{{}^{cd}_{\bar{a}\bar{b}}}\right]$, wenn ${}^{2}\overline{c} \neq {}^{2}\overline{d}$ gilt.

Es zeigt sich außerdem aufgrund der metronischen Paralleltranslation $\left[\widehat{{}^{cd}_{\bar{a}\bar{b}}}\right] \neq \left[\widehat{{}^{cd}_{\bar{a}\bar{b}}}\right]^{x}$, wenn ${}^{2}\overline{\gamma}_{(ab)} \neq {}^{2}\overline{\gamma}^{x}_{(ab)}$, also mindestens einer der beiden Gitterkerne aus der Basissignatur nicht hermitesch ist. Wenn aber ein solcher Fundamentalkondensor nicht hermitesch ist, muß er

wegen seines Charakters, gegenüber regulären Affinitäten ein tensorieller Selektor dritten Grades zu sein, hinsichtlich der beiden nichthermiteschen kovarianten Indizes in einen hermiteschen $(+)$ und einen antihermiteschen $(-)$ Anteil spaltbar sein. Die allgemeinen Eigenschaften des Fundamentalkondensors werden demnach ergänzt durch

$$\left[\begin{matrix}\widehat{cd}\\ -+\\ ab\end{matrix}\right] \neq \left[\begin{matrix}\widehat{cd}\\ +-\\ ab\end{matrix}\right], \qquad {}^2\overline{c} \neq {}^2\overline{d}, \qquad \left[\begin{matrix}\widehat{cd}\\ -+\\ ab\end{matrix}\right] \neq \left[\begin{matrix}\widehat{cd}\\ -+\\ ab\end{matrix}\right]^x, \qquad {}^2\overline{\gamma}_{(ab)} \neq {}^2\overline{\gamma}^x_{(ab)},$$

$$\left[\begin{matrix}\widehat{cd}\\ -+\\ ab\end{matrix}\right] = \left[\begin{matrix}\widehat{cd}\\ -+\\ ab\end{matrix}\right]_+ + \left[\begin{matrix}\widehat{cd}\\ -+\\ ab\end{matrix}\right]_-, \qquad \left[\begin{matrix}\widehat{cd}\\ -+\\ ab\end{matrix}\right]_\pm = \pm\left[\begin{matrix}\widehat{cd}\\ -+\\ ab\end{matrix}\right]^x_\pm \qquad \textbf{M26.}$$

Wenn der universelle $\lceil$-Operator als Kondensfeldselektor in eine metronisierte Fassung gebracht werden soll, dann bleibt auf jeden Fall das Gesetz der Typensignatur sowie die kontra- beziehungsweise kovariante Signaturkoordination der betreffenden Signaturen zur ko- oder kontravarianten Wirkung erhalten, doch wird die Variationsmöglichkeit der Kondensfeldselektoren wesentlich größer als diejenige der $\lceil$-Operatoren; denn im Gegensatz zu der einen Klasse metrischer Komponenten gibt es im metronischen Bereich nicht nur $\omega = \frac{N}{p}$ Partialstrukturen in der Diagonalen von $\hat{\gamma}$, sondern noch $\omega^2 - \omega$ extradiagonale Fundamentalselektoren, was zu $\omega^2$ Selektoren dieser Art und daher zu $Z(\omega) = 2\binom{\omega^2}{2} + \omega^2 = \omega^4$ Fundamentalkondensoren führen muß. Da alle Partialstrukturen ${}^2\overline{\gamma}_{(\nu\nu)}$ aus $\hat{\gamma}$ zu ${}^2\overline{\gamma}$ komponieren und diese Komposition wegen des metronischen Charakters über die $\omega(\omega-1)$ Extradiagonalen ${}^2\overline{\gamma}_{(\mu\nu)}$ mit $\mu \neq \nu$ (metronische Glieder der Korrelationsvermittler) läuft, kommen in einem metronischen $\lceil$-Operator, also einem Kondensfeldselektor, in den additiven Kondensorgliedern mehrere Kondensorsignaturen (Basis-, Kontra- und Wirkungssignatur) zur Geltung. Darüber hinaus können, im Gegensatz zu den infinitesimalen $\lceil$-Operatoren, in den Typensignaturen $(s_1)(s_2)$ alle Modalitäten der $1 \leqq \varepsilon \leqq 6$ Wirkungsvorschriften (s. III, 5) simultan und kombiniert differenzierte **Typensignaturen** aufbauen, was die Variationsmöglichkeiten dieser Selektoren nochmals erhöht. Dies ist des-

halb möglich, weil beim Übergang vom Tensorfeld zum metronischen Tensorfeld und zum Tensorselektor die den Tensor aufbauenden Vektoren separat zu vektoriellen Selektoren werden, welche als solche Selektoren auch separat durch die Modalitäten $\varepsilon$ einer allgemeinen Nichthermitezität geprägt werden können. Da außerdem

$\frac{\partial}{\partial x^k} \to \delta_{x^{\underline{k}}} = \frac{1}{\alpha_k} \delta_k$ ist, folgt für den allgemeinen Kondensfeldselektor mit einem beliebigen gemischtvarianten Multiplett als Typensignatur, aber aus nur einem Kondensortyp,

$$\lceil {}^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)} \left( {}^{cd}_{-+ab} \right)_k = \frac{1}{\alpha_k} \delta_k + \sum_{\lambda=\mu+1}^{m} ()^{\underline{\sigma}} \left[ {}^{i\ \lambda}_{\sigma k} \right]^{(cd)}_{-+(ab)(\varepsilon_\lambda(s_1))} ; n -$$

$$- \sum_{\lambda=1}^{\mu} ()_{\sigma} \left[ {}_{i_\lambda}{}^{\sigma}{}_{k} \right]^{(cd)}_{-+(ab)(\varepsilon_\lambda(s_2))} ; n = \left( {}^{cd}_{-+ab} \right)^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)k},$$

wenn dieser so übertragene Kondensfeldselektor auf ein metronisches Tensorfeld vom Grade $m$ einwirkt, wobei $m$ höchstens die um 1 verminderte Dimensionszahl des Tensoriums erreichen darf. Im allgemeinsten Fall wird dieser Selektor von verschiedenen Kondensoren aufgebaut, die sich in ihrer Kondensorsignatur voneinander unterscheiden. Kennzeichnet $\alpha(\lambda)$ die Basis und $\beta(\lambda)$ die Kontrasignatur mit der jeweiligen Wirkungsindizierung, dann kann in der Form

$$\left( {}^{\beta\pm}_{\alpha} \right)^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)k} = \frac{1}{\alpha_k} \delta_k + \sum_{\lambda=\mu+1}^{m} ()^{\sigma} \left[ {}^{i_\lambda}_{\sigma k} \right]^{(\beta(\lambda))(\pm)}_{(\alpha(\lambda))(\varepsilon_\lambda(s_1))} ; n -$$

$$- \sum_{\lambda=1}^{\mu} ()_{\sigma} \left[ {}_{i_\lambda}{}^{\sigma}{}_{k} \right]^{(\beta(\lambda))(\pm)}_{(\alpha(\lambda))(\varepsilon_\lambda(s_2))} ; n$$

diese Erweiterung erfolgen, wenn wie bei den $\lceil$-Operatoren die Singulettsignaturen durch

$[] = []_{(1)}, []^x = []_{(2)}, []_+ = []_{(3)}, []_- = []_{(4)}, []^x_- = []_{(5)}$ und

$0[] = []_{(6)}$ indiziert werden. Auch liefert eine Zusammenfassung der Selektorkomponenten den gesamten, den Tensorgrad erweiternden Kondensfeldselektor $\left( {}^{\beta\pm}_{\alpha} \right)^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)} = \sum_{k=1}^{N} \left( {}^{\beta\pm}_{\alpha} \right)^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)k}$. Dabei sind $\alpha$

und $\beta\pm$ die Signaturgesetze der Kondensorsignatur. Insgesamt wird also die universellste Form des Kondensfeldselektors durch das System

$$\left(\begin{smallmatrix}\beta\pm\\ \alpha\end{smallmatrix}\right)^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)} = \sum_{k=1}^{N} \left(\begin{smallmatrix}\beta\pm\\ \alpha\end{smallmatrix}\right)^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)k}, \quad m \leqq N-1, \quad \left(\begin{smallmatrix}\beta\pm\\ \alpha\end{smallmatrix}\right)^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)k} = \frac{1}{\alpha_k}\mathfrak{d}_k +$$

$$+ \sum_{\lambda=\mu+1}^{m} ()^{\underline{\sigma}}\left[\begin{smallmatrix} i_\lambda & \\ \sigma & k\end{smallmatrix}\right]^{(\beta(\lambda))(\pm)}_{(\alpha(\lambda))(\varepsilon_\lambda(s_1))};n - \sum_{\lambda=1}^{\mu} ()_{\sigma}\left[\begin{smallmatrix} \sigma & \\ i_\lambda & k\end{smallmatrix}\right]^{(\beta(\lambda))(\pm)}_{(\alpha(\lambda))(\varepsilon_\lambda(s_2))};n,$$

$$[] = []_{(1)}, \quad []^x = []_{(2)}, \quad []_+ = []_{(3)}, \quad []_- = []_{(4)}, \quad []^x_- = []_{(5)},$$

$$0[] = []_{(6)} \qquad \textbf{M27}$$

beschrieben, vorausgesetzt, daß auch in dem zugrundegelegten $R_N$ alle $x^{\underline{k}} \sim n^{\underline{k}}$ mit $1 \leqq k \leqq N$ bleiben. Im Kondensfeldselektor von Gleichung **M27** beschreibt $\alpha$ die Folge der Basissignaturen $\alpha(\lambda)$ und $\beta\pm$ die Folge der Kontrasignaturen $\beta(\lambda)$ in der Wirkungsweise $\pm$ längs der ganzzahligen Indizierung $1 \leqq \lambda \leqq m$. Damit ist der Kondensfeldselektor in universellster Form eindeutig definiert. Gibt es in dem betreffenden Definitionsbereich des Tensoriums $P$ kontravariante Multiplettsignaturen $s_1$ und $Q$ kovariante $s_2$, dann kann eine **Wirkungsmatrix** der Typensignaturen als Rechteckschema vom Typ $PQ$, nämlich $\left(\widehat{\begin{smallmatrix}\beta\pm\\ \alpha\end{smallmatrix}}\right) = \left(\left(\begin{smallmatrix}\beta\pm\\ \alpha\end{smallmatrix}\right)^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)}\right)_{P,Q}$ zusammengestellt werden, welche für die Kondensorsignatur alle Kondensfeldselektoren enthält. Darüber hinaus gibt es aber noch $V$ Basissignaturen und $W$ Kontrasignaturen mit gleichzeitiger Wirkungsangabe, so daß alle $VW$ Typensignaturmatrizen wiederum als Rechteckschema in die Form einer Hypermatrix gebracht werden können, welche als **totale Wirkungsmatrix**

$\widehat{()} = \left(\left(\widehat{\begin{smallmatrix}\beta\pm\\ \alpha\end{smallmatrix}}\right)\right)_{V,W}$ bezeichnet werden soll. In dieser durch

$$\left(\widehat{\begin{smallmatrix}\beta\pm\\ \alpha\end{smallmatrix}}\right) = \left(\left(\widehat{\begin{smallmatrix}\beta\pm\\ \alpha\end{smallmatrix}}\right)^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)}\right)_{P,Q}, \qquad \widehat{()} = \left(\left(\widehat{\begin{smallmatrix}\beta\pm\\ \alpha\end{smallmatrix}}\right)\right)_{V,W} \qquad \textbf{M27a}$$

beschriebenen totalen Wirkungsmatrix sind also alle in dem Definitionsbereich des betreffenden Tensoriums möglichen $PQVW$ Kon-

densfeldselektoren enthalten, über die nunmehr metronische Theoreme entwickelt werden können.

Es besteht die Möglichkeit, auf diesen allgemeinen Kondensfeldselektor den Sieboperator $(\omega - 1)$-fach anzuwenden, so daß von den Fundamentalselektoren aus $\hat{\gamma}$ nur ${}^2\overline{\gamma}_{(11)} = {}^2\overline{\gamma} \neq {}^2\overline{E}$ mit ${}^2\overline{\gamma} = sp({}^2\overline{\kappa} \times {}^2\overline{\kappa}) \neq {}^2\overline{\gamma}^x$ übrig bleibt. In diesem Fall kann auch ${}^2\overline{\gamma}; n = {}^2\overline{g}$ als Kompositionsfeld formal aufgefaßt werden und die Fundamentalkondensoren werden dann zu $\left[\frac{\widehat{cd}}{ab}\right] = [\widehat{\kappa}] \neq \hat{0}$, während die Kondensfeldselektoren sich in ihrer Kondensorsignatur nicht mehr unterscheiden. Dies bedeutet

$\binom{\beta\pm}{\alpha}_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)} = (\kappa)_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)}$. Unter der Voraussetzung

$$
\begin{aligned}
&{}^2\overline{\gamma}_{(\mu\nu)} = {}^2\overline{E}, \qquad (\mu,\nu) \neq 1, \qquad {}^2\overline{\gamma}_{(11)} = {}^2\overline{\gamma} \neq {}^2\overline{E}, \\
&{}^2\overline{\gamma} = sp({}^2\overline{\kappa} \times {}^2\overline{\kappa}) \neq {}^2\overline{\gamma}^{\times}, \quad \left[\frac{\widehat{cd}}{ab}\right] = [\widehat{\kappa}], \quad \binom{\beta\pm}{\alpha}_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)} = (\kappa)_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)} \qquad \textbf{M28}
\end{aligned}
$$

können weitere Approximationen entwickelt werden. Für ${}^2\overline{\gamma}_{-} \to {}^2\overline{0}$ wird ${}^2\overline{\gamma} \to {}^2\overline{\gamma}' = {}^2\overline{\gamma}'^{\times}$ und dies bedeutet, daß die Singulettsignaturen $1 \leqq \varepsilon \leqq 3$ gemäß $[]_{(\varepsilon)} = []_{+}$ und $4 \leqq \varepsilon \leqq 6$ gemäß $[]_{(\varepsilon)} = 0$ identisch werden, so daß sich die differenzierten Typensignaturen nur aus zwei Singulettanteilen, nämlich $\varepsilon = 3$ und $\varepsilon = 6$ zusammensetzen können. Wird eine weitere Approximation ${}^2\overline{\gamma}'; n = {}^2\overline{a} = \text{const}$ durchgeführt, dann verschwinden alle Fundamentalkondensoren, weil nur noch das Singulett $\varepsilon = 6$ übrig bleibt. Schließlich ist noch ${}^2\overline{a} \to {}^2\overline{E}$ möglich und dann wird, da eine Unterscheidung zwischen ko- und kontravarianten Indizierungen nicht mehr erscheint,

$$
\lim_{{}^2\overline{\gamma} \to {}^2\overline{E}} .(\kappa)_{(\pm)}^{(s_1)(s_2)} = \widehat{\mathrm{DIV}}_{(x)} \qquad \textbf{M28a}
$$

das heißt, im Limes ergeben sich die metronischen Differentialselektoren unter der Voraussetzung $m > 0$ aus dem Kondensfeldselektor **(M28)** ohne Kondensorsignatur, wenn $(\varkappa)$ besagt, daß in **(M12b)** das Metrondifferential als $\frac{1}{\alpha_m}\delta_m$ nach den $\varkappa_k$ des $R_{N(0)}$ zu bilden ist.

Diese Kondensfeldselektoren erweitern stets den Tensorgrad $m>0$ der metronischen Funktion, auf welche sie einwirken, während die Bildung der Matrizenspur $m$ um 1 vermindert, so daß diese Spurbildungen der Kondensfeldselektoren zu Kontraktionsselektoren werden. Dies bedeutet, daß auch $\lceil_l$ metronisiert werden kann; und zwar folgt unmittelbar

$$(\kappa)_1 = \frac{1}{\alpha_1}\delta_1 - \left[\begin{smallmatrix} s \\ l\ s \end{smallmatrix}\right]^{(\kappa)}_{(\kappa)+};n, \quad \lim_{{}^2\overline{\gamma}\to{}^2\overline{E}}(\kappa) = \mathrm{GRAD}_{(x)} \qquad \textbf{M28b},$$

denn dieser Selektor kann auch auf metronische Skalarfunktionen $m=0$ einwirken. Ist $p$ eine metronische Funktion, auf welche $(\kappa)_l$ wirkt, dann kann $\frac{1}{p}(\kappa)_l;p$ und $\frac{1}{p}(\kappa)_m;p$ gebildet und metronisch nach $m$ beziehungsweise $l$ differenziert und subtrahiert werden. Es ist

$$\frac{1}{p}(\kappa)_l;p = \frac{1}{\alpha_l}\frac{1}{p}\delta_l p - \left[\begin{smallmatrix} s \\ l\ s \end{smallmatrix}\right]^{(\kappa)}_{(\kappa)+};n, \text{ und } \frac{1}{\alpha_m}\delta_m\frac{1}{p}(\kappa)_l;p =$$

$$= \frac{1}{\alpha_l\alpha_m}\delta_m\frac{1}{p}\delta_l p - \frac{1}{\alpha_m}\delta_m\left[\begin{smallmatrix} s \\ l\ s \end{smallmatrix}\right]_+;n, \text{ also}$$

$$\frac{1}{\alpha_m}\delta_m\frac{1}{p}(\kappa)_l;p - \frac{1}{\alpha_l}\delta_l\frac{1}{p}(\kappa)_m;p = \frac{1}{\alpha_l}\delta_l\left[\begin{smallmatrix} s \\ m\ s \end{smallmatrix}\right]_+;n - \frac{1}{\alpha_m}\delta_m\left[\begin{smallmatrix} s \\ l\ s \end{smallmatrix}\right]_+;n,$$

wenn zur Kürzung $\left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(\kappa)}_{(\kappa)} = \left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]$ gesetzt wird. Mithin gilt das Theorem

$$\frac{1}{\alpha_m}\delta_m\frac{1}{p}(\kappa)_l;p - \frac{1}{\alpha_l}\delta_l\frac{1}{p}(\kappa)_m;p = \frac{1}{\alpha_l}\delta_l\left[\begin{smallmatrix} s \\ m\ s \end{smallmatrix}\right]_+;n - \frac{1}{\alpha_m}\dot{\delta}_m\left[\begin{smallmatrix} s \\ l\ s \end{smallmatrix}\right]_+;n,$$

$$\left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(\kappa)}_{(\kappa)} = \left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right], \qquad \textbf{M29}$$

weil stets $\frac{1}{\alpha_l p}\delta_l p = \frac{1}{\alpha_l}\delta_l lnp$ und $(\delta_k \times \delta_l)_- = 0$ ist. Auch die übrigen Theoreme und Identitäten der infinitesimalen $\lceil$-Operatoren können, wenn eine metronische Hyperstruktur $R_N$ vorausgesetzt wird, in die Fassung der Kondensfeldselektoren für ${}^2\overline{\gamma} = sp\left({}^2\overline{\kappa}\times{}^2\overline{\kappa}\right)$ mit ${}^2\overline{\kappa} \neq {}^2\overline{\kappa}^{\times}$ gebracht werden. Die Metronisierung ${}^2\overline{g} = {}^2\overline{\gamma};n$ liefert dann

in bezug auf das Gitter $x^{\underline{i}} = \alpha_i n^{\underline{i}}$ diese Theoreme in metronischer Form, nämlich

$$sp\Big((\kappa)^{(1)}_{(+)} + (\kappa)^{(2)}_{(+)}\Big); \overline{\underline{A}} = 2\mathrm{DIV}_{(x)}\overline{\underline{A}}, \qquad sp\Big((\kappa)^{(1)}_{(+)} - (\kappa)^{(2)}_{(+)}\Big); \overline{\underline{A}} =$$

$$= 2\underline{A}^{\underline{k}}\begin{bmatrix} s \\ s\ k \end{bmatrix}^{(\kappa)}_{(\kappa)_-}; n, \qquad \overline{\underline{A}} = p\overline{A}, \qquad (\kappa)^{(1,2)}_{(+)k}; \underline{\gamma}^{\underline{ik}} =$$

$$= \frac{1}{\alpha_k}\delta_k\underline{\gamma}^{\underline{ik}} - \begin{bmatrix} s \\ k\ s \end{bmatrix}^{(\kappa)}_{(\kappa)_-}; n\cdot\underline{\gamma}^{\underline{ik}}_{+}, \quad \gamma_{ik}(\kappa)^{(1,2)}_{(+)l}; \underline{\gamma}^{\underline{ik}} = (N-2)(\kappa)_l; w,$$

$${}^2\underline{\overline{\gamma}} = w^2\overline{\gamma}, \quad W = \sqrt{|\gamma|}, \quad \gamma = |\gamma_{ik}|_N, \quad w = W; n \qquad \textbf{M29a},$$

und hieraus folgt in völliger Analogie zur infinitesimalen Analysis eine hermitesche Symmetrie tensorieller Selektoren vom dritten Grad, welche durch die Einwirkung von Kondensfeldselektoren auf den nichthermiteschen Fundamentalselektor entstehen. Diese hermitesche Symmetrie wiederum kann auf Tensorselektoren beliebigen Grades $m \leqq N$ erweitert werden und dies begründet die Spaltbarkeit eines jeden Tensorselektors in einen hermiteschen und einen antihermiteschen Anteil, bezogen auf zwei Indizes gleicher Varianzstufe, ein Sachverhalt, der sich bei der Definition des tensoriellen Selektors unmittelbar aus der Spaltbarkeit infinitesimaler Tensorfelder ergeben hat.

Der allgemeine Kondensfeldselektor kann noch weiteren Approximationen unterworfen werden. Wird nämlich angenommen, daß in $\hat{\gamma}$ nicht nur alle extradiagonalen Korrelationsvermittler verschwinden und die Diagonale nur das eine Element ${}^2\overline{\gamma} = sp({}^2\overline{\kappa} \times {}^2\overline{\kappa})$ enthält, sondern wird weiter unterstellt, daß auch der Gitterkern ${}^2\overline{\kappa} = \pm {}^2\overline{\kappa}^{\times}$ entweder hermitesch oder antihermitesch, niemals aber nichthermitesch ist, dann folgt ${}^2\overline{\gamma} = {}^2\overline{\gamma}^{\times}$, und dies hat zur Folge, daß alle Komponenten des Fundamentalkondensors hermitesch werden; das heißt, die ersten drei Modalitäten der Typensignaturen der Kondensfeldselektoren werden identisch $(+)$, desgleichen die Signaturen 4, 5 und 6, nämlich $(-)$. Wird schließlich angenommen, daß das Strukturgitter nur gegen die $x^{\underline{i}}$ gedreht oder parallel verschoben ist, dann wird stets ${}^2\overline{\gamma}; n = \text{const}$ und der Fundamentalkondensor wird zu $\hat{0}$, so daß alle

nicht differenzierten Typensignaturen mit den Fehlstellen $(-)$ identisch und die Kondensfeldselektoren zu $\widehat{\mathrm{DIV}}_{(x)}$ werden, wenn die Drehung oder Parallelverschiebung des Gitters kompensiert, also ${}^2\overline{\gamma};n = {}^2\overline{E}$ wird.

Wegen $\left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{\overline{(ab)}} = \gamma^{is}_{(cd)};()\left[\begin{smallmatrix} \\ skl \end{smallmatrix}\right]_{(ab)} = \gamma^{is}_{(cd)};()\left(\left[\begin{smallmatrix} \\ skl \end{smallmatrix}\right]_{(ab)_+} + \right.$

$\left. + \left[\begin{smallmatrix} \\ skl \end{smallmatrix}\right]_{(ab)_-}\right) = \left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{\overline{(ab)}_+} + \left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{\overline{(ab)}_-}$ gehen die Eigenschaften der adjungierten Kondensoren immer nur auf die Basissignatur, niemals aber auf die Kontrasignatur zurück, so daß diese Eigenschaften der Kondensoren nur von den Elementen aus $\hat{\gamma}$ bestimmt werden, aus denen die kovarianten Kondensoren gebildet worden sind. Auch das Varianzstufengesetz gilt für korrelierende Elemente dieser Matrix und muß in der Fassung $g^{is}_{(cd)} g_{(ab)sk} = \left(\gamma^{is}_{(cd)};()\gamma_{(ab)sk}\right);n = f^i_k(\alpha);n$ gelten, wenn zur Kürzung $\alpha \triangleq \left(\begin{smallmatrix} cd \\ ab \end{smallmatrix}\right)$ für die Kondensorsignatur eingeführt wird. Da eine Varianzstufenänderung mehrfach durchgeführt werden kann, muß es neben den Komponenten des Fundamentalkondensors noch solche Kondensorkomponenten geben, die wegen $f^i_m(\alpha) \neq \delta^i_m$ in der Form $F^i_m(\alpha)\left[\begin{smallmatrix} m \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{\overline{(ab)}}$ die Korrelation zwischen den Elementen $(cd)$ und $(ab)$ aus $\hat{\gamma}$ durch den sogn. **Verbundselektor** $F^i_m(\alpha)$ ausdrücken. Mit dem Einheitsselektor $E$ wird also die Korrelation als Abweichung vom nicht korrelierten Zustand, und zwar durch den als **Korrelationstensor** bezeichneten Selektor mit den Komponenten $Q^i_m(\alpha) = F^i_m(\alpha) - \delta^i_m E$ beschrieben, für den im Fall der Korrelationsfreiheit $Q^i_m(\alpha) = 0$ gelten muß. Hier sei bemerkt, daß dieser Korrelationstensor immer dann als **Kopplungstensor** bezeichnet wird, wenn der skalare **Kopplungsselektor** $Q(\alpha) = sp^2\overline{Q}(\alpha) \neq 0$ im Sinn der Matrixspur existiert. Neben den Kondensoren $\left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ \overline{ab} \end{smallmatrix}\right]$ sind also

im Fall korrelierender Elemente des polymetrischen Korrelators

auch gekoppelte Kondensoren $sp\left({}^2\overline{Q}(\alpha);() \times \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ \overline{-}\,\overline{+} \\ ab \end{smallmatrix}\right]\right)$ relevant.

Diese Gültigkeit des Korrelationsgesetzes der Varianzstufen hat aber zur Folge, daß Paralleltranslationen in der metronischen Hyperstruktur sowohl mit $\left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{(ab)}$ als auch mit $Q^i_m(\alpha)\left[\begin{smallmatrix} m \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{(ab)}$ im Korrelationsbereich der Partialstrukturen durchgeführt werden können, deren Gesamtheit zur Paralleltranslation im Kompositionsfeld mit

$\left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(\kappa)}_{(\kappa)} = \left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]$ führt. Die $Q^i_m(\alpha)$ sind hierbei allerdings Funktionalselektoren, die in konkreter Form von den Verbundselektoren $f^i_j(\beta)$ abhängen, wobei diese Abhängigkeit allein vom Kompositionsgesetz ${}^2\overline{\gamma}({}^2\overline{\kappa}_{(\mu)})^\omega_1$ bestimmt wird. Aus dieser Darstellung folgt unmittelbar, daß die Komposition einer metronischen Hyperstruktur als Selektorgesetz in metronisierter Komponentendarstellung

$\left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right] = \sum_{\alpha=1}^{\omega^4} \left(\left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{(ab)} + Q^i_m(\alpha);()\left[\begin{smallmatrix} m \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]^{(cd)}_{(ab)}\right)$ beschrieben werden kann. Offensichtlich sind die $Q^i_m$ als Komponenten eines gemischtvarianten tensoriellen Selektors ${}^2_1\overline{Q}$ aufzufassen, so daß sich insgesamt für das Grundgesetz der Strukturkondensationen

$$\widehat{[]} = \sum_{\alpha \equiv 1}^{\omega^4} \left(\left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ \overline{-}\,\overline{+} \\ ab \end{smallmatrix}\right] + sp^2\overline{Q}(\alpha);() \times \left[\begin{smallmatrix} \widehat{cd} \\ \overline{-}\,\overline{+} \\ ab \end{smallmatrix}\right]\right), \quad \alpha \triangleq \binom{cd}{ab} \qquad \textbf{M30}$$

ergibt.

Eine sehr wesentliche, jede metrische Struktur beschreibende Größe ist der Krümmungstensor infinitesimaler Translationen, nämlich ${}^4\overline{R}$ mit den Komponenten

$R^{i.}_{.klm} = \frac{\partial}{\partial x^l}\Gamma^i_{km} - \frac{\partial}{\partial x^m}\Gamma^i_{kl} + \Gamma^i_{sl}\Gamma^s_{km} - \Gamma^i_{ms}\Gamma^s_{kl}$. Wird hierin $\Gamma^i_{kl}$ als metrisches Maß des Kompositionsfeldes aufgefaßt, dann kann unter Verwendung von $\Gamma^i_{kl} \to \left[\begin{smallmatrix} i \\ k\ l \end{smallmatrix}\right]; n$ und $\frac{\partial}{\partial x^j} \to \frac{1}{\alpha_j}\delta_j$ auch diese metrische Größe metronisiert werden, was zu $R^{i.}_{.klm} \to \varsigma^i_{klm}; {}^n =$

$$= \left( \frac{1}{\alpha_l} \delta_l \begin{bmatrix} i \\ k\ m \end{bmatrix} - \frac{1}{\alpha_m} \delta_m \begin{bmatrix} i \\ k\ l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i \\ l\ s \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k\ m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i \\ m\ s \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k\ l \end{bmatrix} \right); n \text{ nach ei-}$$

ner Anwendung des Metronisierungsverfahrens führt. Dieser Selektor ${}^4\bar{\varsigma}$ ist in infinitesimaler Approximation ein Maß der Strukturkrümmung, denn ${}^4\overline{R} = {}^4\overline{0}$ beschreibt die euklidische Metrik, während ${}^4\overline{R} \neq {}^4\overline{0}$ die Abweichung von diesem metrischen Bezugskontinuum kennzeichnet. Entsprechend beschreibt ${}^4\bar{\varsigma} = {}^4\overline{0}$ das durch die Gitterselektoren $C_k$ beschriebene Gitter des strukturlosen, also leeren Bezugsbereiches $R_{N(0)}$, wogegen alle ${}^4\bar{\varsigma} \neq {}^4\overline{0}$ irgendwelche Kompositionsfelder von Hyperstrukturen wiedergeben. Offensichtlich beschreibt ${}^4\bar{\varsigma}$ die Verdichtung, also die metrische Kompression eines metronischen Kondensationszustandes, so daß der Selektor ${}^4\bar{\varsigma}$ als metronischer **Strukturkompressor** bezeichnet werden kann, der gemäß

$$\varsigma^{i.}_{.klm} = \frac{1}{\alpha_l} \delta_l \begin{bmatrix} i \\ k\ m \end{bmatrix} - \frac{1}{\alpha_m} \delta_m \begin{bmatrix} i \\ k\ l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i \\ l\ s \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k\ m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i \\ m\ s \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k\ l \end{bmatrix},$$

$$\lim_{\tau \to 0} {}^4\bar{\varsigma}; n = {}^4\overline{R} \qquad \textbf{M31}$$

durch die Komponenten des Fundamentalkondensors ausgedrückt werden kann. Da wegen $\tau > 0$ in $\widehat{()}$ nach **(M27a)** differenzierte Typensignaturen auftreten, was für infinitesimale $\lceil$-Operatoren nicht der Fall ist, kann die Komponentendarstellung **(M31)** durch Kondensfeldselektoren gemäß

$$\frac{\delta_m}{\alpha_m} \begin{bmatrix} i \\ k\ p \end{bmatrix} - \frac{\delta_p}{\alpha_p} \begin{bmatrix} i \\ k\ m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i \\ m\ s \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k\ p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i \\ p\ s \end{bmatrix}; () \begin{bmatrix} s \\ k\ m \end{bmatrix} =$$

$$= ()^{(1,6)}_{(-)m}; \begin{bmatrix} i \\ k\ p \end{bmatrix} - ()^{(1,6)}_{(-)p}; \quad \begin{bmatrix} i \\ k\ m \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} ()^{(1,6)}_{(-)m}, ()^{(1,6)}_{(-)p} \\ \\ \begin{bmatrix} i \\ k\ m \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} i \\ k\ p \end{bmatrix} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} ()^{(1,6)}_{(-)m}, ()^{(1,6)}_{(-)p} \\ \\ (), \qquad \delta^m_p () \end{vmatrix}; \begin{bmatrix} i \\ k\ m \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} \delta^p_m, 1 \\ (), \delta^m_p () \end{vmatrix} ()^{(1,6)}_{(-)p}; \begin{bmatrix} i \\ k\ m \end{bmatrix} = K^{(m)}_p; \begin{bmatrix} i \\ k\ m \end{bmatrix}$$

umgeschrieben werden. Mithin existiert das Tensorschema der Selektorbeziehung

$$ {}^{4}\bar{\varsigma} = K;\widehat{[]}, \qquad \textbf{M31a} $$

wonach der den Tensorgrad um 1 erhöhende Funktionalselektor $K$ als **Strukturkondensor** der darstellende Selektor von ${}^{4}\bar{\varsigma}$ ist, dessen Komponenten durch

$$ K_{p}^{(m)} = \begin{vmatrix} \delta_{m}^{p}, 1 \\ (), \delta_{p}^{m}() \end{vmatrix} ()_{(-)p}^{(1,6)} \qquad \textbf{M31b} $$

beschrieben werden. In dem zweireihigen Determinantenselektor wurde das gemischtvariante Kronecker-Element verwendet, welches mit der Summationsregel über einen Index in beiden Varianzstufen gemäß $\delta_{p}^{Q}A_{Q} = A_{p}$ eine Indexvertauschung bewirkt.

Mit dem Kompositionsgesetz **(M30)** metronischer Strukturen kann der kompositive Kompressor **(M31)** in die Fundamentalkondensoren der Partialstrukturen gespalten werden. Eine Substitution mit **(M30)** in Gleichung **(M31)** liefert diese Spaltung, so daß der kompositive Strukturkompressor additiv aus den entsprechenden Tensorselektoren der einzelnen möglichen Kondensorsignaturen (Basis-, Kontra- und Wirkungssignatur) zusammengesetzt erscheint. Allerdings tritt neben der Summe dieser partiellen Strukturkompressoren als weiterer Summand noch ein nicht spaltbares Selektorglied auf, welches den kompositiven Fundamentalkondensor quadratisch enthält.

## 3. Hermetrische Elementarstrukturen

Wenn die Hermetrieformen $a$ bis $d$ hinsichtlich ihrer physikalischen Interpretation untersucht werden sollen, dann genügt eine Betrachtung in dem immer noch submikromaren zweiten Gültigkeitsbereich; denn die mikrophysikalischen Prozesse einer atomistischen Empirie sind stets im dritten mikromaren Gültigkeitsbereich gegeben. Die Approximation im Fall hoher Metronenziffern bedingt in **(20)** aber $\Lambda_{km} \ll 1$ bzw. $\Lambda_{km} \approx 0$.

Zunächst sollen die beiden imaginären Kondensationsformen der Hermetrien $a$ und $b$ untersucht werden. Hier ist auf jeden Fall $\mu = -\mu^*$, was den imaginären Charakter ausdrückt. Unter der Approximationsvoraussetzung hoher Metronenziffern kommt es zunächst darauf an, die $C_{km} = \text{const}$ aus **(20)** zu ermitteln, was für die einzelnen Hermetrieformen individuell durchgeführt werden muß. Liegen die imaginären Selbstkondensationen $a$ vor, die zuerst untersucht werden sollen, dann gibt es für die Indizierungen nur die Möglichkeiten $k = 5$ und $k = 6$, während das Aggregat $\mu$ der Gitterselektoren zu $\mu = i\sqrt{\tau}(()_5 + ()_6)$ wird. Ferner ist das Kondensoraggregat $\psi_{km}$ hermitesch und im Sinne eines abstrakten Funktionenraumes bzw. metronischen Funktionenraumes konvergent. Wird diese Konvergenzeigenschaft verwendet, dann folgt im Fall $a$ unmittelbar für die Konstanten $C_{km} = -1$. Im dritten Gültigkeitsbereich wird $\mu; n \to \varsigma$ mit $-\varsigma^2 = x_5^2 + x_6^2$, das heißt, wenn $a$ Kondensationsstufen ausbildet, dann muß $\lambda \cdot \varsigma$ Punktspektren bilden, und dies fordert für $\varsigma$ eine untere Schranke $\underline{\varepsilon} > 0$; denn für $\underline{\varepsilon} = 0$ läge ein Streckenspektrum als Kontinuum vor, was einen Widerspruch zur Natur der Kondensationsstufen bildet. Es muß also im Transbereich des antihermetrischen $R_4$ im Fall $a$ eine Diskontinuität $\varsigma \geqq \underline{\varepsilon} = \text{const} > 0$ eventuell im Sinne einer Naturkonstanten geben. Da die Indizierungen im Fall $a$ nur die Werte 5 oder 6 annehmen können (und zwar in kovarianter Stel-

lung), gibt es nur Kondensorkomponenten $\left[{}_5{}^i{}_5\right]$ sowie $\left[{}_5{}^i{}_6\right]$ und $\left[{}_6{}^i{}_6\right]$, die nach IV., 2. durch die Proportionalitäten $\left[{}_5{}^i{}_5\right] = a\left[{}_5{}^i{}_6\right]$ und $\left[{}_6{}^i{}_6\right] = b\left[{}_5{}^i{}_6\right]$ im Zusammenhang stehen. Wegen **(19c)** bleiben $\lambda_m(k,m) \neq 0$ und $\lambda_m(m,k) \neq 0$ im Gegensatz zu **(3a)** des $R_4$. Hier dürfen die beiden Proportionalitätsfaktoren nicht mit den Symbolen imaginärer Hermetrieformen verwechselt werden, die aus diesem Grunde erst dann wieder Verwendung finden sollen, wenn diese Proportionalitäten nicht mehr gebraucht werden. Nach **(20a)** sind diese beiden Faktoren $a$ und $b$ Eigenwertverhältnisse, so daß die Hermetrieform imaginärer Selbstkondensationen offenbar dann physikalisch interpretierbar wird, wenn es gelingt, diese beiden Faktoren zu bestimmen. Zur Kürzung wird $\underline{\varphi}^{\underline{i}} = \left[{}_5{}^i{}_5\right];n$ verwendet, so daß $\underline{\varphi}^{\underline{i}}/a = \left[{}_5{}^i{}_6\right];n$ und daher $\left[{}_6{}^i{}_6\right];n = \underline{\varphi}^{\underline{i}} b/a$ wird. Es sei weiter $\lambda_1 = \lambda_6(5,5)$ und $\lambda_2 = \lambda_5(6,6)$ sowie ein aus $a$ und $b$ aufgebauter Faktor $\alpha$ eingeführt. Dann folgt $a\lambda_1 \underline{\varphi}^{\underline{i}} = (\underline{\delta}_5 - a\underline{\delta}_6);\underline{\varphi}^{\underline{i}} - \frac{\alpha}{a}\underline{\varphi}^{\underline{i}}\underline{\varphi}^{\underline{6}}$ und $b\lambda_2 \underline{\varphi}^{\underline{i}} = (\underline{\delta}_6 - b\underline{\delta}_5);\underline{\varphi}^{\underline{i}} - \frac{\alpha}{a}\underline{\varphi}^{\underline{i}}\underline{\varphi}^{\underline{5}}$ und zwar dem Schema **(19)** entsprechend. Diese insgesamt vier Metrondifferentiale für $i = 5$ und $i = 6$ können unter Verwendung der Kürzungen $\underline{\lambda} = a\lambda_1 + b\lambda_2$ und $\underline{\varphi} = \underline{\varphi}^{\underline{5}} + \underline{\varphi}^{\underline{6}}$ addiert werden und liefern dann $\underline{\lambda}\underline{\varphi} = -((b-1)\underline{\delta}_5 + (a-1)\underline{\delta}_6);\underline{\varphi} - \frac{\alpha}{a}\underline{\varphi}^2$. In dieser Beziehung kann ein Übergang in den dritten Gültigkeitsbereich $\tau \to 0$ infinitesimaler mikromarer Zustände gemäß $\underline{\varphi} \to \varphi'$ und $\varphi = \alpha\varphi'/a$, sowie mit dem Übergang der Metrondifferentiale zu partiellen Ableitungen durchgeführt werden. Auch werde angenommen, daß $\varphi(x_5,x_6)$ nur so von den $x_5$ und $x_6$ abhängt, daß $\varphi(x_5,x_6) = \varphi(\xi)$ mit der neuen Variablen $\xi$ gilt. Dann wird die Beziehung im dritten Gültigkeitsbereich zu $\frac{d\varphi}{d\xi} + \varphi^2 = -\underline{\lambda}\varphi$, was formal auch für $\lambda = -\underline{\lambda}$ gilt.

Hier wurden allerdings die Substitutionen $x(b-1)=x_5$ und $y(a-1)=x_6$ verwendet und $\xi$ so definiert, daß $\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\frac{\partial\varphi}{\partial y}=\frac{d\varphi}{d\xi}$ gilt. Die Lösung dieser Differentialgleichung entspricht **(20)** im dritten Gültigkeitsbereich und auch hier folgt für die komplexe Integrationskonstante $C=A+iB$ wegen der Konvergenz von $\varphi$ in der ganzen Ebene $(x_5,x_6)$ wieder $B=0$ und $A=-1$, also $C=-1$ entsprechend $C_{km}=-1$ im zweiten Gültigkeitsbereich. Wird $-\varsigma^2=x_5^2+x_6^2$ verwendet, dann ergibt sich für die $\lambda_n\varsigma_n=n\pi$ oder eindeutig $\lambda_5(5,6)\varsigma_n=\pi n_1$ und $\lambda_6(6,5)\varsigma_n=\pi n_2$, wobei $n_1$ und $n_2$ Folgen natürlicher Zahlen sind, so daß $n_1+n_2=n$ ebenfalls eine solche Folge darstellt. Da nun im dritten Gültigkeitsbereich der gleiche Formalismus auch für $\underline{\lambda}=a\lambda_6(5,5)+b\lambda_5(6,6)$ gilt, müssen auch die Spektren $-a\lambda_6(5,5)\xi_n=\pi n_1$ und $-b\lambda_5(6,6)\xi_n=\pi n_2$ existieren, wobei die $\xi_n$ die reellen Beträge der jeweiligen $\varsigma$-Werte sein sollen. Für $\lambda=-\underline{\lambda}$ gilt daher der gleiche Formalismus, weil die Kosinusfunktion eine gerade Funktion ist.[2] Nunmehr werden unter Berücksichtigung von ${}^2\overline{\gamma}={}^2\overline{\gamma}^{\times}$ die Proportionalitäten $\left[{}_5^{i}{}_5\right]=a\left[{}_5^{i}{}_6\right]$ und $\left[{}_6^{i}{}_6\right]=b\left[{}_5^{i}{}_6\right]$ explizit geschrieben und in den Summen gemischtvarianter Indizes eine gliedweise Erfüllung der Proportionalität gefolgert. Für $s=5$ und $s=6$ ergeben sich dann, weil im allgemeinen die $\gamma^{i,s}\neq 0$ sind, vier Beziehungen, nämlich $\underline{\eth}_5\gamma_{55}=a\underline{\eth}_6\gamma_{55}$ und $2\underline{\eth}_5\gamma_{56}-\underline{\eth}_6\gamma_{55}=a\underline{\eth}_5\gamma_{66}$, sowie $2\underline{\eth}_6\gamma_{56}-\underline{\eth}_5\gamma_{66}=b\underline{\eth}_6\gamma_{55}$ und $\underline{\eth}_6\gamma_{66}=b\underline{\eth}_5\gamma_{66}$. Werden die ersten beiden und die zweiten beiden Beziehungen ineinander substituiert, dann ergeben sich zwei metronisch integrierbare Selektorgleichungen, für deren Ausführung nur die Möglichkeiten $(a^2\gamma_{66}-2a\gamma_{56}+\gamma_{55});n=\mathrm{A}_5=\text{const}$ (hinsichtlich $n_5$) und $(b^2\gamma_{55}-2b\gamma_{56}+\gamma_{66});n=A_6=\text{const}$ (hinsichtlich $n_6$) existieren. Addition oder Subtraktion dieser beiden Selektorgleichungen liefert $((a^2\pm1)\gamma_{66}\pm(b^2\pm1)\gamma_{55}-2(a\pm b)\gamma_{56});n=A_5\pm A_6$. Hierin

2 Dies deshalb, weil die Spektren wie **(20b)** entstehen.

sind die $\gamma_{55}$ bzw. $\gamma_{66}$ oder $\gamma_{56}$ nur von den Gitterselektoren $C_5$ und $C_6$ im Fall der Selbstkondensationen in $x_5$ und $x_6$ abhängig, nicht aber von den Faktoren $a$ oder $b$, weil diese nur die Symmetrie der $\begin{bmatrix} i \\ k\ m \end{bmatrix}$ in **(19)** kennzeichnen. Aus diesem Grund muß $A_5 \pm A_6 = 0$ sein, und dies wiederum ist allein durch $a^2 \pm 1 = b^2 \pm 1 = a \pm b = 0$ möglich, weil die Komponenten des Fundamentalselektors bei diesen Selbstkondensationen im allgemeinen vom Nullselektor verschieden bleiben. Nun gilt aber in $\dfrac{d\varphi}{d\xi} + \varphi^2 = -\underline{\lambda}\varphi = \lambda\varphi$ immer $\xi^2 = x^2 + y^2 = x_5^2(b-1)^{-2} + x_6^2(a-1)^{-2}$ als reelle Beziehung, so daß in $a^2 = b^2 = \pm 1$ von vornherein der positive Zweig entfällt. Da andererseits $-\xi^2 < \infty$ bleiben muß, fordert diese Divergenzfreiheit für $a = b = \pm 1$ den Zweig $a = b = -1$ und dies hat mit **(4)** die Beziehung $-4\xi^2 = \varepsilon^2 + \eta^2 = \varsigma^2$ zur Folge. Da andererseits im dritten Gültigkeitsbereich $\lambda_n \varsigma_n = \pi n$ gilt und wegen der Unmöglichkeit eines kontinuierlichen Streckenspektrums $\varsigma \geqq \underline{\varepsilon} = \text{const} > 0$ gefordert werden muß, aber $\lambda_6(5,5)\xi_n = \pi n_1$ und $\lambda_5(6,6)\xi_n = \pi n_2$ mit $a = b = -1$ gilt, und außerdem $\lambda_5(5,6)\xi_n = \lambda_6(5,5)\xi_n$ bzw. $\lambda_6(6,5)\xi_n = \lambda_5(6,6)\xi_n$ gilt, muß es ein ganz allgemeines quantenhaftes Gesetz für die Stufen der Selbstkondensationen der Hermetrieform $a$, nämlich $H_{(1)} = \pi\underline{\varepsilon}n_1$ und $H_{(2)} = \pi\underline{\varepsilon}n_2$ geben, welches diese Selbstkondensationen durch die beiden Folgen $n_1 < \infty$ und $n_2 < \infty$ natürlicher Zahlen beschreibt. Dieser Sachverhalt wird zusammengefaßt in

$$H_{(1)} = \pi\underline{\varepsilon}n_1, \quad H_{(2)} = \pi\underline{\varepsilon}n_2, \quad -\varsigma^2 = x_5^2 + x_6^2 = -\varepsilon^2 - \eta^2,$$
$$\varsigma \geqq \underline{\varepsilon} = \text{const} > 0. \qquad \textbf{(23)}$$

Da es sich bei der Hermetrieform $a$ um Terme in $x_5$ und $x_6$ außerhalb des $R_4$ handelt, erscheint eine physikalische Interpretation unmöglich, jedoch ist es denkbar, daß die Struktur $a$ dann Auswirkungen auf den $R_4$ hat, wenn $\xi$ in irgendeiner Form von den $R_4$-Koordinaten abhängt. Es wurde zwar zur Beschreibung von $a$ für $\underline{\varphi^i}$ nur die

Indizierung $i = 5$ und $i = 6$ verwendet, doch sind auch die $\underline{\varphi^i} \neq 0$ für $i < 5$, was für diese Komponenten dann eine lineare Beziehung ergibt. Wegen $2\xi = i\varsigma$ im dritten Gültigkeitsbereich ist auf jeden Fall $\varsigma(R_4)$, wenn die Struktur $a$ der Bedingung einer geodätischen Nullinie genügt; denn in diesem Fall ist der $R_4$-Abschnitt des Fundamentaltensors wegen der $R_4$-Antihermetrie pseudoeuklidisch und die metrischen Größen dieser Struktur $a$ hängen wegen $ds^2 = 0$ der Nullmetrik von den $R_4$-Koordinaten ab. Wenn auch $a$ physikalisch nicht interpretierbar zu sein scheint, so besteht doch die Möglichkeit, im dritten Gültigkeitsbereich die Auswirkungen der Form $a$ unter gegebenen Umständen auf die antihermetrische Raumzeit zu untersuchen und den Versuch zu unternehmen, eine physikalische Interpretation derartiger Auswirkungen unter den speziellen Bedingungen einer eventuellen $R_4$-Projektion auszuführen. Die Form $a$ der Hermetrie wird bei infinitesimaler Approximation beschrieben durch

$$\frac{d\varphi}{d\xi} + \varphi^2 = \lambda\varphi, \text{ weil } \varphi = \left\{ {5 \atop 5\ 6} \right\} + \left\{ {6 \atop 5\ 6} \right\} = \varphi^*, \text{ also } \varphi \cdot \varphi^* = \varphi^2 \text{ ist.}$$

Hierin gilt für die totale Differentialoperation wegen $x^5(b-1)^{-1} = x$, sowie $x^6(a-1)^{-1} = y$ und $a = b = -1$ die Beziehung $d/d\xi = \partial/\partial y + \partial/\partial y = -2(\partial/\partial x^5 + \partial/\partial x^6)$. Ferner gilt $\left\{ {5 \atop 5\ 6} \right\} = g^{5s}\left\{ {} \atop {s56} \right\}$ und $\left\{ {6 \atop 5\ 6} \right\} = g^{6s}\left\{ {} \atop {s56} \right\}$ mit $s \triangleq (5,6)$.

Wird zur vorläufigen Kürzung die Chiffre $g_{pq} \equiv pq$, sowie $g^{pq} \equiv \underline{pq}$ und $\partial/\partial x^p \equiv (p)$ eingeführt, dann folgt unmittelbar

$$\varphi = \tfrac{1}{2}(\underline{55}(6)55 + \underline{66}(5)66 + \underline{56}((6)55 + (5)66)) \quad \text{und} \quad d\varphi/d\xi =$$
$$= -[\underline{66}((55) + (56))66 + \underline{55}((56) + (66))55 + \underline{56}((56)(56 + 66) +$$
$$+ (55)66 + (66)55) + (5)\underline{66}(5)66 + (5)\underline{55}(6)55 + (5)\underline{56}((5)66 +$$
$$+ (6)55) + (6)\underline{66}(5)66 + (6)\underline{55}(6)55 + (6)\underline{56}((5)66 + (6)55)].$$

Wegen $g_{ik} = g_{ik}^{\times}$ gilt $\overline{\text{div}}_6 \overrightarrow{\overrightarrow{g}} = \vec{0}$, also $\sum_{k=1}^{6} \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^k} = 0$, was demnach immer $(k)ik = (k)ki = 0$ bedingt. Dies bedeutet aber, da $(ik) = (ki)$ kommutiert, $d\varphi/d\xi = -[\underline{66}(55)66 + \underline{55}(66)55 + \underline{56}((55)66 +$
$+ (66)55) + (5)\underline{66}(5)66 + (6)\underline{55}(6)55]$ und $2\varphi = (\underline{55}(6)55 +$

$+\underline{66}(5)66+\underline{56}((6)55+(5)66))$. Wird zur Kürzung $g_{55}=\eta$, $g_{56}=w$, sowie $g_{66}=p$ eingeführt und $g_{ik}g^{ik}=1$ berücksichtigt, dann folgt $-d\varphi/d\xi=(\partial^2/\partial x^2)lnp+(\partial^2/\partial y^2)ln\eta+\frac{1}{w}((\partial^2 p/\partial x^2)+\partial^2\eta/\partial y^2)$ mit $x=x^5$ und $y=x^6$. Ferner wird $\varphi=\frac{1}{2}((\partial/\partial x)lnp+(\partial/\partial y)ln\eta+\frac{1}{w}(\partial p/\partial x+\partial\eta/\partial y))$. Immer besteht die Möglichkeit, ${}^2\overline{g}$ mit einer Unitärmatrix $\hat{S}\hat{S}^{\times}=\hat{E}$ auf ein Diagonalschema $g_{ik}\sim\delta_{ik}$ zu transformieren, so daß $g^{56}=1/w=0$ wird und dies bedeutet $-d\varphi/d\xi=(\partial^2/\partial x^2)lnp+(\partial^2/\partial y^2)ln\eta$, beziehungsweise $\varphi=\frac{1}{2}((\partial/\partial x)lnp+(\partial/\partial y)ln\eta)$. Damit wird aber die Gleichung des infinitesimalen Strukturfeldes $d\varphi/d\xi+\varphi\varphi^*=\lambda\varphi$ wegen der kovarianten Hermitezität $\varphi\varphi^*=\varphi^2$, also $d\varphi/d\xi+\varphi^2=\lambda\varphi$ zu $\partial^2P/\partial x^2+\partial^2Q/\partial y^2-\frac{1}{4}(\partial P/\partial x+\partial Q/\partial y)^2=-\frac{\lambda}{2}(\partial P/\partial x+$ $+\partial Q/\partial y)$, wenn die Kürzungen $P=lnp$ und $Q=ln\eta$ verwendet werden. Wegen $(5)55=(6)66=0$ wird $\partial P/\partial y=\partial Q/\partial x=0$, so daß wegen der Vertauschbarkeit der partiellen Ableitungen die Strukturfeldgleichung in der folgenden Form ergänzt werden kann, also

$0=\partial^2P/(\partial x^2)+\partial^2P/(\partial y^2)+\partial^2P/(\partial x\partial y)+\partial^2Q/(\partial x\partial y)+$
$+\partial^2Q/(\partial x^2)+\partial^2Q/(\partial y^2)-\frac{1}{4}(\partial P/\partial x+\partial P/\partial y+\partial Q/\partial x+$
$+\partial Q/\partial y)^2+\frac{\lambda}{2}(\partial P/\partial x+\partial P/\partial y+\partial Q/\partial x+\partial Q/\partial y)=(\partial/\partial x+$
$+\partial/\partial y)^2(P+Q)-\frac{1}{4}[(\partial/\partial x+\partial/\partial y)(P+Q)]^2+\frac{\lambda}{2}(\partial/\partial x+$
$+\partial/\partial y)(P+Q)$. Hierin ist aber grundsätzlich $\partial/\partial x+\partial/\partial y=d/d\xi$ und die beiden Feldfunktionen $P$ und $Q$ erscheinen stets in der Summe $P+Q=\psi$, so daß für das Strukturfeld eine totale Differentialgleichung zweiter Ordnung mit quadratischem Glied, nämlich $\frac{d^2\psi}{d\xi^2}-\frac{1}{4}(d\psi/d\xi)^2+\frac{\lambda}{2}\frac{d\psi}{d\xi}=0$ entsteht. Mit der Substitution $\underline{\varphi}=d\psi/d\xi$ wird $d\underline{\varphi}/d\xi=\frac{1}{4}\underline{\varphi}^2-\frac{\lambda}{2}\underline{\varphi}=\frac{1}{4}(\underline{\varphi}^2-2\lambda\underline{\varphi}+\lambda^2-\lambda^2)=$
$=-\frac{\lambda^2}{4}(1-\frac{1}{\lambda^2}(\underline{\varphi}-\lambda)^2)$ oder wenn $y=\frac{1}{\lambda}(\underline{\varphi}-\lambda)$ verwendet wird und $y=TGw$ zur Substitution kommt, dann folgt

$dw/d\xi = -\lambda/4$. Die Lösung dieses Ausdruckès ergibt sich zu $\varphi = 2\lambda f(1+f)^{-1}$ mit $f = Ae^{-\xi\lambda/2}$, wenn $A$ die Integrationskonstante ist. Da $\varphi = d\psi/d\xi$, also $d\psi/d\xi = 2\lambda f(1+f)^{-1}$ gilt, besteht die Möglichkeit, auch $\psi$ durch eine Integration zu erhalten. Da $dlnf = d(lnA - \xi\lambda/2) = d(-\frac{\lambda}{2}\xi)$ ist, wird $\psi = 2\lambda\int f(1+f)^{-1}d\xi =$

$= -4\int f(1+f)^{-1}dlnf = -4\int dln(1+f) = -4ln(1+f) + \text{const} =$

$= lnB(1+f)^{-4}$, wenn $B$ ebenfalls eine Integrationskonstante ist. Andererseits gilt $\psi = P + Q = lnp + ln\eta = ln(g_{55}g_{66})$, also für das invariante Produkt der hermetrischen $a$-Strukturen

$g_{55}g_{66} = B\left(1 + Ae^{-\frac{\lambda}{2}\xi}\right)^{-4}$, wobei $\xi$ das imaginäre Argument ist. Die auf diese Weise beschriebene hermetrische Struktur kann auch anders interpretiert werden. Man kann annehmen, daß diese Struktur, die durch $\psi = ln(g_{55}\,g_{66})$ beschrieben wird, als Feldfunktion über dem antihermetrischen Argumentbereich $R_4$ existiert und ein Feld in einem euklidischen bzw. pseudoeuklidischen Raum beschreibt. In diesem Falle wäre $\psi(\xi) = \psi(x_5, x_6)$ von den Transkoordinaten abhängig und wegen dieser Interpretation wäre $g_{ik} \to \delta_{ik}$ zu setzen, so daß sich die Metrik $ds^2 = \sum_{k=1}^{6} dx_k^2 = dr^2 + d\xi^2$ pseudoeuklidisch ergibt, wenn $dr^2 = \sum_{k=1}^{4} dx_k^2$ die Metrik des pseudoeuklidisch approximierten $R_4$ ist. Im allgemeinen ist $\psi = \psi(x_5, x_6)$ und definiert demnach Zustände jenseits des $R_4$, doch greifen diese latenten Prozesse unmittelbar in den $R_4$ ein, wenn $\psi$ Vorgänge beschreibt, die metrisch so beschaffen sind, daß $\xi$ unmittelbar durch $r$ gegeben ist. Dies ist eindeutig der Fall, wenn die Weltlinie von $\psi$ eine geodätische Nullinie ist; denn dann wird $ds^2 = 0$, also $d\xi = idr$ und damit wird die Beziehung $d^2\psi/d\xi^2 - \frac{1}{4}(d\psi/d\xi)^2 + \frac{1}{2}d\psi/d\xi = 0$ wegen $\psi(\xi) = \psi(x_k)_1^4$ zur Raumzeitgleichung

$$d^2\psi/dr^2 - \tfrac{1}{4}(d\psi/dr)^2 + \tfrac{i}{2}\lambda d\psi/dr = 0.$$

Die euklidische Approximation des $R_4$ ist zweideutig; denn es besteht die Möglichkeit $R_4 \to \mathrm{R}_{\pm 4}$, wobei zu entscheiden ist, welche dieser Projektionsmöglichkeiten für den Nullinienprozeß $\psi$ gelten kann; denn danach richtet sich die physikalische Interpretation von $\psi$. Da sich die $R_{\pm 4}$ nur in $x_4 \sim t$ unterscheiden, wird die Zweideutigkeit durch $x_4 = Ct$ umgangen, wobei $C = ic$ den $R_{-4}$, aber $C = \omega$ den $R_{+4}$ nach **(*b)** mit $\beta > 0$ kennzeichnet. In der totalen Raumzeitgleichung zweiter Ordnung für $\psi$ beschreibt das quadratische Glied die Wechselbeziehungen zwischen gleichen Nullinienprozessen im $R_4$, so daß es für eine Interpretation von $\psi$ genügt, diesen quadratischen Term $(d\psi/dr)^2 \to 0$ zu vernachlässigen. In der entstehenden linearen Approximation ist

$$\frac{d^2}{dr^2} = \vec{r}_0 \frac{d}{dr} \vec{r}_0 \frac{d}{dr} = \vec{r}_0 \frac{d}{dr} \mathrm{grad}_4 = \vec{r}_0 \sum_{k=1}^{4} \frac{dx_k}{dr} \frac{\partial}{\partial x_k} \mathrm{grad}_4 =$$

$$= \vec{r} \sum_{k=1}^{4} \frac{1}{x_k} \frac{\partial}{\partial x_k} \mathrm{grad}_4 = \vec{r} \sum_{k=1}^{4} \frac{\vec{e}_k}{x_k} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} = \sum_{k=1}^{4} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2}, \text{ wenn die}$$

Einheitsvektoren der Koordinaten ein normiertes Orthogonalsystem $\vec{e}_i \vec{e}_k = \delta_{ik}$ bilden und $\vec{r}_0 = \vec{r}/r$ der Einheitsvektor von $r$ ist. Andererseits ist $\lambda d\psi/dr = \vec{\lambda} \mathrm{grad}_4 \psi = \sum_{k=1}^{4} \lambda_k \partial\psi/\partial x_k$, das heißt, in analytischer Fassung wird die Linearapproximation zu $\sum_{k=1}^{4} \partial^2\psi/\partial x_k^2 =$

$= -\frac{i}{2} \sum_{k=1}^{4} \lambda_k \frac{\partial\psi}{\partial x_k}$. Wegen des linearen Charakters besteht immer die Möglichkeit, die Zeitabhängigkeit gemäß $\psi(x_k)_1^4 = \vartheta(t) w(x_k)_1^3$ zu separieren. Für diese Separation folgt, wenn $x_4 = Ct$ gesetzt wird,

$$\frac{1}{w}\Big( \sum_{k=1}^{3} \partial^2 w/\partial x_k^2 + \frac{i}{2} \sum_{k=1}^{3} \lambda_k \partial w/\partial x_k \Big) = -\frac{1}{\vartheta}\Big( \ddot{\vartheta}/C^2 + \frac{i\lambda_4 \dot{\vartheta}}{2C} \Big).$$

Wird hierin zur Kürzung $\lambda_4 = \lambda$ verwendet, dann folgt, weil

$$\frac{1}{w}\Big( \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial^2 w}{\partial x_k^2} + \frac{i}{2} \sum_{k=1}^{3} \lambda_k \partial w/\partial x_k \Big) = a = \mathrm{const}(t) \text{ ist,}$$

$\ddot{\vartheta} + \frac{i}{2} \lambda C \dot{\vartheta} + aC^2 \vartheta = 0$ für die Zeitabhängigkeit, wobei $a$ die Bedeu-

tung einer Separationskonstanten hat. Ist $H(t)$ èine Hilfsfunktion, dann wird die Lösung des Zeitgesetzes mit dem Ansatz $\vartheta \sim e^H$ möglich. Es wird $0 = \ddot{H} + \dot{H}^2 + \frac{i}{2}\lambda C\dot{H} + aC^2 = \ddot{H} + (\dot{H} + \frac{i}{4}\lambda C)^2 + + C^2(\frac{\lambda^2}{16} + a)$. Setzt man $\kappa = iC\sqrt{\lambda^2/16 + a}$ und $y = \dot{H} + \frac{i}{4}\lambda C$, dann wird $\dot{y} = \kappa^2 - y^2 = \kappa^2(1 - y^2/\kappa^2)$ oder mit $W = y/\kappa$ auch $\dot{W} = \kappa(1 - W^2)$. Mit der Substitution $W = TG\phi$ ergibt sich $\dot{\phi} = \kappa$, also $\frac{1+W}{1-W} = Ae^{2\kappa t} = F$. Dies bedeutet $y = \kappa\frac{F-1}{F+1}$. Hieraus folgt wiederum $\dot{H} = \kappa\frac{F-1}{F+1} - i\lambda C/4$. Dieser Ausdruck ist aber ($A$ ist in $F$ die Integrationskonstante) wiederum integrierbar. Es gilt $H = \kappa\int\frac{F-1}{F+1}dt - \frac{i}{4}\lambda Ct$. Da $dlnF = 2\kappa dt$ ist, gilt $\kappa\int\frac{F-1}{F+1}dt = \frac{1}{2}\int\frac{F-1}{F+1}dF/F = \frac{1}{2}\int\frac{dF}{F+1} - \frac{1}{2}\int\frac{dF}{F^2+F} =$

$= \frac{1}{2}ln(1+F) - \frac{1}{2}\int\frac{dF}{(F+1/2)^2 - 1/4}$. Hierin ist wiederum

$-\frac{1}{2}\int\frac{dF}{(F+1/2)^2-1/4} = \int\frac{d(2F+1)}{1-(2F+1)^2} = \frac{1}{2}ln(-\frac{1}{F}(1+F))$.

Einsetzen liefert $\kappa\int\frac{F-1}{F+1}dt = \frac{1}{2}ln(-\frac{1}{F}(1+F)^2) + \text{const}$. Demnach ergibt sich $H = \frac{1}{2}ln(-\frac{1}{F}(1+F)^2) + lne^{-i\lambda Ct/4} + \text{const} =$

$= ln(B(1+F)\frac{1}{\sqrt{F}}e^{-i\lambda Ct/4})$, wenn $B = \text{const}$ eine weitere Integrationskonstante ist. Wegen $\vartheta \sim e^H$ ergibt sich dann für das Zeitgesetz

$\vartheta \sim \frac{B}{\sqrt{F}}(1+F)e^{-i\lambda Ct/4}$ mit $F = Ae^{2\kappa t}$ und $\kappa = iC\sqrt{\frac{\lambda^2}{2C} + a}$.

Wegen $\frac{1}{w}\left(\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial^2 w}{\partial x_k^2} + \frac{i}{2}\sum_{k=1}^{3}\lambda_k\frac{\partial w}{\partial x_k}\right) = -\frac{1}{\vartheta}(\ddot{\vartheta}/C^2 + + (\frac{i\lambda}{2C})\dot{\vartheta}) = \text{a} = \text{const}(t)$ muß auch $a = \text{const}(x_k)_1^3$ sein, weil $\vartheta$

von den Koordinaten des $R_3$ unabhängig ist. Mit der Separationskonstanten $a = \text{const}$ folgt für die Differentialgleichung der $R_3$-Struktur $\sum_{k=1}^{3} \frac{\partial^2 w}{\partial x_k^2} + \frac{i}{2} \sum_{k=1}^{3} \lambda_k \frac{\partial w}{\partial x_k} - aw = 0$. Wird das normierte Orthogonalsystem $\vec{e}_i \vec{e}_k = \delta_{ik}$ verwendet, dann kann neben $\vec{\lambda} = \sum_{k=1}^{3} \vec{e}_k \lambda_k$ auch $\sum_{k=1}^{3} \vec{e}_k \frac{\partial}{\partial x_k} = \text{grad}$ und $\sum_{k=1}^{3} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} = \text{divgrad}$ eingeführt werden, so daß die Differentialgleichung die Form

$\text{divgrad} w + \frac{i}{2} \vec{\lambda} \text{grad} w - aw = 0$ annimmt. Gilt im $R_3$ völlige sphärische Symmetrie mit $dR^2 = \sum_{k=1}^{3} dx_k^2$, dann folgt nach einer Transformation in Polarkoordinaten, wenn zur Kürzung $\lambda_R = \underline{\lambda}$ und für irgendeine Funktion $F(R)$ als Ableitung $\frac{dF}{dR} = F'$ verwendet wird, $w'' + 2w'/R + \frac{i}{2} \underline{\lambda} w' - aw = 0$, mit $w = w(R)$. Ist $f(R) = 2/R + i\underline{\lambda}/2$, dann gilt $w'' + fw' - aw = 0$ und hierin kann mit $w = e^H$ substituiert werden, wobei $H(R)$ gilt. Diese Substitution liefert $a = H'' + H'^2 + fH' = H'' + (H' + f/2)^2 - f^2/4$. Eine weitere Substitution $U = H' + f/2$ oder $H' = U - f/2$ liefert dann $U' + U^2 = a + f^2/4 + f'/2$. Wegen $f = 2/R + i\underline{\lambda}/2$ kann $F(R) = a - \underline{\lambda}^2/16 + \frac{i\underline{\lambda}}{2R}$ verwendet werden, so daß die kugelsymmetrische $R_3$-Struktur durch $dU/dR + U^2 = F(R)$ beschrieben wird, wenn $U = H' + f/2$ und $H = lnw$ gilt. Wenn dagegen näherungsweise $2w'/R \approx 0$ geschrieben werden darf, dann führt diese Approximation zu $\frac{d^2 w}{dR^2} + \frac{i}{2} \underline{\lambda} \frac{dw}{dR} - aw = 0$. Mit dem Lösungsansatz $w \sim e^{\chi}$ nimmt die Differentialgleichung die Form an:

$$0 = \frac{d^2\chi}{dR^2} + \left(\frac{d\chi}{dR}\right)^2 + \frac{i}{2} \underline{\lambda} \frac{d\chi}{dR} - a = \frac{d^2\chi}{dR^2} + \left(\frac{d\chi}{dR} + \frac{i}{4} \underline{\lambda}\right)^2 +$$

$+\frac{\lambda}{16}-a$. Hierin wird $\beta^2=a-\frac{1}{16}\underline{\lambda}^2$ und $y=1/\beta\left(\frac{d\chi}{dR}+\frac{i}{4}\underline{\lambda}\right)$ eingeführt, was zu $\frac{dy}{dR}=\beta(1-y^2)$ führt. Ist in $f=\underline{A}e^{2\beta R}$ die Integrationskonstante $\underline{A}$, dann ergibt sich für die erste Integration $\frac{d\chi}{dR}+\frac{i}{4}\underline{\lambda}=\beta\frac{f-1}{f+1}$ und dies macht eine weitere Integration möglich. Man erhält $\chi+\frac{i}{4}\underline{\lambda}R-\text{const}=\beta\int\frac{f-1}{f+1}dR=$

$$=\tfrac{1}{2}\int\frac{f-1}{f+1}dlnf=\tfrac{1}{2}ln(1+f)-\tfrac{1}{2}\int\frac{df}{f^2+f}=\tfrac{1}{2}ln(1+f)+$$

$$+\int\frac{d(2f+1)}{1-(2f+1)^2}=\tfrac{1}{2}ln(1+f)+\tfrac{1}{2}ln(-\tfrac{1}{f}(1+f)^2)=$$

$\frac{1}{2}ln(-\frac{1}{f}(1+f)^2)$. Einsetzen in $\chi$ und Potenzierung liefert dann $w\sim\frac{1}{\sqrt{f}}(1+f)e^{-i\underline{\lambda}R/4}$. Wegen $\psi=w\vartheta$ beschreibt $w$ die Verteilung des in den $R_4$ projizierten Prozesses im $R_3$. Da aufgrund des Baues von $\vartheta$, also des Zeitverlaufs, immer $\lim_{t\to\infty}\vartheta\neq 0$ bleibt, unabhängig davon, welche der Möglichkeiten $R_{\pm 4}$ realisiert ist, muß $\lim_{R\to\infty}w<\infty$ gefordert werden, wenn $\lim_{t,R\to\infty}\psi<\infty$ bleiben soll. $\psi$ ist eine Zustandsfunktion und muß daher grundsätzlich konvergieren, weil für $\psi$ ein abstrakter Funktionenraum existent sein muß, das heißt, die Konvergenz ist in der Form $\lim_{t,R\to\infty}\psi=\lim_{t\to\infty}\vartheta\lim_{R\to\infty}w<\infty$, also $\lim_{R\to\infty}w<\infty$ und $\lim_{t\to\infty}\vartheta<\infty$ zu fordern. $w$ ist durch den Verlauf $w\sim(1+\underline{A}e^{2\beta R})exp(-\frac{1}{4}\underline{\lambda}R-\beta R)$ eindeutig bestimmt, weil der reelle Unterraum $R_3$ eindeutig festliegt (die Zweideutigkeit $R_{\pm 4}$ bezieht sich auf $x_4$). Dieser eindeutige Verlauf von $w$ genügt der Konvergenzbedingung aber nur dann, wenn $Re\beta=0$ und $Im\beta\geqq 0$ ist; denn nur dann wird $w$ zu einer komplexen periodischen Funktion. Für $Re\beta>0$ und $Im\beta=0$ divergiert $w$ dagegen monoton, was wegen

der Konvergenzforderung auszuschließen ist. Die Konvergenzforderung für den Verlauf von $w$ verdichtet sich demnach in $\beta^2 \leqq 0$, was wegen $\beta = \sqrt{a - \frac{1}{16}\underline{\lambda}^2}$ als Bedingung für die Separationskonstante $16a < \underline{\lambda}^2$ liefert. Der Verlauf $\vartheta$ wird dagegen von $C$ bestimmt, wofür es $R_{\pm 4}$ entsprechend die Möglichkeiten $C = ic$ und $C = \omega$ gibt. Nimmt man für den antihermetrischen $R_4$ den imaginären Wert $C = ic$ an, dann zeigt sich $\lim_{\tau \to \infty} \vartheta \to \phi$, so daß der $R_{-4}$ unmöglich die antihermetrische Raumzeit der $a$-Form sein kann und der Nullinienprozeß $\psi$ kann unmöglich im $R_4 \triangleq R_{-4}$ als Wirkung mit einer geodätischen Nullinie in der Raumzeit als elektromagnetisches Strahlungsquant erscheinen. Im reellen Fall $C = \omega$ des $R_{+4}$ dagegen wird $\vartheta$ zu einem komplexen Schwingungsgesetz, so daß hiermit die Konvergenz $\lim_{t \to \infty} \vartheta < \infty$ erfüllt wird. Der antihermetrische Bereich kann also nur der $R_{+4}$ sein. In dieser Raumzeit gibt es aber nur Gravitationswirkungen mit $\omega = \frac{4}{3}c$ und dieser Befund gestattet eine physikalische Interpretation des Nullinienprozesses $\psi$. Wenn $x_5$ und $x_6$ nur in der Verbindung $-\varsigma^2 = x_5^2 + x_6^2$ in $\psi$ auftreten, und wenn die Weltlinien dieser $a$-Struktur geodätische Nullinien sind, dann müßte $\psi$ derart im $R_4$ auftreten, daß im $R_3$ eine mit $\omega$ fortschreitende gravitative Feldstörung erscheint. Wegen des Charakters diskreter Punktspektren aller $\overline{\lambda}$ aus **(19)**, also auch der Hermetrieform $a$, müßten diese fortschreitenden Gravitationsfelder im $R_3$ allerdings ebenfalls den Charakter diskreter Quantenstufen tragen, die im folgenden als **Gravitonen** bezeichnet werden sollen. Auch wird die durch $\beta \neq 0$ in **(*b)** bedingte Zweideutigkeit in der Form $\beta > 0$ eindeutig. Die sich in dieser Form nicht in antihermetrische Unterräume abbildenden Kondensationsstufen der Form $a$ sind hinsichtlich des $R_4$ latente energetische Stufen, die aber unter Verwendung der herkömmlichen physikalischen Kategorien nicht interpretierbar sind. Da $x_5$ und $x_6$ jedoch auch in den drei übrigen Strukturen hermetrisch sind, und diese Hermetrieformen $b,c$ und $d$ elementare $Mq$ beschreiben, könnte ge-

schlossen werden, daß durch die Einbindung von $a$ in diese Hermetrieformen ebenfalls ein Abbildungsprozeß stattfindet, und zwar in Form von Gravitonen statischer Gravitationsfelder dieser $Mq$. Wenn aber $b,c$ und $d$ alle überhaupt möglichen $Mq$ im $R_4$ beschreiben sollten, dann würde dies bedeuten, daß es grundsätzlich keine gravitationsfreie Materie geben kann und daß es weiterhin unmöglich ist, bestehende Gravitationsfelder abzuschirmen; denn wie auch immer geartete Gravitationsschirme würden sich in ihrer ponderablen oder imponderablen Masse wegen des additiven Charakters der Gravitation hinsichtlich der Feldquelle der bereits bestehenden Quelle nur additiv überlagern.

Für die $R_6$-Signatur ergaben sich die durch $\alpha_5 = \alpha_6 = \sqrt{\pm\tau}$ ausdrückbaren Möglichkeiten $(+++-++)$ und $(+++---)$, von denen wegen der empirischen Stabilität atomarer und stellarer Systeme der negative Zweig $i\sqrt{\tau}$ ausgewählt wurde, was in **(4)** ausgedrückt wird. Wäre diese Entscheidung offen geblieben, dann hätte sich ebenfalls die Struktur **(19)** ergeben, in welcher jedoch Lösungsstrukturen der Form $e^{ix} = \cos x + i\sin x$ allein durch $x_4$ bestimmt würden. Auch in diesem unentschiedenen Fall wäre eine allgemeine Lösung möglich gewesen, deren spezieller Fall $a$ nur von $x_5$ und $x_6$ abhängt. Im dritten Gültigkeitsbereich wäre auch hier ein abstrakter Funktionenraum existent, der eine Konvergenz von $\psi$ in der ganzen Ebene $(x_5,x_6)$, also $\iint \psi\psi^* dx_5 dx_6 < \infty$ fordert. Aus dieser Konvergenz ergibt sich dann aber unter Verwendung der Lösung von **(19)** im dritten Gültigkeitsbereich mit $\varsigma^2 = x_5^2 + x_6^2$ der Sachverhalt $\varsigma^2 < 0$, was nur im Fall $(+++---)$, also **(4)** möglich ist. Diese der Beziehung **(19)** immanente Eigenschaft **(4)** ist jedoch die notwendige Bedingung eines kompakten reellen $R_3$ als Einheit $s_{(1)}$ im $R_6$; jedoch sind atomare und stellare Stabilitäten nur in einem solchen Unterraum $R_3$ möglich, so daß auch diese Stabilitäten eventuell als Ausdruck des empirischen Prinzips **(b)** in **(19)** enthalten sind.

Nunmehr soll die Hermetrieform $b$ imaginärer Zeitkondensationen untersucht werden. Für diese Form gilt $\mu = i\sqrt{\tau} \sum_{k=4}^{6} ()_k$, so daß

ein der Form $a$ analoger Formalismus existiert. Die **(19)** entsprechende partielle Lösung muß als lineares Kondensoraggregat konvergent sein, und diese Konvergenz liefert in völliger Analogie zu $a$ die gleiche Konstante $C_{km} = -1$. Die vollständige Lösung ist auch hier das Produkt der Diagonalkomponenten des kontravarianten Fundamentaltensors, wobei wegen der Antihermetrie des $R_3$ nur die Faktoren $k = 4$ bis $k = 6$ vom Wert 1 abweichende Funktionen sind. Es zeigt sich hierbei, daß wegen $x_4 = ict$ in **(4)** alle Weltlinien dieser Struktur $b$ im konischen Asymptotenraum der Weltkonstruktion liegen und zeitlich einem komplexen harmonischen Schwingungsgesetz genügen. Die Weltlinien der Zeitkondensationen sind demnach grundsätzlich geodätische Nullinien im $R_4$, deren Zustand $X$ mit den $a$ analogen Eigenwerten $\lambda$ im dritten Gültigkeitsbereich der Differentialgleichung $\ddot{X} + (\lambda c/2)^2 X = 0$ genügt, wobei $X$ als Lösung von **(19)** im dritten Gültigkeitsbereich im Fall $b$ neben einer Integrationskonstante nur vom Produkt der $g^{kk}$ für $k = 4$ bis $k = 6$ abhängt. Die geodätischen Nullinien des konischen Asymptotenraumes schneiden aber den antihermetrischen $R_3$ grundsätzlich, so daß $\ddot{X} + (\lambda c/2)^2 X = 0$ als zeitliche Separation einer $R_4$-Funktion $P = X(t)\,W(x_1, x_2, x_3)$ mit divgrad $W \sim W$ aufgefaßt werden kann, welche der linearen Differentialgleichung divgrad $P = \lambda^2 P/2 + \ddot{P}/c^2$ genügt. In dieser Beziehung ist $\lambda$ ein Aggregat von Eigenwertkomponenten aus **(19)**, und zwar auf den dritten Gültigkeitsbereich bezogen; denn einerseits ergeben sich auch im Fall $b$ aus der Symmetrie **(19)** Kondensorproportionalitäten, und andererseits wurden approximativ in Analogie zum Fall $a$ in diesem dritten Gültigkeitsbereich quadratische Glieder vernachlässigt. Die Differentialgleichung divgrad $P - \ddot{P}/c^2 \sim P$ kennzeichnet aber das Ausbreitungsgesetz photonischer $Mq$ im Rahmen der Quantenelektrodynamik, in welchem nach dem Quantendualismus für $\lambda \approx 0$ der korpuskulare Charakter zugunsten des Wellencharakters stark zurücktritt, so daß divgrad $P = \ddot{P}/c^2$ approximativ entsteht. Dies ist aber das Ausbreitungsgesetz eines transversalen Wellenfeldes im $R_3$, das mit Lichtge-

schwindigkeit fortschreitet. Es handelt sich dabei um die gleiche Beziehung, die sich aus dem empirischen Satz $(\mathbf{d_1})$ für das allgemeine elektromagnetische Feld ergibt. Aus diesem Grunde muß geschlossen werden, daß die imaginären Zeitkondensationen $b$ die imponderablen $Mq$ beschreiben, die als quantenhafte «Photonen» die elektromagnetischen Felder aufbauen.

Vergleicht man die Hermetrie $H(x_5,x_6)$ der Form $a$ mit $H(x_4,x_5,x_6)$ der Zeitkondensationen $b$ und betrachtet man von $a$ nur diejenigen Strukturen, die in den $R_{+4}$ abbildbar sind und im $R_3$ als Gravitonensystem $G \triangleq a$ erscheinen, gemeinsam mit den Photonen $P \triangleq b$ im $R_3$, dann sind Übergänge $G \rightleftharpoons P$ allein vom Verhalten $x_4$ abhängig. Auch ist offensichtlich jedes Photon trotz seiner Imponderabilität an ein Graviton gekoppelt. So erscheint es durchaus denkbar, daß irgendein Energiebetrag $E > 0$ auf ein materielles System einwirkt und daß sich $E \rightarrow G$ vollzieht, was in Form einer ponderomotorischen Wirkung (verursacht durch $G$) auf das System einwirkt oder aber im Sinne $G \rightarrow P$ unter geeigneten Systembedingungen zur Emission von $P$ führen kann. Diese über $G$ laufende $P$-Emission ist offensichtlich auch umkehrbar; denn im Fall einer Absorption würde $P \rightarrow G$ erfolgen und $G \rightarrow E$ würde das absorbierende materielle System verändern, und zwar entweder ponderomotorisch oder aber es kommt zu einer weiteren (sekundären) $P$-Emission. Wirkt bei diesem Absorptionsprozeß $G$ ponderomotorisch auf mehrere ponderable Systeme oder kommt es bei einer sekundären $P$-Emission über $G$ zur Anregung mehrerer Substituenten, dann liegt der Fall einer Streuung der umgesetzten Energie $E$ vor. Diese durch den imaginären Charakter der Hermetrieformen $a$ und $b$ bedingten Übergänge

$$a \triangleq G(x_5,x_6) \rightleftharpoons P(x_4,x_5,x_6) \triangleq b \qquad \textbf{(24)}$$

der im $R_3$ erscheinenden $G$- und $P$-Systeme setzen allerdings voraus, daß in bezug auf das absorbierende oder emittierende materielle Konstituentensystem beim Prozeß **(24)** ein systembedingter relativer zeitlicher Nullpunkt $x_4 = 0$ gesetzt wird.

Die Klasse der Hermetrieformen $c$ und $d$ komplexer Kondensationen ist dadurch gekennzeichnet, daß im Linearaggregat $\mu$ der Git-

terselektoren auch die reellen $R_3$-Gitter der semantischen Einheit $s_{(1)}$ in der Form $\alpha = \sum_{k=1}^{3} \alpha_k()_k$ neben $i\beta = \sum_{k>3} \alpha_k()_k$ auftreten, so daß der Selektor gemäß $\mu = \alpha + i\beta$ komplex wird. Im zweiten Gültigkeitsbereich der Approximation hoher Metronenziffern ergibt sich auch für $c$ und $d$ aus der Konvergenznotwendigkeit der partiellen Lösung von **(19)** für die Konstante wiederum $C_{km} = -1$, und hiermit kann eine Approximation in den dritten Bereich vorgenommen werden. Bei einer Untersuchung der Hermetrieform $c$ werde zunächst zur Interpretation der mit $(a,\alpha)$ indizierte, aber physikalisch ausgeklammerte Fall einer Antihermetrie in $x_5$ oder $x_6$ betrachtet und dann der mit $(a,\beta)$ indizierte Fall der Form $c$ beschrieben. Erst nach dieser vollständigen Beschreibung der Form $c$ kann dann die vollständige $R_6$-Hermetrie $d$ analysiert werden.

Mit $-x_4^2 = c^2t^2$, sowie $-x_5^2 = \varepsilon^2$ und $-x_6^2 = \eta^2$ nach **(4)** folgt dann für $\mu; n \to \mathrm{i}y$ als Übergang in den dritten Gültigkeitsbereich, wobei $y^2 = \varsigma^2 - r^2$ mit $\varsigma^2_{(a\alpha)} = \varepsilon^2$ bzw. $\varsigma^2_{(a\beta)} = \varepsilon^2 + \eta^2$ oder $\varsigma_d^2 = \varepsilon^2 + \eta^2 + c^2t^2$ für die zur Diskussion stehenden Fälle komplexer Hermetrie, aber $r^2 = \sum_{k=1}^{3} x_k^2$ für eine reelle $R_3$-Distanz zu setzen ist.

Unter diesen Voraussetzungen folgt also für die drei zu diskutierenden Fälle im mikromaren Infinitesimalbereich $\tau \to 0$ für diese Kondensationstypen ein analoger Sachverhalt für $y$; denn in $y^2 = \varsigma^2 - r^2$ ist $r^2$ eine Distanz im reellen $R_3$, welche dem Selektor $\alpha$ aus $\mu$ entspricht, während $\varsigma^2$ aus dem imaginären Selektoranteil $\beta$ hervorgeht. In der Approximation $\psi_{kl} = (1 - e^{\pm i\lambda_{kl}y})^{-1}$ kennzeichnet also $\varsigma^2$ den jeweiligen Kondensationstyp. Die Raumkondensationen werden dabei beschrieben durch $\varsigma^2_{(a\alpha)} = \varepsilon^2$ und $\varsigma^2_{(a\beta)} = \varepsilon^2 + \eta^2$, während für die Raumzeitkondensationen $\varsigma_d^2 = c^2t^2 + \varepsilon^2 + \eta^2$ gilt. Nach dieser Klassifikation der aufgrund der Weltarchitektur überhaupt möglichen komplexen Kondensationsvorgänge können die Kondensationsstufen im einzelnen analysiert werden. Charakteristisch für alle Kondensationen

ist das Auftreten von Singularitäten in $\psi_{kl}$. Für den zweiten metronischen Gültigkeitsbereich $\psi_{kl} = (E - e^{-\lambda_{kl}\mu})^{-1}$ kommt es nur für $\mu;n = 0$ zur Unendlichkeitsstelle, doch ist dieser Fall von vornherein auszuschließen, weil $\mu;n = 0$ bedeutet, daß überhaupt kein Metron existiert, was im Widerspruch zum Metronenbegriff steht. Außerdem würde $\mu;n = 0$ nur im ersten Gültigkeitsbereich, nicht aber im zweiten gelten. Auch in den Extrema gibt es keine singulären Unendlichkeitsstellen; denn wegen $\mu = \alpha + i\beta$ steht vor dem komplexen Exponentialgesetz grundsätzlich der räumliche Abklingselektor $e^{-\lambda_{kl}\alpha} \neq E$, was die Unendlichkeitsstelle auch im geradzahlig reellen Spektrum unmöglich macht. Im Gegensatz hierzu treten im dritten Bereich $\tau \to 0$ derartige Unstetigkeiten auf, weil in $\psi_{kl}(y) = (1 - e^{\pm i\lambda_{kl}y})^{-1}$ immer $y^2 = \varsigma^2 - r^2$ ist. Tatsächlich setzen sich also für $\tau > 0$ metronische Eigenwerte in den ganzen $R_3$ fort, deren Amplituden allerdings räumlich steil abklingen, aber auch für $\alpha;n \geqq \beta;n$ wegen $e^{-i\lambda_{kl}\beta} = \cos(\lambda_{kl}\beta) - i\sin(\lambda_{kl}\beta)$ als harmonischer Anteil erhalten bleiben. Für $\tau \to 0$ kommt es dagegen zu einer Reihe von Singularitäten. Die erste hiervon liegt bei $\varsigma^2 = r^2 = 0$, doch muß diese wegen $\varepsilon > 0$ grundsätzlich ausgeklammert werden. Die übrigen Singularitäten sind eine Folge von $\tau \to 0$ und lassen sich ausklammern, weil sie nur im Bereich der reellen geradzahligen Eigenwerte $\cos(\lambda_{kl}y) = +1$ für $\varsigma^2 > r^2$ auftreten, so daß in diesem Bereich nur die imaginären Eigenwerte $\sin(\lambda_{kl}y) = 1$ und die ungeradzahligen reellen Werte zählen. Eine allein auf $\tau \to 0$ zurückgehende singuläre Fläche liegt dagegen bei $\varsigma^2 = r^2 \neq 0$, die auf jeden Fall als Folge des dritten Gültigkeitsbereiches auszugrenzen ist. Diese singuläre Fläche zerlegt den ganzen Definitionsbereich der Kondensation in zwei Teile, nämlich in $0 \leqq r^2 < \varsigma^2$ und $r^2 > \varsigma^2$, wobei in $0 \leqq r^2 < \varsigma^2$ wegen $y^2 > 0$ immer ein komplexes Schwingungsgesetz gilt, dessen diskrete Eigenwertverteilung durch $r^2 = \varsigma^2$ von einem Abklingbereich $y^2 > 0$ getrennt wird. In diesem Abklingbereich, in dem $\psi_{kl}$ den Charakter eines Nahwirkungsfeldes annimmt, setzen sich jedoch tatsächlich die metronischen Eigen-

werte mit räumlich steil abklingenden Amplituden fort. Im metronischen Bereich $\tau > 0$ gelten in jedem Fall die beiden komplementären Eigenwertspektren der Gleichung **(20b)**, nicht aber im dritten Bereich $\tau \to 0$; denn hier liefert das reelle geradzahlige Spektrum als Folge von $\tau \to 0$ singuläre Unendlichkeitsstellen, die als Folge der Approximation auszugrenzen sind. Alle 3 Kondensationstypen $\lambda_{kl}\sqrt{\varsigma^2 - r^2}$ genügen daher dem zweideutigen Imaginärspektrum

$\beta_+^{(\pm)} = \pm \frac{\pi}{2}(2n_+ + 1)$ sowie dem ungeradzahligen reellen Spektrum $\beta_-^{(\pm)} = \pm\pi(2n_- + 1)$, wobei im Vergleich mit $\beta_+^{(\pm)} = \pm\lambda_{kl}y$ die Eindeutigkeit $\lambda_{kl}^+ y = \frac{\pi}{2}(2n_+ + 1)$ erreicht wird. Desgleichen folgt eindeutig $\lambda_{kl}^- y = 2\lambda_{kl}^+ y$. Da immer $\varsigma \perp R_3$ gilt, folgt mit dem normierten Orthogonalsystem $\vec{e}_\varsigma \vec{e}_r = \delta_{\varsigma r}$ nach Quadrierung

$$\left(\lambda_{kl}^-\right)^2(\varsigma^2 - r^2) = \left(\lambda_{kl}^-\right)^2(\vec{\varsigma} + i\vec{r})^2 = \pi^2(\vec{e}_\varsigma(2n_\varsigma + 1) + i\vec{e}_r(2n_r + 1))^2$$

oder $\lambda_{kl}^-(\varsigma, r) = \pi(2n_{\varsigma r} + 1)$ und analog $\lambda_{kl}^+(\varsigma, r) = \frac{\pi}{2}(2n_{\varsigma r} + 1)$, was nach Division durcheinander für beide Formen von Eigenwertspektren die gleiche Beziehung, nämlich

$$r = \frac{2n_r + 1}{2n_\varsigma + 1}\varsigma \qquad \textbf{(25)}$$

liefert, was wegen **(20b)** für alle Hermetrieformen $a$ bis $d$ unabhängig von ihrer komplexen oder imaginären Natur gelten muß. Wegen $r < \varsigma$ muß also auch für die beiden Eigenwertspektren $n_r$ und $n_\varsigma$ die Bedingung $n_r < n_\varsigma$ für die ganzen Zahlen erfüllt sein. Auch muß grundsätzlich **(25)** so beschaffen sein, daß $r > 0$ positiv zählt, weil dies von der reellen Natur des $R_3$ gefordert wird. Der Zusammenhang zwischen $s_{(1)} \triangleq R_3$ und den übrigen Architektureinheiten erfolgt also für $\tau \to 0$ durch zwei Systeme ganzer Quantenzahlen im Bereich $r < \varsigma$, während $r > \varsigma$ ein abklingendes Nahwirkungsfeld kennzeichnet.

Diese Beziehung **(25)** zeigt, daß es zumindest im dritten Gültigkeitsbereich kritische Distanzen $r$ im $R_3$ als Folge der komplexen Kon-

densationen gibt, welche durch diskrete Quantenzahlen definiert sind. Weiter ist evident, daß in diesem Approximationsbereich $\lambda_{kl} y = 0$ wegen $C_{kl} = -1$, also $\psi_{kl} = \left(1 - e^{\pm i\lambda_{kl} y}\right)^{-1}$ in jedem Fall zur Singularität $\psi_{kl} \to \infty$ führt. Wenn derartige Divergenzstellen ausgeschlossen werden (im ersten und zweiten Bereich ist dies wegen $e^{\alpha} \neq 0$ immer erfüllt), dann muß also als Folge der Infinitesimalapproximation stets $\lambda_{kl} y \neq 0$ gefordert werden. Im allgemeinen muß unabhängig von der komplexen Hermetrieform $\varsigma$ eine Zeitfunktion sein; denn wäre $\varsigma = \text{const}$, dann könnte keine Wechselwirkung für die betreffende Kondensation existieren, was aber nur exakt erfüllbar ist, wenn es im $R_6$ neben dieser Kondensation keine andere mehr gibt. Da dieser Fall zur Realität der Welt im Widerspruch steht, kann stets $\varsigma(t)$ und allgemeiner auch $r(t)$ gesetzt werden. Dies bedeutet $dy^2 = d\varsigma^2 - dr^2 = (\dot{\varsigma}^2 - \dot{r}^2)dt^2 = w^2(1 - v^2/w^2)dt^2$, weil $\dot{\varsigma} = w$ in euklidischer bzw. pseudoeuklidischer Approximation der Imaginärteil der Weltgeschwindigkeit und $\dot{r} = v$ eine eventuelle zeitliche Ortsänderung im $R_3$ ist. Mit dem auf $w$ bezogenen Geschwindigkeitsmaß $w\beta = v$ wird also $wdt\sqrt{1-\beta^2} = dy$ oder $y = \int wdt\sqrt{1-\beta^2} = \varsigma\sqrt{1-\beta^2} + \int \varsigma\beta\dot{\beta}(1-\beta^2)^{-1/2}\,dt$. In der Bedingung $\lambda_{kl} y \neq 0$ ist stets $\lambda_{kl} \neq 0$, wenn überhaupt eine Kondensation vorliegt, so daß auch $y \neq 0$ bleiben muß. Wird weiter $\beta = \text{const}$, also $\dot{\beta} = 0$ erreicht, was immer möglich sein muß, dann folgt $y = \varsigma\sqrt{1-\beta^2} \neq 0$, was aber $\beta^2 \neq 1$ fordert. Schließlich muß noch festgestellt werden, daß sich der jeweilige algebraische Charakter von $y$ durch die Forderung $\dot{\beta} = 0$ nicht ändern darf, so daß $1 - \beta^2 \neq 0$ zu $1 - \beta^2 > 0$, also $0 \leqq \beta < 1$ präzisiert wird. Dies ist aber für $w\beta = v$ mit $\beta = \text{const}$ dasjenige Verhalten, welches im pseudoeuklidischen $R_6$ den Gültigkeitsbereich nach **(5c)** von $\hat{C}$ kennzeichnet. In diesem Gültigkeitsbereich von $\hat{C}$ ist wegen $0 \leqq \beta < 1$ das Erreichen einer geodätischen Nullinie unmöglich. Die komplexen Kondensationen können demnach im dritten Gültigkeitsbereich mit $\beta < 1$ den raumzeitlichen Asymptotenkonus nur annähern, aber niemals erreichen. Diese Aussage ist das Charakteristikum für ponderable Materiefeldquanten,

so daß die $\lambda_{kl}$ im Fall der komplexen Kondensationen die Quantenniveaus ponderabler Materiefeldquanten beschreiben, also die komplexen Kondensationen in dieser Weise interpretierbar sind. Im Gegensatz dazu liegen die imaginären Zeitkondensationen in ihrer $R_{-4}$-Projektion grundsätzlich auf diesem Asymptotenkonus, während die $R_4$-Projektion der Selbstkondensationen nur im $R_{+4}$ möglich ist. Diese ponderablen Materiefeldquanten können nur die in der Problemstellung beschriebenen Elementarkorpuskeln sein, von denen es, den Klassen komplexer Hermetrieformen entsprechend, zwei ganz verschiedene Arten geben muß. Einerseits müssen Elementarkorpuskeln existieren, welche durch die Hermetrieformen $a\alpha$ bzw. $a\beta$, also Raumkondensationen $c$ (neben imaginären, nichtzeitlichen Einheiten kondensiert nur $s_{(1)} \triangleq R_3$), beschrieben werden. Andererseits muß es durch $d$ beschriebene Elementarkorpuskeln als Raumzeitkondensationen geben, bei denen neben den $a$ bedingenden semantischen Einheiten noch $(s_{(1)}, s_{(2)}) \triangleq R_4$ in Form von Raumzeitbereichen kondensieren.

Nach dieser Analyse allgemeiner Approximationseigenschaften können nunmehr die beiden möglichen Formen komplexer Kondensationen diskutiert werden, und zwar soll mit dem einfachsten Fall, also mit der Raumkondensation bei $x_6$-Antihermetrie begonnen werden.

Jede derartige Elementarkorpuskel $a\alpha$ ist in bezug auf die Niveaus $\lambda_{kl}$ durch kritische Radien $\varsigma_l = \varepsilon_l$ charakterisiert, die durch das jeweilige Feld $\varepsilon_l$ im $x_5$-Bereich definiert werden. Im Bereich $0 \leqq r < \varsigma_l$ beschreibt $\psi_{kl}$ ein komplexes Schwingungsgesetz, bleibt auf der Fläche $r = \varsigma_l$ konstant und wird jenseits dieser Fläche $r > \varsigma_l$ zu einem exponentiell abklingenden Nahwirkungsfeld, woraus folgt, daß die durch $\psi_{kl}$ beschriebenen Elementarkorpuskeln den Quantendualismus aufweisen müssen, was sich wiederum mit der Interpretation der Raumkondensationen als Elementarkorpuskeln deckt. Da bei allen Raumkondensationen, also bei $a\alpha$ ebenso wie bei $a\beta$, die Größe $\varsigma$ eine die Kondensation kennzeichnende Strecke ist, welche in ihrer $R_3$-Projektion nicht mit $t$ wächst und für $r > \varsigma$ als exponentielles Abklinggesetz ein Nahwirkungsfeld beschreibt, ergibt sich für $r \gg \varsigma$ eine

gewisse elektrische Neutralität der Raumkondensationen. Im folgenden kennzeichne die jeweilige Indizierung $a\alpha$ oder $a\beta$ bzw. $d$ eine Größe in bezug auf die jeweilige komplexe Hermetrieform. Im Fall $\varsigma_{(a\alpha)}$ mit $\tau \to 0$ wird dieser neutrale Charakter in hinreichend großen Abständen $r$ besonders deutlich. Zwar sind im metronischen Bereich $\tau > 0$ die realen Kondensationsstufen bipolar, also hinsichtlich des Vorzeichens zweideutig, desgleichen für $\tau \to 0$ alle Eigenwerte im Eigenwertbereich $0 \leqq r < \varepsilon$ und auch im Abklingbereich $r > \varepsilon$ liegt noch eine potentielle Bipolarität $\psi_{kl} = \left(1 - e^{\pm \lambda_{kl} y}\right)^{-1}$ mit $y^2 = r^2 - \varepsilon^2$ vor, die aber für $r \gg \varepsilon$ verschwindet, weil im vierten Gültigkeitsbereich $\psi = (1 - e^{\lambda r})^{-1}$ wegen $\lim\limits_{r \to \infty} \psi = 0$ gefordert werden muß. $\psi$ wird demnach hier zu einem eindeutigen Feldverlauf, der aber nur einem Gravitationsfeld entsprechen kann, welches keinerlei Polarität aufweist. $r \gg \varepsilon$ ist zweifellos nur deshalb möglich, weil jeder Raumkondensation aufgrund der Weltarchitektur ein charakteristischer $\varepsilon$-Wert zukommt, durch welchen die betreffende Struktur bewertet wird. Die durch den Fall $(a\alpha)$ beschriebenen komplexen Kondensationen müssen also als Neutrokorpuskeln im physischen $R_3$ interpretiert werden, deren Spektrum durch die möglichen $\varepsilon$-Werte im $x_5$-Bereich der Welt beschrieben wird. Offensichtlich ist die für $\tau \to 0$ auftretende singuläre Fläche das $R_3$-Komplement dieses $\varepsilon$-Wertes, so daß $r = \varepsilon$ als räumlicher Komplementärradius der Neutrokorpuskel aufgefaßt werden muß. Für $\varsigma_{(a\alpha)} = \varepsilon$ gilt im Bereich $0 \leqq r < \varepsilon$ der mikromaren Eigenwerte $r = \dfrac{2n_r + 1}{2n_\varsigma + 1}\varepsilon$ nach Gleichung **(25)**, doch fordert diese Beziehung stets $n_r < n_\varsigma$, weil sie nur für $r < \varepsilon$ gilt. Der das mikromare Eigenwertspektrum abschließende Komplementärradius ist also grundsätzlich nicht im Fall $(a\alpha)$ erfaßbar durch Systeme von Quantenzahlen, so daß auch $\varepsilon$ nicht als zahlentheoretische Funktion ganzzahliger Indizes ausdrückbar ist. Dies würde aber bedeuten, daß es im $R_3$ kein diskretes Spektrum von Neutrokorpuskeln geben kann, was zu der Erfahrung in Widerspruch steht. Hieraus folgt, daß der Fall $(a\alpha)$ nicht wirklich ist, das heißt, für das Spektrum der Neutrokorpuskeln kommt nur noch der Fall $(a\beta) \triangleq c$ in Betracht.

Aus Gleichung **(25)**, nämlich $r = \frac{2n_r+1}{2n_\varsigma+1}\varsigma_{(a\beta)}$, wird mit $\varsigma^2{}_{(a\beta)} = \varepsilon^2+\eta^2$ nach Quadrierung $r^2 - \left(\frac{2n_r+1}{2n_\varsigma+1}\right)^2 \varepsilon^2 = \left(\frac{2n_r+1}{2n_\varsigma+1}\right)^2 \eta^2$. Die beiden Quantenzahlen beschreiben den Verlauf der metronischen Eigenwerte im Bereich $0 \leqq r^2 < \varsigma^2{}_{(a\beta)}$, wobei immer $n_r < n_\varsigma$ bleiben muß. Für $r = \varepsilon$, also auf der singulären Fläche im Fall $\eta \neq 0$ wird dann $\eta/r = \pm 2(2n_r+1)^{-1}\sqrt{(n_\varsigma+n_r+1)\cdot(n_\varsigma-n_r)}$ gebildet. Ist $j>0$ irgendeine Zahl, welche den Betrag $\eta>0$ im System der Quantenzahlen bestimmt, dann muß immer $n_r = n_\varsigma - j$ gesetzt werden, weil $n_\varsigma > n_r$ als Hauptquantenzahl die eigentliche Begrenzung der Raumkondensation hinsichtlich des metronischen Eigenwertbereiches bestimmt. Aus diesem Grunde kann $n_\varsigma = n$ und $n_r = n-j$ gesetzt werden, was $\eta/r = \pm 2(2n+1-2j)^{-1}\sqrt{j(2n+1-j} = \pm 2f$ mit $f(n,j) = (2n+1-2j)^{-1}\sqrt{j(2n+1-j)}$ ergibt. Zweifellos ist $f<1$ für alle $j<n$, aber $f_{\max} = f(1,1)$ für $n = j = 1$, so daß $\eta/r = \pm 2f$ immer $|\eta/r| < 2\sqrt{2}$ bleiben muß. Wesentlich ist die Interpretation der im $R_3$ wirkenden, aber an sich imaginären Größen. Sowohl $\eta$ als auch $r$ in $\eta/r = \pm 2f$ sind wegen der Komplementarität $r = \varepsilon$ mit Sicherheit charakteristische $R_3$-Distanzen des Feldes der betreffenden Neutrokorpuskel, die vom relativen Bewegungszustand im $R_3$ unabhängig sind. Neben der auf den Quantendualismus zurückgehenden Compton-Wellenlänge im Sinne eines metaphorischen Radius $r_0 = \lambda_C/2$ des betreffenden Materiefeldquants $Mq$ mit $mc\lambda_C = h$ (nicht als zirkuläre Welle aufzufassen) gibt es nach **(12)** sowie **(14)** bis **(14c)** die das $G$-Feld kennzeichnenden Distanzen der unteren Realitätsschranke $R_-$, die $G$-Feldwellenlänge $\Lambda = 2\varsigma$ und die obere Realitätsschranke $R_+$. Hier bezeichnet $\varsigma$ nicht mehr den Term in $y$ für $\tau \to 0$, sondern werde im Sinne **(12)** verwendet. Für diese vier charakteristischen Distanzen sollen die Kürzungen $(I) = R_-$, ferner $(II) = \lambda_C/2$ sowie $(III) = \varsigma = \Lambda/2$ und $(IV) = R_+$ verwendet werden. Nach **(14c)** gilt also

$(I)<(II)<(III)<(IV)$. Unabhängig von der jeweiligen Hermetrieform kann festgestellt werden, daß sowohl imaginäre als auch komplexe Kondensationen zumindest durch eine Feldmasse (wegen ihres energetischen Charakters), also durch imponderable oder ponderable Trägheit bzw. durch Gravitonensysteme oder statische Gravitationsfelder gekennzeichnet sind, weil das Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation allgemein gültig ist. Dies bedeutet, da auch der Quantendualismus allgemein gültig ist, daß $(I)$ bis $(IV)$ ebenso für alle Hermetrieformen $a$ bis $d$ definiert sind wie die Beziehung **(25)**, wobei diese Gleichung allerdings speziell für die Form $c$ hergeleitet wurde, so daß vorerst die Frage offen bleibt, wie **(25)** zu erweitern ist, wenn im Fall $d$ der $R_4$ am Kondensationsprozeß beteiligt wird. Ein auf **(25)** in der Form $\eta/r = \pm 2f(n,j)$ mit ganzzahligen $n>0$ und $j>0$, aber $j<n$ zurückgehendes Massenspektrum erfaßt also neben den hermetrischen $c$-Termen auch alle logisch möglichen Terme imaginärer Kondensationen $a$ und $b$, wenn für die $a$-Terme der gravitonische Sonderfall **(24)** allein zugelassen wird.

Zur Interpretation von $\eta/r$ werde, da das Problem vieldeutig ist, wahlweise $(I)\rightarrow(IV)\triangleq 1\rightarrow 4$ und $\eta(i)/r(k)=(i,k)=K_{ik}$ für die einzelnen Interpretationsfälle verwendet. Die logisch möglichen Modalitäten sind also im formalen Matrixschema $\hat{K}=(K_{ik})_4=((i,k))_4$ enthalten. Von diesen 16 Modalitäten entfällt von vornherein die Diagonale, weil für $i=k$ stets $K_{kk}=1$ ist und somit für $f(n,j)=\text{const}$ einen Festwert, aber kein Massenspektrum liefert. Da wegen der Komplementarität $r=\varepsilon$ für $r\leqq(III)=\varsigma$ gilt, sind auch die $K_{i4}$ irrelevant. Schließlich muß noch die Forderung $|\eta/r|\leqq 2\sqrt{2}$ erfüllt sein, so daß wegen des progressiven Anstieges von $(I)$ nach $(IV)$ auch die Modalitäten $K_{4k}$ sowie $K_{32}$ ferner $K_{31}$ und $K_{21}$ als nicht relevant ausfallen. Es verbleiben demnach nur die 3 Modalitäten $(1,2)$ sowie $(1,3)$ und $(2,3)$ aus $\hat{K}$. Bevor diese drei Fälle analysiert werden, muß in $f(n,j)$ die Vieldeutigkeit $j\leqq n$ behoben werden. In **(25)** wurde $n_r=n_\varsigma-j$ und $n_\varsigma=n$ gesetzt, so daß $n_r<n_\varsigma$ für $j>0$ gilt, wobei $j>0$ durch die Notwendigkeit der Ausgrenzung einer singulären Fläche im dritten Gültigkeitsbereich zurückgeht. Es muß also $j>0$ so

beschaffen sein, daß $n_r \to n_\varsigma$ durch $j \to j_{\min}$ optimal angenähert wird, was für $j_{\min} = 1$ geschieht. Damit wird eindeutig $f(n,1) = f(n)$ und $(2n-1)f = \sqrt{2n}$. Wenn $\eta/r = \pm 2f$ ein Massenspektrum darstellen soll, dann bedingen diese Massen unabhängig von ihrer Ponderabilität oder Imponderabilität stets $\mathrm{Imm} = 0$ und $\mathrm{Rem} > 0$ oder $\eta/r > 0$, was auch das Vorzeichen gemäß $\eta/r = 2f(n)$ eindeutig macht.

Für die drei möglichen Fälle gelten unter Verwendung von $(I)$ bis $(III)$ die Beziehungen $(1,2) = R_-/r_0 = 2R_-/\lambda_C$ sowie $(1,3) = R_-/\varsigma$ und $(2,3) = r_0/\varsigma = \lambda_C/\Lambda$ mit $\Lambda = 2\varsigma$. Da die Massenterme im subatomaren Bereich liegen, sind die Approximationen von **(14)** in der Form $2(1+\alpha)R_- = \varsigma$ und $\gamma m^3 \varsigma = h^2$ nach **(12a)** mit $Y_1 = 1$ verwendbar, wenn die Approximation von **(14)** nicht bis **(14b)** getrieben wird. Man erhält nach Einsetzen

$(1,2) = \frac{c}{h} m(1+\alpha)^{-1}\varsigma$ sowie $(1,3) = R_-/\varsigma = \frac{1}{2}(1+\alpha)^{-1}$ und $(2,3) = \dfrac{\gamma}{2ch} m^2$. Mit der Kürzung $\mu = \sqrt{ch/\gamma}$ und mit $\alpha e \gamma m = 2\omega c \varsigma$ nach **(14)** und **(12a)**, also $\alpha = \dfrac{8}{3e}(\mu/m)^4$ folgt für die Spektren, wenn $m$ mit $(i,k)$ indiziert wird, $\left(\dfrac{m_{12}}{\mu}\right)^2\left(\left(\dfrac{m_{12}}{\mu}\right)^4 + \right.$

$\left. + \dfrac{8}{3e}\right)^{-1} = 2f(n)$ sowie $\left(\dfrac{m_{13}}{\mu}\right)^4\left(\left(\dfrac{m_{13}}{\mu}\right)^4 + \dfrac{8}{3e}\right)^{-1} = 4f(n)$ und $\left(\dfrac{m_{23}}{\mu}\right)^2 = 4f(n)$. Eine Elimination von $m_{12}$ und $m_{13}$ zeigt, daß zwar $m_{13} = 0$ für $n = 0$ wird, wogegen $m_{12}(n=0)$ divergiert, doch wird $m_{12}$ und $m_{13}$ für $1 \leqq n \leqq 8$ komplex, was $\mathrm{Imm} = 0$ und $\mathrm{Rem} > 0$ widerspricht. $m_{23}$ hingegen bleibt für alle $n > 0$ reell und es wird $m_{23} = 0$ für $n = 0$. Dies bedeutet, daß $K_{23}$ das einzige Element aus $\hat{K}$ ist, welches ein physikalisch relevantes Massenspektrum liefert, wodurch die Interpretation im Sinne der Modalität $(2,3)$ eindeutig wurde. Für das Massenspektrum der Neutrokorpuskeln, also der Hermetrieform $c$, welches jedoch zugleich alle energetisch möglichen gravitonischen und photonischen Kondensationen impliziert, ist also explizit

$$m = 2\sqrt{\frac{ch}{\gamma}}\,\frac{\sqrt[4]{2n}}{\sqrt{2n-1}} \tag{26}$$

zu setzen, wobei die $x_6$-Projektion in dem $R_3$ als halbe Materiewellenlänge $\eta = \lambda/2 = \dfrac{h}{2mc}$ und der Komplementärradius $r = \varepsilon$ in dieser Projektion als halbe $G$-Feldwellenlänge $\Lambda = 2\varsigma$ erscheint. Aufgrund dieser Interpretation

$$\eta = \lambda/2, \qquad r = \varepsilon = \frac{\Lambda}{2}, \qquad \lambda = \frac{h}{mc}, \qquad \Lambda = 2\varsigma,$$

$$\varsigma = \frac{h^2}{\gamma m^3} \tag{26a}$$

ergibt sich also das folgende Bild: Bei der Raumkondensation beschreibt die Projektion der $x_6$-Koordinate in den $R_3$ die quantenhafte Materiewellenlänge und die Projektion der $x_5$-Komponente als $G$-Feldwellenlänge die Grenze des attraktiven Gravitationsfeldes. Bei der Diskussion des physikalisch nicht realisierten Falles $(a\alpha)$ erschienen innerhalb des Bereiches $\varsigma^2 = \varepsilon^2$ in der $R_3$-Projektion Kondensationsstufen in Form harmonischer Schwingungen, welche jenseits des zu $\varepsilon$ komplementären $R_3$-Radius steil exponentiell abklingen. Im realen Fall $(a\beta) \mathrel{\hat{=}} c$ erscheinen wegen $\varsigma^2 = \varepsilon^2 + \eta^2$ zwei Klassen von Kondensationsstufen, und zwar innerhalb des zu $\eta$ komplementären $R_3$-Bereiches $\lambda$, dem sich ein stark abklingendes Nahwirkungsfeld anschließt, welches in gravitonische Kondensationsstufen im $R_3$-Bereich zwischen $\lambda/2 < r < \Lambda/2$, also dem zu $\varepsilon$ entsprechenden Raumbereich übergeht, und makromar als attraktives Gravitationsfeld erscheint. Es ist denkbar, daß sich auch diesem Bereich $\Lambda$ (der $\lambda$ impliziert) ein solches Abklingfeld anschließt, bevor der makromare gravitative Feldvektor nach **(11c)** sein Vorzeichen wechselt.

Im Gegensatz zu der ursprünglichen Interpretation als Neutrokorpuskel kann nach Gleichung **(26a)** aus diesem Abklinggesetz mit Nahwirkungscharakter nicht mehr direkt auf die elektrische Neutralität der Raumkondensation geschlossen werden, weil $\Lambda > \lambda$ ist und im

ganzen makromaren Bereich $r \leqq \frac{\Lambda}{2}$ Kondensationsstufen vorliegen. Da $\Lambda/2$ mit der Gravitationsgrenze und dem Komplementärradius identisch ist, und außerdem im Hermetriefall $(a\beta)$ die imaginären Selbstkondensationen an Raumstrukturen gekoppelt erscheinen, nicht aber imaginäre Zeitkondensationen, können die Raumkondensationen der Spektralgleichung **(26)** als Neutrokorpuskeln interpretiert werden, zumal imaginäre Selbstkondensationen mit geodätischen Nullinien im $R_3$ stets als Gravitonen, niemals aber als Photonen erscheinen. Elektrisch geladene Korpuskeln müssen dagegen immer in einer elektromagnetischen Wechselwirkung stehen, was mit einem Austausch elektromagnetischer Wirkungen, also einem Photonenaustausch verbunden ist, während sich die Wechselwirkung von Neutrokorpuskeln auf einen Gravitonenaustausch wegen $(a\beta)$, also auf eine gravitative und eine solche der Nahwirkung beschränkt.

Bei der Kondensation $(a\beta)$ ist zwar die Zeit antihermetrisch, doch müssen in jedem Fall die hermetrischen Einheiten Zeitfunktionen sein, was in Gleichung **(26)** die Zeitabhängigkeit $n(t)$ der Quantenzahl zur Folge hat. Ist $n = \text{const}(t)$ längs irgendeines Zeitintervalls, dann beschreibt $n$ eine in diesem Zeitintervall stabile Neutrokorpuskel, die in eine andere übergeht, wenn die Grenze des Zeitintervalles überschritten wird. Bei $n = 0$ ist überhaupt kein Massenwert $m$ definiert, während der Maximalwert bei $n = 1$ liegt. $n < 0$ ist wegen $Im(m) = 0$ nicht möglich, zumal $m$ mit wachsendem $n$ immer mehr abnimmt. Dies bedeutet, daß $n$ mit $t$ nur anwachsen kann, das heißt wegen

$$n = n(t), \quad \frac{dn}{dt} \geqq 0 \qquad \textbf{(26b)}$$

kann eine stabile Neutrokorpuskel nur in eine solche geringerer Masse übergehen, weshalb dieser Übergang auch als Zerfall bezeichnet werden soll. Ob irgendein $n$-Wert längs $t_1 \leqq t \leqq t_2$, also während $t_2 - t_1$ der Stabilität $\frac{dn}{dt} = 0$ der Neutrokorpuskel genügt, oder ob es gemäß $\frac{dn}{dt} > 0$ zum Zerfall in eine energetisch tiefere Korpuskel kommt, und wie groß das Stabilitätsintervall $t_2 - t_1$ ist, muß aufgrund des vor-

läufig vorliegenden Formalismus vorerst unbekannt bleiben, zumal noch die Hermetrieform $d$ komplexer Raumzeitkondensationen zu analysieren ist.

In diesem letzten zu diskutierenden Fall totaler $R_6$-Hermetrie $d$ komplexer Raumzeitkondensationen gilt wiederum $\mu = \alpha + i\beta$, jedoch im Gegensatz zur Form $c$ mit $i\beta = \sum_{k=4}^{6} \alpha_k()_k$, so daß der Formalismus weitgehend demjenigen von $c$ ähnelt. Allerdings wächst im dritten Gültigkeitsbereich $\varsigma^2 = \varepsilon^2 + \eta^2 + c^2t^2$ unabhängig von $\varepsilon$ oder $\eta$ ständig mit $t$, das heißt, von der $d$-Struktur geht eine Struktur aus, die einem Schwingungsgesetz genügt und mit Lichtgeschwindigkeit zeitlich im $R_3$ expandiert. Nun können die komplexen Formen $c$ oder $d$ als Kopplungen der imaginären Formen $a$ oder $b$ an eine metrische $R_3$-Struktur aufgefaßt werden. Nach **(24)** ist $b$ immer wegen des Nulliniencharakters seiner Weltlinien als Photon zu interpretieren, was bedeutet, daß $d$ als eine Raumkondensation aufgefaßt werden muß, welche in irgendeiner Weise an ein photonisches (also elektromagnetisches) Feld gekoppelt ist, und zwar als Folge der in den Kondensationsprozeß einbezogenen Zeitdimension.

Da die Photonenfelder der $b$-Hermetrie nach **(24)** elektromagnetischer Natur sind und in der $d$-Hermetrie eine $b$-Struktur an einen $c$-Term gekoppelt erscheint, sind die $d$-Terme ponderable $Mq$, von denen elektromagnetische statische Felder ausgehen, so daß hier ponderable Terme zu Quellenfeldern von $b$-Strukturen werden. Im Fall einer $d$-Hermetrie befindet sich demnach die ponderable $R_3$-Struktur in einem strukturellen Zustand, der mit dem phänomenologischen elektrischen Ladungsfeld identisch ist, welches als Quellen- und Senkenfeld $Q_\pm \neq 0$ in der Antisymmetrie $Q_+ = -Q_-$ erscheint und mit seinem elektromagnetischen Feld phänomenologisch-empirisch durch $(d_1)$ beschrieben wird. Demnach beschreibt die $d$-Hermetrie ponderable elektrisch geladene $Mq$.

Ist $\varepsilon_d$ diejenige Energie, die erforderlich ist, den $R_3$-Zustand eines $c$-Terms in den Zustand $Q_\pm$ der $d$-Struktur zu überführen, dann wäre mit der Energie $\varepsilon_b$ des angekoppelten Photonenfeldes

$\varepsilon_d + \varepsilon_b = 0$ und für die Energien $E_d$ sowie $E_c$ der ponderablen Terme müßte der Zusammenhang $E_d = E_c + \varepsilon_d = E_c - \varepsilon_b$ bzw. nach dem Energiematerieäquivalent $\underline{M}_d = \underline{M}_c - \varepsilon_b/c^2 < \underline{M}_c$ wegen $\varepsilon_b > 0$ gelten. Ist also der Zustand des Ladungsfeldes durch eine Funktion $F$ separierbar, so daß $\underline{M}_d = \underline{M}_c/F < \underline{M}_c$ gesetzt werden kann, dann ist $\underline{M}_d/\underline{M}_c = \frac{1}{F} \leqq 1$ für $|Q_\pm| \geqq 0$. Andererseits folgte **(26)** aus **(25)** mit der Interpretation $\lambda/\Lambda = \pm 4\sqrt{2n}(2n-1)^{-1}$ und $\mu = \sqrt{ch/\gamma}$ als Kürzung, also $(\underline{M}_c/\mu)^2 = \pm 4\sqrt{2n}(2n-1)^{-1}$, so daß in $\underline{M}_d/\underline{M}_c$ wegen der prinzipiellen zweideutigen Quadratwurzel von $F$ die vierte Potenz zu wählen ist. Setzt man für den reziproken Wert $1/F_q^4 = U(Q_\pm)$, dann gilt $(\underline{M}_c/\underline{M}_d)^4 = U(Q_\pm) \geqq 1$ für $|Q_\pm| \geqq 0$. Damit wird $U = 1 + g(Q_\pm)$ möglich, wo immer $g \geqq 0$ gilt, was mit $Imw = 0$ durch $g(Q_\pm) = w^2$ erreichbar ist. Einsetzen von $U = 1 + w^2$ liefert $(\underline{M}_c/\underline{M}_d)^4 = U = 1 + w^2$ oder $w^2 = (\underline{M}_c^4 - \underline{M}_d^4)/\underline{M}_d^4$.

Für **(19)** und **(19b)** gilt wegen der kovarianten Hermitezität nach **(M31)** und **(M31a)** stets $sp()^{(+,-)}_{(-)};({}^2\overline{\varsigma} - \frac{1}{2}\,{}^2\overline{\gamma};()\varsigma) = \overline{0}$. Im Fall der $d$-Hermetrie kann für das $Q_\pm$-Feld eine mit $q$ indizierte Partialstruktur verwendet werden, die ebenfalls **(19)** und **(19b)** genügt, für die aber

$sp()^{(+,-)}_{(-)};({}^2\overline{\varsigma}_q - \frac{1}{2}\,{}^2\overline{\gamma}_q;()\varsigma_q) \neq \overline{0}$ bleibt, so daß

$\overline{X} \sim sp()^{(+,-)}_{(-)};spK_q;\widehat{[]}_q = sp()^{(+,-)}_{(-)};\overline{\lambda}_q\widehat{[]}_q \neq \overline{0}$ ein nicht verschwindender $R_6$-Kraftdichteselektor $\overline{X}$ wird, weil die Matrixspuren von **(19b)** für die Partialstruktur nicht divergenzfrei sind.

Offensichtlich ist das $Q_\pm$-Raumfeld als ein typisches Charakteristikum der Raumzeitkondensation anzusehen, so daß nur die $R_4$-Komponenten der Partialstruktur zu untersuchen sind. Mit $\tau \to 0$ gilt also im dritten Gültigkeitsbereich $dx_5 = dx_6 = 0$ und $\overline{X};n \to \vec{\xi}_{(4)}$ sowie $sp()^{(+,-)}_{(-)};spK_q;\widehat{[]}_q;n \to \mathrm{sp}\lceil^{(+,-)}_{(-)}spC_q\widehat{\{\}}_q$ und

$sp()^{(+,-)}_{(-)};\overline{\lambda}_q\widehat{[]}_q;n\to \mathrm{sp}\left\lceil{}^{(+,-)}_{(-)}\vec{\lambda}_q\widehat{\{\}}_q\right.$. Mit dem $R_4$-Volumenelement $d\Omega = dx_1dx_2dx_3dx_4$ und $\vec{\xi}_{(4)} \sim sp\left\lceil{}^{(+,-)}_{(-)}spC_q\widehat{\{\}}_q\right.$ mit gleichem Proportionalitätsfaktor $sp\left\lceil{}^{(+,-)}_{(-)}\vec{\lambda}_q\widehat{\{\}}_q\right. \sim \dfrac{d}{d\Omega}(E\vec{F})$, wenn wegen des energetischen Eigenwertcharakters $E \triangleq \vec{\lambda}_q$ für den energetischen und $\vec{F} \triangleq \widehat{\{\}}_q$ für den strukturellen Teil des $Q_\pm$-Feldes gesetzt wird. Wegen der Gleichheit der Proportionalitätsfaktoren folgt im Vergleich $\vec{\xi}_{(4)}d\Omega = d(E\vec{F})$ oder als $R_4$-Gebietsintegral ausgeführt $\vec{K}_{(4)} = \int\vec{\xi}_{(4)}d\Omega$ oder $\vec{K}_{(4)} = E\vec{F}$ als Viererkraft. Mit dem normierten Orthogonalsystem $\vec{e}_i\vec{e}_k = \delta_{ik}$ und der Orientierung $d\vec{x}_k = \vec{e}_k dx_k$ gilt für ein Linienelement der Raumzeit $d\vec{s}_{(4)} = \sum\limits_{k=1}^{4} d\vec{x}_k = d\vec{s} + d\vec{x}_4$ mit $d\vec{s} = \sum\limits_{k=1}^{3} d\vec{x}_k$ des $R_3$. Ist weiter $\vec{K}_q$ ein Kraftvektor im $R_3$ und $\vec{K}_4^{(4)}$ eine zeitartige Komponente der Viererkraft $\vec{K}_{(4)} = \vec{K}_q + \vec{K}_4^{(4)}$, dann wird $\int\vec{K}_{(4)}d\vec{s}_{(4)} = \int\vec{K}_q d\vec{s} + \int\vec{K}_4^{(4)}d\vec{x}_4 = \int E\vec{F}d\vec{s}_{(4)}$.

Wird zur Beschreibung von $Q_\pm$ sowie des Feldes zwischen $Q_+$ und $Q_- = -Q_+$ die durch $q$ indizierte Teilstruktur der $d$-Hermetrie vom Gesichtspunkt der zu **(19c)** führenden Matrixspur von **(19)** betrachtet, dann gilt zunächst $\overline{\lambda}_q \times sp\widehat{[]}_q = K_q;sp\widehat{[]}_q$. Nach **(M31)** und **(M31a)** erfolgt diese Spurbildung durch $i = k$, so daß sich im Fall einer kovarianten Symmetrie der $q$-Struktur die quadratischen Terme als Folge der Summenbildung kompensieren, so daß es zur Linearisierung der Komponentendarstellung kommt. Es ist $(K_q;sp\widehat{[]}_q)_{mp} = \underline{\delta}_m\left[{}^{k}_{k}\,{}^{}_{p}\right]_q - \underline{\delta}_p\left[{}^{k}_{k}\,{}^{}_{m}\right]_q$, was im dritten Gültigkeitsbereich mit $\tau\to 0$ wegen $K_q;sp\widehat{[]}_q;n\to C_q sp\widehat{\{\}}_q$ und $\overline{\lambda}_q\times sp\widehat{[]}_q;n\to\vec{\lambda}_q\times sp\widehat{\{\}}_q$ die infinitesimale Beziehung $\vec{\lambda}_q\times sp\widehat{\{\}}_q = C_q sp\widehat{\{\}}_q = \mathrm{rot}_6 sp\widehat{\{\}}_q$ liefert, was mit $dx_5 = dx_6 = 0$

entsprechend der Voraussetzung einer $R_4$-Beschreibung zu $\vec{\lambda}_q \times sp\widehat{\{\}}_q = \mathrm{rot}_4 sp\widehat{\{\}}_q$ und $\vec{\lambda}_q \| \mathrm{rot}_4 sp\widehat{\{\}}_q$ nach **(19c)** führt. Dies bedeutet, daß das Quellen- und Senkenfeld zwischen $Q_+$ und $Q_-$ mit dem Ladungsfeld $Q_\pm$ eine Einheit im Sinne eines $R_4$-Rotors bildet. Hieraus wird wiederum die Antisymmetrie $Q_+ = -Q_-$ sowie die Eichinvarianz des elektromagnetischen Feldes verständlich. Auch könnte man möglicherweise auf die exakte Parität $Q'_+ + Q'_- = 0$ aller im $R_3$ existenten Ladungsfelder $Q'_\pm$ schließen.

Eine andere Konsequenz dieser Rotordarstellung ist dann $\vec{K}_4^{(4)} \perp \vec{x}_4$ wegen $\vec{\lambda}_q \| \mathrm{rot}_4 sp\widehat{\{\}}_q$ und $\vec{\lambda}_q \perp sp\widehat{\{\}}_q$ nach **(19c)**. Dies bedeutet $\int \vec{K}_4^{(4)} d\vec{x}_4 = 0$, so daß $\int \vec{K}_q d\vec{s} = \int E\vec{F} d\vec{s}_{(4)}$ wird. Im statischen Fall kann das elektrische Feld nach $(\mathbf{d_1})$ durch $\vec{K}_q = -\mathrm{grad}\, V$ beschrieben werden, wenn $4\pi\varepsilon_0 r V = Q_\pm^2$ verwendet wird. Diese Gradientendarstellung beschreibt den Verlauf von $V$ im $R_3$, doch liegen wegen $V \sim 1/r$ mit $r^2 = \sum_{k=1}^{3} x_k^2$ kugelsymmetrische Verhältnisse vor, was mit $\vec{r} = \vec{r}_0 r$ für $d\vec{s} = 2\pi d\vec{r}$ und den Gradienten $\mathrm{grad}\, V = \vec{r}_0 \dfrac{dV}{dr}$ bedeutet. Damit folgt $\int \vec{K}_q d\vec{s} = -\int \mathrm{grad}\, V d\vec{s} =$

$= -2\pi \int_{r_q}^{\infty} \vec{r}_0 \dfrac{dV}{dr} d\vec{r} = -2\pi(V_\infty - V_q)$, wenn in $4\pi\varepsilon_0 r_q V_q = Q_\pm^2$ die Distanz $r_q$ das Ladungsfeld kennzeichnet. Da $V \sim 1/r$ ist, gilt $V_\infty = \lim_{r\to\infty} V = 0$, also $\int \vec{K}_q d\vec{s} = 2\pi V_q$ oder $2\pi V_q = \int E\vec{F} d\vec{s}_{(4)}$. In diesem Integral ist $E$ eine photonische Energie, die als Festwert das $Q_\pm$-Feld kennzeichnet und von einer $R_4$-Distanz daher nicht abhängig sein kann. Es gilt deshalb $\int E\vec{F} d\vec{s}_{(4)} = E \int \vec{F} d\vec{s}_{(4)}$ mit $\vec{F} d\vec{s}_{(4)} = \sum_{k=1}^{4} F_k dx_k$. Aufgrund der Symmetrie kann angenommen werden, daß für alle Komponenten $\int F_k dx_k = Z$ die gleiche Stammfunktion $Z$ in $1 \leqq k \leqq 4$ existiert, was $\int \vec{F} d\vec{s}_{(4)} = 4Z$ und

daher $\int \vec{E}\vec{F}d\vec{s}_{(4)} = 4EZ$ bedeutet. Da im Fall der $d$-Hermetrie die in den Kondensationsprozeß eingebundene Zeitkondensation als $b$-Hermetrie photonischen Charakter trägt, gilt phänomenologisch die Elektrodynamik $(\mathbf{d_1})$ für $b$ und damit die Invarianz hinsichtlich $\hat{A}_-$ im $R_{-4}$. Einerseits wird jede $b$-Form von einer $a$-Struktur als Gravitonensystem begleitet und andererseits ist die Konsequenz der Invarianz hinsichtlich $\hat{A}_-$ das Energie-Materieäquivalent, während nach $(\mathbf{d_2})$ auch ein Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation gilt. Aus diesem Grunde müssen in $\int \vec{E}\vec{F}d\vec{s}_{(4)} = 4EZ$ die photonischen Bestimmungsstücke $E$ und $Z$ invariant hinsichtlich $\hat{A}_+$ in der reellen Hilfskonstruktion des $R_{+4}$ sein, wobei sich $\hat{A}_+$ aus (*) bis **(*b)** mit **(10)** bis **(10c)** unter der Voraussetzung $\beta > 0$ ein Relativitätsprinzip gravitativer Feldstörungen im $R_{+4}$ ist. Mit dem Maß der $R_3$-Geschwindigkeit $v = \omega\beta_+$ (in Analogie zum elektromagnetischen Relativitätsprinzip $\hat{A}_-$) gilt dann, wenn sich die Indizierung (0) auf $v = 0$ bezieht, $E_+ = E_{(0)}(1+\beta_+^2)^{-1/2}$ und $Z_+ = Z_{(0)}(1+\beta_+^2)^{-1/2}$, so daß sich für das rein photonische Produkt $EZ = E_{(0)}Z_{(0)} - E_+Z_+ = E_{(0)}Z_{(0)}(1-(1+\beta_+^2)^{-1}) = \beta_+^2 E_+ Z_+$ in der hinsichtlich $\hat{A}_+$ invarianten Form ergibt. Es gilt demnach $2\pi V_q = 4\beta_+^2 E_+ Z_+$, worin nach dem Prinzip **(c)** die photonische Energie des $Q_\pm$-Feldes gemäß $E_+ = h\nu_q = ch/\lambda_q$ quantisiert sein muß, was dem Quantendualismus entsprechend für die zirkuläre Welle dieser Energie $\lambda_q = 2\pi r_q$, also $E_+ = c\hbar/r_q$ liefert. Da die $R_3$-Photonen mit $v = c$ laufen, folgt mit **(10)** wegen $c = \omega\beta_+$, also für den Faktor $4\beta_+^2 = 9/4$ oder $8\pi V_q/9 = Z_+ c\hbar/r_q$, bzw., wenn neben $4\pi\varepsilon_0 r_q V_q = Q_\pm^2$ der Wellenwiderstand $R_-$ des leeren Raumes $R_- c\varepsilon_0 = 1$ verwendet wird, gilt $9\hbar Z_+ = 2Q_\pm^2 R_-$, so daß die durch $r_q$ bedingte Ortsabhängigkeit herausfällt. Hier beschreibt $Z_+$ den Zustand des $Q_\pm$-Feldes, und zwar im Sinn der lokalen Abhängigkeit eines Zustandes $z$ vom Ort auf einer sphärischen Niveaufläche. Ist auf einer solchen Fläche $\alpha$ der Azimut- und $\varepsilon$ der Höhenwinkel, dann

könnte $Z_+ = z_{,\alpha,\varepsilon}$ als zweite partielle Ableitung postuliert werden, wobei die Intervalle $0 \leqq \alpha \leqq 2\pi$ für das Azimut und $0 \leqq \varepsilon \leqq \pi/2$ für den Höhenwinkel gelten. Es ist also $9\hbar z_{,\alpha,\varepsilon} \doteq 2R_- Q_\pm^2$ in der Form

$9\hbar z = 2R_- \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} Q_\pm^2 \, d\varepsilon d\alpha$ zu integrieren. Hier kann stets $Q_\pm = \text{const}$ hinsichtlich $\alpha$ und $\varepsilon$ erreicht werden, so daß sich für die Integration $9\hbar z = 2\pi^2 Q_\pm^2 R_-$ als Bestimmungsgleichung für $z(Q_\pm)$ ergibt.

Es ist $z(Q_\pm) \sim Q_\pm^2$, doch muß andererseits in $w^2 = (\underline{M}_c^4 - \underline{M}_d^4)/\underline{M}_d^4 = w^2$ auch $w(Q_\pm)$ sein, so daß ein Zusammenhang $w(z)$ existiert. Zur evtl. Ermittlung dieses Zusammenhanges werde der folgende Weg vorgeschlagen: Mit der Einheitsstrecke $s_0 = 1[m]$ können die dimensionslosen Größen $w$ und $z$ zu Strecken $G = ws_0$ und $H = zs_0$ dimensioniert werden, so daß mit Einheitsvektoren $\vec{H}_0^2 = \vec{G}_0^2 = 1$ Orientierungen zu $\vec{H}$ und $\vec{G}$ möglich werden. Aus $\vec{H}$ und $\vec{G}$ wird dann in der $(x,y)$-Ebene der Orientierungen $\vec{e}_x^2 = \vec{e}_y^2 = 1$ und $\vec{x} = \vec{e}_x x$ bzw. $\vec{y} = \vec{e}_y y$ mit $\vec{e}_x \perp \vec{e}_y$ die Konstruktion eines Dreiecks $ABC$ möglich, dessen Punkt $A \triangleq 0$ im Koordinatennullpunkt liegt. Für die Kanten gilt dann $\overline{AB} = \vec{x}$ sowie $\overline{BC} = \vec{G}$ und $\overline{AC} = \vec{H}$ mit $\vec{G} \| \vec{y} \perp \vec{x}$. Ist $\varphi = \sphericalangle(\vec{x},\vec{H})$, *also* $\sphericalangle(\vec{G},\vec{H}) = \pi/2 - \varphi$, dann würde $(\vec{G}/\vec{H})^2 = w^2/z^2$ und $(\vec{G}/\vec{H})^2 = \sin^2\varphi$, also $w^2 = z^2\sin^2\varphi$ sein. Wird andererseits $H$ als Radius eines Kreises angenommen, dem ein regelmäßiges Polygon aus $N \geqq 3$ Kanten einbeschrieben ist, dann gilt im Bogenmaß für den Zentriwinkel eines Sektors $2\pi/N$ und für die Länge einer Kante $2H\sin\alpha$, wenn $\alpha = \pi/N$ der halbe Zentriwinkel ist. Es werde nun hypothetisch postuliert, daß sich ein solcher Winkel $\alpha$ zu $\varphi$ so verhält, daß $\alpha\varphi = 1/z$ ist; denn wegen $z \sim Q_\pm^2$ muß $\varphi$ mit $z$ und $\alpha$ abfallen. Einsetzen von $\alpha = \pi/N$ liefert dann die Hypothese $\varphi\pi z = N \geqq 3$, was eingesetzt den Zusammenhang $w(z) = z\sin\left(\frac{N}{\pi z}\right)$ liefert. Nach dem Prinzip **(b)** erreicht $\underline{M}_{c,d}$ den wahren Wert $M_{c,d}$, wenn in $\underline{M}_d^4/\underline{M}_c^4 = 1/U$ der

Nenner $U = 1 + w^2$ zu einem Maximum wird, weil dann für die Massen minimales Niveau vorliegt. Für $U \to U_{max}$ gilt also $\underline{M} \to M$ oder $M_d^4 / M_c^4 = \dfrac{1}{U_{max}}$.

In $U = 1 + w^2$ gilt für den Sinus das Intervall $0 \leqq \sin^2\varphi \leqq 1$, so daß für $U_{max}$ nur $(\sin^2\varphi)_{max} = 1$ oder $\sin\varphi_{max} = \pm 1$ sein kann. Wegen $\varphi \sim 1/z$ bedingt $\varphi_{max} \pi z_{min} = N$, was $\sin\left(\dfrac{N}{\pi z_{min}}\right) = \pm 1$ oder $\dfrac{N}{\pi z_{min}} = \pm \text{arcsinl} = \pm \pi(2p+1)/2$ mit ganzzahligem $p \geqq 0$ und $N \geqq 2p+1$ bedeutet. Wegen $z \sim Q_{\pm}^2$ bedingt $z_{min} > 0$ die Existenz einer kleinsten elektrischen Ladung $Q_{min}^2$, für welche die Bestimmungsgleichung $\pm N(2p+1)^{-1} = \pi^2 z_{min}/2$ gilt. Einsetzen von $z \to z_{min}$ mit $9\hbar z = 2\pi^2 Q_{\pm}^2 R_-$ liefert dann $\pm 9N(2p+1)^{-1} = \pi^4 Q_{min}^2 R_-/\hbar$, worin wegen $ImQ_{\pm} = 0$, also auch $Q_{min}^2 > 0$, der positive Zweig zu wählen ist. Aus $N \geqq 2p+1$ folgt für das absolut minimale Ladungsfeld $N = 2p+1$. Es werde für dieses elementare Ladungsfeld $Q_{min}(N = 2p+1) = \varepsilon_{\pm}$ gesetzt, für welches sich demnach eine Naturkonstante $\pi^2 \varepsilon_{\pm} = \pm 3\sqrt{\hbar/R_-} \neq 0$ ergibt. Einsetzen der Konstanten liefert für $\varepsilon_{\pm}$ einen numerischen Wert, der nur um $+0{,}125\,\%$ über dem Meßwert der Elektronenladung liegt. Mit den ganzen Zahlen $q \geqq 0$ ergibt sich also aus der Existenz eines elementaren Ladungsfeldes die Quantisierung $Q_{\pm} = q\varepsilon_{\pm}$ elektrischer Ladungen. Wird $\varepsilon_{\pm}$ mit $N = 2p+1$ in $\varphi_{max}$ eingesetzt und die Quantisierung $Q_{\pm}$ in $w^2$ verwendet, dann folgt $U_{max} - 1 = (z^2 \sin^2\varphi)_{max} = (2\pi^2 Q_{\pm}^2 \dfrac{R_-}{9\hbar})^2 = 4q^4/\pi^4$ oder mit $\eta_q^4 = 1/U_{max} = (1 + 4q^4/\pi^4)^{-1}$ die Darstellung der $d$-Terme $M_d = M_c \eta_q$, wobei $\eta_q \sqrt[4]{4q^4 + \pi^4} = \pi$ mit $Q_{\pm} = q\varepsilon_{\pm}$ und $\pi^2 \varepsilon_{\pm} = \pm 3\sqrt{\hbar/R_-}$ Konsequenzen der Prinzipien **(b)** und **(c)** sind.

Da für $q = 0$ immer $\eta_q = 1$ und $M_d = M_c$ ist, aber $q$ die elektrische Ladungsquantenzahl angibt, wird die Interpretation der $d$-Hermetrie durch ponderable, aber mit einem elektrischen Ladungsfeld ver-

sehene $Mq$ völlig eindeutig, wobei dieses Ladungsfeld durch $\varepsilon_{\pm} = \text{const}$ dem Prinzip **(c)** unterworfen ist.

Weil das Quellen- und Senkenfeld $Q_{\pm}$ der $b$-Struktur in $d$ zweideutig ist, beschreibt $M_d$ offenbar stets zwei massegleiche $Mq$, von denen der eine $d$-Term die Quelle $Q_+$, aber der andere die Senke $Q_-$ trägt, wobei allerdings die Begriffe «Quelle» oder «Senke» relativer Natur sind und definitiv festgelegt werden können. Aus diesem Grunde liegt der Gedanke nahe, als Massenspektrum der $d$-Terme $m(n,q) = \frac{1}{2} M_d$ zu wählen. Da auch $M_d(q=0) = M_c$ gilt, liegt es nahe, auch das Spektrum der elektrisch neutralen $c$-Terme durch $m(n) = \frac{1}{2} M_c$ festzulegen. Damit folgt zusammengefaßt für das $d$-Spektrum

$$m(n,q) = m(n)\eta_q, \qquad \eta_q \sqrt[4]{4q^4 + \pi^4} = \pi, \tag{27}$$

worin das $c$-Spektrum der Raumkondensationen sowie möglicher Feldmassen imaginärer Kondensationen mit **(26)** durch

$$m(n) = \mu \frac{\sqrt[4]{2n}}{\sqrt{2n-1}}, \qquad \mu = \sqrt{ch/\gamma} \tag{27a}$$

gegeben ist. Schließlich gilt für das elementare elektrische Ladungsfeld, welches die typische $d$-Eigenschaft ponderabler $Mq$ ausmacht,

$$\pi^2 \varepsilon_{\pm} = \pm 3\sqrt{\hbar/R_-}, \qquad R_- = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} \tag{27b}.$$

In der Beziehung dieser Elementarladung erscheint der Faktor 3, so daß spekulativ angenommen werden könnte, daß $\varepsilon_{\pm}$ aus 3 Partialladungen $C_{\pm}$ zusammengesetzt ist, derart, daß diese Spekulation ihren Ausdruck in

$$\pi^2 C_{\pm} = \pm\sqrt{\hbar/R_-}, \qquad \varepsilon_{\pm} = 3C_{\pm} \tag{27c}$$

findet. Ob tatsächlich eine derartige spekulative Drittelung $C_{\pm}$ existiert, kann allerdings vorerst nicht entschieden werden.

Betrachtet man die Formen $a$ bis $d$ zusammen, dann stellt man fest, daß die imaginären Formen $a$ und $b$ inponderable $Mq$, aber die komplexen Formen ponderable $Mq$ darstellen, so daß die Pondera-

bilität oder Imponderabilität offensichtlich auf den komplexen oder imaginären Charakter der betreffenden Hermetrieform zurückgeht, wobei die Ursache der Ponderabilität in der Existenz metrischer Kondensationsstufen des $R_3$ zu sehen ist. Die als elektrisches Ladungsfeld erscheinende Struktureigenschaft der $d$-Terme erscheint nach **(27)** als eine Folge der Einbeziehung von Zeitkondensationen in den komplexen Kondensationsprozeß.

Die vier möglichen Hermetrieformen $a$ bis $d$ unterscheiden sich zwar sehr wesentlich in ihren strukturellen Eigenschaften, doch sind alle $Mq$ durch die Existenz von Trägheitsmasse $m$ gekennzeichnet, die auch bei $a$ und $b$ als imponderable Feldmasse erscheint. Dies bedeutet, wie schon erwähnt, daß für alle Hermetrieformen einheitlich das Energiematerieäquivalent $E = mc^2$ gilt, so daß neben den $c$- und $d$-Spektren **(27a)** und **(27)** auf jeden Fall für $a$ und $b$ die Darstellung $m = E/c^2$ mit $E(a,b) \neq 0$ gilt. Nun gilt nach **(23)** und **(24)**, aber auch nach **(27)** und **(27a)** ein deutlicher Zusammenhang zwischen diesen Hermetrieformen. Die Beziehung **(27a)** der $c$-Terme ist ein Spektrum von Trägheitsmassen, dessen Terme derart dicht liegen, daß dieses Spektrum als ein Pseudokontinuum angesprochen werden muß. Andererseits bilden die ponderablen $c$-Terme aufgrund der Empirie auch hinsichtlich ihrer Trägheitsmassen ein diskretes Punktspektrum, welches auf keinen Fall einem Pseudokontinuum ähnelt. Da $E = mc^2$ aber universell gültig ist, muß angenommen werden, daß das Pseudokontinuum **(27a)** alle überhaupt möglichen ponderablen und imponderablen Feldmassen enthält, so daß das Pseudokontinuum alle Feldmassen imaginärer Kondensationen impliziert, die nach **(19)** überhaupt möglich sind, doch muß diesem Pseudokontinuum ein diskretes Spektrum ponderabler komplexer Terme überlagert sein. Demnach kann festgestellt werden, daß die Beziehung **(27)** völlig universeller Natur ist, denn in diesem Pseudokontinuum superponiert neben dem diskreten Spektrum ponderabler $c$-Terme auch das der diskreten $d$-Formen.

In **(27)** würde $n = 0$ auch $m = 0$ bedeuten, doch liefert $n = 1$ die obere Schranke möglicher Energiequanten schlechthin. Für diese

obere Grenze ergibt sich dann $m_{max} = \sqrt{ch/\gamma}\,\sqrt[4]{2}\,\eta_q$ und diese Schranke erweist sich als identisch mit den in der Partikelphysik einmal spekulativ konzipierten sogenannten **Maximonen**, die jedoch nicht notwendig physikalisch reale Partikel zu sein brauchen, die zum $c$-oder $d$-Spektrum gehören; denn das eigentliche hypothetische Maximon $\sqrt{ch/\gamma}$ erscheint in den Spektren lediglich als Eichfaktor.

Ist $e_\pm$ die tatsächliche Elektronenladung, dann weist der theoretische Wert $\varepsilon_\pm \neq e_\pm$ darauf hin, daß es verschiedene Komponenten des Ladungsfeldes gibt, deren Wechselbeziehung eine Reduktion auf $e_\pm$ bedingt. Wird dies angenommen, dann könnte spekulativ unterstellt werden, daß das Potential $V_{xy}$ der Wechselbeziehung solcher Ladungskomponenten $e_x$ und $e_y$ über die $R_3$-Distanz $r$ durch ein Zentralfeldgesetz $f(r)$ gemäß $V_{xy} = e_x e_y f(r)$ gegeben ist, wobei für hinreichend große Werte $r$ dieses Zentralfeld $f \to -(4\pi\varepsilon_0 r)^{-1}$ annähert. Weiter könnte man annehmen, daß es ein reduziertes Ladungsfeld $e_r$ für $q = 1$ gibt, so daß das Verhältnis der Energien eines $d$-Terms zum komplementären $c$-Term (gleiche Ziffer $n$) beschreibbar ist durch $E(n,1):E(n) = V_{r,r}:V_{\varepsilon,\varepsilon}$. Nach der allgemein konzipierten Potentialbeziehung der Ladungsfeldkomponenten

$$V_{xy} = e_x e_y f(r) \qquad \textbf{(28)}$$

spekulativer Art wäre dann $V_{rr}:V_{\varepsilon\varepsilon} = (e_r/\varepsilon_\pm)^2$, während nach dem Energiematerieäquivalent $E(n,1):E(n) = m(n,1):m(n) = \eta_1 = \eta$ nach **(27)** und **(27a)** gilt. Zur Kürzung werde hier $\eta_1 = \eta$, also $\eta^4\sqrt{4+\pi^4} = \pi$ verwendet. Damit folgt dann für das reduzierte Ladungsfeld $e_r = \varepsilon_\pm\sqrt{\eta}$ und die Differenz könnte ebensogut eine weitere Komponente $e_d = \varepsilon_\pm - e_r = \varepsilon_\pm(1-\sqrt{\eta})$ liefern, wie das eventuell wirkende arithmetische Mittel $2e_w = \varepsilon_\pm + e_r = \varepsilon_\pm(1+\sqrt{\eta})$, was zusammengefaßt wird in

$$e_r = \varepsilon_\pm\sqrt{\eta}, \qquad e_d = \varepsilon_\pm(1-\sqrt{\eta}),$$
$$2e_w = \varepsilon_\pm(1+\sqrt{\eta}), \qquad \eta^4\sqrt{4+\pi^4} = \pi \qquad \textbf{(28a)}.$$

Wegen $\eta < 1$ sind hier alle Komponenten $|e_x| < |\varepsilon_\pm|$. Kennzeichnet

$V_{ee} = e_{\pm}^2 f(r)$ nach **(28)** das aus dem Externbereich empirisch zugängliche elementare Ladungsfeld $e_{\pm}$, dann könnte der Zusammenhang $2V_{ee} = V_{rr} + V_{ww}$ als arithmetisches Mittel konzipiert werden, was $2e_{\pm}^2 = e_r^2 + e_w^2 = \frac{1}{4}(4\eta + (1+\sqrt{\eta})^2)\varepsilon_{\pm}^2 = \frac{\varepsilon_{\pm}^2}{4}\vartheta$ nach **(28a)** mit der Kürzung $\vartheta = 5\eta + 2\sqrt{\eta} + 1$, also

$$4\pi^2 e_{\pm} = \pm 3\sqrt{2\vartheta\hbar/R_-}, \qquad \vartheta = 5\eta + 2\sqrt{\eta} + 1 \qquad \textbf{(29)}$$

für die meßbare elektrische Elementarladung ergibt. Hierin gehen $\eta$ und $\vartheta$ allein auf $\pi$ zurück. Einsetzen von $\hbar$ und $R_-$ liefert einen Wert, der sehr gut mit dem empirischen Wert der Elektronenladung vergleichbar ist. Wird **(29)** in der quantenelektrodynamischen Beziehung $e_{\pm}^2 \sim \alpha$ substituiert, in welcher $\alpha$ die empirische Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante des Lichtes ist, dann ergibt sich für den theoretischen Wert $\alpha'$ dieser Feinstrukturkonstante der vorläufige Wert

$$(2\pi)^5 \alpha' = 9\vartheta \qquad \textbf{(29a)}$$

Hier erscheint $\alpha'$ als allein von $\pi$ bestimmt, also als eine kosmologische Konstante, was dem spektralanalytischen Befund hinsichtlich der Spektren weit entfernter extragalaktischer Spiralnebel entspricht. Allerdings liegt nach **(29a)** der theoretische numerische Wert mit $1/\alpha' = 137{,}038$ um ca. $+0{,}0015\,\%$ über dem wahren Meßwert $1/\alpha$, also außerhalb der Meßtoleranz, während $e_{\pm}$ einen numerischen theoretischen Wert nach **(29)** aufweist, der innerhalb der Meßtoleranz liegt. Diese Abweichung $1/\alpha'$ von $1/\alpha$ muß eine Ursache haben, die vorerst noch nicht ermittelt werden kann. Mit den in Band II dieser Schrift entwickelten Methoden wird jedoch eine Behebung dieser Diskrepanz aufgezeigt.

## 4. Kosmogonische Konsequenzen aus dem Begriff des Weltmetrons

Während der gemeinsamen Arbeit bei der Neufassung der vorliegenden Schrift und der vorangegangenen Erstellung des zweiten Bandes machte Herr Walter DRÖSCHER den Autor auf einige interessante Konsequenzen aufmerksam, die aus dem Begriff des Weltmetrons gezogen werden können. Im folgenden sollen diese Gedanken angeschlossen werden.

Einerseits entstanden die folgenden Ausführungen erst bei der Überarbeitung dieses Bandes, doch beziehen sie sich andererseits auf das Kosmologiekapitel V des Bandes II. Dieser Vorgriff ist deshalb möglich, weil beide Bände eine Einheit bilden, so daß Band II ohne das vorangegangene Studium dieses Bandes unlesbar bleibt. Der folgende Abschnitt kann also als vorweggenommene Ergänzung zu Kapitel V in Band II aufgefaßt werden.

In II , 4 wurde nach **(14c)** ein uneigentlicher Ausdruck $F = \lambda R_{_} = \frac{\gamma h}{2\omega c^2}(1 - R_{_}/\varsigma)^2$ aus **(11)** und **(14)** entwickelt. In $F = \tau(1 - R_{_}/\varsigma)^2$ ist wegen $R_{_} > 0$ und $\varsigma < \infty$, also $R_{_}/\varsigma > 0$ wegen $M_0 > 0$, doch wird $F = \tau$ im Fall der Leerraumbedingung $M_0 = 0$ wegen $R_{_}/\varsigma = 0$, weil für $M_0 = 0$ auf jeden Fall $R_{_} = 0$ und $\varsigma \to \infty$ gilt. Es ist also $F < \tau$ für $M_0 > 0$ und $F = \tau$ für $M_0 = 0$. Da $F$ eine Fläche ist, demonstriert dies die Wirkung von $\widehat{[]} = \widehat{[]}^x \neq \hat{0}$; denn $\widehat{[]}$ deformiert $\tau = \text{const}$, was phänomenologisch durch $M_0 > 0$ ausgedrückt wird. Die Projektion der deformierten Flächendifferenz auf das nicht deformierte $\tau$ ist aber stets kleiner, was durch $F < \tau$ wegen $R_{_}/\varsigma > 0$ deutlich wird. Mit $l = \sqrt{\tau}$ und $l' = \sqrt{F}$ wäre also das metronische Maß der durch $\widehat{[]} \neq \hat{0}$ bedingten Deformation $a = l'/l = 1 - R_{_}/\varsigma$, so daß $a \leqq 1$ gilt. Andererseits muß $a$ als Längenverhältnis positiv zählen, so daß immer $1 - R_{_}/\varsigma \geqq 0$ bleiben muß. Für $a$ gilt daher das geschlossene Inter-

Burkhard Heim

# Elementarstrukturen der Materie

## Einheitliche strukturelle Quantenfeldtheorie der Materie und Gravitation

1

Resch

Burkhard Heim

# Elementarstrukturen der Materie

## Einheitliche strukturelle Quantenfeldtheorie der Materie und Gravitation

## 1

Resch

Burkhard Heim

# Elementarstrukturen der Materie

## Einheitliche strukturelle Quantenfeldtheorie der Materie und Gravitation

1

Resch

i

INSTITUT FÜR GRENZGEBIETE DER WISSENSCHAFT

BURKHARD HEIM

# EINHEITLICHE BESCHREIBUNG DER WELT

Herausgegeben von Andreas Resch

1. B. Heim: Elementarstrukturen der Materie, Bd. 1

2. B. Heim: Elementarstrukturen der Materie, Bd. 2

3. W. Dröscher/B. Heim: Strukturen der physikalischen Welt und ihrer nichtmateriellen Seite

B. Heim/W. Dröscher/A. Resch: Einführung in Burkhard Heim: Einheitliche Beschreibung der Welt mit Begriffs- und Formelregister

RESCH VERLAG INNSBRUCK 1998

Burkhard Heim

# Elementarstrukturen der Materie

## Einheitliche strukturelle Quantenfeldtheorie der Materie und Gravitation

## 1

3., veränderte Auflage

RESCH VERLAG INNSBRUCK 1998

Manuskripteinreichung: 17. September 1978

Alle Rechte, auch die des auszugsweisen Nachdruckes,
der photographischen Wiedergabe und der Übersetzung vorbehalten.
© 1980 by Andreas Resch Verlag, Innsbruck
Printed in Austria
Gesamtherstellung: Andreas Resch Verlag, Innsbruck 1998
ISBN 3–85 382–008–5

en der Materie,
ung) erweitert,
rch die Einbin-
e Beschreibung
ellenwert in In-
daher die Lek-
e Registerband
rmelregister die

ation wünschen,

Andreas Resch

# INHALTSVERZEICHNIS


Vorwort ..... v
Inhalt ..... ix
Einführung ..... 1

KAPITEL I
**DER MAKROMARE HINTERGRUND MIKROMARER PROZESSE**

1. Logische und empirische Basis ..... 9
2. Der makromare Hintergrund ..... 14
3. Die nichthermitesche Raumzeitstruktur ..... 23
4. Mikromare Diskontinuitäten ..... 33

KAPITEL II
**DAS WELTTENSORIUM**

1. Weltdimensionen ..... 37
2. Konstruktion des Welttensoriums ..... 52
3. Hermitesche Weltstrukturen ..... 59
4. Gravitative Raumstrukturen und ihre Extrema ..... 75

KAPITEL III
**METRONISCHE STRUKTURTENSORIEN**

1. Metronische Elementaroperationen ..... 99
2. Selektoren ..... 115
3. Selektortheorie primitiv strukturierter Tensorien ..... 127
4. Metronische Hyperstrukturen und Metronisierungsverfahren ..... 136
5. Polymetrie relativer metronischer Kondensationen ..... 147

Burkhard Heim

# Elementarstrukturen der Materie

## Einheitliche strukturelle Quantenfeldtheorie der Materie und Gravitation

1

Resch

# VORWORT

Die Frage nach den Elementarstrukturen der Materie hat unter den Hochenergiephysikern im Laufe der Zeit zu einer Reihe von Theorien geführt. Als verbindendes Konzept der zur Zeit bekanntesten Theorien der Elementarteilchenphysik kann die *Quantenfeldtheorie* bei gleichzeitiger Anwendung von Symmetrieprinzipien (u. a. das der Eichfelder) angesehen werden. Hierzu gehören die *Quantenelektrodynamik*, die die Wechselwirkung von Licht und Materie beschreibt, das *Weinberg-Salam-Modell*, das die elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkungen vereinigt, das *Quark-Modell*, das den starken Wechselwirkungen zuzuordnen ist und die *Supergravitationstheorien*, mit denen man sich eine Vereinigung aller vier Wechselwirkungsfelder sowie eine Darstellung sämtlicher, bisher experimentell aufgefundener Elementarteilchen bei gleichzeitiger Anwendung des Prinzips der gebrochenen Symmetrie erhofft. Mit der *zehndimensionalen Superstringtheorie* wird schließlich noch versucht, die bei den Supergravitationstheorien aufgetretenen Schwierigkeiten zu überwinden.

Mit dem *Quarkmodell* ist wohl der innere Aufbau der Hadronen beschreibbar, Einzelheiten über die innere Struktur der Quarks oder Leptonen, soweit jene existieren, lassen sich derzeit jedoch nicht angeben. Als weiteres Problem kommt hinzu, daß sich die elektroschwache und -starke Wechselwirkung von der gravitativen Wechselwirkung wesentlich unterscheiden. Auf der einen Seite stehen phänomenologische Erscheinungsformen, eingebettet in einen euklidischen Raum, auf der anderen Seite weisen Abweichungen gegenüber einer euklidischen Raumstruktur (Riemannsche Geometrie) auf physikalische Phänomene wie Gravitationsfeld und Masse hin.

So liegt gegenwärtig keine einheitliche Beschreibung aller bekannten Felder und Teilchen in einer empirisch überprüfbaren Form vor, die von einer gemeinsamen Basis abgeleitet werden kann. Zwar versuch-

te EINSTEIN in seinen späteren Lebensjahren den Elektromagnetismus mittels einer mathematischen Theorie mit der Gravitation zu vereinen, hatte damit aber keinen Erfolg.

Auch die nunmehr in zwei Bänden vorliegende Heimsche Theorie geht von der *Allgemeinen Relativitätstheorie* (ART) aus, beschreitet aber völlig neue Wege und unterscheidet sich daher wesentlich von den bisherigen Theorien.

Die Grundidee der *Heimschen Theorie* ist die Darstellung physikalischer Letzteinheiten (Fundamentalteilchen) durch geometrische Größen. Ihre wesentlichen Merkmale sind:

1. Existenz eines sechsdimensionalen Raumes ($R_6$), der Teilraum eines zwölfdimensionalen Raumes ($R_{12}$) ist. Die physikalisch zugängliche vierdimensionale Raumzeit ($R_4$) liegt eingebettet im $R_6$. Die Transkoordinaten $x_5$ und $x_6$ haben imaginären Charakter, deren Richtung umkehrbar ist.
2. Quantelung des mehrdimensionalen Raumes infolge einer nicht unterscheidbaren geometrischen Flächeneinheit $\tau$, die etwa dem Quadrat der Planckschen Länge entspricht.
3. *Neuartige Kosmologie* und daraus resultierende hermitesche Vielfachgeometrie. Der im $R_6$ liegende hermitesche Fundamentaltensor setzt sich kompositiv aus den die Vielfachgeometrie beschreibenden nicht hermiteschen Fundamentaltensoren zusammen.
4. *Geometrisierung der Elementarteilchen*, physikalische Interpretation geometrischer Terme. Im mikromaren Bereich kann der Energie-Impuls-Tensor proportional zu einer zu Christoffel-Symbolen gleichartigen geometrischen Größe gesetzt werden. Rein geometrische Eigenwertgleichungen werden derart gebildet.
5. Als nicht abgeleitete empirische Naturkonstanten werden in der gesamten Theorie nur $\gamma, \hbar, \varepsilon_0$ und $\mu_0$ verwendet.
6. *Beschreibung eines Elementarteilchens* durch geometrische Größen, die im Sinne einer Dynamik interner Art zyklisch ihre Struktur ändern.
7. Ableitung der für Elementarteilchen streng gültigen *Symmetriegesetze* und Bestimmung von deren Ruhemassen.

8. Existenz einer *«Weltgleichung»*, deren eine Näherungskette die Einsteinschen Feldgleichungen der ART, aber eine andere Kette von Approximationen die Diracschen Gleichungen der relativistischen Quantenelektrodynamik liefert.

So berücksichtigt die Heimsche Theorie den besonders in letzter Zeit forcierten Trend, dem *Raum* an sich mehr physikalische Eigenschaften zuzuordnen. Ob nun Physik nur von der Geometrie eines mehrdimensionalen Raumes aus verstanden werden kann, wird die Zukunft zeigen. Auf alle Fälle weist die mit der Erfahrung übereinstimmende Fülle theoretischer Daten der Heimschen Feldtheorie auf ein so erfolgreiches Konzept hin, daß an dieser Theorie nicht vorbeigegangen werden kann und eine intensive Beschäftigung mit ihr notwendig wird, um dem seit langem angestrebten Ziel eines einheitlichen physikalischen Weltbildes näherzukommen bzw. dieses zu erreichen.

Zur Erleichterung des Studiums dieser Darlegungen hat der Resch Verlag die von Burkhard HEIM / Walter DRÖSCHER erstellte «Einführung in Burkhard Heim, Elementarstrukturen der Materie mit Begriffs- und Formelregister» (1985) herausgegeben. Diese Einführung enthält auch sämtliche Formeln des 2. Bandes, der 1984 erschien.

Als Herausgeber dieses Bandes, der nun in einer völligen Neubearbeitung vorliegt, schulde ich einen besonderen Dank Burkhard HEIM für sein Vertrauen und Walter DRÖSCHER für die Mitarbeit bei der Erstellung des Manuskripts, vor allem des in Kap. II angeführten Existenzbeweises des $R_{12}$, der mittels Induktionsschluß aus dem $R_6$ gefolgert wird, und von Kap. IV, 4 und IV, 5, sowie für das Mitlesen der Korrekturen. Mag. Priska Kapferer danke ich für die Erstellung des schwierigen Satzes.

Möge diese Veröffentlichung zu einem umfassenderen Verständnis von Welt und Mensch führen.

Innsbruck, 25. März 1989 Andreas Resch

## VORWORT ZUR 3. AUFLAGE

Die vorliegende Neuauflage von „Elementarstrukturen der Materie, Bd. 1“ wurde um einen Anhang II (Differentialbeziehung) erweitert, deckt sich aber ansonsten mit der zweiten Auflage. Durch die Einbindung in das Gesamtwerk „Burkhard Heim: Einheitliche Beschreibung der Welt“ erfährt auch dieser Band einen größeren Stellenwert in Inhalt und Aussage. Für ein umfassendes Verständnis ist daher die Lektüre aller drei Bände notwendig, wobei der zusätzliche Registerband vor allem mit der Einführung, dem Begriffs- und Formelregister die Lektüre und das Verständnis erleichtern kann.

So darf ich dem Leser ein hohes Maß an Konzentration wünschen, um die gebotene Darstellung zu erfassen.

Innsbruck, am 2. Juli 1998 Andreas Resch

KAPITEL IV

**DIE WELT ALS HYPERSTRUKTUR**

1. Strukturelle Kondensationsstufen ..... 173
2. Hermetrieformen ..... 192
3. Hermetrische Elementarstrukturen ..... 212
4. Kosmogonische Konsequenzen aus dem Begriff des Weltmetrons ..... 249
5. Hintergründe und Quellen des Quantenprinzips ..... 266
6. Vorschau auf Band II ..... 293

Begriffsregister ..... 299
Anhang I: Tabellen ..... 301
Zusammenstellung einiger theoretischer Daten stabiler und metastabiler Elementarpartikel ..... 302
Anhang II: Differentialbeziehung ..... 303
Namen- und Sachregister ..... 307