

Wichtige Klarstellungen

Aufgrund von Anfragen unserer Leser sehen wir uns gezwungen, einige unserer Ausführungen im Teil D über die Herleitung der Heimschen Massenformel klarzustellen, die allgemein zu Missverständnissen geführt hatten.

Burkhard Heim ging in seinem 1. Buch von Überlegungen aus, die wir in Teil D wie folgt zusammengefasst hatten:

„In der Riemannschen Geometrie kann der Krümmungstensor R_{kmp}^i durch einen Operator C_p definiert werden, der auf die Christoffelsymbole Γ_{km}^i wirkt

$$R_{kmp}^i = C_p \Gamma_{km}^i \quad (1)$$

Der Krümmungstensor wird somit durch die Einwirkung eines nichtlinearen Operators auf ein Feld Γ_{km}^i beschrieben.“

Genauer hätte es heißen müssen, dass Heim beim Übergang vom Makro- in den Mikrobereich eine Geometrie suchte, in der es eine irgendwie geartete Entsprechung zu den Christoffelsymbolen (aber nicht die Γ_{km}^i selbst, wie der Leser vermuten konnte) geben muss, die bei der Einwirkung eines noch zu bestimmenden nichtlinearen Operators metrische Strukturstufen beschreiben sollten, die eine Entsprechung zum Riccitenor R_{km} der Riemannschen Geometrie darstellen:

$$R_{km} \rightarrow C_p \Gamma_{km}^p \quad (2)$$

(Dieser Operator wird im 2. Buch, S.98 von Heim explizit angegeben und ist 7 Zeilen lang).

Heim setzt zunächst den metrischen Fundamentaltensor der Riemannschen Geometrie wie Einstein in seiner einheitlichen Feldtheorie nichthermitesch an und sieht in den g_{ik} nicht nur ein Gravitationspotenzial, sondern die Gesamtheit sämtlicher möglicher Wechselwirkungen. Die nichthermiteschen Raumzeitbeziehungen werden sodann nach einem Korrespondenzprinzip in den Mikrobereich fortgesetzt. Hier müssen die Γ_{km}^i , bzw. die ihnen entsprechenden Ausdrücke ϕ_{km}^i ,

$$\Gamma_{km}^i \rightarrow \phi_{km}^i \quad (3)$$

wenn sie Teilchenfelder beschreiben sollen, zu Tensorfelder werden. Aber Heim gibt noch nicht an, wie das erfolgen soll. Die ϕ_{km}^i werden als einheitliche Zustandsfunktionen aller Wechselwirkungen aufgefasst. Entsprechend den Einsteinschen Feldgleichungen, gilt für der Übergang des phänomenologischen Teils in den Mikrobereich:

$$\kappa(T_{ik} - g_{ik}T/2) \rightarrow \lambda_p(k,m) \phi_{km}^p \quad (4)$$

Die $\lambda_p(k,m) \phi_{km}^p$ stellen metrische Strukturstufen dar, die phänomenologischen Energiedichten äquivalent sind. Damit werden die Feldgleichungen im Mikrobereich zu Eigenwertgleichungen

$$R_{km} \rightarrow C_p \phi_{km}^p = \lambda_p(k,m) \phi_{km}^p \quad (5)$$

Mit dem nichtlinear wirkenden Zustandsoperator C_p . Im R_4 sind dies $4^3 = 64$ tensorielle Strukturgleichungen. Als Folge algebraischer Symmetrien sind darin 28 Gleichungen Null, und es verbleiben 36 Beziehungen, die gegenüber Koordinatentransformationen invariant sein müssen. Diese energetischen Beziehungen lassen sich als Komponenten eines 6-reihigen Tensors darstellen und definieren damit einen R_6 mit der Strukturierung der Koordinatenmengen

$$R_6 = R_3 \cup T_1 \cup S_2, \quad (6)$$

mit den Unterräumen $R_3 = R_3(x_1, x_2, x_3)$, $T_1 = T_1(x_4)$ und $S_2 = S_2(x_5, x_6)$, wobei die Koordinaten x_1 bis x_3 reell und x_4 bis x_6 imaginär zählen. Aus diesen drei nicht miteinander vertauschbaren Koordinatenmengen können drei tensorielle Partialstrukturen

Die Lösung der Eigenwertgleichungen

Die aus der ART bestimmten Eigenwertgleichungen enthalten gegenüber dem Ansatz von Heim noch einen weiteren Term:

$$R_{kmp}^i = C_p(m) \Gamma_{km}^i - C_m(p) \Gamma_{kp}^i = \lambda_p \Gamma_{km}^i - \lambda_m \Gamma_{kp}^i \quad (1)$$

Diese Beziehung zeigt zwar echtes Tensorverhalten auch auf der rechten Seite, für den Fall

$$\Theta_p \lambda_p = \Theta_m \lambda_m, \quad (2)$$

worin Θ_p Koordinatendifferenziale und $\lambda_p = \lambda_p(k, m)$ und $\lambda_m = \lambda_m(k, p)$ sind. Doch die Eigenwertgleichungen liefern nur Nulllösungen; R_{kmp}^i kennzeichnet daher einen ebenen Raum. Das ist bei der Verjüngung $R_{kpm}^m = R_{kp}$ nicht der Fall, da $R_{kp} = 0$ nicht unbedingt zu einem euklidischen Raum führen muss.

Die Verjüngung hat die Eigenschaft, dass beispielsweise Γ_{km}^m zu Null werden kann, und

$$R_{kl} = -\Gamma_{kp,m}^m + \Gamma_{sp}^m \Gamma_{km}^s \quad (3)$$

$$\text{ergibt, der in } R_{kl} = C_m \Gamma_{kp}^m = \lambda_m \Gamma_{kp}^m \quad (4)$$

übergeht. Jetzt weisen die linke und die rechte Seite von (4) Pseudotensorverhalten auf.

Denn mit $\Gamma_{km}^m = 0$ und $\Gamma_{km,p}^m = 0$ geht mit

$$R_{kl} = R_{klm}^m = \Gamma_{km,p}^m - \Gamma_{kp,m}^m + \Gamma_{ps}^m \Gamma_{km}^s - \Gamma_{ms}^m \Gamma_{kp}^s \quad (5)$$

in R_{kl} über. *Die Teilchen darstellen keine Teilchen, sondern nur ein Tensorverhältnis*
Pseudotensoren können keine Teilchen darstellen. Wenn die rechte Seite von Gl. (4) anstelle einer „Teilchendarstellung“ in eine gemittelte Darstellung vieler Teilchen übergeht, was durch κT_{kp} ausgedrückt wird, dann kann mit $\Gamma_{km}^m \neq 0$ anstelle von R_{kp} der Tensor R_{kp} treten, und es liegt dann eine Tensorgleichung vor, weil T_{kp} der Energietensor ist, wie er in Einsteins Feldgleichungen auftritt.

R_{kp} der „Teilchen“-Gleichung geht hierbei über in eine „Feld“-Darstellung. Die Einsteinschen Feldgleichungen werden mit $R_{kp} \rightarrow R_{kp}$ erhalten, wobei das Pseudotensorverhalten gemäß Gl.(4) auf der rechten Seite nur für eine euklidische Struktur, die von einer einzigen nichteuklidischen abhängt, gegeben ist.

Wenn, wie bei Heim, eine doppelte Koordinatenabhängigkeit vorliegt, werden die affinen Γ -Symbole jedoch zu echten Tensoren ϕ_{km}^i , so dass Gl.(4) Tensorcharakter bekommt.

Um die Gleichung (1) lösen zu können, sind Eigenwert-Bedingungen erforderlich, welche die Indexabhängigkeit auf eine einzige Funktion reduzieren. *Im Mikrokosmos werden die Γ -Symbole durch ϕ -Symbole ersetzt*

In Gl.(1) lauten die Operatoren:

$$C_p(m) \phi_{km}^i = -\phi_{km,p}^i + \phi_{sm}^i \phi_{kp}^s \quad (6)$$

$$C_m(p) \phi_{kp}^i = -\phi_{kp,m}^i + \phi_{sp}^i \phi_{km}^s$$

Es ergeben sich zwei Lösungswege:

1. Es kann ϕ_{kp}^i in Gleichung (1) bestimmt werden, oder
2. Es werden nur die Teilgleichungen

$$C_p(m) \phi_{km}^i = \lambda_p(k, m) \phi_{km}^i \quad (7a)$$

$$C_m(p) \phi_{kp}^i = \lambda_m(k, p) \phi_{kp}^i \quad (7b)$$

einer Lösung zugeführt (wobei ϕ_{km}^i die von Heim erweiterten Christoffel-Symbole bedeuten). Um diese Eigenwert-Bedingungen zu erhalten, wird von der Symmetriegleichung der ART ausgegangen:

Wegen der zyklischen Symmetrie des Krümmungstensors R_{klm}^i :

definieren, obwohl bereits Untersuchungen mit einer O-Brane und nichtkommutativer Geometrie vorgenommen wurden. Die M-Theorie ist eine reine Teilchentheorie.

Der Loop-Quantengravitation liegt die Idee zugrunde, geschlossene Kraftlinien so wie im elektromagnetischen Fall zu behandeln. Dort sind die natürlichen Variablen, welche die Yang-Mills-Feldtheorie beschreiben, gerade die Faradayschen „Kraftlinien“. Eine Faradaysche Feldlinie kann dann als eine elementare Quantenanregung des Feldes verstanden werden, die sich bei Abwesenheit einer Ladung zu einer Schleife (Loop) schließen muss. Auf diese Weise wird nun das Quanten-Gravitationsfeld mathematisch in Termen von Loops beschrieben. Diese Loops erscheinen (bei niedrigen Feldenergien) als Gravitonen. Ein Zustand des Raumes wird durch ein Netz von sich durchdringenden Loops beschrieben. Es gibt keine Lokalisierung des Netzes, sondern nur eine Lokalisierung auf dem Netz selbst. Das Gravitationsfeld der ART wird ersetzt durch ein „Ashtekar Konnektionsfeld“, das einem elektromagnetische Potenzial ähnelt

Der Loop-Quantengravitation (LQG) liegt also die Quantisierung der Geometrie als eine Feldtheorie der Raumzeit zugrunde, die keine Hintergrundmetrik besitzt und die demnach Diffeomorphismus zeigt. Die Raumzeit ist – wie bei Heim - nicht kontinuierlich, sondern wird als Geschichte der Spinnnetzwerke, einem „Spinschaum“, beschrieben, der aus einem Spektrum aus kleinsten Flächen und Volumina besteht, die sich dynamisch verändern. In der LQG werden, wie in Heims Theorie, zwei aneinander grenzende Raumelemente durch ein Flächenquant voneinander getrennt. Dagegen tragen Knoten des Netzes Quantenzahlen von Volumenelementen, und die Verbindungslinien Quantenzahlen von Flächenelementen. Quantenzahlen erscheinen in Heims Theorie dagegen noch nicht im Planckbereich, sondern erst in größeren Bereichen durch geometro-dynamische Austauschprozesse von Verdichtungen der Flächenquanten.

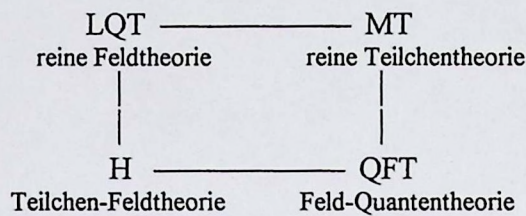
Die LQT vereint die Allgemeine Relativitätstheorie (ART) und die Quantenmechanik (QM) bereits im Planckbereich. Materie existiert als Knoten eines Spinnnetzwerkes, was voraussetzt, dass Materie in einem Bereich, kleiner als die Plancklänge konzentriert ist. Damit wird der Grundsatz von diskreten, nicht unterschreitbaren Längen, Flächen und Volumina widersprochen. Smolin kennt daher keinerlei Massen, sondern nur Beziehungen zwischen diesen, durch die sie sich äußern. Knoten hätten sämtliche Eigenschaften (z.B. Quantenzahlen) eines Teilchens. Die LQT (bzw. LQG) ist somit eine reine Feldtheorie.

Während Heim und die Loop-Quantengravitations-Theoretiker die Quanten der Planckschen Flächen (von Heim als Metronen und von Rovelli als faces bezeichnet) als letzte physikalisch interpretierbare Einheit ansehen, wird in der Superstringtheorie von schwingenden, geschlossenen Schleifen ausgegangen, die sich noch unterhalb dieses Bereiches befinden. Für die M-Theorie gilt nur der Teilchencharakter. Bisher gibt es - im Gegensatz zur Heimschen Theorie - keinerlei experimentelle Tests weder für die LQG noch für die M-Theorie.

In der QFT werden Feld und Teilchen vereinigt, wobei Teilchen punktförmigen Charakter aufweisen, die jedoch alle Teilcheneigenschaften in sich tragen sollen. Es wird von einem klassischen Feld (z.B. vom elektro-magnetischen in der Quantenelektrodynamik) ausgegangen und durch Quantisierung, beispielsweise durch Oszillatoren zum quantenhaften Charakter der Wahrscheinlichkeitsfunktion übergegangen. Anstelle des Einteilchen-Systems der Quantenmechanik tritt ein Vielteilchen-System der Quantenfeldtheorie. Angenommen, die M-Theorie würde das Teilchen mit seinen Eigenschaften wirklich definieren, dann wäre ein Übergang von der M-Theorie zur QFT vorhanden.

Bezüglich der drei beschriebenen Theorien fehlt jedoch ein Übergang von der LQT zu einer im mikroskopischen Bereich angesiedelten Teilchentheorie mit diskreten Längen und

Flächen. Sie sei mit H bezeichnet. Aus Symmetriegründen ergäbe sich dann das Darstellungsschema:



Da LQT und M-Theorie zueinander komplementären Charakter aufweisen, wäre die Teilchen-Feldtheorie H eine zu QFT bzw. QM komplementäre Ergänzung. Die komplementären Eigenschaften von H und QM werden nachfolgend aufgelistet:

H	QM
scharfe Raumzeitkoordinaten	unscharfe Raumzeitkoordinaten, die durch die Unschärfebeziehung zustande kommt
nichteuklidischer Raum	euklidischer Raum
endlicher Raum	R_∞ (Hilbertraum)
Lokalität	Nichtlokalität
Nichtlinearität	Linearität, Superpositionsfähigkeit
Faktizität	Wahrscheinlichkeit
Strukturelle Erklärung von Masse und Quantenzahlen	Unmöglichkeit einer Bestimmung von Masse und Quantenzahlen
Existenz des Messobjektes unabhängig von Messanordnung	Messobjekt und Messanordnung bilden eine Einheit
Objektivität (wiederholbare gleiche Messungen)	unterschiedliche Messergebnisse bei wiederholten Messungen
Aufbau von Strukturen aus diskreten Längen	Aufbau aus periodischen Funktionen (Wellen)

Die H-Theorie wird mit der Heimschen Theorie angeboten. Sie ist zunächst eine Theorie der reinen Teilcheneigenschaften. Um auch die Feldeigenschaften mit einzuschließen, wie sie gemäß der QFT vorkommen, kann die Heimsche Theorie durch eine Lösung der Eigenwertgleichungen in einfachster Art (r- und t-Lösung) und Anwendung einer konformen Transformation in das Feynmansche Pfad-Integral und somit in eine Lösung der QM überführt werden.

Auch die Einsteinschen Feldgleichungen und deren modifizierte Form werden durch Lösungen der entsprechenden Eigenwertgleichungen erhalten. Somit zeigt sich, dass die Heimsche Theorie die logische Ergänzung zur Quantenfeldtheorie ist. (**Anhang I:** Tabelle mit Vergleichen zwischen der SST-, der QLG- und der H-Theorie im Planck-Bereich)

3. Der Heimsche Ansatz zur Quantengeometrie

Im Aufsatz D in der Homepage: heim-theory.com wurde versucht, die wesentlichen Gedanken in einer Kurzfassung der auf rd. 700 Seiten veröffentlichten Arbeit von B. Heim (1980/89, 1984, 1996) vorzustellen. Dabei sind einige der theoretischen Entwicklungen zu kurz geraten, andere nicht korrekt dargestellt worden. Der Aufsatz D ist daher aus unserer Homepage herausgenommen worden mit der Absicht, diesen besser darzustellen. Daher

* } beziehen sich die im Folgenden angedeuteten Klarstellungen allein auf die beiden Bücher von Heim, deren Lektüre ohnehin keine Kurzfassung über die Herleitung der einheitlichen Massenformel ersetzen.

Zum ersten Buch von B. Heim (1980/89) sind einige Anmerkungen zu machen, die den Einstieg in die Theorie erleichtern können.

Es werden Ansätze zur Überführung der ART in den Mikrobereich und Hinweise durch Lösungen der Eigenwertgleichungen auf die im 2. Buch (1984) einzuschlagenden Richtungen der Untersuchungen gegeben. Der Metronen-Kalkül wird im 1. Buch bereit gestellt. Eine mathematisch exakte Begründung für die verwendete Polymetrie wird erst im 3. Buch (1984) nachgeliefert.

Heim geht von der Sachlage aus, dass Einsteins Feldgleichungen für die Gravitation noch unvollständig sind. Sie haben dualen Charakter. Geometrische Größen werden phänomenologischen Größen proportional gesetzt. Heim setzt dagegen Geometrie der Physik äquivalent. In der ART sind die physikalischen Energiedichten quantisierte Größen, doch die geometrischen sind kontinuierliche Strukturen. Das führt zu Widersprüchen, wenn die Feldgleichungen auch im Mikrobereich Gültigkeit haben sollen.

Bei der erforderlichen Quantisierung der geometrischen Strukturen folgt Heim nicht den üblichen konventionellen Verfahren der metrischen Feldquantisierung, wonach das Gravitationspotenzial $g_{\mu\nu}$ entweder in Operator-Quantisierung (Bergmann und Komar 1962; DeWitt 1962) oder kovarianter Quantisierung (Duff 1975) oder in kanonischen (Kuchar 1973) und in Feynman-Pfad-Integral Verfahren (Hawking & Israel 1979) versucht wird, sondern Heim setzt auf der untersten Ebene der Geometrie an.

Es ist in der Tat unklar, was als Quantisierung der ART überhaupt gefordert wird (Isham, Penrose, Sciama 1975). Wheeler war der Ansicht, dass das Quantisierungsverfahren nicht die Metrik betreffen sollte, sondern dass sowohl die topologische als auch die metrische Struktur der Raumzeit gequantelt werden und damit auf die Basiselemente der Mathematik zurückgehen müsste. Die selbe Idee motivierte Penrose zur Entwicklung seiner kombinatorischen Spin-Netzwerk-Theorie und Twistorthorie. Bei jeder Strukturquantisierung sind Raumzeitintervalle unscharf, so dass das Konzept von Punkten eliminiert werden muss, da sie unbeobachtbare Elemente darstellen. Das bedeutet einen schwerwiegenden Eingriff in die Grundlagen der Mathematik. Heim ist der Überzeugung, dass vor jeder Feldquantisierung zunächst das Punktkonzept aufgegeben werden sollte und die Differenzialrechnung durch eine Differenzenrechnung ersetzt werden sollte.

4. Gravitative Raumstrukturen und ihre Extrema

Heim folgt nicht dem Einsteinschen Ansatz, die Quellen der Gravitation durch einen phänomenologischen Anteil und das Feld durch einen Strukturanteil zu beschreiben, sondern er versucht zunächst, Feld und Quelle der Gravitation bereits im phänomenologischen Tensor zu vereinheitlichen. Erst danach folgt er Einsteins Geometrisierungsprinzip, ohne noch irgendwelche physikalischen Größen in seinen Gleichungen, die zu Eigenwertgleichungen führen, zu verwenden. Zur phänomenologischen Beschreibung der Gravitation geht Heim zunächst von der Analyse des Feldverlaufs eines elementaren Massenquants aus, das bei Berücksichtigung seiner Feldmasse eine ortsabhängige Funktion $m(r)$ ist. Sodann betrachtet er dynamische Gravitationsfelder und erhält ein zusätzliches Feld, analog zur Situation in der Elektrodynamik. Aus den Vektorfeldern und der ortsabhängigen Masse erhält er schließlich einen einheitlichen Gravitationsfeldstärketensor und durch Iteration den Energiedichtetensor der Gravitation, der nun Feld und Quelle einheitlich beschreibt.

Wegen eines Schreibfehlers im Ansatz für den Δ -Operator erhält Heim zunächst (Heim 1980) anstelle des Faktors $\alpha = 1/(4\pi\gamma)$ in der Poissonsgleichung einen Faktor $\alpha = 3/(64\pi\gamma)$. In der 2. Auflage (Heim 1989) wird dieser Faktor physikalisch unkorrekt begründet. Mit dem von uns korrigierten Wert ergibt sich die Poissonsgleichung und die Ausbreitungsgeschwindigkeit ω von Gravitationswellen ist die der Lichtgeschwindigkeit c (und nicht – wie von Heim angegeben – $\omega = 4/3 c$). (siehe **Anhang II**)

Heim leitet den Radius für ein Mindestvolumen im R_3 ab, das noch ein Materiequant beinhalten könnte, und das etwa dem Schwarzschildradius entspricht. Treder (1974) hatte bereits aus dem Produkt des Schwarzschildradius und der Compton-Wellenlänge eines elementaren Materiefeldquants eine kleinste Fläche als Naturkonstante erhalten, die auch Heim bekommt, wenn der korrekte Wert für α (wie oben genannt) in den Rechnungen verwendet wird. Diese Naturkonstante ist das Quadrat der Planckschen Länge, das Heim ein „Metron“ nennt. Die Entdeckung einer unteilbaren geometrischen Letzteinheit verlangt das mathematische Arbeiten mit Flächendifferenzen und Selektoren anstelle der Differenzialrechnung mit Tensoren. Diese Strukturquantisierung ist keine Feldquantisierung, sondern Voraussetzung für diese. Somit ist die Heimsche Theorie noch eine halb-klassische Theorie. Den entsprechenden Metronen-Kalkül gibt Heim in seinem ersten Buch (1980/89) an. Für Rechnungen im Planckschen Bereich ist dieser Kalkül unentbehrlich, doch im 20 Größenordnungen weiteren Bereich der Elementarteilchen kann – bis auf vereinzelte Ausnahmen – die gewöhnliche Differenzialrechnung verwendet werden.

5.1 Eigenwertgleichungen anstelle von Feldgleichungen

Sollen die ART aus dem Makrobereich, wo sie durch Experimente gut durch Experimente und astronomische Daten bestätigt ist, in den Mikrobereich transferiert werden, dann muss der Quantencharakter der Materie bzw. der Struktur berücksichtigt werden. Feldgleichungen werden somit zwangsläufig zu Zustandsgleichungen.

Heims Theorie unterscheidet sich von der Einsteins durch die folgenden Unterschiede:

- a) radikal geometrisierte Eigenwertgleichungen anstelle der Einsteinschen Feldgleichungen,
- b) Übergang von einem 4-dimensionalen zu einem 6-dimensionalen Hyperraum, der aus Symmetrien der Eigenwertgleichungen gefordert wird
- c) Verwendung einer diskreten Geometrie, die zu einer komplexeren Metrik wie in der Riemannschen Geometrie (Polymetrie) führt (und die im Kontinuum einer doppelten Koordinatenabhängigkeit entspricht).

Sämtliche physikalischen Eigenschaften werden allein aus rein geometrischen Prinzipien abgeleitet, die nach Heim dynamischer Art sein können.

Während nach der Kopenhagener Deutung der Quantentheorie die Welt in die unerfahrbare Quantenrealität und in die klassische beobachtbare Realität gespalten wird, folgt Heim eher der de-Broglie-Bohm-Version der QT (G. Grössing: „Quantum-Cybernetics“, 2000, Springer; Ph. Gueret und J.P. Vigier: „De Broglie's Wave Particle Duality in the Stochastic Interpretation of Quantum Mechanics: A Testable Physical Assumption, 1982, Found. Phys. 12, 1057-1083), die eine kausale und kontinuierliche Beschreibung der QT liefert, bei der die Schrödingergleichung

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi \quad (1)$$

eine andere Deutung als nach der Kopenhagener Fassung erfährt.

Erst nach der Fertigstellung des Manuskripts "Klartellungen zu
Hansens Theorie", in der Herr Drösch, Wien, wesentliche Beiträge
geleistet hat, wurde uns, dem AK Hansens Theorie, mitgeteilt,
diese Berechnungen im Internet zu veröffentlichen mit der Begründung,
dass diese in absolut kurzer Zeit alle zurückstehen in einer
Fachzeitschrift erscheinen sollen. ~~Die~~ Im Gegensatz zu der Hans
Droß - Hansen hatten die Mitglieder des AK primär die
Absicht, was Primärliteratur zu veröffentlichen, (~~wegen begrenzter~~ ~~Finanzierung~~)

Es besteht nun mit ~~vor~~ ^{unser} die Ähnlichkeit Kollegen auf Hans Arbeit
aufzunehmen zu machen (~~wegen fehlender~~ ~~finanzieller~~ ~~Mittel~~ ~~Finanzierung~~)
Der AK ~~hat~~ ^{will} nicht Hans Arbeit weiter zu führen durch eigene Arbeiten ~~zu~~
ergänzen oder weiter zu führen. Das ist aber das Anliegen ~~der~~ ^{in Gegensatz zu dem} Hans
Droß - Prof. Hansen. Insofern ist deren Anliegen völlig verständlich;
~~wenn ihre Arbeiten.~~

Wir beschränken uns daher nur darauf, all gemeine Bemerkungen
über Arbeiten zu machen. - Anmerkung berechtigt zu machen
- einige spezielle ^{(Klartellungen} ^{zur Hans - Theorie)} ~~Rechnungen~~ ^{weiter zu geben}, ~~das~~

Gemäß der de-Broglie-Bohm-Theorie besitzt ein Teilchen stets eine wohldefinierte Lage $\vec{x}(t)$, die sich kontinuierlich ändert und stets kausal determiniert ist. Das Teilchen wird von einem Quantenfeld gesteuert, das dem Führungsfeld Ψ entspricht.

Die Bewegungsgleichung einer Partikel wird durch $m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla V - \nabla Q$ bestimmt, wobei

zusätzlich zu einer Kraft ∇V , die von einem Potenzial V eines klassischen Feldes herrührt, eine durch ein Quantenpotenzial Q verursachte Quantenkraft ∇Q hinzukommt. Das Quantenpotenzial Q wird durch Ψ definiert und ist nicht von der Entfernung, sondern nur von dessen Form abhängig. Für de Broglie ist ein Elektron ein nichtlinearer Teil einer linearen Welle. Ausgehend von der de-Broglie-Bohm-Theorie wird dann gemäß der Quantenkybernetik (Grössing 2000) ein Teilchen als ein Soliton-ähnliches, vollständig geometrisiertes Gebilde nichtlinearer Art angesehen, das mit der Umgebung in Form von Wellen wechselwirkt. Teilchen und Umgebung bilden eine Einheit und bestehen aus demselben Material, einer verschiedenartig gekrümmten Raumzeit.

Wird nun ein Teilchen in einem Raum eingesperrt und damit die Beeinflussung durch ein äußeres Feld ausgeschaltet, dann ergeben sich stationäre Lösungen der Schrödinger-Gleichung, welche die Form $\hat{H}\Psi = E_n\Psi_n$ annehmen, wobei E_n die Eigenwerte der Energie und Ψ_n die zugehörigen Eigenfunktionen sind. Die allgemeine Darstellung der Schrödingergleichung lautet dann:

$$\hat{H}\Psi = E\Psi \quad (2)$$

Hier kann im Sinne der de-Broglie-Bohm-Theorie die Wahrscheinlichkeitsamplitude Ψ als Führungswelle, verkoppelt mit dem Teilchen, angesehen werden. Zwar wird hier die räumliche Ausformung der Welle Ψ wiedergegeben, über die spezifischen, physikalischen Eigenschaften des Teilchens wird jedoch nichts Näheres ausgesagt. Dies ist aber dadurch erklärlich, weil die Eigenwertgleichung (2) sich nur auf Ψ bezieht.

Soll dagegen nicht auf eine die Führungswelle Ψ , sondern eine auf das Teilchen bezogene Eigenwertgleichung angegeben werden, um die von einem äußeren Feld unabhängige geometrische Struktur des Teilchens und somit seine physikalischen Eigenschaften auf einer untersten Strukturebene zu erhalten, die sich allerdings aufgrund der Geometrie ergeben, dann müssen folgende Annahmen getroffen werden:

- Da Teilchen und Ψ -Welle eine Einheit bilden, wird die Gestalt der Gleichungen, die das Teilchen und die Ψ -Welle beschreiben, ähnliche Form aufweisen. Das Teilchen wird aber aufgrund eines möglichen komplexen Aufbaues nur grob durch eine Eigenwertgleichung beschreibbar sein.
- Da gemäß der Quantenkybernetik ein Teilchen eine nichtlineare, vollständig geometrisierte Struktur aufweist, wird ein nichtlinearer Operator und nicht ein linearer Operator wie in der Schrödingergleichung auf ein „Teilchenfeld“ einwirken und vollständig geometrisierte Eigenwertgleichungen liefern.
- Um die Gestalt des nichtlinearen Operators zu bekommen, wird die Geometrie gekrümmter Räume und speziell die der Riemannschen Geometrie herangezogen. Gemäß dieser existiert ein Krümmungstensor R^i_{kmp} , der als Funktion der Christoffelsymbole Γ in der Form $R^i_{kmp} = f(\Gamma)$ darstellbar ist. Der Krümmungstensor kann hier mit Hilfe eines nichtlinearen Operators K_p in der Form $R^i_{kmp} = K_p \Gamma^i_{km}$ definiert werden.

Wie die Einsteinschen Feldgleichungen zusammen mit der Geodätengleichung zeigen, können die im Ricci-Tensor R_{km} auftretenden Christoffelsymbole Γ als Feld interpretiert werden. Mit der Beziehung $R^i_{kmp} = K_p \Gamma^i_{km}$ ist somit die Einwirkung eines nichtlinearen Operators auf ein Feld gegeben. Beim Übergang vom Makrobereich, für den die Einsteinschen Feldgleichungen gelten, zum Mikrobereich,

in dem das „Teilchenfeld“ wirksam ist, wird demnach ein Übergang $K_p \Gamma_{km}^i \rightarrow C_p \varphi_{km}^i$ möglich sein. φ_{km}^i ist hier als „Reilchenfeld“ anzusehen und C_p der nichtlineare Operator, der auf φ_{km}^i einwirkt. Wegen der Korrespondenz vom Makro- in den Mikrobereich wird $K_p = C_p$ vorausgesetzt. Die Christoffelsymbole Γ_{km}^i des Makrobereichs gehen in Kondensoren φ_{km}^i des Mikrobereichs über.

Die letztgenannte Bezeichnungsweise ist dadurch definiert, dass die geometrisch formal mit den Christoffelsymbolen Γ_{km}^i übereinstimmenden Funktionen φ_{km}^i eine mögliche Raumzeitverdichtung darstellen.

- d) Beim Übergang vom Mikrobereich in den Makrobereich sollen analog zur Quantenkybernetik, nach der Masse als rein geometrische Struktur erklärbar ist, die Einsteinschen Feldgleichungen wieder erhalten werden.
- e) Die Eigenwerte sollen Dimensionen Energie bzw. Masse bzw. inverse Längen haben. Dies möge analog der Schrödingergleichung auch für die „Teilchengleichung“ gelten.
- f) Die Kondensoren sollen Tensorcharakter haben.

Wird nun ψ durch das Kondensorfeld φ_{km}^i ersetzt, dann werden die beiden Eigenwertgleichungen die Gestalt Gl.(2) und

$$C_p \varphi_{km}^i = \lambda_p \varphi_{km}^i, \quad \text{mit } i, k, p = 1, \dots, 4 \quad (3)$$

annehmen, wobei letztere die Heimschen Eigenwertgleichungen im 4-dimensionalen Raum sind. Auf der linken Seite von (3) steht ein Tensor 4. Stufe, der auf der rechten Seite wieder zu finden ist. λ_p ist hier als Eigenvektor anzusehen, der mit dem Tensor 3. Stufe φ_{km}^i einen Tensor 4. Stufe liefert.

Die Christoffelsymbole Γ_{km}^i und damit auch die Kondensoren φ_{km}^i verhalten sich nur gegenüber affinen Koordinatentransformationen als Tensoren 3. Stufe. DA jedoch Eigenwertgleichungen vorliegen und somit ein abgeschlossenes System vorhanden ist, das keinem äußeren Feld unterworfen ist, werden auch keine krummlinigen Koordinatentransformationen vorkommen, so dass der Tensorcharakter gewahrt bleibt. Wird mittels der Idizes $i = p$ verjüngt, dann wird $C_p \varphi_{km}^p = \lambda_p \varphi_{km}^p$ erhalten, welche Gleichung beim Übergang vom Mikro- in den Makrobereich zu $R_{km} = -\kappa T_{km}^*$ wird, da geometrische Strukturen gemäß der Quantenkybernetik das Phänomen Masse zeigen können.

Die Dimension des Eigenvektors λ_p ist hierbei wegen $[C_p \varphi_{km}^i] = \ell^{-2}$ und $[\varphi_{km}^i] = \ell^{-1}$ Durch $[\lambda_p] = \ell^{-1}$ gegeben, was wegen $m \sim \ell^{-1}$ die Proportionalität zu einer Energie bedeutet.

Somit sind alle Punkte a) bis f) erfüllt.

Wie aus den Lösungen der Schrödingerschen Eigenwertgleichungen hervorgeht, liefern diese zu einem Eigenwert E_n zumindest eine Eigenfunktion ψ_n . Dies kann auch bei den Heimschen Eigenwertgleichungen vorausgesetzt werden. Demnach ergeben sich die beiden Gleichungssysteme:

$$\begin{aligned} C_p \varphi_{km}^i &= \lambda_p \varphi_{km}^i && \text{(entarteter Fall)} \\ C_{(p)} \varphi_{(p)km}^{(p)} &= \lambda_{(p)} \varphi_{(p)km}^{(p)} && \text{(nichtentarteter Fall)} \end{aligned} \quad (4)$$

Das Inklaammernsetzen bedeutet, das Außerkraftsetzen der Summenkonvention, dass also nicht über p summiert wird.

Aus Gl.(4) wird ersichtlich, dass λ_p nur von k und m abhängt und daher $\lambda_p = \lambda_p(k, m)$ gilt.

Denn beide Gleichungen (3) und (4) existieren gleichzeitig und sind nicht unabhängig voneinander. Nach Gl.(4) sind im nichtentarteten Fall $4^3 = 64$ Operatorgleichungen gültig, die teilweise aufgrund von Symmetriebedingungen zu Null werden können.

Wird hingegen über p summiert und vom Mikro- in den Makrobereich übergegangen, dann ergeben sich mit $C_p \varphi_{km}^p \rightarrow R_{km}$ und $\lambda_p \varphi_{km}^p \rightarrow -\kappa T_{km}^*$ die Einsteinschen Feldgleichungen $R_{km} = -\kappa T_{km}^*$. Wegen $R_{km} \sim T_{km}^*$ wird für $\lambda_{(p)} \varphi_{km}^{(p)}$ eine Proportionalität zu einer Energiedichte $\varepsilon_{km}^{(p)}$ erhalten, was bedeutet, dass $\lambda_{(p)} \varphi_{km}^{(p)}$ proportional zu einer Energiedichte $\varepsilon_{km}^{(p)}$ ist.

5.2 Symmetrien der Heimschen Eigenwertgleichungen

Wird $C_p \varphi_{km}^i$ mit $K_p = C_p$ anschreiben, dann ergibt sich

$$C_p \varphi_{km}^i = \varphi_{km, p}^i - \varphi_{kp, m}^i - \varphi_{sm}^i \varphi_{kp}^s + \varphi_{sp}^i \varphi_{km}^s \quad (5)$$

Für $m = p$ wird $C_{(p)} \varphi_{km}^{(p)} = 0$ erhalten, was für

$$\lambda_m = \lambda_m(m, k) = 0 \quad (6)$$

erfüllt ist.

Dies sind 32 Operatorgleichungen, die wegen des doppelten Auftretens von

$$\lambda_m(m, m) = 0 \quad (7)$$

28 Operatorgleichungen zu Null werden lässt. Die Indizes laufen hier von 1 bis 4. Die Eigenwerte λ_m und nicht die Eigenfunktionen φ_{km}^i werden hier zu Null, da φ_{km}^i neben k, m noch von i abhängig ist, was $\varphi_{km}^i = 0$ und somit Euklidizität aller Eigenfunktionen φ_{km}^i bedeuten würde.

Wegen $R_{km} \sim T_{km}^*$ wird, wie erwähnt, für $\lambda_{(p)} \varphi_{km}^{(p)}$ eine Proportionalität zu einer Energiedichte erhalten, was bedeutet, dass $\lambda_{(p)} \varphi_{km}^{(p)}$ proportional zu einer Energiedichte ist. DA 28 Eigenwerte und somit 28 Energiedichtekomponenten zu Null werden, verbleiben von den 64 Energiedichtekomponenten $\varepsilon_{km}^{(p)}$ $64 - 28 = 36$ Energiedichtekomponenten, die in eine 6×6 Energiedichte-Matrix hineingestellt werden können. Es existiert somit ein 6-dimensionalen Raum (bzw. Hyperraum) im Gültigkeitsbereich der Eigenwertgleichungen (4).

Außer Gl.(4) gilt auch Gl.(3), was für $\lambda_m(k, m) = \lambda_m(m, k) = 0$, da $\lambda_p(k, m) \varphi_{km}^i$ Energiedichten ε_{pkm}^i proportional ist, zu $4^4 - 28 \cdot 4 = 256 - 112 = 144$ Energiedichtekomponenten $\neq 0$ führt, die in eine 12×12 Energiedichte-Matrix hineingestellt werden können. Somit ist außer einem R_6 noch ein R_{12} vorhanden. DA beide Räume existieren, wird $R_6 \subset R_{12}$ gelten.

Wegen Gl.(3) und (5) existiert noch die Beziehung

$$C_p \varphi_{km}^i + C_m \varphi_{kp}^i = \lambda_p \varphi_{km}^i + \lambda_m \varphi_{kp}^i = 0,$$

die für $k = p$ zu $\lambda_{(p)}(p, m) \varphi_{(p)m}^i + \lambda_m(p, p) \varphi_{(p)p}^i = 0$ wird. Wie bereits gezeigt wurde, ist $\lambda_p(p, m) = 0$. Damit wird aber ebenfalls

$$\lambda_m(p, p) = 0 \quad (8)$$

In der 6×6 Energiedichte-Matrix werden, da weitere Eigenwerte Null sind, weitere 12 Energiedichtekomponenten zu Null.

Gilt die Zuordnung $\varepsilon_{km}^{(p)} \hat{=} T_{\alpha\beta}$, wenn $T_{\alpha\beta}$ das Tensorschema im R_6 symbolisiert, dann ist die Zuordnung nicht willkürlich. Denn die Zuordnung $T_{\alpha 5}$ und $T_{\alpha 6}$ bzw. $T_{5\beta}$ und $T_{6\beta}$ liefert mit $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ gerade die 12 zu Null werdenden Energiedichtekomponenten des R_6 . Dies bedeutet, da Strukturen, die von den Transkoordinaten z_5 und z_6 abhängen, auf solche des R_3 keinen Einfluss nehmen (sonst wären sie empirisch feststellbar), dass gerade diese 12 raumartigen Komponenten der Ränderung 0 zu setzen sind.

Gilt die Zuordnung $\varepsilon_{pkm}^i \hat{=} T_{\alpha\beta}$, wenn $T_{\alpha\beta}$ das Tensorschema im R_{12} symbolisiert, dann bedeutet dies, dass wegen $i = 1, \dots, 4$ gerade $12 \cdot 4 = 48$ Energiedichtekomponenten des R_{12} zu Null werden. Auch hier kann dieselbe Überlegung wie beim R_6 angestellt werden. Wenn $z_5, z_6, \dots, z_{12}$ –Strukturen auf solche des R_3 keinen Einfluss nehmen sollen, werden gerade 48 Energiedichtekomponenten des R_{12} zu Null werden. Mit $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ ist dies wegen $T_{\alpha 5}, \dots, T_{\alpha 12} = 0$ bzw. $T_{5\beta}, \dots, T_{12\beta} = 0$ der Fall.

DA im Mikrobereich zumindest ein R_6 existiert, gibt es nichteuklidische Koordinaten $z_1, z_2, \dots, z_6$, die zu den Fundamentaltensoren g_{ik} mit $i, k = 1, 2, \dots, 6$ führen. Diese bedingen wiederum Kondensoren φ_{km}^i mit $i, k, m = 1, 2, \dots, 6$, für die ein nichtlinearer Operator C_p existiert, so dass $C_p \varphi_{km}^i$ wirksam wird. Formuliert als Eigenwertgleichungen ergeben sich

$$\boxed{C_p \varphi_{km}^i = \lambda_p(k, m) \varphi_{km}^i} \quad \text{mit } i, p, k, m = 1, 2, \dots, 6 \quad (9)$$

Diese Operatorgleichungen bilden die Grundlage der Heimschen Theorie elementarer Strukturen der Materie.

5.3 Quantisierung von Feldern

Die Einsteinschen Feldgleichungen $(R_{km} + \frac{1}{2} g_{km} T) = -\kappa T_{km}$ (mit $k, m = 1, \dots, 4$) können auch in der Form $R_{km} \sim (T_{km} - \frac{1}{2} g_{km} T) = T_{km}^*$ angegeben werden. Diese Gleichungen gehen beim Wechsel vom Makro- in den Mikrobereich in die Heimschen Eigenwertgleichungen (9) über, wobei die Größen auf der rechten Seite Energiedichten ε_{pkm}^i Proportional sind.

Nun treten Wirkungen in der Quantentheorie gequantelt auf, d.h. in Vielfachen von h . Dies bedeutet, da $\lambda_p(k, m) \varphi_{km}^i \sim \varepsilon_{pkm}^i$ ist und die Energiedichte

$$\varepsilon_{pkm}^i = \frac{d(hN_{pkm}^i)}{d\Omega} ic\sqrt{-g} \quad , \quad \text{mit } d\Omega = dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 \sqrt{-g} \quad (10)$$

worin $d\Omega$ das Volumenelement bedeutet und N_{pkm}^i als ganze Zahl geschrieben werden kann, dass aufgrund der Ganzzahligkeit von N_{pkm}^i die Differenziale in Differenzen übergehen und ε_{pkm}^i somit gequantelt erscheint. In der Beziehung $\lambda_p(k, m) \varphi_{km}^i \sim \varepsilon_{pkm}^i$ ist nun der Eigenwert $\lambda_p(k, m)$ proportional einer Energie und φ_{km}^i eine Feldfunktion. Die Quantelung auf der rechten Seite der Beziehung hat demnach eine Quantelung von $\lambda_p(k, m)$ zur Folge, so dass die Eigenwerte $\lambda_p(k, m)$ diskreten Charakter annehmen.

Die Lösung des Fundamentalphysikalischen Problems (Eigenwertgleichungen) liefert nun für jeden diskreten Eigenwert $\lambda_p(k, m)$ im Falle der Hermetrieformen a und b (es wird auf den Paragraphen „Hermetrieformen“ verwiesen) quantenhafte Terme, die in Form von Gravitonen und Photonen erscheinen. Somit wird die Existenz von gequantelten Wechselwirkungsfeldern in Form von Gravitonen und Photonen bestätigt.

Gemäß der Heimschen Theorie werden alle Koordinaten des R_6 aus Vielfachen einer nicht unterschreitbaren Länge (Plancksche Länge) bzw. ihrem Quadrat (Metron) aufgebaut. Dies bedeutet, da jede Einheitsfläche nahtlos an eine andere anschließt, dass der Raum eine Gitterstruktur aufweist und nicht mehr isotrop bleibt. Weiterhin würden Raumverdichtungen oder Raumverdünnungen die Raumstruktur zerreißen. Wegen der Existenz von Vielfachen nicht unterschreitbarer Einzellängen würden schließlich bei einer Metronen-Verdünnung nicht definierbare Zwischenräume auftreten.

Das bedeutet, dass zwar eine nicht unterschreitbare Länge (bzw. Fläche) existiert, der 6-dimensionale Raum oberhalb des Planckschen Bereiches aber kontinuierlich erscheint. Aus diesem Grunde wird im Folgenden eine kontinuierliche Raumzeit vorausgesetzt und eine

geometrische Formulierung der Heimschen Theorie ohne Verwendung von Metronen wiedergegeben. Denn Elementarteilchen haben Ausdehnungen, die 20 Größenordnungen über der Planckschen Länge liegen. Erst bei kosmologischen Betrachtungen und bei Analysen der innersten Strukturen von Elementarteilchen muss der diskrete Charakter der Hyperraum-Strukturen berücksichtigt werden (obwohl Heim in seiner Arbeit durchgehend mit dem Differenzen- bzw. Metronenkalkül rechnet).

6. Herleitung und Lösung der Eigenwertgleichungen

Zur Herleitung der Eigenwertgleichungen kann wie folgt vorgegangen werden:
Die Besonderheit der Eigenwertgleichungen für die Raumzeit-Strukturen besteht darin, dass ein „Eigenwert“ bei dessen Verschiebung im Riemannschen Raum im allgemeinen seine Richtung ändert, wobei das Verschiebungsfeld durch die Christoffel-Symbole Γ^l_{km} wiedergegeben wird.

Wird hingegen beispielsweise die zeitunabhängige Schrödingergleichung $H\Psi = E\Psi$, definiert im euklidischen Raum, näher betrachtet, dann ist Ψ eine Funktion im dreidimensionalen Raum und ein Eigenwert E_n , der zur Eigenfunktion Ψ_n gehört, ist eine Konstante. E_n ist somit unabhängig von x_1, x_2, x_3 . Damit im Riemannschen Raum ebenfalls eine Entkopplung von „Eigenvektor“ und Eigenfunktion zustande kommt, muss nach Bedingungen gesucht werden, die einen Vektor A_p bei einer infinitesimalen Parallelverschiebung im Feld Γ^p_{kl} unverändert lassen, ansonsten würde zu jedem Funktionswert von Γ^p_{kl} ein unterschiedlicher Vektor A_p gehören.

Es kann eine Beziehung aufgefunden werden (**Anhang III**), in der gegenüber den Heimschen Eigenwertgleichungen noch ein weiterer Term auftritt:

$$R^i_{kmp} = C_p(m) \Gamma^i_{km} - C_m(p) \Gamma^i_{kp} = \lambda_p \Gamma^i_{km} - \lambda_m \Gamma^i_{kp} \quad (11)$$

Die Eigenwertgleichungen ohne diesen zusätzlichen Term liefern nur Nulllösungen.

Es ergeben sich zwei Lösungswege:

1. Es kann Γ^i_{kp} in Gleichung (11) bestimmt werden, oder
2. Es werden nur die Teilgleichungen

$$\begin{aligned} C_p(m) \Gamma^i_{km} &= \lambda_p(k,m) \Gamma^i_{km} \\ C_m(p) \Gamma^i_{kp} &= \lambda_m(k,p) \Gamma^i_{kp} \end{aligned} \quad (12)$$

einer Lösung zugeführt. Um die Gleichungen (12) lösen zu können, sind Eigenwert-Bedingungen erforderlich, welche die Indexabhängigkeit auf eine einzige Funktion reduzieren. Die Lösung wird in **Anhang IV** vorgeführt.

Sie führt auf eine Gleichung, die die gleiche Struktur wie die von Heim angegebene hat (Heim, Bd.I, 1989, S.200). Aber im Unterschied zur Heimschen Lösung wird φ^s_{kl} und nicht $b_s \varphi^s_{kl}$ bestimmt und der Exponent im Nenner hat hier ein positives und nicht negatives Vorzeichen:

$$\Phi_{kl} = \varphi^s_{kl} = \lambda_s(k, l) [1 + C_{kl} \exp(\lambda_s(k, l) \alpha_i y_i)]^{-1} \quad (13)$$

Beim Übergang zur kugelsymmetrischen, zeitunabhängigen Lösung geht Gl. (13) über in

$$\varphi = \varphi^1_{44} = \frac{\lambda}{1 + C e^{\lambda r}} \quad (14)$$

7. Übergang von den Eigenwertgleichungen zu den Einsteinschen Feldgleichungen und zum Feynmanschen Pfadintegral

Die Eigenwertgleichungen beschreiben den Zustand eines Teilchens. Die Einsteinschen Feldgleichungen gelten für das Gravitationsfeld, das von einer Vielzahl von Teilchen in einem Volumen erzeugt wird. Nach Heim (Kap. 2, Bd.I) soll die Operatorwirkung $C_p \Gamma^p_{km}$ in den Riccitenor R_{km} und damit in das Feldkontinuum übergehen, und $\lambda_p(k, l) \varphi^{(p)}_{km}$ soll einer Energiedichte der Materie $\varepsilon^{(p)}_{km} \hat{=} T_{km}$ entsprechen. Das wird aber nicht explizit berechnet.

Damit die Eigenwertgleichungen in die Einsteinschen Feldgleichungen übergehen, muss zunächst die Einschränkung gemacht werden, dass die metrischen Koeffizienten $g_{km}^{(\alpha\beta)}$ nur eine einfache Koordinatenabhängigkeit aufweisen $g_{km} = g_{km}^{(1)}$, wobei die Dreizeigersymbole Γ_{km}^p wieder nur Pseudotensoren sind. Das ist nur bei der Gravitation der Fall. Sodann ist die rechte Seite der Beziehung (11) ebenso aus einem Variationsprinzip herzuleiten wie die linke Seite der Feldgleichungen der ART, wobei der Vielteilchencharakter zu berücksichtigen ist.

Anhang V

Zusammenfassend können die Eigenschaften vom Teilchenbild gemäß Heimscher Theorie und Feldbild, das zu den Einsteinschen Feldgleichungen führte, einander gegenübergestellt werden:

<u>Teilchenbild</u>	<u>Feldbild</u>
Vorerst Pseudotensorgleichung	Tensorgleichung
$R_{kp} = \lambda_m \Gamma_{kp}^m$	$(R_{kp} - \frac{1}{2} g_{kp} R) = \kappa T_{kp}$
Einteilchendarstellung (Teilchen)	Vielteilchendarstellung (Feld)
Komplexe Teilchenfunktion:	kugelsymmetrische Lösung
$\varphi_{kp}^s = \lambda_s(k,p) [1 + C_{kp} \exp\{\lambda_s(k,p) \alpha_i x_i\}]^{-1}$ (Summation über $i = 1, \dots, 4$)	einfachst strukturierter Teilchen
	1) $\varphi = \lambda [1 + C e^{\lambda r}]^{-1}$
	2) Wahrscheinlichkeitsamplitude für Übergang von A nach B:
	$\psi(a,b) = \int_0^T D_q \exp(i \int_0^T L(q, \dot{q}) dt)$
R^3 - Struktur in einem R^4 :	„ R^1 -Strukturen“ in einem R^4
Zeitkoordinate des Teilchens ist statistischer Art	Raumkoordinaten der Teilchen sind statistischer Art
Nur Teilchenparameter aber keine Wechselwirkungsgrößen angebar	Wechselwirkungsgrößen aber keine Teilchenparameter

8. Die Polymetrie (Vielfachgeometrie)

8.1 Der erweiterte metrische Fundamentaltensor

Die Heimschen Eigenwertgleichungen gemäß Gl.(9) gehen für $z_5, z_6 \rightarrow 0$ und für den Übergang vom Mikro- in den Makrobereich in die Einsteinschen Feldgleichungen über, für die die Riemannsche Geometrie gilt. Hierbei ist die Einstein-Riemannsche Metrik u.a. durch das Linienelement $ds^2 = g_{ik} dz_i dz_k$ = sonst definiert, wobei g_{ik} aus einer Koordinatentransformation $x_m = x_m(z_k)$ mit x_m alsoeuklidische Koordinaten und z_k als nichteuklidische Koordinaten hervorgeht. Der Fundamentaltensor g_{ik} wird hier durch

$$g_{ik} = \frac{\partial x_m}{\partial z_i} \frac{\partial x_m}{\partial z_k} \quad (15)$$

wiedergegeben, wobei $m, i, k = 1, \dots, 4$ ist. Mit Hilfe der Einstein-Riemannschen Metrik werden die Gleichungen der ART erhalten.

Sollen die Heimschen Eigenwertgleichungen gemäß Gl.(9) gelöst werden, dann ist zu beachten, dass diese rein geometrischer Natur sind und demnach physikalische Eigenschaften sich nur auf geometrische Eigenschaften beziehen können. Nun ist der R_6 mit seinen nichteuklidischen Koordinaten $z_1, z_2, \dots, z_6$ strukturiert, denn es existieren drei

$$\boxed{g_{ik}^{(\mu\nu)} = \sum_{\mu(\alpha)\nu(\beta)} g_{ik}^{(\mu)(\nu)} = \kappa_{im}^{(\mu)} \kappa_{mk}^{(\nu)}} , \quad \text{mit } \mu, \nu = 1, 2, 3 \quad (25)$$

wobei $\mu(\alpha)$ und $\nu(\beta)$ jeweils für die μ und ν zugeordneten Koordinaten aus dem R_6 mit $\alpha, \beta \in 1, 2, \dots, 6$ stehen.

Somit ergibt sich für $\mu = 3 : \mu_\alpha = 1, 2, 3, \quad \nu = 3 : \nu_\beta = 1, 2, 3$
 $\mu = 2 : \mu_\alpha = 4, \quad \nu = 2 : \nu_\beta = 4$
 $\mu = 1 : \mu_\alpha = 5, 6, \quad \nu = 1 : \nu_\beta = 5, 6$

8.2 Die Bedeutung der inneren Koordinaten y_i

Wenn die y_m – Koordinaten als euklidisch vorausgesetzt werden, dann wird aus g_{ik} der symmetrische Fundamentaltensor der Riemannschen Geometrie, dessen vierdimensionale Fassung die raumzeitliche ART begründet.

Das Quadrat des Längendifferenzials $ds^2 = dx_m dx_m = g_{ik}^{(\mu\nu)} dz_i dz_k$ geht auf die doppelte Koordinatenabhängigkeit $x_m = x_m(y_i(z_k))$ zurück. Es soll untersucht werden, was unter den *inneren Koordinaten* y_α zu verstehen ist. Die euklidischen und nichteuklidischen Koordinaten x_m bzw. y_k haben weiterhin die Bedeutung von Längen. Mit ihnen lassen sich geometrische Objekte erzeugen. Offenbar bedingt das Erscheinen von y_α , in geometrischen Räumen die Existenz physikalischer Phänomene, wie energetische Felder und materielle Strukturen.

Entsprechend der Loop-Quantengravitation von Lee Smolin (1991) kann zunächst nach der Dimensionalität und Struktur des im Werden begriffenen Raumes gefragt werden, bevor sich Raum und Zeit im definierten Maße realisierten. Smolin nimmt an, dass am Zeitanfang – im Apeiron – nur ein einziger vierdimensionaler Würfel undefinierter Größe als ein Polyeder mit größter Symmetrie und orthogonal zueinander stehender Graphen vorhanden war. Die Graphen existieren als informative Quantenzustände eines entstehenden Raumes. Da eine zeitliche Entwicklung noch nicht einsetzte, bildeten Raum und Zeit eine nicht voneinander unterscheidbare Einheit, die die Vierdimensionalität des Urwürfels begründete. Da nur diese existierte, kann auch keine Angabe einer Abmessung, die Vergleich zu messbaren Größen erfordert, getroffen werden. Erst mit dem Eintritt der Zeitlichkeit zerfällt die vorhandene spezielle Symmetrie der Raumzeitkoordinaten, und Diffeomorphismus-Invarianz stellt sich ein. Ein Punkt kann nicht durch einen Ort in einem speziellen Koordinatensystem in der Raumzeit definiert werden.

Der Urwürfel enthielt aufgrund der Existenz von 12 Flächen ebenso viele von einem Zentrum abstehende Graphen, die jeweils eine bestimmte Information darstellten. Da Graphen nicht näher definierter Länge vorhanden waren, konnten die Linien nur Auskunft über eine mit der Vierdimensionalität des Würfels verbundene Eigenschaft geben. Eine Möglichkeit wäre, die Information mit der Dimensionalität von Unterräumen, strukturiert gemäß der Vierdimensionalität des Urwürfels zu deuten. Das heißt, dass ein 12-dimensionaler Hyperraum aus 3 Unterräumen jeweils der Dimension 4 aufgebaut werden kann, der so strukturiert ist, dass er möglichst viel Information enthält. Dies bedingt, dass der Grundstein für einen R^4 und einen $R^2 \otimes R^2$ sowie für einen $R^1 \otimes R^3$, also für einen $R_{12} = R^4 \otimes (R^2 \otimes R^2) \otimes (R^1 \otimes R^3)$ gelegt worden wäre. Es wird damit eine Dimensionszahlmenge $D = \{1, 2, 3, 4\}$ erzeugt. Der ursprüngliche Raum ist der R^4 , der von einem

$(R^2 \otimes R^2)$ gefolgt wird, da gemäß der Loop-Quantengeometrie eine Fläche das einfachste geometrische Element mit einer abtastenden Linie ist. Letztlich ist noch, als jüngster Raum einer Entwicklung, ein $(R^1 \otimes R^3)$ möglich. Es wäre demnach ein Raum mit der Struktur

$$R^{12} = G^4 \otimes (I^2 \otimes S^2) \otimes (T^1 \otimes R^3) \quad (26)$$

ausgestattet. Beim Übergang vom Apeiron in das Heimsche Praeuniversum wurde dieser R^{12} gebildet.

Nach einer langen zeitlichen Entwicklung des Präuniversums, in der die einfache Koordinatenabhängigkeit $x_m = x_m(y_k)$ gegeben war, bildeten sich innere Koordinaten in der Raumzeit heraus, was zum Anfang unseres bekannten Subuniversums führte. Mit dem Auftauchen von y_α in der Raumzeit geht die einfache Koordinatenabhängigkeit von x_m über in die doppelte Koordinatenabhängigkeit $x_m = x_m(y_\alpha(z_k))$. Ein Punkt in der Raumzeit kann nun durch physikalische Prozesse in diesem Punkt definiert werden. Die inneren Koordinaten haben daher *energetische* Eigenschaften.

Es entstand Energie/Masse in der Welt. Diese ging aus den drei Naturkonstanten G , h und c hervor, die mit ihrem Vorkommen eine Vereinheitlichung der ART(G), SRT (c) und QT(h) liefert. Aus den drei Naturkonstanten wurde nicht nur die Plancksche Masse m_p , sondern auch die Plancksche Länge Δl_p und Plancksche Zeit Δt_p gebildet, für die

$$\Delta l_p = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}}, \quad \Delta t_p = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}}, \quad m_p = \sqrt{\frac{c\hbar}{G}} \quad (27)$$

gilt. Das bedeutet, dass zum Beginn der Entwicklung des Subuniversums Flächenelemente $\tau = (\Delta l_p)^2$ dieser Größenordnung existieren mussten, die drei elementare Längen verschiedener physikalischer Bedeutung erzeugen, und zwar mit

$$\Delta l_p, \quad c \Delta t_p, \quad \hbar/m_p c$$

Dies soll nachfolgend anhand des Modells von Lee Smolin genauer untersucht werden. Gemäß diesem kann beispielsweise ein elementarer freidimensionaler Würfel mit Elementarflächen $\alpha \Delta l_p^2$ (mit $\alpha \approx 1$) im Grundzustand existieren. Die Flächenelemente werden durch vom Zentrum abstehende Graphen symbolisiert. Im Knoten der abstehenden Linien befindet sich Masse, die gemäß dem Modell nicht näher definiert ist. In diskreten Zeitabständen von ungefähr der Planckzeit Δt_p wird ein aus Graphen und Knoten gebildetes Netzwerk umgeordnet, wobei die Linien durch Hinzunahme der Zeit zu Flächen und die Knoten zu Linien werden. Der Raum wird zur Raumzeit, und das Spinnnetzwerk zu Spinschäumen erweitert. Die Raumzeit weist Energieeigenschaften auf. Denn die quantisierte Raumzeit im Planckbereich bringt hier unterschiedliche elementare Flächen und Volumina hervor, die Werte ähnlich den verschiedenen Energieniveaus wie z.B. beim Wasserstoff-Atom besitzen. Die Bestimmung der unterschiedlichen elementaren Flächen und Volumina geht auf Eigenwertgleichungen im Planckbereich zurück.

Außer Δl_p und Δt_p nach Gl. (27) existiert noch m_p . Eine Vervollständigung des Modells von Lee Smolin kann dahingehend vorgenommen werden, dass m_p unterschiedliche

„Anregungszustände“ aufweisen kann, und dass wegen der Möglichkeit von $m_p = \pm \sqrt{\frac{c\hbar}{G}}$

positive und negative Planckmasse im angeregten Zustand gleichzeitig im Knoten vorkommt. Die Energie (bzw. Masse m_p) im Planckbereich kann nun Raumzeiteigenschaften aufweisen. Die angeregten Zustände zeigen deshalb Eigenschaften der Raumzeit, weil es drei „raumartige“ Anregungszustände m_a , m_b , m_c sowie einen „zeitartigen“ Zustand m_d gibt. Wird mit + die positive und mit – die negative Planckmasse bezeichnet, dann wird z.B. der Zustand $m_a^+ m_b^-$ möglich sein, der kommutativen Charakter mit $m_a^+ m_b^- - m_b^- m_a^+ = 0$ haben soll. Zur Abkürzung wird $m_a^+ m_b^-$ mit ab und $m_b^- m_a^+$ mit ba bezeichnet.

Damit werden die Kombinationen

ab	ac	bc		aa oder bb oder cc		ad		bd		cd	dd	
1	2	3		4		5		6		7	8	

möglich sein: die in der 1. Gruppe unterschiedliche raumartige Zustände, in der 2. Gruppe gleiche raumartige Zustände, in der 3. Gruppe raumzeitartige und in der 4. Gruppe raumzeit und zeit-zeitartige Zustände wiedergeben. Die vorliegende Struktur folgt hier der Unterraumstruktur in Gl.(26). Es wird vorausgesetzt, dass sich cd wesentlich von ad und bd unterscheidet.

Mit $m_a m_b = m_a^+ + m_b^- = \Delta m_{ab} = m_1$ soll eine sehr kleine Differenzmasse im angeregten Zustand ab wiedergegeben werden. Die Durchnummerierung $\mu = 1, 2, \dots, 8$ gibt dann mit $\hbar/m_p c$ eine elementare Länge $\Delta \xi_\mu$ eines energetischen Raumes R_8 mit der Struktur

$$R^8 = (R^3 \otimes R^1) \otimes (S^2 \otimes I^2)$$

an. Vielfache von Δl_p , $c \Delta t_p$ und $\hbar/m_p c$ liefern dann die euklidischen und nichteuklidischen Koordinaten x_k sowie z_k sowie die inneren (energetischen) Koordinaten y_k (mit $k = 1, 2, \dots, 8$). Es besteht somit die Abhängigkeit

$$x_m = x_m(y_k(z_i)),$$

die euklidische Koordinaten auf Energiekoordinaten und diese wiederum auf nichteuklidische Koordinaten abbildet. Die Koordinaten x_m sind demnach aufgrund von y_k dynamischer Art und eine sich entwickelnde dynamische Größe. Sämtliche Wirkungen von Materie und Energie sind miteingeschlossen; es gibt keinen Hintergrund.

Mit dieser Koordinatentransformation lassen sich nun von Energiekoordinaten μ, ν abhängige Fundamentaltensoren $g_{\mu\nu}^{(\alpha\beta)}$ wie in Gl.(22) angeben, die einerseits in Summenform und abhängig von bestimmten Energiekoordinaten-Unterräumen Potentiale unterschiedlicher Wechselwirkungsfelder im Mikro- und Makrobereich wiedergeben und andererseits aber auch über Eigenwertgleichungen und Aufbau komplexer dynamischer und geometrischer Strukturen zu den Teilchen Heimscher Anschauung im Mikrobereich führen.

In beiden Fällen bestimmt eine Auswahl von Unterräumen der Energiekoordinaten das spezielle Potenzial im Mikro- bzw. Makrobereich bzw. das spezifische Ladungsfeld im Mikrobereich. In beiden Fällen wird hier von einer bestimmten Hermetrieform in Bezug auf die ausgewählten Unterräume der Energiekoordinaten gesprochen, die mit H_j ($j = 1, 2, \dots, 12$) bezeichnet werden. Das bedeutet, dass die gemäß den Einsteinschen Feldgleichungen vorgenommene Vereinigung von Raumzeit und Energie, die durch die linke und rechte Seite seiner Gleichungen $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \kappa T_{ik}$ gegeben ist, dadurch noch weiter geometrisiert werden kann, dass die Vereinigung von Geometrie und Masse bereits in den Koordinaten vorgenommen wird und demnach Eigenwertgleichungen mit diesen Koordinaten möglich werden.

8. Hermetrieformen

Wenn nach Gl.(9) Eigenvektoren $\lambda_p = \lambda \neq 0$ existieren (Vektoren bzw. Tensoren werden fallweise durch fette Buchstaben festgelegt), dann müssen diese λ nicht unbedingt in allen Koordinaten des R_6 definiert sein. Das Spektrum λ kann sich auch nur auf einen der k -dimensionalen Unterräume V_k mit $1 \leq k \leq 6$ beziehen. In diesem Unterraum weicht jeder Fundamentaltensor vom euklidischen Einheitstensor ab. Die verschiedenen möglichen semantischen Interpretationen der λ , die sich an physikalischen Fakten orientiert, sind Formen einer „Hermeneutik möglicher Weltgeometrien.“ Sie werden kurz als „Hermetrie“ bezeichnet.

Liegt eine Hermetrie $\lambda(V_k)$ in k Weltdimensionen vor, dann werden die $(6 - k)$ von λ nicht beeinflussten Koordinaten außerhalb des V_k als „antihermetrisch“ (euklidisch) bezeichnet.

Wegen der drei reellen, untereinander vertauschbaren Koordinaten des R_3 , wird $(z_1, z_2, z_3) \equiv s_{(3)}$ als eine semantische Architektureinheit der Welt aufgefasst. Die Zeitkoordinate $(z_4) \equiv s_{(2)}$ und die Transkoordinaten $(z_5, z_6) \equiv s_{(1)}$ bilden weitere semantische Einheiten. Nach Lösung des Fundamnetalproblems Gl.(9), konnte Heim (1989) die nichteuklidischen Koordinaten physikalischen Phänomenen zuordnen. Dabei zeigte es sich, dass es vier Hermetrieformen a bis d gibt, die für die Beschreibung von

Gravitonen	mit $a \triangleq H(s_{(1)})$,	
Photonen	mit $b \triangleq H(s_{(1)}, s_{(2)})$,	(33)
neutralen Teilchen	mit $c \triangleq H(s_{(1)}, s_{(3)})$	und
el. geladenen Teilchen	mit $d \triangleq H(s_{(1)}, s_{(2)}, s_{(3)})$	

verantwortlich sind. Mit H wird die Abhängigkeit von den semantischen Architektureinheiten der Welt angegeben.

Die Hermetrieformen c und d definieren ein Massenspektrum, in dem die Terme aller möglichen Energien so dicht liegen, dass noch keine physikalisch relevanten Aussagen gemacht werden können. Um die echten Massen vom Spektrum des Strahlungshintergrunds abzutrennen, ist eine komplexere Geometrie als die bisher verwendete notwendig, die zu einer Erweiterung der Riemannschen Geometrie führt. Diese Geometrie muss die Wechselwirkungen zwischen den drei semantischen Architektureinheiten der Welt mitberücksichtigen. Diese erweiterte Riemann-Geometrie wird durch die Einführung einer doppelten Koordinatenabhängigkeit erhalten.

Die Fundamentaltensoren $g_{ik}^{(\alpha\beta)}$ werden auf die drei semantischen Einheiten $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ bezogen. Sie können eine physikalisch Interpretation dadurch erhalten, dass die nichteuklidischen Koordinaten y_α, y_β , die dem Unterraum V_k angehören, ihrerseits von nichteuklidischen Koordinaten z_i, z_k in der Form $y_\alpha = y_\alpha(z_i)$, $y_\beta = y_\beta(z_k)$ abhängen. Dadurch lassen sich die Eigenschaften der Hermetrieformen in die Polymetrie integrieren. Durch die Erweiterung der g_{ik} auf $g_{ik}^{(\alpha\beta)}$ ist nun eine wesentlich größere Vielfalt an geometrischen Strukturen möglich. Die polymetrischen Fundamentaltensoren $g_{ik}^{(\alpha\beta)}$ erlauben ihre Klassifikation nach Hermetrieformen.

Dabei handelt es sich um die möglichen Formen $x = a, b, c, d$ der Hermetrie, die durch die Wirkung von Sieboperatoren $S(\mu)$ auf den polymetrischen Fundamentaltensor entstehen, der in allen Koordinaten hermetrisch (nichteuklidisch) ist. $S(\mu)$ mit $\mu = 1, 2, 3$ lässt den jeweiligen polymetrischen Fundamentalkern $\kappa_{ik}^{(\mu)}$ von $g_{ik}^{(\alpha\beta)} = \kappa_{ik}^{(\alpha)} \kappa_{ik}^{(\beta)}$ euklidisch werden.

Beispielsweise bedeutet die Wirkung des Sieboperators $S(\mu)$ auf $g_{ik}^{(\mu\nu)}$:

$$S(\mu)\kappa_{ik}^{(\mu)}\kappa_{ik}^{(\nu)} = \delta_{im}\kappa_{mk}^{(\nu)} = \kappa_{ik}^{(\nu)} \quad (34)$$

Mit den Abkürzungen $\kappa_{ik}^{(\mu)} = \kappa_{(\mu)}$ und $g_{ik}^{(\mu\nu)} = g_{(\mu\nu)}$ sowie $\delta_{ik} = E$ ergeben sich die aus den jeweiligen polymetrischen Fundamentalkernen und –Tensoren aufgebauten Supertensoren $\hat{g}_{(x)}$ mit $x = a, b, c, d$:

$$\hat{g}_{(a)} = S(2,3) \hat{g} = f_a(\kappa_{(1)}) = \begin{pmatrix} g_{(11)} & \kappa_{(1)} & \kappa_{(1)} \\ \kappa_{(1)} & E & E \\ \kappa_{(1)} & E & E \end{pmatrix} \quad (35a)$$

$$\hat{g}_{(b)} = S(3) \hat{g} = f_b(\kappa_{(1)}, \kappa_{(2)}) = \begin{pmatrix} g_{(11)} & g_{(12)} & \kappa_{(1)} \\ g_{(21)} & g_{(22)} & \kappa_{(2)} \\ \kappa_{(1)} & \kappa_{(2)} & E \end{pmatrix} \quad (35b)$$

$$\hat{g}_{(c)} = S(2) \hat{g} = f_c(\kappa_{(1)}, \kappa_{(3)}) = \begin{pmatrix} g_{(11)} & \kappa_{(1)} & g_{(13)} \\ \kappa_{(1)} & E & \kappa_{(3)} \\ g_{(31)} & \kappa_{(3)} & g_{(33)} \end{pmatrix} \quad (35c)$$

$$\hat{g}_{(d)} = \hat{g} = f_d(\kappa_{(1)}, \kappa_{(2)}, \kappa_{(3)}) = \begin{pmatrix} g_{(11)} & g_{(12)} & g_{(13)} \\ g_{(21)} & g_{(22)} & g_{(23)} \\ g_{(31)} & g_{(32)} & g_{(33)} \end{pmatrix} \quad (35d)$$

Für die Beschreibung von Gravitonen sind die in $\hat{g}_{(a)}$ enthaltenen polymetrischen Fundamentalkerne und –Tensoren zu verwenden. Die geometrische Darstellung von Photonen erfolgt mit den Elementen von $\hat{g}_{(b)}$. Für neutrale Partikel sind die Elemente von $\hat{g}_{(c)}$ und für elektrisch geladene Partikel die Elemente von $\hat{g}_{(d)}$ heranzuziehen.

8.3 Die erweiterten affinen Verschiebungssymbole $\Gamma_{km}^i \rightarrow \phi_{km}^i$

Die gemäß der ART im Makrobereich gültigen Christoffelsymbole Γ_{km}^i können in den Mikrobereich übertragen werden und liefern dort die als Kondensoren bezeichneten Feldfunktionen ϕ_{km}^i . Für letztere gilt die kompositorische Fassung:

$$\phi_{km}^{i(\mu\nu)} = g_{(\kappa\lambda)}^{is} \phi_{skm}^{(\mu\nu)} = \frac{1}{2} \sum_{\kappa,\lambda=1}^3 g_{(\kappa\lambda)}^{is} \sum_{\mu,\nu=1}^3 \left(\frac{\partial g_{sk}^{(\mu\nu)}}{\partial z^m} + \frac{\partial g_{sm}^{(\mu\nu)}}{\partial z^k} + \frac{\partial g_{km}^{(\mu\nu)}}{\partial z^s} \right) = \sum_{\kappa,\lambda,\mu,\nu=1}^3 \left[l_{km} \right]_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu) - +}$$

$(\kappa\lambda)$ bedeutet in der abgekürzten Schreibweise die *Kontrasignatur* und $(\mu\nu)$ die *Basissignatur*. $(- +)$ beschreibt die *Wirkungssignatur*, die bedeutet, dass der kontravariante Index i des polymetrischen Fundamnetalkerns und $\mu_{(-)}$ zusammengehören, wogegen der

Index s des Fundamentalkerns, der $v_{(+)}$ zugeordnet wird, die Summation ermöglicht. Basissignatur $(\mu\nu)$ und Kontrasignatur $(\kappa\lambda)$ sind nicht beliebig vertauschbar.

Im Gegensatz zur Riemannschen Geometrie, in der das Produkt aus ko- und kontravariantem metrischen Tensor das Kroneckersymbol

$$g^{is} g_{sk} = \delta_k^i \quad (\text{mit } 1 \text{ f\"ur } i = k, \text{ und } 0 \text{ f\"ur } i \neq k)$$

ergibt, kann in der polymetrischen Darstellung eine mehrfache Varianzstufenänderung im Sinne einer Wechselwirkung bzw. *Korrelation* durchgeführt werden. Das Kroneckerelement wird ersetzt durch

$$g^{is(\mu\nu)} g_{sk(\kappa\lambda)} = F_k^i(\mu\nu)_{\kappa\lambda}$$

Die Abweichung $F_k^i(\mu\nu)_{\kappa\lambda}$ von δ_k^i kann durch die Funktion $Q_k^i(\mu\nu)_{\kappa\lambda}$ ausgedrückt werden:

$$Q_k^i(\mu\nu)_{\kappa\lambda} = F_k^i(\mu\nu)_{\kappa\lambda} - \delta_k^i \quad (29)$$

Weil mit $Q_k^i(\mu\nu)_{\kappa\lambda}$ die Verkopplung zweier verschiedener Elemente aus $\hat{g}_x$ bewirkt, wird $Q_k^i(\mu\nu)_{\kappa\lambda}$ als *Korrelationstensor* bezeichnet. Im korrelationsfreien Zustand gilt

$$\delta_s^i \left[\begin{smallmatrix} s \\ km \end{smallmatrix} \right]_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} = \left[\begin{smallmatrix} i \\ km \end{smallmatrix} \right]_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} \quad (30)$$

Allgemein wird es jedoch zu einer Korrelation kommen:

$$F_s^i(\mu\nu)_{\kappa\lambda} \left[\begin{smallmatrix} s \\ km \end{smallmatrix} \right]_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} \quad (31)$$

Damit werden Paralleltranslationen im Kompositionsfeld Φ_{km}^i mit

$$\Phi_{km}^i = \sum_{\kappa, \lambda, \mu, \nu=1}^3 F_s^i(\mu\nu)_{\kappa\lambda} \left[\begin{smallmatrix} s \\ km \end{smallmatrix} \right]_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} = \sum_{\kappa, \lambda, \mu, \nu=1}^3 \left(\left[\begin{smallmatrix} i \\ km \end{smallmatrix} \right]_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} + Q_s^i(\mu\nu)_{\kappa\lambda} \left[\begin{smallmatrix} s \\ km \end{smallmatrix} \right]_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} \right) \quad (32)$$

möglich.

Die kompositorischen Eigenwertgleichungen lauten jetzt:

$$C_p \Phi_{km}^i = \lambda_p \Phi_{km}^i$$

Und mit der die Lösung dieser Eigenwertgleichungen (Fundamentalproblem) kann eine Spaltung in die polymetrischen Komponenten versucht werden.

9. Das Tensorverhalten der Affinsymbole

Elementarteilchen werden von Heim als geometrische Strukturen des Raumes selbst angesehen. Daher kann nur der Raum auf sich selbst abgebildet werden, was zur Existenz einer Eigenwertgleichung des Raumes führt.

Die Eigenwertgleichung leitet Heim nicht her, sondern verwendet sie als Ansatz. Daher macht die Interpretation dieser Eigenwertgleichungen einige Schwierigkeiten. Tatsächlich sind die Gleichungen zunächst nur Operatorgleichungen, die erst durch gewisse Eigenwertbedingungen in Eigenwertgleichungen überführt werden.

Heim gibt Bedingungen dafür an, unter welchen die Operatorgleichung auf eine Funktion reduziert wird, die nur von den Indizes m und k abhängig ist (Heim 1989, S.41). Durch diese Eigenwertbedingung werden die ϕ_{kk}^1 zu einer Funktion, die nun von einem Eigenwert abhängig ist (S.66), so dass eine Eigenwertgleichung entsteht.

Eine weitere Unklarheit betrifft die Bedeutung der ϕ_{km}^1 selbst. Heim schreibt, dass die $\Gamma_{km}^1 \rightarrow \phi_{km}^1$ im Mikrobereich nur gegen reguläre Affinitäten invariant zu sein bräuchten und somit als Tensoren aufgefasst werden könnten (S. 37 und S. 67, Bd.I). Damit wird die Invarianz gegen die Poincaré-Gruppe eingeschränkt.

Diese in Heims Ansatz gemachte Einschränkung wäre überhaupt nicht erforderlich, wenn er die $\phi_{km}^{1(\mu\nu)}$ – Symbole der Polymetrie verwendet hätte, die von ihm erst später eingeführt werden. Dann nämlich erhält Heim ϕ -Symbole, die wegen ihrer doppelten Koordinatenabhängigkeit echte Tensoren darstellen. Da Heim im Stadium des Ansatzes noch nicht mit der Polymetrie $\phi_{km}^{i(\mu\nu)}$ arbeitet, muss er erklären, weshalb die $\Gamma_{km}^1 \rightarrow \phi_{km}^1$ selbst zu echten Tensoren werden sollen. Heim sieht im metrischen Tensor ja nicht nur das Gravitationspotenzial, sondern ganz allgemeine Wechselwirkungspotenziale sämtlicher physikalischer Felder. Daher braucht er tensorielle ϕ -Symbole. Aber die aus mehreren Partialstrukturen aufgebauten metrischen Tensoren der Polymetrie liegen zum Zeitpunkt des Ansatzes noch nicht vor.

Mit der Einführung der Polymetrie erklärt sich das Tensorverhalten der $\phi_{km}^{i(\mu\nu)}$ bei Transformationen von selbst, denn die $\phi_{km}^{i(\mu\nu)}$ stellen sich als Differenzen von Christoffelsymbolen heraus (siehe **Anhang VI**).

Die Kondensorfluß-Algebra

Jede metrische Struktur wird durch den Krümmungstensor beschrieben. Der Krümmungstensor der ART R_{kmp}^i geht beim Übergang vom Makro- in den Mikrobereich in den polymetrischen Krümmungstensor ρ_{kmp}^i über. (In der metronischen Darstellung, wo ein Kondensor den Verdichtungszustand von Metronen angibt, wird die Strukturkrümmung durch den Strukturkompressor ausgedrückt):

$$\rho_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} = K_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} \begin{bmatrix} \mu\nu \\ -+ \\ \kappa\lambda \end{bmatrix}, \quad (36)$$

$K_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)}$ ist der polymetrische Operator (der C_m ersetzt), und der polymetrische Kondensor $\begin{bmatrix} \mu\nu \\ -+ \\ \kappa\lambda \end{bmatrix}$ steht jetzt anstelle von ϕ_{km}^i .

$\rho_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)}$ besitzt Kondensationsmaxima und –Minima. Die Maxima deformierter metrischer Strukturen stimmen mit den Minima von Korrelationen überein und umgekehrt:

$$\partial Q_{i(\mu\nu)}^{k(\kappa\lambda)} = \partial \begin{bmatrix} \mu\nu \\ -+ \\ \kappa\lambda \end{bmatrix} = 0$$

Die Kondensations-Maxima (*Korrespondenzen*) tauschen sich in einem periodischen Prozess über die *Korrelations*-Minima aus. Durch diese Austauschprozesse von Maxima und Minima von Kondensationen kommt bei Heim eine Dynamik in der Geometrie, die der Riemannschen Geometrie fremd ist.

Der Austausch der Kondensationsmaxima führt zu einem „Kondensorfluß“. Dem Ausgleich des Kompressionszustandes wirkt eine allgemeine „Feldaktivierung“ entgegen, so dass es zu einem ständigen Fluss kommen kann.

Da ein Kondensor aus unterschiedlichen Fundamentalkernen aufgebaut ist, werden 7 Kondensorklassen unterschieden, die jeweils aus einer Vielzahl von Kondensoren bestehen. Die Ziffern $\mu = 1, 2$ und 3 mögen die Fundamentalkerne symbolisieren:

$1 \triangleq \kappa_{(1)}, 2 \triangleq \kappa_{(2)}, 3 \triangleq \kappa_{(3)}.$

Die Kondensoren werden in abgekürzter Schreibweise durch die Ziffern μ ausgedrückt. Wenn Basis- und Kontrasignaturen identisch sind, ist in Kurzschreibweise:

$$[{}^l_{kl}]^{(\mu\mu)} \equiv [\overline{\mu\mu}] \equiv [\mu] \quad ,$$

Es gibt folgende Kondensorklassen:

$$f: \begin{matrix} [1] & [2] & [1,2] & [1,3] & [2,3] & [1,2,3] \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \quad (37)$$

sie entsprechen, f von 1 bis 6 durchnummeriert, den „Prototropen“.

(Es sind beispielsweise in [1] die Kondensoren $[{}^1_1]$, $[{}^1_1]$ und $[{}^1_1]$ enthalten und in $[1,2] \equiv [{}^1_1 {}^2_2] + [{}^2_2 {}^1_1]$).

Für die Hermetrieformen x ($= a, b, c, d$) kann für die Kondensorklasse f im hermetrischen Aggregat $V = s_{(i)}$ (mit $i = 1, 2, 3$) mit Gl.(32) und der Lösung für die Eigenwertgleichung () geschrieben werden:

$$F_f(x) = (A^i_{kl})^{-1} \{ [\mu] + Q^i_m [\mu] \} = (A^i_{kl})^{-1} \{ [{}^l_{kl}]^{(\mu\mu)} + Q^i_m [{}^l_{kl}]^{(\mu\mu)} \} = \exp \{ \lambda_{kl} V - c_i \int [{}^i_{kl}] dV \} \quad (38)$$

Darin ist A^i_{kl} eine Integrationskonstante. Der zweite Term im Exponenten in Gl.(38) ergibt sich zu

$$c_i \int [{}^i_{kl}] dV = (c_s/V) \lambda^{-1} \int (E - e^{-\lambda Q}) d(\lambda V) \quad (39)$$

wenn $Q = s_{(1)} + s_{(2)} + s_{(3)}$ bedeutet. Mit der Kürzung $a = c_s/V$ und der Aufspaltung des Hermetriegrades $Q = V + P$ wird daraus:

$$c_i \int [{}^i_{kl}] dV = (a/\lambda) \int (1 + e^{-Q})^{-1} d(\lambda V) = \frac{a}{\lambda} \ln(e^{\lambda V} - e^{-\lambda P}) + \text{const} = \ln \left(\frac{e^{\lambda V} - e^{-\lambda P}}{1 - e^{-\lambda P}} \right)^a$$

Damit wird Gl(38) zu:

$$F_f(x) = e^{\lambda_{kl} V} \left(\frac{e^{\lambda V} - e^{-\lambda P}}{1 - e^{-\lambda P}} \right)^{-a}$$

Da die polymetrischen Signaturen $\kappa, \lambda, \mu, \nu$ in den Kondensoren $[{}^\kappa_\mu {}^\lambda_\nu]$ gleich oder unterschiedlich in ihrer Basis- oder Kontraststellung sein können, gibt es weitere Strukturierungen. Wenn alle Signaturen gleich sind, kommt es zu keinen Korrelationen, und es gibt keine Kondensorflüsse, sondern nur statische so genannte „Schirmfelder“. Die Kondensorklassen bilden die Schirmfelder, bezeichnet mit $+1, +2, \dots, +5$, aus. In den übrigen Fällen existieren mehr oder weniger stark korrelierende Kondensorflüsse der Klassen 1 bis 5, welche zu Flussklassen oder „Fluktonen“, bezeichnet mit $-1, -2, \dots, -5$, führen.

Ein Flukton und ein Schirmfeld bilden zusammen jeweils eine Einheit und werden „Protosimplex“ genannt. Flukton und Schirmfeld befinden sich in gleichen Unterräumen und sind miteinander verkoppelt. Die Schirmfelder umschließen die Fluktonen.

Wenn sämtliche Struktureinheiten korrelieren, dann liegt die 6. Flussklasse vor, die das „Weltflukton“ mit $k = -6$ definiert. Aus $[1,2,3]$ kann kein statisches Schirmfeld entstehen. Wenn nur Schirmfelder vorliegen $[{}^3_3 {}^3_3]$, entsteht ein „Straton“ mit $k = +7$. Diese Flussklasse ist für die Ponderabilität zuständig.

Für sich alleine genommen sind diese Grundflussaggregate (Protosimplexe) nichts weiter als geometrodynamische Strukturen ohne physikalische Bedeutung. Erst durch eine Verkopplung

untereinander entstehen die Gebilde, welche den Hermetrieformen b, c, oder d entsprechen, welche die Eigenschaft der Trägheit entwickeln und damit physikalisch in Erscheinung treten können.

Eine Verknüpfung der Protosimplexe erfolgt über gemeinsame Struktureinheiten, die Fundamentalkerne $\kappa_{(\mu)}$, die im gleichen Unterraum des R_6 liegen. Beispielsweise werden die Protosimplexe eines neutralen Teilchens (Hermetrieform c) durch „Konjunktoren“ $\kappa_{(\mu)}$ in der Art

$$(\pm 1)_c - \kappa_{(1)} - (\pm 4)_c - \kappa_{(3)} - (+7)_c \quad (38)$$

miteinander verknüpft. Dies bedeutet, wenn die Kondensoren mit den entsprechenden Kondensorklassen geschrieben werden:

$$[1] - \kappa_{(1)} - [1,3] - \kappa_{(3)} - [3]$$

Die Hermetrieformen a bis d können nun bezüglich ihrer korrelationsfähigen Kopplungsstrukturen und Schirmfeldverteilungen mit den Begriffen Prototrope, Protosimplexe und Konjunktoren beschrieben werden.

Der Protosimplex $(\pm 1)_a$ bildet Aktivitäten in den Transkoordinaten aus, die in der Projektion auf den Raum als Gravitonen $x \triangleq a$ auftreten.

Die Triade von Protosimplexen $(\pm(123))_b$ erscheint als Photonen $x \triangleq b$.

Die Protosimplexkombination $(\pm(14))_c(+7)$ definiert neutrale Partikel $x \triangleq c$.

Die Kombination $(+(127))_d(\pm(345))_d(-6)_d$ beschreibt elektrisch geladene Partikel $x \triangleq d$.

Gravitonen tauschen demnach nur Kondensoren [1] aus, Photonen nur die Kondensoren ([1], [2], [1,2]); neutrale Partikel die Kondensoren ([1], [1,3]), ([3]) und elektrisch geladene Teilchen die Kondensoren ([1], [2], [3]), ([1,2], [1,3] [2,3]), ([1,2,3]).

11. Eigenschaften der Eigenwerte und die Ursache der Trägheit

Die Grundflussaggregate (Protosimplexe) $(\pm k)_x$, mit $x = a, b, c, d$, werden durch die Kondensorflüsse bestimmt. (Dabei kennzeichnen die Vorzeichen, den Aufbau aus Schirmfeldern und Fluktonen). Andererseits geht aus den polymetrischen Eigenwertgleichungen () hervor, dass diese wiederum durch die Eigenwerte $\lambda_{(\kappa\lambda)}^{(\mu\nu)} = \underline{\lambda}$ der betreffenden Hermetrieformen x definiert werden, so dass sich die Protosimplexe und $\underline{\lambda}$ gegenseitig bedingen. Da den $\underline{\lambda}$ im allgemeinen $n_x^{(k)} \geq 1$ Protosimplexe $(\pm k)$ zugeordnet sind, existiert für jede Hermetrieform ein ganzes Termspektrum von $\underline{\lambda}$. Für die Beschreibung der realen Hermetrieterme wird daher der Begriff der „Protosimplexladung“ $Q_x^{(k)}$ eingeführt:

$$Q_x^{(k)} = n_x^{(k)}(\pm k)_x \sim \underline{\lambda} \quad (33)$$

Die Eigenschaft eines jeden Protosimplex $(\pm p)_x$ bewirkt einen Kondensationszustand, der durch $\underline{\lambda}$ beschrieben wird. Die Protosimplexladung ist immer ein ganzzahliges Vielfaches einer Einheitsladung $\underline{\lambda}_0$

$$\underline{\lambda} = N \underline{\lambda}_0 \quad (34)$$

Jedes System von Kondensorquellen und –Senken kann einen Kondensorfluss verursachen. Die Korrelationsminima sind zugleich Maxima der Kondensationen, welche Zentren maximaler Beschleunigungswirkungen sind. Wird die Geodätengleichung mit $\dot{x}^m \underline{\lambda}$ multipliziert:

$$\underline{\lambda} [{}^i_{kl}]^{(\mu\nu)}_{(\kappa\lambda)} \dot{x}^k \dot{x}^l \dot{x}^m = - \ddot{x}^i \underline{\lambda} \dot{x}^m \quad (35)$$

Werden die Korrelationssignaturen fortgelassen und $[{}^i_{kl}]$ ausgeschrieben, dann gilt:

$$\begin{aligned} \underline{\lambda} [{}^i_{kl}] \dot{x}^k \dot{x}^l \dot{x}^m &= \{ (\partial_l [{}^i_{km}] - \partial_m [{}^i_{kl}]) \dot{x}^k \dot{x}^l \dot{x}^m + ([{}^i_{sl}][{}^s_{km}] - [{}^l_{sm}][{}^s_{kl}]) \dot{x}^k \dot{x}^l \dot{x}^m = \\ &= [{}^i_{kl}] \dot{x}^l \partial_l (\dot{x}^k \dot{x}^m) + \dot{x}^l \partial_l [{}^i_{km}] \sum_{l=1}^q \partial_l (\dot{x}^k \dot{x}^m) + [{}^i_{kl}] \dot{x}^m \partial_m (\dot{x}^k \dot{x}^l) - \dot{x}^m \partial_m [{}^i_{kl}] \sum_{m=1}^q \partial_m (\dot{x}^k \dot{x}^l) - \\ &- (\dot{x}^l [{}^i_{sl}] \ddot{x}^s - \dot{x}^m [{}^l_{sm}] \ddot{x}^s) = 0 \end{aligned} \quad (36)$$

Da $\ddot{x}^s \neq 0$ solange $[] \neq 0$ ist, kann das Verschwinden von Gl.(36) nur durch $\underline{\lambda} \dot{x}^m = 0$ erfüllt werden. Weil auch $\underline{\lambda}$ und $\dot{x}^m \neq 0$ bleiben, bedeutet dies, dass $\underline{\lambda} \perp \dot{x}^m$ gelten muss.

Oder wenn $\dot{x}^m = Y$ der Weltgeschwindigkeitsvektor $Y(q) = \sum_{m=1}^{q=6} \dot{x}^m = v + i w$ ist, wobei v die mögliche zeitliche Ortsveränderung im Raum und w die Geschwindigkeit der kosmischen Expansion bedeuten:

$$\underline{\lambda} \perp Y \quad (35)$$

Demnach bewirkt eine Bewegung der Kondensation im Raum mit $\dot{Y} \neq 0$, dass sich die $\underline{\lambda}$ neu einstellen müssen, um die Bedingung (37) zu erfüllen. Das bedeutet eine von Y abhängige komplexe Drehung im R_6 . Solange $\dot{Y} \neq 0$ andauert, erfolgt diese Neueinstellung und führt zu einem Widerstand gegen die Verletzung der Orthogonalität, die bei allen $\underline{\lambda}$ als Scheinkraft (Trägheit) gleicher Art in Erscheinung tritt.

$\underline{\lambda} \perp Y$ hat die Dimension l^{-1} . Wegen $\Delta l = \hbar/m_0 c$ (mit $\hbar, c = 1$) begründet der Eigenwert $\underline{\lambda}$ daher den Begriff der Masse.

Da die Partialstruktur $\kappa_{(3)}$ die Signatur des Kondensorsystems [3] mitbestimmt, tritt diese Signatur auch in den Eigenwerten $\underline{\lambda}$ auf, die im $R_3 \equiv S_{(3)}$ liegen, in dem $\mathbf{v}$ und $\dot{\mathbf{v}} \neq 0$ sind. Dabei ist $\mathbf{v}$ der Weltgeschwindigkeitsvektor im R_3 . In den Hermetrieformen a und b (Gravitonen und Photonen) fehlt die Signatur (3). Nur in den Hermetrieformen c und d (ungeladenen und elektrisch geladenen Teilchen) tritt die Signatur (3) auf und ist für die Eigenschaft der Ponderabilität verantwortlich, die allein durch das Kondensorsystem [3] gegeben ist.

Wegen der erheblichen Komplexität kann nicht näher darauf eingegangen werden, wie die Eigenschaften materieller Teilchen: Spin, Isospin, Baryonenzahl, Seltsamkeits- und elektrische Ladungszahl rein geometrisch aus der Heimschen Theorie hergeleitet werden können, wie die Internstrukturen mit ihren Verdichtungen zu den beobachteten Eigenschaften der Quarks führen und wie schließlich das Massenspektrum der Elementarteilchen, Resonanzen und Neutrinos mit hoher Genauigkeit wiedergegeben werden kann.

Weder die Stringtheorie noch die Loop-Quantentheorie sind gegenwärtig in der Lage, Partikeleigenschaften allein aus einer Strukturdynamik zu verstehen und quantitativ richtige Massenwerte und Lebensdauern von Teilchen anzugeben oder das Confinement zu erklären, so dass die Heimsche Theorie zumindest einen brauchbaren Ansatz zur Elementarteilchenphysik liefert, der spätestens dann zur Kenntnis genommen werden muss, wenn sich die Versuche zur Entdeckung der Higgs-Teilchen als ergebnislos erwiesen haben werden.

Die Heimsche Theorie kann aber letztlich in der derzeit vorliegenden Form nur als ein Grundgerüst angesehen werden, das einen weiteren Aufbau offen lässt. Denn es fehlen noch die Beschreibungen der Teilchen-Wechselwirkungen. Die hohe Wiedergabetreue von Partikeleigenschaften macht es aber wert, sich näher mit dieser Theorie zu beschäftigen.

12. Heims Massenformel von 1982 und deren Weiterentwicklung

Im Band II der „Elementarstrukturen der Materie und Gravitation“ wird von Heim eine Massenformel hergeleitet, die im Jahre 1989 durch eine modifizierte Formel ersetzt wurde. In seiner ersten Massenformel kann Heim noch keine Lebensdauern der Elementarteilchen und nur ungefähre Massen der Neutrinos angeben. Da die Herleitung dieser noch unvollständigen Formel aber in Heims buch nachvollzogen werden kann, soll trotzdem auf diese bereits überholte Formel von 1982 eingegangen werden.

Die instabilen Teilchen können, da die Anregerfunktion $n_j(t)$ die statistische Existenzzeit als variable Größe enthalten, von Heim zunächst nur über einen empirischen Ansatz bestimmt werden. Dazu dienen 18 A_{im} -Werte (mit $i = 1, \dots, 3$; $m = 1, \dots, 6$). Denn mit diesen wird die Protosimplex-Generatorfunktion $W(\mathbf{v}_x)$ definiert, die einen Grenzwert beim Exhaustionsverfahren der $n_j(t)$ eines Teilchens wiedergibt. Ist eine Teilchenmasse experimentell bekannt, dann könnten $n_1, \dots, n_4$ über die Massenformel bestimmt werden, die einen bestimmten Wert für $W(\mathbf{v}_x)$ liefern. In den späten 1980er Jahren hat Heim die Quantenzahlen $n_j(t)$ der nichtstabilen Elementarteilchen ohne Anpassungsparameter bestimmt und die Lebensdauern aller Grundzustände berechnet. (Heim 1984, Bd.II, S. 372).

Im Jahre 1989 wurde Mitarbeitern der Firma DASA/EADS von Heim eine verbesserte Formel zum Nachrechnen übergeben. Diese neue Massenformel ist frei von irgendwelchen

Parametern, die 1982 noch an das Experiment angepasst werden mussten. Da die Herleitung zu dieser Formel nicht veröffentlicht wurde und sich die Unterlagen noch auf den Disketten befinden dürften, zu denen der Arbeitskreis noch keinen Zugang erhalten hat, geben wir in unserer Homepage beide Massenformeln an. (Die erste dient nur dem Verständnis der Herleitung, die zweite gibt die genauen Ergebnisse – ohne Herleitung – wieder).

13. Die Erweiterung der Heimschen Theorie

Eine nichteuklidische Struktur mit n Koordinaten in einem R_n kann nur mit wenigstens $N = \frac{1}{2} n (n + 1)$ euklidischen Koordinaten in einen R_N eingebettet werden (Klingbeil 1966, S. 186). Der Heimsche Raum ist durch $N = \frac{1}{2} 3 \times 4 = 6$ euklidische Koordinaten gegeben. Seine Hermetrieform ist eine $H(R^3 \times T^1 \times S^2)$.

Ein R_4 erfordert hingegen 10 euklidische Koordinaten, die durch einen $H^8 \times G^2 = R^{10}$ gegeben sind, wobei G^2 der binäre Raum der Sieboperatoren ko- und kontravarianter Indizes der Metrikensoren ist, über deren Eigenschaften Heim vorerst noch nichts schreibt, weil er vorerst die stationären Teilchenzustände untersucht, ohne auf Wechselwirkungen einzugehen. Sieboperatoren spielen jedoch bei der Umwandlung eine wesentliche Rolle.

Aufgrund der Eigenschaften des Teilchenbildes soll auf das Heimsche Massenspektrum eingegangen werden. Dem Heimschen H^6 – Raum fehlt noch der I^2 – Raum als zeitliche statistische Komponente einer Wahrscheinlichkeit. Dieser wird zwar in „Strukturen der physikalischen Welt und ihrer nichtmateriellen Seite“ (Dröscher & Heim 1996) eingeführt, doch die Massenformel ist in einem R^6 definiert.

Der I^2 -Unterraum ist für das Wahrscheinlichkeitsverhalten zuständig. Der Heimsche R^6 liefert mit der Hermetrieform $H(R^3, T^1, S^2)$ nur eine Abbildung $R^{3'} \rightarrow H^{3'} \rightarrow R^3$, wobei der $H^{3'}$ aus $H^{3'} = AH^6$ hervorgeht, wobei A der Abbildungsoperator eines Vektorraumes ist. Für Umwandlungen ist aber der volle $H^{4'}$ (bzw. H^8) – Raum zuständig, so dass die statistische Zeitabhängigkeit (Zerfall des Teilchens) im Heimschen R^6 mit der Zeit t als zusätzliche statistische Abhängigkeit nichtenthalten ist (der I^2 -Raum als Wahrscheinlichkeitsraum fehlt).

Denn Zerfall bedeutet auch Umwandlung und benötigt dafür den gesamten H^8 – Raum mit den Sieboperatoren des G^2 -Raumes. Das Heimsche Teilchenbild ist imstande, die Teilchenparameter zu bestimmen. Mit dem Feldbild mit der einfachen Teilchendarstellung ist es dann möglich, bei bekannten Teilchenparametern die Wechselwirkung zwischen den Teilchen anzugeben. Die Heimsche R^6 – Welt reicht noch nicht aus, die Dynamik von Feldern und Teilchen zu beschreiben. Das zeigt sich u.a. darin, dass für Umwandlungsgleichungen ein Feldbild erforderlich ist, das nicht vom Heimschen Einteilchenbild angegeben werden kann.

Heims strukturtheoretisches Modell enthält „Kondensorflüsse“, die zwischen Maxima und Minima von Metronen-Verdichtungen in einem als geometrische Struktur angesehenen Elementarteilchen ausgetauscht werden und dessen zyklische Kondensorflüsse den Spin eines Teilchens liefern. Werden die Koordinaten der Unterräume abgekürzt geschrieben:

$(x_5, x_6) \triangleq S^2 \triangleq 1$, $(x_4) \triangleq T^1 \triangleq 2$, $(x_1, x_2, x_3) \triangleq R^3$, die zu den Metrikensoren $g_{ik}^{(\mu\nu)}$ (mit $\mu, \nu = 1, 2, 3$) führen, dann lassen sich die aus den Koordinaten dieser Unterräume i gebildeten Kondensorflüsse symbolisch durch eckige Klammern $[i]$ kennzeichnen. Es gibt 7 solcher Kondensorflüsse:

[1], [2], [3], [1,2], [1,3], [2,3], [1,2,3]

Die polymetrischen Fundamentaltensoren der einen Kondensorfluss erzeugenden Kondensoren weisen hierbei beispielsweise bei [1] nur die Abhängigkeit $g_{ik}(S^2)$ und bei [2,3] die Abhängigkeit $g_{ik}(T^1, R^3)$ auf. Diese Kondensorflüsse kombinieren zu „Protosimplex-

Systemen“, aus welchen die dynamischen Strukturen der Elementarteilchen aufgebaut werden.

In ihrem Buch „Strukturen der physikalischen Welt und ihrer nichtmateriellen Seite“ haben Heim und Dröschner den Ereignisraum R^6 , der eine Raumzeit plus Organisation darstellt, zu einem R^8 erweitert, der Raum, Zeit, Organisation und Information beinhaltet, um in dieser „Welt“ auch die Beschreibung von Wechselwirkungen zu ermöglichen.

Alle die genannten Unterräume des R^8 haben unterschiedliche physikalische Eigenschaften, die durch die Basiselemente $1, i, j, k$ einer Quaternion $z = a + ib + jc + kd$, mit a, b, c, d als reellen Zahlen) zum Ausdruck kommen. Der 4-dimensionale Minkowskiraum ist hierbei ein Unterraum des 8-dimensionalen Quaternionenraumes mit der Gestalt (Vektor):

$$Z = x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3 + ix_4 + j(x_5e_5 + x_6e_6) + k(x_7e_7 + x_8e_8).$$

Es werden also nicht nur Raum und Zeit wie bei Einstein und Minkowski vereinigt, sondern Raum, Zeit und Masse, die die bekannten Planckschen Größen im Planck-Bereich liefern. Das erfolgt dadurch, dass Masse durch Invertierung in bekannter Weise in eine Länge überführt wird. Bei einer Riemannschen Geometrie ergibt sich nunmehr nicht nur eine einfache, sondern eine doppelte Koordinatenabhängigkeit mit inneren, energetischen Koordinaten. Ein Elementarteilchen ist nicht mehr ein Ding in einem Raum, sondern wird aus diesem selbst gebildet (vergleichbar mit der Hintergrund-Unabhängigkeit in der LQT). Die Bildung einer nichteuklidischen Struktur aus der Weltstruktur selbst führt zu nichteuklidischen „Eigenwertgleichungen“, die über Eigenwertbedingungen zu lösen sind, und die zu 2 Grenzformen führen, die einerseits als nichteuklidische Struktur („Teilchenaspekt“) und andererseits als Wahrscheinlichkeitsamplitude (QM) bzw. Spinor (QFT) („Feldaspekt“) nach Durchführung einer konformen (winkeltreuen) Abbildung (Transformation) interpretiert werden kann. Mittels der „Eigenwertgleichung“ und der zugehörigen Lagrangefunktion lassen sich dann durch Variation $\delta S = 0$ die Einsteinschen Feldgleichungen und die Maxwellschen Gleichungen des Elektromagnetismus bestimmen. Bei der QT führt die Existenz eines Quaternionenraumes zu einer verallgemeinerten Darstellung der Wahrscheinlichkeitsamplitude (QM) bzw. Spinoren der QFT, abhängig nicht nur von Raum und Zeit, sondern auch von Organisation und Information.

Dröschner zeigt (entsprechende Publikationen sind in Vorbereitung), wie mittels Symmetriegruppen, bei Einschränkung des 8-dimensionalen Raumes auf einen 4-dimensionalen Raum die räumlich verallgemeinerten Spinorkomponenten Λ_i in Spinorkomponenten Ψ_i der bekannten QFT übergehen und als gemeinsame Symmetriegruppe (Minkowskiraum nur mehr gültig) eine $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$ – Gruppe zustande kommt, die das Standardmodell wiedergibt.

Außer den elektromagnetischen, schwachen und starken Wechselwirkungen, die durch das Standardmodell beschrieben werden, gibt es noch drei gravitative Wechselwirkungen der Gravitation, der Quintessenz und der „Graviphotonen“, die wegen Einschränkung auf eine 4-dimensionale Raumzeit der inneren Koordinaten, zugeordnet den Dimensionen der Symmetriegruppe, bei den Spinorkomponenten Ψ_i des Standardmodells nicht mehr auftreten.

In der QT werden wegen des Feldaspektes der 2. Lösung des Eigenwertproblems mit $r = 0$ und außerdem auch noch wegen des Überganges der Transkoordinaten von Organisation und Information zu Null in der Symmetriegruppen-Darstellung nur mehr Punktteilchen mit der eingeschränkten Symmetriegruppe $C = SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ existieren. In einer nichteuklidischen Struktur eines Teilchens kommen S^2 und/oder I^2 -Koordinaten als Parameter des inneren, energetischen Koordinatenraumes stets vor, die zusammen mit den R^3 - und/oder

T^1 -Koordinaten die Teilchenart bestimmen. Die QFT in der bisherigen Fassung ist folglich nicht imstande, eine einheitliche Feldtheorie aller Teilchen, die aus einem Grundschema hervorgeht, zu liefern.

Wie von Dröschner gezeigt wird, werden die 7 von Heim ermittelten Kondensorflüsse mit der Abkürzung $[1]$, $[2]$, $[3]$, $[1,2]$, $[1,3]$, $[2,3]$, $[1,2,3]$ noch von einer $I^2 \triangleq 4$ Struktur begleitet, so dass sich die 7 kombinierten Kondensorflüsse $[1] + [1,4]$, $[2] + [2,4]$, . . . , $[1,2,3] + [1,2,3,4]$ ergeben. Zusammen mit $[4]$ definieren die kombinierten Kondensorflüsse das zeitliche Geschehen mit Wahrscheinlichkeitscharakter (die I^2 -Koordinaten x_7 , x_8 sind Wahrscheinlichkeitskoordinaten zum Unterschied von den organisatorischen S^2 -Koordinaten x_5 , x_6). Damit sind Gravitonen, Photonen, neutrale und geladene Partikel realisierbar.

Im Feldbild gibt es dagegen keine Kondensorflüsse, sondern nur 15 Sieboperator-Strukturen $[1]'$, $[2]'$, $[3]'$, $[1,2]'$, . . . , $[1,4]'$, . . . , $[1,2,3,4]'$ (der Strich bedeutet eine Sieboperator-Struktur) mit 15 daraus entstehenden Kondensoren, die 12 Hermetrieformen und drei degenerierte Formen liefern.

Jedes miteinander verbundene Paar von Kondensorflüssen hätte nun die Eigenschaft, dass die Kondensorflüsse mit Wahrscheinlichkeitseigenschaften ausgestattet werde, da der I^2 -Raum der Raum der Wahrscheinlichkeitskoordinaten ist und damit die statistische Existenzzeit eines Kondensorpaares bestimmt. Einschließlich des Kondensorflusses $[4]$, der keinen Partner hat, wären somit 15 Kondensorflüsse möglich. Das beschriebene Bild ist das Teilchenbild der Heimschen Theorie und kann eine vollständige Beschreibung des Teilchenbildes gewährleisten.

Es zeigt sich, dass Umwandlungen, die Sieboperator-Strukturen voraussetzen, über das Feldbild laufen. Dies ist auch dadurch verständlich, dass eine Umwandlung nicht als Einteilchen-, sondern als Mehrteilchenproblem anzusehen ist. Werden die Teilchenparameter aus der Heimschen Theorie mit dem Feldbild kombiniert, dann kann auch eine Wechselwirkung bzw. Dynamik beschrieben werden.

Anhang III:

Herleitung der Eigenwertgleichungen im Riemannschen Raum

Die Änderung des Vektors A^P längs der Verschiebung über die infinitesimale Strecke von A nach B setzt sich (Einstein 1922/2002, S.144 ff.) zusammen aus dem Vektor und dessen Änderung dA^P aufgrund der Verschiebung im konstanten Feld Γ^P_{kl} um $d\xi^l$, was auf den neuen Vektor

$$\underline{A}^P = A^P - \Gamma^P_{kl} A^k \int_A^B d\xi^l \quad (1)$$

führt, und aus einer Änderung des Feldes Γ^P_{kl} gemäß

$$\underline{\Gamma}^P_{kl} = \Gamma^P_{kl} + \Gamma^P_{kl,r} \xi^r, \quad (2)$$

die der parallelverschobene Vektor A^P beim Übergang von A nach B unterworfen ist. Die

Änderung des Vektors A^P um $\Delta A^P = \int_A^B \delta A^P$ ist somit durch

$$\Delta A^P = - \int_A^B \underline{\Gamma}^P_{kl} A^k d\xi^l \quad (3)$$

gegeben. Die Verschiebung des Vektors A^P kann nun so gewählt werden, dass die Parallelverschiebung bei konstantem Feld Γ^P_{kl} und die Änderung dieses Feldes, die der parallelverschobene Vektor noch zusätzlich unterworfen ist, sich gerade aufheben und

$\int_A^B \delta A^P = 0$ liefern. Es gilt:

$$- \Gamma^P_{kl}(A) A^k(A) + [- \Gamma^P_{kl,q}(A) + \Gamma^P_{nl}(A) \Gamma^n_{kq}(A)] A^k(A) \xi^q = 0 \quad (4)$$

im Punkt B, wobei sämtliche Größen für den Anfangspunkt A zu nehmen sind. Für die Verschiebung von B nach C gilt Gl. (4) in gleicher Weise, doch nun für den Anfangspunkt B. Da $A^P(A) = A^P(B)$ ist, kann ohne Hinweis auf eine Abhängigkeit A^k geschrieben werden.

Von A nach C über B wird demnach keine Änderung von A^k erfolgen, da in

$$\Delta A^P = \int_A^B \delta A^P + \int_B^C \delta A^P = 0 \quad \text{jedes Integral zu Null wird. Für die Kurve von A nach C gilt somit:}$$

$$- \Gamma^P_{kl} A^k + [- \Gamma^P_{kl,q} + \Gamma^P_{nl} \Gamma^n_{kq}] A^k \xi^q = 0 \quad (5)$$

Mit einer Änderung der Bezeichnung der Indizes wird daraus

$$(- \Gamma^i_{st,q} + \Gamma^P_{nt} \Gamma^n_{sq}) A^s \xi^q = \Gamma^i_{kst} A^s \quad (6)$$

Der in den Klammern stehende Ausdruck soll mit R^i_{sqt} bezeichnet werden:

$$R^i_{sqt} = (- \Gamma^i_{st,q} + \Gamma^P_{nt} \Gamma^n_{sq}) \quad (7)$$

Somit wird

$$R^i_{sqt} A^s \xi^q = A^s \Gamma^i_{st} \quad (8)$$

Erhalten oder mit $A^s = g^{ps} A_p$:

$$R^i_{sqt} A_p \xi^q = A_p \Gamma^i_{st} \quad (9)$$

Der Krümmungstensor kann zerlegt werden in

$$R^n_{kml} = R^n_{k \cdot ml} + R^n_{\cdot k ml} \quad \text{mit} \quad R^n_{k \cdot ml} = - R^n_{\cdot k \cdot lm} \quad (10)$$

Daher ist auch $R^i_{sqt} = - R^i_{stq}$ und mit (9) gilt auch

$$R^i_{stq} A_p \xi^q = - A_p \Gamma^i_{st} \quad (11)$$

Wegen der Verkopplung von ξ^q des Kurvenstücks $\overline{AB}$ mit A_p , wobei die Inklammersetzung die Aufhebung der Summationskonvention bedeutet und bei geeigneter Wahl des Kurvenstücks mit ξ^p kann

$$A_{(p)} \xi^{(p)} = -1 \quad (12)$$

erzeugt werden, was in Gl.(11) eingesetzt $R_{stq}^i = A_p \Gamma_{st}^i$ entstehen lässt, und mit $A_p = \lambda_p$ und geänderter Indexschreibweise auf die modifizierten Heimschen Eigenwertgleichungen

$$R_{kmp}^i = \lambda_p \Gamma_{km}^i \quad (13)$$

führt. Wegen (10) kann Gl.(13) übergehen in

$$R_{kmp}^i = \lambda_p \Gamma_{km}^i - \lambda_m \Gamma_{kp}^i \quad (14)$$

R_{kmp}^i kann auch mit Operatoren in der Form $R_{kmp}^i = C_p(m) \Gamma_{km}^i - C_m(p) \Gamma_{kp}^i$ geschrieben werden, so dass sich

$$R_{kmp}^i = C_p(m) \Gamma_{km}^i - C_m(p) \Gamma_{kp}^i = \lambda_p \Gamma_{km}^i - \lambda_m \Gamma_{kp}^i \quad (15)$$

ergibt. Die Gestalt des koordinatenindexvarianten nichtlinearen Operators $C_p(m)$ bzw. $C_m(p)$ wird weiter unten ausführlich behandelt.

Heims Eigenwertgleichungen haben mit $\Gamma_{km}^i = \varphi_{km}^i$ die Gestalt

$$R_{kmp}^i = C_p(m) \varphi_{km}^i = \lambda_p(k,m) \varphi_{km}^i \quad (16)$$

$$\text{mit} \quad R_{kmp}^i = (-\varphi_{km,p}^i + \varphi_{sm}^i \varphi_{mp}^s) + (\varphi_{kp,m}^i - \varphi_{sp}^i \varphi_{km}^s) \quad (17)$$

Wegen der Antisymmetrie des Krümmungstensors $R_{kmp}^i = -R_{kpm}^i$ bedeutet das in Gl.(16):

$$\lambda_p(k,m) \varphi_{km}^i = -\lambda_m(k,p) \varphi_{kp}^i \quad (18)$$

Mit

$$\varphi_{km}^i = \frac{1}{2} g^{is} (g_{sk,m} + g_{sm,k} - g_{km,s}) \quad (19)$$

geht Gl.(18) über in

$$\lambda_p(k,m) (g_{sk,m} + g_{sm,k} - g_{km,s}) = -\lambda_m(k,p) (g_{sk,p} + g_{sp,k} - g_{kp,s}) \quad (20)$$

oder mit

$$g_{ik} = \frac{\partial x_r}{\partial y_i} \frac{\partial x_r}{\partial y_k} \quad (21)$$

ausgeschrieben:

$$\begin{aligned} \lambda_p(k,m) \left(\frac{\partial}{\partial y_m} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\partial y_k} \right) + \frac{\partial}{\partial y_k} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\partial y_m} \right) - \frac{\partial}{\partial y_s} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_k} \frac{\partial x_r}{\partial y_m} \right) \right) = \\ -\lambda_m(k,p) \left(\frac{\partial}{\partial y_p} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\partial y_k} \right) + \frac{\partial}{\partial y_k} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\partial y_p} \right) - \frac{\partial}{\partial y_s} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_k} \frac{\partial x_r}{\partial y_p} \right) \right) \end{aligned} \quad (22)$$

Da $\lambda_p(k,m)$ und $-\lambda_m(k,p)$ für jeden p- bzw. m- Index jeweils einen konstanten Wert liefern, existieren 3 Beziehungen nach kreuzweiser Multiplikation und Vergleich:

(23)

$$1. \quad -\frac{\partial}{\lambda_m \partial y_m} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\partial y_k} \right) = \frac{\partial}{\lambda_p \partial y_p} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\partial y_k} \right)$$

$$\begin{aligned}
2. \quad & -\frac{\partial}{\partial y_k} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\lambda_m \partial y_k} \right) = \frac{\partial}{\partial y_k} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_s} \frac{\partial x_r}{\lambda_p \partial y_k} \right) \\
3. \quad & \frac{\partial}{\partial y_s} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_k} \frac{\partial x_r}{\lambda_m \partial y_m} \right) = -\frac{\partial}{\partial y_s} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_k} \frac{\partial x_r}{\lambda_p \partial y_p} \right)
\end{aligned}$$

Dies gibt in allen drei Fällen die gleiche Beziehung, wobei nicht über p und m, sondern nur über r summiert wird, und zwar

$$dy_m \lambda_m(k,p) = -dy_p \lambda_p(k,m) \quad (24)$$

Für $p = m$ wird wegen der Schiefsymmetrie des Krümmungstensors mit $R^i_{kmp} = -R^i_{kpm}$ auch Gln. (18) und (24) zu Null:

$$dy_m \lambda_m(k,m) = -dy_m \lambda_m(k,m) = 0 \quad (25)$$

und damit wird

$$dy_m = dy_p \quad (26)$$

erhalten, was gemäss Gln. (16), (17) und (25) nur mehr die Nulllösung liefert.

Die Heimschen Eigenwertgleichungen haben demnach nur für $m = p$ eine Lösung, die aber eine Nulllösung ist.

Erst mit dem polymetrischen Ansatz ergeben sich Eigenwertgleichungen mit von Null verschiedenen Lösungen:

$$C_p(m) \varphi^i_{km}(\alpha \beta \gamma \delta) = \lambda_p(k,m,\gamma,\delta) \varphi^i_{km}(\alpha \beta \gamma \delta) - \lambda_m(k,m,\gamma,\delta) \varphi^i_{kp}(\alpha \beta \gamma \delta) \quad (27)$$

Die modifizierten Eigenwertgleichungen müssen gegenüber Gl.(16) einen zusätzlichen Term auf der rechten Seite besitzen. Diese gehen aus

$$C_p(m) \varphi^i_{km} = \lambda_p(k,m) \varphi^i_{km} \quad (28)$$

Hervor, mit der Operatorbeziehung

$$C_p(m) \varphi^i_{km} = -\varphi^i_{km,p} + \varphi^i_{sm} \varphi^s_{kp} \quad (29)$$

Anhang IV:

Die Lösung der Eigenwertgleichungen

Die aus der ART bestimmten Eigenwertgleichungen enthalten gegenüber dem Ansatz von Heim noch einen weiteren Term:

$$R_{kmp}^i = C_p(m) \Gamma_{km}^i - C_m(p) \Gamma_{kp}^i = \lambda_p \Gamma_{km}^i - \lambda_m \Gamma_{kp}^i \quad (1)$$

Diese Beziehung zeigt zwar echtes Tensorverhalten auch auf der rechten Seite, für den Fall

$$\Theta_p \lambda_p = \Theta_m \lambda_m, \quad (2)$$

worin Θ_p Koordinatendifferenziale und $\lambda_p = \lambda_p(k, m)$ und $\lambda_m = \lambda_m(k, p)$ sind. Doch die Eigenwertgleichungen liefern nur Nulllösungen; R_{kmp}^i kennzeichnet daher einen ebenen Raum. Das ist bei der Verjüngung $R_{kpm}^m = R_{kp}$ nicht der Fall, da $R_{kp} = 0$ nicht unbedingt zu einem euklidischen Raum führen muss.

Die Verjüngung hat die Eigenschaft, dass beispielsweise Γ_{km}^m zu Null werden kann, und

$$R_{kl} = -\Gamma_{kp,m}^m + \Gamma_{sp}^m \Gamma_{km}^p \quad (3)$$

$$\text{ergibt, was in } R_{kl} = C_m \Gamma_{kp}^m = \lambda_m \Gamma_{kp}^m \quad (4)$$

übergeht. Jetzt weisen die linke und die rechte Seite von (4) Pseudotensorverhalten auf.

Denn mit $\Gamma_{km}^m = 0$ und $\Gamma_{km,p}^m = 0$ geht mit

$$R_{kl} = R_{klm}^m = \Gamma_{km,p}^m - \Gamma_{kp,m}^m + \Gamma_{ps}^m \Gamma_{km}^s - \Gamma_{ms}^m \Gamma_{kp}^s \quad (5)$$

in R_{kl} über.

Um die Gleichung (1) lösen zu können, sind Eigenwert-Bedingungen erforderlich, welche die Indexabhängigkeit auf eine einzige Funktion reduzieren.

In Gl.(1) lauten die Operatoren:

$$C_p(m) \varphi_{km}^i = -\varphi_{km,p}^i + \varphi_{sm}^i \varphi_{kp}^s \quad (6)$$

$$C_m(p) \varphi_{kp}^i = -\varphi_{kp,m}^i + \varphi_{sp}^i \varphi_{km}^s$$

Es ergeben sich zwei Lösungswege:

1. Es kann φ_{kp}^i in Gleichung (1) bestimmt werden, oder
2. Es werden nur die Teilgleichungen

$$C_p(m) \varphi_{km}^i = \lambda_p(k, m) \varphi_{km}^i \quad (7a)$$

$$C_m(p) \varphi_{kp}^i = \lambda_m(k, p) \varphi_{kp}^i \quad (7b)$$

einer Lösung zugeführt (wobei φ_{km}^i die von Heim erweiterten Christoffel-Symbole bedeuten). Um diese Eigenwert-Bedingungen zu erhalten, wird von der Symmetriegleichung der ART ausgegangen:

Wegen der zyklischen Symmetrie des Krümmungstensors R_{klm}^i :

$$R_{kml}^i + R_{mkl}^i + R_{lmk}^i = 0 \quad (8)$$

folgt durch Verjüngung mit $k = m$ und $l = p$

$$R_{mmp}^i + R_{mmp}^i + R_{pmp}^i = 0 \quad (9)$$

(9) wird erfüllt für $2R_{mmp}^i = -R_{pmp}^i \neq 0$ oder für $R_{mmp}^i = 0$ und $R_{pmp}^i = 0$. Es wird die letztere der möglichen Beziehungen weiter verfolgt. Nach Gl. (1) gilt dann:

$$R_{pmp}^i = C_p(m) \varphi_{pm}^i = \lambda_p(p, m) \varphi_{pm}^i - \lambda_m(p, p) \varphi_{pp}^i = 0 \quad (10)$$

bzw. $\lambda_m(m, p) \varphi_{mk}^i - \lambda_p(m, m) \varphi_{mm}^i = 0$

Aus (10) folgt die Eigenwert-Bedingung:

$$a_{mp} = \frac{\lambda_p(m, m)}{\lambda_m(m, p)} \quad (11)$$

und wegen der Symmetrie von φ_{mp}^i und φ_{pm}^i gilt

$$\begin{aligned} \varphi_{mp}^i &= a_{mp} \varphi_{mm}^i, & \varphi_{pm}^i &= a_{pm} \varphi_{pp}^i \\ a_{mp} \varphi_{mm}^i - a_{pm} \varphi_{pp}^i &= 0 \\ \varphi_{mm}^i &= (a_{pm}/a_{mp}) \varphi_{pp}^i \\ \varphi_{km}^i &= a_{km} \varphi_{kk}^i = (a_{km}/a_{kp}) \varphi_{kp}^i \\ \varphi_{ps}^i &= a_{ps} \varphi_{pp}^i = (a_{ps}/a_{pk}) \varphi_{pk}^i = (a_{ps}/a_{pk}) \varphi_{kp}^i \\ \varphi_{ps}^i \varphi_{km}^s &= (a_{ps}/a_{pk})(a_{km}/a_{kp}) \varphi_{kp}^i \varphi_{kp}^s = c_{ms}^{(kl)} \varphi_{kp}^i \varphi_{kp}^s \end{aligned} \quad (12)$$

In der Felddarstellung wird die modifizierte Heimsche Eigenwertbeziehung Gl.(1) verwendet. Einsetzen der Substitutionen (12) in Gl. (1) liefert dann:

$$\left(\frac{a_{km}}{a_{kp}} \partial_p - \partial_m \right) \varphi_{kp}^i + \left(\frac{a_{ps}}{a_{pk}} \frac{a_{km}}{a_{kp}} - \frac{a_{ms}}{a_{mk}} \frac{a_{km}}{a_{kp}} \right) \varphi_{kp}^i \varphi_{kp}^s = \{ \lambda_m(k, p) - \lambda_p(k, m) \frac{a_{km}}{a_{kp}} \} \varphi_{kp}^i \quad (13)$$

Es werden folgende Kürzungen verwendet:

$$a_{\underline{m}}^{(kl)} = a_{km}/a_{kp}, \quad b_{\underline{ms}}^{(kl)} = (a_{ps} a_{km}/a_{pk} a_{kp}) - (a_{ms} a_{km}/a_{mk} a_{kp}),$$

wobei das Unterstreichen bedeuten soll, dass weder ein Vektor oder Tensor höherer Stufe vorliegt, sondern nur eine Abhängigkeit von m und s. Damit gilt:

$$(a_{\underline{m}}^{(kp)} \partial_p - \partial_m) \varphi_{kp}^i + b_{\underline{ms}}^{(kl)} \varphi_{kp}^i \varphi_{kp}^s = \{ \lambda_m(k, p) - a_{\underline{m}}^{(kp)} \} \varphi_{kp}^i$$

Mit den weiteren Kürzungen

$$a(k, p) = \sum_{m=1}^4 a_{\underline{m}}^{(kl)}, \quad \lambda_p^{(kp)}(k) = \sum_{m=1}^4 a_{\underline{m}}^{(kp)} \lambda_p(k, m), \quad \lambda(k, p) = \sum_{m=1}^4 \lambda_m(k, p), \quad \lambda_p^{(kp)}(k) = \sum_{m=1}^4 a_{\underline{m}}^{(kp)} \lambda_p(k, m)$$

wird längs der nichteuklidischen Induzierungen m summiert. Mit

$$a(k, p) \partial_p - \sum_{m=1}^4 \partial_m = (a(k, p) - 1) \partial_p - \sum_{m \neq p} \partial_m$$

gilt:

$$\left(\{ a(k, p) - 1 \} \partial_p - \sum_{m \neq p} \partial_m \right) \varphi_{kp}^i + b_{\underline{s}}^{(kp)} \varphi_{kp}^i \varphi_{kp}^s = (\lambda(k, p) - \lambda_p^{(kp)}(k)) \varphi_{kp}^i$$

Summiert wird nur über s. Die Gleichung wird mit $b_i^{(kp)}$ multipliziert und dann wird längs i mit $1 \leq i \leq 4$ summiert.

Somit wird

$$\Phi_{kp} = b_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i \quad (14)$$

gebildet und damit

$$\left(\{ a(k, p) - 1 \} \partial_p - \sum_{m \neq p} \partial_m \right) \Phi_{kp} + \Phi_{kp}^2 = (\lambda(k, p) - \lambda_p^{(kp)}(k)) \Phi_{kp}$$

erhalten. Wird noch die Kürzung $\underline{\lambda}(k, p) = \lambda(k, p) - \lambda_p^{(kp)}(k)$ eingeführt, folgt schließlich:

$$\left(\{ a(k, p) - 1 \} \partial_p - \sum_{m \neq p} \partial_m \right) \Phi_{kp} + \Phi_{kp}^2 = \underline{\lambda}(k, p) \Phi_{kp} \quad (15)$$

Das ist die mit einem nichtlinearen Operator gebildete Eigenwertgleichung für Φ_{kp} , die sich von der Heimschen nur durch Ersetzen von $\underline{\lambda}(k,p)$ anstelle von $\lambda(k,p)$ unterscheidet. (vgl. B. Heim: „Elementarstrukturen der Materie und Gravitation“, Bd. 1, 1989, S.200)

In der Teilchendarstellung wird der verjüngte Krümmungstensor nach Gl. (4) verwendet unter Berücksichtigung von $\varphi_{mp}^i \neq \Gamma_{mp}^i$. Mit den gefundenen Eigenwertverhältnissen wird aus Gl.(7b) daraus:

$$-\partial_m \varphi_{kp}^m + c_{ms}^{(kp)} \varphi_{kp}^m \varphi_{kp}^s = \lambda_m(k,p) \varphi_{kp}^m \quad (16)$$

Mit $c_{mi}^{(kp)}$ multipliziert und mit der Kürzung $c_{mi}^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \Phi_{kp}^{(m)}$ ist das:

$$-\partial_m \Phi_{kp}^{(m)} + \Phi_{kp}^{(m)2} = \lambda_m(k,p) \Phi_{kp}^{(m)} \quad (17)$$

Lösung der Gl.(17):

Dies ist ein Eigenwertproblem, das mit $\Phi_{kp}^{(m)} = y$ als Bernoullische Differenzialgleichung auftritt. Bei Verwendung von Kugelkoordinaten kann m die Zugehörigkeit zu r wiedergeben.

Aus $-\partial_m y - \lambda_m y + y^2 = 0$

wird daraus $\partial_r y + \lambda_r y - y^2 = 0$ bzw. $y' + \lambda y - y^2 = 0$.

Die Bernoullische Differenzialgleichung $y' + P(x)y + Q(x)y'' = 0$ geht mit $z = 1/y$, $P(x) = \lambda$, $Q(x) = -1$ in die lineare Differenzialgleichung $z' - \lambda z + 1 = 0$ über, die mit $Z = z(r)$ nun mehr

$$z(r)' - \lambda z(r) + 1 = 0$$

lautet.

Die lineare Differenzialgleichung $z' + A(r)y = B(r)$ hat die allgemeiner Lösung:

$$z = C \cdot e^{-\int A dr} + e^{-\int A dr} \int B e^{\int A dr} dr,$$

die mit $A(r) = -\lambda$, $B(r) = -1$ zu

$$z = C \cdot e^{\lambda r} - e^{\lambda r} \int e^{-\lambda r} dr = C e^{\lambda r} (1 - 1/\lambda \int e^{-\lambda r} dr) = C e^{\lambda r} \{1 + (1/\lambda c) e^{-\lambda r}\}$$

führt, wenn die Integrationskonstante von $\int e^{-\lambda r} dr$ mit 0 vorausgesetzt wird. Dann wird

$$z = (1/\lambda + C e^{\lambda r}) = (1/\lambda) (1 + C \lambda e^{\lambda r})$$

erhalten. Mit der Substitution $y = 1/z$ wird daraus

$$y = \lambda \frac{1}{(1 + \alpha e^{\lambda r})},$$

wenn die Abkürzung $C\lambda = \alpha$ verwendet wird, die dimensionslos ist.

Wegen $c_{mi}^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \Phi_{kp}^{(m)} = y$ wird für die kugelsymmetrische Lösung schließlich $c_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \Phi_{kp}$ erhalten, was zur Lösung

$$c_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \lambda_r(k,p) \frac{1}{1 + C_{kp} e^{\lambda_r(k,p)r}} \quad (18)$$

führt. Da bei der Lösung der Differenzialgleichung gemäß G.(17) nur über r integriert wird, kann die Konstante C_{kp} von t in der Art $C_{kp}(t)$ abhängen.

Lösung der Gl.(15):

Mit dem Vektor $\bar{a}_{(kp)}$ wird

$$(a(k,p) - 1) \partial_p - \sum_{m \neq p} \partial_m = \bar{a}_{(kp)} \text{ grad}_s$$

und somit

$$\bar{a}_{(kp)} \text{grad}_s \varphi_{kp} = \underline{\lambda}(k,p) \varphi_{kp} - \varphi_{kp}^2 = \frac{1}{4} \underline{\lambda}^2(k,p) \left\{ 1 - \left(\frac{2\varphi_{kp}}{\underline{\lambda}(k,p)} - 1 \right)^2 \right\},$$

wobei $\varphi_{kp} = \Phi_{kp}$ gilt.

Mit $u = \pm \left(\frac{2\Phi_{kp}}{\underline{\lambda}(k,p)} - 1 \right)$ wird

$$\text{grad}_s u = \pm \frac{1}{2} \underline{\lambda}(k,p) \bar{a}_{(kp)}^{-1} (1 - u^2), \quad (19)$$

und mit der Kürzung $\bar{x} = \sum_{s=1}^4 \bar{e}_s x_s$ wird nach Multiplikation mit $d\bar{x}$

$$\bar{a}_{(kp)}^{-1} d\bar{x} = \frac{dx_p}{a(kp) - 1} - \sum_{m \neq p} dx_m = d\kappa_{(kp)}$$

und $\text{grad}_s u d\bar{x} = \sum_{s=1}^4 \partial_s u dx_s = du$,

wegen $\sum_{s=1}^4 \frac{\partial u}{\partial x_s} dx_s = du$. $d\kappa_{(kp)}$ kann auch in der Form $d\kappa_{(kp)} = \sum_{s=1}^4 \alpha_s dx_s$ geschrieben

werden, was zu $\kappa_{(kp)} = \sum_{s=1}^4 \alpha_s x_s$ führt. Damit wird aus Gl.(19):

$$\frac{u}{1 - u^2} = \pm \frac{1}{2} \underline{\lambda}(k,p) \sum_{s=1}^4 \alpha_s dx_s.$$

Integration führt zu

$$\frac{1}{2} \ln \frac{1+u}{1-u} + C = \pm \frac{1}{2} \underline{\lambda}(k,p) \alpha_s x_s = \frac{1}{2} f$$

wobei über s summiert wird.

Mit $u = 1 - 2\Phi_{kp}/\underline{\lambda}(k,p)$ und der Kürzung $\Phi_{kp}/\underline{\lambda}(k,p) = \varphi/\underline{\lambda}$ gilt

$$\frac{1 + 1 - 2\varphi/\underline{\lambda}}{1 - 1 + 2\varphi/\underline{\lambda}} = f, \quad 2 - 2\varphi/\underline{\lambda} = f 2\varphi/\underline{\lambda} \rightarrow \varphi/\underline{\lambda} = 1/(1+f)$$

Somit wird

$$\Phi_{kp} = \underline{\lambda}(k,p) \frac{1}{1 + C_{kp} e^{\pm \underline{\lambda}(k,p) \alpha_s x_s}}$$

erhalten, was nach Vergleich mit Gl.(18) und $\Phi_{kp} = \underline{b}_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i$ in

$$\underline{b}_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \underline{\lambda}(k,p) \frac{1}{1 + C_{kp} e^{\pm \underline{\lambda}(k,p) \alpha_s x_s}} \quad (20)$$

übergeht.

Gl.(18) wurde für die Teilgleichung (7b) errechnet. Die Lösung für Gl.(7a) erfolgt nach demselben Verfahren, da sich die Gleichungen (7a) und (7b) nur durch den Wechsel von m zu p unterscheiden. Gl.(17) geht über in

$$-\partial_p \Phi_{km}^{(p)} + \Phi_{km}^{(p)2} = \lambda_p(k,m) \Phi_{km}^{(p)} \quad (21)$$

mit

$$c_{pi}^{(km)} \varphi_{km}^i = \Phi_{km}^{(p)}.$$

Dies liefert gleichartig zu Gl.(18) die Lösung für $p=4$, $x_4 = \text{ict}$ mit

$$\boxed{c_i^{(km)} \varphi_{km}^i = \lambda_i(k,m) \frac{1}{1 + B_{km} e^{\lambda_i(k,m)ict}} \quad (22)}$$

Da bei der Lösung der Differenzialgleichung gemäß Gl.(21) nur eine Integration über ct durchgeführt wird, kann die Konstante B_{km} von r in der Art $B_{km}(r)$ abhängen.

Die Lösungen nach Gl.(18) und Gl.(22) hängen über $m = 1, p = 4$ zusammen. Wie Gl.(20) im Vergleich mit Gl.(18) und Gl.(22) zeigt, geht die erste Lösung, die alle Komponenten y_s mit $s = 1, \dots, 4$ enthält, in die beiden andere über, wenn ein Zerfall der Summe $\alpha_s y_s$ in Einzelkomponenten auftritt. Dies kann so interpretiert werden, dass bei einer Teilchenentstehung vorerst alle Koordinaten gemeinsam vorhanden sind und hierauf ab einem Grenzwert nur mehr Teillösungen auftreten. Im vorliegenden Fall sind zwei Lösungen und zwar eine r - und eine t -Lösung gegeben.

Übergang zum Feynmanschen Pfadintegral

Es wird nun auf die Lösung von Gl.(22) näher eingegangen. Wie andernorts gezeigt wurde, ändert der Eigenwert $\lambda_p(k,m)$ bei einer Parallelverschiebung seinen Wert nicht. Er ist von den nichteuklidischen Koordinaten unabhängig, hat aber die Dimension einer inversen Länge. In Energiekoordinaten ξ ausgedrückt ist daher $\lambda_p(k,m) = 1/\Delta\xi$, mit $\Delta\xi_p = \Delta\xi_4 = \hbar/mc$, so dass der Eigenwert die Gestalt $\lambda_t = mc/\hbar$ erhält mit der Quantisierung $m n = m_p$. Wird die Kürzung $c_i^{(km)} \varphi_{km}^i / \lambda_t(k,m) = \varphi/\lambda$ verwendet, dann ist

$$\varphi/\lambda = \frac{1}{1 + B_{km} e^{ict'mc/\hbar}} = \frac{1}{1 + B_{km} e^{imc^2 t'/\hbar}} \quad (23)$$

Darin bedeutet t' die von der normierten Teilchenfunktion φ/λ aus gesehene Zeit. Wird zu einem äußeren Koordinatensystem übergegangen und das Teilchen als bewegt angesehen, dann ergibt sich ein Übergang von $-mc^2$ auf $-mc^2 \sqrt{1-v^2/c^2}$ für die Lagrangefunktion, da

$S = -mc \int_0^T ds$ mit $ds^2 = c^2 dt^2 - \sum_{i=1}^3 dx_i^2 = c^2 dt'^2$ mit x_i' als dem mit dem Teilchen verbundenen Koordinatensystem und x_i als dem äußeren Koordinatensystem gilt. Für die Lagrangefunktion wird somit $L = -mc^2 \sqrt{1-v^2/c^2}$ erhalten. Da $S = \int_0^T L dt$ ist, wird die

normierte Teilchenfunktion φ/λ zu

$$\varphi/\lambda = \frac{1}{1 + B_{km} e^{-iS/\hbar}} \quad (24)$$

mit $S = \int_0^T L(x_i, \dot{x}_i) dt$, wobei x_i und $\dot{x}_i$ sich auf das äußere Koordinatensystem beziehen.

Würde B_{km} den Wert 1 haben, so würden wegen der periodischen Funktion $e^{-iS/\hbar}$ vielfach singuläre Stellen auftreten. Um das zu vermeiden und aufgrund der später noch angeführten Komplementarität von Teilchen/Welle kommt es zu einer Transformation der normierten Teilchenfunktion $z = \varphi/\lambda$ auf $w = w(z)$. An die Funktion $w = w(z)$ sind folgende allgemeine Bedingungen zu stellen:

- Die volle z -Ebene wird auf die volle w -Ebene umkehrbar eindeutig abgebildet,
- B)** für $z = 0$ soll auch $w = 0$ gelten (ist keine normierte Teilchenfunktion vorhanden, dann soll auch die transformierte Funktion w den Wert 0 annehmen).

Bedingung a) wird durch die bilinearen Funktionen $z = (aw + b)/(cw + d)$ erfüllt, die die allgemeinsten regulären Funktionen mit dieser Eigenschaft sind und Bedingung b) durch $b = 0$ (A. Duschek: „Vorlesungen über höhere Mathematik“, 1960, Bd.III, Springer-Verlag).

Wird Gl.(24) mit der Kurzbezeichnung

$$B_{km} e^{-iS/\hbar} = 1/w \quad (25)$$

Näher betrachtet, dann ergibt sich $\varphi/\lambda = z = 1/(1 + 1/w) = w/(1 + w)$, die die bilineare Funktion $z = aw/(cw + d)$ mit $a = c = d = 1$ wiedergibt. w wird somit zu

$$w = (1/B_{km}) e^{iS/\hbar} \quad (25a)$$

Die Integrationskonstante B_{km} ist von frei wählbaren Ortskoordinaten x_1, x_2, x_3 abhängig und wird mit $R = R(x_1, x_2, x_3) = 1/B_{km}$ angegeben, so dass

$$w = \psi = R e^{iS/\hbar} \quad (26)$$

zustande kommt. ψ kann durch Integration über den gesamten Raum durch Bildung von

$\int_V \Psi \Psi^* dV = \text{const}$ eine Invariante dimensionsloser Art liefern, wobei Ψ^* die konjugiert

komplexe Größe von ψ ist. Wenn von der Riemannschen Geometrie mit g_{ik} ausgegangen wird und der Grenzübergang zur euklidischen Geometrie vollzogen wird, mit $g_{ik} \rightarrow \eta_{ik} = 1$, kann

$\int_V \Psi \Psi^* dV = 1$ als Invariante und Grenzwert von nichteuklidischer zu euklidischer Geometrie

angesehen werden. Wie die Quantenmechanik zeigt, kann ψ als Wahrscheinlichkeitsamplitude für das Vorhandensein eines Teilchens gemäß der r-Lösung, definiert werden. Da die Wahrscheinlichkeitsamplitude $\psi = k e^{iS/\hbar}$ für den Übergang vom Punkt A zum Punkt B durch die Summation über alle möglichen Wege $\sum_{\text{Wege}} k e^{iS/\hbar} = \psi(a,b)$ gegeben ist (es gilt

$k = 1/B_{\text{km}}$), kann in Integraldarstellung geschrieben werden:

$$\psi(a,b) = \int D_q \exp[i \int_0^T L(q, \dot{q}) dt] \quad , \quad (27)$$

wobei D_q ein Funktionsintegral über alle nur möglichen Wege von A nach B ist. Gl.(27) gibt dann das Feynmansche Pfadintegral wieder.

$k = 1/B_{\text{km}}$ kann als eine nicht durch den Ort definierte Größe angesehen werden. D_q ist durch

$D_q = \frac{1}{\alpha} \prod_{i=1}^3 \prod_{u=1}^{\infty} dx_{i,u}$ definiert, mit der Normierungsgröße α .

Zur Lagrangefunktion $L(q, \dot{q})$ ist zu bemerken, dass im äußeren Koordinatensystem das Teilchen gemäß der r-Lösung einer Wechselwirkung durch ein Wechselwirkungsfeld ausgesetzt sein kann, so dass der Einfluss dieses Feldes für den Übergang von A nach B eine Rolle spielen wird.

Diskussion der Gl.(18)

Im folgenden wird die r-Lösung gemäß Gl.(18) näher untersucht. Da mit Gl.(18) eine Ortsabhängigkeit vorliegt, wird zum Unterschied zu Gl.(22), wo vorerst nur eine Zeitabhängigkeit gegeben war, die ortsabhängige Quelle eines Wechselwirkungsfeldes eine zentrale Rolle spielen und somit anstelle von $\lambda_t = mc/\hbar$ ein $\lambda_r = mc/(\alpha_p \hbar)$ zustande kommen, wobei α_p die dimensionslose Kopplungskonstante des zugehörigen Wechselwirkungsfeldes ist. Damit ist

$$1/\lambda_r = (\alpha_p \hbar)/mc \quad (28)$$

Im alle eines gravitativen Feldes ergibt sich

$$1/(\lambda_r)_g = Gm/c^2 ,$$

und im Falle eines elektromagnetischen Feldes:

$$\frac{1}{(\lambda_r)_e} = \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{mc} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{mc^2} , \quad (29)$$

welcher Wert mit der Dimension der Länge des Streuradius r_e eines elektrisch geladenen „Teilchens“ wiedergibt.

Es werden die Kürzungen $c_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \varphi_e$ und $\lambda_r(k,p) = \lambda_e$ verwendet, wobei e auf das elektrische Feld hinweist.

φ_e ist eine aus dem zugehörigen Metriktensor erzeugte Funktion, die gleichartig zum Übergang vom normierten, dimensionslosen Potenzial $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{eQ}{mc^2 R}$ zum unnormierten

Potenzial $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$ eine Multiplikation von φ_e mit $c^2 m/e$ notwendig macht. Es gilt demnach

$\varphi_e' = (c^2 m/e) \varphi_e$. Wird die Energie der Teilchenfunktion bestimmt, dann ergibt sich:

$$E = \frac{\varepsilon_0}{2} \int_a^\infty \left(\frac{m}{e}\right)^2 c^4 \varphi_e'^2 dV = \frac{\varepsilon_0}{2} \left(\frac{m}{e}\right)^2 c^4 \lambda_e^2 \int_a^\infty \frac{4\pi r^2 dr}{(1 + C_{kp} e^{\lambda_e r})^2}.$$

Mit $\lambda_e r = u$ und $dr = du/\lambda_e$ wir daraus

$$E = \frac{\varepsilon_0}{2} \frac{1}{\lambda_e} \left(\frac{m}{e}\right)^2 c^4 \int_a^\infty \frac{4\pi u^2 du}{(1 + C_{kp} e^u)^2},$$

wobei u nunmehr eine dimensionslose Größe ist. Wegen Gl.(29) gilt:

$$E = \frac{\varepsilon_0}{2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{mc^2} \left(\frac{m}{e}\right)^2 c^4 4\pi \int_a^\infty \frac{u^2 du}{(1 + C_{kp} e^u)^2} = \frac{1}{2} mc^2 \int_a^\infty \frac{u^2 du}{(1 + C_{kp} e^u)^2}.$$

Mit $C_{kp} = C$ wird daraus $E = \frac{1}{2} mc^2 \int_a^\infty \frac{u^2 du}{(1 + C e^u)^2}$.

Für das Integral gilt $\int_a^\infty \frac{u^2 du}{(1 + C e^u)^2} < \int_0^\infty \frac{u^2 e^{-2u} du}{c^2}$,

und mit $t = 2u$ ist $\int_0^\infty \frac{u^2 e^{-2u} du}{c^2} = \frac{1}{8c^2} \int_0^\infty t^2 e^{-t} dt = \frac{1}{8\pi} 2 = \frac{1}{4c^2}$ ein endlicher Wert. C ist im

Integral so zu bestimmen, dass $E = mc^2$ für die Integrale $\int_0^a + \int_a^\infty$ existiert, wobei $\int_0^a$ noch

näher zu erklären ist. Die untere Integrationsgrenze a des zweiten Integrals wird anhand eines Gravitationsfeldes mit $1/(\lambda_r)_g = GM/c^2$ erläutert.

Nach der ART gilt $g_{11} = 1/(1-r_g/r)$, wenn r_g der Schwarzschildradius $r_g = 2GM/c^2$ ist. Daher kann r nicht kleiner werden als $2GM/c^2$, ohne dass raum- in zeitartige Größen und zeit- in raumartige Größen übergehen. Um dies zu vermeiden, wird es, wenn r noch kleiner wird, zu einem Wechsel von $g_{44} = (1-r_g/r)$ in $g_{44}' = (1-r'/r_g)$ kommen, was $r' = r_g^2/r$ bedeutet. Zusätzlich wird bemerkt, dass die Eigenwertgleichungen unter der Bedingung $\gamma_{ik} < 1$ abgeleitet wurden. $g_{ik} = (\delta_{ik} + \gamma_{ik})$ geht demnach in $g_{ik}' = (\delta_{ik} + \gamma_{ik}')$ über und die Raum- und Zeitkoordinaten werden hierbei invertiert. Dies gilt auch für $mc^2 t/\hbar \geq 1$, was die Unschärfe $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ betrifft. Für kleiner werdendes ct wird, das mc aus dem konstanten Eigenwert $mc/\hbar$ hervorgeht, $mc^2 t < \hbar$ zustande kommen. Bei einer Invertierung der Zeitkomponente wird diese Beziehung weiterhin gelten, da auch $\hbar/mc$ invertiert wird. Die Quantentheorie wird für Werte $mc(ct) < \hbar$ keine Gültigkeit mehr haben. Die Eigenwerte $(\lambda_r)_e$, $(\lambda_r)_g$, λ_t stellen demnach eine Grenze für die Invertierung von Koordinaten dar, und die Integrationsgrenze a ist durch $1/(\lambda_r)_e$ definiert. Für die invertierten Koordinaten ist die komplexe Teilchenfunktion gemäß der Heimschen Art gültig, die die Teilchenfunktion nach Gl.(20) in

$$\underline{b}_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \underline{\lambda}(k,p) \left[\frac{1}{1 + C_{kp} \exp\left\{\frac{1}{\underline{\lambda}(kp)} \left(\frac{1}{\alpha_1 x_1} + \dots + \frac{1}{\alpha_4 x_4}\right)\right\}} \right] \quad (30)$$

überführt. Für das Integral mit den Grenzen 0 bis a ist demnach Gl.(30) maßgebend, welche einen komplexen Einschwingvorgang bei der Bildung einer Teilchenfunktion darstellt.

Bei der Bestimmung von Gl.(30) wird zunächst ein Koordinatensystem mit $x_i' = x_i$ vorausgesetzt (d.h. der Beobachter sitzt im Bereich mit $r' < 1/\underline{\lambda}$ und wird dann seinen Standort in den äußeren Bereich verlagern).

Liegt kein massives „Teilchen“ mit einer Ladung, sondern nur ein Wechselwirkungsfeld mit „Botenteilchen“ vor, dann werden diese aus einer vereinfachten Eigenwertgleichung zu bestimmen sein.

Anhang V

Übergang der Heimschen Eigenwertgleichungen in die Einsteinschen Feldgleichungen

Die „Teilchendarstellung“ R_{kl} hat keinen Tensorcharakter. Wenn die rechte Seite in

$$R_{kl} = C_m \Gamma_{kp}^m = \lambda_m \Gamma_{kp}^m \quad (1)$$

von einer Teilchendarstellung in eine gemittelte Darstellung vieler Teilchen übergeht, was durch κT_{kp} ausgedrückt wird, dann kann mit $\Gamma_{km}^m \neq 0$ anstelle von R_{kp} der Tensor R_{kp} treten, und es liegt dann eine Tensorgleichung vor, weil T_{kp} der Energietensor ist, wie er in Einsteins Feldgleichungen auftritt.

R_{kp} der „Teilchen“-Gleichung geht hierbei über in eine „Feld“-Darstellung. Die Einsteinschen Feldgleichungen werden mit $R_{kp} \rightarrow R_{kp}$ erhalten, wobei das Pseudotensorverhalten gemäß Gl.(1) auf der rechten Seite nur für eine euklidische Struktur, die von einer einzigen nichteuklidischen abhängt, gegeben ist. Dies ist in Heims Geometrie für das Gravitationsfeld der Fall, das nur aus einer Partialstruktur $g_{mk} = g_{km}^{(1)}$ besteht. Wenn im allgemeinen Fall eine doppelte Koordinatenabhängigkeit vorliegt, werden die affinen Γ_{km}^i -Symbole zu echten Tensoren φ_{km}^i , so dass Gl.(1) Tensorcharakter bekommt.

Zur Bestimmung der Gleichungen für das Gravitationsfeld kann von Gl.(1) ausgegangen werden.

Durch Variation der Wirkungsfunktion S_q des Feldes und der Teilchen erhält man die Feldgleichungen. Die Wirkung wird durch ein Integral über die skalare Dichte

$S_g = \int R (\sqrt{-g}) d\Omega$ ausgedrückt

$$\delta \int R \sqrt{-g} d\Omega = \delta \int g^{kl} \lambda_m \Gamma_{kl}^m \sqrt{-g} d\Omega \quad (2)$$

worin $R = R_{kl} g^{kl}$ der Krümmungsskalar, $d\Omega = dx^1 dx^2 dx^3$ und $(\sqrt{-g}) d\Omega$ das invariante Volumendifferenzial bedeuten. Die Variation von Gl.(2) (beispielsweise nach Weinberg 1972: „Gravitation and Cosmology“, New York: John Wiley, S. 364) liefert für die rechte Seite

$$\int (R_{kl} \sqrt{-g} \delta g^{kl} + R_{kl} g^{kl} \delta \sqrt{-g} + g^{kl} \sqrt{-g} \delta R_{kl}) d\Omega \quad (3)$$

Mit $\delta \sqrt{-g} = -\frac{1}{2} \sqrt{-g} g_{kl} \delta g^{kl}$

findet man:

$$\delta \int R \sqrt{-g} d\Omega = \int (R_{kl} - \frac{1}{2} g_{kl} R) \delta g^{kl} \sqrt{-g} d\Omega + \int g^{kl} \delta R_{kl} \sqrt{-g} d\Omega$$

Es wird ein Koordinatensystem verwendet, für das in einem vorgegebenen Punkt sämtliche $\Gamma_{kl}^i = 0$ sind. Dann ist (beispielsweise nach Landau-Lifschitz, Bd.II, S.329)

$\int g^{kl} \delta R_{kl} \sqrt{-g} d\Omega = 0$, so dass die linke Seite von Gl.(2) das Integral

$$\int (R_{kl} - \frac{1}{2} g_{kl} R) \delta g^{kl} \sqrt{-g} d\Omega \quad (4)$$

liefert. Die rechte Seite von Gl.(2) ergibt

$$\delta \int g^{kl} \lambda_m \Gamma_{kl}^m \sqrt{-g} d\Omega = \int (\delta g^{kl} \lambda_m \Gamma_{kl}^m \sqrt{-g} + g^{kl} \delta \lambda_m \Gamma_{kl}^m \sqrt{-g} + g^{kl} \lambda_m \delta \Gamma_{kl}^m \sqrt{-g} + g^{kl} \lambda_m \Gamma_{kl}^m \delta \sqrt{-g}) d\Omega$$

Wegen des gewählten Koordinatensystems $\Gamma_{kl}^m = 0$ werden alle Terme bis auf den mit $\delta \Gamma_{kl}^m$ zu 0, wobei dies ein Tensor ist. Damit wird:

$$\int g^{kl} \lambda_m \delta \Gamma_{kl}^m \sqrt{-g} d\Omega \quad (5)$$

und durch Gleichsetzen von (4) und (5) folgt schließlich

$$(R_{kl} + \frac{1}{2} g_{kl} R) \delta g^{kl} = g^{kl} \lambda_m \delta \Gamma_{kl}^m \quad (6)$$

Wegen R_{kl} und g_{kl} auf der linken Seite sowie $\delta\Gamma_{kl}^m$ und g^{kl} auf der rechten sind beide Seiten Tensoren.

Es wird die Einschränkung gemacht, dass nur die $k, l = 4$ Komponenten bestimmt werden. Dies ergibt

$$(R_{44} + \frac{1}{2} g_{44} R) \delta g^{44} = g^{44} \lambda_m \delta \Gamma_{44}^m \quad (7)$$

beziehungsweise

$$(R_{44} + \frac{1}{2} g_{44} R) = g^{44} \lambda_m \delta \Gamma_{44}^m / \delta g^{44} \quad (8)$$

Bei vorhandener Kugelsymmetrie kann der Ausdruck $\lambda_m \delta \Gamma_{44}^m / \delta g^{44}$ durch totale Differenziale in der Form

$$\frac{\lambda_m \frac{\partial \Gamma_{44}^m}{\partial x_i} dx_i}{\frac{\partial g_{44}}{\partial x_i} dx_i} = \frac{\lambda_m \Gamma_{44,i}^m}{g_{44,i}} \quad (9)$$

geschrieben werden. Dieser Ausdruck wird mit der Lösung der Heimschen Eigenwertgleichung verglichen. Im Fall von Kugelkoordinaten lautet diese:

$$c_i^{(kp)} \varphi_{kp}^i = \lambda_m(k,p) [1 + C_{kp} \exp\{\lambda_r(k,p)r\}]^{-1} \quad (10)$$

die mit $k, p = 4$ und den Kürzungen $\lambda_r(k,p) = \lambda$ und $C_{44} = C$ in

$$c_i \varphi_{44}^i = \varphi = \frac{\lambda}{1 + C d^{\lambda r}} \quad (11)$$

übergeht.

Im Falle einer zeitlich stationären Lösung, wie sie Gl.(11) darstellt, ist $m = 1$ und $i = 1$ möglich, so dass Gl.(9) zu

$$\frac{\lambda_m \Gamma_{44,i}^m}{g_{44,i}} \quad (12)$$

wird. Γ_{44}^1 wird in erster Näherung durch

$$\Gamma_{44}^1 = -\frac{1}{2} (g_{14,4} + g_{14,4} - g_{44,1}) = \frac{1}{2} g_{44,1} \quad (13)$$

wiedergegeben. Im statischen Fall ergibt $\Gamma_{44}^4 = 0$. Daher wird Gl.(11) zu

$$c_1 \varphi_{44}^1 = \varphi = \frac{\lambda}{1 + C d^{\lambda r}} \quad (14)$$

Γ_{44}^1 der Teilchenfunktion kann im kugelsymmetrischen Fall φ gleich gesetzt werden, welche Funktion für einen Raumbereich V mit der Bedingung (13) in

$$\Psi(r) = \frac{2 \int \lambda \frac{\varphi(r),_r}{\varphi(r)} dV}{V} \quad (15)$$

übergeht. Es kommt zum Übergang der Teilchen- zur Felddarstellung, die eine im R_3 über ein Volumen V gemittelte Teilchendarstellung ist.

Differenziation von $\varphi(r)$ ergibt

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{\lambda^2 C e^{\lambda r}}{(1 + C e^{\lambda r})^2} \quad (16)$$

und für $\Psi(r)$ den Ausdruck:

$$\Psi(r) = \frac{-2\lambda^2 \int_V \frac{Ce^{\lambda r} dV}{(1+Ce^{\lambda r})}}{V} \quad (17)$$

Ist $\lambda < 0$, dann wird mit $\lambda r = u$, $dV = 4\pi r^2 dr$ bei Integration

$$\Psi(r) = \frac{8\pi}{\lambda} \left[\int_V \frac{Cu^2 e^{-u} du}{(1+Ce^{-u})} \right] / V \quad (18)$$

erhalten. Mit $A = \int_0^\infty \frac{u^2 e^{-u} du}{(1+Ce^{-u})}$ wird für $C \ll 1$, wie sich noch ergeben wird,

$$\int_0^\infty u^2 e^{-u} du = 2 = A \quad (19)$$

Bei der Lösung der Eigenwertgleichungen ergab sich bereits $1/\lambda = -\alpha_g \hbar/mc$, mit der Gravitations-Kopplungskonstante $\alpha_g = -Gm_p/m\hbar c$, wobei m die Teilchenmasse und m_p die Plancksche Masse sind. So dass

$$1/\lambda = -Gm_p/c^2 \quad (20)$$

erhalten wird. Die rechte Seite von Gl.(20) hat die Dimension einer Länge, die als Plancksche Länge nicht unterschritten werden kann. Da N Teilchen mit der Masse m eines Teilchens im Volumen V vorkommen, wird Ψ zu

$$\Psi = -\frac{8\pi Gm_p}{V c^2} N 2C, \quad \text{was mit } C = m/2m_p \text{ zu}$$

$$\Psi = -\frac{8\pi Gm_p}{V c^2} N \frac{m}{2m_p} = -\frac{8\pi}{c^4} G \frac{Nm}{V} c^2 \quad \text{führt, wobei } Nm/V = \mu \text{ die}$$

Massendichte der Teilchen wiedergibt. Es wird somit

$$\Psi = -\frac{8\pi}{c^4} G \mu c^2 \quad (21)$$

Da $\mu c^2 = T_{44}$ und $\kappa = 8\pi G/c^4$ gesetzt werden kann, wird Gl.(8) mit $g_{44} \approx -1$ zu

$$(R_{44} - \frac{1}{2} g_{44} R) = \kappa T_{44} \quad (22)$$

Gl.(22) ist aber eine Komponente der Einsteinschen Feldgleichungen, die

$$(R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R) = \kappa T_{ik} \quad (23)$$

lauten.

Somit gehen aus den Eigenwertgleichungen gemäß Gl.(1) die Einsteinschen Feldgleichungen hervor. Da die rechte Seite von Gl.(22) die gravitative Kopplungskonstante über den Eigenwert λ erhält, können für andere Wechselwirkungen und zugehörigen Massen von Elementarteilchen modifizierte Einsteinsche Feldgleichungen angegeben werden, wobei die rechte Seite von Gl.(23) über die Funktion $\Psi(r)$ von Gl.(15) bestimmt werden kann.

Einsteins Gleichungen wurden über die Beziehung

$$R_{kl} = C_{\underline{m}} \Gamma_{kp}^{\underline{m}} = -\Gamma_{kp, m}^{\underline{m}} + \Gamma_{sp}^{\underline{m}} \Gamma_{km}^s = \lambda_m \Gamma_{kp}^{\underline{m}} \quad (24)$$

Mit $R_{kp} \rightarrow R_{kp}$ erhalten, bei der Pseudotensorverhalten auf der rechten Seite nur bei einfacher Koordinatenabhängigkeit $x_m = x_m(y_k)$ gegeben ist. Tritt jedoch die Abhängigkeit $x_m = x_m(\xi_p(y_k))$ auf, wobei x_m euklidischen und die übrigen nichteuklidischen Koordinaten entsprechen, was zu

$$g_{mp}(\text{ART}) \rightarrow \sum_{\mu, \nu=1}^3 g_{ik}^{(\mu\nu)}, \quad \text{mit } \mu, \nu = 1, 2, 3$$

$$\Gamma_{mp}^l(\text{ART}) \rightarrow \phi_{ik}^l = \Gamma_{ik(\kappa\lambda)}^{l(\mu\nu)} \quad \text{mit } l, m, p = 1, \dots, 4 \quad \text{und } i, k, l = 1, 2, \dots, 6$$

so kann zwar eine beliebige nichteuklidische Koordinatentransformation durchgeführt werden, doch die linke und rechte Seite von Gl.(24) wird trotzdem Tensorverhalten zeigen.

Anhang VI:

Tensorverhalten der polymetrischen Affinsymbole

Es werden die Christoffelsymbole für den Fall einer doppelten Koordinatenabhängigkeit $\xi^\alpha = \xi^\alpha(y^\gamma(x^\mu))$ mit den erweiterten metrischen Tensoren

$$g_{\mu\nu} = \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} \eta_{\alpha\beta} \quad (1)$$

hergeleitet und es wird gezeigt, dass diese Symbole $\Gamma_{\lambda\nu}^\rho(\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta})$ in diesem Fall echte Tensoren sind. Darin sind ξ^α euklidische Koordinaten, x^μ nichteuklidische, y^γ innere oder Energie-Koordinaten und $\eta_{\alpha\beta}$ der Minkowski-Tensor. ($\alpha, \gamma, \mu = 1, \dots, 6$)

Es wird über die γ, δ - Werte 1, 2, ..., 6 summiert.

Das Feld, das die Gravitationskraft bestimmt, ist der affine Zusammenhang $\Gamma_{\lambda\nu}^\rho(\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta})$, wobei das Eigenzeitintervall zwischen zwei Ereignissen mit einer infinitesimalen Koordinaten-Separation durch den metrischen Tensor $g_{\mu\nu}^{(\alpha\beta)}$ bestimmt wird. Da $g_{\mu\nu}^{(\alpha\beta)}$, wie üblich, als Gravitationspotenzial aufgefasst wird, müssen dessen Ableitungen das Feld $\Gamma_{\lambda\nu}^\rho(\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta})$ bestimmen.

Es werden die folgenden Ableitungen des metrischen Tensors gebildet:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} &= \left(\frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\lambda \partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial^2 y^\gamma}{\partial x^\lambda \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\lambda \partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial^2 y^\delta}{\partial x^\lambda \partial x^\nu} \right) \eta_{\alpha\beta} \\ \frac{\partial g_{\lambda\nu}}{\partial x^\mu} &= \left(\frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\lambda} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial^2 y^\gamma}{\partial x^\mu \partial x^\lambda} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\lambda} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\mu \partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\lambda} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial^2 y^\delta}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \right) \eta_{\alpha\beta} \\ - \frac{\partial g_{\mu\lambda}}{\partial x^\nu} &= \left(- \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\nu \partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial^2 y^\gamma}{\partial x^\nu \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\nu \partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial^2 y^\delta}{\partial x^\nu \partial x^\lambda} \right) \eta_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (2)$$

Bei der Aufsummierung dieser drei Gleichungen kürzen sich der 4. Term in der 1. Gleichung und der 4. Term der 3. Gleichung, sowie der 4. Term in der 2. Gleichung und der 2. Term in der 3. Gleichung. Der 2. Term der 1. Gleichung und der 2. Term der 2. Gleichung sind gleich.

Mit den Definitionen für die affinen Zusammenhänge

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda \equiv \frac{\partial x^\lambda}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu}, \quad \left\{ \begin{smallmatrix} \rho \\ \mu\nu \end{smallmatrix} \right\} \equiv \frac{\partial x^\rho}{\partial y^\gamma} \frac{\partial^2 y^\gamma}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \quad \text{und} \quad g_{\mu\nu} \equiv \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} \eta_{\alpha\beta} \quad (3)$$

und Berücksichtigung von Gl. (1) sowie einer Umschreibung der Indizes bleiben die einzelnen Summanden übrig:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} &= \Gamma_{\lambda\gamma}^\rho \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\rho} \frac{\partial y^\rho}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} \right) + \left\{ \begin{smallmatrix} \rho \\ \lambda\mu \end{smallmatrix} \right\} \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\rho} \frac{\partial y^\rho}{\partial x^\lambda} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} \right) + \Gamma_{\lambda\delta}^\rho \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\rho} \frac{\partial y^\rho}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} \right) = \\ &= g_{\rho\nu} \Gamma_{\lambda\mu}^\rho + g_{\rho\nu} \left\{ \begin{smallmatrix} \rho \\ \lambda\mu \end{smallmatrix} \right\} + g_{\rho\mu} \Gamma_{\lambda\nu}^\rho \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial g_{\lambda\nu}}{\partial x^\mu} = g_{\rho\nu} \Gamma_{\mu\lambda}^\rho + g_{\rho\nu} \left\{ \begin{smallmatrix} \rho \\ \mu\lambda \end{smallmatrix} \right\} + g_{\rho\mu} \Gamma_{\lambda\nu}^\rho \quad (5)$$

$$- \frac{\partial g_{\mu\lambda}}{\partial x^\nu} = -g_{\rho\lambda} \Gamma_{\nu\mu}^\rho - g_{\rho\mu} \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \quad (6)$$

Das ist ausgeschrieben:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} + \frac{\partial g_{\lambda\nu}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\lambda}}{\partial x^\nu} &= g_{\rho\nu} \Gamma_{\lambda\mu}^\rho + g_{\rho\mu} \Gamma_{\lambda\nu}^\rho + g_{\rho\nu} \Gamma_{\mu\lambda}^\rho + g_{\rho\nu} \Gamma_{\mu\lambda}^\rho - g_{\rho\lambda} \Gamma_{\nu\mu}^\rho - g_{\rho\mu} \Gamma_{\nu\lambda}^\rho + 2g_{\rho\nu} \{^\rho_{\lambda\mu}\} \\ &= 2 g_{\rho\nu} [\Gamma_{\lambda\mu}^\rho + \{^\rho_{\lambda\mu}\}] \end{aligned} \quad (7)$$

Daraus folgt für den affinen Zusammenhang bei doppelter Koordinatenabhängigkeit $\Gamma_{\lambda\nu}^\rho(\alpha^\beta)$:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\lambda\nu}^\rho(\alpha^\beta) &= \frac{1}{2} g^{\mu\nu} (g_{\mu\nu,\lambda} + g_{\lambda\nu,\mu} - g_{\mu\lambda,\nu}) - \{^\rho_{\lambda\mu}\} \\ \Gamma_{\lambda\nu}^\rho(\alpha^\beta) &= \Gamma_{\lambda\nu}^\rho - \{^\rho_{\lambda\mu}\} \end{aligned} \quad (8)$$

Diese Drei-Zeiger-Symbole $\Gamma_{jk}^i(\alpha^\beta) \equiv [j^i_k](\frac{\alpha^\beta}{\gamma^\delta})$, die Heim *Kondensor* nennt, sind der invariante Ausdruck für das Schwerfeld; dieses lässt sich nicht, wie bei Einstein, forttransformieren. Sie enthalten einen Gravitations- und einen Trägheitsanteil.

Bei einer Koordinatentransformation gehen die $\Gamma_{jk}^i(\alpha^\beta)$, die von $\xi^m = \xi^m(y^j(x^k))$ abhängig sind, über in das Koordinatensystem mit $\bar{x}^i = \bar{x}^i(x^k)$, in das $\Gamma_{jk}^i(\alpha^\beta)$ transformiert wird. Dabei kompensieren sich die Terme außer demjenigen, der die Tensoreigenschaften charakterisiert. Wird nämlich der erste Term auf der rechten Seite von Gl.(5) auf ein neues Koordinatensystem $\bar{x}^i$ bezogen, so transformieren sich die Ableitungen der $\bar{g}_{kl}$ wie folgt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \bar{x}^i} \bar{g}_{kl} &= \frac{\partial}{\partial \bar{x}^i} \left(g_{jm} \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^l} \right) \\ &= \frac{\partial g_{jm}}{\partial x^n} \frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^i} \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^l} + g_{jm} \frac{\partial^2 x^j}{\partial \bar{x}^i \partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^l} + g_{jm} \frac{\partial^2 x^j}{\partial \bar{x}^i \partial \bar{x}^l} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^k} \end{aligned} \quad (9)$$

Damit wird der Klammerausdruck in (8) zu (10)

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}^k} \bar{g}_{il} + \frac{\partial}{\partial \bar{x}^l} \bar{g}_{ik} - \frac{\partial}{\partial \bar{x}^i} \bar{g}_{kl} = \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^i} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^l} \left(\frac{\partial g_{mj}}{\partial x^n} + \frac{\partial g_{nj}}{\partial x^m} - \frac{\partial g_{mn}}{\partial x^j} \right) + 2g_{mn} \frac{\partial^2 x^m}{\partial \bar{x}^k \partial \bar{x}^l} \frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^i}$$

und mit

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2} g^{ij} \left(\frac{\partial g_{jl}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^l} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^j} \right) \quad (11)$$

wird aus Gl.(10):

$$\bar{\Gamma}_{kl}^i = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^j} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^l} \Gamma_{kl}^i + \frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^j} \frac{\partial^2 x^j}{\partial \bar{x}^k \partial \bar{x}^l} \quad (12)$$

Der 2. Term auf der rechten Seite der Gleichung (8) transformiert sich wegen Gl.(3) folgendermaßen:

$$\begin{aligned} \{^i_{kl}\} &= \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial y^j} \frac{\partial^2 y^j}{\partial \bar{x}^k \partial \bar{x}^l} = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^m} \frac{\partial x^m}{\partial y^j} \frac{\partial}{\partial \bar{x}^k} \left(\frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^l} \frac{\partial y^j}{\partial x^n} \right) \\ &= \frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^m} \frac{\partial x^m}{\partial y^j} \left[\frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^l} \frac{\partial x^p}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial^2 y^j}{\partial x^p \partial x^n} + \frac{\partial^2 x^n}{\partial \bar{x}^k \partial \bar{x}^l} \frac{\partial y^j}{\partial x^n} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

Mit Gl.(3) ist das

$$\{^i_{kl}\} = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^j} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^l} \{^i_{kl}\} + \frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^j} \frac{\partial^2 x^j}{\partial \bar{x}^k \partial \bar{x}^l} \quad (14)$$

Die Differenz zwischen (12) und (14) ergibt

$$\overline{\Gamma'_{jk}}() = \left[\Gamma'_{kl} - \left\{ \begin{matrix} i \\ kl \end{matrix} \right\} \right] \frac{\partial \overline{x^i}}{\partial x^k} \frac{\partial \overline{x^m}}{\partial x^j} \frac{\partial \overline{x^n}}{\partial x^l} = \Gamma'_{mn}() \frac{\partial \overline{x^i}}{\partial x^k} \frac{\partial \overline{x^m}}{\partial x^j} \frac{\partial \overline{x^n}}{\partial x^l} \quad (15)$$

Das Schwerfeld $\Gamma'_{jk} \left(\begin{smallmatrix} \alpha\beta \\ \gamma\delta \end{smallmatrix} \right)$ wird beim Übergang zu geodätischen Koordinaten nicht forttransformiert, es wird nur in seinen Wirkungen durch Trägheitskräfte kompensiert. Auch in der bimetrischen Gravitationstheorie von Max Kohler (1953) sind die Christoffelsymbole echte Tensoren. Kohler geht von einer nichteuklidischen und einer pseudoeuklidischen Maßbestimmung aus. Sie unterscheiden sich durch die Anwesenheit von Materie und Energie. Max von Laue sah darin einen großen Fortschritt gegenüber der ART, weil sie „einige als Härten empfundene Züge der Einsteinschen Theorie beseitigt, nämlich die Forttransformierbarkeit des Gravitationsfeldes mit seinen Kräften und Spannungen.“ (v. Laue 1965)

Wenn die Koordinaten nicht von den Energiekoordinaten y^α abhängen, dann verschwindet in Gl. (7) der Zusammenhang $\left\{ \begin{smallmatrix} \rho \\ \mu\nu \end{smallmatrix} \right\}$ und damit die Differenz des affinen Zusammenhangs, so dass wieder nur ein Pseudotensor in Gl. (8) erscheint.

Nach Gl. (1) besteht der von Heim Korrelator genannte metrische Tensor $g_{\mu\nu}^{(\alpha\beta)}$ aus zwei Partialstrukturen $\kappa_{\mu\alpha}^{(\gamma)}$ und $\kappa_{\alpha\nu}^{(\delta)}$:

$$\left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\gamma} \frac{\partial y^\gamma}{\partial x^\mu} \right) \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial y^\delta} \frac{\partial y^\delta}{\partial x^\nu} \right) = \kappa_{\mu\alpha}^{(\gamma)} \kappa_{\alpha\nu}^{(\delta)} = g_{\mu\nu}^{(\gamma\delta)} \quad (16)$$

Wenn die Indizes γ und δ die drei Koordinatengruppen $1 \equiv x_5, x_6$, $2 \equiv x_4$, $3 \equiv x_1, x_2, x_3$ zusammenfassen: $\gamma, \delta = 1, 2, 3$, gilt:

$$\sum_{\gamma=1}^3 \kappa_{\mu\alpha}^{(\gamma)} \sum_{\delta=1}^3 \kappa_{\alpha\nu}^{(\delta)} = \sum_{\gamma, \delta}^3 g_{\mu\nu}^{(\gamma\delta)} \quad (17)$$

oder wenn die linke Seite ausgeschrieben und anstelle der Summe auf der rechten Seite eine Umklammerung mit Index $x \equiv a, b, c, d$, der die beteiligten semantischen Strukturen 1, 2 und 3 kennzeichnet, gesetzt wird:

$$(\kappa_{\mu\alpha}^{(3)} + \kappa_{\mu\alpha}^{(2)} + \kappa_{\mu\alpha}^{(1)})(\kappa_{\alpha\nu}^{(3)} + \kappa_{\alpha\nu}^{(2)} + \kappa_{\alpha\nu}^{(1)}) = (g_{\mu\nu}^{(\gamma\delta)})_{x=d} \quad (18)$$

Diese von Heim als Hermetrieform d bezeichnete Struktur enthält alle möglichen Kombinationen von Partialstrukturen. Durch die Einwirkung von Sieboperatoren $S(\gamma, \delta)$, die existieren müssen, aber deren Ursprung Heim noch nicht angab, können die Partialstrukturen mit dem Index 2 und/oder 3 gelöscht werden. Damit ergeben sich drei weitere Hermetrieformen:

$$S(2) \left(g_{\mu\nu}^{(\gamma\delta)} \right)_c = (\kappa_{\mu\alpha}^{(3)} + \kappa_{\mu\alpha}^{(1)})(\kappa_{\alpha\nu}^{(3)} + \kappa_{\alpha\nu}^{(1)}) = (g_{\mu\nu}^{(31)})_c \quad (19)$$

$$S(3) \left(g_{\mu\nu}^{(\gamma\delta)} \right)_b = (\kappa_{\mu\alpha}^{(2)} + \kappa_{\mu\alpha}^{(1)})(\kappa_{\alpha\nu}^{(2)} + \kappa_{\alpha\nu}^{(1)}) = (g_{\mu\nu}^{(21)})_b \quad (20)$$

$$S(2,3) \left(g_{\mu\nu}^{(\gamma\delta)} \right)_a = (\kappa_{\mu\alpha}^{(1)} \kappa_{\alpha\nu}^{(1)}) = (g_{\mu\nu}^{(11)})_a \quad (21)$$

In der letzten Hermetrieform tritt nur eine einzige Partialstruktur auf. Als Produkt liefert sie einen Korrelator. Wenn diese Partialstruktur $\kappa_{\mu\alpha}^{(1)}$ nicht von den Energiekoordinaten x_5 und x_6 abhängen würde, so ergäben sich mit den metrischen Koeffizienten $\kappa_{\mu\alpha}$ die Christoffelsymbole der Riemannschen Geometrie, die den Charakter von Pseudotensoren haben:

$$\overline{\Gamma}_{jk}^i(\) = \Gamma_{nm}^l(\) \frac{\partial \overline{x}^i}{\partial x^j} \frac{\partial x^m}{\partial x^l} \frac{\partial x^n}{\partial x^k} + \frac{\partial^2 \overline{x}^i}{\partial x^m \partial x^n} \frac{\partial x^m}{\partial x^j} \frac{\partial x^n}{\partial x^k} \quad (22)$$

In Gl. (8) bedeutet der erste Term die Schwere und der zweite Term die Trägheit. Doch der Satz von der Gleichheit der trägen und schweren Masse bleibt weiterhin bestehen. Der ART liegt die Idee zugrunde, dass das Beschleunigungsfeld einem Gravitationsfeld äquivalent ist. Da das Gravitationsfeld aber ein energetisches Feld ist, kann es nicht zugleich nur eine Raumzeit-Krümmung sein, wenn diese wie im Beispiel des fallenden Aufzugs getrennt voneinander betrachtet werden.

Formal existiert eine Äquivalenz von Beschleunigungs- und Gravitationsfeld; tieferliegend unterscheiden sich aber die beiden Felder, da das Beschleunigungsfeld nur von euklidischen und nichteuklidischen, also rein geometrischen Koordinaten, abhängig ist, wohingegen das Gravitationsfeld letztlich seine Raumzeitkrümmung von energetischen Koordinaten erhält. Das eigentliche Feld kann durch ein Beschleunigungsfeld nicht einfach forttransformiert werden. Um diesen Widerspruch aufzulösen, muss das Gravitationsfeld in sich bereits die Eigenschaften einer Raumzeit-Krümmung und eines energetischen Feldes aufweisen, das beschleunigungsmäßig Neutralisation ermöglicht, aber die Energieeigenschaft unverändert lässt. Diesem Umstand wird eine Metrik, die euklidische Koordinaten von Energiekoordinaten und diese wiederum von nichteuklidischen Koordinaten abhängig macht, gerecht. Durch eine Strukturierung der Energiekoordinaten und mit einer polymetrischen Betrachtungsweise der Fundamentaltensoren entsteht eine Vereinheitlichung aller bekannten Felder im Mikro- und Makrobereich.

Gl. (1): in Dröscher, W. & B. Heim 1996: Strukturen der physikalischen Welt und ihrer nichtmateriellen Seite, S. 17; Innsbruck: Resch

v. Laue, M. 1965: Die Relativitätstheorie, Bd. II, Braunschweig: Vieweg & Sohn

Illobrand v. Ludwiger

(Juli 2006)