

Ausgewählte Ergebnisse einer neuen einheitlichen Quanten- feldtheorie der Materie und Gravitation

=====

Burkhard H e i m

Deutsches Forschungsinstitut für Kraftfeldphysik und
allgemeine Kosmologie, Northeim/Han., Germany (BRD).

Vorbemerkung:

In der vorliegenden Abhandlung sollen einige ausgewählte Ergebnisse einer neuen einheitlichen Quantenfeldtheorie der Gravitation und der Materie zur Diskussion gestellt werden. Auf die außerordentlich schwierige und umfangreiche explizite Herleitung der diskutierten Ergebnisse kann hier im einzelnen nicht eingegangen werden, da dies nur im Rahmen eines mehrbändigen Werkes geschehen kann, welches sich z.Zt. in Vorbereitung befindet und erst zu einem späteren Termin erscheinen kann.

1. Einführung:

Um einen Anschluß an den gegenwärtigen Stand der Arbeiten auf dem Gebiet der einheitlichen Feldtheorie zu haben, sollen zu nächst einige wesentliche Methoden der Annäherung erwähnt werden. Man unterscheidet zwischen einer einheitlichen Feldtheorie, die das Spektrum der Elementarteilchen zu finden sucht, und unter Ausklammerung der gravitativen Wechselwirkung arbeitet, und zwischen einer einheitlichen Feldtheorie, die im wesentlichen weitreichende Kräfte unter Ausklammerung der singulären Feldquellen untersucht. Eine einheitliche Feldtheorie der Elementarteilchen versucht Heisenberg ¹ mit einer nichtlinearen Spinortheorie aufzustellen, indem er gruppentheoretisch eine Trennlinie zwischen "exakten Symmetrien" und des Grundzustandes "Welt" einerseits und den angenäherten Symmetrien des dynamischen Ursprungs andererseits zieht. Als mathematisches Hilfsmittel dient ihm die S-Matrix. Es lassen sich solche S-Matrizen konstruieren, die mit den Unitaritätsforderungen und mit der speziellen Relativitätstheorie verträglich sind und keine divergenten Terme besitzen. Der mathematische Rahmen der Quantenmechanik erfährt wegen der indefiniten Metrik im Hilbertraum eine Erweiterung. Diese Erweiterung wird damit interpretiert, daß der Wahrscheinlichkeitsbegriff nicht auf Raumgebiete kleiner als

10^{-14} cm angewendet werden kann. Die Auswahlregeln für Erzeugung und Vernichtung von Teilchen werden aus den Symmetrieeigenschaften einer fundamentalen Gleichung, in der neben einer fundamentalen Länge nur die physikalischen Konstanten, Lichtgeschwindigkeit und Wirkungsquantum auftreten, abgeleitet. Auch die Erhaltungsgesetze für Energie, Impuls und Drehimpuls für den klassischen sowie für den Quantenformalismus folgen aus dieser Gleichung.

Nun werden aber theoretische Gründe darauf hin, daß man in einer fundamentalen Feldgleichung die gravitative Wechselwirkung mit berücksichtigen muß:

W.F. Aus dem Feynmanschen Phasenintegral für die Einstein-Feldgleichungen leitet Wheeler (3) eine Beziehung ab, die besagt, daß das Produkt aus dem Quadrat der Schwankung einer Längenmessung und der Schwankung des Gravitationspotentials größer sein muß als das Quadrat der Planckschen kleinsten Länge $\lambda = 10^{-32}$ cm. Peres und Rosen (4) und Deser (5) konnten unter Anwendung der Heisenbergschen Unschärferelation eine ähnliche Beziehung angeben. Für sehr genaue Zeitmessungen werden die Schwankungen des Gravitationsfeldes nach Rechnungen von Wigner (6) ebenfalls sehr groß. Alle diese Beziehungen folgen nach De Witt (7) auch aus den Kommutationsregeln für das quantisierte Gravitationsfeld. In der Nähe der Feldquellen kann demnach das Gravitationsfeld nichtmehr als schwach vorausgesetzt werden.

Die andere Annäherung an das Problem erfolgt nicht von der quantenmechanischen, sondern von der allgemeinen relativistischen Seite. Klassisch gibt es drei Methoden, die weitreichenden Felder Gravitation und Elektromagnetismus einheitlich zu beschreiben:

1. Nicht-Riemannsche Theorien
2. Mehrdimensionale Theorien
3. Geometrodynamische Theorien

E.W.M. 1.) Eine modifizierte Riemannsche Geometrie verwendete Weyl (8) in einer Eichtheorie 1918 in einem Versuch, alle physikalischen Kräfte auf elektromagnetischen und gravitative Feldgleichungen so zu reduzieren, daß sie zu Lösungen für stabile geladene Teilchen führten. Zu gleichen Resultaten führt eine von Lyra (9) vorgeschlagene Modifizierung der Weylschen Geometrie, in die eine Eichfunktion eingeführt wird, welche ein Bezugssystem und Eichung definiert. Diese Erweiterung beseitigt einerseits die Nichtintegrabilität der Längenübertragung in der Weyl-Theorie und enthält außerdem einen kosmologischen Term in den Feldgleichungen (10). Lanzaos (11) entwickelt eine einheitliche Feldtheorie auf Grund einer Riemannschen Geometrie, die

durch ein Wirkungsprinzip mit nichtlinearen Krümmungskomponenten ausgezeichnet ist. Einstein ¹¹[12] und Schrödinger ¹²[13] arbeiten mit symmetrischen und unsymmetrischen affinen Zusammenhängen und metrischen Koeffizienten, gelangen aber zu keinen mit der physikalischen Empirie verträglichen Aussagen.

Alle einheitlichen Feldtheorien, die auf einem unsymmetrischen Zusammenhang beruhen, sollen nach Sciama ¹³[14] hingegen nichts mit Elektromagnetismus zu tun haben.

2.) Mit einer 5-dimensionalen Feldtheorie interpretieren Kaluza ¹⁴[15] und Klein ¹⁵[16] die Einstein-Maxwelltheorie durch quasi-geometrische Terme. Die Weltlinie eines geladenen Testpartikels im Raum-Zeit-Kontinuums sollen übereinstimmen mit einer geodätischen im 5-dimensionalen Raum. Dabei wird die 5. Koordinate als raumartig angesehen. Eine andere Verallgemeinerung des Formalismus ¹⁶[17] besteht in der

Preisgabe der Zylindrizitätsbedingung und der Annahme einer periodischen x^5 - Abhängigkeit aller Feldvariablen. Allerdings ist die physikalische Interpretation der in x^5 periodischen Funktion äußerst schwierig. Daher vermutet Pauli ¹⁷[18], daß es außer dem metrischen

$\gamma_{\mu\nu}(x^5, x^i)$ -Feld ($\mu, \nu = 1, \dots, 4, i = 1, 2, 3$)

noch andere z.B. Spinorfelder geben muß, die Teilchen mit niedriger Masse beschreiben.

Jordan ¹⁹[19] benutzt den Formalismus von Kaluza und χ_{55} als Skalarfeld, um die Gravitationskonstante der gewöhnlichen Theorie durch ein zeitabhängiges Feld ersetzen zu können. Der Gedanke einer zeitabhängigen Gravitationskonstante war schon früher von Dirac ²⁰[20] vertreten worden, der vermutete, daß diese dem Weltalter umgekehrt proportional sei. Nach einer Kritik von Hönl und Dähnen ²¹[Z. f. Astrophysik 68, 121 (1968)] an der Jordanschen Theorie, auf Grund von Untersuchungen über die Strahlungsverdünnung der 3° K- Hintergrundstrahlung, ändert Jordan seine Feldgleichungen ²²[Z. f. Astrophysik, 68, 201 (1968)], und erhält als Ergebnis eine Gravitationstheorie mit zeitabhängiger Gravitationskonstante wie sie der von Brous und Dicke entspricht ²³[23].

[G. Brous und R. H. Dicke, Phys. Rev., 124, 925 (1961)].
Nach Fierz ²⁴[24] ist es für eine unzweideutige Interpretation der χ_{55} als Gravitationskonstante erforderlich, spezifische Annahmen über die Wechselwirkung mit materiellen Teilchen zu machen, ohne die die Zeitabhängigkeit der aus den atomaren Dimensionen abgeleiteten Standardlängen und die Zeitabhängigkeit der Gravitationswirkungen zwischen

den Partikeln noch nicht definiert sind.

X S. 3

Ebenfalls 5-dimensional arbeiten Rayski [22], dessen Theorie die Existenz eines Teilchens mit 10^5 Nukleonenmassen voraussagt, und Kalitzin [23], dessen fünfte Koordinate zeitartig ist. Komar [24] weist daraufhin, daß die große Zahl der Elementarteilchen, Erhaltungssätze und Resonanzen, sowie die Entdeckungen Danjon's, daß eine Korrelation zwischen dem 11-Jahreszyklus der Sonnenaktivität und der Rotationsgeschwindigkeit der Erde besteht, und der Entdeckung Nedelov's, daß eine Korrelation existiert zwischen der Variation der astronomischen Einheit und dem 27-Tage-Variationen der Sonnenaktivität, vermuten lassen, daß das Konzept des Raum-Zeit-Kontinuums nur eine Näherung eines Universums mit weiteren Dimensionen sei.

3.) 1912 macht Mie [25] den ersten Versuch, Feld und Teilchen gemeinsam zu beschreiben, indem er die Existenz geladener Teilchen allein aus der Theorie des Elektromagnetismus ableitet.

Nach der Feldtheorie von Born und Infeld [26] werden Massen und Ladungen vollständig durch die Charakteristiken des Feldes bestimmt.

1967 greifen Misner und Wheeler [27] einen Gedanken von Rainich [28] wieder auf, die Feldquellen rein topologisch zu beschreiben, indem sie die Dynamik von „Wurmlöchern“, und „Geons“, untersuchen. Die Raumzeit bekommt eine Schaumstruktur, ... Die Einsteinschen Differentialgleichungen werden durch Integralbedingungen ersetzt. Da alle Maßstäbe, die kleiner als die Planck'sche Länge sind, zu einer Störung der Metrik der Lorentz-Minkowski-Signatur des Raum-Zeit-Kontinuums führen, ist es erforderlich, Riemannsche Räume zu untersuchen, in denen die Signatur eine notwendige diskrete Feldfunktion ist, wenn man die Bedingung der allgemeinen Kovarianz beibehalten will [29].

Die Geometrodynamik kann aber weder die Existenz einer Elementarladung noch Felder mit Spin beschreiben. Auch kann sie die experimentell

gefundene kleinste Länge von 10^{-14} cm nicht verstehen.

Eine Feldtheorie, die weitreichende Felder und Elementarteilchen mit allen Wechselwirkungen einheitlich beschreibt, muß den Quantenbegriff einführen. Die Quantisierung der Gravitation ist einmal erforderlich, um die Quantenbegrenzungen der Gravitationsfeldmessungen verstehen zu können, zum anderen wäre es unlogisch, wenn ein Massenpunkt, der ein klassisches Schwarzschildfeld erzeugt, selbst den Heisenbergschen Unsicherheitsprinzipien unterliegen soll.

Die Quantisierung wurde über zwei allgemeine Näherungsmethoden versucht:

A. Durch Voraussetzung eines nahezu ungekrümmten Raum-Zeit-Kontinuums,

B. durch geometrische oder kovariante Annäherung.

Im ersten Fall werden die Abweichungen von der ebenen Raum-Zeit als so klein vorausgesetzt, daß die Gravitationsgleichungen linearisiert werden können. Einstein [30]⁵² lehnte diese Methode zeitlebens ab. X Die zweite Annäherung behandelt die Feldgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie in ihrer vollen Kovarianten nichtlinearen Gestalt. Die Bemühungen um eine Quantisierung der kovarianten Theorie gehen von folgenden Formalismen aus:

B. 1. Kanonischer Formalismus und Hamilton-quantisierung.

2. Schwinger-Lagrangefunktion-Formalismus.

3. Feynmann's-Methode mit Summen-über-Geschichte.

4. Formalismus mit invarianten Kommutatoren.

5. Quantisierung mit Vierbeinormalismus.

A.] Die ersten Arbeiten zur Quantisierung der Gravitationsfeldgleichungen in einer ebenen Raum-Zeit-Annäherung gehen auf Rosenfeld [31]³² auf das Jahr 1930 zurück. Rosenfeld errechnet die Gravitations-selbstenergie des Photons mit einer Störungsrechnung erster Näherung und erhält ein quadratisch divergentes Ergebnis.

De Witt [32]³⁴ wandelt diese Selbstenergieberechnungen 1950 in eine manifest kovariante und eichinvariante Weise um, angeregt durch die Renormierungsmethode von Tomonaga, Schwinger und Feynmann. Die Rechnungen werden wieder mit der Störungstheorie in erster Näherung durchgeführt. Es zeigt sich, daß neben der gewöhnlichen elektromagnetischen Eichgruppe gleichzeitig auch eine mit der Gravitation gekoppelte Gruppe erfüllt werden muß, daß also bei fester Wahl der Eichung jede Koordinatentransformation von einer elektromagnetischen Eichtransformation begleitet sein muß.

Auf die Lagrangefunktion der klassischen Theorie wendet Gupta [33]³⁵ ebenfalls in ebener Raum-Zeit-Näherung die Quantisierungsmethode an, wobei er die Koeffizienten des Fundamentaltensors als gewöhnliche Variable behandelt, die keinerlei Zusammenhang mit der Metrik haben. Auch Feynmann setzt in seiner Theorie ein ebenes Raum-Zeit-Kontinuum voraus [34]³⁶. Neben einem linearen Feldanteil tritt in seiner Theorie ein nichtlinearer Anteil auf, der als effektive Selbstwechselwirkung fungiert.

B] 1.) Mit dem kovarianten Formalismus wird die nichtkommutative Algebra der Operatoren, speziell des Hamiltonoperators, in der Weise

untersucht, daß Eigenwerte und Übergangswahrscheinlichkeiten abgeleitet werden können (Bergmann [35]³⁵, Belinfante [36]³⁷). Die Feldvariablen werden durch Definition von Poisson- oder Dirac-Klammern [37]³⁹ in eine Lagrange-Fassung gebracht, die eine Darstellung durch lineare Operatoren im Hilbertraum zuläßt. Im Hilbertraum werden die Klammern durch Kommutatoren dargestellt. Es gilt dann, das Problem durch eine geeignete Operator Darstellung zu lösen.

2.) Misner, Arnowitt und Deser [38]⁴⁰ verfahren nach dem Schwingerschen Variationsprinzip, welches charakterisiert ist durch die Angabe einer Differentialgleichung für die Green'sche- oder Propagatorfunktion und durch die Möglichkeit kovariante Größen anzugeben.

3.) Misner [39]⁴¹ und Wheeler [40]⁴² wenden das Feynmann-Dyson-Quantisierungsschema an.

Die S-Matrix beschreibt allgemein die Wahrscheinlichkeitsamplitude für den Endzustand eines Systems für einen gegebenen Anfangszustand. In der Geometrodynamik werden die Endzustände beschrieben durch innere 3-Geometrien (d. h. 3-Topologien und 3-Metriken) der räumlichen Anfangs- und Endoberflächen. Die exakte Definition des Summierungsprozesses hängt davon ab, wie eine Messung im Geschichtsraum-, definiert ist. Man hat in der Geometrodynamik über alle möglichen Topologien zu summieren.

Von der Lorentzinvarianz der S-Matrix geht Weinberg [41]⁴³ aus. Er stellt in einer Störungsrechnung die S-Matrix für Photonen und Gravitationsprozesse auf und führt nichtkovariante Potentiale in die Wechselwirkung ein, um die Maxwell'schen und Einstein'schen Gleichungen zu bekommen.

4.) Bergmann und Komar [42]⁴⁴ und De Witt [43]⁴⁵ konstruieren invariante Kommutatoren, um mit diesen eine Operator Darstellung zu erhalten, welche die klassische Kommutator Darstellung für die Invarianten angibt. De Witt verallgemeinert die von Peierls [44]⁴⁶ entwickelte Methode der Konstruktion von Kommutatoren, während Bergmann und Komar infinitesimale kanonische Transformationen verwenden.

Von Komar werden mehrere Verfahren zur Auswahl geeigneter Observablen für ein Quantisierungsprogramm der Gravitationstheorie untersucht. Zunächst führt er die Bondi-Metzner-Sachs-Raum-Zeit-Gruppe in die Theorie ein [45]⁴⁷, um für die Lösungen der Einstein'schen Feldgleichungen asymptotisch ebene Grenzbedingungen im Unendlichen zu bekommen. Es tauchen problematische Faktor-ordnende Zweideutigkeiten auf, wenn man versucht, die Operatorbeziehungen aus dem Unendlichen in endliche Bereiche fortzusetzen.

In einem zweiten Verfahren wendet Komar ⁴⁸ [46] den Robinson-Bel-Tensor an, um mit dessen Hilfe einen kovarianten Anteil der Raum-Zeit-Translationsgruppe für eine lokale Quantisierung der Einsteintheorie abzusondern.

~~In einem weiteren Verfahren untersucht Komar~~ ⁴⁹ [47] die allgemein-relativistische Hamilton-Jakobi-Theorie mit dem Ziel, die Merkmale des Quantenzustandsvektors zu bestimmen, der die Hamilton-Jakobi-Funktion auf die WKB-Näherung reduziert. Die Feldvariablen

$g_{mm}(x^5)$, $p^{ms}(x^5)$ werden aus der Quantentheorie eliminiert.

Damit entfällt die schwierige Entscheidung, welche dieser Feldvariablen und der aus ihnen zusammengesetzten Terme als Basisvariable für die Quantisierung in Frage kommen, im Unterschied zu Wheeler und De Witt. Über das Äquivalenzprinzip wird der Satz von klassischen Variablen durch Äquivalenzklassen räumlicher Geometrien und deren Raum-Zeit-Darstellungen ausgedrückt. Die Theorie ist aber nicht in der Lage, explizit Observable zur Berechnung der Eichnormalform der räumlichen Metrik und unfähig, meßbare Eigenschaften anzugeben.

5.) Um die gravitative Wechselwirkung mit Spinorfeldern beschreiben zu können, müssen metrische Spinorfelder oder Tetradenfelder in die allgemeine Relativitätstheorie eingeführt werden.

Sciama ¹³ [14] nimmt den Vierbeinformalismus nach Weyl und führt differenzierbare Spinorfelder im Raum ein, die durch Terme von Lorentztransformationen des Vierbeins darstellbar sind.

Schwinger ⁵⁰ [48] untersucht die Quantisierung der konventionellen Theorie in Vierbeinform. Unter Verwendung dieses Formalismus errechnet Lanczos ¹⁰ [11], daß das extrem starke Gravitationsfeld einer mikromarken Raum-Zeit-Struktur periodisch von den Koordinaten abhängt. Das allgemeine Relativitätsprinzip in diesen Bereichen verliert in diesen Bereichen wegen dieses bis auf globale Lorentztransformationen fixierten Tetradenfeldes seine Gültigkeit. Der durch ein Tetradenfeld definierte Fernparallelismus erlaubt die Existenz eines eindeutigen Vakuums in der allgemein relativistischen Quantenfeldtheorie, Treder ⁵¹ [49] leitet die Spinvektorthorie der Gravitation direkt aus der Gültigkeit des Äquivalenzprinzips für Spinorfelder her. Als Folge der potentialartigen Kopplung der Spinvektorfelder mit dem Materietensor kommt es zu "Gravitations-Abschirmeffekten", die bei sehr großen und dichten "Massenanhäufungen einen Gravitationskollaps verhindern sollen. (Die Gravitationsfeldstärke wäre demnach kleiner als die nach Newton oder Einstein.) Kasper und Treder können mit der

Einige Feldvariable besitzen keine konjugierten Impulse, und die Impulskonjugierten der restlichen Feldvariablen sind nicht alle dynamisch unabhängig. Das Cauchy-Problem wird noch kompliziert durch das Fehlen der zweiten Zeitableitungen bei einigen Feldgleichungen. 1950 wenden Pirani und Schild die Hamiltontheorie nach Dirac auf die Quantisierung der Gravitation an. Die Kompliziertheit der resultierenden Algebra verwehrte es ihnen aber, die primären Beschränkungen (d. h. Eich-, Vierbein- und Koordinaten-Beschränkungen) abzuleiten.

Nach De Witt [7]⁶ (1958) lassen sich die primären Beschränkungen in reine Impulse ändern. Die Zustandsfunktion für die Gravitation muß demnach unabhängig von den Komponenten des metrischen Tensors sein. Die sekundären Beschränkungen (d. h. die dynamischen Beschränkungen) sind nach Higgs [51]⁵⁴ die Erzeugenden der infinitesimalen Transformationen der räumlichen Koordinaten. Die Zustandsfunktion muß dann koordinatenunabhängig sein und kann daher nicht als willkürliches Funktional der 3 räumlichen metrischen Komponenten angenommen werden.

Mandelstam [52]⁵⁵ führt 1962 den Riemannstensor direkt als dynamische Variable ein und erhält lokale Kommutator-Beziehungen und Bewegungsgleichungen für die Variablen, die zusammen mit den wegababhängigen Gleichungen eine quantisierte Beschreibung des Gravitationsfeldes liefern. Es bleibt noch zu klären, ob nicht zunächst der Riemannstensor bekannt sein muß, bevor das System von Weyen verwendet werden darf.

Arnowitt, Deser und Misner [53]⁵⁶ wenden den kanonischen Formalismus an, um in klassischer Weise eine Interpretation für Energie und Gravitationsstrahlung zu bekommen. Wheeler [54]⁵⁷ übernimmt 1964 diesen Formalismus und behandelt ihn quantenmechanisch. Eine Deutung der Bereichsmannigfaltigkeiten für das quantenmechanische Zustandsfunktional gibt De Witt [55]⁵⁸ 1967.

Die kanonische Theorie beschreibt das Quantenverhalten der 3-Räume, die als zeitveränderliches geometrisches Objekt angesehen werden. Dabei bleibt unklar, was man unter den Amplituden für 3-Geometrien oder unter der Wellenfunktion des Universums zu verstehen hat.

Die manifest kovariante Theorie De Witt's beschreibt das Verhalten von reellen und virtuellen Gravitonen, die sich in den 3-Geometrien ausbreiten, und untersucht u. a. Streuung und Vakuumpolarisation. Diese Methode erlaubt Störungsrechnungen jeder Ordnung, die vollständig invariant und zweideutig sind. Ausgangspunkt ist die WKB-Approximationsmethode und die Hamilton-Jacobi-Theorie. Ein Netzwerk von Uhren bestimmt die Punkte im gekrümmten Raum-Zeit-Kontinuum. Unter-

sucht wird die gravitative Wechselwirkung mit einem steifen Medium. Um die Wellenfunktion des „Universums-mit-Uhr“ normalisieren zu können, müssen die Perioden dieses Universums kommensurabel gemacht werden. Der hochenergetische „cutoff“, der eingeführt werden muß, um die divergenten Integrale endlich zu machen, wird willkürlich angegeben.

Abgesehen von den großen mathematischen Erfolgen bei der Behandlung einer einheitlichen quantisierten Feldtheorie, wie sie oben kurz erwähnt wurde, bleiben noch einige grundsätzliche Fragen offen. Die Wirkung der Gravitation darf nicht als bloße Störung behandelt werden; die Rechnungen mit Impuls- und Phasenräumen sind recht grobe Konstruktion, und physikalische Aussagen sind daraus schwer zu bekommen; mit der Feynmann'schen Graphentheorie lassen sich die inneren Strukturprozesse nicht wirklich verstehen; die Gruppentheorie SU_3 und SU_6 sind rein phänomenologische Klassifikationen; die Renormierungstheorie hat bisher keine mathematische Rechtfertigung finden können. Dies alles legt es nahe, eine völlig neue Methode zur Entwicklung einer einheitlichen quantisierten Feldtheorie zu versuchen.

2.) Ausgangspunkte der theoretischen Untersuchung:

Wenn man versuchen will, eine allgemeine Theorie zu entwickeln, mit deren Hilfe eine einheitliche Beschreibung aller materiellen Strukturen dieser Welt möglich sein soll, dann muß diese Theorie zum einen von gut fundierten empirischen Sachverhalten ausgehen und zum anderen so beschaffen sein, daß sie eine Beschreibung der Elementarkorpuskeln und Strahlungsquanten, sowie deren Wechselwirkungen impliziert; denn eine derartige einheitliche Theorie materieller Strukturen kann nur eine Theorie dieser elementaren Materiefeldquanten sein. An eine derartige einheitliche Theorie des materiellen Geschehens sind nach unserer Auffassung die folgenden Anforderungen zu stellen:

- a) Felder und Quellen müssen einheitlich beschrieben werden.
- b) Alle Erscheinungsformen der Materie müssen als Raumzeitstrukturen darstellbar sein, und Materiefeldquanten sollten als Eigenlösungen eines Systems nichtlinearer Feldgleichungen abgeleitet werden können.

- c) Die geometrische Struktur des Universums muß mit der Mikrostruktur der Materiefeldquanten in unmittelbarem Zusammenhang stehen.
 - d) Alle Kopplungskonstanten der Wechselwirkungsfelder müssen eine zahlenmäßige Bestätigung erhalten. Insbesondere muß die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante auf natürliche Weise aus der Theorie folgen. (Dann muß sich eine der drei physikalischen Konstanten als abgeleitete Größe erweisen.) [1]⁹
 - e) Die Zahlenwerte der physikalischen Konstanten müssen ableitbar sein, und das Wirkungsquantum muß eine natürliche Deutung erfahren. Die Theorie hat zu klären, warum Ladungen nur als ganzzahlige Vielfache einer Elementarladung erscheinen können, warum die Anzahl der elektrischen Kraftfeldlinien notwendig beschränkt ist, und warum die elektrische Feldstärke des Elektrons um einen Faktor 10^{40} größer als seine gravitative Feldstärke ist.
 - f) Eine einheitliche Feldtheorie muß singularitätenfrei sein. Divergenzen der Feldenergie von Punktquellen dürfen nicht mehr auftreten. Das aus der Theorie abgeleitete kosmologische Modell darf keine metrische Singularität am Zeiteursprung zeigen.
 - g) Neben dem Spektrum der Elementarteilchen müssen die Wechselwirkungs-Zerfallsprozesse erklärt werden können.
 - h) Die einheitliche quantisierte Feldtheorie muß als Näherung die Aussagen der Newton'schen Gravitationstheorie, der Maxwelltheorie und der Quantentheorie beinhalten.
 - i) Die Theorie muß experimentell überprüfbar sein und gegebenenfalls physikalische Voraussagen machen.
 - j) Es muß die Möglichkeit gegeben sein, den Elementarprozeß biologischen Geschehens zumindest im Prinzip aufzuzeigen. [2]¹.
- Diese zehn Forderungen dienen unseren theoretischen Bemühungen hinsichtlich einer einheitlichen Beschreibung der Natur als Konzept.

Bei der Wahl der empirischen Basis wurde versucht, möglichst allgemeine empirische Prinzipien zu finden und deren Zahl so klein als möglich zu halten. Es handelt sich bei dieser Basis zunächst um die empirischen Prinzipien:

- A) Im makromakren Bereich verläuft das materielle Geschehen immer in Raum und Zeit, derart, daß Energie sowie Impuls immer erhalten bleiben und die Entropie eines Systems von selbst nicht abnehmen kann.
- B) Im mikromakren Bereich erscheinen alle Wirkungen quantisiert; insbesondere gibt es kein materielles Kontinuum.

Neben diesen empirischen Prinzipien wurde es nötig, in die

Basis noch deskriptive, aber empirisch gefundene Naturgesetze aufzunehmen. Es handelt sich dabei um:

C) Das elektromagnetische Induktionsgesetz nach Maxwell, das Gravitationsgesetz nach Newton und das proportionale Anwachsen der Atomkernmassen mit dem Kubus des Kernradius.

Es wurde berücksichtigt, daß die Aussagen von C nicht exakt zu sein brauchen und sehr wahrscheinlich nur Näherungscharakter tragen.

Bei der mathematischen Durchführung des Programms wurden die folgenden mathematischen Prinzipien berücksichtigt:

1. Lorentzprinzip,
2. Kovarianzprinzip,
3. Quantisierungsprinzip,
4. Prinzip der Singularitätenfreiheit,
5. Prinzip dimensionsloser Naturkonstanten,
6. Äquivalenzprinzip,
7. Korrespondenzprinzip,
8. Hamilton-Jakobi-Prinzip,
9. Prinzip der kleinsten Wirkung,
- 10 . Prinzip größtmöglicher Symmetronik,
11. Geodätisches Prinzip.

Da bei der theoretischen Entwicklung von uns großer Wert auf einen deduktiven Charakter gelegt wurde, kam in extremer Weise das Arbeitsprinzip zur Anwendung neue Hypothesen wenn irgendmöglich, und Spekulationen grundsätzlich zu vermeiden.

3.) Skizzenhafte Darstellung des ~~theoretischen~~ theoretischen Ansatzes.

Eine einheitliche Theorie der Materie und ihrer Wechselwirkungen kann nur auf eine Theorie der Elementarteilchen, also der elementaren Materiefeldquanten (M_q) hinauslaufen, wobei auch die elektromagnetischen Strahlungsquanten als M_q aufzufassen sind. Das Spektrum der bekannten M_q ist überaus mannigfaltig, doch ist eine Eigenschaft für alle charakteristisch, nämlich ihre Massenträgheit. Daher wurde zunächst versucht, für den statischen Fall eine Beschreibung des Gravitationsfeldes eines M_q durchzuführen, wobei jedoch berücksichtigt wurde, daß jeder räumlich verteilten Feldenergie Trägheitsmasse als Feldmasse äquivalent ist.* Für das gravitative Feldniveau φ ergibt sich, wenn r der räumliche Abstand vom Symmetriezentrum und $\lambda = h/2mc$ die halbe Wellenlänge h/mc ist, eine Differentialgleichung, die jedoch nicht als Eigenwertproblem aufgefaßt werden kann.

Ihre Lösung $P_1 \exp(P_2 + P_3 \cdot z + P_4 \cdot q) = \text{const}$ enthält φ implizit in den $P_k(r, \lambda, \varphi)$, doch brauchen diese P_k für das folgende nicht diskutiert zu werden. Im halboffenen Intervall $0 \leq r < \infty$ haben sie jedenfalls keine Singularitäten. Die Funktionen z und q dagegen liefern weitere Aussagen; denn für sie gelten

$$z^2 = 1 - \frac{3}{8} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}} \right) \quad \text{und}$$

$$q^2 = \frac{n \cdot k}{F \cdot v^3} \left(\sqrt{9 \cdot n^2 + 63,25} - 3n + 8 \right) - \frac{v}{\omega}.$$

In diesen beiden Ausdrücken ist v die Geschwindigkeit einer gravitativen Wirkung (zum Beispiel eine M_q), F eine durch ein Feld bestimmte Fläche oder ein Teil davon (Niveaufläche), während $n > 0$ als Quantenzahl irgend eine positive ganze Zahl des reellen algebraischen Körpers sein soll. Weiter ist k eine Naturkonstante, die sich zu $k \approx 5,2 \cdot 10^{-46} \text{ m}^5 \text{ sec}^{-3}$ bestimmen läßt (es wird das internationale Maßsystem verwendet). Auch ω muß eine Naturkonstante sein, da es sich dabei um die zur Zeit noch völlig unbekannte Ausbreitungsgeschwindigkeit gravitativer Feldstörungen handelt. Die in der heutigen Literatur häufig zitierte Aussage $\omega = c$ erscheint uns doch sehr spekulativ. Da das Gesetz $P_1 \exp(P_2 + P_3 \cdot z + P_4 \cdot q) = \text{const}$ immer reell bleiben muß, gelten die Bedingungen $z^2 \geq 0$

und $q^2 \geq 0$. Extremwerte liegen offensichtlich bei $z^2 = 0$ und $q^2 = 0$, denn $z^2 = 0$ bedeutet, daß $\frac{3}{8} (1 + \sqrt{\frac{v^2}{1 + \frac{v^2}{c^2}}})$ ein

nicht mehr überschreitbares Maximum wird, was auch für $v = v_{\max}$ zur Folge hat.

$$\text{Aus } 1 - \frac{3}{8} (1 + \sqrt{\frac{v_{\max}^2}{1 + \frac{v_{\max}^2}{c^2}}}) = 0 \text{ folgt } v_{\max} = \frac{4}{3} c.$$

Da nach dem elektromagnetischen Relativitätsprinzip für die Geschwindigkeiten v aller M_q das Intervall $0 \leq v \leq c$ gilt, aber $v_{\max} > c$ ist, kann nur $v_{\max} = \omega$ sein, oder, für die unbekannt Ausbreitungsgeschwindigkeit gravitativer Feldstörungen gilt

$\omega = \frac{4}{3} c$, wenn c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist. Die andere Extrembeziehung $q^2 = 0$ legt für v den Extremwert ω nahe, und dies hat

$$\frac{n \cdot K}{F \cdot \omega^3} (\sqrt{9 \cdot n^2 + 63,25} - 3n + 8) - 1 = 0$$

oder allgemein für irgendwelche Niveauflächen

$$F = \frac{n \cdot K}{\omega^3} (\sqrt{9 \cdot n^2 + 63,25} - 3n + 8) \text{ zur Folge. Der}$$

Flächeninhalt erscheint somit als zahlen-theoretische Funktion eines ganzzahligen Index $n > 0$. Für die Fläche des kleinstmöglichen Inhalts $\tau = F_{\min}$ wäre demnach der kleinstmögliche Wert für n , nämlich $n = 1$ zu setzen.

Mit $K \approx 5,2 \cdot 10^{-45}$ und $\omega = \frac{4}{3} \cdot c \approx 4 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ wäre dann

$$\begin{aligned} & (\text{weil } \sqrt{72,25} = 8,5 \text{ ist}) \tau \approx 5,2 \cdot \frac{13,5}{64} \cdot 10^{-70} \text{ m}^2 \\ & \approx 10^{-70} \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Dieses etwas eigenartige Ergebnis sagt offensichtlich aus, daß irgend eine Raumfläche, die durch ein Kraftfeld bestimmt wird, nicht als mathematisches Punktkontinuum aufgefaßt werden darf, sondern aus einer endlichen Zahl von Elementarflächen vom jeweiligen Flächeninhalt τ zusammengesetzt wird, deren Flächeninhalt ungefähr 10^{-70} m^2 beträgt. Die Bildung des Feldvektors von ϕ zeigt schließlich noch, daß dieser Vektor aus zwei zueinander orthogonalen Vektoren besteht, von denen der eine als Newton'scher Beschleunigungsvektor interpretierbar ist, während der andere im Betrag wesentlich kleinere Vektor (von uns als Mesofeld bezeichnet) empirisch direkt nicht meßbar ist, aber als eine Art Koppelungsgröße der Gravitation (quantisiert) an

die M_q aufgefaßt werden muß.

Die weitere Analyse ging von den Ergebnissen $\omega = \frac{4}{3} c$ sowie $\tau > 0$ und der Existenz dieses koppelnden Zwischenfeldes aus. Unter der Voraussetzung hinreichendschwacher Gravitationsfelder $\varphi \ll c^2$ kann zunächst die Ausbreitung gravitativer Feldstörungen mit ω untersucht werden. Hierbei zeigte sich, daß die Matrix des elektromagnetischen Relativitätsprinzips (also die Lorenzgruppe der speziellen Relativitätstheorie) eine Korrektur erfahren muß. Die Elemente dieser vierreihigen quadratischen Matrix sind nämlich mit Korrekturfaktoren der Form $\gamma = (1 + \varphi/\omega^2)^{1/2}$ teilweise zu versehen. Diese gravitative Korrektur kann jedoch bei Messungen an relativistisch bewegten Objekten nicht festgestellt werden, weil in dem Korrekturfaktor φ das gravitative Beschleunigungsniveau des bewegten Objektes ist. Selbst im Fall kosmischer Massen bleibt im allgemeinen $\varphi \ll \omega^2$, so daß die Korrekturfaktoren empirisch unter der Meßbarkeitsgrenze bleiben; aber auch dann, wenn die nicht gegeben ist, hat der Korrekturfaktor trotz $\omega > c$ keinen Einfluß auf das relativistische Geschwindigkeitsintervall $0 \leq v < c$ ponderabler Objekte.

Aufgrund der hier kurz skizzierten Basis schien uns die Möglichkeit gegeben zu sein, den Begriff der gravitativen Wechselwirkung zu erweitern, und die allgemeine Gravitation durch eine nicht-hermitesche raumzeitliche Struktur über einem R_4 mit $x_4 = i c t$ zu beschreiben, wobei das Gravitationsfeld als gemischtvariantes Tensorfeld ψ_k erscheint. Liegt ein nichthermitescher Fundamentaltensor zugrunde, dann kompensieren sich zwar durch den Summationsprozeß in einer Metrik die antihermiteschen Tensorkomponenten, doch können immerhin mit $\epsilon_{ik} \neq \epsilon_{ki}$ Parallelverschiebungen definiert werden, die in ihren kovarianten Komponenten spaltbar sind. Mit derartigen Feldgrößen können dann in der bekannten Weise die tensoranalytischen Differentialoperatoren $\Gamma_{(p)}$ oder $\Gamma_{(pq)}$ in einem metrischen Strukturfeld definiert werden, wenn die Indizierungen p , beziehungsweise q jeweils für die Ziffern 1 und 2 stehen. Sind nun b und $\underline{b}$ zwei Massensysteme, welche über die gravitativen Feldstrukturen ψ und $\underline{\psi}$ in einem physikalischen Zusammenhang stehen, dann kann diese Wechselwirkung mit einem Strukturoperator Ω durch das nichtlineare System

$$\Gamma_{(p)} \Gamma_{(pq)} \Omega (\psi - \underline{\psi}) = 0, \quad \Gamma_{(2)} \Gamma_{(pq)} \Omega (\psi + \underline{\psi}) = 0,$$

sowie $\Gamma_{(p)} \Gamma_{(pq)} \Omega (\psi + \underline{\psi}) = 0,$

✓ (2) $\Gamma_{(pq)} - \Gamma_{(qp)} = 0$ beschrieben werden, Dieses System konnte noch nicht gelöst werden und soll aus diesem Grunde hier nicht weiter diskutiert werden. Liegt dagegen ein ungestörtes Feld ψ vor, welches nicht mit irgendeinem System b in Wechselwirkung tritt, dann wird $\psi = 0$. Dies bedeutet aber, daß das tensorielle System aus Operatorgleichungen durch eine einzige tensorielle Operatorbeziehung, nämlich $C \psi = \lambda \times \psi$ mit dem Funktional-

operator $\hat{C} = C \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_k} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_m^2} \cdot \epsilon_{ik} \cdot \frac{\partial \epsilon_{ik}}{\partial x_m} \right)$

$\frac{\partial^2 \epsilon_{ik}}{\partial x_m^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1 \partial x_k}$) der als metrischer Zustandsoperator interpretierbar

ist. Bildung des Matrizenpektrums liefert $\hat{C} \psi = \lambda \psi$, worin die λ als Eigenwerte in einem diskreten Punktspektrum liegen und eine Quantisierung des Gravitationsfeldes andeuten. Ist $A = \text{const}$ ein konstanter Tensor und ψ das skalare Beschleunigungsniveau des Gravitationsfeldes, dann wird $\psi = A \varphi$ möglich. Setzt man weiter für diesen Fall $\hat{C} = K$, dann deutet $K \varphi = \lambda \varphi$ trotz des stark approximativen Charakters dieser Beziehung eine Revision des Newton'schen Gravitationsgesetzes an. Hier bei muß allerdings gefordert werden, daß unter gegebenen Approximationsbedingungen $\varphi \rightarrow \varphi_n$ in das Newton'sche Beschleunigungsniveau $r \varphi_n = \gamma^2 M_0$ übergeht, wenn r der Abstand vom Gravitationszentrum, M_0 die Masse der Feldquelle und γ^2 die Gravitationskonstante ist.

4.2 Revision des Gravitationsgesetzes und Gravitationsgrenzen.

Wird in der Beziehung $K \varphi = \lambda \varphi$ angenommen, daß φ hinsichtlich der Zeit konstant ist und kugelsymmetrisch in einem euklidischen R_3 verläuft, so daß $\varphi(x_1, x_2, x_3) = \varphi(r)$ ist, und wird darüberhinaus nach dem Korrespondenzprinzip ein makromarer kontinuierlicher Feldverlauf untersucht, dann kann stets $\lambda \varphi = a \sigma$ der Massendichte σ der Feldquelle proportional gesetzt werden, während sich für K wegen $g_{lm} = \delta_{lm}$ des R_3 die Darstellung $K = \text{div grad} + (\text{grad } \varphi) \cdot \text{grad} + 4 c^2 \cdot (\bar{Q} \text{ grad} + Q^*)$ aufgrund der vorausgesetzten zeitlichen Konstanz ergibt. Man hat also $\text{div grad } \varphi + (\text{grad } \varphi) + 4 c^2 (\bar{Q} \text{ grad } \varphi + Q^* \varphi) = a \varphi$, worin $\bar{Q}$ durch die mittlere Masse m derjenigen Nuklide bestimmt

wird, welche die makromare Feldquelle M_0 aufbauen. Mit dem Einheitsvektor $\vec{r}_0$ in Richtung r und dem Wirkungsquant h gilt für $\vec{Q}$ die Beziehung $\vec{r} (h^2 - \gamma^2 m^2 r) \vec{Q} = \vec{r}_0 (h^2 + \gamma^2 m^2 r)$. Unter Voraussetzung der Kugelsymmetrie wird dann

$$\text{div grad } \varphi + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)^2 + 4 c^2 Q \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} + Q \varphi \right) = a \varphi$$

Für $\text{div grad } \varphi$ kann in der bekannten Weise $\text{div grad } \varphi \approx a \varphi$ gesetzt werden, wobei es sich jedoch um eine weitere Approximation handelt; denn exakt gilt diese Beziehung nur für $\varphi = \varphi_n$. Mit dieser weiteren Näherung ergibt sich also die elementar integrierbare nichtlineare Differentialgleichung

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)^2 + 4 c^2 Q \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} + Q \varphi \right) = 0, \text{ welche wegen } \varphi(r)$$

in die totale Form

$$\left(\frac{d \varphi}{d r} \right)^2 + 4 c^2 Q \left(\frac{d \varphi}{d r} + Q \varphi \right) = 0 \text{ mit}$$

$r (h^2 - \gamma^2 m^2 r) Q = h^2 + \gamma^2 m^2 r$ gebracht werden kann. Mit der Transformation $\varphi = c^2 (1 - (1 - q^2)^2)$ kann elementar integriert werden, was die Lösung $r q' \cdot e^{-q} = B (h^2 - r \gamma^2 m^2)$ mit der Integrationskonstanten B liefert. Da auf jeden Fall Singularitäten im Sinne von Unendlichkeitsstellen vermieden werden müssen kommt von q' nur der negative Zweig $q = 1 - \sqrt{1 - \varphi/c^2}$ in der Lösung zur Anwendung. In dieser Lösung $r q e^{-q} = B (h^2 - r \gamma^2 m^2)$ muß φ im Bereich interstellarer Entfernungen und im Fall hinreichend schwacher Feldstärken in sehr guter Näherung in das Newton'sche Gesetz $\varphi \rightarrow \varphi_n$ übergehen. In diesem Fall interstellarer Entfernungen und schwacher Gravitationsfeldstärken muß dann aber auch

$$(\varphi_n/c^2)^\mu \approx 0 \text{ für alle Potenzen } \mu \geq 2 \text{ erfüllt sein, während für}$$

diese astronomischen Entfernungen auch für den Fall der schwersten Elemente des periodischen Systems $r \gamma^2 m^2 \ll h^2$ bleibt, so daß nach Reihenentwicklung der Lösung die Newtonsche Näherung

$r \varphi_n = 2 B c^2 h^4$ liefert, was mit dem Newton'schen Gravitationsgesetz $r \varphi_n = 2 B c^2 h^4$ liefert, was mit dem Newton'schen Gravitationsgesetz $r \varphi_n = \gamma^2 M_0$ verglichen, die Bestimmung der Integrationskonstanten zu $2 B c^2 h^4 = \gamma^2 M_0$ ermöglicht. B ist also eine reelle positive Zahl, welche in der Lösung mit einer ebenfalls reellen Zahl (nämlich einem Quadrat) multipliziert erscheint, so daß auch $r q e^{-q}$ oder q reell bleiben muß, was $0 \leq \varphi \leq c^2$ bedingt.

Die Lösung zeigt, daß von einem Anfangswert $\varphi > 0$ die

Funktion $\varphi(r)$ abfällt, jedoch nicht in der asymptotischen Form $\varphi \rightarrow 0$ für $r \rightarrow \infty$, weil es einen Wert $r = \varrho < \infty$ geben muß, für welchen $h^2 - r^2 \varrho^2 m^2 = 0$, also auch $q(\varrho) = 0$ werden muß, was aber nur durch $\varphi(\varrho) = 0$ möglich werden kann. $\varphi(r) > 0$ fällt also ab, bis bei $r = \varrho < \infty$ der Wert $\varphi(\varrho) = 0$ erreicht wird, während für $r > \varrho$ wiederum $\varphi > 0$ ansteigt, weil in $\sqrt{r} q e^{-q} \sim (h^2 - r^2 \varrho^2 m^2)^2$ das Vorzeichen nicht geändert wird, wenn $h^2 - r^2 \varrho^2 m^2 < 0$ wird. Für diese kritische Distanz ϱ folgt aus dem Verschwinden dieser Differenz $\varrho^2 m^2 = h^2$. Wird diese mit B in die Lösung eingesetzt, dann ergibt sich

$$r q e^{-q} = \frac{\gamma^2 M_0}{2 c^2} \cdot (1 - r/\varrho)^2, \quad q = 1 - \sqrt{1 - \varphi/c^2},$$

$$0 \leq \varphi \leq c^2, \quad \varrho^2 m^2 = h^2 \dots\dots\dots 1.$$

Zur Interpretation der Distanz ϱ wird diese Beziehung nach r differenziert und berücksichtigt, daß der Betrag des Feldvektors, als der Fallbeschleunigung im kugelsymmetrischen Fall durch $g = \frac{d\varphi}{dr}$ gegeben ist. Die Differentiation liefert

$$g(r) = - e^q \frac{\gamma^2 M_0}{r^2} \cdot (1 - r^2/\varrho^2) \dots\dots\dots 2.$$

Aus dieser Beziehung folgt aber unmittelbar die Interpretation von ϱ , denn da e^q immer nur zwischen den Werten 1 und e liegen kann, bleibt für $r < \varrho$ stets $g < 0$ eine attraktive Beschleunigung, welche abfällt und für $r = \varrho$ mit $\varphi(\varrho) = 0$ ebenfalls zu $g(\varrho) = 0$ wird. Während aber $\varphi > 0$ für $r > \varrho$ wieder ansteigt, wechselt g für $r > \varrho$ das Vorzeichen zu $g > 0$ und wird somit jenseits ϱ zu einer abstoßenden Beschleunigung, welche für $r \gg \varrho$ einen konstanten Wert annähert. ϱ kann demnach als Grenze des attraktiven Gravitationsfeldes aufgefaßt werden, jenseits derer die Gravitation nicht mehr als Attraktionsfeld wirksam ist. Es erschien uns interessant, daß M_0 als makromare Feldquelle nur die Steilheit des Verlaufes der Funktionen $\varphi(r)$ und $g(r)$ bestimmt, während ϱ als ebenfalls makromare Größe allein von der mikromaren Zusammensetzung m dieser Feldquelle abhängt. Ist A_t das mittlere Atomgewicht und m_n die Nukleonenmasse, dann kann $m \approx A_t m_n$ oder $A_t^2 \cdot \varrho \approx \frac{h^2}{\gamma^2 m_n}$ gesetzt werden, was nach

Einführung der Naturkonstanten eine zur schnellen Abschätzung der Gravitationsgrenzen geeignete Beziehung

$A_1 \varrho \approx 46 \left[\frac{\text{MPC}}{\text{Lichtjahr}} \right] \dots\dots\dots 3$

liefert.

Da aus spektroskopischen Beobachtungen die ungefähre chemische Zusammensetzung und somit auch das mittlere Atomgewicht A_1 der Spiralnebel in grober Näherung bekannt ist, kann mit (3) der Betrag von ϱ eines Spiralnebels abgeschätzt werden. Aufgrund solcher Abschätzungen müßte ϱ eines Spiralnebels zwischen 10^7 und $8 \cdot 10^7$ Lichtjahren liegen. Wenn also die Spiralnebelabstände unter dieser Schranke liegen, dann müßten sie sich nach (2) im Sinne eines attraktiven Zusammenhanges beeinflussen und als Spiralnebelnest das Bild eines gravitierenden Systems bieten. Sind dagegen die Spiralnebel weiter voneinander entfernt, so daß $r > \varrho$ gilt, dann kann nach (2) kein attraktiver Zusammenhang bestehen und die Materie müßte sich völlig chaotisch im Raum verteilen. Wir sind geneigt, in diesem Sachverhalt den Grund dafür zu sehen, daß zwar Spiralnebelnester, aber keine übergeordneten Systeme beobachtbar sind. Vor längerer Zeit äußerte uns gegenüber W. Bade ^{Carl G.} ~~anlässlich einer Unterredung~~ die Auffassung, daß man hierin zwar keine quantitative, wohl aber eine qualitative Bestätigung der Beziehung (1) sehen kann.

5.) Elektronen und das kosmologische Problem.

Nach der Entwicklung des im vorletzten Abschnitt kurz skizzierten Systemraumzeitlicher Differentialgleichungen zur Beschreibung der gravitativen Wechselwirkung lag die Frage nahe, in wie weit dieses System eindeutig erweitert werden kann, derart, daß sämtliche überhaupt möglichen Wechselwirkungen beschrieben werden können. In einer derartigen Beschreibungsweise müßten dann singuläre Bereiche erscheinen, welche quantenhafte Diskontinuitäten bilden und die Quellen aller Wechselwirkungen darstellen. ^{Solche} Derartige Zentren müssen aber die empirisch bekannten, sowie ^{die} zur Zeit noch unbekannten Elementarkorpuskeln implizieren. Bei den Bemühungen um eine derartige Erweiterung zeigte sich zunächst, daß die Raumzeit R_4 ^{als} ~~als~~ Argumentbereich zu einem R_6 erweitert werden muß, von welchem der R_4 ein Unterraum ist; denn nur so können die notwendigen Symmetrieforderungen erfüllt werden. Auf diese Weise kann eine nichtlineare quantisierte Strukturtheorie entwickelt

werden, welche einerseits hermitesch ist, aber andererseits in ihrer nichtquantisierten Näherung nach dem Korrespondenzprinzip keine phänomenologischen Glieder enthält. Auch erschien es uns notwendig, die im vorletzten Abschnitt skizzierte Aussage $\tau > 0$ zu berücksichtigen. Dies führte jedoch zu der Schwierigkeit, daß nunmehr die Limesrelationen des Integrals und des Differentialquotienten nicht mehr gelten, doch konnte ein passendes Kalkül für $\tau > 0$ entwickelt werden. Die explizite Herleitung dieses ganzen Weges muß der in der Vorbemerkung erwähnten Publikation vorbehalten bleiben, doch können an dieser Stelle einige ~~immerhin-nahese~~ exakte Ergebnisse dieser Theorie zur Diskussion gestellt werden.

Für hinreichend große Abstände r von der Feldquelle wird das Korrespondenzprinzip wirksam, so daß der Anschluß an die Feldfunktion der Beziehung (1) erfolgt. Im mikromaren Bereich ändert sich dagegen der Verlauf des quantisierten Gravitationsfeldes verhältnismäßig stark. Ist λ die Materiewellenlänge der elementaren ponderablen Feldquelle, dann wird der Verlauf des Gravitationsfeldes bei der Annäherung $r > \lambda$ aus $r \gg \lambda$ immer steiler, so daß in der Umgebung $r \geq \lambda$ auch das Gravitationsfeld nichtmehr als Feld schwacher Wechselwirkungen betrachtet werden kann. Im Intervall $\lambda/2 \leq r < \lambda$ geht dieses nunmehr nichtmehr als schwach zu bezeichnendes Gravitationsfeld in ein ganzes Spektrum der verschiedensten starken und stärksten Wechselwirkungen über, welche sämtlich Nahwirkungscharakter tragen und steil exponentiell abfallen. Im Fall elektrisch neutraler Korpuskeln unter Ausklammerung der gravitativen Wechselwirkung besteht dieses Spektrum aus 29, aber im Fall elektrisch geladener Korpuskeln aus 71 Wechselwirkungsfeldern, welche sich in ihrer Stärke und Struktur unterscheiden. Ein solches Spektrum definiert schlechthin eine Elementarkorpuskel, welche nach dieser Auffassung als singulärer Bereich eines quantisierten Gravitationsfeldes erscheint.

Auf diese Weise kann man tatsächlich zu einem Massenspektrum möglicher Elementarkorpuskeln kommen, wobei die jeweilige Masse als zahlentheoretische Funktion ganzer Quantenzahlen auftritt. Allerdings ist dieses Massenspektrum noch nicht diskutabel; denn seine Terme liegen außerordentlich dicht. Zwar passen auf diese Weise die Massen aller empirisch bekannten Elementarkorpuskeln ausnahmslos bis auf unmeßbar geringe Fehlerabweichungen in dieses Schema, doch müßten wegen der sehr hohen Dichte der Termfolge weitaus mehr Elementarkorpuskeln nachweisbar sein, wenn in diesem Punkt die Theorie bereits vollständig wäre.

Wenn als Ergebnis einer wie auch immer gearteten Elementarteilchentheorie eine derartige zahlentheoretische Funktion extrem dichter Termfolge für die möglichen Massenwerte vorliegt, dann gestattet dies nach unserer Auffassung nur die folgenden Interpretationen:

- a) Die Theorie gibt neben den real existenten Strukturen mit einer Lebensdauer $t > 0$ auch sämtliche, zwar logisch möglichen, aber in der Natur nicht verwirklichten Strukturen mit $t = 0$ wieder.
- b) Alle Terme eines derartigen Massenspektrums müssen als Anregungszustände mehr oder minder geringerer Lebensdauer einzelner Grundstrukturen mit $t \rightarrow \infty$ aufgefaßt werden.

Würden wir die Interpretation (a) zulassen, dann fehlt eine Auswahlregel der Massenquantenzahlen für $t > 0$. Leider ist uns zur Zeit keinerlei Möglichkeit gegeben einen derartigen Ansatz für eine solche Auswahlregel zu finden. Im Fall (b) der Interpretation wäre evtl. ebenfalls das Problem einer Auswahlregel relevant, doch bietet sich diese Interpretation in sofern an, als es empirisch tatsächlich mindestens drei Strukturen mit $t \rightarrow \infty$ gibt, nämlich Neutrino, Elektron und Proton.

Akzeptiert man diese Interpretation (b), dann tritt allerdings die ebenfalls noch nicht beantwortete Frage nach der inneren Natur der mehr oder weniger kurzlebigen Anregungszustände auf, was zunächst mindestens eine Beschreibung der Grundstrukturen „Elektron“ und „Proton“ erforderlich macht.

Unabhängig von den noch nicht beantworteten Fragen hinsichtlich einer Auswahlregel der Terme oder hinsichtlich der Natur der Anregungszustände und unabhängig von der Entscheidung für die Interpretation (a) oder (b) wurde es trotzdem möglich, Aussagen über die Existenz einer elektrischen Elementarladung $e_{\pm}$ sowie über die untere Schranke des Massenspektrums zu gewinnen, welche imstande ist $e_{\pm}$ zu tragen.

Zur Anwendung gebracht wurden zwei Extremalprinzipien für Ladung und Masse. In Bezug auf die Ladung zeigte sich dabei, daß auf jeden Fall eine elektrische Elementarladung $e_{\pm} \neq 0$ existiert. Mit

$2 \pi \hbar = h$ und dem elektromagnetischen Wellenwiderstand R des leeren Raumes ergab sich für $e_{\pm}$ ein Wert $\pi e_{\pm} = \pm 3 \sqrt{\hbar/R}$, der um $+ 0,125 \%$ über der empirischen Elektronenladung $e_{\pm}$ liegt.

Da sich für die untere Schranke des Massenspektrums, welche noch $e_{\pm}$ tragen kann, die Aussage

$$c \eta m_e s_0 = 4 \cdot \sqrt[4]{\pi \eta} \cdot \sqrt[3]{3 \pi s_0 \hbar} \cdot \sqrt{\frac{c \hbar}{3 \hbar^2}} \quad \text{mit der Kürzung}$$

$\eta \sqrt[4]{4 - \pi^4} = \pi$ und der Einheitsstrecke $s_0 = 1$ [m] als Eichfaktor ergab, kann $\epsilon_{\pm}$ mit m_e nur als Elektron aufgefaßt werden; denn m_e deckt sich praktisch mit der empirisch gemessenen Elektronenmasse. Offenbar sind also Elektronen tatsächlich als elementare elektrische Ladungsquanten anzusprechen. Die Abweichung $|\epsilon_{\pm}| > |e_{\pm}|$ geht auf die Tatsache zurück, daß ein Elektron keine Punktladung sondern ein räumliches quantisiertes Feld eigener Struktur ist, welche als Ladungsfeld eines Elektrons erscheint. Auf diese Weise bleibt ein Ladungsanteil $\epsilon_{\pm} - e_{\pm} \neq 0$ latent. Dieser Sachverhalt kann auch formal in $\epsilon_{\pm}$ berücksichtigt werden, was zur Darstellung der Elektronenladung im ungestörten wechselwirkungsfreien Fall $\sqrt[4]{4} e'_{\pm} = \epsilon_{\pm} (3 + \sqrt{\eta})$ oder $\sqrt[4]{4} \pi^2 e'_{\pm} = \frac{1}{3} (3 - \sqrt{\eta}) \sqrt{\hbar/R}$ führt. Diese Beziehung beschreibt den Strukturzustand „Elektron“ im wechselwirkungsfreien Fall. Dieser Strukturzustand ändert sich dagegen, wenn das Elektron beispielsweise den s - Term auf der K - Schale eines H - Atoms besetzt und beim Quantensprung aus einem Anregungszustand unter H - Linienemission in den Grundzustand zurückgeht. Wegen dieser Andersartigkeit des Strukturzustandes im s - Niveau hat die Proportionalität $e'_{\pm} \sim \alpha c \hbar$ zwischen $e'_{\pm}$ und der Feinstrukturkonstanten α nur den Wert einer Näherung hinsichtlich $e'_{\pm}$, so daß nach unserer Auffassung nicht mit der Proportionalität substituiert werden darf um α zu errechnen. Es muß vielmehr die Änderung des Strukturzustandes durch die Koppelung in den s - Term berücksichtigt werden, was tatsächlich zu einer Darstellung der empirisch meßbaren Elektronenladung $e_{\pm} \neq e'_{\pm}$, nämlich $\sqrt[4]{4} \pi^2 \phi_{\pm} = \frac{1}{3} \sqrt{2(5\eta + 2\sqrt{\eta} + 1)} \hbar/R$ mit der bereits erwähnten Kürzung η führt. Erst mit dieser Beziehung kann in $e'_{\pm} \sim \alpha c \hbar$ substituiert werden, was dann eine Darstellung der Feinstrukturkonstanten durch reine Zahlen, nämlich $(2\pi)^5 \alpha = 9 (5\eta + 2\sqrt{\eta} + 1)$ liefert. Die theoretische Beschreibung des Elektrons als elektrische Elementarladung wird zusammengefaßt in

$$\boxed{e_{\pm}} = \frac{1}{4\pi^2} \sqrt{2(5\eta + 2\sqrt{\eta} + 1)} \hbar/R$$

$$\boxed{m_e} = \frac{4}{c\eta s_0} \sqrt[4]{\pi \eta} \sqrt[3]{3 \pi s_0 \gamma \hbar} \sqrt[5]{\frac{c \hbar}{5 \gamma^2}},$$

$$(2\pi)^5 \boxed{\alpha} = \frac{9}{(2\pi)^5} (5\eta + 2\sqrt{\eta} + 1) \sqrt{\eta} \sqrt[4]{4 + \pi^4} = \pi \dots \dots \dots 4.$$

Und diese Aussagen sind sämtlich überprüfbar. Wir setzen γ , h und c in Gleichung (4) ein und errechnen $e_{\pm}$ sowie α und m_e mit einem IBM-Rechner. Hierbei zeigte sich, wie leicht nachgeprüft werden kann, daß die Fehlerabweichungen derart gering sind, daß die Aussage (4) hinsichtlich des Elektrons als ~~praktisch~~ exakt bezeichnet werden darf. Auch erweist sich α als ~~konstante~~ kosmologische Konstante, was ebenfalls durch die Vermessung extragalaktischer Spiralnebelspektren von sehr weit entfernten Objekten bestätigt wird.

~~Die theoretischen Werte lauten:~~

$e_{\pm} = \pm 1,602103 \text{ As}$
 $m_e = 0,91076 \text{ kg}$
 $L = 1/137,03803$
 $\wedge 3 \text{ cm}$

In der Literatur wird häufig die sogenannte Planck'sche Länge L verwendet, welche durch $c L = \sqrt{\gamma^2 h/c}$ definiert ist. Nach unserer Auffassung handelt es sich hierbei lediglich um eine Naturkonstante mit Längendimensionierung, die aber kein Kriterium des leeren Raumes zu sein braucht. Aufgrund der Herleitung beschreibt L eine gedachte Elementarkorpuskel, deren Massendichte so hoch ist, daß an ihrer ebenfalls gedachten Oberfläche die zirkuläre Geschwindigkeit einer nach dem Newton'schen (!) Gravitationsgesetz gravitierenden Probemasse mit der Lichtgeschwindigkeit identisch wird. Wir können hierin zwar keine Möglichkeit zur Raumquantisierung erkennen, doch kann man L zur Kürzung als längendimensionierte Naturkonstante verwenden. Mit L folgt dann für m_e die einfache Darstellung $m_e \sqrt[3]{s_0} \sim \frac{h}{c \sqrt[3]{L}}$, worin der Proportionalitätsfaktor eine reine Zahl ist. In diesem Zusammenhang konnte v. L u d w i g e r ^[62] zeigen, daß das Verhältnis V der gravitativen zur elektronischen Attraktion eines Elektronenpaares, also

$$V = 4 \pi \epsilon_0 \gamma^2 \left(\frac{m_e}{e_{\pm}} \right)^2 \quad \text{-hierin ist } \epsilon_0 \text{ die Influenzkonstante-}$$

allein durch L ausdrückbar ist. Einsetzen von m_e und $e_{\pm}$

aus 4 in V liefert dann wegen $c \epsilon_0 R = 1$ für $V \sim L/s_0 \cdot \sqrt[3]{L/s_0}$, wobei der Proportionalitätsfaktor wiederum eine reine Zahl ist. Weiterhin zeigt v. L u d w i g e r ^[63], daß wegen der Existenz von $\tau > 0$ angenommen werden muß, daß der Querschnitt einer elektromagnetischen Feldlinie mindestens den Wert τ haben muß. Wird nun angenommen, daß die Elektronenwellen $\lambda = h/m_e c$ der Durchmesser eines kugelförmigen Elektrons ist, dann folgt für die Oberfläche $F = \pi \lambda^2$, von welcher elektrische Feldlinien vom Mindestquerschnitt τ ausgehen. Die Höchstzahl N dieser Feldli-

nien einer Elementarladung wäre dann $\sqrt{N} = F/\tau = \frac{\pi h^2}{\tau c^2 m_e^2}$

oder mit der Beziehung (4) und einer reinen Zahl als Proportionalitätsfaktor schließlich $\sqrt{N} \sim s_0 \cdot L/\tau \cdot \sqrt[3]{\frac{s_0}{L}}$. Es wird deut-

lich, daß N zwar sehr hoch liegt, aber wegen $\tau > 0$ doch $N < \infty$ bleibt, so daß hierin der Grund für die Endlichkeit der Zahl elektrischer Feldlinien zu sehen ist. Schließlich liefert noch das Produkt aus N und V die weitere Proportionalität $\tau N V \sim L^3$.

Mit der Beziehung (4) könnte nach unserer Auffassung auch das kosmologische Problem neu gestellt werden. Es kommt dabei im Wesentlichen darauf an, einen Weg zu finden, zwischen zwei konträren Auffassungen des Universums zu entscheiden. Im ersten Fall wird der Radius D des R_3 als zeitlich variabel und im zweiten Fall als konstant angenommen. Die Vorstellung eines dynamischen (expandierenden) Universums fordert $\dot{D} \neq 0$ und diejenige des statischen Universums $\dot{D} = 0$. Länge $D \neq 0$ vor, dann müßte $H = \dot{D}/D$ einen Beitrag zur beobachteten Linienverschiebung extragalaktischer Spiralnebelspektren liefern. Nach einer Hypothese von Dira^[19] und Jordan^[20] müßte γ vom Weltalter abhängen, derart, daß $H \sim \gamma/\gamma$ gilt, so daß $\gamma \neq 0$ unmittelbar $\dot{D} \neq 0$ zur Folge hat. Wenn es also gelingt, γ so exakt zu messen, daß $\gamma \neq 0$ nachweisbar ist, dann wäre damit zwischen den beiden Gruppen konträrer Kosmologien entschieden. Bei allen direkten gravimetrischen Verfahren zur γ -Bestimmung (einschließlich des Laser-Reflektors auf dem irdischen Mond) enthalten wegen des außerordentlich geringen Wertes γ derart viele unbekannte Störparameter, daß uns diese direkte Gravimetrie überaus problematisch erscheint.

Nimmt man im allgemeinen Fall an, daß über die Hypothese von Dira^[19] und Jordan^[20] hinaus neben γ auch ϵ_0 , c und h vom Weltalter abhängen, dann wäre denkbar, daß in

$V = 4 \pi \epsilon_0 \gamma/x^2$ auch das Verhältnis x der Elementarladung zur Elektronenmasse, also $m_e x = |e_{\pm}|$ vom Weltalter

abhängig ist. Da mit der Induktionskonstante μ_0 (die im allgemeinen Fall auch als Funktion des Weltalters angesprochen werden kann) immer $c \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 1$ gilt, folgt aus einer Zeitdifferentiation von $\epsilon_0 \gamma/x^2 \sim L \sqrt[3]{L}$ die Beziehung $\dot{\gamma}/\gamma = 6 \dot{x}/x + 3 \dot{\mu}_0/\mu_0 + 2 \dot{h}/h$. Demnach kann also allgemein

$$H = \dot{D}/D \sim \dot{\gamma}/\gamma = 6 \dot{x}/x + 3 \dot{\mu}_0/\mu_0 - 2 \dot{h}/h,$$

$$m_e x = |e_{\pm}| \dots \dots \dots 5$$

gesetzt werden. Im speziellen Fall wären μ_0 und h kosmologische Konstanten, so daß $\dot{\gamma} \neq 0$ mit $\dot{D} \neq 0$ zwangsläufig $\dot{z} \neq 0$ zur Folge hätte. Labortechnisch käme es also zunächst darauf an $\dot{z}$ spektroskopisch so genau als möglich zu messen und zu untersuchen, ob eine geringfügige Zeitänderung festzustellen ist. Dieses indirekte Verfahren scheint uns weniger problematisch als die direkte Gravimetrie, weil hier alle unbekannten Parameter entfallen. Allerdings besteht die Möglichkeit, daß im Fall $\mu_0 \neq 0$ und $h \neq 0$ eine Kompensation $\sqrt[3]{3 \mu_0/\mu_0 + 2 h/h} = -6 \dot{z}/\dot{z}$ eintritt, was $\dot{\gamma} = 0$ ergeben würde. Sind jedoch μ_0 und h kosmologische Konstanten, dann würde

$$\dot{\gamma}/\dot{z} = 6 \dot{z}/\dot{z} \dots\dots\dots 5 a$$

nach unserer Auffassung eine brauchbare Methode zur Feststellung $\dot{D} \neq 0$ oder $\dot{D} \approx 0$ bieten.

Es wäre zu bemerken, daß bei einem negativen Ausgang des durch (5 a) angedeuteten Experimentes die Beziehung $H \sim \dot{\gamma}/\dot{z} \neq 0$ trotzdem richtig bleiben muß, weil die zweifellos richtigen Aussagen der Beziehung (4) nicht mit der Vorstellung eines statischen Universums $\dot{D} = 0$, sondern nur unter der Voraussetzung $\dot{D} \neq 0$ gewonnen werden konnten. Ein negativer Ausgang des Experimentes (5 a) würde nach unserer Auffassung lediglich bedeuten, daß H nicht mit der empirischen Hubble-Konstante A identisch ist. Es wäre dann $H \ll A$, so daß $\dot{\gamma}/\dot{z}$ weit unter der spektroskopischen Meßbarkeitsgrenze von $\dot{z}/\dot{z}$ liegt.

Das in (5 a) angedeutete Experiment sollte demzufolge nicht zwischen $\dot{D} \neq 0$ und $\dot{D} = 0$ entscheiden, sondern nur über das dynamische Universum $H = A$ oder den quasistatischen Fall $H \ll A$, weil die Beziehung (4) mit ihren zweifellos richtigen Aussagen bereits $\dot{D} \neq 0$ entscheidet.

Im Fall $H = A$ wäre die Rotverschiebung extragalaktischer Spiralhebelspektren durch $\dot{D} > 0$ vollständig erklärt. Im Fall $H \ll A$ dagegen würde H nur einen geringen Beitrag zur Rotverschiebung liefern (der dann allerdings auch eine Blauverschiebung sein könnte), so daß in diesem quasistatischen Fall die durch A bedingte Rotverschiebung anders erklärt werden muß.

6.) ~~Spekulative Möglichkeit der~~
Rotverschiebung im quasistati-
schen Fall.

Es sei ein Massensystem C (Spiralnebelssystem) der Masse M_0 und der Gravitationsgrenze ϱ gegeben, in welchem sich ein Beobachtungsort S im Abstand $s_0 \gg 0$ vom Gravitationszentrum von C befindet, S liege jedoch noch innerhalb ϱ , so daß $s_0 < \varrho$ gilt. Soll eine Masse μ von S an einen Ort S_f auf $r = \varrho$ gebracht werden, dann muß μ eine kinetische Energie erhalten, die dem Gravitationspotential des Feldes $g < 0$ zwischen ϱ und s_0 entspricht. Wird jedoch μ in den Bereich $r > \varrho$ gebracht, dann müßte nach der Beziehung (2) das Feld $g > 0$ (wegen $f > \varrho$) die Masse μ von C fortbeschleunigen. Hierbei müßte aber μ einen ständigen Zuwachs an kinetischer Energie erhalten, der auf irgend eine Weise von C aufgebracht werden muß. Nimmt man dagegen an ~~und dies ist eine Spekulation~~, daß $g > 0$ jenseits ϱ nur latent existiert, also in $r > \varrho$ überhaupt keine radiale Beschleunigung $g > 0$ von C fortgerichtet bewirkt und $g > 0$ erst im Sinne einer Verzögerung wirksam wird, wenn μ aus $r > \varrho$ dem System C genähert werden soll, dann entfällt diese Schwierigkeit. Jenseits ϱ wirkt ~~nur dieser Voraussetzung~~ auf μ also keine abstoßende Beschleunigung, doch muß Energie aufgewendet werden, wenn μ aus $r > \varrho$ dem Massensystem genähert werden soll. Mit dieser ~~Spekulation~~ ^{Annahme} kann man offenbar im Fall $H \ll A$ die beobachtete Rotverschiebung mit Gleichung (1) verständlich machen.

Werden Vektoren durch Überstreichungen gezeichnet, dann gilt ganz allgemein für das Gravitationspotential $\vec{V} = - \mu \int \vec{g} d\vec{r}$. Neben dem Massensystem C existiere in einem hinreichend großen Abstand ein weiteres System C' der Masse M'_0 mit ϱ' . Im Abstand $s'_0 \gg 0$ vom Gravitationszentrum des C' (auch hier sei $s'_0 < \varrho'$) befinde sich ebenfalls ein Ort S' von welchem Photonen der Energie $E = h \gamma$, also der Wellenlänge $\lambda \cdot \gamma = c$ emittiert werden. Diese Distanz zwischen ϱ (C) und ϱ' (C') sei $s \gg \varrho$, während $\varrho \approx \varrho'$ (zumindest in der Größenordnung) sei. Der gradlinige Weg des in S' emittierten Photons zum Empfängsort S ist also $\varrho' - s'_0 + s + \varrho - s_0$. Das Photon $E = h \gamma$ habe nach $m c^2 = E$ die Feldmasse m . Nach der Emission bei S' (C')

läuft das Photon von s'_0 nach ϱ' und verliert hierbei die Feldmasse $\delta' m$, weil im g' - Feld das Potential

$$V' = - (m - \delta' m) \int_{s'_0}^{\varrho'} \bar{g}' d \bar{r}' \quad \text{mit } g' < 0 \text{ überwunden}$$

weden muß. Jenseits ϱ' wirkt nach der oben angeführten Spekulation C' nichtmehr auf das in $r' > \varrho'$ laufende Photon, wohl aber C im Sinne eines weiteren Verlustes von Feldmassen δm längs der Strecke s zwischen ϱ' und ϱ . Hier ist das Potential des g - Feldes von C mit $g > 0$ zu überwinden, welches gegeben ist durch

$$V = - (m - \delta' m - \delta m) \int_s^{\varrho} \bar{g} d \bar{r}. \quad \text{Das}$$

letzte Wegstück von ϱ zum Empfangsort $S(C)$, also $\varrho - s_0$

hat in Analogie zum "freien Fall" einen Energiegewinn des Photons zur Folge, so daß die Feldmasse um $\delta_1 m$ anwächst, so daß

$$V_1 = + (m - \delta' m - \delta m + \delta_1 m) \int_{s_0}^{\varrho} \bar{g} d \bar{r} \quad \text{mit}$$

$g < 0$ gilt. Die Potentiale V' , V und V_1 müssen durch Variationen der Photonenenergie gedeckt werden. Offenbar bedeuten

$V' = \delta' E$ und $V = \delta E$ Energieverluste des Photons und

$V_1 = - \delta_1 E$ einen Energiegewinn. Werden diese Energievariationen in die drei Beziehungen eingesetzt und mit c^2 multipliziert

dann ergeben sich wegen $E = m c^2$ die Beziehungen $\delta' E c^2 =$

$$= (E - \delta' E) \int_{s'_0}^{\varrho'} \bar{g}' d \bar{r}', \quad \text{so wie } - \delta E c^2 = (E - \delta' E - \delta E) \cdot$$

$$\cdot \int_s^{\varrho} \bar{g} d \bar{r} \quad \text{und } \delta_1 E c^2 = - (E - \delta' E - \delta E + \delta_1 E) \cdot$$

$$\cdot \int_{s_0}^{\varrho} \bar{g} d \bar{r}. \quad \text{Addition dieser drei Energievariationen liefert}$$

$$\text{die Gesamtvariation } c^2 (\delta_1 E - \delta' E - \delta E) = (E - \delta' E) \cdot$$

$$\cdot \int_{s'_0}^{\varrho'} \bar{g}' d \bar{r}' + (E - \delta' E - \delta E) \cdot \int_s^{\varrho} \bar{g} d \bar{r} -$$

$$- (E - \delta' E - \delta E + \delta_1 E) \int_{s_0}^{\varrho} \bar{g} d \bar{r}. \quad \text{Diese Beziehung kann}$$

$$\text{aber durch } (E - \delta' E - \delta E + \delta_1 E) \text{ dividiert werden. Da auf}$$

$$\text{jeden Fall } |\delta_1 E| \ll |E - \delta' E - \delta E| \quad \text{und } |\delta_1 E -$$

$$- \delta E| \ll |E - \delta' E| \quad \text{bleibt, gilt in guter Näherung}$$

$$(E - \delta' E) \cdot (E - \delta' E - \delta E + \delta_1 E)^{-1} \approx 1 \quad \text{und}$$

$$(E - \delta' E - \delta E) \cdot (E - \delta' E - \delta E + \delta_1 E)^{-1} \approx 1. \quad \text{Dies bedeutet aber}$$

$$c^2 (\delta_1 E - \delta' E - \delta E) \cdot (E - \delta' E - \delta E + \delta_1 E)^{-1} \approx$$

$$\approx \int_{s'_0}^{\varrho'} \bar{g}' d\bar{r}' + \int_s^{\varrho} \bar{g} d\bar{r} - \int_s^{s_0} \bar{g} d\bar{r} = K \quad (\text{es sei } K$$

eine Kürzung) und hierin ist zu berücksichtigen, daß für den Lichtweg $\cos(\bar{g}', \bar{r}') = -1$ zwischen s'_0 und ϱ' sowie $\cos(\bar{g}, \bar{r}) = -1$ zwischen s und ϱ wegen $g > 0$, aber $\cos(\bar{g}, \bar{r}) = +1$ zwischen ϱ und s_0 gilt. Damit wird aber

$$\begin{aligned} & \int_{s'_0}^{\varrho'} \bar{g}' d\bar{r}' + \int_s^{\varrho} \bar{g} d\bar{r} - \int_s^{s_0} \bar{g} d\bar{r} = \int_s^{\varrho} g dr - \\ & - \int_{s'_0}^{\varrho'} g' dr' - \int_s^{s_0} g dr = \varphi(s) \overset{-\varphi(\varrho)}{\quad} - \varphi'(\varrho') + \varphi'(s'_0) - \\ & - \varphi(s_0) + \varphi(\varrho), \text{ weil stets } d\varphi = g dr \text{ gilt. Nach Gleichung 1 ist aber auf den Gravitationsgrenzen } \varphi(\varrho) = \varphi'(\varrho') = 0 \text{ und damit wird } K = \varphi(s) + \varphi'(s'_0) - \varphi(s_0). \end{aligned}$$

Es kommt nunmehr darauf an φ zu eliminieren. Die Lösung (1) enthält $\varphi(r)$ nur implizit, doch kann eine unbekannte stetige Ortsfunktion $f(r)$ definiert werden, für welche an der Oberfläche $r = r_0$ der gravitativen Feldquelle $f(r_0) = 1$ gilt. Mit dieser Funktion kann dann

$$\varphi(r) = \frac{\gamma M_0}{r} f(r) \cdot (1 - r/\varrho)^2 \text{ geschrieben werden, wobei jedoch } f(\varrho) \neq 0 \text{ bleiben darf. Aus der Lösung (1) folgt}$$

$$q e^{-q} = \frac{\gamma M_0}{2 c^2 r} \cdot (1 - r/\varrho)^2 = \frac{\varphi}{2 c^2 f}. \text{ Andererseits}$$

$$\text{gilt aber } \varphi = c^2 (1 - (1 - q)^2) = c^2 \cdot q(2 - q), \text{ was eingesetzt } f = 1/2 (2 - q) e^q \text{ und somit}$$

$$\varphi = \frac{\gamma M_0}{2 r} (1 - r/\varrho)^2 (2 - q) e^q \text{ liefert. Hiermit ist}$$

aber die Möglichkeit gegeben, $K = \varphi(s) + \varphi'(s'_0) - \varphi(s_0)$ approximativ darzustellen. Für $\varphi \ll c^2$ wird offenbar $q \approx 0$ und dies gilt auf jeden Fall in sehr guter Näherung, sowohl für $\varphi'(s'_0)$ und $\varphi(s_0)$, während wegen $s \gg \varrho$ für $q \approx 1$ gesetzt werden darf. Damit ergibt sich aber

$$\varphi(s) \approx \frac{e \gamma M_0}{2 s} \cdot (1 - s/\varrho)^2 \approx \frac{e \gamma M_0}{2 \varrho^2}, \text{ s wegen}$$

$$s \gg \varrho. \text{ Ferner gilt } \varphi'(s'_0) - \varphi(s_0) \approx$$

$$\approx \frac{\gamma M_0}{s'_0} (1 - s'_0/\varrho')^2 - \frac{\gamma M_0}{s_0} (1 - s_0/\varrho)^2, \text{ woraus sofort deutlich wird, daß } |\varphi'(s'_0) - \varphi(s_0)| \ll \varphi(s) \text{ in guter Näherung}$$

*

Diese Beziehung gilt für den Einfluß desjenigen Spiralnebelsystems in welchem beobachtet wird. Da sich andererseits aber $g > 0$ für $R \gg \rho$ einem konstanten Wert annähert und die anfangs gemachte Latenzannahme für $g > 0$ gilt, wirkt nicht nur das Beobachtungssystem der Masse M_0 im Sinne $z > 0$, sondern ein Einfluß sämtlicher Spiralnebel im Lichtbereich, deren Wirkungen $g > 0$ ungefähr mit der Ausbreitungsrichtung x des beobachteten Photons zusammenfallen, derart, daß $\cos(g, x) \approx \pm 1$ bleibt. Wenn also die Beziehung (6) mit astronomischen Sachverhalten verglichen werden soll, muß in B die Masse M_0 durch die Masse $\overline{M}_0$ aller wirksamen Spiralnebelsysteme im Lichtbereich des R_3 ersetzt werden. Für die Konstante gilt nach dieser Überlegung

$$B = \frac{e \overline{M}_0}{2 c^2 \rho^2} \quad (6a)$$

wenn vorausgesetzt wird, daß die Russelszusammensetzung der Sternmaterie für sämtliche Spiralnebelsysteme gilt.

*

("enthält")

und wird weiter angenommen, daß ~~ca.~~ ca. 4000 - 8000 Spiralnebelsysteme in M_0 wirksam sind, dann folgt für die Hubblekonstante ein Näherungswert zwischen $H \approx 0,3 \cdot 10^{-17} \text{ sec}^{-1}$ und $H \approx 0,6 \cdot 10^{-17} \text{ sec}^{-1}$.

vernachlässigt werden kann, so daß $K = \frac{e \gamma M_0}{2 \varrho^2} \cdot s$ wird.

$|\varphi'(s_0) - \varphi(s_0)| \ll \varphi(s)$ hat aber unmittelbar für die Energievariationen des Photons $|\delta_1 E - \delta' E| \ll |\delta E|$ zur Folge, so daß auch $\sqrt{(\delta_1 E - \delta' E - \delta E) \cdot (E - \delta' E - \delta E + \delta_1 E)^{-1}} \approx -\delta E (E - \delta E)^{-1}$ sehr gut erfüllt ist. Einsetzen dieser Näherung liefert demnach für die Energievariation des Photons $-\delta E (E - \delta E)^{-1} \approx B s$, wenn zur Kürzung $B = \frac{e \gamma M_0}{2 c^2 \varrho^2} = \text{const.}$

verwendet wird. δE des in C' bei S -emittierten Photons wird also allein von den Eigenschaften B des Empfangssystems C bestimmt. Wegen $E = h \gamma = c h / \lambda$ kann δE nur $\delta \lambda$ zur Folge haben und zwar gilt $\delta E = c h \delta (1/\lambda) = -c h \frac{\delta \lambda}{\lambda^2} = -h \gamma z = -E z$,

wenn in der üblichen Weise für die Wellenlängenvariation $\lambda z = \delta \lambda$ gesetzt wird. Damit wird $-\delta E (E - \delta E)^{-1} = z (1 + z)^{-1}$. Insgesamt gilt demnach für die durch $g > 0$ in $r > \varrho$ bedingte Wellenlängenvariation des Photons $\frac{z}{1+z} \approx B s$ mit $B > 0$, so daß auch $z > 0$ sein muß. Da aus diesem Grunde auch $\delta \lambda > 0$ ist, kann $z \approx B s (1 - B s)^{-1} > 0$ nur eine Rotverschiebung des Photons sein. Dieses Ergebnis wird zusammengefaßt in

$$z \approx B s (1 - B s)^{-1}, \quad \lambda z = \delta \lambda,$$

$$\sqrt{2 c^2 \varrho^2 B} = e \gamma M_0 \dots\dots\dots 6.$$

Zur Interpretation von $B = \text{const}$ werde zunächst angenommen, daß die Rotverschiebung $z \ll 1$ bleibt, so daß $1 + z \approx 1$ und damit $z \approx B s$ gilt. Wird hierin z durch eine radiale Fluchtbewegung v als Dopplereffekt interpretiert, dann ist $z = v/c$ und $v \approx c B s$ zu setzen. Wird dies mit der empirischen Hubble-Beziehung $v \approx A s$ verglichen, dann folgt für die Hubble-Konstante die Darstellung

$$A = c B = \frac{e \gamma M_0}{2 c \varrho^2} \dots\dots\dots 6b,$$

die wiederum überprüfbar ist. Nach Russel ist die chemische Spiralnebelzusammensetzung gegeben durch 70 o/o H, 29 o/o He und 1 o/o schwere Elemente. Berücksichtigt man, daß He das kosmologisch-wahrscheinlichste Element ist, dann ergibt sich für das mittlere Atomgewicht der Spiralnebel der Wert 2,5 und somit für ϱ , weil $46 \text{ M P C l} \approx 1,42 \cdot 10^{24} \text{ cm}^3$ sind,

$\rho \approx 9,1 \cdot 10^{22} \text{ [m]}$ nach Gleichung (3). Wird weiter die astronomisch begründete Annahme gemacht, daß unser Spiralnebelsystem aus ca ²⁰⁰ ~~600~~ Spiralnebeln besteht, von denen jeder im Mittel 10^{44} [g] enthält, dann ergibt sich nach (6 a) für die H u b b l e - Konstante ein Näherungswert zwischen $A \approx 0,3 \cdot 10^{-17} \text{ [s}^{-1}\text{]}$ * und $A \approx 0,6 \cdot 10^{-17} \text{ [s}^{-1}\text{]}$. Wegen der großen Unschärfe hinsichtlich ρ und M_0 kann A nur in grober Näherung wiedergegeben werden, doch gilt die gleiche Unschärfe auch für die uns aus der Literatur vorliegenden spektroskopischen Meßwerte für A, die sich unter Berücksichtigung dieser Ungenauigkeiten jedoch gut mit dem aus (6 a) errechneten Wert decken. Aus diesem Grunde neigen wir zu der Annahme, daß die Beziehung (6) durchaus zur Beschreibung der Rotverschiebung geeignet ist. Es ist interessant, daß bei einer Untersuchung der in der Einleitung erwähnten mathematischen Studie von G. L y r a auf eine Anwendbarkeit in der Kosmologie (v. L u d w i g e r ebenfalls die Beziehung (6) herleiten konnte. [62]

Nach dem Ergebnis (6 a) steht nach unserer Auffassung nicht mehr $H = A$ zur Diskussion, so daß eine labortechnische Untersuchung im Sinne von (5 a) nur noch zwischen $H < A$ und $H \ll A$ zu entscheiden hat.

Aus Gleichung (6) folgt, daß es eine kritische Distanz $s_{\max} = y$ gegeben muß, für welche $1 - B y = 0$ und damit $z \rightarrow \infty$ wird. Für $s > y$ würde $z < 0$ eine Blauverschiebung beschreiben, welche für $s \rightarrow y$ über $z \rightarrow -\infty$ in $z \rightarrow +\infty$ umspringt. $z \rightarrow +\infty$ für $s = y$ bedeutet aber, daß wegen der unendlichen Rotverschiebung sämtlicher Spektrallinien aus $s \geq y$ überhaupt kein Photon mehr am Ort S in C empfangen werden kann. Die Beziehung

$$y = 1/B = \frac{2 c^2 \rho^2}{e^2 \lambda^2 M_0} , s \leq y \dots\dots\dots 6 \text{ a}$$

bedeutet, daß y der Radius eines "optischen Raumsegmentes" hinsichtlich C ist, innerhalb dessen ($s < y$) optische Vorgänge in C registriert werden können. Setzt man in $y = 1/B = c/A$ wegen $A \approx c B$ den errechneten Wert von A ein, dann folgt, daß y zwischen $5 \cdot 10^{24} \text{ [m]}$ und 10^{26} [m] liegen muß. Größenordnungsmäßig deckt sich demnach y mit dem aus der allgemeinen Relativitätstheorie herleitbaren Weltradius, der jedoch nach (6 c) nur der Radius eines relativen optischen Raumsegmentes ist. Da in $H = \dot{D}/D < A$ stets $\dot{D} \leq c$ gilt, liefert die Entscheidung $H < A$ nach (6 d)

und [6 6] die Aussage $D > c/A = 1/B = y$, das heißt, es ist mindestens $D > y$ im Fall $H < A$ oder $D \gg y$ im Fall $H \ll A$.

Nach den voangegangenen Untersuchungen muß es also in der Struktur des nicht leeren R_3 sozusagen „Vakuolen“ der Rotverschiebung geben, welche durch $r \leq \xi$ charakterisiert sind. Es erscheint uns interessant, daß diese Vakuolen der Rotverschiebung im Verlauf hinreichend langer Zeiten eine Kontraktion erfahren müßten; denn nach den heutigen Vorstellungen hinsichtlich intrastellarer Prozesse entstehen im Sternenninneren durch thermonukleare Brennvorgänge schwerere Elemente, so daß das mittlere Atomgewicht ansteigt, was aber nach Gleichung (3) eine Kontraktion der Vakuolen mit dem Kubus des langsam wachsenden mittleren Atomgewichtes zur Folge hat.

Es wäre noch zu bemerken, daß sich der durch Gleichung (6) beschriebenen Rotverschiebung nicht nur eine durch $H \neq 0$ bedingte Spektrallinienverschiebung überlagert, sondern auch noch eine durch einen Dopplereffekt bedingte Verschiebung, welche auf mögliche Perkularbewegungen der zur Diskussion stehenden Objekte zurückgeht.

Ich danke Herrn Dipl.-Phys. Illobrand v. Ludwiger ~~nicht nur für die Zusammenstellung der Literatur, sondern auch für manche gute Anregung.~~

Literaturnachweis

- ~~259~~ P.A.M. Dirac, "Umschau in Nat.Wiss.u.Technik",
Heft 1,2 (1964), Frankfurt
- ~~21~~ W.Heisenberg et.al., "Z.f.Naturforsch.", 14a, 441 (1959)
- ~~32~~ J.A.Wheeler, "Rev.of Mod.Phys." 29, 463, 465 (1957)
- ~~43~~ A.Peres und N.Rosen, "Phys.Rev.", 118, 335 (1960)
- ~~54~~ S.Deser, "Rev.Mod.Phys." 29, 417 (1957)
- ~~65~~ E.P.Wigner, "Rev.Mod.Phys." 29, 255 (1957)
- ~~76~~ B.C.De Witt, "The Quantization of Geometry", Inst.of Field
Physics, Univ.of North Carolina, (1960)
- ~~87~~ H.Weyl, "Raum-Zeit-Materie", Springer, Berlin (1923)
- ~~98~~ G.Lyra, "Math.Z.", 54, 52 (1951)
- ~~109~~ D.K.Sen, "Fields and/or Particles", The Reyerson Press
Toronto and Acedemic Press, London and New York
(1968)
- ~~110~~ L.Lanzcos, "Phys.Rev.", 134B, 476 (1964)
- ~~1211~~ A.Einstein und E.G.Strauss, "Ann.Math.", 47, 731 (1946)
- ~~1312~~ E.Schrödinger, "Proc.R.Irish.Acad.", 31, 163 u.205 (1947)
- ~~1413~~ D.W.Sciama, "Recent Developments in General Relativity",
Pergamon Press, Ltd.London, 415 (1962)
- ~~1517~~ Th.Kaluza, "Sitz.Preuss.Akad.Wiss.", 966 (1921)
- ~~1615~~ O.Klein, "Z.Phys.", 37, 895 (1926)
- ~~1716~~ O.Klein, "Arkiv.Mat.Astron.Fysik", B34A, Nr.1 (1946)
- ~~1817~~ W.Pauli, "Relativitätstheorie", Paolo Boringhieri (1963)
- ~~19~~ P.Jordan, "Schwerkraft und Weltall", Vieweg, Braunschweig (1955)
- ~~20~~ P.A.Dirac, "Proc.Roy.Soc.", (London) A165, 199 (1938)
- ~~2118~~ M.Fierz, "Helv.Phys.Acta", 29, 128 (1956)
- ~~2224~~ J.Rayski, "Acta phys.Polon." 27, 89-97 (1965)
- ~~2325~~ N.Kalitzin, "B'lgarska Akademia na Naukite, Fizicheski Insti-
tut s ANEB Izvestia, 17, 233 (1968)
- ~~2426~~ A.Komar, "Int.Konf.on Relat.Theories of Gravitation", London
(Juli 1965)
- ~~2527~~ G.Mie, "Ann.Physik", 37, 511; 39, 1 (1912)
- ~~2628~~ M.Born und L.Infeld, "Proc.R.Soc.A.", 144, 425 (1934)
- ~~2729~~ C.W.Misner und. J.A.Wheeler, "Ann.Phys.", 2, 525 (1957)
- ~~2830~~ G.Y.Rainich, "Trans.Am.Math.Soc.", 27, 106 (1925)
- ~~2931~~ J.A.Wheeler, "Geometrodynamics", Academic Press, New York (1962)
- ~~3032~~ A.Einstein, "Grundzüge der Relativitätstheorie", Vieweg & Sohn,
Braunschweig, 110 (1963)

- ~~31~~³³ L. Rosenfeld, "Z. Physik", 65, 589 (1930)
- ~~32~~³⁴ B.C. De Witt, Ph.D. thesis, Harvard University (1950)
- ~~33~~³⁵ S.N. Gupta, Proc. Phys. Soc., A65, 161, 608 (1952)
- ~~34~~³⁶ R.P. Feynmann, "Quantum Theory of Gravitation", Lecture delivered on 24, 1963, Yeshiva Univ.
(erwähnt in "Gravitation - An Introduction to Current Research" von J.L. Anderson, 280 (1962) von L. Witten, ed. by J. Wiley & Sons, New York)
- ~~35~~³⁷ P.G. Bergmann, "Nuovo cimento (10)", 2, 1177 (1956)
- ~~36~~³⁸ F.J. Belinfante, D.I. Caplan and W.L. Kennedy, "Rev. Mod. Phys.", 29, 518 (1957)
- ~~37~~³⁹ P.A.M. Dirac, "Can. J. Math.", 2, 129 (1950), 3, 1 (1951)
- ~~38~~⁴⁰ R. Arnowitt, S. Deser und C.W. Misner, "Phys. Rev.", 113, 745 (1959)
- ~~39~~⁴¹ C.W. Misner, "Rev. Mod. Phys.", 29 (1957)
- ~~40~~⁴² J.A. Wheeler, "Ann. Phys.", 2, 604 (1957)
- ~~41~~⁴³ S. Weinberg, "Phys. Rev.", 138, 4B (1965)
- ~~42~~⁴⁴ P.G. Bergmann und A. Komar, "Les Theories Relativistes de la Gravitation", Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 309 (1962)
- ~~43~~⁴⁵ B.C. De Witt, "Recent Developments in General Relativity", Pergamon Press 175 (1962)
- ~~44~~⁴⁶ R.E. Peierls, "Proc. Roy. Soc.", London, A24, 143 (1952)
- ~~45~~⁴⁷ A. Komar, "Phys. Rev.", 134, B1430 (1964)
- ~~46~~⁴⁸ A. Komar, "Phys. Rev.", 164, 1595 (1967)
- ~~47~~⁴⁹ A. Komar, "Phys. Rev.", 170, (1968)
- ~~48~~⁵⁰ J. Schwinger, "Phys. Rev.", 130, 1253 (1963)
- ~~49~~⁵¹ H.J. Treder, "Ann. Phys.", 20, (1967) ^{U. Kasper und H.J. Treder, Ann. d. Physik, 3-4, 201 (1969)}
- ~~50~~⁵³ P.G. Bergmann, "Phys. Rev.", 72, 680 (1949)
- ~~51~~⁵⁴ P.W. Higgs, "Phys. Rev. Letters", 1, 373 (1958); 3, 66 (1959)
- ~~52~~⁵⁵ S. Mandelstam, "Proc. of a conference held in Warsaw an Jablonna, Juli 1962, in "Relativistic Theories of Gravitation", von L. Infeld, Pergamon Press New York (1964)
- ~~53~~⁵⁶ R. Arnowitt, S. Deser und C.W. Misner, "Gravitation - An Introduction to Current Research", von L. Witten, ed. by J. Wiley & Sons, New York, 277 (1962)
- ~~54~~⁵⁷ J.A. Wheeler, "Relativity Groups and Topology", 1963
Les Houches Lectures (Gordon and Breach Science Publishers, Inc., New York (1964))
- ~~55~~⁵⁹ B.C. De Witt, "Phys. Rev.", 160, 1111 (1967) ^{[60] F. G. Freund, A. Mahoney und E. Schenberg, Astrophys. Journal, Vol. 157, 2, 851 (1967)}
- ~~56~~⁶² I.v. Ludwiger, Doktorarbeit, Göttingen (1969)
- ~~57~~⁶³ I.v. Ludwiger (persönliche Mitteilung 1969)
- ~~58~~⁶⁴ W. Baade (persönliche Mitteilung 1958)