

Suche nach der inneren Struktur der Materie

Nach heutiger Auffassung wird die Gravitation durch Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie beschrieben. Danach sind Trägheit und Schwere ein und dasselbe, und da sich die Trägheit forttransformieren läßt (zum Beispiel durch die Wahl eines frei fallenden Lifts als Bezugssystem), ist Gravitation eine Scheinkraft. Diese Scheinkraft entsteht durch die Krümmung der Raum-Zeit-Geometrie. Alle Experimente konnten diese Theorie Einsteins bisher bestätigen.

Die Schwerkraft läßt sich nicht abschirmen und offenbar auch nicht durch andere Felder (beispielsweise das magnetische) erzeugen. Damit Gravitationswellen (als Quadrupol-Strahlung) entstehen können, müssen ganze Sterne oder Sternsysteme schwingen oder kollabieren. Und auch dann noch sind die zu registrierenden Wirkungen äußerst schwach. Die Schwerkraft ist 10^{36} mal schwächer als die elektromagnetische Kraft. In der Einsteinschen Gravitationstheorie ist es hoffnungslos, Raumkrümmungen, Trägheitswirkungen oder Gravitationsfelder für technische Anwendungen zu erzeugen.

Etwas an der Allgemeinen Relativitätstheorie ist noch korrektur- oder erweiterungsbedürftig. Denn die theoretische Ursache für die Erfahrungstatsache, daß die schwere und die träge Masse gleich sind und was die Ursache dafür ist, konnte bisher noch nicht erbracht werden, weil die Innenstruktur elementarer Materiefeldquanten noch nicht bekannt ist.

Ausgangspunkt für die Gravitationstheorie, wie wir sie heute kennen, war Einsteins Versuch, die Ergebnisse der Speziellen Relativitätstheorie (SRT), wonach Naturgesetze in inertialen (gleichförmig gegen einander bewegten) Systemen gleich ablaufen, auch auf die Gesetze in gleichförmig gegeneinander beschleunigte Systeme auszudehnen. Die Invarianz der Naturgesetze wird in der SRT durch die 10-parametrische Lorentz-Gruppe (anstelle der Galilei-Gruppe) für Transformationen sicher gestellt.

Alle, auch die gegen den absoluten Raum beschleunigten Bezugssysteme sollten gleichberechtigt sein. Die Trägheit soll nach einer Idee von Ernst Mach durch die Wirkung aller am Himmel verteilten Sterne durch Induktion entstehen. Aufgrund der sehr genau bestätigten Äquivalenz von träger und schwerer Masse vermutete Einstein, daß der Kausalzusammenhang durch die Gravitationswechselwirkung zwischen den Fixsternen und den beschleunigten Körpern hergestellt würde. Um auch Beschleunigungen zu relativieren, ist es erforderlich, alle physikalischen Größen in einer Form zu schreiben, daß sie in beliebigen Koordinatensystemen - auch deformierten - unverändert blieben, daß sie also allgemein kovariant sind.

Dazu müssen physikalische Größen die Gestalt von 4-dimensionalen Tensoren besitzen, deren Eigenschaften durch die Art gegeben ist, daß sie sich bei Transformationen von einem zum anderen Bezugssystem nicht ändern.

Galilei hatte bereits festgestellt, daß alle Körper, unabhängig von ihrer Konsistenz (beispielsweise Blei und Watte) im Gravitationsfeld gleichen Bahnkurven folgen, also mußte die Wirkung der Schwerkraft, auf die Geometrie des Raumes selbst zurückzuführen sein.

Die Forderungen nach allgemeiner Kovarianz, die strenge Gleichheit von träger und schwerer Masse und die Forderung nach einer bestimmten Raumgeometrie führten Einstein zu seiner

Formulierung der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART), in der die Welt als Raum-Zeit mit Riemannscher Geometrie beschrieben wird, die ihre Krümmung durch die Verteilung der Energie-Impulsdichte im Raum erhält:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} = -\kappa T_{ik} \quad (1)$$

Darin bedeuten $g_{ik} = g_{ki}$ (mit $k, i = 1, \dots, 4$) den symmetrischen metrischen Fundamentaltensor, der folgendermaßen definiert ist: Sind ξ^l euklidische Koordinaten eines lokalen Inertialsystems und x^m nichteuklidische Koordinaten, dann sind beide Koordinatensysteme durch folgende Beziehung verknüpft:

$$g_{ik} = \eta_{lm} \frac{\partial \xi^l}{\partial x^i} \frac{\partial \xi^m}{\partial x^k} \quad (2)$$

$R_{\mu\nu}$ ist der Ricci-Tensor, das ist der verjüngte Riemannsche Krümmungstensor R_{limk} :

$$R_{ik} = g^{lm} R_{limk}, \quad (3)$$

R ist der Krümmungsskalar, T_{ik} der Energie-Dichte-Tensor der Materie und $\kappa = 8\pi\gamma/c^2$ eine Konstante, die bei Approximation auf kleine Geschwindigkeiten und geringe Gravitationsfeldstärken die Identität mit der Poissongleichung der Newtonschen Gravitationstheorie herstellt:

$$\Delta\varphi = 4\pi\gamma\rho, \quad (4)$$

wenn φ das Gravitationspotential, γ die Gravitationskonstante, ρ die Dichte der Materie und Δ den dreidimensionalen Laplace-Operator div grad bedeuten.

Diese Gleichung wird als eine der größten Denkleistungen der Menschheit angesehen. Einstein hatte den Strukturanteil mit einem phänomenologischen bzw. physikalischen Anteil gleich gesetzt, weil sowohl die kovariante Ableitung des Ricci-Tensors als auch der Energie-Impulsdichtetensor Null sind. Die Gleichungen (1) sind die einzigen allgemein kovarianten, lokalen Gleichungen 2. Ordnung, die durch eine Metrik erfüllt werden können.

Einstein bezeichnete den Ricci-Tensor als „universelles Führungsfeld“:

$$R_{ik} = \frac{\partial \Gamma_{il}^l}{\partial x^m} - \frac{\partial \Gamma_{ik}^l}{\partial x^l} + \Gamma_{il}^m \Gamma_{km}^l - \Gamma_{ik}^m \Gamma_{lm}^l \quad (5)$$

darin geben die Christoffel-Symbole $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$ die affine Verschiebung im gekrümmten Raum an:

$$\Gamma_{ik}^l = \frac{\partial x^l}{\partial \xi^m} \frac{\partial^2 \xi^m}{\partial x^i \partial x^k} \quad (6)$$

wobei die $\xi^m(x)$ lokale inertiale Koordinaten sind.

Diese Affintensoren transformieren sich nicht wie Tensoren, sondern (wenn die gestrichelten die Koordinaten des neuen Bezugssystems sind) folgendermaßen:

$$\Gamma_{ik}^l \longrightarrow \Gamma_{ik}^{\prime l} \equiv \frac{\partial x^l}{\partial x^m} \frac{\partial x^n}{\partial x^i} \frac{\partial x^m}{\partial x^k} \Gamma_{nm}^m + \frac{\partial x^l}{\partial x^m} \frac{\partial^2 x^m}{\partial x^i \partial x^k} \quad (7)$$

Bei Transformationen von Tensoren tritt das 2. Glied nicht auf. Für Affintensoren läßt sich immer ein Bezugssystem finden, in dem das zweite Glied gerade das erste kompensiert, so daß im neuen Bezugssystem die Γ^l_{ik} verschwinden. Darin äußert sich die Scheinkraft der Gravitation. Nur gegenüber linearen Transformationen bleiben die Γ^l_{ik} erhalten, verhalten sich also wie Tensor-Kräfte.

Mit den metrischen Koeffizienten g_{ik} hängen diese Dreizeigersymbole wie folgt zusammen:

$$\Gamma^l_{ik} = 1/2 g^{lm} \left(\frac{\partial g_{mi}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{mk}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^m} \right) \quad (8)$$

Die Bewegungsgleichungen für einen Massenpunkt m unter dem Einfluß einer nicht gravitativen Kraft K^l lauten:

$$m \frac{d^2 x^l}{ds^2} + \Gamma^l_{ik} \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^k}{ds} = K^l \quad (9)$$

In den Feldgleichungen (1) bestimmt die Materie die Krümmung des Raumes. In den Bewegungsgleichungen (9) schreibt die Raumkrümmung die Bewegungen von Teilchen vor. Die kräftefreien Bahnen stimmen mit den Autoparallelen des affinen Zusammenhangs Γ^l_{ik} überein.

Die Koeffizienten $g_{\mu\nu}$, welche im quadratischen Linienelement $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$ die Geometrie des Raumes beschreiben (im ebenen Fall des pseudo-euklidischen Minkowski-Raumes $g_{ik} \equiv \eta_{ik}$), werden von Einstein mit dem tensoriellen Gravitationspotential identifiziert. In Newtonscher Näherung gilt für die zeitartige Komponente g^0_0 :

$$g^0_0 = -1 - 2\varphi/c^2, \quad \text{mit } \varphi = \gamma m/r \quad (10)$$

Die ART besitzt - entgegen Einsteins ursprünglicher Erwartung weniger Relativität als die SRT. Denn wenn global keine Materie existiert, also $T_{ik} = 0$, sollte nach dem Mach-Einstein-Prinzip auch kein durch g_{ik} induziertes Führungsfeld existieren, durch das bei nichtgeodätischen Bewegungen Trägheitskräfte hervorgerufen werden. Die g_{ik} verschwinden jedoch nicht, und es lassen sich auch im materiefreien Raum viele Vakuumlösungen finden, die freien Gravitationswellen entsprechen.

Es bleibt demnach ein von der Materie unabhängiger Anteil des Führungsfeldes, der sich nicht auf entfernte Massen zurückführen läßt. Einsteins Gravitationstheorie ist somit keine wirklich „allgemeine Relativitätstheorie“, sondern eine dualistische Theorie, in der sowohl die Energie-Materie als auch das Raum-Zeitkontinuum als eigenständige Entitäten auftreten. Trägheitswirkungen der materiefreien Raum-Zeit sind in unlösbarer Weise mit Gravitationswirkungen der Materie verbunden.

Trägheitskräfte scheinen nicht von entfernten Sternen herzurühren, sondern viel eher auf Fluktuationen des Vakuums zurückzugehen, die 1915 noch nicht bekannt waren und erst 1948 von Casimir vorhergesagt und inzwischen experimentell bestätigt worden sind. In kleinsten Raumbereichen werden die Energiedichten und damit die Gravitationseffekte bzw. Raumkrümmungen des Vakuums sehr groß.

Einsteins Gravitationstheorie erklärt die Gravitation nicht. Sie zeigt nur auf, daß sich diese Kraft in ihrer Wirkung vollständig geometrisch interpretieren läßt. Die eigentliche Quelle der Trägheit in der Materie erhält dagegen keine geometrische Interpretation. Wird die Gravitation global als Wirkung der über den Raum gleichmäßig verteilten Materie und Energie aufgefaßt, dann liefern die Feldgleichungen überprüfbare Aussagen über die Bewegungen von Planeten und über das Verhalten von Lichtstrahlen im Schwerfeld.

Die einzige zentralsymmetrische Lösung (Birkhoffsches Theorem) sind die Lösungen der Feldgleichungen (1) mit der Metrik nach Schwarzschild:

$$ds^2 = g_{rr}dr^2 + g_{\varphi\varphi}d\varphi^2 + g_{\theta\theta}d\theta^2 - g_{00}c^2dt^2 \quad (11)$$

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{1 - \frac{2\gamma M}{c^2 r}} - r^2(d\varphi^2 + \sin^2 \varphi d\Theta^2) + (1 + \frac{2\gamma M}{c^2 r} + \frac{2\gamma^2 M^2}{c^2 r^2} + \dots)c^2 dt^2 \quad (12)$$

Aus dem 4. Glied in (12) lassen sich die Rotverschiebung, die Lichtablenkung in Gravitationsfeldern und die anomale Drehung des Merkurperihels quantitativ erklären. Da der Nenner im ersten Glied Null wird, wenn die Masse $2\gamma M/c^2 = r_s$ so dicht gepackt ist, daß der durch sie definierte „Schwarzschild-Radius“ r_s gleich der Länge r ist, führen riesige Massenansammlungen notwendigerweise zu Singularitäten oder „Schwarzen Löchern.“ Einstein, Eddington und Schwarzschild waren der Ansicht, daß die Natur keine Singularitäten zuließe und hielten r_s nur für die Grenze des Modells, die ohne physikalische Bedeutung wäre.

Diese drei Effekte können in einer Lorentz-invarianten Theorie der Gravitation nicht erklärt werden, wenn das Gravitationspotential ϕ als Skalarfeld im Minkowski-Raum angenommen wird (Nordström 1912). Der gleiche Versuch mit einem vektoriellen Gravitationspotential ϕ_λ (Synge 1960) liefert abstoßende Massen, im Gegensatz zur Erfahrung.

Doch die Herleitung von Feldgleichungen mit einem Tensorfeld $\phi_{\lambda\mu}$ im Minkowski-Raum durch Birkhoff (1943), Gupta (1952, 1957), Thirring (1961) u.a. ergab, daß sich das Gravitationsfeld als ein masseloses, symmetrisches Tensorfeld im pseudo-euklidischen Raum auffassen läßt. Feld- und Bewegungsgleichungen sind äquivalent zu denen in der Einsteinschen Theorie. Die Bahnen von Lichtstrahlen und Massepunkten im Gravitationsfeld lassen sich als Bahnen eines Riemannschen Raumes interpretieren. Die Riemann-Geometrie als observable Raum-Zeit-Struktur wird erst sekundär durch Ausmessen der Raumzeit mit Hilfe von Lichtstrahlen und Massenpunkten gegeben, während der Minkowski-Raum als unbeobachtbarer Darstellungsraum fungiert. Das Gravitationsfeld unterscheidet sich demnach nicht grundsätzlich von anderen Feldern. Allerdings kann die Lorentz-invariante Gravitationstheorie im Minkowski-Raum nicht die Quelle des Feldes erklären, die in der ART im Energie-Impulsdichte-Tensor der Materie besteht.

Weder die Lorentz-invariante Gravitationstheorie noch die ART kann erklären, wodurch die Vakuum-Raum-Zeit bestimmt ist. Der materiefreie Raum kann als eigenständige physikalische Realität aufgefaßt werden, die unabhängig von Materie existiert.

Der Energie-Impuls-Tensor in Gleichung (1) muß noch durch den Anteil des Gravitationsfeldes selbst erweitert werden, da Teilchen im Gravitationsfeld Energie gewinnen und abgeben

können. Einstein hat dafür den Pseudotensor t^μ , angegeben. Die Erhaltungsgleichungen für Energie und Impuls werden durch das Verschwinden der kovarianten Ableitung bestimmt:

$$(T_{ik} + t_{ik})_{;k} = 0 \quad (13)$$

Das Gravitationsfeld erweist sich als selbstgekoppelt, was die Nichtlinearitäten der Theorie erklärt. Diese Nichtlinearität der Feldgleichungen bewirkt, daß alle Körper gravitativ aufeinander wirken. Der Gesamt-Energie-Impuls eines Systems ist aber nicht mehr im Raum lokalisierbar.

Die Forderung nach allgemeiner Kovarianz physikalischer Gleichungen, auf der Einstein bestand, wird von vielen Physikern nicht als unabdingbar angesehen. Durch Einführen des metrischen Tensors lassen sich die Feldgleichungen immer allgemein kovariant schreiben (Kretschmann 1917). Die allgemeine Kovarianz ist dann - im Gegensatz zur Forderung nach Lorentzinvarianz - keine Forderung mehr an den Inhalt der Naturgesetze, sondern nur an deren Schreibweise.

Nathan Rosen schlug 1940 eine Modifikation der Einsteinschen Gravitationstheorie vor, durch Einführen des metrischen Tensors der Minkowskischen Raum-Zeit η_{ik} neben der das Gravitationspotential repräsentierenden Riemannschen Metrik g_{ik} . Die g_{ik} sollten die Maßbestimmung für alle Felder und für die Materie sein, und das Gravitationsfeld sollte sich dagegen in einem ebenen Minkowski-Raum ausbreiten. Der Gedanke einer bimetrischen Gravitationstheorie wurde 1952/53 von Max Kohler aufgegriffen. Die Einführung einer zweiten Metrik führt auf die Differenz der Affinsymbole

$$\Gamma_{ik} - \bar{\Gamma}_{ik}^l = \rho_{ik}^l \quad (14)$$

wobei die überstrichenen Affinsymbole von den Ableitungen der Minkowski-Metrik geliefert werden. ρ_{ik}^l transformiert sich im Gegensatz zu (4) wie ein echter Tensor, ist daher eine echte Kraft und keine Scheinkraft, wie bei Einstein. Das Schwerefeld Γ_{ik}^l wird beim Übergang zu geodätischen Koordinaten, in (9), nicht forttransformiert, es wird nur in seinen Wirkungen durch Trägheitskräfte kompensiert. Und der Energie-Impulsdichte-Tensor der Gravitation t_k^l ist wieder eine lokalisierbare Größe.

Ähnlich versuchten Pirani (1962), Dehnen und Hönl (1964) das Bezugssystem vom Koordinatensystem zu lösen. Durch Projektion des metrischen Tensors g_{ik} in den lokalen Ruheraum der Beobachter gewinnt man die Metrik eines 3-dimensionalen, zum Vektorfeld der Vierergeschwindigkeit $u^\nu(x^\nu)$ orthogonalen Erfahrungsraumes

$$\underline{g}_{ik} = g_{ik} - u_i u_k \quad (15)$$

Man gelangt zur Formulierung eines allgemein-relativistischen Bewegungsgesetzes für Probemassen im Führungsfeld, welches die Einführung von „Kräften“ in die allgemeine Relativitätstheorie, im Sinne der Newton-Lagrangeschen Dynamik, wie bei Rosen und Kohler, gestattet. Der Energie-Impulsdichte-Tensor für das Gravitationsfeld hängt vom Beschleunigungszustand des Beobachters ab.

Einsteins Feldgleichungen gestatten globale kosmologische Untersuchungen, wenn die Materie der Galaxien als gleichförmig über den betrachteten Raum verteilt angesehen werden. Doch die

Art, wie die Raum-Zeit-Geometrie mit der Materie-Verteilung verknüpft ist, störte selbst Einstein immer. Er war sich sehr bewußt, daß eine geometrische Darstellung des phänomenologischen Energie-Anteils noch für Gleichung (1), speziell für elementare Gravitationsquellen, also Teilchen, nachgeliefert werden müsse.

1920 hatte Einstein die Vorstellung, daß Elementarteilchen durch topologische oder metrische Singularitäten des Raumes repräsentiert werden. Die Wechselwirkungen zwischen den Teilchen müßten dann aus der Geometrie des Raumes resultieren. 1938 gelang es Einstein, Infeld und Hoffmann, für den einfachen Fall von metrischen Singularitäten, die Mechanik und die Gravitationskräfte zwischen den den Singularitäten entsprechenden Teilchen herzuleiten. Die metrischen Singularitäten lassen sich jedoch durch Deltafunktionen der Massendichte auf der rechten Seite von (1) ersetzen, und sind daher verkappte Inhomogenitäten der Feldgleichungen.

Andere Interpretationen von Teilchen führten Einstein und Rosen 1935 auf die topologisch fundierte und 1958 von Wheeler ausgearbeitete Geometrodynamik. In ihr wird der Dualismus zwischen Geometrie und den nicht geometrischen Feldern und Teilchen bereits auf der Basis der ART aufzuheben versucht, indem gewisse geometrische Modelle über elementare Teilchen den phänomenologischen Anteil der Feldgleichungen ersetzen. Es stellte sich heraus (Wheeler, de Witt, Regge, Treder u.a.), daß die Annahme aufgegeben werden muß, daß für jeden Punkt der Raum-Zeit im Infinitesimalen näherungsweise die SRT angenommen werden darf. Denn die Quantelung der Gravitationsfelder führt zur Existenz einer kleinsten Länge, unter der keine direkten Messungen mehr erhalten werden können. Diese Fundamentallänge ist die Plancksche Elementarlänge l :

$$l = \sqrt{\frac{\hbar \gamma}{c^3}} \approx 10^{-33} \text{ cm} \quad (16)$$

(Wenn ein Objekt mit Planckschem Durchmesser so groß wie ein Nukleon wäre, dann müßte das Nukleon im Vergleich mindestens so groß wie die Erde sein.)

Die Feldgleichungen (1) sind noch zu einfach strukturiert, um eine allgemeine Geometrisierung sämtlicher Felder und die Herleitung von Teilchen aus der Geometrie zu ermöglichen. In den Ansätzen zur einheitlichen Feldtheorie wurde versucht, dem Raum auch lokal reichhaltigere Strukturen zuzuschreiben, als sie die Riemannsche Geometrie enthält.

1921 machte Kaluza den Vorschlag, die ART so zu modifizieren, daß in dieser das Gravitationsfeld mit dem elektromagnetischen Feld vereinigt wird, indem neben der Raumzeit R_4 eine weitere Koordinate x_5 eingeführt wird. Die zusätzlichen metrischen Koeffizienten erwiesen sich als gleichwertig mit einer projektiven Mannigfaltigkeit im R_4 . Die projektiven Koordinaten der Welpunkte liefern dabei ein Vektor- und ein skalares Feld. Offen blieb, was die 5. Dimension sein sollte. Oskar Klein zeigte (1926), daß die 5. Dimension nicht in Erscheinung zu treten bräuchte, wenn sie in sehr kleinen Raumbereichen „engerollt“ wäre. Theorien, in denen versucht wird, physikalische Grundkräfte innerhalb eines quantenmechanischen Rahmens in einem höheren als der 4-dimensionalen Raum-Zeit zu vereinheitlichen, heißen Kaluza-Klein-Theorien. (Velben (1933), van Dantzig (1955), Schouten (1954), Pauli (1963), Bergmann (1956), Jordan (1955), Thiry (1950) u.a.). Das auftretende Skalarfeld wurde versuchsweise als variable Gravitationskonstante interpretiert.

In den 40er Jahren des 20. JH arbeiteten Einstein (1956) und Schrödinger (1943) mit einem unsymmetrischen metrischen Tensor $g_{ik} \neq g_{ki}$, der 16 verschiedene Komponenten besaß. Der

symmetrische metrische Tensor wurde wieder als Gravitationspotential aufgefaßt. Der nicht-symmetrische metrische Tensor sollte das elektro-magnetische Feld wiedergeben. Die Lösungen von Bonnor (1954) lieferten allerdings magnetische Monopole ohne Masse und andere nicht in der Natur vorkommende Objekte. Danach versuchte Einstein die Metrik noch allgemeiner anzusetzen, nämlich aus einem hermiteschen Anteil und einem nicht-hermiteschen (nicht-symmetrischen und komplexen) Anteil. Die Lösungen von Hlavaty (1952) und Tonnelat (1955) waren physikalisch nicht zu interpretieren.

Lange Zeit wurden Versuche zur Vereinheitlichung der Kräfte durch Hinzunahme von kompaktifizierten Koordinaten nicht weiter verfolgt, weil in Theorien mit Anspruch auf Realitätsnähe auch schwache und starke Kräfte mitberücksichtigt werden müssen. Als schwache Wechselwirkung wird der β -Zerfall bezeichnet, in dem ein Neutron in ein Proton, ein Elektron und ein Neutrino zerfällt. Die Frage, ob die starke Wechselwirkung, die für den Zusammenhalt der Quarks in Mesonen und Baryonen verantwortlich gemacht wird, überhaupt existiert, oder ob Quarks, wie Heisenberg meinte, Eigenschaften einer Innenstruktur bereits elementarer Teilchen darstellen, ist nicht völlig unbegründet. Im Standardmodell wird angenommen, daß Quarks von Gluonen zusammengehalten werden, und daß sich Quarks in Leptonen umwandeln können. Die postulierten Wechselwirkungsteilchen, die Higgs-Bosonen, wurden aber bisher noch nicht entdeckt.

Ein Beispiel dafür, wie Kernkräfte und Gravitation in geometrischer Weise vereinigt werden können, ist die Theorie von Hehl und Datta (1971). Der Strukturteil in den Feldgleichungen (1) wird in dieser Theorie in der Riemann-Cartan-Geometrie angesetzt, in der neben der Raum-Krümmung eine Torsion auftritt. Der Torsionstensor nach Cartan S^l_{ik} ist die Differenz nicht-symmetrischer Affintensoren:

$$S^l_{ik} = \frac{1}{2} (\Gamma^l_{ik} - \Gamma^l_{ki}) \text{ und} \quad (17)$$

$$\Gamma^l_{\mu\nu} = \left\{ \begin{matrix} l \\ ik \end{matrix} \right\} + S^l_{ik} - S^l_{ki} + S^i_{lk} \quad (18)$$

Der materiefreie Raum soll Minkowski-Struktur besitzen. Impuls- und Spin-Drehimpulsdichten sind Quellen von metrischen und Torsionsfeldern. Durch Einführen der Wirkungsfunktion des Dirac-Teilchens, das mit einem Gravitationsfeld wechselwirkt, werden Feldgleichungen hergeleitet, die nach Eliminierung der Verzerrung in der Dirac-Gleichung auf die nichtlineare Spinorgleichung vom Heisenberg-Pauli-Typ führen.

Im gleichen Jahr versuchten Isham, Salam und Strathdee die Quellen der Gravitation durch stark wechselwirkende Gravitationsfelder zu beschreiben. In dieser allgemein kovarianten Theorie tritt neben dem gewöhnlichen g_{ik} -Feld ein zweiter metrischer Tensor $f_{\mu\nu}$ auf, der das massive Mesonenfeld mit dem Spin 2 beschreiben soll. Das g_{ik} -Feld ist nur an leptonische, das f_{ik} -Feld nur an hadronische Materie gekoppelt.

Ein Mischungsterm zwischen g und f bewirkt, daß das g -Feld direkt über das f -Feld mit hadronischer Materie wechselwirkt. Die Kopplungskonstante des f -Feldes ist 10^{38} mal so groß wie die Newtonsche Gravitationskonstante und hat eine Reichweite von nur rund 10^{-14} cm. Sivaram und Sinha konnten (1974) mit dieser f - g Theorie die Teilchen-Eigenschaften Spin, Baryonen-Zahl, Strangeness und Isospin, sowie einige Elementarteilchenmassen berechnen. Zur Lösung wird nicht (12), sondern die Kerr-Metrik verwendet, die das Gravitationsfeld eines

rotierenden Körpers beschreibt, sowie die Carter-Metrik, welche für das Feld eines rotierenden elektrisch geladenen Körpers gilt.

Die ART ist ein Versuch, weitreichende Felder und global verteilte Materie durch die Geometrie der Raum-Zeit einheitlich zu beschreiben. Sollen auch Gravitationsfelder einzelner Teilchen geometrisiert werden, oder das Verhalten starker Gravitationsfelder in kleinsten Raumbereichen (um Singularitäten) untersucht werden, dann müssen die experimentell gewonnenen Erkenntnisse und deren theoretisches Verständnis durch die Quantentheorie berücksichtigt werden. Während in der ART die Raum-Zeit unserer Erfahrung die Arena ist, gibt es in der Quantenmechanik keine Punkte und von ihnen aufgespannte anschauliche Räume. Zur Beschreibung der Teilchenzustände werden stattdessen Wahrscheinlichkeitsamplituden verwendet, die in einem fiktiven, unendlich-dimensionalen komplexen Kontinuum des Hilbert-Raumes definiert werden. Die Raum-Zeit entspricht dem klassischen Bild, das wir uns von der Welt machen. Aber die Teilchenphysik ist auf die Beschreibung der Zustände im Hilbert-Raum angewiesen. Die Unmöglichkeit, physikalisch beobachtbare Größen gleichzeitig genau bestimmen und damit eindeutige Vorhersagen für das künftige Verhalten zu machen, führt dazu, daß das Konzept von Punkten in der Geometrie aufgegeben werden muß. Der Gegenwartspunkt des Lichtkegels der SRT ist in Raum und Zeit verschmiert.

Jeder Versuch, die ART in Analogie zum elektromagnetischen Feld eines Elektrons zu quantisieren, ist erfolglos geblieben, weil das Gravitationsfeld kovariant, also Teil der Geometrie, und stark nichtlinear ist und daher nicht als linear mit kleinen Störungen behandelt werden kann. In allen Fällen treten unendlich hohe Feldstärken auf, die nicht durch Renormierungsverfahren beseitigt werden können.

Wenn Energie, Impuls und Aufenthaltsorte in kleinsten Bereichen unbestimmt sind, müßte die ART erst halb-klassisch für kleine Raumbereiche präpariert werden. Es müssen ganz neue Geometrien als die Riemannsche entwickelt werden. In der Twistor-Theorie von Penrose (1975) (Hughston und Ward 1979) treten beispielsweise keine Punkte mehr auf. Jedem Lichtkegel wird ein System von Twistoren zugeordnet, wobei die Geodäten an den Nullkegel fixiert bleiben. (Da die Richtung eines Nullvektors oder einer Geodäten in einem gekrümmten Raum verdrillt (twisted) sein können, heißen die Elemente Twistoren). Twistoren werden interpretiert als Objekte in einem komplexen (6-dimensionalen) Minkowski-Raum, in dem alle Punkte durch komplexe Koordinaten definiert werden. Die Dreidimensionalität des Raumes und die Notwendigkeit der komplexen Zahlen als Ausdruck für Wahrscheinlichkeits-Amplituden sind durch den lokalen Isomorphismus, d.h. durch die umkehrbar eindeutige Abbildung der Gruppe aller unitären Spin-Matrizen, der Isospin-Gruppe $SU(2)$, auf die 3-dimensionale Drehgruppe, der Lorentzgruppe $SO(3)$, gegeben. Es besteht also eine Korrespondenz zwischen der Raum-Zeit-Geometrie der Relativität und der holomorphen (d.h. der komplex analytischen) Geometrie. Der Kontinuumsbegriff wird eliminiert und durch kombinatorische Prozesse und Zahlen ersetzt. Penrose geht von der Theorie der Spin-Netze aus, in welcher die Welt durch Kombinationen von Netzen aufgebaut wird, wobei jeder Linienabschnitt ein Objekt mit dem Gesamtdrehimpuls $n/2 \hbar$ darstellt. N numeriert dabei die als Weltlinien von Teilchen aufgefaßten Linienelemente.

Auch die Arbeitsgruppe um Abhay Ashtekar, die von den Arbeiten der Gruppe um Penrose inspiriert wurde, vermeidet Punkte in der Geometrie (1993). In der „Methode der neuen Variablen“ werden geometrische Ausdrücke als Vielfache von kleinsten Flächen mit der Planckschen Länge l als Seitenlängen umgeschrieben.

Völlig anderer Meinung sind die Stringtheoretiker, die in Bereichen der Planckschen Länge schwingende Objekte (Strings) ansiedeln und hoffen, daß dadurch Teilchenmassen beschrieben werden können, die umgekehrt proportional zum Kreisumfang des schwingenden Strings oder dessen Oberwellen sind. Ausgangspunkt ist eine supersymmetrisch erweiterte Geometrie. Die Quantengeometrie der Stringtheorie soll die Riemannsche Geometrie im Planck-Bereich ersetzen.

In der ART gilt die Symmetriegruppe der Drehinvarianz. 1971 wurde entdeckt, daß die Naturgesetze noch gegenüber einer weiteren Symmetriegruppe invariant sein müßten, wenn der Spin mit der Raum-Zeit verknüpft wird. Das führte auf die Supersymmetrie. Die kartesischen Koordinaten der Raum-Zeit werden durch neue „Quantenkoordinaten“ u und v mit antikommutativen Eigenschaften (Graßmann-Algebra) ersetzt:

$$u \times v = -v \times u \quad (19)$$

Supersymmetrie läßt sich dann als Translation in der quantenmechanisch erweiterten Form der Raum-Zeit verstehen. Nach dem Paulischen Ausschließkeitsprinzip können zwei Fermionen (alle Teilchen mit Spin $\frac{1}{2}$) nicht denselben Platz belegen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, zwei Fermionen am selben Ort zu finden, ist $f \times f = 0$ (eine Eigenschaft antikommutierender Zahlen bzw. Majorana-Spinore: $f = if$). Dagegen ist die Wahrscheinlichkeit dafür, zwei Bosonen (Teilchen mit geradzahligem Spin, z.B. Photonen) am gleichen Ort zu finden, $b \times b > 0$ (wie für gewöhnliche Zahlen. Supersymmetrie-Transformationen verbinden die Felder b (Bosonen) und f (Fermionen) mit den neuen Feldern u und v :

$$u \rightarrow b + \varepsilon f \quad (20)$$

$$v \rightarrow f + \varepsilon b \quad (21)$$

wobei ε der Phasenwinkel ist, der die Rotation des Superteilchens im Superraum angibt. (ε und f sind antikommutierende Zahlen). Wenn zwei Bosonen durch Supersymmetrie-Rotation in Fermionen transformiert werden, muß die Wahrscheinlichkeit dafür, sie am selben Ort zu finden, Null werden:

$$(u \times v) = (f + \varepsilon b) \times (f + \varepsilon b) = 0 \quad (22)$$

Das ist durch die Bedingung (20) und $\varepsilon \times \varepsilon = 0$ der Graßmann-Algebra erfüllt. Diese Algebra ermöglicht es, kommutierende und antikommutierende Zahlen in einem einzigen hyperkomplexen Zahlensystem auf der klassischen Ebene zu kombinieren.

Um eine lokale Supersymmetrie zu bekommen, muß ein Eichfeld für jede der in einer Gleichung auftretenden Symmetrien eingeführt werden. Wiederholte Anwendung der Fermion-Boson-Transformation bewegt ein Teilchen von einem Punkt der Raum-Zeit zum anderen und entspricht einer Poincaré-Transformation, für die das Eichteilchen das Spin-2-Boson, das Graviton als Austauschteilchen der Gravitation ist. Daher wird die Supersymmetrie gewöhnlich auch als Supergravitation bezeichnet. Die Supergravitation beschreibt die ART in der Sprache der Quantentheorie, d.h. als Austausch von Quanten.

Um die Supersymmetrie geometrisch herzuleiten, was hier nur angedeutet werden soll, wird die Raum-Zeit erweitert um 4 zusätzliche Koordinaten, die antikommutierende Zahlen sind θ^a ($a = 5, 6, 7, 8$). (Cremmer, Julia (1976) und Scherk (1978)) Der normale Raum wird zum 8-dimensionalen supersymmetrischen Raum mit den Koordinaten z^A ($A = 1, \dots, 8$), wobei die ersten 4 Koordinaten Bosonen-Koordinaten x^m ($m = 1, \dots, 4$) und die letzten Koordinaten θ^a Fermionen-Koordinaten sind: $z^A = (x^m, \theta^a)$

Nath hat (1976) die ART in den Superraum umgeschrieben, d.h. in eine Riemannsche Geometrie im 8-dimensionalen Raum mit Graßmann-Koordinaten. Das Linienelement im Superraum ist beispielsweise

$$ds^2 = dz^A g_{AB}(z) dz^B \quad (23)$$

g_{AB} ist das grundlegende Eichfeld der Theorie. Da die Indizes entweder bosonisch oder fermionisch sein können, gibt es drei unabhängige Sektoren:

Boson-Boson-Sektor: $g_{ik}(z) = g_{ki}(z)$
 Boson-Fermion-Sektor: $g_{ia}(z) = -g_{ai}(z)$
 Fermion-Fermion-Sektor: $g_{ab}(z) = -g_{ba}(z)$

Die Superfeld-Erweiterung des metrischen Tensors $g_{AB}(z)$ enthält zusätzlich zum Gravitationspotential $g_{ik}(x)$ zusätzliche Felder, Skalare, Maxwell-, Dirac- und andere Felder. Fermionen sind in der Supergravitation von Anfang an in der Theorie enthalten und müssen nicht, wie in der ART hinzugefügt werden.

In der Supersymmetrie treten Bosonen und Fermionen immer paarweise auf, wobei sich die Superpartner jeweils um den Spin $\frac{1}{2}$ voneinander unterscheiden. Bei Anwendung der supersymmetrischen Operation auf das Gravitationsfeld mit dem Spin-2-Boson tritt das Gravitino mit Spin $\frac{3}{2}$ als Fermionpartner auf. Superpartnerteilchen sollen sehr große Massen besitzen (10^3 mal schwerer als Protonen). Aber keines der vorhergesagten Teilchen konnte bisher gefunden werden. Teilchen mit größerem Spin sollen Massen besitzen, die ein Vielfaches der Planck-Masse (10^{19} Protonenmassen bzw. 10^{-5} Gramm) sind.

Es gibt mehrere Ansätze zu Supergravitationstheorien. Diese lassen sich durch die Anzahl N unterschiedlicher Boson-Fermion-Transformationen klassifizieren. N entspricht der Zahl von Spin-3/2-Gravitinos, die in die betreffende Theorie eingehen. Die meisten Teilchen enthält die $N(8)$ -Theorie (70 Skalare, 56 Fermionen, 28 Bosonen, 8 Gravitinos). Die vorteilhafteste Dimension für diese Theorie ist 11. Allerdings läßt sich die Chiralität (die Händigkeit) nicht in einer Raumzeit mit geradzahligem Orts-Dimensionen und einer Zeit-Dimension unterbringen.

1984 wurde die 10-dimensionale Supergravitationstheorie als niederenergetische Erscheinungsform der Stringtheorie behandelt. Die String-Theorie wurde in den 60er Jahren des 20. Jahrhunderts eingeführt, um die Bindung der Quarks verstehen zu können. Strings sind eindimensionale schwingende Saiten, die zunächst Bosonen sein sollten. (Schwarz 1985) Scherk und Schwarz stellten eine String-Theorie auch für Fermionen auf (1974). Dabei trat ein masseloses Spin-2-Teilchen auf, das als Graviton aufgefaßt wurde und auf die mögliche Vereinigung mit der ART hindeutete. Die Superstringtheorie ist eine Stringtheorie mit Supersymmetrie.

Ursprünglich mußte der Raum 25 Dimensionen zur Beschreibung der Bosonen haben, was mit der Zeit ein 26-dimensionales Kontinuum erforderte. In der Theorie zur Definition von Fermionen sind 10 Dimensionen nötig, anderenfalls ist die Theorie mathematisch nicht konsistent, bzw. würde sie Unendlichkeitsstellen aufweisen. Die heterotische Stringtheorie ist eine Kombination aus beiden Theorien. Sie ist eine Gravitationstheorie, in der sowohl die Materieteilchen als auch Naturkräfte geometrisch gedeutet werden. Ein String ist eine Schlinge in vier Raum-Zeit-Dimensionen mit möglichen Verwindungen in den zusätzlichen

Dimensionen. Jede Schwingungsfrequenz entspricht der Masse und Ladung eines Teilchens oder einer Teilchengruppe.

Die zusätzlichen Dimensionen werden nach der Methode von Kaluza (1921) und Klein (1926) auf Bereiche der Planckschen Länge eingerollt oder kompaktifiziert. Die kompaktifizierten Dimensionen führen zu einer unendlich großen Zahl von Teilchen in der Supergravitationstheorie. Die Wechselwirkung zwischen Strings wird durch Teilung und Vereinigung von Strings ausgedrückt.

Die Supersymmetrie kann der Stringtheorie in 5 verschiedene Weisen einverleibt werden. Daher gab es in den 80er Jahren fünf verschiedene Stringtheorien, von denen jede eine eigene Kopplungskonstante besaß. Erst 1995 erkannte Witten, daß alle 5 Stringtheorien bei Hinzunahme einer weiteren Theorie, der 11-dimensionalen Supergravitation, in der „M-Theorie“ vereinigt werden können. (Witten 1997) (Im 10-dimensionalen Universum sind die 1-dimensionalen Strings als Approximationen 2-dimensionaler Membranen in 11 Dimensionen aufzufassen). Es zeigte sich beispielsweise, daß die O-heterotische Stringtheorie mit kleiner Kopplungskonstante identisch ist mit der Typ I-Theorie mit einer Kopplungskonstante, deren Wert größer als 1 ist. Die Methoden der Störungsrechnung sind nur auf Theorien mit Kopplungskonstanten kleiner als 1 anwendbar. Die Entdeckung dieser Dualität läßt vermuten, daß auch die übrigen drei Theorien dualen Charakter haben, und sich gegenseitig ineinander überführen lassen. Die Theorie vom Typ IIB ist selbstdual (d.h. die Aussagen der Physik in dieser Theorie mit großer Kopplungskonstante sind identisch mit denen, die sie bei der Theorie mit einer zur ersten reziproken Kopplungskonstanten haben).

Die M-Theorie ist eine lokale Theorie, d.h. die Kausalität bleibt erhalten und Wechselwirkungen finden in einem Punkt statt. Die mathematischen Strukturen dieser Superstringtheorie sind Topologie, Homotopie, Kohomologie, Riemannsche Flächen, Lie-Algebra, Calabi-Yau- und Moduli- Räume.

Supersymmetrische Theorien (Dimopoulos und Giudice 1996) sowie String- und Superstringtheorien sagen Wechselwirkungen voraus, die das schwache Äquivalenzprinzip (die Universalität des freien Falls) und die Newtonsche Gravitationsanziehung verletzen (Damour und Polyakov 1994)(Lazarides, Panagiotakopoulos und Shafi 1986), weil in diesen Theorien beispielsweise die gravitative Wechselwirkung von der Baryonenanzahl eines Körpers abhängt und Yukawa-artige Anteile zum Gravitationspotential hinzutreten. Das widerspricht der Beobachtung.

Die Superstringtheorie scheint alle Möglichkeiten zu einer einheitlichen geometrischen Beschreibung der vier Wechselwirkungen und Elementarteilchen in sich zu schließen. Doch fehlen ihr bisher die geometrischen Grundlagen. Es ist unklar, wie sechs Dimensionen kompaktifiziert werden müssen. Es gibt beliebig viele Möglichkeiten, die höheren Dimensionen einzurollen. Aber Anzahl und Natur der Teilchen hängen von der Art ab, wie diese kompaktifiziert werden. Ein echter Vergleich mit Experimenten ist bisher nicht möglich gewesen, da keine Möglichkeit besteht, Massen und Wechselwirkungskonstanten aus der Theorie herzuleiten.

Es wird nicht erklärt, warum die Gravitation nicht mit der Vakuumenergie wechselwirkt. Wegen der auf kleinstem Raum aufgewickelten Dimensionen sollte die Krümmung der Raum-Zeit ebenfalls sehr groß sein. Diese Krümmung kann durch Einfügen der kosmologischen Konstante λ in Gleichung (1) aufgehoben werden. (Einstein hatte sie eingeführt, um ein

statisches Universum sicher zu stellen, bis die Theorie der Expansion durch Friedman und dessen Bestätigung durch Hubble das Glied überflüssig machten). Die Krümmung der Raum-Zeit ist jedoch nicht nachweisbar. Aufgrund der Vakuumfluktuationen sollte sie aber 10^{120} mal stärker sein.

In der Superstringtheorie haben Strings die Größe des Planck-Durchmessers, weil sie auch in den darin aufgerollten Räumen höherer Dimensionen schwingen. Die Schwingungsfrequenzen werden mit Eigenschaften der Teilchen identifiziert. Allerdings haben Quarks bereits 10^{18} mal größere Durchmesser (und die Nukleonen sind wiederum 100mal größer als diese). Ob die Natur überhaupt den Weg geht und Dimensionen einrollt, ist durch keinen logischen Beweis begründet worden. Daher gelten die Ansätze bei einigen der bedeutendsten Theoretikern als verfehlt (Feynman (1989), Glashow (1986), Weinberg (1989) u.a.). Schlecht begründete physikalische Annahmen werden durch komplizierte mathematische Methoden zu immer phantastischeren Strukturen ausgebaut, die zwar mit Symmetrieforderungen an das Universum übereinzustimmen scheinen, aber keinerlei Bezug zur meßbaren Realität haben.

Die Struktur der ART ergab sich aus der tiefen Einsicht Einsteins in die Logik der physikalischen Gesetze. Dagegen fehlt in der Superstringtheorie ein generelles Verständnis von deren Logik.

Was Einstein sich erträumte, war eine geometrische Beschreibung der Natur mit allen Feldern und Teilchen aus einfachen Prinzipien. Sein Ansatz zur ART kam zu einer Zeit, als die Zusammensetzung des Atomkerns noch unbekannt war. Hätte er die Kenntnisse aus den 40er Jahren des vergangenen Jahrhunderts und die Ergebnisse der Quantentheorie wenigstens in einem halb-klassischen Ansatz berücksichtigt, dann wäre ihm vielleicht die geometrische Darstellung der Materie auch im Rahmen einer erweiterten Riemannschen Geometrie gelungen. Zusätzlich zu den der ART zugrunde liegenden Voraussetzungen:

1. Äquivalenzprinzip: Gleichheit von schwerer und träger Masse,
2. Naturgesetze lorentzinvariant (speziell kovariant) schreiben,
3. Verwendung der Riemannschen Geometrie,

hätte sich Einstein noch von folgenden weiteren Voraussetzungen leiten lassen sollen:

4. Verwendung einer ganz allgemeinen Metrik (nicht-hermitesch und in so notwendig und hinreichend hohen Dimensionen wie möglich) als allgemeine Wechselwirkungspotentiale,
5. Berücksichtigen des Quantenbegriffs in der Riemannschen Geometrie (ohne Einführen des Spins (z.B. durch eine Graßmann-Algebra)
6. Umschreiben der Feldgleichung für den Mikrobereich in Eigenwertgleichungen, um metrische Strukturzustände als Eigenwerte zu erhalten,
7. Analyse der Geometrodynamik und Identifizierung dynamischer geometrischer Prozesse mit physikalischen Objekten.

Einstein wäre dann auf eine Theorie gestoßen, in der zwar nicht die Wechselwirkungen zwischen Elementarteilchen beschreiben werden, sondern die geometrische Innenstruktur der Elementarteilchen - was das Ziel jeder großen Vereinheitlichung sein sollte. Ist erst einmal die Dynamik der Strukturen bekannt, dann lassen sich Wechselwirkungskonstanten, Spin, Isospin, Chiralität, Ladung, Massen und andere beobachtbare Teilcheneigenschaften als geometrische Eigenschaften einer Strukturdynamik direkt ablesen. Erst dann kann eine Vereinigung mit der abstrakten Quantentheorie versucht werden.

Wären Einstein und seine Schüler von diesen Voraussetzungen ausgegangen, dann hätte sich Einsteins Ablehnung, die Quantentheorie mit ihrer Beschreibung von Wahrscheinlichkeitsamplituden in die Geometrisierung aufzunehmen, als berechtigt herausgestellt. Denn die als Spin beobachtete Teilcheneigenschaft hätte sich aus dieser halb-klassischen Theorie als eine geometrische Struktur von selbst ergeben.

Mit den oben genannten Prinzipien hat Burkhard Heim vor 50 Jahren begonnen, die von Einstein gesuchte einheitliche Feldtheorie aufzustellen. Tatsächlich gelingt die vollständige geometrische Beschreibung aller physikalischen Kräfte und Teilcheneigenschaften. 1982 wurde die entsprechende Massenformel für die Elementarteilchen beim DESY in Hamburg programmiert. Die theoretischen Ergebnisse weichen kaum von den experimentellen Werten ab. Bisher sind sämtliche registrierten Elementarteilchenmassen in Heim's Massenformel enthalten - auch drei Neutrino-Paare mit ihren geringen Massenwerten. Wenn sämtliche Ergebnisse dieser Theorie von anderen Physikern nachvollzogen worden sind, wird sich erweisen, daß es die gesuchte einheitliche Feldtheorie ist, denn sie ist bisher mit sämtlichen experimentellen Beobachtungen verträglich und sagt neue physikalische Wirkungen voraus. (Heim 1977, 1983)

Über die Voraussetzungen 4 bis 7 der Theorie hat Heim Anfang der 50er Jahre des letzten Jahrhunderts mit Vazlav Hlavaty in Princeton korrespondiert, der damals mit Einstein an dessen einheitlicher Feldtheorie arbeitete. (Hlavaty 1952) Heim verließ 1953 das MPI für Astrophysik in Göttingen, weil er aufgrund seiner schweren Behinderung und wegen des anderen Forschungsthemas im MPI ungestört an seiner Theorie arbeiten wollte.

Forderung 4 wurde dadurch erfüllt, daß Heim zunächst untersuchte, wie viele Dimensionen die Welt hat. Wegen der Äquivalenz mit dem quantisierten Energie-Impulsdichte-Tensors T_{ik} , der Teilchen beschreiben soll, muß der Strukturanteil R_{ik} in Gleichung (1) ebenfalls eine diskontinuierliche Größe sein, und die Feldgleichungen müßten durch Eigenwertgleichungen darstellbar sein. Daraus folgt, daß aus den Affin-Tensoren Γ^l_{ik} eine Zustandsfunktion ψ^l_{ik} der Struktur des metrischen aber nicht-hermiteschen R_4 -Zustands gebildet werden kann. Aus den metrischen Strukturgrößen wird ein nichtlinearer Operator C_p hergeleitet, mit der Eigenschaft, daß die Operatorwirkung für den Übergang zum geometrischen Kontinuum zum Ricci-Tensor wird: $C_p \psi^p_{ik} \rightarrow R_{ik}$. Die reellen Eigenwerte λ_p der hermiteschen Operatoren C_p liegen sämtlich in diskreten Punktspektren:

$$C_{(p)} \psi^{(p)}_{ik} = \lambda_{(p)}(ik) \psi^{(p)}_{ik} \quad (24)$$

(Die Operatorgleichungen sind gliedweise erfüllt. Die Summenkonvention gilt nicht, daher die Klammern um p).

Beim Übergang in den makroskopischen Bereich gehen diese Zustandsfunktionen über in die Verschiebungssymbole der infinitesimalen Analysis $\psi^l_{ik} \rightarrow \Gamma^l_{ik}$. Das ist nur möglich, wenn die Γ^l_{ik} als echte Tensoren behandelt werden. Das sind sie, wenn die Möglichkeit allgemeiner Koordinatentransformationen in (7) auf reguläre Affinitäten, d.h. lineare Transformationen, eingeschränkt wird. Damit läßt Heim nur mehr die spezielle Kovarianz gelten. Beim Übergang zum makroskopischen Bereich wird die Operatorwirkung $C_p \psi^p_{ik} \rightarrow R_{ik}$ zum Strukturtensor und die Punktspektren sind räumlichen Energiedichten $T^{(p)}_{ik}$ wie in (1) direkt proportional:

$$\lambda_{(p)}(km) \psi^{(p)} \sim \varepsilon^{(p)}_{ik} = T_{ik} \quad (i,k = 1, \dots, 4) \quad (25)$$

Wegen der nichthermiteschen Struktur der $g_{ik} (\neq g_{ik}^*)$ gibt es drei verschiedene Möglichkeiten zur Bildung von Matrizen Spuren bzw. Verjüngungen des Krümmungstensors R_{ikm}^1 (im Gegensatz zur Riemannschen Geometrie). Für die Diskontinuität gilt dasselbe (wegen $R_{ikm}^1 \rightarrow \lambda_m \psi_{ik}^1$).

Das System nichtlinearer Eigenwertgleichungen (24) liefert reelle Eigenwerte $\lambda_p = \lambda_p^*$. Da die drei Indizes i, k, l die Ziffern der R_4 -Dimensionen durchlaufen, existieren $4^3 = 64$ Strukturgleichungen (24). Sie bilden daher Elemente einer 8-reihigen Matrix, bzw. einen 8-dimensionalen Tensor. Da die Vektorkomponenten eines Tensors die Dimensionen eines Raumes definieren, in dem der Tensor existiert, ist die Welt notwendigerweise 8-dimensional.

Es zeigt sich, daß viele der Eigenwerte Null sind, solange der Operator C_p in (24) nichtlinear ist:

Wegen $\lambda_m(k, m) = 0$, $\lambda_m(m, k) = 0$, $\lambda_p(m, m) = 0$ (mit $p \neq m$), sowie $\lambda_m(m, m) = 0$ bleiben $16+16+12-4 = 40$ Spektren leer. Der Energiedichtetensor T_{st} im R_8 hat folgende Komponenten:

$$T_{st} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} & T_{45} & T_{46} & 0 & 0 \\ 0.. & 0.. & 0.. & T_{54} & T_{55} & T_{56} & 0 & 0 \\ 0.. & 0.. & 0.. & T_{64} & T_{65} & T_{66} & 0 & 0 \\ 0.. & 0.. & 0.. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.. & 0.. & 0.. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (26)$$

Der Bau der T_{st} legt, nach Heim, die Vermutung nahe, daß die Mengen der R_8 - Koordinaten in der Form $\{x_1, x_2, x_3\}$, $\{x_4\}$, $\{x_5, x_6\}$, $\{x_7, x_8\}$ strukturiert sind, so daß vier nichteuklidische Unterraumstrukturen $R_8 = R_3 \cup T_1 \cup S_2 \cup I_2$ existieren, mit $R_3 \equiv (x_1, x_2, x_3)$, $T_1 \equiv x_4$, $S_2 \equiv (x_5, x_6)$, $I_2 \equiv (x_7, x_8)$.

Da die Ränderung T_{5r} , T_{6r} , T_{r5} , und T_{r6} (mit $r = 1, \dots, 8$) leer ist, läßt sich das materielle Geschehen allein in einem R_6 darstellen. Von den 36 metrischen Strukturstufen im R_6 sind 28'12 von Null verschieden: $\lambda_p(ik) \psi_{ik}^p \neq 0$, und phänomenologisch Energiedichten äquivalent, die bei affinen Koordinaten-Transformationen erhalten bleiben. Sie bilden daher Elemente eines 6-dimensionalen Tensors in einem R_6 mit der Signatur $(+++--)$, der für alle energetische Prozesse der Welt gilt, wie in der Twistortheorie von Penrose. Die imaginären Koordinaten x_5 und x_6 sind ausgedehnt und nicht kompaktifiziert. Im R_4 erscheinen ihre Strukturen erst bei einer raumzeitlichen Projektion.

Der Fundamentaltensor der Riemannschen Geometrie läßt sich (siehe Gl.(2)) aus einer Koordinatentransformation für $\xi_m = \xi_m(x_i)$ gewinnen, wobei ξ_m Koordinaten eines euklidischen und x_i Koordinaten eines nichteuklidischen Systems sind. Im R_8 wird davon ausgegangen, daß es zwei 8-dimensionale nichteuklidische Koordinatensysteme x_i und y_k gibt, die voneinander abhängig sind: $y_k = y_k(x_i)$. Diese Koordinaten können wieder Funktionen von euklidischen Koordinaten $\xi_m = \xi_m(y_k(x_i))$ sein. Eine Entsprechung zum Fundamentaltensor ist dann wie in (2) herzuleiten durch Bildung des totalen Differentials und Summierung über doppelt auftretende Indizes:

$$d\xi^m = \frac{\partial \xi^m}{\partial y^k} \frac{\partial y^k}{\partial x^i} dx^i \equiv \sum_{k=1}^8 \kappa_{ki}^{(k)} dx^i, \quad (27)$$

Das quadratische Linienelement lautet

$$ds^2 = d\xi^m d\xi^m = \left(\frac{\partial \xi^m}{\partial y^i} \frac{\partial y^i}{\partial x^i} \right) \left(\frac{\partial \xi^m}{\partial y^n} \frac{\partial y^n}{\partial x^k} \right) dx^i dx^k \equiv \sum_{l,n=1}^8 \kappa_{ki}^{(l)} \kappa_{mk}^{(n)} dx^i dx^k = \sum_{l,n=1}^8 g_{ik}^{(ln)} dx^i dx^k, \quad (28)$$

Eine Aufspaltung in die Unterraumstrukturen mit (27) lautet

$$\frac{\partial \xi^m}{\partial x_i} = \sum_{\omega=1}^3 \kappa_{mi}^{(\omega)} + \kappa_{mi}^{(4)} + \sum_{\omega=5}^6 \kappa_{mi}^{(\omega)} + \sum_{\omega=7}^8 \kappa_{mi}^{(\omega)} = \kappa_{mi}^{(3)} + \kappa_{mi}^{(2)} + \kappa_{mi}^{(1)} + \kappa_{mi}^{(0)} \quad (29)$$

Aus physikalischen Gründen stellt sich heraus, daß es grundsätzlich drei verschiedene Metriken gibt, die miteinander wechselwirken. Die „Gitterkerne“ $\kappa_{mi}^{(\mu)}$ (mit dem polymetrischen Index $\mu = 0, 1, 2, 3$) sind Funktionen folgender Koordinaten: Für $\mu = 3$ hängt der Gitterkern von den drei reellen Raumkoordinaten $\kappa_{ik}^{(3)} = \kappa_{ik}^{(3)}(x^1, x^2, x^3)$ ab. Die übrigen sind imaginär. $\mu = 2$ bestimmt einen zeitabhängigen Gitterkern $\kappa_{ik}^{(2)} = \kappa_{ik}^{(2)}(x^4)$, $\mu = 1$ kennzeichnet einen von den zwei zusätzlichen imaginären Koordinaten abhängigen Gitterkern $\kappa_{ik}^{(1)} = \kappa_{ik}^{(1)}(x^5, x^6)$. Werden die nicht-energetischen Strukturen hinzugenommen, dann ist für $\mu = 0$ der Gitterkern durch $\kappa_{ik}^{(0)} = \kappa_{ik}^{(0)}(x^7, x^8)$ definiert.

Nach () lassen sich aus Gitterkernen mit unterschiedlichen Indizes μ und $\nu (= 0, 1, 2, 3)$ „Partialstrukturen“ $g_{(\mu\nu)}^{ik}$ bilden:

$$g_{(\mu\nu)}^{ik} = \text{sp} \Sigma (\kappa_{(\mu)}^{im} \times \kappa_{(\nu)}^{kl}) = \kappa_{(\mu)}^{im} \kappa_{(\nu)}^{kl} \quad (30)$$

Mit den polymetrischen Indizes lassen sich vier verschiedene Kompositionstensoren oder

„Korrelatoren“ $\hat{g}^{ik} = \hat{g}^{ik} \left(\sum_{\mu, \nu=0}^3 g_{(\mu\nu)}^{ik}, \kappa_{(\mu)}^{ik} \right) = \hat{g}_x$ bilden:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} g_{(00)} & g_{(01)} & g_{(02)} & g_{(03)} \\ g_{(10)} & g_{(11)} & g_{(12)} & g_{(13)} \\ g_{(20)} & g_{(21)} & g_{(22)} & g_{(23)} \\ g_{(30)} & g_{(31)} & g_{(32)} & g_{(33)} \end{pmatrix} = \hat{g}_d \quad (31)$$

darin bedeuten beispielsweise $g_{(21)} \equiv g_{(21)}^{ik} = \kappa_{(2)}^{li} \kappa_{(1)}^{mk}$. Die Klammern (i) kennzeichnen die Koordinaten der verschiedenen Unterräume, auf die sich die metrischen Partialstrukturen beziehen:

$$\begin{aligned} (0) &\equiv (x_7, x_8) \\ (1) &\equiv (x_5, x_6) \\ (2) &\equiv (x_4) = t \\ (3) &\equiv (x_1, x_2, x_3) = R_3 \end{aligned} \quad (32)$$

Im Unterraum R_6 können drei Sieboperatoren auf $\hat{g}$ einwirken, welche die Strukturen (2),(3) oder (2,3) ausblenden. Damit gibt es außer $\hat{g}_d$ noch drei weitere Korrelatoren:

$$\hat{g}_c = \begin{pmatrix} g_{(00)} & g_{(01)} & \kappa_{(0)} & g_{(03)} \\ g_{(10)} & g_{(11)} & \kappa_{(1)} & g_{(13)} \\ \kappa_{(0)} & \kappa_{(1)} & E & \kappa_{(3)} \\ g_{(30)} & g_{(31)} & \kappa_{(3)} & g_{(33)} \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$\hat{g}_b = \begin{pmatrix} g_{(00)} & g_{(01)} & g_{(02)} & \kappa_{(3)} \\ g_{(10)} & g_{(11)} & g_{(12)} & \kappa_{(1)} \\ g_{(20)} & g_{(21)} & g_{(22)} & \kappa_{(2)} \\ \kappa_{(0)} & \kappa_{(1)} & \kappa_{(2)} & E \end{pmatrix} \quad (34)$$

$$\hat{g}_a = \begin{pmatrix} g_{(00)} & g_{(01)} & \kappa_{(0)} & \kappa_{(0)} \\ g_{(10)} & g_{(11)} & \kappa_{(1)} & \kappa_{(1)} \\ \kappa_{(0)} & \kappa_{(1)} & E & E \\ \kappa_{(0)} & \kappa_{(1)} & E & E \end{pmatrix} \quad (35)$$

In den Korrelatoren (33), (34) und (35) treten jeweils Partialstrukturen bestimmter Koordinatengruppen (2) oder (3) gemäß (32) nicht auf. Sie lassen die Struktur pseudo-euklidisch in diesen Koordinaten. Die anderen Partialstrukturen wirken dagegen deformierend auf die entsprechenden Koordinaten. Sie werden „hermetrisch“ (von Hermeneutik der Geometrie) genannt. Die g_{0i} und g_{i0} sind bei energetischen und materiellen Untersuchungen nicht beteiligt, also anti-hermetrisch. Bei der Untersuchung materieller Ereignisse fallen diese durch die Koordinaten x_7 und x_8 gebildeten Strukturen (wegen (26)) fort. (Die Ränderungen $j1$ und $1j$ sind in den $\hat{g}_x$ (mit $x = a, b, c, d$) zur Untersuchung materieller Strukturen zunächst zu streichen. Sie werden erst wieder erforderlich bei der Einführung quantentheoretischer Wahrscheinlichkeitsfelder, wenn in (26) sämtliche 64 Komponenten $\neq 0$ werden). Die Supertensoren $\hat{g}_x$ enthalten für die weiteren Untersuchungen nur die drei Gitterkerne $\kappa_{ik}^{(\mu)}$ (mit $\mu = 1, 2, 3$). Die „Hermetrieformen“ bezeichnen dann die Gitterkerne κ_x (mit $x = 1, 2, 3$), wobei der Index die Gruppe der beteiligten nichteuklidischen Koordinaten bezeichnet.

$$\begin{aligned} {}^2\bar{a} \equiv {}^2\bar{g}_a &= f(\kappa_{(1)}) \\ {}^2\bar{b} \equiv {}^2\bar{g}_b &= f(\kappa_{(1)}, \kappa_{(2)}) \\ {}^2\bar{c} \equiv {}^2\bar{g}_c &= f(\kappa_{(1)}, \kappa_{(3)}) \\ {}^2\bar{d} \equiv {}^2\bar{g}_d &= f(\kappa_{(1)}, \kappa_{(2)}, \kappa_{(3)}) \end{aligned} \quad (36)$$

Mit diesen metrischen Korrelationstensoren $\hat{g}_{(ab)} = g_{(ab)}^{ik} = sp({}^2\bar{a} \times {}^2\bar{b})$ (wobei die 2 und das Überstreichen bedeuten sollen, daß die Gitterkerne ${}^2\bar{a}$ und ${}^2\bar{b}$ Tensoren 2. Stufe sind) kann die Riemannsche Geometrie erweitert werden.

Forderung 5 ergab sich aus der Berechnung einer größten Reichweite des Gravitationsfeldes einer Elementarkorpuskel und einer dem Schwarzschildradius ähnelnden kleinsten Länge,

deren Produkt dem Quadrat der Planckschen Länge l^2 entspricht. Auf diese Grenzfläche als geometrische Letzteinheit ist auch Ashtekar (1994) gestoßen. (Die Einführung einer kleinsten Länge und damit die Diskretisierung der ART hatten bereits Ambarzumian und Iwanenko (1930), Ruark (1931) und Meessen (1978) vorgeschlagen).

Die Existenz von Flächenquanten veranlaßte Heim, den Differentialkalkül der Tensorrechnung aufzugeben und ihn durch eine diskrete Rechnung mit Flächenquanten τ („Metronen“) zu ersetzen. Tensoren werden dann zu Selektoren, zu Auswählern von ganzen Zahlen bestimmter Flächenhäufungen. Mit dem Metronen-Kalkül schreibt Heim die der Riemannschen Geometrie entsprechenden Strukturgrößen um.

Jede „metronische Funktion“ $\varphi(n_1, \dots, n_L)$ ist eine L-fache Zahlenfolge, wobei L die Dimension des Raumes ist und n die Anzahl der Flächenelemente τ . Ein „Metronenintegral“ ist beispielsweise definiert durch die Differenz der Zahlenfolgen

$$\partial_i' \varphi(n_1, \dots, n_L) = \varphi(n_1, \dots, n_L) - \varphi(n_1, \dots, n_i-1, \dots, n_L). \quad (37)$$

Koordinatenvariablen x^λ werden durch „Gitterselektoren“ C^λ ersetzt, die auf die Metronenziffern n wirken:

$$x^\lambda = C^\lambda; n = \alpha_k ()_k; n \quad (38)$$

Diese Gitterselektoren werden im Fall eines gekrümmten Raumes zu „Hyperselektoren“ ψ_λ für die Koordinaten $\xi_\lambda = \psi_\lambda; n$, die für $\psi = C$ in geradlinig äquidistant metronisierte Koordinaten des Leerraumes x^λ übergehen. Die Ableitung d/dx^k lautet nun $\delta_k = \delta/\alpha_k$ (mit $\alpha_k = \kappa_k \sqrt[3]{\tau}$, wobei $|\kappa_k| = 1$). Bei der Metronisierung der Infinitesimaltranslation (entsprechend den Gleichungen (6) und (8) in der Riemannschen Geometrie) erscheint die metronische Änderung des Vektorfeldes in der Projektion auf den cartesischen Raum als eine Dichteänderung der das Feld bestimmenden Metronenziffern.

Die Entsprechungen zu den Christoffelsymbolen der Riemannschen Geometrie Γ_{kl}^i werden sind $\Gamma_{kl}^i(\tau)$ und beschreiben die Änderung des metronischen Kondensationsgrades eines Vektorfeldes bei einer Ortsänderung im gekrümmten Raum in fundamentaler Weise. Sie heißen daher „Fundamentalkondensoren.“ Gebildet werden sie aus den nichthermiteschen Fundamentelelektoren ${}^2\bar{\gamma}$:

$$g_{(ab)}^{ik} = \gamma_{(ab)}^{ik}; n \quad (39)$$

mit

$$\gamma_{(ab)}^{ik} = sp({}^2\bar{a} \times {}^2\bar{b}) \neq \gamma_{(ab)}^{ik} * \quad (40)$$

Die kovariante Form der analog zu (8) gebildeten Fundamentalkondensoren ist

$$\Gamma_{ikl}^{(ab)}(\tau > 0) \equiv [ikl]_{(ab)}; n \quad (41)$$

Die gemischtvariante Form lautet

$$\gamma^{ip}_{(cd)} [ikl]_{(ab)} = \sum_{v=1}^N c_v^i d_v^p [ikl]_{(ab)} \equiv [{}^i k \quad {}^p l]_{(ab)}^{(cd)} \equiv \begin{bmatrix} c & d \\ a & b \end{bmatrix} \quad (42)$$

Der kontravariante Index i wird vom Gitterkern ${}^2\bar{c}_{(-)}$ geliefert, und der Index p aus ${}^2\bar{d}_{(+)}$ ermöglicht die Summation. (ab) wird als „Basissignatur“ und (cd) die Kontrasignatur genannt. $(- +)$ und $(+ -)$ ist die „Wirksignatur.“ Diese Fundamentalkondensoren können in einen hermiteschen und einen antihermiteschen Anteil gespalten werden. Insgesamt gibt es im R_6 81 dieser Kondensoren (42), die im Gegensatz zur ART echte Kräfte sind.

Im Gegensatz zur Varianzstufenänderung in der Riemann-Geometrie $g_{ik}g^{jk} = \delta_i^j$ sind diese in der Metronentheorie Wechselwirkungen bzw. Korrelationen. Und aus den Produkten der Kompositionsfelder kann ein neuer Korrelationsselektor Q_k^i gebildet werden:

$$g_{(cd)}^{is} g_{(ab)sk} = \left(\gamma_{(cd)}^{is}; \left(\begin{array}{c} c \\ a \end{array} \right) \gamma_{(ab)sk} \right); n = F_m^i \left(\begin{array}{cc} c & d \\ a & b \end{array} \right); n \neq \delta_m^i \quad (43)$$

Durch den „Korrelationstensor“ $Q_m^i \left(\begin{array}{cc} c & d \\ a & b \end{array} \right)$ wird die Abweichung vom nicht korrelierten Zustand, ausgedrückt durch den Einheitsselektor E ausgedrückt:

$$Q_m^i \left(\begin{array}{cc} c & d \\ a & b \end{array} \right) = F_m^i \left(\begin{array}{cc} c & d \\ a & b \end{array} \right) - \delta_m^i E \quad (44)$$

Nach diesem Korrelationsgesetz der Varianzstufen (43) können Paralleltranslationen in der metronischen Hyperstruktur sowohl mit $\left[\begin{array}{c} i \\ k \end{array} \right]_{(ab)}^{(cd)}$ als auch mit $Q_m^i \left(\begin{array}{cc} c & d \\ a & b \end{array} \right) \left[\begin{array}{c} m \\ k \end{array} \right]_{(ab)}^{(cd)}$ im Korrelationsbereich der Partialstrukturen durchgeführt werden. Damit ergibt sich ein Grundgesetz der Strukturkondensationen:

$$\left[\begin{array}{c} i \\ kl \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} i \\ kl \end{array} \right] = \sum_{a,b,c,d=1}^{\omega^4} \left(\left[\begin{array}{cc} c & d \\ a & b \end{array} \right] + sp^2 \bar{Q} \left(\begin{array}{cc} c & d \\ a & b \end{array} \right); \left(\begin{array}{c} c \\ a \end{array} \right) \times \left[\begin{array}{cc} c & d \\ a & b \end{array} \right] \right) \quad (45)$$

(mit $\omega = 3$). Ein Kondensor beschreibt den metrischen Verdichtungszustand der Metonen, bezogen auf den leeren R_6 . Diese Strukturänderung hat einen Kompressionszustand zur Folge, der durch einen „Strukturkompressor“ ${}^4\bar{\rho}_{klmp}^i$ beschrieben wird. Dieser entspricht dem Krümmungstensor der Riemannschen Geometrie R_{klmp}^i :

$$R_{klmp}^i \rightarrow {}^4\bar{\rho}_{klmp}^i; n = \left(\delta_m \left[\begin{array}{c} i \\ kp \end{array} \right] - \delta_p \left[\begin{array}{c} i \\ km \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} i \\ ms \end{array} \right]; \left(\begin{array}{c} s \\ kp \end{array} \right) - \left[\begin{array}{c} i \\ ps \end{array} \right]; \left(\begin{array}{c} s \\ km \end{array} \right) \right); n = K_p^{(m)}; \left[\begin{array}{c} i \\ km \end{array} \right]; n \quad (46)$$

Forderung 6 ist wegen der metronisierten Geometrie leicht durchzuführen. $K_p^{(m)}$ ist der „Strukturkondensor.“ Der Selektor $K_p^{(m)}$ erfüllt die Forderung nach Hermitezität des abstrakten Funktionenraumes, so daß dieser als Zustandsoperator bzw. -Selektor aufgefaßt werden kann. Nach (24) kann (46) als Eigenwertgleichung geschrieben werden

$$K_p^{(m)}; \left[\begin{array}{c} i \\ km \end{array} \right]; n = \lambda_p(k, m) \times \left[\begin{array}{c} i \\ km \end{array} \right]; n \quad (47)$$

Für (47) existiert ein metronischer Funktionenraum im allgemeinen Hilbertraum, und die diskreten λ -Werte beschreiben metrische Strukturstufen, die wegen $\tau > 0$ als strukturelle

Kondensationsstufen interpretiert werden müssen. Die Energie in den Kondensationsstufen $\bar{\lambda}$ setzt sich additiv aus den energetischen Zuständen der Partialstrukturen, ausgedrückt durch die Kondensorsignaturen in den $\bar{\lambda}_{(\mu\nu)}^{(\kappa\lambda)}$ zusammen.

Gleichung (47) wird zusammengefaßt durch einen Selektor $L_p^{(m)}$. Dann bedeutet $L; [] = {}^4\bar{0}$, daß der „Weltselektor“ L aus allen möglichen Fundamentalkondensoren solche auswählt, die als Weltstrukturen überhaupt existieren können, derart, daß die Einwirkung von L zu einem Nullselektor 4. Grades führt:

$$L_p^{(m)} \equiv K_p^{(m)} - \lambda_p(k, m) \times () = {}^4\bar{0} \quad (48)$$

Spurbildung dieser Weltselektorgleichung führt für $\tau \rightarrow 0$, Reduzierung der Polymetrie auf $g_{\lambda\mu} = \kappa_{\lambda\mu} \kappa_{\nu\mu}$ und $R_6 \rightarrow R_4$ auf die Einsteinschen Feldgleichungen (1). Die Anzahl der Gleichungen (48) beträgt wegen der vier möglichen Indizierungen i, p, k, m und 6 Dimensionen $6^4 = 1296$, von denen sich allerdings viele ausscheiden lassen. Doch scheint die Lösungsmannigfaltigkeit hinreichend, um daraus das Spektrum der Elementarteilchen abzuleiten.

Forderung 7 verlangt die Lösung der Weltselektorgleichung, die aus rein geometrischen Anteilen besteht, wie es sich Einstein gewünscht hatte. Nun muß versucht werden, aus den verschiedenen Lösungen Entsprechungen in der physikalischen Welt zu finden.

Andeutungsweise sei hier nur angeführt, welche algebraische Struktur die Lösung hat: Die Selektorgleichung kann zum partiellen Metronendifferential gemacht werden. (Heim 1983)

$$\{(a(kl) - 1) \delta_l - \sum \delta_m\}; \Phi_{kl} + \Phi_{kl}^2 = \lambda(kl) \Phi_{kl} \quad (49)$$

mit den Kürzungen

$$\begin{aligned} \Phi_{kl} &= b_i^{(kl)} \begin{bmatrix} i \\ kl \end{bmatrix}, & a_{km} &= -\frac{\lambda_m(k, k)}{\lambda_k(k, m)}, & b_s^{(kl)} &= \sum_{m=1}^v b_{ms}^{(kl)} \\ a(kl) &= \sum_m^q a_m^{(kl)} = \sum_m^q \left(\frac{a_{km}}{a_{kl}} \right), & b_{ms}^{(kl)} &= \frac{a_{ls} a_{km}}{a_{lk} a_{kl}} - \frac{a_{ms} a_{km}}{a_{mk} a_{kl}} \end{aligned} \quad (50)$$

Daraus ergibt sich das erste Metronenintegral des Fundamentalproblems:

$$(1 - \psi_{kl})^{\Lambda_{kl}+1} (\psi_{kl})^{\Lambda_{kl}-1} = 2^{-2\Lambda_{kl}} (a + ib) \exp^{-\lambda_{kl}\mu:n} \quad (51)$$

mit den Kürzungen

$$\begin{aligned} \psi_{kl} &= \frac{\Phi_{kl}}{\lambda(kl)}, & \Lambda_{kl} &= \alpha_l [a(kl) - 1]^{-1} - \sum_{m \neq l} \alpha_m, \\ (\lambda_{kl}\mu; n)_{\text{extr.}} &= \alpha + i\beta, & \mu &= \sum_{m=1}^q \alpha_m ()_m, \end{aligned} \quad (52)$$

Der Imaginärteil $\text{Im}(\lambda_{kl}\mu; n)_{\text{extr.}}$ liefert ein Eigenwertspektrum. Wenn die Lösung für

$$\psi_{kl} = \frac{b_i^{(kl)}}{\lambda(kl)} \begin{bmatrix} i \\ kl \end{bmatrix} \quad (53)$$

bekannt ist, dann kann das zweite Metronenintegral gelöst werden:

$$\gamma_i \equiv \sum_{k=1}^q \gamma_{ik} = A_i \exp\left(\sum_{k,l=1}^q C_{kl}^{(i)} S\psi_{kl} \delta_{\mu}\right) \quad (54)$$

Im Gültigkeitsbereich hoher Metronenzahlen ist der Exponent $\Lambda_{kl} \approx \lambda_{kl} \mu; n \approx 0$, und es läßt sich näherungsweise die Gleichung

$$\psi_{kl} \approx [E + C_{kl} \exp(-\lambda_{kl} \mu)]^{-1} \quad (55)$$

schreiben, die sich einfach ausdeuten läßt.

Ergebnisse der Theorie:

In der Weltselektorgleichung (48) sind keine phänomenologischen Anteile enthalten, wie in (1) der ART. (Damit hat sich Einsteins Traum erfüllt). Alle Erscheinungen der realen Welt erweisen sich als dynamische Prozesse einer mehrdimensionalen polymetrischen Geometrie. Eine Anfangs-Singularität wie in der ART tritt nicht auf.

Der Vergleich der Lösungen dieser Gleichungen mit physikalischen Objekten ergibt, daß die Korrelatoren γ_a elektrisch geladene Materie, γ_c neutrale Teilchen, γ_b Photonen und γ_a Gravitonen beschreiben. (Das bedeutet, daß Photonen (wegen (32)) nicht im Raum R_3 definiert sind. Jede Materie besitzt außer Strukturanteilen im R_3 auch solche in den Koordinaten x_5 und x_6 (wegen (33),(34) und (35)). Über diese Strukturen können Photonen Energie an Teilchen abgeben. Gravitonen sind (wegen (32)) nur in x_5 und x_6 definiert und können im R_3 nur in Erscheinung treten, wenn sie in den Raum projiziert werden.

Elementarteilchen besitzen eine sehr komplizierte Innenstruktur (jedes einzelne ist „ein eigener kleiner Kosmos“), wobei die Struktur auf dynamische Austauschvorgänge bzw. Korrelationen von Maxima und Minima von Metronenkondensationen in Unterräumen des R_6 zurückgehen. Damit erhalten Elementarteilchen erstmals ein „anschauliches“ Bild. Sie sind keine Punkte oder „schwingende Saiten“, sondern hochkomplizierte Änderungen der Dichteverteilungen von Metronen, die in kleinen (aber gegen die Metronengröße gewaltigen) Raumbereichen ablaufen und sich auch in den imaginären Weltbereichen abspielen.

Ohne die beiden zusätzlichen imaginären Koordinaten x_5 und x_6 gibt es keine Korrelationen zwischen Maxima und Minima in den Unterräumen und keine Strukturdynamik. Daher ist eine einheitliche Beschreibung der Elementarteilchen allein im R_4 nicht möglich. Vakuum und Teilchen unterscheiden sich nur darin, daß die dynamischen Austauschprozesse im Vakuum beliebig erfolgen, doch in den Elementarteilchen zyklisch sind, d.h. ein Ausgangszustand wird immer wieder eingestellt. Diese periodischen Abläufe sind Strukturflüsse mit einem Unlaufssinn, der als Spin erscheint. Physikalische Quantenzahlen entsprechen geometrischen Eigenschaften dieser Strukturflüsse im R_6 . Die nicht-zyklischen „Vakuum-Schwankungen“ erzeugen zwar hohe virtuelle Energiedichten, die aber keine Quellen der Gravitation sind, weil in Heims Theorie Raumkrümmungen nicht mit Energiedichten gekoppelt sind. Die Forderung, daß Heims Eigenwertgleichungen (25) im Grenzübergang zum makroskopischen Kontinuum in die Einsteinschen Feldgleichungen (1) übergehen müssen, war Ausgangspunkt der Entwicklung. Die Weltselektorgleichung (48) enthält keine phänomenologischen Größen. Und

die Metrontheorie liefert nur für ganz bestimmte dynamische Strukturzustände ponderable Massen, die Quellen von Gravitation und Trägheit sind (vielleicht könnte dieser Umstand die Forderung nach einer kosmologischen Konstante in der Größe von 10^{120} , welche die String-Theoretiker zur Kompensation der Vakuum-Energie suchen, entbehrlich machen).

Mesonen besitzen zwei und Baryonen drei besonders dichte Zentren. Quarks erscheinen in Heims Theorie als eine besondere Innenstruktur, die nur schwer zerstört werden kann. Gluonen, wie sie die starken Kräfte als Austauschteilchen im Standardmodell fordern, sind nicht vorhanden. Damit erweisen sich Heisenbergs (1967) und Dürrs (1982) Auffassungen, daß Elementarteilchen bereits die letzten geometrischen Gebilde darstellen, als richtig.

Die möglichen Lösungsmannigfaltigkeiten in (48) führen zur Herleitung fundamentaler Quantenzahlsätze, die auf eine Fundamentalsymmetrie sehr geringen Umfangs reduziert werden, und liefern jeweils ponderable Massenterme als Resonanzen eines Grundzustandes, in guter Übereinstimmung mit den Meßwerten (bis auf wenige %). Die Elementarladung und die Sommerfeld-Feinstrukturkonstante lassen sich herleiten, und die Massen von 3 Neutrino-Paare lassen sich bestimmen. In die Massenformel gehen nur die drei Naturkonstanten ein, die im Metron (Quadrat der Planckschen Länge) enthalten sind. (Die Arbeit an der Bestimmung der Lebensdauer der angeregten Zustände ist gegenwärtig noch nicht abgeschlossen).

Da Anzahl und Größe der sich ständig teilenden Metronen eine Funktion der Zeit sind, kann ermittelt werden, wann die Oberfläche einmal so groß gewesen war, daß sie das ganze Weltall umschloß. Daraus läßt sich das Alter des Universums bestimmen. Aus einer Gleichung 7. Grades ergeben sich für den Weltanfang drei Radien von Kugeloberflächen. Die Zeit begann mit dem Sprung der äußersten Sphäre auf einen größeren Durchmesser, wobei die inneren Sphären die ursprünglichen Radien einnahmen. Bei jedem Sprung auf einen größeren Durchmesser teilen sich die Flächen. Dieser Prozeß setzt sich seither fort. Über viele 10^{100} Jahre lang blieb der Raum leer, bis die Schwankungen der Störungen dieses Prozesses so groß wurden, daß sich periodische Strukturflüsse ausbilden und Materie entstehen konnte. Im Gegensatz zur ART ist die Entstehung der Welt in der Theorie von Heim nicht mit einem Urknall verbunden. Sondern die längste Zeit war das Universum eine Geschichte reiner Geometrie. Erst vor 10^{15} Jahren brach Materie in einem seit langer Zeit expandierendem Universum explosionsartig isotrop in den Raum ein.

Weil der Operator C_p in den Eigenwertgleichungen (24) stark nichtlinear sind, kann ϕ_{km}^p nicht als ein Wahrscheinlichkeitsfeld interpretiert werden, da sich die Lösungen von (24) nicht superponieren lassen. Daher existiert in der Metrontheorie kein Wahrscheinlichkeitsfeld und noch keine Vereinigung mit der Quantentheorie.

Wird jedoch angenommen, daß - zumindest kurzzeitig - ein Operator C_p' existiert, der C_p überlagert, so daß ein linearer Operator $C_p'' = C_p + C_p'$ entsteht. Nur für C_p existieren geometrische Symmetrien, die die speziellen Eigenwerte von $\lambda_p(k,m)$ in (24) zu Null werden lassen. Mit der Existenz des linearen Operators C_p'' bleiben dagegen alle 64 Eigenwerte und somit Energiedichten (26) $\neq 0$, so daß die $\lambda_{(p)} \phi_{km}^{(p)} \rightarrow T_{rs}$ (mit $r,s = 1, \dots, 8$) einen $R_8 \supset R_6$ definieren. Die Hermetrieform der x_7, x_8 - Koordinaten werden als ein Wahrscheinlichkeitsfeld $\kappa_{ik}^{(0)}(x_7, x_8)$ aufgefaßt. Damit läßt sich die Quantisierung mit der halb-klassischen Strukturtheorie vereinigen. (Dröscher und Heim 1996).

Aus einem Dimensionsgesetz ließ sich ermitteln, daß ein 12-dimensionaler Hyperraum $R_{12} \supset R_6$ (aber sonst kein höher-dimensionaler) existieren muß. Nach Heim beeinflussen Prozesse in

den Dimensionen $x_7, \dots, x_{12}$ die physikalischen Ereignisse im R_6 . Mengentheoretische Analysen zeigen, daß die abbildenden Strukturen des Hyperraumes $G_4(x_9, \dots, x_{12})$ in die physikalische Raum-Zeit als superpositions- und interferenzfähige Wahrscheinlichkeitsamplituden in Erscheinung treten und die Phänomene der indeterministischen Quantentheorie bewirken.

Mit den Methoden der abstrakten Mengenlehre wird für den Anfangszustand des Universums (beim Symmetriebruch $t = 0$) eine algebraisch strukturierte Urmenge aus reinen Zahlen hergeleitet, bei denen es sich um Wahrscheinlichkeiten für alle möglichen Wechselwirkungen handelt. Daher lassen sich alle beobachteten und weitere noch unbekannte Wechselwirkungskonstanten als reine Zahlen angeben.

Aus der geometrischen Struktur der Materiequanten, wie sie Heim ermittelt hat, läßt sich nun angeben, warum die Gravitation eine Scheinkraft ist, wo die Quellen der Gravitation sind und wodurch die Trägheit entsteht.

Für Bewegungen im R_6 gilt die metronische Geodäsiebeziehung

$$\ddot{C}^i + \begin{bmatrix} i \\ ml \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mu \nu \\ \kappa \lambda \end{pmatrix} \dot{C}^m \dot{C}^l = 0, \quad (56)$$

worin C^i die Komponenten eines Gitterselektors nach (38) und ein Punkt die Zeitableitung bedeuten. Für jedes Element $(\kappa\lambda)$ aus $\hat{\gamma}$ läßt sich ein geodätisches Bezugssystem $A_{(\kappa\lambda)} = A_{(\lambda\kappa)}$ finden, auf das bezogen $\ddot{C}^i = 0$ wird. (Für jedes andere Element ist die Geodäsiebedingung aus $\hat{\gamma}$ durch $A_{(\kappa\lambda)}$ nicht gegeben). Besteht $\hat{\gamma}$ aus mehreren Struktureinheiten (beispielsweise b,c,d), dann lassen sich diese Kondensationen nicht forttransformieren. Nur die Kondensationen a bestehen aus nur einer einzigen Struktureinheit, bzw. einem einzigen Gitterkern ${}^2\bar{\kappa}_{(1)}$. Auf ein System $A_{(11)}$ bezogen lassen sich alle auf ${}^2\bar{\gamma}_{(11)}$ basierenden Wirkungen fort transformieren. Das ist der Grund dafür, daß die Gravitation als eine vom Bezugssystem abhängende Scheinkraft erscheint, obwohl die Quellen der Gravitation weiterhin erhalten bleiben. Diese kann daher nur in den Kondensationen der Klassen b,c und d begründet sein.

Alle Hermetrieformen: a aus (35), b aus (34), c aus (33) und d aus (31) müssen sich also gegen Bewegungsänderungen träge verhalten. Wegen (32) bestehen die Hermetrieformen aus Struktur-Kompressionen in Unterräumen mit folgenden Koordinaten:

- a (Gravitonen) aus $(x_5, x_6) \equiv [1]$,
- b (Photonen) aus $(x_4) = t \equiv [2]$ und $(x_5, x_6) \equiv [1]$,
- c (Neutrokorpuskeln) aus $(x_1, x_2, x_3) = R_3 \equiv [3]$ und $(x_5, x_6) \equiv [1]$ und
- d (geladene Korpuskeln) aus allen Koordinaten des R_6 , also aus $[1]$, $[2]$ und $[3]$

Die Kondensoren $\begin{bmatrix} n & n \\ n & n \end{bmatrix}$ (mit $n = [1],[2],[3]$) welche durch eine einzige Indizierung bestimmt werden, sind korrelationsfrei. Sie bilden keine Strukturflüsse aus, sondern Felder quantisierter Raumverdichtungen. Die Hermetrieformen c und d werden auch durch reelle Kondensoren des Typs $n = [3]$ begleitet und sind daher ponderabel, im Gegensatz zu a und b.

Da alle Hermetrieformen den Kondensor $\begin{bmatrix} [1] & [1] \\ [1] & [1] \end{bmatrix}$ enthalten, sind alle Hermetrieformen

Quellen von Gravitationsfeldern, denn dieser Kondensor erscheint bei der Projektion in den R_3 als gravitative Feldstruktur des Raumes. Das Gravitationsfeld jedes Körpers versucht, einen Zustand minimaler Kompressionen der Metronen, d.h. eine isotrope Verteilung der Feldlinien, einzustellen. Wird diese Struktur durch das Feld eines anderen Körpers gestört, so wirkt eine Zugspannung in Richtung zwischen beiden Körpern, welche eine isotrope Feldverteilung beider Körper anzustreben versucht. Diese Zugspannung ist ebenso groß wie der Trägheitswiderstand, den der Körper gegen eine Bewegungsänderung aufbaut.

Die Ursache der Trägheit ist strukturell etwas anderes. Um das einzusehen, wird die Weltselektorgleichung (48) mit $\dot{C}^k \dot{C}^l \dot{C}^m$ multipliziert und über die $q = 6$ hermetrischen Koordinaten aufsummiert:

$$\begin{aligned} \lambda_m(k, l) \begin{bmatrix} i \\ km \end{bmatrix} \dot{C}^k \dot{C}^l \dot{C}^m &= \left(\delta_i \begin{bmatrix} i \\ km \end{bmatrix} - \delta_m \begin{bmatrix} i \\ kl \end{bmatrix} \right) \dot{C}^k \dot{C}^l \dot{C}^m + \left(\begin{bmatrix} i \\ sl \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ km \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i \\ sm \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ kl \end{bmatrix} \right) \dot{C}^k \dot{C}^l \dot{C}^m = \\ &= - \begin{bmatrix} i \\ km \end{bmatrix} \dot{C}^l \delta_i (\dot{C}^k \dot{C}^m) + \dot{C}^l \delta_i \begin{bmatrix} i \\ km \end{bmatrix} \sum_{l=1}^q \delta_l (\dot{C}^k \dot{C}^m) + \begin{bmatrix} i \\ kl \end{bmatrix} \dot{C}^m \delta_m (\dot{C}^k \dot{C}^l) - \dot{C}^m \delta_m \begin{bmatrix} i \\ kl \end{bmatrix} \sum_{m=1}^q \delta_m (\dot{C}^k \dot{C}^l) - \\ &- \left(\dot{C}^l \begin{bmatrix} i \\ sl \end{bmatrix} \ddot{C}^s - \dot{C}^m \begin{bmatrix} i \\ sm \end{bmatrix} \ddot{C}^s \right) = 0 \end{aligned} \quad (57)$$

Mit der Geodäsiebeziehung (56) ist dann

$$\lambda_m(k, l) \begin{bmatrix} i \\ km \end{bmatrix} \dot{C}^k \dot{C}^l \dot{C}^m = -\ddot{C}^i \lambda_m(kl) \dot{C}^m = -\ddot{C}^i \bar{\lambda}(kl) \dot{C}^{-1} = -\ddot{C}^i \bar{\lambda} \dot{C}^{-1} \quad (58)$$

Darin sind $\ddot{C}^i \neq 0$ und $[k^i] \neq 0$. Demnach muß das Produkt $\bar{\lambda} \dot{C}^{-1} = 0$ sein, damit (57) erfüllt wird. Weil aber auch $\bar{\lambda} \neq 0$ und $\dot{C}^{-1} \neq 0$ sind, kann das Verschwinden nur durch die Orthogonalität der Vektoren $\bar{\lambda} \perp \dot{C}$. Da $C_k = \alpha_k()_k$ die Komponenten des Gitterselektors der leeren Welt sind, lautet seine Zeitableitung:

$$\dot{\bar{C}}; n \rightarrow \sum_{i=1}^q \dot{\bar{x}}_i = \bar{Y}(q), \quad (59)$$

darin ist $\bar{Y}(q) = \bar{Y}(6) = \bar{v} + i\bar{w}$ mit $\bar{w}^2 = c^2 + \dot{\epsilon}^2 + \dot{\eta}^2$ die komplexe Weltgeschwindigkeit im R_6 mit der sich das Universum ausdehnt, wenn $\epsilon = x_5$ und $\eta = x_6$ bedeuten. Eine Bewegung der Kondensationen im Raum mit $\dot{v} \neq 0$ bewirkt, daß sich die Vektoren kompositiver Kondensationsstufen $\hat{\lambda}$ und $\lambda_{(\mu\nu)}^{(\kappa\sigma)}$ neu einstellen müssen, was eine von $\bar{v}$ abhängige komplexe Drehung im R_6 bedeutet. Die Neueinstellung erfolgt während der Wirkungsdauer von $\dot{v} \neq 0$ und erzeugt einen Widerstand gegen die Orthogonalitätsverletzung, die als Scheinkraft oder Trägheit bei allen Struktureinheiten gleicherweise in Erscheinung tritt (Trägheitswiderstand).

Für die integralen $\lambda_{(x)}$ - Terme (mit $x = a, b, c, d$), d.h. Materiefeldquanten, die durch interne Korrelationen entstehen und deren Wechselwirkungen nach außen greifen, sind Trägheit und Gravitation äquivalent. Doch für die Materiefeldquanten, mit den x internen Partialstrukturen

$\lambda_{(\mu\nu)(x)}^{(\kappa\sigma)}$ gibt es keine Äquivalenz mehr, denn diese Begriffe sind hier strukturell völlig verschieden. Analog zur ART gilt die Geodätengleichung für die kräftefreie Bewegung eines Teilchens.

Trägheit und Schwere sind äquivalent. Aber sie haben, bezogen auf die Strukturdynamik, ganz verschiedene Ursachen. Trägheit ist eine Folge der Expansion des Universums. Die Schwere ist ein Kraftfeld, das durch den Kondensor mit den a-Hermetrieformen verursacht wird. Die Raumzeit ist ausgezeichnet durch die Expansion der Metronenstruktur. Trägheit ist keine Eigenschaft des absoluten Raumes, sie geht auch nicht auf die Wirkung entfernter Sterne zurück, sondern eine Folge der Expansion des Universums. (Damit ist auch die Einschränkung

der Invarianzforderung auf reguläre Affinitäten für die $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}$ bzw. $\left[\begin{smallmatrix} \\ \end{smallmatrix} \right]$ gerechtfertigt). Trägheit geht nicht auf die Fluktuationen des Vakuums zurück und läßt sich daher nicht durch Manipulation dieser Fluktuationen beeinflussen, wie dies Rudea, Haisch und Puthoff (1994) vermuten.

Nach Heim gibt es weder Energie noch Materie in einer nur 4-dimensionalen Welt. Die Existenz von Materie belegt daher, daß wir in einem R_6 leben. Es ist deshalb auch nicht möglich, die beiden zusätzlichen Dimensionen durch Kompaktifizieren nach Kaluza-Klein zu verstecken. Da die ausgebreiteten imaginären Dimensionen x_5 und x_6 nicht räumlich und nicht zeitlich sein können, muß es sich um informatorische oder die Bedeutung von Strukturen und Ereignisse bewertende Wertevorräte handeln. Um solche Qualitäten formal beschreiben zu können, ist es erforderlich, eine ganz allgemeine Logik zu entwickeln, um die Wirkungen von x_5 und x_6 in physikalischen Prozessen beschreiben und untersuchen zu können. Burkhard Heim hat dazu eine „syntrometrische Maximentelezentrik“ als System allgemein logischer Verknüpfungen entwickelt, mit der quantitative und qualitative Aspekte physikalischer und nicht-physikalischer Prozesse formalisiert werden können. (Diese Entwicklung war die schwierigste Aufgabe, mit der sich B. Heim, seinen eigenen Angaben zufolge, jemals befaßt hat. Die Arbeiten waren bereits vor Jahren abgeschlossen. Das Manuskript darüber, das rund 400 Seiten umfaßt, ist aber leider von Burkhard Heim noch nicht veröffentlicht worden.)

Die außerordentliche Vielfalt der möglichen Auswertungen der geometrischen Eigenschaften der Materie, sowie die Möglichkeit, qualitative Strukturen mit formalen Methoden ausloten zu können, scheint die Metrontheorie zu der erfolgversprechendsten Theorie der Materie, der Kosmologie der Kosmogonie und von Phänomenen der Biologie und Psychologie (Bewußtsein) zu machen.

I. von Ludwiger

Feldkirchen-Westerham, Mai 2000

Literaturnachweis

- Ambarzumian, V. und D. Iwanenko 1930: *Z. Phys.*, **64**, S. 563
- Ashtekar, A. 1994: *Proceedings of the Workshop on Math. Phys. Towards the XXIst Century*, (Israel): Beer-Sheva
- Beck, H. 1993: *Generation of Antigravity*, MUFON-CES-Report No.11, S.241-293
- Bergmann, P.G. 1956: *Nuovo Cimento*, **3**, S. 1177; *Helv. Phys. Acta Suppl.*, **4**, S. 79
- Birkhoff, G.D. 1943: *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.*, **29**, S. 231
- Bonnor, W.B. 1954: *Proc. R. Soc.*, **226A**, S. 366
- Casimir, H.G.B. 1948: *Proc. Ned. Wet., (Amsterdam)*, **60**, S. 793
- Cremmer, E. und J. Scherk 1976: *Nucl. Physics*, **B108**, S. 409
- Cremmer, E. und B. Julia 1978: *Phys. Lett.*, **B80**, S. 48
- Damour, T. und A.M. Polyakov 1994: *Nucl. Physics*, **B423**, S. 532
- Dehnen, H. und H. Hönl 1964: *Z. f. Physik*, Vol.7, **11**, S. 1-6 u. 201
- Dimopoulos, S. und G.F. Giudice 1996: *Phys. Lett.*, **B379**, S. 105
- Dröscher, W. und B. Heim 1996: *Strukturen der physikalischen Welt und ihrer nichtmateriellen Seite*, Innsbruck: Resch
- Dürr, H.-P. 1982: *Radical Unification in Unified Theories of Elementary Particles*, S.39, Lecture Notes in Physics, Nr.160, Heidelberg: Springer
- Einstein, A. 1920: *Phys. Ztschr.*, **21**, S. 651
- Einstein, A. L. Infeld und B. Hoffmann 1938: *Ann. Math.*, **39**, S. 65
- Einstein, A. und N. Rosen 1935: *Phys. Rev.*, **48**, S. 73
- Einstein, A. 1956: *Grundzüge der Relativitätstheorie*, Braunschweig: Vieweg
- Feynman, R. 1989: in *Superstrings - Eine allumfassende Theorie?* S. 229, hrsg. von P.C.W. Davies und J.R. Brown, Berlin: Birkhäuser
- Glashow, S und P. Ginsparg 1986: *Physics Today*, Mai 1986, S. 7
- Gupta, S.N. 1952: *Proc. Phys. Soc.*, (London), **A65**, S. 161 u. 608
- Gupta, S.N. 1957: *Rev. Mod. Phys.*, Vol.29, **3**, S. 334
- Harasim, A., I. v. Ludwiger, W. Kroy und T. Auerbach 1985: *Laboratory Experiment for Testing the Gravi-Magnetic Hypothesis with Squid-Magnetometers*, SQUID '85-Superconducting Quantum Interference Devices and their Applications, hrsg. von Halbohm und Lübbig; Berlin: Walter de Gruyter & Co.
- Hehl, F.W. und B.K. Datta 1971: *J. Math. Phys.*, Vol.12, **7**, S. 1334
- Heim, B. 1977: *Z. f. Naturforschung*, **32a**, S. 233
- Heim, B. 1983: *Elementarstrukturen der Materie*, Bd. II, Innsbruck: Resch
- Heim, B. 1989: *Elementarstrukturen der Materie*, Bd. I, (2. erw. Aufl.), Innsbruck: Resch
- Heisenberg, W. 1967: *Einführung in die Theorie der Elementarteilchen*, Stuttgart: Hirzel
- Hlavaty, V. 1952: *Proc. Natn. Acad. Sci. USA*, **38**, Nr. 5, S.415 und Nr.12, S.1052
- Hughston, L.P. und R.S. Ward 1979: *Advances in Twistor Theory*; Research Notes in Mathematics; London: Pitman Adv. Publ. Program
- Jordan, P. 1955: *Schwerkraft und Weltall*, Braunschweig: Vieweg
- Kaluza, T. 1921: *Sitz. Ber. d. Preuss. Akad. d. Wiss.*, S. 966
- Klein, O. 1926: *Z. f. Physik*, **37**, S. 895
- Isham, C.H., A. Salam und J. Strathdee 1971: *Phys. Rev.*, **D3**, S. 867
- Kohler, M. 1952: *Z. f. Physik*, **131**, S. 571
- Kohler, M. 1953: *Z. f. Physik*, **134**, S. 286 u. 306
- Kretschmann, E. 1917: *Ann. Physik*, **53**, S. 575
- Lazarides, G., C. Panagiotakopoulos und Q. Shafi 1986: *Phys. Rev. Lett.*, **56**, S. 432

- Meessen, A. 1978: *Foundations of Physics*, Vol.8, 5/6, S. 399
- Nath, P. 1975: *Supersymmetry and Gauge Supersymmetry*, in *Gauge Theories and Modern Field Theories*, hrsg. von R. Arnowitt und P. Nath; Cambridge: MIT Press
- Nordström, G. 1914: *Ann. D. Physik*, **43**, S. 1101
- Pauli, W. 1963: *Relativitätstheorie*, Paolo Boringhieri
- Penrose, R. 1975: *Twistor Theory, its Aims and Achievements*, in *Quantum Gravity*, hrsg. von C.J. Isham, R. Penrose und D.W. Sciama; Clarendon Press
- Pirani, F.A.E. 1962a: in *Gravitation - An Introduction to Current Research*, hrsg. von L. Witten, New York: Wiley & Sons
- Pirani, F.A.E. 1962b: in *Les Théories de la Gravitation*, S. 85, Paris: CNRS
- Rosen, N. 1940: *Phys. Rev.*, **57**, S. 147 u. 150
- Ruark, E. 1931: *Phys. Rev.*, **37**, S. 315
- Rudea, A., B. Haisch und H.E. Puthoff 1994: *Phys. Rev. A*, S. 1-12
- Scherk, J. und J.H. Schwarz 1974: *Nucl. Physics*, **B81**, S. 118
- Schouten, J.A. 1954: *Ricci-Calculus*, Berlin: Springer
- Schrödinger, E. 1943: *Proc. R. Ir. Acad.*, **49A**, S. 43 und 225
- Schwarz, J.H. 1985: *Superstrings - The First 15 Years of Superstring Theory*, Word Scientific
- Sivaram, C. und K.P. Sinha 1974: *Pramana*, Vol.2, **5**, S. 229
- Synge, J.L. 1960: *Relativity: The General Theory*, Amsterdam
- Thirring, W. 1961: *Ann. Phys.*, (New York), **16**, S. 96
- Thiry, Y. 1950: *Doktorarbeit*, Paris
- Tonnellat, M.A. 1955: *J. Phys. Rad.*, (Paris), **16**, S. 21
- van Dantzig, D. 1932: *Math. Ann.*, **106**, S. 400
- Velten, O. 1933: *Projektive Relativitätstheorie*, Berlin: Springer
- Weinberg, S. 1989: in *Superstrings - Eine allumfassende Theorie?* S. 244, hrsg. von P.C.W. Davies und J.R. Brown, Berlin: Birkhäuser
- Witten, E. 1997: *Heinz Pagels Memorial Lecture Series*, Aspen, Colorado