

Bemerkungen zum Feld einer rotierenden Scheibe mit hochpermeabler Achse

Der Einfachheit halber soll eine unendlich lange Achse angenommen werden. Ein Schnitt durch das System ist in Fig. 1 dargestellt. Aus Gründen der Randbedingungen muss das System

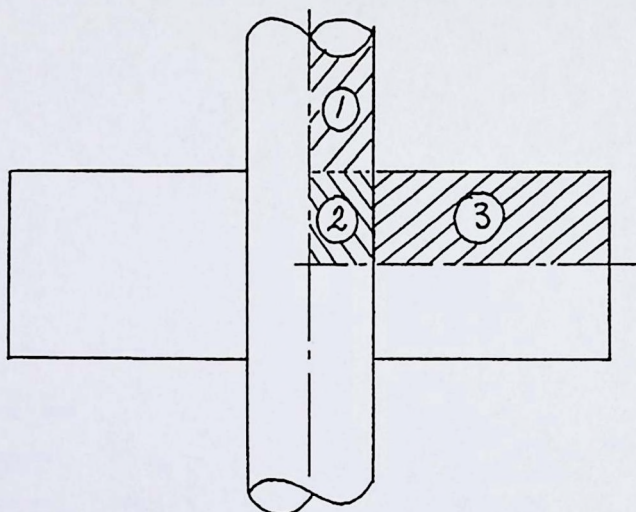


Fig. 1

in 3 Zonen unterteilt werden, doch bestehen Zone (1) und (2) aus dem gleichen (hochpermeablen) Material. Es geht nicht darum, die Felder in den 3 Zonen zu berechnen, sondern nur um das Verhalten der Lösung in der Achse, Zone (1), für grosse z .

Zone (1) entspricht einer langgestreckten "Scheibe", so dass das Vektorpotential des gravitativen Magnetfeldes ganz ähnlich demjenigen der rotierenden Scheibe ist (Gl. (10) im Bericht vom 21.7.1983). Die einzige Modifikation, die vorgenommen werden muss, ist das Ersetzen von $\cosh c_n z$ durch $e^{-c_n z}$, da das Feld für $z \rightarrow \infty$ endlich bleiben muss. Damit wird das Vektorpotential

$$\text{Zone (1): } A^{(1)}(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_1(c_n r) e^{-c_n z} - a r^3 + A r. \quad (1)$$

Die entsprechenden Magnetfelder sind

$$B_r^{(1)}(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n A_n J_1(c_n r) e^{-c_n z} \quad (2)$$

$$B_z^{(1)}(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n A_n J_0(c_n r) e^{-c_n z} + 2A - 4a r^2. \quad (3)$$

Die Randbedingungen verlangen, dass $B_r^{(1)}$ am Rand $r=r_0$ verschwindet, so dass, wie im Fall der Scheibe,

$$c_n = \frac{j_{1n}}{r_0}$$

sein muss. Ausserdem muss $B_z^{(1)}$ für grosse z gegen das Feld eines unendlich langen rotierenden Stabes streben, also

$$z \rightarrow \infty: B_z^{(1)}(r, z) \rightarrow 2A - 4ar^2 = \text{Feld eines unendlich langen rotierenden Zylinders.}$$

Das entsprechende Feld kann aus Gl. (32) im Bericht vom 21.7.1983 abgeleitet werden, indem man r_0 gegen unendlich streben lässt, wodurch der Summenterm verschwindet und $B_z(r)$ den Wert

$$r_0 \rightarrow \infty: B_z(r) = 4a\left(\frac{r_0^2}{2} - r^2\right) \quad (4)$$

annimmt. Folglich ist

$$B_z^{(1)}(r, z) = \frac{1}{r_0} \sum_{n=1}^{\infty} j_{1n} A_n J_0\left(j_{1n} \frac{r}{r_0}\right) e^{-j_{1n} \frac{z}{r_0}} + 4a\left(\frac{r_0^2}{2} - r^2\right). \quad (5)$$

Der Summenterm in dieser Gleichung beschreibt den Einfluss der Scheibe auf das Magnetfeld im Stab. Dieser Einfluss klingt offensichtlich wie

$$e^{-j_{11} \frac{z}{r_0}} = e^{-3.8317 \frac{z}{r_0}}, \quad (j_{11} < j_{12} < \dots)$$

ab. Wenn z/r_0 am Ort der Messung von der Grössenordnung 10 ist, spürt man praktisch nichts mehr vom Vorhandensein der Scheibe, so dass man die Achse gerade so gut allein rotieren lassen kann. Das entsprechende Magnetfeld nach Gl. (4), voll ausgeschrieben ist

$$B_z^{(1)}(r) = \frac{\mu}{2\mu_0} \sqrt{\beta\mu_0} \int_{\omega} \omega_0 \left(\frac{r_0^2}{2} - r^2\right). \quad (6)$$