Burkhard Heim

Elementarstrukturen der Materie

Band I

RESCH VERLAG - INNSBRUCK 1980

MEINER FRAU GERDA

UND

MEINEM VATER

EINFÜHRUNG

Die Frage nach der Elementarstruktur der Materie hat unter den Hochenergiephysikern im Laufe der Zeit zu zwei Richtungen geführt. Die Verfechter der *Quark-Theorie* sind der Meinung, daß sich sämliche Elementarteilchen aus nur einigen wenigen sogenannten „Quarks" aufbauen ließen. Die Verfechter der *nicht-linearen Spinortheorie* vertreten hingegen die Ansicht, daß jedes Elementarteilchen für sich schon eine Letzteinheit darstellt.

In diesem Buch stellt nun Heim den ersten Teil einer dritten umfassenden Theorie der Elementarteilchen vor, die im wesentlichen in der Aussage gipfelt, daß Elementarteilchen, bezogen auf ihre Eigenschaft, Materie zu sein, sehr wohl elementar, bezogen auf ihre innere Struktur sehr komplizierte Gebilde sind.

Bereits dieser erste Teil zeigt, *daß die Heimsche Quantenfeldtheorie* die lange gesuchte einheitliche Feldtheorie mit der Weltformel ist. Dafür sprechen folgende Indizien, die von einer konsistenten einheitlichen Feldtheorie erfüllt sein müssen: Einheitlichkeit, Beschreibung und vollständige Quantisierung aller Wechselswirkungsfelder, Herleitung der Sommerfeld-Feinstrukturkonstante als reine Zahl, Erklärung der Elementarladung, einheitliche Beschreibung kosmologischer und mikrophysikalischer Prozesse.

Es liegt nun an den Experten, sich mit Heims Theorie zu befassen. Zur Erleichterung dieses Studiums hat der Resch Verlag in Abstimmung mit Heim, die von Illobrand v. Ludwiger verfaßte Broschüre: „Einblicke in die Heimsche einheitliche Quantenfeldtheorie I" herausgegeben, die auch Hinweise auf Band 2 - 3 enthält. Als Herausgeber dieser Arbeit schulde ich einen besonderen Dank Burkhard Heim für sein Vertrauen, Günter Emde, Illobrand v. Ludwiger und Anton Müller für Beratung und Mitlesen der Korrekturen und nicht zuletzt Mathilde Zimmermann für die Erstellung des schwierigen Satzes und die Gestaltung des Bandes.

Möge die Veröffentlichung zu einem umfassenderen Verständnis von Welt und Mensch führen.

Innsbruck, 29. Oktober 1979 Andreas Resch

VORWORT

Die vorliegende Schrift ist ein verhältnismäßig verdichteter Auszug aus einer sehr umfangreichen unveröffentlichten Studie, der sich allein auf die Thematik materieller Letzteinheiten beschränkt, während Darlegungen kosmologischer und astrophysikalischer Art weitgehend ausgeklammert wurden. Gerade die Problematik der Elementarkorpuskeln gestattet eine solche Beschränkung, derart, daß logische Diskontinuitäten vermieden werden konnten. Andererseits sind aber die theoretischen Untersuchungen auch von unserem Aspekt her gesehen noch stark im Fluß. Aus diesem Grunde werden die noch offenen Fragen herausgestellt, und es wird stets darauf hingewiesen, wenn zusätzliche Terme nicht deduzierbar waren, sondern aus empirischen Gründen heuristisch konstruiert wurden. Auch wurden in den vorläufigen Lösungsformeln überall dort Summanden oder Faktoren Y_k angebracht, wo möglicherweise bei einer späteren Weiterführung der Deduktionen Korrekturausdrücke erscheinen können. Dies bezieht sich jedoch im wesentlichen auf den zweiten Band dieser Schrift. Bei den numerischen Untersuchungen wurde vorerst und dem gegenwärtigen Stand der theoretischen Arbeit entsprechend für alle $Y_k = 1$ gesetzt.

Zur sprachlichen Vereinfachung wurden an Stelle der Begriffe makrokosmisch bzw. makroskopisch oder mikrokosmisch bzw. mikroskopisch die einmal von Treder (Physikertagung 1965 in Hoechst) formulierten Begriffe makro- und mikromar verwendet.

Es sei noch bemerkt, daß entgegen der üblichen Schreibweise in der vorliegenden Schrift Vektoren durch Überstreichung des Symbols gekennzeichnet und Tensorindizierungen durch Kommata getrennt werden, sofern die betreffende Größe im Sinne der Analysis stetig variierbar ist. Andernfalls entfallen diese Kommata. Das Zeichen X^* kennzeichnet immer X als konjugiert komplex, wobei im Fall eines Tensors mit dieser komplexen Konjugation eine Indextransposition einhergeht. Das Symbol $\hat{X}$ kennzeichnet X stets als eine Matrix.

Bei allen physikalischen Darlegungen wird das internationale Maßsystem verwendet, so daß als nicht abgeleitete Naturkonstan-

ten die Influenzkonstante ϵ_0, die Induktionskonstante μ_0 sowie die Newtonsche Gravitationskonstante γ und das Wirkungsquant $h=2\pi\hbar$ auftreten.

Für ermutigenden Zuspruch dieses Buch zu schreiben, danke ich besonders Herrn Prof. Dr. H. P. DÜRR, und für die tatkräftige Unterstützung meiner Arbeit der GmbH MESSERSCHMITT-BÖLKOW-BLOHM. Der Allgemeinen Elektrizitätsgesellscheaft AEG TELEFUNKEN gilt mein Dank für die großzügige Überlassung eines Rechenzentrums.

Northeim, 1. Oktober 1979 Burkhard Heim

FEHLERVERZEICHNIS

Korrekturen und Änderungen nach Drucklegung. Nicht sinnstörende Druckfehler wurden nicht berücksichtigt.

Seite	Zeile	
14	2	... $x_4 = ict$
14	22	... $(\hat{A}_- X \hat{A}_+)_- = \hat{0}$
15	2	... $x_4 = ict$
39	16	... $\frac{\partial g}{\partial x^k} = 2g\Gamma^m_{k,m}$
43	24	... $\frac{\partial g}{\partial x^k} = 2g\Gamma^m_{k,m}$
48	34	... $mc^2 + \frac{\alpha}{2}\int \bar{G}^2\, dV = const$
49	2	... $+(1-2\frac{am}{r})\frac{dm}{dr}$ + ...
59	23	... $r = R \mp \varsigma$
59	29	... $= \frac{4\omega c\varsigma}{e\gamma M_0} x$
75	14	... $\varphi = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu n^\nu$
75	19	$= \sum_{\nu=k}^{\infty} a_\nu \sum_{l=0}^{k} (-1)^l \binom{k}{l} (-1)^\nu =$
75	26	... $(-1)^{\nu+1}\binom{k}{l} l^\nu$
77	6	$(\delta_i X \delta_k)_- = 0$
77	16	... $\delta\varphi =$
96	24	... $= {}^2\bar{\gamma}(Z^k)^L_1 ; n,$
99	7	... Fein- (Z. 8) strukturen
101	24	... Koordinationsselektoren
115	22	... = 1. Wenn
128	22	... $\alpha \equiv \binom{cd}{ab}$
156	8	... $(1-(\frac{2\varphi_{kl}}{\lambda(kl)}-1)^2)$,
158	9	$Re\, \lambda_{kl}\, N \neq 0$ ...
161	11	... $2\psi_i \gamma_i =$
163	15	$\sum_{k=1}^{q} \gamma_{ik}$ ...
168	24	... $= \ln (E + e^\eta)$
175	30	... $= -\frac{1}{\vartheta}(\ddot{\vartheta}/C^2 + \frac{i\lambda_4 \dot{\vartheta}}{2C})$.
177	6	... die Integrationskonstante $\underline{A}$, dann
180	14 – 15	... divgrad $W \sim W$ ...
189	4	... $= \frac{h}{2mc} \equiv (2)$
189	7	... $\eta(1)$

INHALTSVERZEICHNIS

Einführung VI
Vorwort VII
Inhaltsverzeichnis IX

VORBEMERKUNG UND PROBLEMSTELLUNG 1

K A P I T E L I

DER MAKROMARE HINTERGRUND MIKROMARER PROZESSE 5

1. Logische und empirische Basis 5
2. Der makromare Hintergrund 10
3. Die nichthermitesche Raumzeitstruktur 14
4. Mikromare Diskontinuitäten 22

K A P I T E L II

DAS WELTTENSORIUM 25

1. Weltdimensionen 25
2. Konstruktion des Welttensoriums 32
3. Hermitesche Weltstrukturen 37
4. Gravitative Raumstruktur und ihre Extrema 47

K A P I T E L III

METRONISCHE STRUKTURTENSORIEN 65

1. Metronische Elementaroperationen 65
2. Selektoren 81
3. Selektortheorie primitiv strukturierter Tensorien 91
4. Metronische Hyperstrukturen und Metronisierungsverfahren 99
5. Polymetrie relativer metronischer Kondensationen 110

KAPITEL IV

DIE WELT ALS HYPERSTRUKTUR 133

1. Strukturelle Kondensationsstufen 137
2. Hermetrieformen 150
3. Hermetrische Elementarstrukturen 169

VORSCHAU AUF BAND II 199

VORBEMERKUNG UND PROBLEMSTELLUNG

Wenn der Versuch unternommen werden soll, in einheitlicher Form möglichst umfassende Bereiche der materiellen Welt zu beschreiben, dann kann die Grundlage nur eine einheitliche quantitative Theorie der Eigenschaften materieller Letzteinheiten sein.

Die an den Partikelbeschleunigern der Hochenergiephysik gewonnene Empirie weist nun darauf hin, daß die möglichen Übergänge von freier Energie in ponderable Materie derartige materielle Letzteinheiten — also Elementarstrukturen der Materie — sind. Zumindest nach dem gegenwärtigen Stand hochenergiephysikalischer Technologien war es offenbar nicht möglich, irgendwelche Subkonstituenten empirisch aufzufinden, aus denen diese Elementarkorpuskeln zusammengesetzt wären.

Einen scheinbaren Widerspruch zur Auffassung der Elementarkorpuskeln als materielle Letzteinheiten bildet offensichtlich die empirische Tatsache, daß nahezu alle diese Partikel radioaktiven Zerfallsvorgängen unterworfen sind. Unterstellt man die Existenz irgendwelcher Subkonstituenten, so ist auf keinen Fall eine Analogie zur Atom- oder Nuklidstruktur gegeben; denn die Bindungsenergie im Falle atomarer oder nuklearer Strukturen ist stets wesentlich kleiner als die Gesamtmasse des betreffenden atomistischen komplexen Systems, während im Fall der Elementarkorpuskeln (auf Grund einer Betrachtung der Zerfallsprozesse) diese Bindungsenergie ungefähr der Partikelmasse entsprechen würde. Im Gegensatz zur Dynamik atomarer oder nuklearer Strukturen muß demnach die Dynamik der Elementarpartikel relativistische Züge tragen.

Das gegenwärtig von den meisten Sachverständigen akzeptierte Modell zur Beschreibung der Elementarkorpuskeln ist das sogenannte "Quarkmodell". Hier werden aus gruppentheoretischen Gründen die sogenannten "Quarks" als materielle Letzteinheiten postuliert, von denen es ursprünglich drei geben sollte, und die sämtliche Elementarkorpuskeln aufbauen. Tatsächlich ist dieses Modell recht gut geeignet, sowohl qualitativ als auch quantitativ hadronische Fermionen und Bosonen wiederzugeben. Allerdings

mußten mit fortschreitender Zahl empirisch aufgefundener Elementarpartikel auch die Zahl der materiellen Letzteinheiten dieses Modells ständig vergrößert werden. Auf diese Weise wurde die Komplikation des Modelles ständig erhöht, bis schließlich der Gesamtzahl empirisch aufgefundener Elementarpartikel eine nahezu ebenso große Zahl konzipierter Letzteinheiten wie "Quarks" oder "Gluons" bzw. "Higgs" gegenüberstand, um den Bau der Elementarpartikel zu erklären. Nach unserer Auffassung wäre diese Methodik durchaus gerechtfertigt, wenn diese hypothetischen Letzteinheiten in einheitlicher Form verstanden werden könnten und die Fundamentalsymmetrien einer relativistischen Basisdynamik der Elementarkorpuskeln deutlich erkennbar würde. Offensichtlich scheint dies gegenwärtig auch nicht annähernd möglich zu sein. Andererseits erscheint es prinzipiell unmöglich, ohne empirische Hinweise elementare Systeme von komplexen Systemen zu unterscheiden. Wenn man nun den Elementarkorpuskeln eine unbegrenzte Zahl von virtuellen Freiheitsgraden zuspricht, dann würden die Quarks zu physikalisch nicht realen Quasipartikeln, denen nur eine phänomenologische Bedeutung zukäme.

Werden andererseits dieser sogenannten Quark-Hypothese entgegen die Elementarkorpuskeln als wirkliche materielle Letzteinheiten aufgefaßt (wofür zumindest die durch die gegenwärtige Experimentaltechnologie bedingte empirische Hochenergiephysik spricht), dann sind zwar in diesem Bereich Begriffe wie "teilbar in" oder "besteht aus" nicht anwendbar (W. HEISENBERG), doch muß dann die Tatsache des beobachteten radioaktiven Zerfalls der meisten Elementarkorpuskeln in andere Korpuskeln niedrigerer Masse verstanden werden. Auf Grund dieser empirischen Widersprüchlichkeit scheint es sinnvoll, im Bereich der Elementarkorpuskeln den Begriff des "Elementaren" relativiert zu verwenden, derart, daß diese Elementarkorpuskeln – bezogen auf ihre Eigenschaft Materie zu sein – durchaus elementare Letzteinheiten sind, daß aber trotzdem wie auch immer geartete interne Strukturierungen möglich sind, deren eventuelle zeitliche Variabilität sich möglicherweise in den Zerfallsprozessen oder auch in Wechselwirkungen und einer relativistischen Basisdynamik äußern mag. Andererseits dürfte es aber unmöglich sein bei der Beschreibung dieser

Verhältnisse von einem einfachen System (wie z. B. in der Atom- und Nuklearphysik) auszugehen.

Die Basis einer jeden theoretischen Analyse mathematischer Art ist stets ein System von Erfahrungen, die irgendein beobachtender Mensch sammelt. Für einen Menschen erfahrbar sind aber nur solche Bereiche der Welt, die bewußt erlebbar sind, doch ist nur das erlebbar, was geschieht. Geschehnisse sind aber Folgen von Ereignisstrukturen, so daß die Elemente der menschlich erfahrbaren Welt Ereignisse sind, die stets (bezogen auf irgendwelche Maßsysteme und Bezugspunkte) durch 4 Zahlenangaben quantifizierbar sind, wenn es sich um Ereignisse des quantitativ-materiellen Teiles der Weltganzheit handelt. Unabhängig davon, wie die Elementarkorpuskeln spekulativ interpretiert werden können, oder welche Modellvorstellungen mehr oder weniger zweckmäßig erscheinen, kann nach unserer Auffassung ganz allgemein festgestellt werden, daß diese Elementarkorpuskeln auf jeden Fall Ereignisstrukturen sind, die sich deutlich unterscheidbar vom Hintergrund nicht unterscheidbarer Ereignisse einer leeren Welt abheben. Aus diesem Grunde erscheint uns der Versuch gerechtfertigt, in radikaler Weise eine mehrdimensionale Geometrisierung der empirisch-phänomenologischen Sachverhalte durchzuführen, und von diesem Gesichtspunkt her auf indirektem Wege ein mathematisches Schema zu finden, welches ein Analogon zu den empirischen Befunden darstellt und eine Beschreibung der Fundamentalsymmetrien sowie Symmetrien höherer Ordnung gestattet, deren Invarianzforderungen eventuell eine relativistische Basisdynamik ermöglichen.

KAPITEL I

DER MAKROMARE HINTERGRUND MIKROMARER PROZESSE

1. Logische und empirische Basis

Eine Beschreibung der materiellen Welt kann optimal nur dann erfolgen, wenn die Beschreibungsmethodik dem quantitativen Charakter der Materie angepaßt, also selbst von quantitativer Natur ist. Aus diesem Grunde kommt als optimale Deskriptionsmethodik nur ein mathematisches Schema in Betracht. Die Mathematik ist zwar ein an nur wenige Axiome gebundenes und in sich selbst geschlossenes System, jedoch ist dieses System an sich noch keineswegs ein Schema, welches als Abbild dieser materiellen Welt angesprochen werden kann. Die mathematische Beschreibung muß stets darauf hinauslaufen, ein mathematisches Schema aufzufinden, derart, daß dieses Schema ein Analogon zu den Strukturen der quantitativen materiellen Welt darstellt, was aber ohne Voraussetzungen nicht möglich sein kann.

Die notwendige Voraussetzung zur Auffindung dieses mathematischen Schemas muß aus der Natur der materiellen Welt selbst stammen, d. h., es muß eine induktive Basis aus einer physikalischen Empirie gefunden werden, welche stets aus empirisch gut begründeten und quantitativ formulierten physikalischen Aussagen besteht. Hierbei sollte es sich nach Möglichkeit um eine möglichst geringe Zahl empirisch gut fundierter physikalischer Prinzipien größtmöglicher Universalität handeln.

Als eine solche induktive empirische Basis einer mathematischen Beschreibung der materiellen Welt verwendeten wir die folgenden Sätze:

(a) Es gibt allgemeine Erhaltungsprinzipien wie z. B. solche der Energie, des Impulses oder der elektrischen Ladung.

(b) Es gibt Extremalprinzipien wie z. B. das Entropiegesetz im makromaren Bereich, welche durch Variationstheoreme formulierbar sind.

(c) Physikalische Wirkungen sind stets ganzzahlige Vielfache einer als Wirkungsquant h bezeichneten kleinsten Wirkung, derart, daß die atomistische Struktur der Materie und die Nichtexistenz eines energetischen Kontinuums als Folge dieses Quantenprinzips anzusehen sind.

Über diese drei Prinzipien hinaus nahmen wir in die induktive Basis der mathematischen Deduktionen noch die Tatsache auf, daß im makromaren Bereich materielle Strukturen über den hinsichtlich der Drehgruppe kompakten reellen physikalischen Raum R_3 hinweg durch Wirkungsfelder in physikalischen Zusammenhängen stehen.

(d) Im makromaren Bereich existieren die Wirkungsfelder des Elektromagnetismus und der Gravitation.

(d_1) Das elektromagnetische Feld wird durch das elektromagnetische Induktionsgesetz (MAXWELL) beschrieben.

(d_2) Vom Gravitationsfeld ist empirisch nur bekannt, daß seine skalare Feldfunktion (Quadrat einer zirkulären Geschwindigkeit) der felderregenden Masse direkt und dem Abstand vom Gravitationszentrum umgekehrt proportional ist.

Diese beiden letzten empirischen Aussagen (d_1) und (d_2) geben die Natur solcher Felder nur im Rahmen der Meßbarkeitsgrenzen wieder und sind wahrscheinlich nicht exakt.

Neben dieser empirischen Basis unserer Untersuchungen theoretischer Art sei kurz eine Empirie der zur Diskussion stehenden Elementarstrukturen der Materie angeführt. Die Experimentaluntersuchungen der Hochenergiephysik weisen ein Spektrum von Elementarkorpuskeln auf, zu dem es ein spiegelsymmetrisches Spektrum von Antikorpuskeln gibt. Uns erscheint die Wahrscheinlichkeit sehr groß, daß es sich bei diesen Korpuskeln tatsächlich um materi-

elle Letzteinheiten handelt; denn trotz steigenden technologischen Aufwandes in der experimentellen Hochenergiephysik konnte bei Kollisionsuntersuchungen nicht festgestellt werden, daß die kollidierenden Partikel in irgendwelche Subsysteme zerfallen, sondern Paare (Korpuskel-Antikorpuskel) bilden. Aus diesem Grunde halten wir den Schluß für sinnvoll, diese Elementarkorpuskeln nicht nur als materielle Letzeinheiten aufzufassen, sondern sie auch als erlaubte Übergänge von freier Energie in ponderable Materie zu interpretieren, wofür ihr bereits gegenwärtig verhältnismäßig umfangreiches Spektrum ebenfalls sprechen dürfte.

Jede einzelne Elementarkorpuskel als Term dieses vorläufigen empirischen Spektrums verfügt wiederum über eine Serie quantitativ feststellbarer Eigenschaften wie Barionenziffer, Spin, Isospin, Seltsamkeitsquantenzahl, elektrisches Ladungsverhalten oder die Eigenschaft eine spiegelsymmetrische Antikorpuskel zu sein. Darüberhinaus kommt jeder Korpuskel eine meßbare Trägheitsmasse und eine zeitliche mittlere Existenzdauer zu, nach deren Ablauf mit Ausnahme der als Elektronen und Protonen bezeichneten Partikel diese Korpuskeln im Rahmen eines radioaktiven Zerfalles in andere Terme des Spektrums transmutieren. Umgekehrt können auch Wechselbeziehungen zwischen diesen Elementarpartikeln beobachtet werden, welche wiederum zu Elementarpartikeln des empirischen Spektrums führen. Bei diesen Zerfalls- und Reaktionsprozessen kann eine ganze Reihe von Erhaltungssätzen gewisser Partikeleigenschaften beobachtet werden, von denen einige als Erhaltungsprinzipien (a) immer gelten, während andere Erhaltungssätze unter gewissen Bedingungen durchbrochen werden. Demzufolge erscheinen auch die Symmetrien gestört, die solchen Erhaltungssätzen entsprechen.

Neben diesen empirischen Elementarpartikeln gibt es noch Neutrinozustände, welche Zerfalls- und Reaktionsprozesse begleiten können, aber mit derzeitigen Mitteln nur indirekt nachweisbar und quantitativ noch nicht meßbar sind.

In der bekannten Weise können die vektoranalytischen Differentialgleichungen aus (d_1) ineinander substituiert werden, was unter Verwendung vektoranalytischer Operatortheoreme das Ausbreitungsgesetz elektromagnetischer Induktionen als transversale

Wellengleichung im ladungsfreien Vakuum mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit $c\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0} = 1$ (Lichtgeschwindigkeit) liefert. Im ungestörten Fall sind die Wellenzonen wegen $c=\text{const}$ im R_3 kugelsymmetrisch, während die Frequenz ν und die Wellenlänge λ durch $\lambda \nu = c$ verknüpft sind. Bezogen auf Inertialsysteme, die mit konstanter Geschwindigkeit v relativ bewegt werden, ist λ vom jeweiligen Bezugssystem abhängig, während die sphärische Symmetrie der Wellenzonen beim Wechsel der Inertialsysteme invariant bleibt. Hierdurch wird das elektromagnetische Relativitätsprinzip begründet, welches auch die Invarianz der Wellengleichung fordert. Dies wiederum liefert als Transformationsgruppe beim Wechsel der inertialen Bezugssysteme eine Lorentzgruppe mit quadratischer Transformationsmatirx $\hat{A}_-$ vom Typ 4 und unitärer Eigenschaft $\hat{A}_- \hat{A}_-^{\cdot} = \hat{E}$ (Einheitsmatrix), wobei sich der Begriff unitär auf den zugrundeliegenden komplexen algebraischen Zahlenkörper bezieht und in den Begriff orthogonal übergeht, wenn es sich um den reellen algebraischen Körper handelt. Mit $\hat{A}_-$ werden die reellen Koordinaten x_1, x_2 und x_3 des physischen R_3 und die Zeit t transformiert, derart, daß die Begriffe Raum und Zeit relativiert werden. Auf diese Weise wird die Einführung einer vierten Koordinate als imaginäre Lichtzeit $x_4 = ict$ und die Konstruktion einer Raumzeit als Minkowskiraum R_{-4} über dem komplexen algebraischen Zahlenkörper nahegelegt. Die Zustandsänderungen in der materiellen Welt erscheinen dann im R_{-4} als Ereignisstrukturen, die gegen $\hat{A}_-$ invariant sind. Ausgeschlossen ist hier allerdings (d_2). Eine Konsequenz dieser lorentzinvarianten Darstellung der Naturgesetze ist u. a. das Energie-Materieäquivalent $E = mc^2$, wonach jeder Energie E eine Masse m äquivalent ist, wenn ganz allgemein als Masse der Trägheitswiderstand gegen Bewegungsänderungen im R_3 verstanden wird. Ist m_0 eine Ruhemasse und ist $v = \beta c$ eine Relativgeschwindigkeit, dann gilt auch für m (als Transversalmasse) die bekannte lorentzinvariante Darstellung $m \sqrt{1-\beta^2} = m_0$, und für den Impuls $p = mv$. Hieraus folgt dann das relativistische Energieprinzip $E_Q = pc$. Andererseits folgt aus (c), daß die Wirkungsquantisierung unmittelbar eine Quantisierung der Energie eines Wellenfeldes der Frequenz ν im Vakuum gemäß $E_n = n h \nu$ mit ganzzahligem $n \geq 1$ zur Folge hat. Die Substitu-

tion $\nu \lambda = c$ und der Vergleich $E_n = E_Q$ liefert dann die Beziehung $p\lambda = h$ als de Broglie-Gleichung, die einen Quantendualismus ausdrückt, derart, daß ein jedes materielle Quant sowohl in einem Korpuskular- als auch in einem Wellenbild erscheinen kann. Aus diesem Grunde werden die Energiequanten $h\nu$ des elektomagnetischen Feldes als Photonen bezeichnet.

Hier scheint uns eine Präzisierung der Terminologie angebracht zu sein. In der Literatur werden häufig diese Photonen und hypothetische Gravitonen als masselos bezeichnet. Tatsächlich müssen aber diesen Quanten nach dem Energiematerieäquivalent Feldmassen zugesprochen werden, obgleich sie keine Ruhemasse haben. Wir sprechen daher von der Imponderabilität der Photonen und Gravitonen, die sich in $m_0 = 0$ ausdrückt. Bei den Elementarkorpuskeln hingegen ist stets $m_0 > 0$, so daß diesen Partikeln nach unserer Terminologie die Eigenschaft der Ponderabilität zukommt.

Wenn von Elementarstrukturen der Materie gesprochen wird, dann kann es sich hierbei nicht nur um die ponderablen Elementarpartikel handeln, vielmehr erscheinen uns auch die imponderablen Photonen und hypothetischen Gravitonen als solche Elementarstrukturen, so daß es uns gerechtfertigt erscheint, für ponderable und imponderable Elementarstrukturen den Begriff des elementaren Materiefeldquants (Mq) als Oberbegriff einzuführen. Mit diesem Begriff des Mq erweitert sich zwangsläufig die bereits in der Vorbemerkung skizzierte Problemstellung:

Es muß darauf ankommen, die Gesamtheit aller Mq einheitlich zu beschreiben; denn eine einheitliche Theorie der materiellen Welt kann nur eine einheitliche Theorie dieser Mq sein. Möglicherweise eignet sich für eine derartige Beschreibung eine entsprechende Strukturtheorie. Auch muß eine Möglichkeit erarbeitet werden, wie das Spektrum der ponderablen Mq separiert werden kann und wie ein möglichst vollständiger Satz von Fundamentalsymmetrien erstellbar ist, deren Invarianzforderungen eine allgemeine relativistische Basisdynamik der Elementarpartikel begründen.

Wir halten es für durchaus denkbar, daß diese Fundamentalsymmetrien der Basisdynamik sich als Symmetrien höherer Ordnung erweisen können.

2. Der makromare Hintergrund

Bereits die gegenwärtig empirisch bekannte Gesamtheit der Mq ist verhältnismäßig umfangreich und bietet ein überaus verwirrendes Bild verschiedenster Eigenschaften. Oberflächlich betrachtet scheint eine einheitliche Beschreibung unmöglich zu sein, zumal ein einfaches System als Ausgangspunkt einer Beschreibung nicht existiert. Unabhängig von diesem phänomenologischen Bild müssen jedoch alle diese Mq wie auch immer geartete Zustände der Energie sein, derart, daß jedem Mq nach dem aus (d_1) folgendem Energiematerieäquivalent eine ponderable oder auch imponderable Trägheitsmasse zukommen muß.

Eine deduktive einheitliche Beschreibung der Mq muß von einer Eigenschaft ausgehen, die allen Mq gleichermaßen zukommt und diese Mq dadurch definiert, daß diese Eigenschaft bei keinem Mq verschwindet. Hier bietet sich wiederum die Trägheitsmasse oder aber die Dauer der Existenzzeit an. Hinsichtlich der Existenzzeit bietet sich nach unserer Auffassung kein günstiger Ansatzpunkt. Zwar ist diese Zeit stets vom Wert 0 verschieden, wenn eine Struktur überhaupt als existent erscheinen soll, doch setzt dieses Zeitintervall als deduktiver Ausgangspunkt eine konkrete Kenntnis der Raumzeitstruktur des Mq voraus, und außerdem ist diese Zeit bei einigen Mq mindestens so groß wie das Weltalter selbst. Uns erscheint daher der Begriff der Trägheitsmasse aller Mq ein geeigneter deduktiver Ausgangspunkt zu sein.

Aus (d_2) und dem Begriff der Trägheitskräfte kann in der bekannten Weise nach A. EINSTEIN auf ein weiteres Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation geschlossen werden, derart, daß jede Trägheitswirkung einer Gravitationswirkung äquivalent ist, und demzufolge jede Trägheitsmasse als Quelle eines Gravitationsfeldes aufzufassen ist. Wenn aber jedes Mq irgendein energetischer Zustand ist, dem Trägheitsmasse äquivalent zugesprochen werden muß, dann muß daraus geschlossen werden, daß jedes, wie auch immer geartete Mq als Quelle eines elementaren Gravitationsfeldes erscheint. Daraus folgt zwangsläufig, daß die allgemeine Gravitation das einheitliche Hintergrundphänomen ist, vor welchem sich das Mikrogeschehen der Mq ereignet, derart, daß diese

allgemeine Gravitation zugleich die allen Mq gleichermaßen zukommende Eigenschaft darstellt. Es muß also darauf ankommen, zunächst dieses Hintergrundphänomen der Gravitation auszuloten.

Vom Phänomen der Gravitation ist indes empirisch außerordentlich wenig bekannt, und zwar im makromaren Bereich nur das Newton'sche Gravitationsgesetz (d_2), welches im ungestörten Fall ein kugelsymmetrisches asymptotisch verlaufendes Coulomb-Feld beschreibt (u. z. statisch), während im mikromaren Bereich über den Gravitationsfeldverlauf im R_3 empirisch nichts bekannt ist. Auf indirektem Wege lassen sich jedoch noch einige weitere Aussagen machen. Ist M_0 die makromare felderregende Masse und r ein Abstand vom Schwerpunkt dieser Masse, dann gilt bekanntlich außerhalb eines von M_0 ausgefüllten Kugelvolumens vom Radius $r_0 \leq r$ für die Gravitationsfeldfunktion φ empirisch $r\,\varphi = \gamma\, M_0$ gemäß (d_2) mit dem Feldvektor $\overline{\Gamma} = \mathrm{grad}\,\varphi$ als Fallbeschleunigung. Dieses Gravitationsfeld verursacht das Phänomen der Schwerkraft, doch kann diese Schwerkraft immer forttransformiert werden, wenn sich der schwere Körper im System einer kräftefrei gravitierenden Bewegung (z. B. freier Fall) befindet, während die diese Schwerkraft verursachende Gravitation als Skalarfeld φ invariant bleibt. Dieser Zustand φ muß aber hinsichtlich des leeren R_3 ein energetischer Zustand sein, so daß auch dem Gravitationsfeldzustand nach dem Energiematerieäquivalent eine Feldmasse zugeordnet werden muß, die aber wiederum einer zusätzlichen Gravitationsfeldquelle entspricht. Die Folge hiervon wäre dann eine geringfügige Abweichung des räumlichen Feldverlaufes von φ, die zwar weit unter jeder Meßbarkeitsgrenze liegt, aber möglicherweise unter geeigneten Bedingungen doch erscheinen könnte. Auswirken kann sich eine solche Korrektur nur in der Form, daß $M = M\,(r)$ aus $M_0 = M(r_0)$ und der gravitativen Feldmasse $M\,(r) - M_0$ im Volumen $3\,V = 4\,\pi\,(r^3 - r_0^3)$ zusammengesetzt ist. Im mikromaren Bereich wäre die Frage zu entscheiden, ob das Gravitationsfeld ein Quantenfeld ist oder nicht. Im Fall des elektrischen Feldes erscheint die Wechselwirkung als ponderomotorische Kraft, wobei der Quantencharakter dieses Feldes seinen Ausdruck in der Unschärferelation kanonisch konjugierter Größen findet.

Denkt man sich nun die ponderomotorische Kraft durch ein entsprechendes Gravitationsfeld verursacht, so ist nach BONDI nicht einzusehen, warum nur durch den Wechsel des die ponderomotorische Kraft verursachenden Zustandes nunmehr die vom spezifischen Feldzustand unabhängigen kanonisch konjugierten Größen dieser allgemeinen Unschärferelation nichtmehr unterworfen sein sollten. Wie dem auch sei, auf jeden Fall muß es im mikromaren Bereich elementare Gravitationsfelder der Mq geben, die deshalb elementar sind, weil die Mq materielle Letzteinheiten darstellen und offenbar das Gravitationsfeld sich hinsichtlich seiner Feldquelle additiv verhält. Schließlich beschreibt (d_2) ein statisches Feld, so daß uns als eine eindeutige Erweiterungsmöglichkeit der Versuch sinnvoll erschien, im Sinne einer Gravitationsdynamik zeitliche Änderungen des Feldes unter impliziter Berücksichtigung von $\mathrm{M}(\mathrm{r})$ als Ansatz durchzuführen. Im Fall M_0 ergibt sich bekanntlich aus $\overline{\Gamma} = \mathrm{grad}\,\varphi$ die Poissonfassung $\mathrm{div}\,\overline{\Gamma} \sim \sigma_0$, wenn σ_0 die räumliche Dichte von M_0 ist. Wird dagegen das Energiematerieäquivalent einbezogen, dann liefert $\mathrm{r}\,\varphi = \gamma\,\mathrm{M}(\mathrm{r})$ in $\mathrm{div}\,\mathrm{grad}\,\varphi$ in Polarkoordinanten einen Dichteoperator Λ, nämlich $\mathrm{divgrad}\,\varphi \sim \Lambda\,\mathrm{M} = \sigma$, derart, daß $\sigma - \sigma_0$ ein Maß der Feldverteilung darstellt. Damit wird $\mathrm{div}\,\overline{\Gamma} \sim \sigma$.

Es werde nun angenommen, im R_3 gäbe es eine Massenverteilung mit starken Dichtediskontinuitäten, die sich aufgrund einer inneren Bewegung des Systems zeitlich verändern. Zugleich werde dieses System zeitlich veränderlicher Dichtediskontinuitäten von einer Kugelfläche umgeben derart, daß keine felderregende Masse diese Kugelfläche durchdringt und somit das von dieser Fläche umschlossene Kugelvolumen verläßt. Es gilt dann unter dieser Voraussetzung $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = 0$, während lokal für die partielle Zeitableitung im allgemeinen $\dot{\sigma} \neq 0$ und $\dot{\overline{\Gamma}} \neq \overline{0}$ bleibt.

Aus diesem Ansatz kann ohne besondere Schwierigkeiten eine eindeutige Erweiterung des Gravitationsgesetzes entwickelt werden, die eine Beschreibung zeitlich veränderlicher Felder gestattet und aus der sich (d_2) als statischer und kugelsymmetrischer Sonderfall ergibt. Allerdings wurde hier noch nicht (c) berücksichtigt, was vorerst zur bloßen Auslotung des makromaren Hintergrundes

auch gar nicht erforderlich ist. Ist $\overline{p}$ ein zeitlich variabler allgemeiner Gravitationsfeldvektor, dann ergibt sich für das Ausbreitungsgesetz gravitativer Feldstörungen $\mathrm{divgrad}\,\overline{p} + a\,\ddot{\overline{p}} = \overline{0}$, wobei von dem als reziprokes Geschwindigkeitsquadrat dimensionierten Proportionalitätsfaktor $a = \mathrm{const}$ nur bekannt ist, daß er als reelle Zahl in $0 < a \ll 1$ liegt. Da a positiv ist, kann $\mathrm{divgrad}\,\overline{p} + a\,\ddot{\overline{p}} = \overline{0}$ nicht als eine Wellengleichung interpretiert werden, die eine der elektromagnetischen Induktion analoge "Gravitationsstrahlung" beschreibt. Es handelt sich dabei vielmehr um eine vierdimensionale Potentialgleichung, in welcher die "Ausbreitungsgeschwindigkeit" ω durch $\omega\sqrt{a} = 1$ gegeben ist. Die gravitativen Feldstörungen breiten sich also als raumzeitliche Potentiale mit einer unbekannten Geschwindigkeit ω aus. Zwar liegt $\omega = c$ nahe, doch scheint uns dies ein spekulativer Schluß zu sein, der nicht unbedingt gerechtfertigt zu sein braucht; denn tatsächlich ist nur $0 < \omega \ll \infty$ bekannt. Diese Potentialgleichung kann in einer reellen Raumzeit R_{+4} mit der Zeitkoordinate $x_{+4} = \omega t$ beschrieben werden, wobei der R_{+4} eine Hilfskonstruktion ist, derart, daß im R_{+4} die Mq ausgeschlossen und nur Gravitationsfeldstrukturen mit ihren zeitlichen Störungen zugelassen werden. Damit ist die Möglichkeit gegeben, auch im R_{+4} ein Relativitätsprinzip hinreichend schwacher gravitativer Feldstörungen hinsichtlich mit $v = \mathrm{const}$ bewegter Inertialsysteme aufzustellen, was ebenfalls zu einer Lorentzgruppe mit der vierreihigen quadratischen Transformationsmatirx $\hat{A}_+$ führt, die orthogonaler Natur $\hat{A}_+\,\hat{A}_+^* = \hat{E}$ ist. In diesem R_{+4} können nun die gravitativen Feldgrößen durch einen antisymmetrischen Feldtensor $G_{k,m} = -G_{m,k}$ zusammengefaßt werden, so daß die vierdimensionale Vektordivergenz (R_{+4}) dieses Tensors das für zeitlich variable Gravitationsfelder erweiterte Gravitationsgesetz in einer gegen $\hat{A}_+$ invarianten Form beschreibt.

In ähnlicher Weise kann in einer gegen $\hat{A}_-$ invarianten Form (d_1) im R_{-4} durch einen antihermiteschen Feldtensor $F_{k,m} = -F_{m,k}$ des elektromagnetischen Feldes im R_{-4} durch eine Vektordivergenz dieses Tensorfeldes beschrieben werden, die einem elektrischen Viererstrom proportional ist. Auch existiert zu $F_{k,m}$ der duale Tensor.

Dieses Schema gilt wegen des Energie-Materieäquivalentes auch für ponderable Strukturen, obgleich $T_{i,k}$ und $M_{i,k}$ nicht mehr explizit angegeben werden können, während die Nichthermitezität $T_{i,k} \neq T_{k,i}$ erhalten bleibt.

Die x_k mit $1 \leqq k \leqq 4$ sollen im folgenden ein cartesisches rechtsorientiertes Koordinatensystem bilden, auf welches der R_4 bezogen wird. Die reellen Koordinaten x_1, x_2 und x_3 des R_3 werden durch $x_4 = ict$ (nicht vertauschbar mit den R_3 -Koordinaten) zu diesem cartesischen Koordinatensystem C ergänzt, wobei das normierte Orthogonalsystem $\bar{e}_i \cdot \bar{e}_k = \delta_{i,k}$ der Einheitsvektoren $\bar{e}_k$ gemäß $\bar{x}_k = \bar{e}_k x_k$ diese Koordinaten orientiert. Ist der R_4 pseudoeuklidischer Natur, dann wird sein Netz geodätischer Linien mit den x_k identisch. Dies bedeutet aber, daß die Ereignisse als Elemente physikalischen Geschehens — also die Punkte des R_4 — völlig gleichförmig liegen und daher keine Ereignisstrukturen vorliegen. Ist also das cartesische System C hinsichtlich der R_4 -Struktur geodätisch, dann bedeutet dies, daß der R_4 leer ist und der allgemeine Materietensor $T_{i,k}$ nicht existiert. Wenn dagegen eine einheitliche materielle Struktur $T_{i,k} \neq T_{k,i}$ gegeben ist, dann existieren unterscheidbare Ereignisstrukturen, die sich vom leeren R_4 abzeichnen und als Deformation der gleichförmigen Ereignisstrukturen des leeren R_4 aufgefaßt werden können. $T_{i,k}$ beschreibt im R_3 die gravitative Feldquelle und ihr Gravitationsfeld einheitlich, so daß sich im Fall einer solchen Deformation der Ereignisstrukturen die $R_{\pm 4}$ (als Hilfskonstruktionen) im R_4 verschränken. Nach diesem Bilde erscheinen die Strukturen in den $R_{\pm 4}$ ebenfalls als Raumzeitdeformationen metrischer Art, welche auf die, diesen metrischen Strukturen entsprechenden geodätischen Koordinaten z_p^+ und z_p^- bezogen werden sollen. Die zu den $z_p^{\pm}$ mit $1 \leqq p \leqq 4$ gehörenden Einheitsvektoren $\bar{\epsilon}_p^{\pm}$ brauchen nicht notwendig Orthogonalsysteme zu bilden. Bezogen auf das System C erscheinen dann die $z_p^{\pm}$ als Transformationen $z_p^+ (x_1, x_2, x_3, x_4)$ oder $z_p^- (x_1, x_2, x_3, x_4)$, von deren Mannigfaltigkeit jedoch nur eine ganz konkrete Gruppe in Betracht zu ziehen ist, wenn es sich um eine reale physikalische Struktur $T_{i,k}$ handelt. Zunächst müssen diese Transformationen eindeutig sein; denn jeder Quadrupel z_p^+ oder z_p^- muß jeweils eine Quadru-

pel x_k in C entsprechen. Auch muß dieser reguläre Abbildungsprozeß in eindeutiger Weise umkehrbar sein, und darüberhinaus darf es bei diesen Isomorphismen keine Unendlichkeitsstellen geben, weil beispielsweise in der physikalischen Realität unendliche Selbstenergiepotentiale ausgeschlossen werden müssen. Auch müssen die Transformationen im makromaren Bereich wegen des Prinzips der durchgängigen Korrespondenz stetig verlaufen. Die Gesamtheit der von diesen Bedingungen zugelassenen Transformationen, die eindeutig und stetig sind, genügen aber als Isomorphismen einer Invarianz gegen die inhomogene Lorentzgruppe, d. h., es sind nur solche $z_p^{\pm}(x_1, x_2, x_3, x_4)$ zugelassen, die einer Invarianz gegen die Transformationen der Poincaré-Gruppe entsprechen.

Als vektorielle Linienelemente in den $R_{\pm 4}$ ergeben sich dann $d\bar{s}_{\pm} = \sum_{p=1}^{4} d\bar{z}_p^{\pm}$ mit $\bar{z}_p^{\pm} = \bar{\epsilon}_p^{\pm} z_p^{\pm}$. Da die Strukturen metrische Abweichungen von der Pseudoeuklidizität der leeren Raumzeit sind, muß zwischen ko- und kontravarianten Indizierungen unterschieden werden. Da stets über die Zahl der Dimensionen summiert wird, wenn in einer Größe ein Index sowohl in ko- und kontravarianter Stellung steht, werde zur Kürzung $\sum_{p=1}^{4} A_p B^p = A_p B^p$ der Summenoperator fortgelassen. In den Ausnahmefällen, bei denen der Summationsprozeß nicht erfolgt, wird der betreffende Index eingeklammert. Wegen der Verschränkung der $R_{\pm 4}$ im R_4 gilt dann für das vektorielle Linienelement im R_4 die Darstellung $d\bar{s} = d\bar{s}_+ + d\bar{s}_-$, wobei im allgemeinen $\cos(d\bar{s}_+, d\bar{s}_-) \neq 0$ bleibt. Damit wird die Metrik im R_4 zu $ds^2 = ds_+^2 + 2\, d\bar{s}_+\, d\bar{s}_- + ds_-^2$, oder wegen der Darstellbarkeit totaler Differentiale $dz_p^{\pm} = \frac{\partial z_p^{\pm}}{\partial x^i} dx^i$

auch $ds_+^2 = \sum_{p,q=1}^{4} \bar{\epsilon}_p^{+} \bar{\epsilon}_q^{+} \frac{\partial z_p^{+}}{\partial x^i} \frac{\partial z_q^{+}}{\partial x^k} dx^i\, dx^k = g_{i,k}^{(1)} dx^i dx^k$ so-

wie $2d\,\bar{s}_+\, d\bar{s}_- = 2 \sum_{p,q=1}^{4} \bar{\epsilon}_p^{+} \bar{\epsilon}_q^{-} \frac{\partial z_p^{+}}{\partial x^i} \frac{\partial z_q^{-}}{\partial x^k} dx^i\, dx^k = g_{i,k}^{(2)}\, dx^i\, dx^k$

und $ds_-^2 = \sum_{p,q=1}^{4} \bar{\epsilon}_p^{-} \bar{\epsilon}_q^{-} \frac{\partial z_p^{-}}{\partial x^i} \frac{\partial z_q^{-}}{\partial x^k} dx^i\, dx^k = g_{i,k}^{(3)}\, dx^i\, dx^k$ oder

$ds^2 = (g^{(1)}_{i,k} + g^{(2)}_{i,k} + g^{(3)}_{i,k})\, dx^i dx^k = g_{i,k}\, dx^i dx^k$ als Metrik im R_4.

Die Koeffizienten dieser homogen quadratischen Differentialform $g^{(\beta)}_{i,k}$ oder $g_{i,k}$ sind Tensorkomponenten, und zwar bezogen auf die Invarianz gegen die Poincaré-Gruppe. Auch sind diese Tensoren Feldfunktionen der x_k des C-Bezugssystems.

$g_{i,k}\ (x_1, x_2, x_3, x_4)$ ist dabei das Feld des metrischen Fundamentaltensors, welches die zugelassenen Ereignisstrukturen des R_4 in invarianter Form kennzeichnet, die der materiellen Struktur entsprechen, welche phänomenologisch durch $T_{i,k} \neq T_{k,i}$ dargestellt werden. Die Hermitezität von $g^{(1)}_{i,k} = g^{(1)}_{k,i}$ und $g^{(3)}_{i,k} = g^{(3)}_{k,i}$ wird in dieser Darstellung sofort evident, während sich $g^{(2)}_{i,k} \neq g^{(2)}_{k,i}$ als nichthermitesch erweist, so daß auch $g_{i,k} \neq g_{k,i}$ ein nichthermitesche Fundamentaltensor ist. Wegen dieser Nichthermitezität und der Tensornatur können daher $T_{i,k} = T^+_{i,k} + T^-_{i,k}$ und $g_{i,k} = g^+_{i,k} + g^-_{i,k}$ jeweils in einen hermiteschen $(T^+_{i,k}, g^+_{i,k})$ und einen antihermiteschen Anteil $(T^-_{i,k}, g^-_{i,k})$ gespalten werden, wobei sich selbstverständlich die Indizierung $(\pm)$ nicht mehr auf die $R_{\pm 4}$, sondern auf das Vorzeichen nach der Tensortransposition bezieht.

In der bekannten Weise gilt auch im Fall $g_{i,k} \neq g_{k,i}$ für die Veränderung der Indexstellung $g_{i,m} \cdot g^{m,k} = \delta^{,k}_{i,}$, wobei nur im hermiteschen Fall $\delta_{i,k}$ als Einheitselement verwendet werden soll. In $g_{i,k}$ gilt $g^-_{i,k} = -g^-_{k,i}$, also $g^-_{i,k}\, dx^i dx^k = 0$, was für die Metrik wegen des Summationsprozesses $ds^2 = g_{i,k}\, dx^i dx^k = g^+_{i,k}\, dx^i dx^k$ zur Folge hat, so daß die Metrik als alleiniger Ausgangspunkt stets nur eine Riemannsche Geometrie $g^+_{i,k} = g^+_{k,i}$ liefert. Allerdings besteht die Möglichkeit, und zwar unabhängig von der Metrik, im Strukturfeld eines nichthermiteschen Fundamentaltensors Parallelverschiebungen durchzuführen, wobei die in der bekannten Weise definierten Dreiindizessymbole $\Gamma^i_{k,m} \neq \Gamma^i_{m,k}$ in den kovarianten Indizierungen nichthermitesch bleiben und gemäß $\Gamma^i_{k,m} = \Gamma^i_{(+)\,k,m} + \Gamma^i_{(-)\,k,m}$ in einen hermiteschen und einen antihermi-

teschen Anteil spaltbar sind. Auf diese Weise wird die kovariante Differenziation möglich, und es kann ein Krümmungstensor $R^{i,}_{,k,m,p}$ aufgebaut werden, der ebenfalls nichthermitescher Natur ist, was auch für sein als Ricci-Tensor definiertes Matrizenspektrum $R^{p,}_{,k,m,p} = R_{k,m} \neq R_{m,k}$ gilt. Nach den Gesetzen der Determinantentheorie und der Darstellung dieser Tensoren durch die gemischtvarianten Γ -Symbole kann dann auch $R_{k,m}$ gespalten werden. Schließlich ist die skalare Krümmung ebenfalls als Matrizenspektrum $R = R_{k,m}\, g^{m,k} = R^{,k}_{k,}$ definiert. Neben diesen Strukturgrößen des R_4 können in der bekannten Weise für $g_{i,k} \neq g_{k,i}$ die verschiedensten Theoreme und Identitäten (insbesondere solche hermitescher Symmetrie) entwickelt werden, für welche es kein Analogon in der Riemannschen Geometrie gibt, während sich bei einer Betrachtung des Geodäsieproblems formal die gleiche Geodätenbeziehung $\ddot{x}^i + \Gamma^i_{k,m}\, \dot{x}^k \dot{x}^m = 0$ ergibt, wo im Fall des R_4 als Parameter die Zeit t gewählt werden kann. Wird diese Wahl vorgenommen, dann werden die $\ddot{x}^i \lesseqgtr 0$ für $\Gamma^i_{k,m} \gtreqless 0$ Beschleunigungskomponenten, die durch die ersten partiellen Ableitungen der $g_{i,k}$ nach den C -Koordinaten ausgedrückt erscheinen. Beschleunigungen werden aber stets durch wie auch immer geartete Wechselwirkungspotenzen verursacht, so daß es sinnvoll erscheint, die $g_{i,k} \neq g_{k,i}$ des metrischen Fundamentaltensors als allgemeine nichthermitesche Wechselwirkungspotentiale tensorieller Natur zu interpretieren.

Wird approximativ $g^{(2)}_{i,k} = g^{(3)}_{i,k} = 0$, also $g_{i,k} = g^{(1)}_{i,k} = g^{(1)}_{k,i}$ gesetzt, dann sind im R_4 die Belange der Riemannschen Geometrie erfüllt. Ist andererseits der phänomenologische Tensor $T_{i,k}$ der einheitliche Energiedichtetensor eines elektromagnetischen Feldes, und vernachlässigt man mit $\overline{p} = \bar{0}$ den gravitativen Anteil, so daß $T_{i,k} = V_{i,k} = V_{k,i}$ zum hermiteschen kanonischen Energiedichtetensor des Feldes (d_1) wird, dann muß $V_{i,k}$ wegen (a) divergenzfrei sein. In der allgemeinen Relativitätstheorie werden die $g^{(1)}_{i,k}$ der Riemannschen Geometrie wegen der Geodätengleichung als tensorielle Gravitationspotentiale interpretiert. Da eindeutig nur ein Strukturtensor in dieser Riemannschen Geometrie kon-

struiert werden kann, der divergenzfrei ist und allein von den $g_{i,k}^{(1}$ sowie deren ersten und zweiten partiellen Ableitungen nach den Raumzeitkoordinaten abhängt, nämlich $R_{i,k}^{(1)} - 1/2 g_{i,k}^{(1)} R^{(1)}$, wird in der allgemeinen Relativitätstheorie $R_{i,k}^{(1)} - 1/2\, g_{i,k}^{(1)}\, R^{(1)} \sim V_{i,k}$ gesetzt. Diese Grundbeziehung der allgemeinen Relativitätstheorie wird nun dahin interpretiert, daß der dem divergenzfreien Strukturtensor proportionale phänomenologische Tensor als gravitative Feldquelle das Strukturfeld Riemannscher Geometrie erregt, welches seinerseits als Gravitationsfeld eine Interpretation findet.

Diese Grundgleichung der allgemeinen Relativitätstheorie hat sich im makromaren Bereich durchaus bewährt und gibt eine Reihe makromarer physikalischer Sachverhalte kosmologischer Art verhältnismäßig gut wieder. Aus diesem Grunde muß an eine weiterführende Untersuchung die Forderung gestellt werden, in einer Näherung diese Grundgleichung der allgemeinen Relativitätstheorie zu liefern. Nun ist $T_{i,k}$ wegen der Nichthermitezität nicht notwendig divergenzfrei, und auch der Drehimpulstensor ist aus dem gleichen Grunde $(T_{i,k}^{-} \neq 0)$ ebenfalls nicht divergenzfrei, so daß (a) offenbar verletzt wird. Andererseits ist wegen $g_{i,k} \neq g_{k,i}$ auch $R_{i,k} - 1/2\, g_{i,k}\, R$ ebenfalls nicht notwendig divergenzfrei, doch liefert

$$R_{i,k} - \frac{1}{2}\, g_{i,k}\, R \sim T_{i,k} \tag{1}$$

für $g_{i,k}^{(2)} = g_{i,k}^{(3)} = 0$ und $\bar{p} = \bar{0}$ diese Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie, jedoch sollte (1) wegen dieser möglichen Verletzung von (a) anders interpretiert werden als

$R_{i,k}^{(1)} - 1/2\, g_{i,k}^{(1)}\, R^{(1)} \sim V_{i,k}$. In $T_{i,k}$ ist der phänomenologische Gravitationsanteil mit seiner Feldquelle bereits enthalten, während der nichthermitesche Fundamentaltensor

$$g_{i,k} = \sum_{\beta=1}^{3} g_{i,k}^{(\beta)} \neq g_{k,i} \tag{1a}$$

wegen der auch im R_4 gültigen Geodätengleichung

$$\ddot{x}^i + \Gamma^i_{k,m}\, \dot{x}^k\, \dot{x}^m = 0 \tag{1b}$$

als das tensorielle Potential wie auch immer gearteter Wechselwirkungen aufzufassen ist. Es liegt daher der Gedanke nahe, in (1) ein Äquivalenzprinzip zu sehen, derart, daß durch die Proportionalität der nichthermitesche Strukturanteil $R_{i,k} - 1/2\, g_{i,k}\, R$ der durch $T_{i,k}$ beschriebenen phänomenologischen Materiestruktur des R_4 äquivalent ist.

Auch A. EINSTEIN hatte den Versuch unternommen, den hermiteschen Fundamentaltensor seiner allgemeinen Relativitätstheorie durch einen spekulativ angebrachten antihermiteschen Summanden in die allgemeinere nichthermitesche Form zu bringen, um auf diese Weise den phänomenologischen Tensor der allgemeinen Relativitätstheorie zu eliminieren. Dieser Versuch wurde im Jahr 1949 in der Schrift "The meaning of Relativity" veröffentlicht. Es entstanden so nichthermitesche reine Strukturbeziehungen einer Weyl'schen Raumzeitgeometrie, jedoch erscheint die Lösungsmannigfaltigkeit zu eingeschränkt, als daß es sich um ein Naturgesetz handeln könnte. Auch wurde (wie bereits in der allgemeinen Relativitätstheorie) der gesamte Erfahrungsbereich (c) von der Betrachtung ausgeklammert. Ein Hinweis theoretischer Art auf (c) aus einer einheitlichen Strukturtheorie allein kann offenbar nicht erwartet werden, weil es sich bei (c) um einen völlig anderen Erfahrungsbereich handelt als derjenige der die makromaren Feldkontinuen kennzeichnet.

Nach (1b) müssen die $\Gamma^{i}_{k,m}$ den Komponenten von Wechselwirkungskräften im R_3 entsprechen, die jedoch nur gegenüber regulären Affinitäten als Komponenten eines gemischtvarianten Tensorfeldes vom dritten Grad erscheinen.

Der theoretische Ansatz (1) bis (1b) genügt zwar dem empirischen Prinzip (b), weil (1b) unmittelbar aus einem Variationstheorem deduziert werden kann, welches unmittelbar das Extremalprinzip (b) ausdrückt; jedoch wird von diesem Ansatz (a) nicht notwendig erfüllt. Auch erscheint wegen $g_{i,k} \neq g_{k,i}$ der Zustand einer momentanen R_3 -Struktur von der gesamten Vorgeschichte abhängig. Sofern diese Defekte des Ansatzes von so geringer Größenordnung sind, daß sie empirisch nicht erscheinen, wäre zu untersuchen, wann eine Korrektur angebracht ist. Dies wird sich je-

doch erübrigen, weil weiter unten gezeigt werden kann, daß sich diese Defekte kompensieren, wenn das empirische Prinzip (c) berücksichtigt wird. Die Feldgleichungen (d_1) und (d_2) des empirischen Satzes (d) ergeben sich ohnehin als Approximationen von (1).

4. Mikromare Diskontinuitäten.

In (1) ist $T_{i,k}$ als rein phänomenologischer Tensor noch durch die $g_{i,k}$ ergänzbar, weil diese Größen nicht nur die Komponenten des metrischen Fundamentaltensors sind, sondern wegen (1b) auch als Komponenten eines allgemeinen tensoriellen Wechselwirkungspotentials interpretiert werden können. Für ihr Matrizenspektrum gilt $g^{k,}_{,k} = 4$ im R_4 und für das Spektrum des phänomenologischen Tensors $g^{i,k}\, T_{i,k} = T^{k,}_{,k} = T$. Als Matrizenspur von (1) folgt also $R \sim - T$, so daß (1) auch in die Fassung $R_{i,k} \sim T_{i,k} - 1/2\, g_{i,k}\, T = W_{i,k}$ gebracht werden kann, wo die $W_{i,k}$ ebenfalls Komponenten eines Energiedichtetensors (in erweiterter Form) sind. Diese Energien beziehen sich auf R_3 -Volumina und sind selbst die zeitlichen Änderungen von Wirkungen $\omega_{i,k}$. Bekanntlich ist andererseits die metrische Determinante, also das als Determinante geschriebene Tensorschema $g = |g_{i,k}|_4 < 0$, weil ds^2 eine indefinite homogene quadratische Differentialform ist, so daß für die Funktionaldeterminante $w = \sqrt{-g}$ zu setzen ist. Damit folgt für das Element eines R_4 -Volumens die Darstellung $d\,\Omega = w\, dx^1\, dx^2\, dx^3\, dx^4$, und dies bedeutet wegen $x_4 = ict$ für die $W_{i,k} = ic\, \frac{d\omega_{i,k}}{d\Omega}\, w$. Nach dem Prinzip (c) der empirischen Basis gilt aber für die Wirkungen grundsätzlich $\omega_{i,k} = h\, N_{i,k}$, wobei im Allgemeinen die $N_{i,k}$ komplexe Zahlen mit ganzzahligem Real- und Imaginärteil sind. Wegen dieser Ganzzahligkeit erscheint aber die typische Diskontinuität mikromarer Quantenstufen; denn diese ganzen Zahlen können sich nur um ± 1 ändern. Dies bedeutet aber, daß in $W_{i,k}$ die Differentiale durch Differenzen zu er-

setzen sind. Die durch $\eta_{i,k} \Delta \Omega = \Delta N_{i,k}$ definierte Dichte $\eta_{i,k}$ ist als die auf eine R_4 - Volumendifferenz bezogene Zahl der Wirkungsquanten in diesem Raumzeitvolumen interpretierbar, so daß $\eta_{i,k}$ die mikromaren Diskontinuitäten des Prinzips (c) ausdrückt. Die Substitutionen liefern also $W_{i,k} = ichw\eta_{i,k}$ oder

$$R_{i,k} \sim w\eta_{i,k}, \quad w=\sqrt{-g}, \quad g = |g_{i,k}|_4 \tag{2}$$

mit

$$\eta_{i,k} = \frac{\Delta N_{i,k}}{\Delta \Omega}, \quad \Delta \Omega = w \Delta x^1 \Delta x^2 \Delta x^3 \Delta x^4. \tag{2a}$$

Diese Beziehung zeigt, daß einerseits wegen (c) die Struktur $R_{i,k}$ mit $\Gamma^i_{k,m}$ sowie $g_{i,k}$ im mikromaren Bereich nicht mehr als metrisches Kontinuum erscheint, sondern in diskreten quantenhaften Stufen. Andererseits weist aber die Differenz $\Delta \Omega$ in der diskontinuierlichen Dichte $\eta_{i,k}$ darauf hin, daß die Raumzeit selbst diskontinuierlich ist, was möglicherweise den Schluß auf geometrische Letzteinheiten zuläßt.

KAPITEL II

DAS WELTTENSORIUM

1. Weltdimensionen

Das Feld des nichthermiteschen Fundamentaltensors $g_{i,k}(x_1, x_2, x_3, x_4)$ beschreibt einen invarianten metrischen Zustand des R_4 derart, daß die $\Gamma^i_{k,m}$ die Abweichungen dieses metrischen Strukturzustandes vom pseudoeuklidischen C-System der x^k -Koordinaten darstellen, wobei sich diese $\Gamma^i_{k,m}$ jedoch nur gegen reguläre Affinitäten mit orthogonaler oder unitärer Transformationsmatrix wie gemischtvariante Tensorkomponenten dritten Grades verhalten. Die Beziehung (1) gilt im Kontinuum des makromaren Bereiches, doch weist die Diskontinuität (2) unmittelbar auf die Existenz einer durchgängigen Korrespondenz in den mikromaren Bereich hin. Stets kann das makromare Feldkontinuum $g_{i,k}$ des R_4 so korrigiert werden, daß die $\Gamma^i_{k,m}\,\Gamma^i_{m,k}$ als Integranden raumzeitlicher Gebietsintegrale konvergieren und zwar gemäß $\int_\Omega \Gamma^i_{k,m}\,\Gamma^i_{m,k}\,\mathrm{d}\,\Omega < \infty$, so daß stets ein Aggregat $\varphi^i_{k,m}$ aus diesen $\Gamma^i_{k,m}$ gebildet werden kann, welches als Zustandsfunktion der Struktur des metrischen, aber nichthermiteschen R_4 -Zustandes interpretierbar ist und gemäß $J^i_{k,m} = \int_\Omega \varphi^i_{k,m}\,\varphi^i_{m,k}\,\mathrm{d}\,\Omega < \infty$ mit der kovarianten Nichthermitezität $\varphi^i_{k,m} \neq \varphi^i_{m,k}$ ebenfalls konvergiert. Wegen dieser Konvergenz kann immer ein Normierungsfaktor

aufgefunden werden, der das raumzeitliche Gebietsintegral zu $J^{i}_{k,m} = 1$ normiert.

Mit der Definition eines Austauschoperators δ, der gemäß $\delta\ (p,m)\ A_p = A_m$ Komponenten austauscht, und den konvergenten $\Gamma^{i}_{k,m}$ kann nun in eindeutiger Weise ein hermitescher Funktionaloperator $C_p\ (\frac{\partial}{\partial x^j}, \Gamma^{q}_{s,r}, \delta)$ für $1 \leqq p \leqq 4$ konstruiert werden, derart, daß beim Übergang in das makromare Feldkontinuum nach dem Korrespondenzprinzip und unter Aufgabe der Konvergenz $J^{i}_{k,m} \to \infty$ neben $\varphi^{i}_{k,m} \to \Gamma^{i}_{k,m}$ die Operatorwirkung $C_p\ \varphi^{p}_{k,m} \to R_{k,m}$ zum Strukturtensor (1) wird. Dieser Übergang zum Feldkontinuum bedeutet zugleich, daß die Diskontinuität $\eta_{i,k}$ aus (2) zur stetigen Funktion $w\eta_{i,k} \to T_{i,k} - 1/2\ g_{i,k}\ T$ wird, und zwar bis auf einen Proportionalitätsfaktor. Ist $\alpha = \mathrm{const}$ ein solcher Faktor, und beschreibt $W_{i,k} = T_{i,k} - 1/2\ g_{i,k}\ T$, dann ist $R_{i,k} \sim w\eta_{i,k}$ die durch (c) bedingte Konsequenz aus $R_{i,k} = \alpha W_{i,k}$. Andererseits gilt aber die Entsprechung $C_p\ \varphi^{p}_{k,m} \equiv R_{k,m}$ beim Übergang in das makromare Feldkontinuum, so daß auch $C_p\ \varphi^{p}_{k,m} \equiv \alpha W_{k,m}$ gesetzt werden kann. Nun kann stets $\alpha W_{k,m} = \sum_{j=1}^{4} G_{(j)\,k,m}$ als Summe von 4 Anteilen dargestellt werden, die sich in ihrer Art (j) unterscheiden. Werden diese Summanden so geordnet, daß $p=j$ gilt, dann wäre $\Sigma (C_{(p)}\ \varphi^{(p)}_{k,m} - G_{(p)\,k,m}) \equiv 0$, oder $C_{(p)}\ \varphi^{(p)}_{k,m} \equiv G_{(p)\,k,m}$. Der Operator C_p in dieser Beziehung ist hermitescher Natur und die $\varphi^{p}_{k,m}$ sind gemäß $J^{p}_{k,m} = 1$ konvergente Funktionen des metrischen Zustandes, während darüberhinaus die Diskontinuität nach (2) wegen (c) im mikromaren Bereich existiert. Hieraus könnte geschlossen werden, daß die $1 \leqq p \leqq 4$ hermitesche Funktionaloperatoren C_p Zustandsoperatoren und die $\varphi^{p}_{k,m}$ Zustandfunktionen metrischer Zustände des R_4 selbst sind, welche durch die $\eta_{i,k}$ aus (2) verursacht werden. Demnach muß also ein abstrakter Funktionenraum existieren, dessen Trägerraum der R_4 ist. Wenn dieser Funktionenraum existiert,

dann bedeutet dies, daß die reellen Eigenwerte $\lambda_p = \lambda_p^* > 0$ der hermiteschen Operatoren C_p sämtlich in diskreten Punktspektren liegen, so daß der Übergang vom mikro- in den makromaren Bereich in der Form $\lambda_{(p)}(k,m)\,\varphi^{(p)}_{k,m} \rightarrow G_{(p)\,k,m}$ der Beziehung (2) und dem Prinzip (c) Rechnung trägt. Die Indizierung (k,m) am Eigenwertsymbol λ_p kennzeichnet die Bezugnahme des betreffenden Eigenwertspektrums auf die kovariante Indizierung der Zustandsfunktion. Da zugleich auch der makromare Übergang $C_{(p)}\,\varphi^{(p)}_{k,m} \rightarrow G_{(p)\,k,m}$ existiert, liefert der Vergleich die (c) genügende Darstellung $C_{(p)}\,\varphi^{(p)}_{k,m} = \lambda_{(p)}(k,m)\,\varphi^{(p)}_{k,m}$. Da die Summe $C_p\,\varphi^p_{k,m} = \lambda_p\,\varphi^p_{k,m}$ in ihren beiden Seiten bei der Approximation zum makromaren Kontinuum $R_{k,m} = R^{p,}_{,k,m,p}$ erreicht, liegt der Gedanke nahe, in dieser Summe die Matrizenspur eines übergeordneten Prinzips vom vierten Tensorgrad, nämlich

$C_p\,\varphi^i_{k,m} - \lambda_p\,\varphi^i_{k,m} = Q^{i,}_{,k,m,p}$ mit $Q^{p,}_{,k,m,p} = 0$ zu sehen. Hier würde $Q^{i,}_{,k,m,p} \neq 0$ der Ganzzahligkeit $N_{i,k}$ aus $\omega_{i,k} = hN_{i,k}$ des Prinzips (c) widersprechen, so daß $Q^{i,}_{,k,m,p} = 0$ und damit $C_p\,\varphi^i_{k,m} = \lambda_p(k,m)\varphi^i_{k,m}$ gefordert werden muß. Der Widerspruch zu (c) erscheint immer dann, wenn durch $Q^{i,}_{,k,m,p} \neq 0$ die Hermitezität von C_p und die Konvergenz der $\varphi^i_{k,m}$ gestört wird. Ist dagegen $Q^{i,}_{,k,m,p}$ gemäß $Q^{i,}_{,k,m,p} = \underline{C}_p\,\varphi^i_{k,m} \neq 0$ ebenfalls durch einen hermiteschen Operator $\underline{C}_p \neq C_p$ ausdrückbar, dann kann die Forderung $Q^{i,}_{,k,m,p} = 0$ entfallen, wenn $C_p - \underline{C}_p \neq 0$ ebenfalls die Eigenschaft eines Zustandsoperators aufweist oder $\underline{C}_p\,\varphi^p_{k,m} = 0$ gemäß $Q^{p,}_{,k,m,p} = 0$ ist. Analog zur makromaren Approximation $\lambda_p\,\varphi^p_{k,m} \rightarrow$ $\rightarrow R_{k,m}$ wäre approximativ $\lambda_p(k,m)\,\varphi^i_{k,m} \rightarrow R^{i,}_{,k,m,p}$, so daß die Eigenwerte $\lambda_p > 0$ der diskreten Punktspektren als metrische diskrete Strukturstufen des R_4 interpretiert werden müssen, derart, daß leere Eigenwertspektren $\lambda_p = 0$ dieser Strukturstufen unmit-

telbar die Bedingung $R^{i,}_{,k,m,p} = 0$ einer leeren (also von Ereignisstrukturen freien) Raumzeit zur Folge hat.

Andererseits gibt es wegen der nichthermiteschen Struktur $g_{i,k} \neq g_{k,i}$ des R_4 drei Möglichkeiten zur Bildung von Matrizenspuren des Krümmungstensors, nämlich $R^{p,}_{,k,m,p} = R_{k,m} \neq R_{m,k}$, ferner $R^{m,}_{,k,m,p} = A_{k,p} = -A_{p,k}$ und $R^{k,}_{,k,m,p} = B_{m,p} = -B_{p,m}$. Hier finden die beiden antihermiteschen Spektren keinerlei Analogon in der Riemann'schen Geometrie. Wegen der Approximation $\lambda_p \varphi^i_{k,m} \to R^i_{,k,m,p}$ werden diese Matrizenspuren auch für $C_p \varphi^i_{k,m} = \lambda_p \varphi^i_{k,m}$ möglich, wobei $i=p$ über die makromaren Approximationen letztlich zu (1) zurückführt, während den beiden antihermiteschen Spektren $C_p \varphi^m_{k,m} = \lambda_p \varphi^m_{k,m}$ und $C_p \varphi^k_{k,m} = \lambda_p \varphi^k_{k,m}$ entsprechen. Bei den Tensoren $A_{k,p}$ und $B_{m,p}$ verschwinden die Diagonalkomponenten, so daß $A^{p,}_{,p} = B^{m,}_{,m} = 0$ und daher $\lambda^k \varphi^m_{k,m} = \lambda^m \varphi^k_{k,m} = 0$ gilt. Ist der R_4 nicht leer, dann sind die $\lambda_p > 0$, so daß diese Bedingung nur durch $\varphi^m_{k,m} = \varphi^k_{k,m} = 0$ erfüllt werden kann. Wegen $\varphi^i_{k,m} \neq \varphi^i_{m,k}$ ist demnach allgemein das Matrizenspektrum $C_p \varphi^p_{k,m} = \lambda_p \varphi^p_{k,m}$ durch $\varphi^m_{k,m} = 0$ zu ergänzen.

Nun muß aber in der Summe $C_p \varphi^p_{k,m} - \lambda_p \varphi^p_{k,m} = 0$ durch das gliedweise Verschwinden der als Differenzen erscheinenden Summanden

(3) $$C_{(p)} \varphi^{(p)}_{k,m} = \lambda_{(p)}(k,m)\, \varphi^{(p)}_{k,m}$$

erreicht werden, was aber für die Summe $\varphi^m_{k,m} = 0$ der metrischen Zusatzbedingung (als Folge der Nichthermitezität des R_4) ebenfalls ein gliedweises Verschwinden

(3a) $$\varphi^{(m)}_{k,(m)} = 0$$

fordert.

In der Beziehung (3) ist die rechte Seite räumlichen Energiedichten $\epsilon^{(p)}_{k,m}$ gemäß $\lambda_{(p)}(k,m)\varphi^{(p)}_{k,m} \sim \epsilon^{(p)}_{k,m}$ direkt proportional, woraus eine Interpretation metrischer Strukturstufen abgelesen werden kann. Nach (c) und (2) werden die $R_{k,m}$ durch die raumzeitlichen Dichten der Wirkungsquanten oder die räumlichen Dichten quantenhafter Energieniveaus wegen $C_p\, \varphi^p_{k,m} \rightarrow R_{k,m}$ (makromare Approximation) bestimmt, so daß im mikromaren Bereich diese Dichten $\epsilon^{(p)}_{k,m}$ quantenhafter Energieniveaus im Sinne von diskreten Stufen die metrischen Eigenschaften des R_4 unstet ändern. In (3) durchlaufen die Indizierungen unabhängig voneinander die Ziffern 1 bis 4 der R_4 -Dimensionen, so daß (3) insgesamt 64 Operatorgleichungen für ebenso viele Punktspektren $\lambda_p(k,m)$ enthält. Die durch die Nichthermitezität bedingte Zusatzbeziehung (3a) würde 32 Gleichungen umfassen, doch ist $\varphi^{(k)}_{k,(k)} = \varphi^{(k)}_{(k),k}$ völlig evident, was dazu führt, daß diese vier Beziehungen doppelt auftreten und die Zahl der 32 Beziehungen (3a) auf 28 reduziert. Da nun die λ_p das diskontiuierliche Strukturfeld der Raumzeit mit der Eigenschaft (3a) bestimmen, muß mit den 28 Beziehungen (3a) in den 64 Beziehungen (3) substituiert werden. Die Folge einer solchen Substitution ist dadurch gekennzeichnet, daß prinzipiell von den 64 Punktspektren 28 leer bleiben, was auf die Natur der nichthermiteschen Raumzeitstruktur selbst zurückgehen muß. Es verbleiben mithin 64-28=36 diskontinuierliche Energiedichten $\lambda_{(p)}\, \varphi^{(p)}_{k,m} \sim \epsilon^{(p)}_{k,m} > 0$ wegen $\lambda_p(k,m) > 0$ der 36 verbleibenden Punktspektren. Diese Energiedichten müssen aber gegen die zugelassenen Koordinatentransformationen invariant sein, das heißt, sie müssen die Komponenten eines kanonischen Energiedichtetensors, also eines Tensors vom zweiten Tensorgrad bilden. Diese 36 verschiedenen Komponenten können aber nur in einem sechsreihigen quadratischen Matrixschema untergebracht werden. Ein solcher zu fordernder sechsreihiger Energiedichtetensor kann aber nur in einem Raum dargestellt werden, dessen Dimensionszahl mit der Reihenzahl des Tensors identisch ist; denn Zeilen und Spalten eines Tensors sind stets Vektoren.

Aus diesem Grunde liegt der Gedanke nahe, den R_4 durch zwei

verborgene Dimensionen x_5 und x_6 zu einem R_6 zu erweitern, derart, daß die Raumzeit R_4 ein Unterraum dieses R_6 ist. Da der R_6 die Raumzeit als Unterraum impliziert, soll im folgenden dieser zu konstruierende R_6 als "Welt" bezeichnet werden, weil er auf jeden Fall die überhaupt möglichen physischen Strukturen beinhalten muß. Das cartesische rechtsorientierte Koordinatensystem C des R_4 muß also wegen der Existenz der $1 \leqq (i,k) \leqq 6$ Weltdimensionen x_k durch zwei zum leeren R_4 normale Koordinaten x_5 und x_6 zum Bezugssystem C (ebenfalls cartesisch und rechtsorientiert) der Welt R_6 erweitert werden. Zur Konstruktion dieses cartesischen Systems von Weltkoordinaten erscheint es unerläßlich, zunächst die algebraische Natur der verborgenen Weltdimensionen x_5 und x_6 zu klären.

Offensichtlich können diese Zusatzdimensionen der Welt auf keinen Fall komplexer Natur sein, so daß für x_5 und x_6 nur reelle oder imaginäre Zählungen angenommen werden können. Wegen der Realität der R_3 -Koordinaten und $x_4 = ict$ ist die Signatur des R_4 -Unterraumes eindeutig durch $(+++-)$ gegeben, so daß die Signatur des zu konstruierenden R_6 vierdeutig wird. Für die möglichen R_6 -Signaturen kommen nur a $(+++-++)$, ferner b $(+++-+-)$ sowie c $(+++--+)$ und d $(+++---)$ in Betracht. Im R_4 -Unterraum gilt für die Funktionaldeterminante (i. B. auf die zugelassenen Koordinatentransformationen) $w = \sqrt{-g}$, worin der algebraische Charakter dieser Funktionaldeterminante von der metrischen Determinante g bestimmt wird. Der R_6 ist nun lediglich die dimensionelle Erweiterung der Raumzeit, so daß der algebraische Charakter der Funktionaldeterminante bei dieser Erweiterung erhalten bleiben muß; denn auch in der R_6 -Welt muß die Invarianz zugelassener Koordinatentransformationen gegen die Poincarégruppe gefordert werden. Aus diesem Grunde entfallen von vornherein die Signaturmöglichkeiten b und c, das heißt, es ist die Alternative a oder d zu entscheiden.

Nach dem empirischen Prinzip (b) wird die physische Welt von Stabilitäten beherrscht, und zwar ist insbesondere der makromare Gravitationsfeldverlauf so beschaffen, daß sich gravitierende Körper auf geschlossenen Keplerbahnen (in sehr guter Näherung Kegelschnitte) stabil bewegen können, während im mikromaren Bereich

die Basis der materiellen Welt durch die Existenz stabiler Grundzustände der Hüllenelektronen atomarer Strukturen gegeben ist. Wird nun eine Welt unterstellt, in der es $p \geqq 3$ reelle Dimensionen gibt ($p=3$ des R_3 ist evident), dann kann das Gravitationsgesetz im makromaren Bereich für diesen Fall entwickelt werden. Eine Analyse möglicher Bahnen zeigt dann, daß es für $p > 4$ überhaupt keine stabile Gravitationsbahn sondern nur logarithmische Spiralen gibt, während für $p = 4$ neben diesen logarithmischen Spiralen nur die Kreisbahn existiert, die aber wegen der Irrationalität der Zahl π sofort in eine nichtstabile logarithmische Spirale umschlägt. Nur für $p \leqq 3$ sind die tatsächlich beobachteten stabilen Bahnen möglich, was im makromaren Bereich $p = 3$ festlegt. Eine analoge Untersuchung quantentheoretischer Art atomarer Elektronenhüllen zeigt, daß die stabilen Grundzustände nur im Fall $p \leqq 3$ erscheinen, während für alle $p > 3$ diese stabilen Grundzustände nicht existent sind. Die empirische Existenz stabiler Materie weist also auch im mikromaren Bereich auf $p = 3$ hin. Auf diese Weise zeigt (b), daß nur die Signatur d für den R_6 in Betracht kommt. Demnach muß das cartesische rechtsorientierte Bezugssystem C des R_4 durch zwei imaginäre Koordinaten $x_5 = i\epsilon$ und $x_6 = i\eta$ zu einem cartesischen Bezugssystem C des R_6 erweitert werden. Das R_6-Bezugssystem C wird also beschrieben durch

$$(4) \qquad (x_1, x_2, x_3) = (x_1^*, x_2^*, x_3^*) \equiv R_3, \quad x_4 = ict, \quad x_5 = i\epsilon, \quad x_6 = i\eta.$$

Diese $1 \leqq k \leqq 6$ Koordinaten sind voneinander unabhängig, so daß ein normiertes Ortogonalsystem von Einheitsvektoren $\bar{e}_k$ gemäß

$$(4a) \qquad 1 \leqq k \leqq 6, \quad \bar{x}_k = \bar{e}_k x_k, \quad \bar{e}_i \bar{e}_k = \delta_{i,k}$$

diese Weltkoordinaten orientiert und den R_6 als Vektorraum aufspannt.

2. Konstruktion des Welttensoriums

Im folgenden werde der R_6 auf das durch (4) und (4a) beschriebene System C cartesischer rechtsorientierter Weltkoordinaten x_k bezogen. Die Punkte des R_6, also die Weltpunkte werden dann durch jeweils 6 Koordinatenangaben gekennzeichnet und müssen offensichtlich wegen der Zeitzählung x_4 ebenfalls als Ereignisse interpretiert werden. Diese Interpretation hat aber zur Folge, daß zwischen den physisch manifestierbaren – also manifesten – Ereignissen $x_5 = x_6 = 0$ und den latenten Ereignissen $x_5 \neq 0$ und (oder) $x_6 \neq 0$ unterschieden werden muß. Hier sind die manifesten Ereignisse die Punkte des raumzeitlichen Unterraumes R_4 der Welt, während die latenten oder auch virtuellen Ereignisse die Weltpunkte außerhalb dieses Unterraumes sind. Lineare Mannigfaltigkeiten der Weltpunkte sollen als Weltlinien bezeichnet werden. Diese Weltlinien brauchen dabei nicht notwendig im R_4 zu verlaufen, doch kennzeichnet eine nur im R_4 liegende Weltlinie als Raumzeitlinie das zeitliche Geschehen eines R_4 -Punktes und die Gesamtheit aller Raumzeitlinien im R_4 die zeitliche kosmische Bewegung des reellen kompakten R_3 (physisches Universum).

Das System C der Weltkoordinaten spannt in $1 \leq p \leq 6$ Dimensionen verschiedene Unterräume V_p auf. So gibt es zunächst 6 eindimensionale Gebilde V_1 als Koordinaten x_k und 15 Flächen V_2, ferner 20 Unterräume V_3 sowie 15 Unterräume V_4 und 6 Hyperflächen V_5 der Welt R_6. In allen diesen V_p sind Gebilde der Welt möglich. Von den 20 Unterräumen V_3 sind 18 komplexer Natur, während einer von den 3 imaginären Koordinaten aufgespannt wird und sich ein weiterer als der reelle physische R_3 erweist. Ganz analog ist auch die Raumzeit R_4 einer der 15 Unterräume V_4.

Dieser R_6 ist seiner Natur nach ein affiner Raum, der dimensionell den ebenfalls affinen R_4 einschließt. Als allgemeine Affinitätsmatrix ergab sich im R_4 die reguläre und unitäre Matrix $\hat{B}$ der Lorentzgruppe gleichberechtigter Inertialsysteme, welche die Summe der Koordinatenquadrate im R_4 invariant läßt. Nun kann durch

eine geeignete doppelte Ränderung von $\hat{B}$ stets eine unitäre quadratische Matrix $\hat{C}$ im R_6 vom quadratischen Matrizentyp 6 konstruiert werden, derart, daß der raumzeitliche Matrizenabschnitt aus $\hat{C}$ mit $\hat{B}$ identisch und die Unitarität durch $\hat{C}\,\hat{C}^* = \hat{E}$ erfüllt wird. Die Regularität dieser sechsreihigen Affinitätsmatrix wird dabei durch das Verhalten der Matrizendeterminante $|C_{i,k}|_6 \neq 0$ bedingt, was $\mathrm{def}\,\hat{C} = 0$ und daher $\mathrm{rg}\,\hat{C} = 6$, also Identität des Ranges mit Matrizentyp und Dimensionszahl zur Folge hat, was die Regularität von $\hat{C}$ ausdrückt. Für die Matrizendeterminante kann dann stets $|C_{i,k}|_6 = 1$ erreicht werden.

Der Abstand $\bar{s}$ eines Weltpunktes vom Koordinatenursprung nämlich $\bar{s} = \sum_{k=1}^{6} \bar{e}_k x_k$ erfährt beim Wechsel des Systems C in ein gleichberechtigtes System C' durch $\hat{C}$ die Transformation $\bar{s}' = \hat{C}\,\bar{s}$ oder invers $\bar{s} = \hat{C}^{-1}\,\bar{s}' = \hat{C}^*\,\bar{s}'$. Wegen $\hat{C}\,\hat{C}^* = \hat{E}$ bleibt also die indefinite quadratische Form s^2 aber auch $\bar{s}\,d\bar{s}$ und ds^2 gegen die regulären Affinitäten $\hat{C}$ invariant. Bei diesen Invarianten handelt es sich um indefinite homogene quadratische Formen, deren Trägheitsindex 3 wegen der R_6-Signatur $(+++---)$ grundsätzlich invariant bleibt. Die invariante Differentialform $ds^2 = \sum_{k=1}^{6} dx_k^2$ ist dabei die Metrik einer von Ereignisstrukturen freien Welt eines pseudoeuklidischen R_6, wobei die Pseudoeuklidizität durch die Geodäsie des cartesischen C-Systems charakterisiert wird.

Diese Invarianz solcher homogener quadratischer Formen gegen $\hat{C}=\mathrm{const}$ als Folge der Unitarität ist die Invarianz gegen die allgemeine Gruppe der Parallelverschiebungen und Koordinatendrehungen, so daß sich bereits hierdurch die x_k als 6 voneinander unabhängige Wertevorräte erweisen, was aber diese x_k aus (4) und (4a) als Dimensionen eines R_6 kennzeichnet. In dieser Welt können die verschiedensten Invarianzforderungen gestellt werden, was auf die jeweilige Transformationsgruppe bezogen Felder von Welttensoren des allgemeinen Tensorgrades m definiert, wobei dieser Tensorgrad gemäß $0 \leqq m \leqq 6$ nach den Prinzipien der Tensorgeometrie allerdings durch die Zahl der Weltdimensionen begrenzt wird.

Im folgenden werden Tensorfelder $m=0$ als Weltskalare und $m=1$ als Weltvektoren bezeichnet.

Der Weltlinienabstand von zwei infinitesimal benachbarten Weltpunkten, also $d\bar{s} = \sum_{k=1}^{6} \bar{e}_k \, dx_k = \sum_{k=1}^{6} \dot{\bar{x}}_k \, dt$ kann auf das Zeitelement dt bezogen werden und definiert so eine Weltgeschwindigkeit $d\bar{s} = \bar{Y} \, dt$, die in der Form $\bar{Y} = \bar{v} + i\bar{u}$ explizit ausgedrückt werden kann, wenn $\bar{v}$ die Relativgeschwindigkeit im reellen Unterraum R_3 ist. Für $\mathring{\epsilon}=\mathring{\eta}=0$ wird also $u=c$. Der infinitesimale Abstand $d\bar{s}$ ist ein Weltlinienelement, so daß für die Richtungskosinus der Winkel α_k zwischen den Weltlinientangenten und den x_k allgemein $\cos\alpha_k \, ds = dx_k$ oder $Y \cos\alpha_k = \dot{x}_k$ gilt. Hieraus wird sofort deutlich, daß sich für alle Indizierungen $j \neq 4$ stets $\cos\alpha_j = 0$ oder $2\alpha_j = \pi$ erreichen läßt, obgleich im allgemeinen $\cos\alpha_j \neq 0$ ist. Nur im Fall $k=4$ ergibt sich wegen $x_4 = ict$ mit $u\beta = v$ wegen $\dot{x}_4 = ic$ die Beziehung $u\sqrt{1-\beta^2}\cos\alpha_4 = c$, so daß für α_4 wegen $\cos\alpha_4 \neq 0$ niemals die Orthogonalität erreichbar ist, die für alle $j \neq 4$ ermöglicht werden kann. Da also grundsätzlich in der Welt $2\alpha_4 \neq \pi$ bleibt, muß auf die morphologische Anisotropie der Welt in Bezug auf x_4 geschlossen werden, was wiederum auf eine Schar früher oder später liegender Streckenräume R_3 normal zu x_4 hinweist.

Wird die Beziehung der Richtungscosinus $Y\cos\alpha_k = \dot{x}_k$ quadriert und summiert, dann folgt $Y^2 \sum_{k=1}^{6} \cos^2 \alpha_k = \sum_{k=1}^{6} \mathring{x}_k^2 = Y^2$, das heißt, für die Richtungscosinus der Tangentenwinkel gilt das Theorem

(5) $$\sum_{k=1}^{6} \cos^2 \alpha_k = 1.$$

Da nun für alle $j \neq 4$ stets $\cos\alpha_j = 0$ erreicht werden kann, und zwar durch $\mathring{x}_k = 0$ oder $\bar{v} = \bar{0}$ und $\dot{\mathring{\epsilon}}=\dot{\mathring{\eta}}=0$, folgt aus (5) unter dieser Voraussetzung $\cos^2\alpha_4 = 1$ oder nach Radizierung $\cos\alpha_4 = \pm 1$. Hier wird die zeitliche morphologische Anisotropie des R_6 besonders deutlich, was in

(5a) $$j \neq 4, \quad 2\alpha_j = \pi, \quad \cos\alpha_4 = \pm 1$$

zusammengefaßt werden soll. Diese Anisotropie der Welt hinsichtlich x_4 bedeutet zunächst, daß x_4 auf keinen Fall mit den übrigen 5 Weltdimensionen vertauschbar ist. Andererseits weist das doppelte Vorzeichen in (5a) darauf hin, daß es zur Zeitkoordinate $x_4 = x_4^+$ für $\cos \alpha_4 = +1$ im R_6 noch eine antiparallele Zeitzählung x_4^- geben kann, das heißt, zum raumzeitlichen Unterraum $R_4 = R_4^+$ ist im R_6 eine Antiraumzeit R_4^- möglich. Alle raumzeitlichen Unterräume bilden aber parallele Scharen aus $0 \leqq \nu_p < \infty$ Raumzeiten $R_4^+(\nu_p)$ oder $R_4^-(\nu_p)$ normal zu den beiden anderen imaginären Weltdimensionen x_p mit $p=5$ oder $p=6$, derart, daß $R_4^+(0) \equiv R_4^+ \equiv R_4$ und analog $R_4^-(0) \equiv R_4^-$ wird. Wegen (5a) ist aber im ganzen R_6 die gleiche Zeitzählung als Weltdimension x_4 und die gleiche morphologische Geschichtlichkeit der R_3-Strekkenräume gegeben, die sich im Fall $\cos \alpha_4 = -1$ nur im Vorzeichen unterscheidet. Dies bedeutet aber, daß die beiden Scharen paralleler Raumzeiten normal zu den x_p als Scharen von Parallelräumen $R_3^+(\nu_p)$ und $R_3^-(\nu_p)$ für $p=5$ und $p=6$ aufzufassen sind, die denselben Zeitzählungen x_4 unterworfen sind. Beide Scharen sind Parallelräume zum physischen Universum R_3. Dieser R_3 ist ein reeller kompakter dreidimensionaler Raum, dessen Koordinaten vertauschbar sind. Wegen der Scharen möglicher Parallelräume normal zu den Koordinaten x_5 und x_6 scheint neben der zeitlichen Anisotropie des R_6 auch eine strukturelle Anisotropie in x_5 und x_6 möglich zu sein, woraus folgt, daß nicht nur x_4 sondern sämtliche imaginären Koordinaten weder untereinander noch mit den reellen R_3-Koordinaten vertauschbar sind.

In Anlehnung an (5) können noch die Winkel $\varphi(v)$ und $\varphi(u)$ zwischen dem Weltlinienelement $d\bar{s}$ (also der Weltlinientangente) und dem Real- bzw. Imaginärteil von $\bar{Y}$ untersucht werden. Für $\varphi(v) = \sphericalangle(d\bar{s}, \bar{v})$ und $\varphi(u) = \sphericalangle(d\bar{s}, i\bar{u})$ gelten die Kosinus

$$\cos \varphi(v) = \frac{v dt}{ds} = v/Y \quad \text{und} \quad \cos \varphi(u) = \frac{iu dt}{ds} = iu/Y,$$

oder wegen $\bar{Y} = \bar{v} + i\bar{u}$ im Betrag $Y = iu\sqrt{1-\beta^2}$ mit $u\beta = v$ auch $\sqrt{1-\beta^2} \cos \varphi(v) = -\beta$ und $\sqrt{1-\beta^2} \cos \varphi(u) = 1$, was für die Sinusbeträge nach dem Theorem $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ die Ausdrücke $\sqrt{1-\beta^2} \sin \varphi(v) = 1$ und $\sqrt{1-\beta^2} \sin \varphi(u) = i\beta$ liefert. Hieraus folgt wiederum $\operatorname{ctg} \varphi(v) = -i\beta$ und $\operatorname{tg} \varphi(u) = i\beta$ oder im Vergleich $\operatorname{ctg} \varphi(v) = -\operatorname{tg} \varphi(u) = \operatorname{ctg}(\varphi(u) + \pi/2)$,

Ferner dürfen bei diesen Abbildungen keine Singularitäten in Form von Unendlichkeitsstellen erscheinen und die abbildenden Koordinatentransformationen müssen (zumindest im makromaren Bereich) stetig sein. Dies bedeutet aber, daß die zugelassenen Transformationen $X_k'(x_1 \ldots x_6)$ bei der Abbildung von Weltstrukturen ebenfalls Transformationen der Poincarégruppe sein müssen. Die Weltstrukturen sind demnach grundsätzlich invariant in bezug auf diese Transformationsgruppe. Da die zu beschreibenden Weltstrukturen als metrische Deformationen von Ereignismannigfaltigkeiten nicht euklidischer Natur sind, muß wieder zwischen ko- und kontravarianten Größen unterschieden werden. Auch werde zur Kürzung wieder die Summationsregel $A_k A^k$ erstreckt über $1 \leqq k \leqq 6$ verwendet, wobei die Einklammerung der Indizes diese Summenbildung ausschließt.

Wegen der Invarianz der Weltstrukturen gegen die Poincaré-Gruppe muß auch eine Transformation $\eta_k(x_1 \ldots x_6)$ in die auf die betreffende Struktur bezogenen geodätischen Koordinaten η_k existieren, welche durch Einheitsvektoren $\bar{\epsilon}_k$ mit $|\bar{\epsilon}_k| = 1$ gemäß $\bar{\eta}_k = \bar{\epsilon}_k \eta_k$ wegen ihrer Unabhängigkeit (Regularität der Transformationen) orientiert sind. Da die Struktur nicht euklidisch ist, brauchen die $\bar{\epsilon}_k$ nicht notwendig orthogonal zu sein, vielmehr kann $\bar{\epsilon}_i \bar{\epsilon}_k = \cos(\bar{\epsilon}_i, \bar{\epsilon}_k)$ eine Funktion der x_j, also $(\bar{\epsilon}_i \bar{\epsilon}_k)_6 = \hat{A}(x_1 \ldots x_6) \neq \hat{E}$ sein. Aus $\bar{\epsilon}_i \bar{\epsilon}_k = \bar{\epsilon}_k \bar{\epsilon}_i$ folgt unmittelbar die Symmetrie $\hat{A} = \hat{A}^*$. Bezogen auf die η_k gilt dann wegen der Geodäsie für die Metrik $ds^2 = \sum_{p,q=1}^{6} d\bar{\eta}_p \, d\bar{\eta}_q$, und hierin ist

$$d\bar{\eta}_p = \frac{\partial \bar{\eta}_p}{\partial x^k} \, dx^k,$$ also gilt für die Metrik

$$ds^2 = \sum_{p,q=1}^{6} \frac{\partial \bar{\eta}_p}{\partial x^i} \frac{\partial \bar{\eta}_q}{\partial x^k} \, dx^i dx^k = g_{i,k} \, dx^i dx^k = g^{i,k} \, dx_i dx_k,$$ und hierin sind die Koeffizienten $g_{i,k} = g_{k,i}$ hermitescher Natur, was aber nicht auf den Summationsprozeß in der Metrik, sondern auf $\hat{A} = \hat{A}^*$ zurückgeht. Auch sind diese Koeffizienten der quadratischen Form die Komponenten des metrischen Fundamentaltensors der R_6-Struktur, der wegen $g_{i,k}(x_1 \ldots x_6) = g_{k,i}$ ein hermitesches Tensorfeld bezogen auf das C-System darstellt.

Die Weltstrukturen erweisen sich also gemäß

(6) $$g_{i,k}(x_1 \ldots x_6) = g_{k,i}$$

als hermitesch, während die Strukturen des Unterraumes R_4 nichthermitescher Natur waren. Eine mögliche Interpretation dieser Nichthermitezität könnte durch die Tatsache gegeben sein, daß diese nichthermiteschen R_4 -Strukturen nur die raumzeitlichen Durchschnitte allgemeiner Weltstrukturen des R_6 sind. Wegen (6) gelten für die Beschreibung der Weltstrukturen alle Theoreme und Identitäten der Riemannschen Geometrie, wobei die Parallelverschiebungen in der bekannten Weise durch Christoffelsymbole $\Gamma^i_{k,m} = \Gamma^i_{m,k}$ bestimmt werden. Ist $g = |g_{i,k}|_6$ die metrische Determinante, dann gilt für die Funktionaldeterminante $w=\sqrt{-g}$ wie im R_4, weil sich wegen der Signaturen $(+++-)$ im R_4 und $(+++---)$ im R_6 das Vorzeichen von g nicht ändert. Als Folge von (6) gilt dann für g das bekannte Theorem Riemannscher Geometrie $\frac{\partial g}{\partial x^k} = -2g\Gamma^m_{k,m}$, welches auch auf die Theoreme und Identitäten der allgemeineren nichthermiteschen Geometrie für $g^-_{i,k}=0$ angewendet werden kann, und so zu den entsprechenden Theoremen hermitescher Geometrie (6) führt. Von dem durch die hermiteschen $\Gamma^i_{k,m}$ definierten Krümmungstensor $R^i_{k,m,p}$ sind die beiden Matrizenspektren $R^k_{k,m,p}=R^m_{k,m,p}=0$, während die Spur $R^p_{k,m,p}=R_{k,m}$ den Riccitensor und dessen Matrizenspektrum die skalare Krümmung $R=R^k_k$ liefert. Weiter gilt wegen der Hermitezität (im Gegensatz zur nichthermiteschen Geometrie) grundsätzlich für das Einheitselement $\delta^i_{,k} = \delta_{i,k} = \delta_{k,i}$.

Auch im R_6 muß das empirische Prinzip (b) erfüllt sein; denn auch im Bereich Riemannscher Weltstrukturen kann ein Geodäsieproblem gestellt werden, wobei in der Geodätengleichung $\ddot{x}^i + \Gamma^i_{k,m}\,\dot{x}^k\dot{x}^m = 0$ als Parameter die Zeit t zu verwenden ist, weil die Welt in Bezug auf x_4 die anisotrope morphologische Geschichtlichkeit früher oder später liegender R_3 -Streckenräume aufweist. Dies bedeutet aber, daß die $\ddot{x}^i$ Beschleunigungskompo-

nenten im R_6 sind, die wegen der Geodätengleichung allein durch die $\Gamma^{i}_{k,m}$ bestimmt werden, die ihrerseits erste partielle Koordinatenableitungen der $g_{i,k}$ sind, so daß die Komponenten des Fundamentaltensors (6) als universelle tensorielle Wechselwirkungspotentiale aufgefaßt werden können, die grundsätzlich Beschleunigungen als Folge wie auch immer beschaffener Wechselwirkungen physikalischer Art verursachen. Wegen dieser Interpretation der $g_{i,k}$ muß die prinzipielle Möglichkeit bestehen, alle phänomenologischen Größen als Funktionen der $\Gamma^{i}_{k,m}$ und der $g_{k,m}$ darzustellen, was einer radikalen Geometrisierung physikalischer Vorgänge entspräche, und zugleich eine Beschreibung dieser Vorgänge durch hermitesche Weltstrukturen ermöglichen würde.

Die 36 diskontinuierlichen Energiedichten $\epsilon^{(\mu)}_{\alpha,\beta} \neq 0$ des nichthermiteschen R_4 bilden die Komponenten eines Energiedichtetensors $\epsilon_{i,k} \equiv \epsilon^{(\mu)}_{\alpha,\beta}$ im R_6, doch gilt $\epsilon_{i,k} \neq \epsilon_{k,i}$, was auf den Einfluß von Wechselwirkungskomponenten zurückgeht. Im Fall eines geschlossenen Systems in Wechselwirkung stehender Konstituenten kann daher die Hermitesierung $\frac{1}{2}(\epsilon_{i,k} + \epsilon_{k,i}) = \epsilon'_{i,k} = \epsilon'_{k,i}$ durchgeführt werden, doch muß dann die exakte Gültigkeit des Prinzips (a), also die Divergenzfreiheit dieses Energiedichtetensors im R_6 gefordert werden. Beim Übergang in das makromare Kontinuum nach dem Korrespondenzprinzip $\epsilon'_{i,k} \rightarrow T_{i,k} = T_{k,i}$ bleibt diese Forderung der Divergenzfreiheit, dem Prinzip (a) entsprechend, erhalten. Andererseits sind die $T_{i,k}$ die Komponenten eines kanonischen Energiedichtetensors, welche wegen der allgemeinen Interpretation von (6) sowohl von den $g_{i,k}$ als auch von deren ersten und zweiten partiellen Koordinatenableitungen abhängen müssen. In Analogie zur allgemeinen Relativitätstheorie gibt es auch im R_6 unter der Voraussetzung (6) eindeutig nur einen divergenzfreien Strukturtensor, der von den $g_{i,k}$ und deren ersten und zweiten partiellen Koordinatenableitungen aufgebaut wird, nämlich $R_{i,k} - 1/2 g_{i,k} R$, so daß mit dem Proportionalitätsfaktor $\alpha = \text{const}$ dieser Sachverhalt in $R_{i,k} - 1/2\, g_{i,k}\, R = \alpha\, T_{i,k}$ zusammengefaßt werden kann. Diese hermitesche Tensorgleichung genügt den Prinzipien (a) und (b), während (d) in den Formen

(d_1) und (d_2) als Sonderfall im R_4, bzw. in den $R_{\pm 4}$ enthalten ist. Mit den Matrizenspuren $T=T^k_k$ und $g^k_k=6$ liefert das Matrizenspektrum $-2R=\alpha T$, also $R_{i,k} = \alpha(T_{i,k}-1/4\, g_{i,k} T)$.

Wegen des Überganges der Mikrozustände $\epsilon'_{i,k} \rightarrow T_{i,k}$ in das makromare Feldkontinuum der Struktur $g_{i,k}$ beziehungsweise $\Gamma^i_{k,m}$ muß es im mikromaren Bereich eine konvergente Funktion $\{^i_{k,m}\}$ im R_6 als Kombination aus dem $\Gamma^r_{p,q}$ geben, für welche der Übergang in den makromaren Bereich $\{^i_{k,m}\} \rightarrow \Gamma^i_{k,m}$ besteht. Wenn aber dieses Aggregat $\{^i_{k,m}\}$ existiert, dann muß es in Analogie zur nichthermiteschen R_4-Struktur auch im hermiteschen R_6 einen hermiteschen Funktionaloperator C geben, dessen Komponenten C_p so von den partiellen Koordinatenableitungen und den $\{^r_{p,q}\}$ abhängen, daß beim Übergang in das makromare Kontinuum die Operatorwirkung zu $C_p\{^p_{k,m}\} \rightarrow R_{k,m}$ wird. Wegen dieser Operatorhermitezität und der Konvergenz der $\{^i_{k,m}\}$ muß also ein abstrakter Funktionenraum existieren, derart, daß $C_p\{^p_{k,m}\}$ die Einwirkung eines Zustandsoperators auf eine konvergente Zustandsfunktion beschreibt. Die Eigenwerte $\lambda_p(k,m)$ dieser Operatorwirkung müssen dann reell sein und diskrete Punktspektren bilden. Auch hier erscheint die Interpretation der λ_p als diskrete Strukturstufen des R_6 gegeben; denn C_p wird als Funktionaloperator allein von metrischen Größen bestimmt, so daß die Operatorwirkung auf eine metrische Funktion des R_6 nur ein metrischer Zustand dieses R_6 sein kann. Aus diesem Grunde kann also $C_p\{^p_{k,m}\} = \lambda_p(k,m)\{^p_{k,m}\}$ gesetzt werden, wobei wegen des makromaren Übergangs $C_p\{^p_{k,m}\} \rightarrow R_{k,m}$ und $R_{k,m} = \alpha(T_{k,m} - 1/4\, g_{k,m} T)$ auch der Übergang $\lambda_p\{^p_{k,m}\} \rightarrow \alpha(T_{k,m} - 1/4\, g_{k,m} T)$ existieren muß. Auch im R_6 sind also die diskreten Sturkturstufen Energiedichten äquivalent.

Im allgemeinen wirken die C_p in einer den Pseudotensorgrad der gemischtvarianten $\{^i_{k,m}\}$ erweiternden Form, so daß $C_p\{^p_{k,m}\}$ einer Matrizenspur entspricht. Wird zur Kürzung das gesamte Schema der 216 Komponenten $\{^i_{k,m}\}$ als Pseudotensor $(\{^i_{k,m}\})_6 = \hat{\{\}}$ und $C = \Sigma\, C_p$ eingeführt, dann wäre $C_p\{^p_{k,m}\} = (\mathrm{sp}C\, \hat{\{\}})_{k,m}$

und $(\mathrm{spC}\ \hat{\{\}}\ )_{k,m} \rightarrow R_{k,m}$ beim Übergang in das makromare Kontinuum. Die λ_p könnten bei dieser Kürzung als Vektorkomponenten von $\bar{\lambda}$ im R_6 aufgefaßt werden, so daß auch $\lambda_p(k,m)\{{}^{p}_{k,m}\} = (\bar{\lambda}\ \hat{\{\}}\ )_{k,m}$ in dieser Schreibweise gesetzt werden kann, was zur Matrizenspur $\mathrm{sp}\ C\ \hat{\{\}} = \bar{\lambda}\,\hat{\{\}}$ führt. Die den Pseudotensorgrad erweiternde Wirkung des hermiteschen Operators wäre dann gegeben durch $C_p\ \{{}^{i}_{k,m}\} - \lambda_p\ (k,m)\ \{{}^{i}_{k,m}\} = Q^{i}_{k,m,p}$ mit $Q^{p}_{k,m,p} = 0$. Auch hier muß aus den gleichen Gründen wie im R_4 -Unterraum $Q^{i}_{k,m,p} = 0$ gefordert werden, was $C_p\ \{{}^{i}_{k,m}\} = \lambda_p\ (k,m)\ \{{}^{i}_{k,m}\}$ liefert. Mit den Kürzungen

$$(7) \qquad (\{{}^{i}_{k,m}\})_6 = \hat{\{\}}\,, \quad C = \sum_{p=1}^{6} C_p\,, \quad \bar{\lambda} = \sum_{p=1}^{6} \bar{e}_p\ \lambda_p$$

kann also die den Pseudotensorgrad erweiternde Wirkung des hermiteschen Operators $C_p\ \{{}^{i}_{k,m}\} = (C\,\hat{\{\}}\ )^{i}_{k,m,p}$ und $\lambda_p\ (k,m)\ \{{}^{i}_{k,m}\} = (\bar{\lambda} \times \hat{\{\}}\ )^{i}_{k,m,p}$ in der Form eines dem Martizenspektrum übergeordneten Systems

$$(8) \qquad C\ \hat{\{\}} = \bar{\lambda} \times \hat{\{\}}$$

geschrieben werden. Wegen des Übergangs $(\mathrm{sp}\ C\ \hat{\{\}}\ )_{k,m} \rightarrow R_{k,m}$ muß also $(C\hat{\{\}}\ )^{i}_{k,m,p} \rightarrow R^{i}_{k,m,p}$ und nach (8) auch $(\bar{\lambda} \times \hat{\{\}}\ )^{i}_{k,m,p} \rightarrow R^{i}_{k,m,p}$ ein Übergang in das makromare Feldkontinuum sein. Aus diesem Grunde bedingt das Fehlen der diskreten Strukturstufen $\bar{\lambda}=\bar{0}$ unmittelbar $R^{i}_{k,m,p}=0$, also die Pseudoeuklidizität des R_6. Diese Pseudoeuklidizität ist aber das Kriterium der Leere der Welt, so daß alle Weltstrukturen auf die nicht leeren Spektren $\bar{\lambda}$ mikromarer Strukturstufen zurückgehen.

Das Matrizenspektrum der allgemeinen Beziehung (8), also

$$(8a) \qquad \mathrm{sp}\ C\,\hat{\{\}} = \bar{\lambda}\ \hat{\{\}}$$

kennzeichnet die den Pseudotensorgrad verjüngende Wirkung des Operators der Strukturzustände, wobei (8a) beim Übergang in das

makromare Feldkontinuum zu $R_{i,k} = \alpha\,(T_{i,k} - 1/4\; g_{i,k}\; T)$ oder nach Bildung der Matrizenspur zu $R_{i,k} - 1/2\; g_{i,k}\; R = \alpha\; T_{i,k}$ wird, was wegen der Divergenzfreiheit dieses Ausdruckes als Folge (6) das empirische Prinzip (a), aber auch (b) erfüllt, weil der Übergang $\{{}^{i}_{k,m}\} \rightarrow \Gamma^{i}_{k,m}$ die Geodätengleichung im makromaren Kontinuum $\ddot{x}^i + \Gamma^{i}_{k,m}\; \dot{x}^k\; \dot{x}^m = 0$ erfüllt, was aber dem Prinzip (b) entspricht. Das Prinzip (c) wird hingegen durch die Existenz eines abstrakten Funktionenraumes erfüllt, dessen Trägerraum der R_6 ist; denn die Hermitezität des Zustandsoperators und die Konvergenz der Zustandsfunktionen bedingen die reellen $\bar{\lambda}$ im diskreten Punktspektrum. Schließlich impliziert $R_{i,k} - 1/2\; g_{i,k}\; R = \alpha\; T_{i,k}$ bei der doppelt singulären Abbildung in den R_4 die empirische Aussage (d) in den Formen (d_1) und (d_2) hinsichtlich der $R_{\pm 4}$, so daß alle empirischen Sätze (a) bis (d) von (8a) erfüllt werden, was dann auch für das übergeordnete Prinzip (8) gilt. Neben dem Matrizenspektrum $R^{p}_{k,m,p} = R_{k,m}$ des Überganges $(C\,\hat{\{\}})^{i}_{k,m,p} \rightarrow \rightarrow R^{i}_{k,m,p}$ von (8) sind aber noch die beiden identischen Matrizenspuren $R^{k}_{k,m,p} = R^{m}_{k,m,p} = 0$ möglich, die sich aus dem Übergang der Spurbildung $(Csp\,\hat{\{\}})_{k,p} \rightarrow R^{m}_{k,m,p} = 0$ oder $(\bar{\lambda} \times sp\,\hat{\{\}})_{k,p} \rightarrow \rightarrow R^{m}_{k,m,p} = 0$ der Beziehung (8) ergeben. Hieraus folgt aber unmittelbar $\bar{\lambda} \times sp\,\hat{\{\}} = 0$, was aber nur für $\bar{\lambda} \parallel sp\,\hat{\{\}}$ erreicht werden kann. Auf Gund des Überganges $(sp\,\hat{\{\}})_k = \{{}^{m}_{k,m}\} \rightarrow \Gamma^{m}_{k,m}$ wird eine Interpretation dieser Parallelität möglich; denn im Fall (6) gilt das Theorem $\frac{\partial g}{\partial x^k} = -\,2\,g\,\Gamma^{m}_{k,m}$ der metrischen Determinante g beziehungsweise der Funktionaldeterminante $w = \sqrt{-g}$. Symbolisiert $grad_6$ den pseudoeuklidischen Gradienten im R_6, dann wird dieses Theorem $\Gamma^{m}_{k,m} = (grad_6\; lnw)_k$, so daß der Übergang $sp\,\hat{\{\}} \rightarrow grad_6\; lnw$ in den makromaren Bereich gilt. Die zweite Möglichkeit zur Bildung des Matrizenspektrums von (8), nämlich

(8b) $$\bar{\lambda} \parallel sp\,\hat{\{\}} \rightarrow grad_6\; lnw$$

zeigt, daß die Richtungslinien der $\bar{\lambda}$ im makromaren Feldkonti-

nuum stets dem Gradientenvektor des Logarithmus der Funktionaldeterminante parallel verlaufen.

Da die $\Gamma^{i}_{k,m}$ nur gegen reguläre Affinitäten als gemischtvariante Tensorkomponenten vom 3. Grad erscheinen, gilt dies auch für die mikromaren Aggregate $\{^{i}_{k,m}\}$, so daß hier die allgemine Invarianz gegen die Poincaré-Gruppe eingeschränkt ist, während andererseits $\{\}\hat{}$ in (8) als Zustandsfunktion des metrischen Strukturzustandes auftritt.

Eine heuristische Untersuchung dieses Sachverhaltes muß vom phänomenologischen Energiedichtetensor $T_{i,k}$ der makromaren Approximation $R_{i,k} - 1/2\, g_{i,k}\, R = \alpha\, T_{i,k}$ von (8a) ausgehen. Die Energiedichtetensoren in den $R_{\pm 4}$ und R_4 waren stets die Iterationen von Feldtensoren. Es liegt der Gedanke nahe, daß auch $T_{i,k}$ die Iteration eines einheitlichen Feldtensors $M_{i,k}$ des R_6-Zustandes im makromaren Bereich ist. Es wäre dann

$$T_{i,k} = \sum_{\nu=1}^{6} M_{i,\nu}\, M_{\nu,k},$$

so daß es darauf ankommen muß, aus diesem System die $M_{i,k}$ zu ermitteln, da die phänomenologischen $T_{i,k}$ bekannt sind. Da $T_{i,k} = T_{k,i}$ gilt, kann nur $M_{i,k} = \pm M_{k,i}$ sein, weil allein auf diese Weise die Iteration in allgemeiner Form zu einem hermiteschen Tensor führt. Werden zur Kürzung die Tensoren gemäß $(T_{i,k})_6 = \hat{T}$ und $(M_{i,k})_6 = \hat{M}$ als quadratische Matrizen vom Typ 6 geschrieben, dann läuft die Bestimmung von $\hat{M}$ daraufhinaus, in der nunmehr als $\hat{T} = \hat{M}^2$ erscheinenden Iteration $\hat{M}=\sqrt{\hat{T}}$ zu bestimmen. Zunächst kann $\hat{T}=\hat{T}^*$ und $\hat{M}=\pm\hat{M}^*$, sowie die Regularität $\operatorname{rg}\hat{T}=\operatorname{rg}\hat{M}=6$ mit $\operatorname{def}\hat{T} = \operatorname{def}\hat{M}=0$ als Folge des Tensorcharakters festgestellt werden. Dies bedeutet aber, daß nicht nur $\sqrt{\hat{T}}$ existiert, sondern daß dasrüberhinaus für $\hat{T}$ die charakteristische Gleichung $|T_{i,k} - \Lambda\, \delta_{i,k}|_6 = 0$ das Eigenwertproblem einer Hauptachsentransformation in das Diagonalschema $\hat{\Lambda} = (\Lambda_i \delta_{i,k})_6$ beschreibt. Eine Entwicklung der charakteristischen Determinante über die Minore in das invariante Säkularpolynom liefert für Λ eine algebraische Beziehung vom Grade $\operatorname{rg}\hat{T}=6$, deren $1 \leqq i \leqq 6$ Lösungen $\Lambda_i \neq 0$ die Diagonalelemente von $\hat{\Lambda}$ sind, die also von den $T_{i,k}$ bestimmt werden. Stets sind die Komponenten gravitativer Wechselwirkungen im makromaren Bereich wesentlich schwächer als alle anderen phänomenologischen Wech-

selwirkungen, und dies bedeutet für die Matrizenspur $T=sp\hat{T}\geqq 0$, d. h., $\hat{T}$ ist positiv definit oder mindestens semidefinit. Aus diesem Grunde kann für $\hat{T}$ stets eine unitäre quadratische Matrix, nämlich $\hat{S}=(S_{i,k})_6$ mit $def\,\hat{S}=0$ und $\hat{S}\hat{S}^*=\hat{E}$ aufgefunden werden, welche ebenfalls gemäß $\hat{S}\hat{T}\hat{S}^*=\hat{\Lambda}$ die Hauptachsentransformation ermöglicht, so daß $\hat{S}\hat{T}-\hat{\Lambda}\hat{S}=\hat{0}$ die 36 Bestimmungsgleichungen der $S_{i,k}$ darstellt. Somit ist auch $\hat{S}$ explizit durch die $T_{i,k}$ gegeben. Nunmehr wird in $\hat{\Lambda}=\hat{S}\hat{T}\hat{S}^*$ mit $\hat{T}=\hat{M}^2=\hat{M}\hat{E}\hat{M}=$ $=\hat{M}\hat{S}\hat{S}^*\hat{M}$ substituiert, was $\hat{\Lambda}=\hat{S}\hat{M}\hat{S}^*\hat{S}\hat{M}\hat{S}^*=(\hat{S}\hat{M}\hat{S}^*)^2$ nach den Regeln der Matrixmultiplikation liefert. Bildung der Matrizendeterminanten ergibt dann nach einem Theorem der Determinantentheorie $|(\hat{S}\hat{M}\hat{S}^*)^2|_6=|\hat{S}\hat{M}\hat{S}^*|_6^2$, aber $|\hat{\Lambda}|_6=\prod_{i=1}^{6}\Lambda_i\neq 0$, weil $\hat{\Lambda}$ ein Diagonalschema ist. Mit $\lambda_i=\pm\sqrt{\Lambda_i}$ und $\hat{\lambda}=(\lambda_i\delta_{i,k})_6$ gilt also $|\hat{S}\hat{M}\hat{S}^*|_6=|\hat{\lambda}|_6$ oder in Matrizenform $\hat{S}\hat{M}\hat{S}^*=\hat{\lambda}$. Diese Beziehung kann links mit $\hat{S}^*$, aber rechts mit $\hat{S}$ multipliziert werden, was wegen der Unitarität von $\hat{S}$ die explizite Darstellung des gesuchten Feldtensors in der Matrizenform $\hat{M}=\hat{S}^*\hat{\lambda}\hat{S}$ liefert, wobei sich $M_{i,k}=-M_{k,i}$ als antihermitesch erweist, und zwar mit $M_{k,k}=0$. Da $T_{i,k}$ wegen (a) divergenzfrei ist, muß auch der Feldtensor divergenzfrei sein, weil $T_{i,k}$ die Iteration dieses Feldtensors ist.

Aus dieser Divergenzfreiheit im R_6 kann geschlossen werden, daß die komplexen Viererströme im R_4 die Konsequenz ausgearteter R_6-Abbildungen in den R_4 sind. Demnach würden die Begriffe "Masse" und "elektrisches Ladungsfeld" im wesentlichen durch die partiellen Koordinatenableitungen nach x_5 und x_6 bestimmt werden, wenn der R_6 pseudoeuklidisch approximiert wird und seine Strukturen allein phänomenologisch betrachtet werden.

Wegen $M_{i,k}=-M_{k,i}$ enthält der Feldtensor $\binom{6}{2}=15$ phänomenologische Komponenten. Im speziellen Fall des elektromagnetischen Feldes erscheinen seine elektromagnetischen und gravitativen Komponenten in den $T_{i,k}$ quadratisch, aber in den $M_{i,k}$ linear. In diesen 15 Komponenten $M_{i,k}\neq 0$ sind aber immer $\binom{4}{2}=6$ im R_{+4}, sowie $\binom{4}{2}=6$ im R_{-4}, aber 3 als Komponenten gravitativelektromagnetischer Wechselwirkungen im R_4 nach der zweifach singulären Abbildung gegeben.

Durch diese dreifache Strukturierung der $M_{i,k}$ in bezug auf die Unterräume R_4 und $R_{\pm 4}$ könnte nunmehr der heuristische Schluß auf drei äquivalente metrische Partialstrukturen $g_{i,k}^{(\mu)}$ mit $1 \leqq \mu \leqq 3$ im R_6 gezogen werden, derart, daß $g_{i,k} = g_{k,i}$ als Feld einer metrischen Strukturkomposition aus diesen Partialstrukturen μ aufgefaßt wird. Bei dieser Komposition $g_{i,k}\,(g_{i,k}^{(1)} \ldots g_{i,k}^{(3)})$ ist zwar $g_{i,k} = g_{k,i}$, doch können im allgemeinen Fall die Partialstrukturen als Funktionen der x^j nichthermitesch sein. Es scheint demnach rein heuristisch gemäß

$$(9) \qquad g_{i,k}\,(g_{i,k}^{(1)} \ldots g_{i,k}^{(3)}) = g_{k,i}, \qquad g_{i,k}^{(\mu)}\,(x_1 \ldots x_6) \neq g_{k,i}^{(\mu)}$$

das hermitesche Strukturfeld (6) nach einem unbekannten Kompositionsgesetz als Kompositionsfeld aus drei nichthermiteschen Partialstrukturen aufgebaut zu sein. In einem von nur einer Partialstruktur μ bestimmten R_6 -Bereich können Parallelverschiebungen eines Vektorfeldes durchgeführt werden, die dann durch die den $\Gamma_{k,m}^{i}$ entsprechenden metrischen Größen $\Gamma_{k,m}^{i}\,(\mu) \neq \Gamma_{m,k}^{i}\,(\mu)$ beschrieben werden. Nun erscheint es möglich, im mikromaren Bereich Kombinationen $\{{}_{k,m}^{i}\}_{(\mu)} \neq \{{}_{m,k}^{i}\}_{(\mu)}$ aufzufinden, welche gemäß $\{{}_{k,m}^{i}\}_{(\mu)} \rightarrow \Gamma_{k,m}^{i}\,(\mu)$ in das makromare Feldkontinuum übergehen und zu $\{{}_{k,m}^{i}\} = \sum_{\mu=1}^{3} \{{}_{k,m}^{i}\}_{(\mu)}$ superponieren. Mit der analogen Kürzung $\hat{\{\}}_{(\mu)} = (\{{}_{k,m}^{i}\}_{(\mu)})_6$ wird dann wegen der Nichthermitezität $\hat{\{\}}_{(\mu)} = \hat{\{\}}_{(\mu)}^{+} + \hat{\{\}}_{(\mu)}^{-}$ dieses Superpositionsgesetz zu

$$(9a) \qquad \hat{\{\}} = \sum_{\mu=1}^{3} \hat{\{\}}_{(\mu)}^{+}, \qquad \sum_{\mu=1}^{3} \hat{\{\}}_{(\mu)}^{-} = \hat{0},$$

weil $\hat{\{\}}$ hermitesch ist. Unter dieser Voraussetzung wird die Zustandsfunktion in (8) zu einem echten gemischtvarianten Tensorfeld vom dritten Grad, denn geodätische Koordinaten können immer nur in bezug auf eine Partialstruktur gefunden werden, so daß die Geodäsie hinsichtlich der beiden übrigen μ nicht gegeben

ist, und somit $\{\hat{}\}$ auf diese Weise nicht forttransformiert werden kann.

Die Konstruktion des R_6 und die Existenz seiner hermiteschen Strukturen (6), sowie das mikromare Gesetz (8) sind offensichtlich eine Konsequenz der durch (c) bedingten Ganzzahligkeit des Zählers der $\eta_{i,k}$ aus (2) und (2a). Der andere Zweig möglicher Konsequenzen aus (2) ist im Differenzencharakter der R_4 -Elemente im Nenner der $\eta_{i,k}$ zu sehen; denn wegen $\eta_{i,k} < \infty$ und der Ganzzahligkeit der Zähler kann der infinitesimale Limes zum Differential nicht durchgeführt werden, so daß heuristisch die Existenz geometrischer Letzteinheiten vermutet werden kann. Die Suche nach solchen Letzteinheiten kann jedoch nicht allein auf der Basis (8) erfolgen, vielmehr werden hierzu möglichst universelle phänomenologische Beziehungen benötigt, welche die Definition geeigneter Extremalprinzipien gestatten. Am geeignetsten erscheint hier das allgemeine Hintergrundphänomen der Gravitation und das Äquivalenzprinzip von Trägheit und Gravitation.

4. Gravitative Raumstrukturen und ihre Extrema.

Es werde ein statisches, ungestörtes (also kugelsymmetrisches) Gravitationsfeld einer Masse M_o im R_3 betrachtet. Wegen der statischen Eigenschaften und der sphärischen Symmetrie erscheint als einziges Argument der Abstand r vom Gravitationszentrum der Quelle M_o. Nach (d_2) wird dann die skalare Newtonsche Feldfunktion φ_n beschrieben durch $r\varphi_n = \gamma M_o$. Da sich φ_n hinsichtlich M_o additiv verhält und $M_o = Lm_o$ additiv aus $1 \leqq L < \infty$ atomaren Massen m_o zusammengesetzt ist, die auch Mq sein können, muß (d_2) gemäß $r\varphi_n = \gamma m_o$ auch für diese m_o gelten. Nach (d_1) und der Invarianz gegen $\hat{A}_-$ im R_{-4}, beziehungsweise gegen $\hat{B} = \hat{A}_-\hat{A}_+$ im R_4 gilt das Energiematerieäquivalent, so daß jedem Feldzustand eine Feldmasse äquivalent ist, wenn der Feldzustand energetischer Natur ist. Andererseits ist aber stets träge Masse als Gravitationsfeldquelle anzusprechen, so daß allgemein $m(r)$ gilt, also m nach einem unbekannten Funktionsverlauf

vom jeweiligen Abstand r im R_3 abhängt, weil die Feldmasse zwischen r und einer definierten Begrenzung $r_o \leqq r < \infty$ von m_o eine sekundäre gravitative Feldquelle darstellt. Aus (d_2) ist also φ_n durch dieses Energiematerieäquivalent gemäß $r\varphi = \gamma m(r)$ mit unbekanntem Verlauf $m(r)$ zu ergänzen. Hierin ist auf jeden Fall $m(r_o) = m_o$ und $\lim_{r\to\infty} m(r) < \infty$, weil über alle Grenzen divergierende Selbstenergiepotentiale nicht möglich sind.

In völliger Analogie zum Newtonschen Beschleunigungsvektor $\bar{G}_n = \operatorname{grad} \varphi_n$ kann im statischen Fall für den Feldvektor $\bar{G} = \operatorname{grad} \varphi$ gesetzt werden, so daß neben $\varphi \to \varphi_n$ auch $\bar{G} \to \bar{G}_n$ für $m(r)=m_0$ wird. In $\operatorname{div}\bar{G}_n \sim \sigma_0$ der Dichte σ_0 von m_0 ist wegen (a) und der Äquivalenzprinzipien $\operatorname{div}(\bar{G}+\bar{\Gamma})$ für φ mit dem Hilfsvektor $\bar{\Gamma}$ der Quelleneigenschaft $\operatorname{div}\bar{\Gamma} = \frac{\varphi}{r^2}$ zu bilden. Bei der vorausgesetzten völligen sphärischen Symmetrie wird, wenn $\bar{G} = \operatorname{grad}\varphi$ gilt, $\alpha \operatorname{div}(\bar{G}+\bar{\Gamma}) = \sigma$, wobei σ die durch einen Dichteoperator Λ gemäß $\Lambda m = \sigma$ ausgedrückte Dichte von $m(r)$ ist. Dieser Dichteoperator wird mit $dV = 4\pi r^2 dr$ durch $16V\Lambda = (3V\frac{d}{dV}+1)^2$ beschrieben, und dies bedingt $64\pi\gamma\alpha = 3$ für den Proportionalitätsfaktor.*

Die Ruheenergie der gravitativen Feldquelle ist gegeben durch $E_r = m(r)\, c^2$, weil auch die übrigen Wechselwirkungsfelder energetischer Natur sind und sich in den R_3 kugelsymmetrisch fortsetzen. Für die gravitative Feldenergie folgt aus der R_{+4}-Konstruktion $E_g = \alpha/2 \int \bar{G}^2 dV$, wobei $-E_g$ die potentielle gravitative Feldenergie ist, die aber mit $E_r - m_0 c^2 = (m(r)-m_0)c^2$ identisch sein muß, so daß $-E_g = (m(r)-m_0)c^2$ oder $E_r + E_g = m_0 c^2$ mit $E_r = m(r)c^2$ sowie $E_g = \frac{\alpha}{2}\int \bar{G}^2 dV$ gilt. Mit $E' = m_0 c^2$ kann also für das Energieprinzip im Gravitationsfeld $E' = E_r + E_g$ geschrieben werden. In guter Näherung kann $E' = \text{const}$ makromar angenommen werden, doch wird (a) durch $E' = \text{const}$ nicht exakt erfüllt, weil es sich hier nur um eine makromare Näherung unter Vernachlässigung von (c) handelt. Einsetzen von $\bar{G}^2 = (\frac{d\varphi}{dr})^2$ mit $dV = 4\pi r^2 dr$, sowie $r\varphi = \gamma m(r)$ unter Verwendung der neuen Konstante $32c^2 a = 3\gamma$ in $mc^2 + \pi/2 \int \bar{G}^2 dV = \text{const}$ liefert nach Differentiation die

* Explizite Herleitung siehe Band II dieser Schrift.

nichtlineare totale Differentailgleichung
$a\,(\frac{dm}{dr})^2+(\frac{1}{2}am/r)\,\frac{dm}{dr}+a(m/r)^2=0$, die makromar approximativ die Raumstruktur $m(r)$ wiedergibt. Mit der Hilfsfunktion $\eta(r)=m/r$ kann die Differentialgleichung transformiert werden und diese Transformation ermöglicht eine Separation der Variablen und eine Homogenisierung, wenn als neues Argument $\ln r$ verwendet wird. Die Lösung $rqe^{-q}=A$ ist mit $q=1\pm\sqrt{1-4am/r}$ zweideutig, doch kommt wegen der Unmöglichkeit unendlicher Selbstenergiepotentiale nur der negative Zweig $rqe^{-q}=A$ mit $q=1-\sqrt{1-\epsilon\varphi}$ in Betracht. Hier wurde $r\varphi=\gamma m$ und $8c^2\epsilon=3$ zur Kürzung verwendet. $A=\text{const}$ ist hier die Integrationskonstante, die wegen $\varphi\to\varphi_n$ und $(\epsilon\varphi)^\nu\approx 0$ für alle ganzzahligen $\nu>1$ zu $16\,c^2\,A=3\,\gamma\,m_0$ bestimmt werden kann. Diese Konstante ist also eine reelle Zahl, doch läßt die linke Seite der Lösung $rqe^{-q}=A$ auch komplexe Werte zu, die aber wegen der Realität von A nicht auftreten dürfen. Aus diesem Grunde muß für den Radikanden $1-\epsilon\varphi\geqq 0$ gefordert werden, wobei die Gleichung für $\varphi=\varphi_{ext}$ gemäß $\epsilon\varphi_{ext}=1$ bereits das Extremum setzt.

Wird in $rqe^{-q}=\text{const}$ der Ausdruck e^{-q} und $q=1-\sqrt{1-\epsilon\varphi}$ als Reihen entwickelt, aber die Glieder $\nu>1$ approximativ $(\epsilon\varphi)^\nu\approx 0$ gesetzt, jedoch in qe^{-q} auch $\nu=2$ zugelassen, dann entsteht für $m(r)$ aus $rqe^{-q}=\text{const}$ eine quadratische Approximation, die eine Abschätzung der gravitativen Feldmasse $\mu_g=m(r)-m_0$ gestattet. Es handelt sich bei μ_g wegen der vorausgesetzten Kugelsymmetrie um die Feldmasse im Volumen $4/3\,\pi(r^3-r_0^3)$, so daß $\mu_g=\lim_{r\to\infty}(m-m_0)$ die gesamte gravitative Feldmasse des von m_0 erregten Gravitationsfeldes ist. Es zeigt sich, daß $\mu_g<0$, aber $|\mu_g|\ll m_0$ ist, das heißt, die zu $\mu_g<0$ komplementäre Masse ist nicht m_o, sondern die Feldmasse $\mu_q=-\mu_g$ eines Zwischenfeldes $\bar{\mu}$, welches gemeinsam mit $\bar{G}$ die gravitative R_3-Struktur bestimmt. Für die Quellenverteilung von $\bar{\mu}$ muß dann $\operatorname{div}\bar{\mu}=\omega(\sigma-\sigma_0)$ gelten, während für die Feldenergie das Volumenintegral $E_q\sim-\int\bar{\mu}^2\,dV\neq 0$ in Analogie zu $E_g\sim\int\bar{G}^2\,dV$ existieren muß. In $\operatorname{div}\bar{\mu}$ sind σ und σ_0 die räumlichen Dichten von m und m_0, während ω in $0<\omega<\infty$ die unbekannte Ausbreitungsgeschwindigkeit gravitativer Feldstörungen ist, die den R_{+4} und $\hat{A}_+$ be-

stimmt. Das approximative Energieprinzip $E'=const$ ist also mit $E = const$ und $E'=E-E_q$ in die exakte Form $E_r+E_g+E_q=E=const$ zu bringen mit $E_r=mc^2$, sowie $E_g=\alpha/2\int(grad\varphi)^2 dV$ und $E_q \sim -\int\bar{\mu}^2 dV$.

Ist andererseits $M\sqrt{1-\beta^2} = M_0$ die gegen $\hat{A}_-$ invariante Transversalmasse einer mit $v=c\beta$ stationär bewegten Masse M_0, dann gilt für die kinetische Energie die bekannte Darstellung $E_k^2=(M^2-M_0^2)\ c^4=M^2c^4\beta^2$ oder $E_k=Mc^2\ \beta=Mcv$ in einer gegen $\hat{A}_-$ invarianten Form. Erfolgt die Bewegung radial und quasistationär im φ -Feld, dann ist $E_k=M\varphi$ oder $\varphi=cv$. Wird nun angenommen, daß es sich bei der Bewegung um die imponderable Feldmasse einer gravitativen Feldstörung handelt, welche mit φ in einer Wechselbeziehung steht, aber mit der unbekannten Gruppengeschwindigkeit ω der attraktiven φ -Wirkung entgegen läuft, und wird darüberhinaus berücksichtigt, daß φ das Quadrat der zirkulären aber 2φ das Quadrat der parabolischen Geschwindigkeit im Abstand r ist, dann wird $2\varphi=\varphi_{ext}$, wenn φ so stark ist, daß die gravitative Feldstörung das φ -Feld nicht verlassen kann. In $2\varphi=2cv$ wird also $2\varphi=\varphi_{ext}$ für $v=\omega$, also $\varphi_{ext}=2\omega c$, was mit $8c^2\epsilon=3$ in das Realitätsextremum $\epsilon\varphi_{ext}=1$ der Beziehung $rqe^{-q}=$ $=const$ (Approximation) eingesetzt für ω die einfache Darstellung

(10) $$3\omega=4c$$

liefert. Die Tatsache $\omega > c$ bildet hier keinen Widerspruch zu $v < c$; denn in $\hat{A}_+$ der Hilfskonstruktion R_{+4} wäre $v > \omega > c$ durchaus möglich, doch wird dies durch den Faktor $\hat{A}_-$ in $\hat{B}=\hat{A}_+\hat{A}_-$ wieder kompensiert und die Schranke $v < c$ für ponderable Massen gesetzt.

Nunmehr muß es darauf ankommen im exakten Energieprinzip $E_r+E_g+E_q=E=const$ der gravitativen Raumstruktur eines statischen kugelsymmetrischen φ -Feldes das Prinzip (c) zu berücksichtigen. Zwar wird durch (8) und (8a) eine solche Quantisierung nahegelegt, doch beziehen sich diese Gleichungen auf mikromare Weltstrukturen allgemeiner tensorieller Wechselwirkungspotentiale $g_{i,k}$, wobei die gravitative Struktur durchaus eine nicht quanten-

hafte Begleitstruktur aller dem Prinzip (c) unterworfenen Wechselwirkungsstrukturen sein kann. Auch ist empirisch über eine Quantenstruktur des Gravitationsfeldes nichts bekannt. Andererseits gibt es aber wegen (c) die Mq als materielle Letzteinheiten, so daß mindestens elementare Gravitationsfelder dieser elementaren Mq gefordert werden müssen. Da es sich bei diesen Feldern stets um energetische R_3 -Strukturen handeln muß, die sich vom leeren R_3 unterscheiden, muß eine Wellenlänge λ' für ein elementares Gravitationsfeld als Folge des Quantendualismus existieren, welche von m_0 des Mq bestimmt wird und eine Reichweite $\varsigma < \infty$ des gravitativen Attraktionsfeldes definiert. Auf jeden Fall sind λ' und ς in makromaren kosmischen Größenordnungen zu erwarten; denn nach der phänomenologischen Hierarchie der Wechselwirkungen fällt die Reichweite ab, wenn die Stärke der Wechselwirkung steigt. In dieser phänomenologischen Hierarchie erscheint aber die gravitative Wechselwirkung als die schwächste Wechselwirkung überhaupt. Offensichtlich gilt für das Volumen des Wirkungsbereiches eines attraktiven Gravitationsfeldes $(\lambda')^3\pi/6$, aber auch $4/3\ \pi\ \varsigma^3$, was im Vergleich $\lambda'=2\varsigma$ nahelegt. Sollten (was sehr wahrscheinlich ist) Gravitonen als Gravitationsfeldquanten existieren, dann müßten diese Gravitonen wegen des additiven Charakters von φ hinsichtlich m Bosonen sein, das heißt, λ' kann nur von der mittleren Masse m_0 atomistischer Einheiten abhängen, von denen $L<\infty$ die mit M_0 bezeichnete makromare Feldquelle gemäß $M_0=Lm_0$ zusammensetzen. Die makromare Quelle M_0 und der Verlauf $M(r)$ bestimmen also nur die Intensität des Feldes, während seine Reichweite $\lambda'=2\varsigma<\infty$ allein von der mittleren Masse m_0 atomarer Einheiten der Mikrostruktur abhängt. Es gelte für die makromare gravitative Raumstruktur $r\varphi=\gamma M(r)$ mit $M(r_0)=M_0$ und $r_0\leqq r\leqq\varsigma<\infty$, so daß die Mikrostruktur m_0 von M_0 für M_0 eine Raumfläche $F=4\pi\varsigma^2$ festlegt, auf welcher $\varphi(\varsigma)=0$ wird. Wegen der außerordentlichen Schwäche des Gravitationsfeldes $|\mu_g|\ll m_0$ ist in sehr guter Näherung $m_0\approx m(r)$ und auch $M_0\approx M(r)$, während $m(\varsigma)\neq 0$ und $M(\varsigma)\neq 0$ völlig evident sind. Mit $r\varphi_n=\gamma M_0$ nach (d_2) wird $\varphi_1(\varsigma)=0$ durch $\varphi_1=\varphi_n(r)-\varphi_n(\varsigma)$ erreicht, wenn $r=\varsigma$ gesetzt wird. Nun ist φ das Quadrat einer reellen Geschwindigkeit im R_3, so daß für alle r stets

$\varphi \geqq 0$ bleiben muß. Dies wird zwar von φ_n erfüllt, nicht aber von φ_1 im Bereich $r < \varsigma$. Die durch ς nach (c) durchgeführte Korrektur zu φ_1 ist daher unvollständig, doch gibt es eine spekulative aber immerhin heuristisch brauchbare Möglichkeit $\varphi_{(n)} = \varphi_1 + \varphi_2$ mit $\varphi_2 = f\varphi_n - \varphi_n(\varsigma)$, worin f das Verhältnis der Niveaufläche $4\pi r^2$ zur Begrenzungsfläche F des attraktiven Gravitationsfeldes, also $f=(r/\varsigma)^2$ sein soll. Einsetzen liefert für die zweite Korrektur $r\varphi_{(n)} = \gamma M_0 \ (1-2r/\varsigma + (r/\varsigma)^2) = \gamma M_0 (1-r/\varsigma)^2$ die bereits neben $\varphi_{(n)}(\varsigma)=0$ die Forderung $\varphi_{(n)} \geqq 0$ für alle r im R_3 erfüllt. Schließlich ist noch M_0 durch $M(r)$ zu ersetzen, was die durch (c) in der Form $\lambda' = 2\varsigma < \infty$ bedingte Korrektur von φ in der Form $r\varphi(r) = \gamma M(r)(1-r/\varsigma)^2$ mit $M = Lm$ und $1 \leqq L < \infty$ liefert, wobei in der M_0 -Struktur der Mittelwert atomarer Massen $m_0 = \text{const}$ und somit auch $\lambda' = \text{const}$ stets erreichbar ist.

Im Energieprinzip (a) der gravitativen Raumstruktur $E_r + E_g + E_q = E$ ist neben $E_r = Mc^2$ dieser Verlauf $\varphi(r)$ in $E_g = \alpha/2 \int (\text{grad}\varphi)^2 \, dV$ zu verwenden. Wegen $\mu_g < 0$ ist $\frac{dM}{dr} < 0$ und für die Dichte $\eta_q = dE_q/dV > 0$ des durch $\mu_q = -\mu_g$ bedingten energetischen Anteiles E_q könnte angenommen werden, daß η_q der Änderung von M mit r bezogen auf die Begrenzungsfläche F proportional ist, so daß $F\eta_q \sim -\frac{dM}{dr}$ gemäß $\lim_{F\to\infty} \eta_q = 0$, aber auch wegen $FE_q \sim -\int \frac{dM}{dr} dV$ der Limes $\lim_{F\to\infty} E_q = 0$, also $\lim_{\varsigma\to\infty} E = E'$ gilt. Nach dem Energiematerieäquivalent im R_4 und in der Hilfskonstruktion R_{-4} kann der Proportionalitätsfaktor von η_q nur c^2 sein, so daß $E_q = -c^2/F \int \frac{dM}{dr} dV$ in E einzusetzen ist, was

$$Mc^2 + \alpha/2 \int (\text{grad}\varphi)^2 \, dV - \frac{c^2}{F} \int \frac{dM}{dr} \, dV = E = \text{const}$$

ergibt. Unter Voraussetzung der sphärischen Symmetrie kann $(\text{grad}\varphi)^2 = (\frac{d\varphi}{dr})^2$ und $dV = 4\pi r^2 dr$ gesetzt werden, was nach Differentiation die totale Differentialgleichung nichtlinearer Art, nämlich

$$c^2 \frac{dM}{dr} + 2\pi\alpha r^2 (\frac{d\varphi}{dr})^2 - c^2 (r/\varsigma)^2 \frac{dM}{dr} = 0$$

wegen $F = 4\pi\varsigma^2$ liefert.

In dieser Beziehung ist mit dem durch $\varsigma < \infty$ korrigierten Verlauf

$r\varphi=\gamma M(r)(1-r/\varsigma)^2$ zu substituieren, so daß sich für φ mit der Kürzung $rF=\frac{1+x}{1-x}$ als Hilfsfunktion und $x=r/\varsigma$ nach einigen Umrechnungen die nicht lineare Fassung $(\frac{d\varphi}{dr})^2+\frac{32}{3}c^2F(\frac{d\varphi}{dr}+F\varphi)=0$ ergibt. Diese Differentialgleichung impliziert in $\varphi(r)$ den unbekannten Verlauf $M(r)$ und kann durch die Wahl geeigneter Transformationen einer Separation der Variablen sowie einer Homogenisierung unterworfen werden. Die homogenisierte Form ist dann integrierbar und liefert wiederum eine zweideutige Lösung von der (wegen der Unmöglichkeit über alle Grenzen divergierender Selbstenergiepotentiale) nur der negative Zweig in Betracht kommt. Als Lösung ergibt sich $rqe^{-q}=A(1-r/\varsigma)^2$, worin wieder $q=1-\sqrt{1-\epsilon\varphi}$ und $8c^2\epsilon=3$ ist. Eine Reihenentwicklung und $(\epsilon\varphi)^\nu\approx 0$ für $\nu>1$, sowie die Notwendigkeit des Anschlusses an die Empirie (d_2) in der Form $\varphi\to\varphi_n$ und $r\ll\varsigma$ liefert dann für die Integrationskonstante $A=\gamma M_0\epsilon/2$, so daß die Lösung unter Berücksichtigung der atomistischen Mikrostruktur $M=Lm$ in der Fassung

$$(11)\qquad rqe^{-q}=A(1-r/\varsigma)^2,\quad M=Lm,\quad 1\leqq L<\infty$$

mit

$$(11a)\qquad q=1-\sqrt{1-\epsilon\varphi},\qquad 8c^2\epsilon=3$$

und

$$(11b)\qquad r\varphi(r)=\gamma Lm(r)(1-r/\varsigma)^2$$

angegeben werden kann.

Für den Feldvektor $\bar{G}=\text{grad}\,\varphi$ des statischen und kugelsymmetrischen φ-Feldes gilt im Betrag $G=\frac{d\varphi}{dr}$, und eine Differentiation von (11) liefert für diesen Betrag der Fallbeschleunigung

$$(11c)\qquad r^2G=-\gamma M_0(1-(r/\varsigma)^2)e^q(1+q)^{-1}.$$

Aus diesen Beziehungen wird die Bedeutung von ς unmittelbar transparent; denn (11) und (11b) sowie (11c) zeigen, daß $\varphi>0$ und $G<0$ für $r<\varsigma$ ein attraktives Feld kennzeichnen, welches bei $r=\varsigma$ gemäß $\varphi=0$ und $G=0$ begrenzt wird. Im Bereich $r>\varsigma$

dagegen steigt $\varphi > 0$ wieder schwach an, doch erscheint wege eines Vorzeichensprunges $G > 0$ hier als ein schwaches Absto ßungsfeld, welches aber nur bis zu einer endlichen Grenzdistan definiert sein kann, welche durch die Realitätsschranke von (11 gegeben sein muß. Zur quantitativen Untersuchung ist die explizit Bestimmung von ς entscheidend. Zu einer solchen Bestimmun von ς muß berücksichtigt werden, daß ς unmittelbar durch gegeben sein muß und eine singuläre Fläche $F=4\pi\varsigma^2$ hinsichtlich φ und G im R_3 setzt. In (11) und in (11b) wird $L=1$ gesetzt also nur eine atomare Einheit von M_0 betrachtet. Als gravitative Feldmasse μ_g in $r_0 \leqq r \leqq \varsigma$ gilt dann $\mu_g = \lim_{r\to\varsigma}(m-m_0) = m(\varsigma)-m_0$ für welche im R_{+4} wegen der Invarianz gegen $\hat{A}_+$ ebenfalls ein Äquivalent $\epsilon_g = -\mu_g \omega^2$ gilt. Unter der Voraussetzung der Exi stenz von Gravitonen im R_{+4} müßte dann auch $\epsilon_g = h\nu_\omega$ mit $\lambda'\nu_\omega = \omega$ gelten, was mit $\lambda' = 2\varsigma$ die Beziehung $2\varsigma\mu_g\omega = -h$ ergibt so daß die explizite Bestimmung von $\mu_g = m(\varsigma)-m_0$ die Darstellung von ς ermöglicht. Es wird wieder (11) so approximiert, daß Rei henentwicklungen von (11a) und e^{-q} gemäß $(\epsilon\varphi)^\nu \approx 0$ für die Glieder $\nu > 1$ approximativ abgebrochen werden können, während in qe^{-q} noch ein quadratisches Glied zugelassen wird. Dies liefert $(1-r/\varsigma)^2 \sim rqe^{-q} \approx r\varphi\epsilon/2\,(1-\epsilon\varphi/2)$ oder $m(1-\epsilon\varphi/2)=\text{const}$ nach (11b). Wegen dieser Konstanz gilt auch $m(1-\epsilon\varphi/2) = m_0(1-\varphi(r_0)\epsilon/2$ oder $m(r)-m_0 = \epsilon/2(\varphi(r)-\varphi(r_0))$, was unter Berücksichtigung von $\varphi(\varsigma)=0$ die Feldmasse $\mu_g = m(\varsigma)-m_0 = -\epsilon/2\, m_0\varphi(r_0) < 0$, also $16c^2 r_0\mu_g = -3\gamma\, m_0^2\,(1-r_0/\varsigma)^2$ liefert. Der Bereich $2r_0$ im R_{+4} bzw. R_4 wird zweckmäßig mit der Compton-Wellenlänge λ der gesamten Energie m_0c^2, also $\lambda m_0 c = h$ gemäß $\lambda = 2r_0$ identifiziert. Substitution mit $2r_0 \cdot m_0 c = h$ und μ_g in $2\mu_g\omega = -h$ ergibt dann $\varsigma(1-h(2m_0c\varsigma)^{-1})^2 = \dfrac{h^2}{\gamma m_0^3}$, worin jedoch stets $2m_0c\varsigma > h$ bleiben muß. Diese Darstellung für ς gilt außerdem nur im Gültigkeitsbereich der Approximation von (11), also für hinreichend schwache φ-Felder. Offensichtlich kann diese Näherung nicht im Innern sehr dichter Sterne oder im Extremfall der Neutronensterne angewendet werden. Diese Einschränkung soll durch den Faktor Y_1 in der Fassung

(12) $$Y_1 \varsigma \,(1-h(2Y_1 m_0 c\varsigma)^{-1})^2 = \frac{h^2}{\gamma m_0^3}, \quad 2Y_1 m_0 c\varsigma > h$$

der Gravitationsgrenze ς berücksichtigt werden. Mit $2Y_1 m_0 c\varsigma \gg h$ kann (12) abermals approximiert werden, und liefert dann

(12a) $$\gamma m_0^3 \; Y_1 \varsigma = h^2, \quad 2Y_1 m_0 c\varsigma \gg h.$$

Auf jeden Fall gilt für hinreichend schwache φ-Felder $Y_1 = 1$, so daß im folgenden mit $\gamma \, m_0^3 \varsigma = h^2$ weiter gearbeitet werden soll. Wesentlich für die Bestimmung des numerischen ς-Wertes ist die Annahme hinsichtlich der mittleren Massen m_0 der atomistischen mikromaren Einheiten von M_0 der makromaren Feldquelle, die einer Annahme hinsichtlich der Nuklearkräfte atomarer Nuklide entspricht. Wenn die Natur so geartet ist, daß die atomistischen Einheiten Nukleonen der Masse m_N sind, dann muß in (12a) für $m_0 = m_N$ gesetzt werden, was numerisch $Y_1 \varsigma \approx 46$ MPC liefert. Träfe dieser Fall zu, dann müßte $Y_1 > 1$ angenommen werden, wenn die astronomische Beobachtung zutrifft, wonach es zwar Spiralnebelnester aber keine Systeme höherer Ordnung gibt. Da aber in großen Abständen auf jeden Fall die Approximationsbedingung erfüllt wird, sofern die φ-Quelle keine relativistisch entartete Materie ist, bleibt $Y_1 = 1$. Trifft die Beobachtung der Nichtexistenz gravitierender Systeme höherer Ordnung zu, dann wäre wegen $Y_1 = 1$ der Schluß denkbar, daß die Nukleonenkräfte so hinsichtlich des φ-Feldes beschaffen sind, daß für m_0 die mittlere Nuklidmasse (also das mittlere Atomgewicht A_t) der Materie M_0 in (12a), also $m_0 = A_t m_N$ einzusetzen ist, was

(12b) $$A_t^3 \varsigma \approx 46 \text{ MPC}$$

zur Abschätzung der mittleren ς-Werte von Spiralnebeln liefert. Unter Voraussetzung der empirischen Russell-Zusammensetzung intragalaktischer Materie, nämlich 70 % H, 29 % He und 1 % schwere Elemente, dann liegt das mittlere Atomgewicht zwischen 1,9 und 2,4, weil Fe das kosmologisch häufigste schwere Element ist, so daß ς für die Spiralnebel in allgemeinen nach (12b) zwi-

schen 10^7 und $2{\cdot}10^7$ Lichtjahren liegen dürfte. Dieser Befund kann aber eine Nichtexistenz von Systemen höherer Ordnung verständlich machen; denn liegt die Distanz der Komponenten eines Spiralnebelhaufens unterhalb dieser Schranke, dann müssen diese Komponenten wegen $r < \varsigma$ und $G < 0$ in einem attraktiven physikalischen Zusammenhang stehen und optisch das Bild der Ordnung solcher attraktiver Systeme vergegenwärtigen, während sich in Distanzen $r > \varsigma$ wegen $G > 0$ die Materie völlig chaotisch im R_3 verteilt.

Es werde nunmehr der Bereich $r > \varsigma$ betrachtet. Da sich aus (11) nach einer Differentiation $(1+q)Gr^2 = -\gamma M_0(1-r/\varsigma)^2)e^q$ für den Betrag der Fallbeschleunigung ergibt, würde jedes Massensystem in $r > \varsigma$ wegen $G \geqq 0$ für $r \geqq \varsigma$ von jedem anderen Massensystem abgestoßen, was zu einer allgemeinen Fluchtbewegung der Geschwindigkeit v führen muß, derart, daß ein Beobachter in einem solchen Massensystem (Spiralnebelnest) den Eindruck erhält, daß alle anderen Massensysteme eine radiale Fluchtbewegung ausführen, deren Geschwindigkeit mit der Distanz anwächst und sich als Dopplereffekt gemäß $\frac{\delta\lambda}{\lambda} = v/c > 0$ der Wellenlängen λ aller Photonen $E=h\nu=ch/\lambda$ im Sinne einer dispersionsfreien Rotverschiebung äußert, die von den radial mit v fliehenden Massensystemen optisch emittiert werden. G wächst dabei von $G=0$ bis auf einen Maximalwert an, der dann erreicht wird, wenn φ_{ext} die Realitätsschranke aus (11) erreicht. Man könnte versucht sein, die beobachtete dispersionsfreie kosmologische Rotverschiebung in dieser Form durch einen Dopplereffekt zu interpretieren und die empirische Hubble-Beziehung $cz=Hs$ mit $\lambda z=\delta\lambda$ und der Hubblekonstanten $H=const$ durch diesen Dopplereffekt $z=v/c$ auszudrücken. Eine solche Interpretation würde die allgemein kosmologische Hypothese des sogenannten "Urknalls" nahelegen, die anscheinend auch durch die beobachtete $3^\circ K$ -Hintergrundstrahlung bestätigt wird. Indes kann diese nahezu isotrope $3^\circ K$ -Strahlung wesentlich plausibler und vollkommen anders erklärt werden. Auch kann im Rahmen einer verfeinerten Beobachtungstechnik eine ganze Reihe deutlicher Anomalien dieser kosmologischen Rotverschiebung aufgezeigt werden, die eine Interpretation $z=v/c$

in Frage stellen. Die Konsequenz hieraus muß der Schluß sein, daß $G > 0$ in $r > \varsigma$ nicht ponderomotorisch erscheint, sondern nur latenter Natur ist. Nach diesem Konzept würde also in $r > \varsigma$ eine relativ zur Quelle von G ruhende oder in Richtung $G > 0$ bewegte Masse keinerlei ponderomotorischen Einfluß erfahren, doch würde diese Masse in ihrer Bewegung verzögert, wenn sie sich entgegen $G > 0$ aus $r > \varsigma$ dieser Feldquelle nähert. Es seien zwei Spiralnebelsysteme S_1 und S_2 mit ς_1 und ς_2 gegeben, deren Gesamtdistanz $s \gg \varsigma_1$ und $s \gg \varsigma_2$ bzw. $s \gg \varsigma_1 + \varsigma_2$ ist, so daß für den Abstand ihrer Schwerpunkte $s+\varsigma_1+\varsigma_2 \approx s$ gesetzt werden kann.

Wird ein Photon $E=mc^2$ der imponderablen Feldmasse m in S_2 emittiert, dann würde diese photonische Trägheitswirkung m auf dem Wege nach S_1 in $r > \varsigma_2$ ständig durch $G_1 > 0$ beeinflußt, nicht aber durch $G_2 > 0$ des emittierenden Systems. Gleiches gilt dann auch für ein gegenläufiges Photon, welches von S_1 emittiert wird. Auf diese Weise erfährt $E=mc^2=h\nu=ch/\lambda$ eine Energieminderung um δE auf $E-\delta E$, was wegen $E=ch/\lambda$ nur einer Erhöhung der Wellenlänge um $\delta\lambda$ auf $\lambda+\delta\lambda$, also einer Rotverschiebung entsprechen kann. Tatsächlich ist aber nicht nur $G_1 > 0$ oder umgekehrt $G_2 > 0$ allein wirksam, sondern die gesamte Masse vor dem laufenden Photon, die als $G > 0$ im R_3 relevant ist. Wird dieses Modell analysiert (was elementar möglich ist), dann ergibt sich mit der Massendichte $\underline{\sigma}$ im physischen R_3 ebenfalls eine dispersionsfreie kosmologische Rotverschiebung $\lambda z=\delta\lambda$, die jedoch nicht durch eine direkte Proportionalität, sondern nichtlinear durch $(1-Bs)z=Bs$ mit der Distanz s und $cB=\sqrt{\pi e\gamma\underline{\sigma}}$ ausgedrückt erscheint. Gilt in dieser Beziehung $Bs \ll 1$, dann wird näherungsweise $z=Bs$, was mit der Doppler-Interpretation $z=v/c$ zur Hubble-Beziehung $v=cBs$, also $H=cB$ wird. Dieser kosmologische Sachverhalt wird zusammengefaßt in

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{Bs}{1-Bs}, \qquad cB=H=\sqrt{\pi e\gamma\underline{\sigma}}\,. \tag{13}$$

Die durch diese Beziehung beschriebene kosmologische Rotverschiebung erscheint ebenfalls in jedem Beobachtungssystem hin-

sichtlich extragalaktischer Spiralnebelspektren im Bereich $r > \varsigma$, während im Bereich $r \leqq \varsigma$ die Photonen emittierenden Objekte sozusagen in einer "Vakuole" dieser Rotverschiebung zu liegen scheinen, wobei nach (12b) diese Vakuolen kontrahieren, wenn A_t durch intrastellare Thermonuklearprozesse steigt. Aus (13) geht weiter hervor, daß es für $\underline{\sigma} > 0$ und $B > 0$ eine Grenzdistanz $s=R_H < \infty$ für die Wahrnehmbarkeit optischer Signale geben muß; denn wenn R_H so beschaffen ist, daß $1-BR_H=0$ wird, dann hat dies $\delta\lambda\to\infty$ zur Folge, d. h., ein im Abstand R_H emittiertes Photon erreicht wegen $E=0$ als Folge von $\delta\lambda\to\infty$ den Beobachter nicht.

(13a) $$R_H=1/B$$

kennzeichnet also den Radius eines optischen Raumsegmentes des R_3, innerhalb dessen emittierte optische Signale im Mittelpunkt des Kugelvolumens vom Radius R_H empfangen werden können. Wird $\underline{\sigma}$ abgeschätzt, und zwischen einigen 10^{-26} und $10^{-27}\ \frac{kg}{m^3}$ angenommen, dann ergibt sich nicht nur ein mit der Beobachtung verträglicher mittlerer H-Wert, sondern darüberhinaus erweist sich R_H als identisch mit dem Hubble-Radius. Die kosmologische Rotverschiebung erscheint in diesem Modell der phänomenologischen gravitativen R_3-Struktur (11) als Konsequenz des diskontinuierlichen $\underline{\sigma}$-Feldes im R_3. Nur in einem leeren Universum $\underline{\sigma}=0$ wäre $\delta\lambda=0$ und $B=0$ aber $R_H \to \infty$. Eine bezogen auf den Beobachter normale kugelsymmetrische Rotverschiebung würde die völlige Isotropie von $\underline{\sigma}$ im R_3 voraussetzen. Eine derartige Isotropie kann aber nicht wirklich existieren, so daß auch eine anisotrope Verzerrung von B hinsichtlich der Blickrichtung existieren muß, welche die beobachteten Anomalien der Rotverschiebung interpretieren kann, was mit dem Expansionsmodell nicht möglich zu sein scheint.

Insgesamt ist offenbar der Beziehung (11) eine gewisse Aussagefähigkeit nicht abzusprechen, doch ist (11) noch keineswegs eine strukturtheoretische Beziehung, sondern lediglich eine phänomenologische Erweiterung von (d_2) durch (d_1) und (c), welche die

gravitativ bedingte Raumstruktur phänomenologisch beschreibt. Das Prinzip (c) findet seinen Ausdruck in $\varsigma < \infty$ wegen $h > 0$ und der Atomistik $m_0 > 0$. Eine Vernachlässigung von (c) hätte $h=0$ und $m_0=0$ und damit $\varsigma \to \infty$ zur Folge, weil in (12a) der Nenner in dritter aber der Zähler in zweiter Potenz zu 0 wird. In der zu (11) führenden Differentialgleichung in der Fassung $\epsilon(\frac{d\varphi}{dr})^2+4F(\frac{d\varphi}{dr}+F\varphi)=0$ mit $rF=\frac{1+x}{1-x}$ und $x=r/\varsigma$ bedeutet also die Vernachlässigung von (c) den Limes $\lim_{\varsigma\to\infty} F=1/r$, also $\epsilon(\frac{d\varphi}{dr})^2+4/r(\frac{d\varphi}{dr}+\varphi/r)=0$. Eine Vernachlässigung von (d_1) würde nicht nur $M(r)=M_0$ für alle r, sondern auch $c\to\infty$ und $\omega\to\infty$ nach (10) bedeuten. Dies hat aber eine Dekomposition des R_4 in den R_3 und t sowie den Übergang der Gruppe $\hat{B}$ in die Galileigruppe des R_3 und $\lim_{c\to\infty}\epsilon=0$, also $\frac{d\varphi}{dr}+\varphi/r=0$ zur Folge. Für diese Differentialgleichung gilt aber stets $r\varphi=const$, was aber das Kennzeichen für $\varphi=\varphi_n$ nach (d_2) in der Form $r\varphi_n=\gamma M_0$ ist. Diese Form (d_2) erscheint somit historisch bedingt, während (11) eine Erweiterung der Empirie (d_2) durch die empirischen Befunde (d_1) und (c) zu sein scheint.

Nunmehr kann der Versuch unternommen werden, die wirklichen Extrema der gravitativen Raumstruktur (11) zu untersuchen. Da A und $(1-r/\varsigma)^2$ als Quadratzahl reell sind, wird hierdurch auch die Realität $Im(qe^{-q})=0$ der linken Seite von (11) erzwungen, was aber $1-\epsilon\varphi\geqq 0$ erfordert. Ist $r=R>\varsigma$ die Lage dieser Realitätsgrenze der Beziehung (11), dann gilt $\varphi(R)=\varphi_{ext}=1/\epsilon$, also $1-\epsilon\varphi(R)=0$ oder $\epsilon\gamma M(R)=R(1-R/\varsigma)^{-2}$ nach (11b). Andererseits ist $q(R)=1$ und daher $R(1-R/\varsigma)^{-2}=eA$ nach (11), was im Vergleich $\epsilon\gamma M(R)=eA$ liefert. Mit der Näherung $2A=\epsilon\gamma M_0$ wird daraus $M(R)=M_0 e/2$, was für die Realitätsschranke mit $x=R/\varsigma$ die quadratische Bestimmungsgleichung $(1-x)^2=\frac{4\omega c\varsigma}{e\gamma M_0}x$ liefert. Mit der Kürzung $\alpha e\gamma M_0=2\omega c\varsigma$ ergeben sich die beiden Lösungen

$$(14)\qquad R_{\pm}=\varsigma\,(1+\alpha)(1\pm\sqrt{1-(1+\alpha)^{-2}}),\quad \alpha e\,\gamma\,M_0=2\omega c\varsigma,$$

doch ist hier stets $\alpha \gg 1$, also $R_{\pm}=\varsigma\,\alpha(1\pm\sqrt{1-1/\alpha^2})$ in sehr guter

Näherung erfüllt. Wenn schließlich noch $(1/\alpha^2)^\nu \approx 0$ für alle $\nu > 1$ gesetzt werden kann, was ebenfalls stets approximativ erfüllt ist, dann wird (14) zu der sehr vereinfachenden Approximation

(14a) $$R_+ = 2\alpha\varsigma,\ 2\alpha R_- = \varsigma, \qquad R_+ R_- = \varsigma^2$$

aus welcher $R_+ < \infty$ hervorgeht. Mit α ergibt sich dann für die andere Realitätsschranke ein offenbar submikromarer Wert

(14b) $$4\omega c R_- = e\gamma M_0$$

in sehr guter Näherung, der weitgehend dem Schwarzschild-Radius aus der allgemeinen Relativitätstheorie entspricht; denn zur Abschätzung ergibt sich numerisch $R_- \approx 3{,}78 \cdot 10^{-28} M_0$. Es könnte sein, daß dieser Schwarzschild-Radius durch die untere Realitätsschranke von (11) interpretiert werden muß. Es handelt sich bei R_- um den Radius eines Minimalvolumens im R_3, welches M_0 beinhalten könnte, doch ist nicht notwendig R_- eine Größe mit realer physikalischer Bedeutung, weil selbst eine noch so geringfügige Unterschreitung von R_- bedeuten würde, daß $\mathrm{Im}(qe^{-q}) = 0$ verletzt wird. Für die durch M_0 bedingte phänomenologische gravitative Raumstruktur gilt also das Intervall

(14c) $$R_- < r \leqq \varsigma, \quad (G \leqq 0), \qquad \varsigma < r \leqq R_+ < \infty, \quad (G > 0);$$

denn aus $R_+ = 2\alpha\varsigma$ wird $R_+ < \infty$ für $\varsigma < \infty$ unmittelbar evident. In (11) bis (11b) kennzeichnet (12) den geometrischen Ort aller Wendepunkte von (11c), während (14) die Realitätsschranken von (11) in den Approximationen (14a) und (14b) wiedergibt, so daß durch diese Beziehungen die Extrema der durch (11) beschriebenen gravitativen Raumstruktur gegeben sind.

Es werde im folgenden angenommen, daß im ganzen R_3 nur ein Massensystem $M_0 = Lm_0$ existiere und daß $L = 1$ auf nur ein atomares Element reduziert wird. Nunmehr kann auch $A_t = 1$ gesetzt und nur ein einzelnes Mq der Masse m_M im R_3 zugelassen werden. Die Gesamtmasse dieses Mq (welche für die Compton-

Wellenlänge λ relevant ist) wäre dann $m_M(R)$, was nach (11b) wegen $M(R)=M_0 e/2$ für R_- den Wert $R_-=\varsigma_M(1+\alpha_M)(1-\sqrt{1-(1+\alpha_M)^{-2}})$ ergibt, der aber nach (11b) die Realitätsschranke $1-\epsilon\varphi(R_-)=0$ gemäß $\varsigma m_M(R_-)(1-R_-/\varsigma_M)^2=$ $=2\omega c R_-$ ebenfalls erfüllt. Mit $\lambda m_M(R_-)c=h$ wird daraus $\lambda R_-=$ $=\frac{\gamma h}{2\omega c^2}(1-R_-/\varsigma_M)^2$, worin nach (14) auf jeden Fall die Leerraumbedingung $\lambda\to\infty$ die Limesrelationen $\lim_{\lambda\to\infty} m_M(R_-)=\lim_{\lambda\to\infty} 1/\varsigma_M=$ $=\lim_{\lambda\to\infty} R_-=0$ bedingt, während λR_- im Fall dieser Leerraumbedingung uneigentlich wird. Da auch $\lim_{\lambda\to\infty}(R_-/\varsigma_M)=0$ ist, kann der Limes dieses uneigentlichen Produktes in den leeren R_3 ebenfalls durchgeführt werden, was gemäß $\tau=\lim_{\lambda\to\infty}(\lambda R_-)=\frac{\gamma h}{2\omega c^2}=\text{const}>0$ eine positive reelle Naturkonstante in der Flächendimensionierung liefert, die allein von den (d_2) sowie (d_1) und (c) bestimmenden Naturkonstanten abhängt. Numerisch ergibt sich ein Betrag von ca $6{,}15\cdot10^{-70}$ Quadratmetern. Diese im Folgenden als "Metron" zu bezeichnende Naturkonstante

$$\tau\omega c^2=\pi\gamma\hbar \tag{15}$$

ist offensichtlich eine Konstante des R_3, unabhängig davon, ob dieser Raum leer ist oder nicht. Da in (2) der Limes nicht zu einem infinitesimalen R_4-Element durchgeführt werden kann, muß (15) auch auf den R_4-Unterraum, aber auch auf den R_6 ausgedehnt werden, weil sich derartige Differenzen wegen (8a) auch für R_6-Volumina ergeben. Das Welttensorium R_6 scheint daher so beschaffen zu sein, daß wie auch immer geartete R_2-Unterräume als Flächen F ganzzahlige Vielfache $N>0$ (reell oder imaginär) dieser Konstante τ gemäß

$$F(x_1\ldots x_6)=N\tau,\quad N>0 \tag{15a}$$

sind. Dies setzt jedoch stets eine geodätische Begrenzung der τ voraus, aber auch eine Einschränkung der zugelassenen Koordinatentransformationen als Folge der durch $\tau=\text{const}$ bedingten Flä-

chenisometrie hinsichtlich τ und die Tatsache, daß sich N aus (15a) im Betrag nur um ± 1 ändern kann.

Die Annahme der geodätischen Begrenzung von τ wird durch die Annahme einer metrischen Gleichberechtigung aller τ gestützt. Ganz allgemein sei in einem beliebig dimensionierten R_m (von reellen und imaginären Koordinaten aufgespannt) ein Unterraum R_p mit $p \leqq m$ gegeben, dessen Volumina V_p gemäß $V_p = N\tau$ aus N (ganzzahlig) p-dimensionalen metrisch gleichberechtigten τ-Zellen strukturiert sind. Für die kleinstmöglichsten Koordinatendifferenzen im R_p gilt dann $\delta x^i = \alpha^{i\ p}\sqrt{\tau}$, wenn die $\alpha^i = \text{const}$ den reellen oder imaginären Charakter der x^i angeben. Ist weiter w_p die durch die metrische Determinante des Fundamentaltensors definierte Funktionaldeterminante, dann gilt für beliebige R_p-Volumina $V_p = \int_{x_1} \dots \int_{x_p} w_p \prod_{i=1}^{p} dx^i$, was mit $V_p = N\tau$ verglichen $\tau = 1/N \int_{x_1} \dots \int_{x_p} w_p \prod_{i=1}^{p} dx^i = w_p \prod_{i=1}^{p} \delta x^i$ liefert. Wenn die x^i die τ begrenzen, also $\delta x^i = \alpha^{i\ p}\sqrt{\tau}$ gilt, dann wird mit $\prod_{i=1}^{p} \alpha^i = |\alpha^i \delta_{i.k}|_p = \underline{\alpha} = \text{const} \neq 0$ auch $\prod_{i=1}^{p} \delta x^i = \tau \underline{\alpha}$, was eingesetzt $w_p \underline{\alpha} = 1$ oder $w_p = \text{const}$ ergibt. Dies ist aber nur möglich, wenn die Komponenten des Fundamentaltensors im R_p hinsichtlich der x^i Konstante und die $\Gamma^i_{k,m} = 0$ sind, was nach der Geodätengleichung die x^i wegen $\ddot{x}^i = 0$ als geodätische Koordinaten ausweist. Aus diesem Grunde sind die τ stets geodätisch begrenzt und daher metrisch gleichberechtigt, was auch für $p=2$ in (15) und (15a) gilt.

Ist der gesamte R_m mit $m > p$ der τ-Strukturierung unterworfen, dann gilt für die geodätischen Koordinaten $\prod_{k=1}^{m} \delta x_k \sim (\sqrt[p]{\tau})^m$, und hierin muß der Exponent $m/p = M \geqq 1$ ganzzahlig sein, so daß sich als Dimensionsgesetz beliebiger τ in Räumen R_m allgemein

(15b) $$m/p = M \geqq 1$$

ergibt. Werden im R_m entsprechend (9) Partialstrukturen unterstellt, dann zeigt sich, daß M mit der Zahl dieser Partialstrukturen identisch wird. Wenn also für $m=6$ nach (9) für diese Zahl $M=3$ gilt, dann kann nur $p=2$ sein, was aber der Konstante τ aus (15) entspricht.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß $0<\varsigma<\infty$ eine Distanz im reellen kompakten R_3 ist, d. h., wegen $\varsigma \sim m_0^{-3}$ kann es im R_3 eine sogenannte "Antigravitation" erregt durch negative oder imaginäre ponderable m_0 nicht geben. Indes zeigt R_-, daß es im astrophysikalischen Bereich durchaus extrem hohe Massendichten entarteter Materie geben kann, wobei allerdings die Frage nach der Existenz sogenannter "Schwarzer Löcher" vorerst offen bleiben darf. Auch sei bemerkt, daß τ aus (15) nicht im Sinne eines "Weltäthers" ausgedeutet werden sollte. Es muß vielmehr darauf ankommen, die Konsequenzen (8) und (15) aus (2) zu einer einheitlichen Beschreibung zu synthetisieren.

KAPITEL III

METRONISCHE STRUKTURTENSORIEN.

1. Metronische Elementaroperationen.

Wird $p=2$ nach (15) gesetzt, dann darf eine Fläche F, also ein R_2 nichtmehr als ein Punktkontinuum aufgefaßt werden, sondern muß sich aus einer endlichen Zahl $n<\infty$ mit ganzzahligen reellen $n>0$ von elementaren Flächenquanten, den Metronen $\tau>0$, zusammensetzen, welche durch die geodätischen Linien von F begrenzt werden. Diese Tatsache aber macht unabhängig von $p=2$ eine Revision der infinitesimalen Analysis notwendig; denn diese Analysis wird durch zwei Limesrelationen, nämlich durch das Integral und den Differentialquotienten begründet, deren Existenz eine beliebige Teilbarkeit der Flächen, also ein Punktkontinuum voraussetzt. Ist $y=f(x)$ irgendeine in einem Definitionsbereich x stetige Funktion der x,y-Ebene, so wird ein zwischen zwei Nullstellen liegendes Flächenstück, welches von einem Kurvenstück $f(x)$, einem zwischen den beiden Nullstellen liegendes Abszissenstück $a\leqq x\leqq b$ und den Ordinaten $y(a)$ und $y(b)$ begrenzt wird, durch das Integral $F=\int_a^b y\,dx=\int_a^b f\,dx$ beschrieben, wenn $\tau=0$, also ein Kontinuum R_2 angenommen wird. Dieses Integral ist aber gemäß

$$\int_a^b y\,dx=\lim_{n\to\infty}\sum_{\nu=1}^{n}\left[y_{\nu-1}(x_\nu-x_{\nu-1})+\frac{1}{2}(y_\nu-y_{\nu-1})(x_\nu-x_{\nu-1})\right]=$$

$$=\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\sum_{\nu=1}^{n}(y_\nu+y_{\nu-1})\Delta x_\nu=\lim_{n\to\infty}\sum_{\nu=1}^{n}\Delta F_\nu$$ ein Grenzwert. Hierin ist

aber $n\to\infty$ aequivalent mit $\Delta F_\nu \to 0$, was aber mit Gleichung (15) in Widerspruch steht, denn nach dieser Gleichung kann allenfalls $\Delta F_\nu \to \tau > 0$ mit $n<\infty$ für $F<\infty$ erreicht werden, und dies hat für $\Delta F_\nu = \tau$ den Limes $\int_a^b f dx \equiv \lim_{\Delta F_\nu \to \tau} \sum_{\nu=1}^{n} \tilde{y}_\nu \, \Delta x_\nu = n\tau$ mit $\tilde{y}_\nu = \frac{1}{2}(y_\nu + y_{\nu-1}$ zur Folge. Alle Flächendifferenzen sind in diesem Limes mit dem Metron identisch, so daß immer $\tilde{y}_\nu \Delta x_\nu = \tau$ für alle $1 \leqq \nu \leqq n$ gesetzt werden kann. Andererseits ist aber $y=f(x)$ als stetige Funktion vorausgesetzt, und an dieser Stetigkeit kann auch $\tau > 0$ nichts ändern. Die Begrenzung der Elemente τ richtet sich nach Gleichung (15a) allein nach den metrischen Gegebenheiten des R_p, die aber im vorliegenden Fall allein durch den Verlauf $f(x)$ im R_2 bestimmt werden. Der Definitionsbereich von f ist der euklidische R_2, d. h., die geodätischen Koordinaten sind cartesisch und das zur Diskussion stehende Flächenstück wird begrenzt durch $a \leqq x \leqq b$, sowie durch $y_a = y(a)$, $y_b = y(b)$ und die Kurve $y=f(x$. Wenn aber die Begrenzung eines Metrons durch die metrischen Gegebenheiten der integralen Fläche bestimmt wird, so müssen alle Metronen hinsichtlich ihrer metrischen Begrenzung gleichberechtigt sein, wenn F eine metrische Einheit bilden und n ganzzahlig sein soll. Dies bedeutet, daß im vorliegenden Fall $\tau > 0$ stets durch zwei Ordinaten y_ν und $y_{\nu-1}$ eine Differenz $\Delta x_\nu = x_\nu - x_{\nu-1}$, und den Funktionsverlauf $f(x)$ zwischen $\nu-1$ und ν begrenzt wird, so daß für $\Delta F_\nu = \tilde{y}_\nu \Delta x_\nu = \int_{x_{\nu-1}}^{x_\nu} f dx$ der infinitesimale Integralbegriff anwendbar wird. Aus $F = \lim_{\Delta F_\nu \to \tau} \sum_{\nu=1}^{n} \tilde{y}_\nu \Delta x_\nu = n\tau$ wird also $n\tau = \sum_{\nu=1}^{n} \int_{x_{\nu-1}}^{x_\nu} f dx$. Nach dem Integralbegriff gilt aber stets $\sum_{\nu=1}^{n} \int_{x_{\nu-1}}^{x_\nu} = \int_{x_o}^{x_n}$, wodurch die metrische Forderung erfüllt wird, wonach alle τ aus F, wegen der Stetigkeit von f, stetig einander anschließen. Es ist also $\sum_{\nu=1}^{n} \int_{x_{\nu-1}}^{x_\nu} f dx = \int_{x_o}^{x_n} f dx = F_n - F_o$ mit $F_n = F(x_n)$ und $F_o = F(x_o) = C$ und dies liefert in $\lim_{\Delta F_\nu \to \tau} \sum_{\nu=1}^{n} \tilde{y}_\nu \Delta x_\nu = n\tau$ eingesetzt $F(x_n$ =

$=n\tau+C$, wobei C nur von x_o abhängt. Aus diesem Zusammenhang kann, da $F=\int f dx$ aus der primitiven Funktion f hervorgeht, x_n aus $F(x_n) = n\tau+C$ zu $x_n=x(n)$ als zahlentheoretische Funktion des ganzzahligen Index n eliminiert werden, derart, daß die Substitution in $f(x)$ auch die Ordinatenzählung $y_n=f(n)$ als solche Funktion darstellt. Die metronenhafte Revision der integralen Limesrelation findet demnach ihren Ausdruck in

$$y=f(x), \qquad \lim_{\Delta F_\nu \to \tau} \sum_{\nu=1}^{n} \tilde{y}_\nu \, \Delta x_\nu = n\tau, \qquad \Delta F_\nu = \tilde{y}_\nu \Delta x_\nu = \int_{x_{\nu-1}}^{x_\nu} y dx,$$

$$\sum_{\nu=1}^{n} \int_{\nu-1}^{\nu} = \int_{0}^{n}, \qquad \int_{x_0}^{x_n} f(x)dx = n\tau, \; x_n=x(n), \; y_n=f(n) \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; A.$$

Diese Darstellung einer Fläche durch eine Metronensumme setzt voraus, daß $\int_{x_{\nu-1}}^{x_\nu} y dx$ tatsächlich die Dimensionierung einer Fläche hat, so daß Gleichung A nicht auf beliebige Integrale erweitert werden kann. Ist dagegen eine Fläche definierbar, so hat die Darstellung A stets wegen $\tau>0$ eine Quantisierung der Flächenkoordinaten zur Folge, die sich in der Fläche nicht mehr stetig ändern können, sondern zahlentheoretische Funktionen ganzzahliger Indizes werden, weil die Fläche kein Punktkontinuum mehr ist. Die Elimination des ganzzahligen Index n, der in $x_n=x(n)$ und $y_n=f(n)$ als Parameter aufgefaßt werden kann, muß wieder $y=f(x)$ liefern, weil der stetige Verlauf dieser Begrenzungskurve wegen der stetigen Anschlußforderung der Metronen, also ihrer metrischen Gleichberechtigung, nicht in Frage gestellt wurde. Wenn die Koordinaten aber zahlentheoretische Funktionen werden, deren Verläufe durch die metrischen Eigenschaften derjenigen Flächen bestimmt werden, die den zweidimensionalen Bereich aufspannen, dann muß auch jede andere Funktion dieses Bereiches zu einer solchen zahlentheoretischen Funktion $\varphi(n)$ werden. Eine solche metronische Funktion φ stellt gegenüber Gleichung A eine Abstraktion dar, welche von der Dimensionszahl $p=2$ des Metrons unabhängig ist, und auch für beliebige $p\neq 2$ gilt, denn $\varphi(n)$ beschreibt immer eine einfache Folge von Metronen im R_m der Dimension $p\leqq m$, die als einfaches metronisches Tensorium be-

zeichnet werden soll. Das Argument eines solchen einfachen Tensoriums (dessen Struktur durch φ beschrieben wird), ist eine einfache Folge ganzzahliger Metronenziffern n, welche die jeweilige Zahl der Metronen angeben, die bis zu der betreffenden Stelle im Tensorium enthalten sind. Die Struktur $\varphi(n)$ des Tensoriums wird als einfach bezeichnet, weil nur eine Folge von Metronenziffern das Argument bildet. Eindimensional ist diese Struktur dagegen nicht, weil die τ im R_p mit $1 \leqq p \leqq m$ definiert sind, und die Eindimensionalität nur den einen Sonderfall $p=1$ kennzeichnet. $\varphi(n$ kennzeichnet demnach die Struktur eines einfachen, aber p-dimensionalen metronischen Tensoriums, deren Argument aus einer ganzzahligen Folge von Metronenziffern besteht. Da n ganzzahlig ist, kann sich das Argument von φ nur um ± 1 ändern, und dies legt eine metronenhafte Revision des Differentialquotienten als der zweiten infinitesimalen Limesrelation nahe.

Wegen $x_n = x(n)$ kann auch $\varphi(n) = p(x_n)$ gesetzt werden, wenn n nicht mehr die Grenze des Definitionsbereiches, sondern irgendeine laufende Metronenziffer angibt. Das diskrete Intervall $x_o \leqq x_n \leqq x_N$ wird für $N \to \infty$ gemäß $\lim_{N \to \infty} x_n = x$ zum Kontinuum $a \leqq x \leqq b$, weil dies mit $\tau = 0$ identisch ist, und $\lim_{N \to \infty} p(x_n) = p(x$ wird in dieser Näherung zur stetigen Funktion. Gilt $N \to \infty$, dann ist der Differentialquotient gegeben durch die Limesrelation $\frac{dp}{dx} = \lim_{x_1 \to x} \frac{p(x_1)-p(x)}{x_1 - x} = \lim_{h \to 0} \frac{1}{h} (p(x+h) - p(x)) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta p}{\Delta x}$, wobei es wegen der Konvergenz $h \to 0$ im Kontinuum belanglos ist, ob $\frac{\Delta p}{\Delta x}$ aus $\frac{1}{h} (p(x+h) - p(x))$ oder $\frac{1}{h} (p(x) - p(x-h))$ gebildet wird. Ist dagegen $N < \infty$, also, das Intervall diskret, und $p(x_n) = \varphi(n)$ diskontinuierlich, dann gibt es mit $\nu > 0$ (ganzzahlig) für die Bildung des Differenzenquotienten die beiden Möglichkeiten

$$\frac{\Delta \varphi}{\Delta n} = \frac{1}{\nu} (\varphi(n+\nu) - \varphi(n)) \text{ und } \frac{\Delta \varphi}{\Delta n} = \frac{1}{\nu} (\varphi(n) - \varphi(n-\nu)).$$

Die erste Möglichkeit muß ausfallen, denn n durchläuft das ganzzahlige Intervall $1 \leqq n \leqq N$ während die ganzen Zahlen $\nu > 0$ ebenfalls positiv sind, so daß das Argument $n+\nu > N$ werden kann, doch wäre für $n+\nu > N$ die Funktion φ nicht mehr definiert, weil bei

der Metronenziffer $n+\nu=N$ die Intervallgrenze liegt. Mit der möglichen Form $\frac{\Delta\varphi}{\Delta n} = \frac{1}{\nu}(\varphi(n) - \varphi(n-\nu))$, kann ein analoger Grenzprozess durchgeführt werden, doch kann nicht $\nu \to 0$ konvergieren, weil ν ganzzahlig ist. $\nu=0$ ist auch nicht möglich, denn der kleinstmögliche Wert um den sich n ändern kann ist ± 1. Für ν käme also nur die untere Grenze $\nu=1$ in Betracht, denn $\nu=-1$ würde zu der oben ausgeschlossenen Möglichkeit führen. Dieser Mindestwert $\nu=1$ führt dann für φ zu einem, dem Differentialquotienten ähnlichen Begriff $\frac{\delta\varphi}{\delta n} = \lim_{\nu=+1} \frac{1}{\nu}(\varphi(n) - \varphi(n-\nu)) =$

$= \varphi(n) - \varphi(n-1)$, wenn das Symbol δ diesen Variationsprozess kennzeichnet. Ist $p(n)=n$, dann ist offensichtlich $\delta p = \delta n$, doch da sich n nur um $+1$ ändern kann, wird $\delta n = 1$ und $\frac{\delta\varphi}{\delta n} = \delta\varphi$ kann formal immer verwendet werden. Im Intervall $1 \leqq n \leqq N$ der Metronenziffern gilt demnach für die Metronendifferentiation (Metrondifferential) die Darstellung

$$\delta\varphi = \varphi(n) - \varphi(n-1), \quad 1 \leqq n \leqq N \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{B.}$$

Die zu diesem Metrondifferential inverse Operation, das Metronintegral, kann offenbar nur ein Summationsprozeß sein, bei dem im Gegensatz zum infinitesimalen Integral nur über sprunghaft sich um 1 ändernde ganzzahlige Argumente summiert wird. Ist $\varphi(n) = \delta\phi(n)$ das Metrondifferential einer Funktion $\phi(n)$, so könnte, wenn $n_1 \geqq 1$ und $n_2 > n_1$ zwei Metronenziffern des Intervalls sind, eine Summation zwischen $n_1 \leqq n \leqq n_2$ aller φ durchgeführt werden, und dieser Prozeß entspräche der Revision des infinitesimalen Integralbegriffs zum Metronintegral. Dieser metronenhafte Integrationsvorgang werde in Analogie zur infinitesimalen Integration symbolisiert durch $\overset{n_2}{\underset{n_1}{S}} \varphi(n)\,\delta n$. Zwar ist $\delta n=1$, doch wird diese Größe angegeben, damit ersichtlich wird, über welche Metronenziffer im Fall mehrer Argumente das Metronintegral gebildet wird. Ist dagegen der Metronintegrand selber ein Metrondifferential, also $\varphi = \delta\phi$, dann wird $\varphi\delta n = \delta\phi\delta n = \delta\phi$, weil immer $\delta\phi = \frac{\delta\phi}{\delta n}$ gesetzt

werden kann. Einsetzen von $\varphi = \delta\phi$ liefert $\overset{n_2}{\underset{n_1}{S^2}} \varphi\delta n = \overset{n_2}{\underset{n_1}{S^2}} \delta\phi =$

$= \sum_{n=n_1}^{n_2} (\phi(n) - \phi(n-1)) = \phi(n_2) - \phi(n_1 - 1)$. Setzt man $J(n_1, n_2) =$

$= \phi(n_2) - \phi(n_1 - 1)$, dann gilt für das begrenzte Metronintegral die Darstellung

$$J(n_1, n_2) = \overset{n_2}{\underset{n_1}{S^2}} \varphi(n)\, \delta n. \quad S \equiv \Sigma, \quad n_1 \geqq 1, \quad n_2 > n_1 \quad \ldots\ldots\ldots \text{Ba.}$$

Die Revisionen B und Ba gestatten noch weitere Entwicklungen. Zunächst kann der Prozeß der Metrondifferentiation wiederholt werden. Ist bereits $\varphi = \delta\phi$, dann wird offensichtlich $\delta\varphi =$ $= \delta(\delta\phi) = \delta^2\phi$ zur zweiten Ableitung. Die so definierten vielfachen Metrondifferentiale sind explizit darstellbar. Es gilt zum Beispiel

$\delta^0\varphi = \varphi$, $\quad \delta^1\varphi = \delta\varphi = \varphi(n) - \varphi(n-1)$, $\quad \delta^2\varphi = \varphi(n) - 2\varphi(n-1) + \varphi(n-2)$,

$\delta^3\varphi = \varphi(n) - 3\varphi(n-1) + 3\varphi(n-2) - \varphi(n-3)$,

$\delta^4\varphi = \varphi(n) - 4\varphi(n-1) + 6\varphi(n-2) - 4\varphi(n-3) + \varphi(n-4)$.

$\delta^5\varphi = \varphi(n) - 5\varphi(n-1) + 10\varphi(n-2) - 10\varphi(n-3) + 5\varphi(n-4) - \varphi(n-5)$ u.s.w.

Wird dieses Rekursionsverfahren und die Schlußweise der vollständigen Induktion angewendet, so folgt für irgendein k-faches Metrondifferential, weil die Rekursionsformel $\delta^k\varphi = \delta(\delta^{(k-1)}\varphi)$ gilt,

$$\delta^k\varphi = \sum_{\nu=0}^{k} (-1)^\nu a_\nu(k)\, \varphi(n-\nu), \quad a_\nu(k) = \binom{k}{\nu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{C.}$$

worin die $a_\nu(k)$ die ganzzahligen Koeffizienten aus der Zeile k der Matrix des Pascal'schen Dreiecks sind, wenn die Dreiecksspitze mit dem einen Element 1 als Zeile $k=0$ aufgefaßt wird.

Wegen dieser Eigenschaften der $a_\nu(k)$ gilt immer $a_\nu(k) = \binom{k}{\nu}$. Mit diesem Gesetz können nach Gleichung C alle vielfachen Metrondifferentiale gebildet werden, doch erscheint es für die Durchführung metronischer Differentialoperationen zweckmäßig, für $k=1$ einige Umformungen zu entwickeln. Neben $\varphi(n)=\varphi$ seien auch $u(n) = u$ und $v(n) = v$ Metronenfunktionen und zur Kürzung werde $\phi(n-1) = \phi'$ verwendet, so daß $\delta\varphi = \varphi - \varphi'$ gilt. Zunächst sei $\varphi = \sum_j u_j(n)$. Offenbar ist dann $\delta\varphi = \delta\sum_j u_j = \sum_j u_j - \sum_j u_j' = \sum_j (u_j - u_j' =$

$= \sum_j \delta u_j$, d.h., es gilt immer $\delta \sum_j u_j(n) = \sum_j \delta u_j$. Ist dagegen $\varphi = C = \text{const}(n)$, dann muß $\varphi = \varphi'$ sein, was $\delta\varphi = \delta C = 0$ zur Folge hat. Für die Konstante gilt demnach immer $\delta C = 0$. Für $\varphi = Cu(n)$ folgt $\delta\varphi = Cu - Cu' = C\delta u$, also die Regel $\delta(Cu) = C\delta u$, wonach konstante Faktoren C wieder als Faktoren auftreten. Schließlich ist $\varphi = uv$ als Produkt darstellbar. Für diesen Fall wird $\delta\varphi = uv - u'v'$ und hierin kann immer $u' = u - u + u' = u - \delta u$, und entsprechend $v' = v - \delta v$ gesetzt werden, was $u'v' = (u-\delta u)(v-\delta v) = uv - u\delta v - v\delta u + \delta u\delta v$ liefert. Einsetzen in $\delta\varphi = uv - u'v'$ ergibt dann eine Produktregel, nämlich $\delta(uv) = u\delta v + v\delta u - \delta u\delta v$. Schließlich ist noch der Fall $\varphi = \frac{u}{v}$ denkbar. Es ist $\delta\varphi = \delta(\frac{u}{v}) = \frac{u}{v} - \frac{u'}{v'} =$

$$= \frac{1}{vv'}(uv' - vu') = \frac{1}{vv'}\begin{vmatrix} u & u' \\ v & v' \end{vmatrix} = \frac{1}{vv'}\begin{vmatrix} u & u-\delta u \\ v & v-\delta v \end{vmatrix} = \frac{1}{vv'}(u(v-\delta v) - v(u-\delta u)) =$$

$$= \frac{1}{vv'}(v\delta u - u\delta v) = \frac{1}{vv'}\begin{vmatrix} \delta u & \delta v \\ u & v \end{vmatrix}. \text{ Weiter ist } vv' = v(v-\delta v) = v^2 - v\delta v =$$

$$= \begin{vmatrix} v\delta v \\ v\ v \end{vmatrix} = v\begin{vmatrix} v\delta v \\ 1\ 1 \end{vmatrix}. \text{ Nach Einsetzen folgt also für das Quotienten-}$$

gesetz eine Determinantendarstellung $\delta(\frac{u}{v}) = \frac{1}{v}\begin{vmatrix} \delta u & \delta v \\ u & v \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} v\delta v \\ 1\ 1 \end{vmatrix}^{-1}$.
Alle diese Regeln der metronischen Differentialoperationen für $k=1$ werden zusammengefaßt in

$$\delta \sum_j u_j(n) = \sum_j \delta u_j, \quad \delta C = 0, \quad \delta(Cu) = C\delta u, \quad C = \text{const}(n),$$
$$\delta(uv) = u\delta v + v\delta u - \delta u\delta v, \quad \delta(\frac{u}{v}) = \frac{1}{v}\begin{vmatrix} \delta u & \delta v \\ u & v \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} v\delta v \\ 1\ 1 \end{vmatrix}^{-1} \qquad \ldots\ldots\ldots \text{ Ca}$$

Dieses einfache Metrondifferential $\delta\varphi = f(n)$ kann aufgrund seiner Bildung $\delta\varphi = \varphi(n) - \varphi(n-1)$ in einfacher Weise interpretiert werden. Offenbar gibt f die Zahlen an, die zwischen zwei metronischen Funktionswerten liegen, wenn sich das Argument um den Wert 1 ändert. Je steiler φ anwächst, umso größer muß f ausfallen, und umgekehrt derart, daß $\delta\varphi > 0$ angibt, daß φ mit wachsendem n ansteigt, während φ mit wachsendem n abnimmt, wenn $\delta\varphi < 0$ ist. Im Fall $\delta\varphi = 0$ dagegen muß ein Extremwert vorliegen, der ein Maximum ist, wenn $\delta^2\varphi < 0$, aber ein Minimum für $\delta^2\varphi > 0$ wird. Das zweite Metrondifferential muß nämlich aufgrund seiner Definition die Änderung des Steigungssinnes einer metronischen

Funktion beschreiben, weil das erste Metrondifferential diese Steigung darstellt. Gilt also $\delta^2\varphi = 0$, dann bedeutet dies, daß an dieser Stelle der Steigungssinn von φ im Sinne eines Wendepunktes geändert wird. Zusammengefaßt wird dieser Sachverhalt in dem System

$$\delta\varphi = 0, \quad n = n_{ext}, \quad \varphi = \varphi_{ext}, \quad \varphi_{ext} = \varphi_{max}, \quad \delta^2\varphi < 0,$$
$$\varphi_{ext} = \varphi_{min}, \quad \delta^2\varphi > o, \quad \varphi_{ext} = \varphi_w, \delta^2\varphi = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad Cb.$$

welches das metronische Analogon zur infinitesimalen Extremwerttheorie darstellt. Nach dieser Analyse des Metrondifferentials kann der Begriff des Metronintegrals weiter entwickelt werden.

Nach der Darstellung der Gleichung Ba, ist $\overset{n_2}{\underset{n_1}{S^2}} \varphi\delta n = \phi(n_2) - \phi(n_1 - 1$ offensichtlich zerlegbar, nämlich dann, wenn ν ein zwischen n_1 und $n_2 \neq n_1$ liegender Zwischenwert ist. Es gilt $\overset{\nu}{\underset{n_1}{S}} \varphi\delta n = \phi(\nu) - \phi(n_1 - 1)$ und $\overset{n_2}{\underset{\nu+1}{S^2}} \varphi\delta n = \phi(n_2) - \phi(\nu)$, also nach Addition

$$\overset{\nu}{\underset{n_1}{S}} \varphi\delta n + \overset{n_2}{\underset{\nu+1}{S^2}} \varphi\delta n = \phi(n_2) - \phi(n_1 - 1),$$

was im Vergleich das Theorem

$$\overset{n_2}{\underset{n_1}{S^2}} \varphi\delta n = \overset{\nu}{\underset{n_1}{S}} \varphi\delta n + \overset{n_2}{\underset{\nu+1}{S^2}} \varphi\delta n$$

liefert. Unmittelbar aus der Definition folgt weiter $\overset{n_1}{\underset{n_1+1}{S^1}} \varphi\delta n = 0$, aber $\overset{n_1}{\underset{n_1}{S^1}} \varphi\delta n = \phi(n_1) - \phi(n_1 - 1) = (\delta\phi)_{n_1} = \varphi(n_1)$, denn die metronische Integrabilitätsbedingung lautet $\varphi = \delta\phi$. Nach diesen Untersuchungen und Gleichung Ba ist

$$\left| \overset{n_2}{\underset{n_1}{S^2}} \varphi\delta n \right| \neq \left| \overset{n_1}{\underset{n_2}{S^1}} \varphi\delta n \right|$$

im Gegensatz zum analogen infinitesimalen Integral. Es gelten $\overset{n_2}{\underset{n_1}{S^2}} \varphi\delta n = \phi(n_2) - \phi(n_1 - 1)$ und $\overset{n_1}{\underset{n_2}{S^1}} \varphi\delta n = \phi(n_1) - \phi(n_2 - 1)$, was addiert

$$\overset{n_2}{\underset{n_1}{S^2}} \varphi\delta n + \overset{n_1}{\underset{n_2}{S^1}} \varphi\delta n = \phi(n_2) - \phi(n_1 - 1) + \phi(n_1) - \phi(n_2 - 1) = (\delta\phi)_{n_1} + (\delta\phi)_{n_2} = \varphi(n_1) + \varphi(n_2)$$

ergibt. Nun gilt aber das Theorem $\overset{\nu}{\underset{\nu}{S}} \varphi\delta n = \varphi(\nu)$, was eingesetzt das weitere metronische

Integraltheorem $\overset{n_2}{S}_{n_1}^{2} + \overset{n_1}{S}_{n_2}^{1} = \overset{n_1}{S}_{n_1}^{1} + \overset{n_2}{S}_{n_2}^{2}$ liefert. Die Theoreme der metronischen Integrationsgrenzen werden demnach zusammengefaßt in

$$\overset{\nu}{S}_{n_1}^{n_2} + \overset{n_2}{S}_{\nu+1}^{2} = \overset{n_2}{S}_{n_1}^{2}, \quad \overset{n_1}{S}_{n_1+1}^{1} = 0, \quad \overset{n_1}{S}_{n_1}^{1} \varphi\delta n = \varphi(n_1), \quad \overset{n_2}{S}_{n_1}^{2} + \overset{n_1}{S}_{n_2}^{1} = \overset{n_1}{S}_{n_1}^{1} + \overset{n_2}{S}_{n_2}^{2} \quad . \text{ D}$$

und diese Theoreme zeigen, daß sich das Metronintegral bereits im Verhalten seiner Integrationsgrenzen wesentlich vom infinitesimalen Integral unterscheidet. Dagegen kann in völliger Analogie zum infinitesimalen Integral auch das Metronintegral als Funktion der oberen oder unteren Grenze aufgefaßt werden. Ist $n_1 = a$ und $n_2 = b$, dann gilt $\overset{n}{S}_{a} \varphi\delta\nu = \phi(n) - \phi(a-1)$, bzw. $\overset{b}{S}_{n} \varphi\delta\nu = \phi(b) - \phi(n-1)$ oder $\overset{b}{S}_{n+1} \varphi\delta\nu = \phi(b) - \phi(n)$, so daß im Fall einer Abhängigkeit von der unteren Grenze $n+1$ das Vorzeichen ϕ umgekehrt wird. Nach $\delta(u+v) = \delta u + \delta v$ und $\delta C = 0$ für $C = \text{const}$ liefert die Metrondifferentiation $\delta \overset{n}{S}_{a} \varphi(\nu)\delta\nu = \overset{n}{S}_{a} \varphi\delta\nu - \overset{n-1}{S}_{a} \varphi\delta\nu = \phi(n) - \phi(a-1) - \phi(n-1) + \phi(a-1) =$ $= \phi(n) - \phi(n-1) = \delta\phi$, während andererseits $\delta \overset{n}{S}_{a} \varphi(\nu)\delta\nu = \lim_{a \to n} \overset{n}{S}_{a} \varphi\delta\nu =$ $= \overset{n}{S}_{n} \varphi\delta\nu = \varphi(n)$ ist. Der Vergleich ergibt $\varphi = \delta\phi$ für die metronische Integrabilität, d.h., das Metronintegral einer Funktion φ ist immer dann ausführbar, wenn zu φ eine Funktion ϕ gefunden werden kann, derart, daß $\delta\phi = \varphi$ ist, also ϕ als primitive Funktion von φ erscheint. Da in $\phi(n) - \phi(a-1) = \overset{n}{S}_{a} \varphi(\nu)\delta\nu$ immer $\phi(a-1) = C = \text{const}$ wegen $a = \text{const}$ ist, kann zur Kürzung für das unbestimmte Metronintegral $\phi(n) = S\varphi(n)\delta n + C$ gesetzt werden, was wegen $\delta C = 0$ wieder den Fundamentalsatz $\delta\phi = \varphi$ liefert, wenn $\delta S\varphi\delta n = \varphi(n)$ ist, was aber wegen $\delta S\varphi\delta n = \varphi\delta n = \varphi$ und $\delta n = 1$ evident ist. Die metronische Integrabilitätsforderung, und der Fundamentalsatz sind demnach enthalten in

$$\phi(n) = S\varphi(n)\delta n + C, \quad \delta\phi = \varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ E}$$

und dieser Zusammenhang ermöglicht die Entwicklung metronischer Integrationsregeln.

Bei der Entwicklung dieser Regeln kann man von den Regeln der metronischen Differentiation ausgehen. Für $\delta\varphi = \sum_j \delta u_j$ wird $\varphi = S\sum_j \delta u_j = \sum_j u_j$, was aber wegen $S\delta u_j = u_j$ zur Vertauschung $S\Sigma = \Sigma S$ der Operationen führt. Ist $\delta\varphi = 0$, so kann nur $S\delta\varphi = C = \text{const}$ sein, und für $\delta\varphi = a\delta u$ wird $S\delta\varphi = Sa\delta u$, was mit $\varphi = au$ verglichen zu $Sa\delta u = aS\delta u$ mit $a = \text{const}$ wird. Schließlich kann noch das Metronintegral über $\delta(uv) = u\delta v + v\delta u - \delta u\delta v$ erstreckt werden. Man erhält aus $uv = Su\delta v + Sv\delta u - S\delta u\delta v$, wenn $\delta v = f$, also $v = Sf\delta n$ eingeführt wird, $Suf\delta n = uSf\delta n - S\delta uSf\delta n + Sf\delta u = uSf\delta n + S(f - Sf\delta n)\delta u$. Diese Regeln metronischer Integration können in den nachstehenden Beziehungen zusammengefaßt werden:

$$S\Sigma = \Sigma S, \quad S\delta\varphi = C = \text{const}, \quad \delta\varphi = 0, \quad Sa\varphi\delta n = aS\varphi\delta n,$$

$$Sug\delta n = uSg\delta n + S(g - Sg\delta n)\delta u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad F.$$

Nach dem Gesetz $\delta\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{1}{v}\left|\begin{matrix}\delta u & \delta v \\ u & v\end{matrix}\right| \cdot \left|\begin{matrix} v & \delta v \\ 1 & 1\end{matrix}\right|^{-1}$ wird

$$\frac{u}{v} = S\left|\begin{matrix}\delta u & \delta v \\ u & v\end{matrix}\right| \cdot \left|\begin{matrix} v & \delta v \\ 1 & 1\end{matrix}\right|^{-1} \frac{\delta n}{v} = S\frac{v\delta u - u\delta v}{v^2 - v\delta v}\delta n = S\frac{v\delta u - u\delta v}{v(n)v(n-1)}\delta n, \quad \text{und}$$

danach kann immer $S\frac{\varphi}{\psi}\delta n = \frac{u}{v}$ mit $\psi(n)$ gesetzt werden, wenn zwei Funktionen u und v so gewählt werden können, daß der Quotient $\frac{\varphi}{\psi}$ des metronischen Integranden in der Form $\frac{\varphi}{\psi} = \frac{v\delta u - u\delta v}{v(n)v(n-1)}$ durch diese beiden Funktionen ausgedrückt werden kann. Nach dem Hilfsgesetz der metronischen Integration

$$S\frac{\varphi}{\psi}\delta n = \frac{u}{v}, \quad \frac{\varphi}{\psi} = \frac{v\delta u - u\delta v}{v(n)v(n-1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad Fa.$$

besteht die Möglichkeit, quotientenhafte Integranden umzuformen.

Zur metronischen Analyse irgendeiner Funktion $\varphi(n)$ erscheint eine der infinitesimalen Analysis analoge Potenzreihenentwicklung

$\varphi(n) = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu n^\nu$ mit den Koeffizienten $a_\nu = \text{const}$ zweckmäßig, weil die Reihenglieder als Potenzen von n der metronischen Analyse leichter zugänglich sind. Zur Bestimmung der a_ν müssen mehrfache metronische Differentiationen nach Gleichung C durchgeführt werden. Mit den Regeln $\delta\Sigma = \Sigma\delta$ sowie $\delta(af) = a\delta f$ und dem Rekursionsgesetz $\delta^k = \delta(\delta^{k-1})$ wird $\delta^k\varphi = \sum_\nu a_\nu \delta^k n^\nu$. Zu untersuchen sind also die $\delta^k n^\nu = \delta^k f(n)$ und hierfür

$$\delta^k f = \sum_{l=0}^{k} (-1)^l \binom{k}{l} f(n-1) = \sum_{l=0}^{k} (-1)^l (n-1)^\nu \binom{k}{l}.$$

In $\delta^k n^\nu = \sum_{l=0}^{k} (-1)^l \binom{k}{l} (n-1)^\nu$ ist $(n-1)^\nu = (-1)^\nu (1-\frac{n}{l})^\nu =$

$$= (-1)^\nu \sum_{j=0}^{\nu} \binom{\nu}{j} (-\frac{n}{l})^j = (-1)^\nu \sum_{j=0}^{\nu} (-1)^{-j} \binom{\nu}{j} n^j = \sum_{j=0}^{\nu} \binom{\nu}{j} (-1)^{\nu-j} n^j,$$ was

eingesetzt $\delta^k n^\nu = \sum_{l=0}^{k} (-1)^l \binom{k}{l} (n-1)^\nu = \sum_{l=0}^{k} (-1)^l \binom{k}{l} \sum_{j=0}^{\nu} \binom{\nu}{j} (-1)^{\nu-j} n^j$

liefert. Aus dieser Darstellung geht hervor, daß $\delta^k n^\nu = g(n)$ für $k<\nu$ aber $g = \text{const}$ für $k=\nu$ und $g = 0$ für $k>\nu$ wird. In $\delta^k\varphi$ mit $\varphi = \sum_{\nu=0} a_\nu n^\nu$ hat die Zählung also erst von $\nu=k$ zu beginnen, da alle Glieder $\nu<k$ verschwinden müssen. Demnach gilt $\delta^k\varphi = \sum_{\nu=k}^{\infty} a_\nu \delta^k n^\nu = \sum_{\nu=k}^{\infty} a_\nu \sum_{l=0}^{k} (-1)^l \binom{k}{l} \cdot \sum_{j=0}^{\nu} \binom{\nu}{j} (-1)^{\nu-j} n^j$. Wird hierin $n=0$ gesetzt, so bleibt in der dritten Summe nur der Summand $j=0$ vom Wert Null verschieden, was zu $(\delta^k\varphi)_{n=0} =$

$$= \sum_{\nu=k}^{\infty} a_\nu \sum_{l=0}^{k} (-1)^l \binom{k}{l} (-1)^x = \sum_{\nu=k}^{\infty} a_\nu \sum_{l=0}^{k} (-1)^{\nu+l} \binom{k}{l} l^\nu$$ führt, und aus diesem Gleichungssystem können dann die a_ν ermittelt werden, was immer möglich ist, weil $\varphi(n)$ auch in $n=0$ bekannt ist, und für die Ableitungsordnung das ganzzahlige Intervall $0 \leqq k < \infty$ gilt. Die metronische Reihenentwicklung einer Metronenfunktion deren Argument nur eine laufende Metronenziffer ist, wird somit durch das System

$$\varphi(n) = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu n^\nu, \quad (\delta^k\varphi)_{n=0} = \sum_{\nu=k}^{\infty} \sum_{l=0}^{k} a_\nu (-1)^{\nu+1} \binom{k}{l} l^\nu \quad \ldots\ldots\ldots \text{G}$$

beschrieben. Die Entwicklung einer solchen metronischen Reihe ist jedoch nur dann möglich, wenn die Reihe absolut und gleichmäßig bzw. bedingt konvergiert, d.h., wenn für alle Glieder $a_\nu n^\nu > a_{\nu+1} n^{\nu+1}$ oder $a_\nu > a_{\nu+1} n$ gilt. Da alle $n \geqq 1$ ganzzahlig sind, wird die Konvergenz wesentlich durch die a_ν, also den Verlauf $\varphi(n)$ bestimmt. Andererseits bedeutet die Bedingung $a_\nu > n a_{\nu+1}$, daß die Konvergenz nur in einem bestimmten Intervall $1 \leqq n \leqq n'$ mit $n' \leqq N$ erfolgen kann, wenn N die Ziffer des letzten Metrons im einfachen Tensorium ist. Für die entwickelte Metronenfunktion $\varphi(n)$ gilt demnach als Bereich absoluter Konvergenz $1 \leqq n \leqq n'$, derart, daß die Entwicklung für $n > n'$, falls $n' < N$ bleibt, mit einer Divergenz beginnt. Die Entwicklung braucht aber nicht gleichmäßig zu divergieren, vielmehr kann die Divergenz außerhalb des absoluten Konvergenzbereiches erst vom Gliede $\nu' > \nu$ an auftreten, d.h., für die Partialsumme $\sum_{\nu=0}^{\nu'} a_\nu n^\nu$ gibt es einen anderen Konvergenzbereich $1 \leqq n \leqq n''$, der den Bereich absoluter Konvergenz umschließt, so daß $n'' > n'$ gilt. Es gibt also Konvergenzbereiche endlicher Partialsummen und metronische Bereiche absoluter Konvergenz, die für $n' < N$ als partiell, aber für $n' = N$ als total bezeichnet werden können.

Ist $f(n)$ so beschaffen, daß $\varphi(n)$ definierbar wird und zwar als neue Variable, d.h., daß f zu $f(\varphi)$ wird, dann kann gemäß $\delta_\varphi f = \frac{1}{\delta\varphi}(f(\varphi) - f(\varphi - \delta\varphi))$, also

$$f = f(\varphi), \quad \delta_\varphi f \delta\varphi = f(\varphi) - f(\varphi - \delta\varphi) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{H}$$

zur Entwicklung eines Analogons zur Kettenregel verwendet werden, mit deren Hilfe beliebige implizite Funktionen der metronischen Differentiation unterworfen werden können.

Im allgemeinen ist φ nicht nur über einem einfachen Tensorium n definiert. Vielmehr bilden $1 \leqq i \leqq L < \infty$ Tensorien n_i in den ganzzahligen Intervallen $\kappa_i \leqq n_i \leqq N_i < \infty$ mit $\kappa_i \geqq 1$ ein L-dimensionales metronisches Gitter in einem R_L, derart, daß $\varphi = \varphi(n_1 \ldots n_L)$ gilt, wofür im folgenden zur Kürzung $\varphi(n_1 \ldots n_L) = \varphi(n_i)_1^L$ gesetzt

werden soll. In diesem Fall kann ebenfalls die φ-Steigung untersucht werden, und zwar gilt partiell $\delta_i\varphi = \varphi - \varphi(\ldots,n_i-1,\ \ldots)$, während für die totale Änderung $\delta = \sum_{i=1}^{L} \delta_i$ hergeleitet werden kann. Bei der Bildung der totalen δ^K mit ganzzahligen $K \geqq 1$ erscheinen die δ_i in Iterationen, doch gilt für die Folge dieser Schritte stets $(\delta_i \times \delta_k)_- = 0$ in Analogie zur partiellen infinitesimalen Differentiation. Zusammengefaßt werde dieser Sachverhalt in

$$\varphi = \varphi(n_1 \ldots n_L) = \varphi(n_i)_1^L, \qquad 1 \leqq \kappa_i \leqq n_i \leqq N_i < \infty,$$

$$\delta_i\varphi = \varphi - \varphi(\ldots, n_i-1, \ldots), \qquad \delta = \sum_{i=1}^{L} \delta_i, (\delta_i \times \delta_k)_- = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ I.}$$

Hier besteht nun wiederum die Möglichkeit $1 \leqq j \leqq \lambda$ Transformationen $\psi_j(n_1 \ldots n_L)$ so aufzufinden, daß $\varphi = \varphi(\psi_1 \ldots \psi_\lambda)$ wird. Sind auf diese Weise die n_i implizit in φ enthalten, dann kann in einer Erweiterung der Beziehung H ein Analogon zur allgemeinen infinitesimalen Kettenregel, nämlich $\delta\varphi = \sum_{j=1}^{\lambda} \delta_{\psi_j}\varphi\,\delta\psi_j$ mit $\delta_{\psi_j}\varphi = (\varphi - \varphi(\ldots, \psi_j - \delta\psi_j, \ldots))(\delta\psi_j)^{-1}$, also zusammengefaßt in

$$\varphi = \varphi(\psi_1, \ldots, \psi_\lambda), \qquad \psi_j = \psi_j(n_1 \ldots n_L), \qquad \delta\varphi = \sum_{j=1}^{\lambda} \delta_{\psi_j}\varphi\,\delta\psi_j,$$

$$\delta_{\psi_j}\varphi = (\varphi - \varphi(\ldots, \psi_j - \delta\psi_j, \ldots))(\delta\psi_j)^{-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ Ia}$$

aufgefunden werden. Allgemein kann jedoch eine solche Kettenregel nur selten verwendet werden, weil für δ keine allgemeinen der infinitesimalen Analysis analogen Regeln auffindbar sind, so daß der Prozeß δ individuell durchgeführt werden muß.

Die metronische Integration findet für $L > 1$ ihre analoge Erweiterung in

$$\phi = \sum_{1+\kappa_1}^{N_1} \ldots \sum_{1+\kappa_L}^{N_L} \varphi(n_i)_1^L \prod_{k=1}^{L} \delta n_k, \qquad \delta_i n_k = \delta_{i,k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ J}$$

als Analogon zum Gebietsintegral, wobei $\delta_i n_k = \delta_{i,k}$ evident sein dürfte.

Eine metronische Funktion $\varphi(n_i)_1^L$ kann nicht nur als zahlentheoretische Funktion ganzzahliger Indizes, sondern auch als vielfache Folge aufgefaßt werden, für die Konvergenzuntersuchungen angestellt werden können. φ konvergiert mit wachsendem n_i nach dem allgemeinen Konvergenzkriterium immer dann, wenn $|\varphi(n_i)_1^L - \varphi(n_i')_1^L| < \epsilon$ unter eine beliebig kleine Schranke $\epsilon > 0$ fällt, sofern es irgendeine sehr große Zahl $N = N(\epsilon) > 0$ gibt, und die $n_i > N$ und $n_i' > N$ vorgebbar sind. Wenn dieses Konvergenzkriterium erfüllt ist, muß es für φ selbst eine Schranke g geben, derart, daß auch $|\varphi - g| < \epsilon$ für $n_i > N$ wird, und diese Schranke g wäre dann als Grenzwert der L-fachen Folge φ anzusprechen, d.h., für $|\varphi(n_i)_1^L - g| < \epsilon$ mit $\epsilon > 0$ und $n_i > N(\epsilon) > 0$ gilt $\lim_{(n_i)_1^L \to \infty} \varphi = g$, d.h., es konvergiert $\varphi \to g$, wenn alle $1 \leqq i \leqq L$ Zahlenfolgen $n_i \to \infty$ über alle Grenzen wachsen. φ konvergiert für $g < \infty$, divergiert aber für $g \to \infty$. Wenn g existiert, dann muß es auch möglich sein, den L-fachen Limes nacheinander durchzuführen, d.h., mit $\lim_{n_1 \to \infty} \varphi =$ $= \varphi_1(n_i)_2^L$ muß auch $|\varphi - \varphi_1| < \epsilon$ sowie $|\varphi_1 - \varphi_2| < \epsilon$ mit $\varphi_2 =$ $= \lim_{n_2 \to \infty} \varphi_1$ usw., also allgemein $|\varphi_k - \varphi_{k+1}| < \epsilon$ mit $\varphi_{k+1}(n_i)_{k+2}^L =$ $= \lim_{n_{k+1} \to \infty} \varphi_k$ sein. Wird dieses Verfahren weitergeführt, so folgt schließlich $|\varphi(n_L) - g| < \epsilon$ für $n_L > N$, was $\lim_{n_L \to \infty} \varphi(n_L) = g$ zur Folge hat. Bei dieser suksessiven Durchführung der Einzellimes, muß offensichtlich, wenn g überhaupt existieren soll, die Reihenfolge der Einzellimes $n_i \to \infty$ vertauschbar sein, denn wäre dies nicht der Fall, so würde jede Permutation dieser Reihenfolge zu einem anderen Grenzwert g führen, und dies würde bedeuten, daß kein eindeutiger Vielfachlimes in der Form $\lim_{(n_i)_1^L \to \infty} \varphi(n_i)_1^L = g$ existiert, und von einer Konvergenz oder Divergenz der metronischen Funktion φ könnte nicht gesprochen werden.

Auch der Begriff der Homogenität ist auf eine Klasse metronischer Funktionen anwendbar. Die Funktion φ wird als vom ganz-

zahligen Grade $h \geqq 1$ homogen bezeichnet, wenn $\varphi(t,n_i)_1^L = t^h \varphi(n_i)_1^L$ für irgend eine Zahl $t \neq 0$ gilt. Hierbei kann $t \neq 0$ jeden Zahlenwert annehmen, doch wird eine der infinitesimalen Beziehung $\sum_{i=1}^{n} x_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = hf$ mit $f(t,x_i)_1^n = t^h f(x_i)_1^n$ völlig analoge metronische Beziehung möglich, wenn $t = n \geqq 1$ als metronischer Parameter ebenfalls ganzzahlig wird. Mit $\eta_i = nn_i$ wird dann $\varphi(n,n_i)_1^L = n^h \varphi(n_i)_1^L$. Hierin ist $\delta_n \varphi = \sum_{i=1}^{L} \delta_{\eta_i} \varphi \delta_n \eta_i = \sum_{i=1}^{L} n_i \delta_{\eta_i} \varphi(\eta_i)_1^L$ wegen $\delta_n \eta_i = n\, n_i - (n-1)n_i = n_i$. Andererseits ist aber $\delta_n \varphi = (n^h - (n-1)^h)\varphi(n_i)_1^L$, was wegen der binomischen Entwicklung $(n-1)^h = (-1)^h \sum_{\nu=0}^{h} (-1)^\nu \binom{h}{\nu} n^\nu$ also $n^h - (n-1)^h = \sum_{\nu=0}^{h-1} (-1)^{h+\nu+1} \binom{h}{\nu} n^\nu$ zu $\delta_n \varphi = (-1)^{h+1} \sum_{\nu=0}^{h-1} (-1)^\nu \binom{h}{\nu} n^\nu \varphi(n_i)_1^L$ führt und mit $\delta_n \varphi = \sum_{i=1}^{L} n_i \delta_{\eta_i} \varphi(\eta_i)_1^L$ verglichen die Relation $\sum_{i=1}^{L} n_i \delta_{\eta_i} \varphi(\eta_i)_1^L = (-1)^{h+1} \sum_{\nu=0}^{h-1} (-1)^\nu \binom{h}{\nu} n^\nu \varphi(n_i)_1^L$ liefert. Hierin kann für den metronischen Parameter, der jeden ganzzahligen Wert $n \neq 0$ annehmen kann, der zweideutige Wert $n = \pm 1$ gesetzt werden. Damit wird aber $\eta_i = \pm n_i$, sowie $\delta_{\eta_i} = \pm \delta_i$ und $(-1)^\nu n^\nu = (-1)^\nu \cdot (\pm 1)^\nu = (\mp 1)^\nu$. Diese Annahme liefert den Zusammenhang

$$\varphi(n,n_i)_1^L = n^h \varphi(n_i)_1^L, \qquad \pm \sum_{i=1}^{L} n_i \delta_i \varphi(n_i)_1^L = (-1)^{h+1} \varphi \sum_{\nu=0}^{h-1} \binom{h}{\nu} \cdot (\mp 1)^\nu,$$

$n = \pm 1$ ..... K

für homogene Metronfunktionen. Ist φ homogen, so braucht das Metrondifferential $\phi = \delta\varphi$ gemäß $\phi(n,n_i)_1^L \neq n^k \phi(n_i)_1^L$ mit $n = \text{const}$ nicht mehr homogen zu sein, weil die Metrondifferentiation einer Potenz gemäß $\delta N^k = N^k - (N-1)^k$ immer im Gegensatz zum infinitesimalen Differential ein Polynom ist, doch wird der Grad von φ durch die Bildung $\delta\varphi$ vom Wert h auf $k = h-1$ reduziert. Nur dann, wenn in der homogenen Metronfunktion φ vom Grade h

in der Form $\varphi = \sum_{j=1}^{\binom{L}{h}} S_j$ mit $S_j \sim \prod_{a=1}^{h} n_a$ darstellbar ist, also wenn in keinem Summanden n_i in einer anderen als ersten Potenz auftritt (die Folge $a = a(j)$ wird durch das kombinatorische Gesetz der L Kombination zur Klasse h bestimmt), müssen sämtliche Metrondifferentiale beliebiger Ordnung k wiederum homogene Metronfunktionen vom Grade $h-k$, also $\delta^k \varphi(n,n_i)_1^L = n^{h-k} \delta^k \varphi(n_i)_1^L$ sein, wenn $n=\text{const}$ gesetzt wird. Sofern auf diese Weise überhaupt homogene Metronfunktionen definiert sein sollen, muß $h-k \geqq 1$ oder $k \leqq h-1$ sein, was wegen $k \geqq 0$ für die Ordnungen das geschlossene Intervall $0 \leqq k \leqq h-1$ liefert. Dies gilt allerdings nur für den Fall, daß φ in der Form $\varphi = \sum_{j=1}^{\binom{L}{h}} S_j$ mit $S_j \sim \prod_{a(j)=1}^{h} n_a$ darstellbar ist, denn andernfalls können die Metrondifferentiale der Ordnung k der Homogenitätsforderung nicht mehr genügen.

In $\varphi = \varphi(n_i)_1^L$ ist φ explizit durch die n_i des metronischen R_L gegeben, doch kann auch eine implizite Verknüpfung der n_i mit φ in der allgemeinen Form $F(\varphi,n_i)_1^L = \text{const}$ vorliegen. Wegen $F = \text{const}$ ist auf jeden Fall $\delta F = 0$ und auch $\delta F = \delta_\varphi F + \sum_{i=1}^{L} \delta_i F$, also $\delta_\varphi F + \sum_{i=1}^{L} \delta_i F = 0$. Hierin ist $\delta_\varphi F = f(\delta\varphi, \varphi, n_i)_1^L$, was eingesetzt $f(\delta\varphi, \varphi, n_i)_1^L = -\sum_{i=1}^{L} \delta_i F$ ergibt, woraus evtl. $\delta\varphi$ leichter eliminierbar ist als φ aus $F = \text{const}$. Ist nicht nur $F = \text{const}$, sondern auch $\varphi = \text{const}$ angenommen, so ist immer $\delta F = \sum_{i=1}^{L} \delta_i F = 0$ und $\delta\varphi = 0$, was $f(0, \varphi, n_i)_1^L = 0$ zur Folge hat. Diese Beziehung ist grundsätzlich erfüllt, wenn $\delta_\varphi F \sim \delta\varphi$ ist; denn dann muß immer $f = 0$ für $\delta\varphi = 0$ sein.

2. Selektoren

Jede metronische Funktion $\varphi(n_i)_1^L$ kann wegen der Ganzzahligkeit der n_i auch als eine L-fache Zahlenfolge aufgefaßt werden, für welche alle Kriterien der Vielfachfolgen gelten. Ein solches Zuordnungsgesetz φ als Zahlenfolge aufgefaßt, wählt im allgemeinen, wenn die n_i die positiven ganzen reellen Zahlen durchlaufen, aus dem jeweiligen algebraischen Körper irgendeine Folge von Zahlen aus und die durch φ gekennzeichnete Folge wiederum, muß sich in ihrer Stuktur ändern, wenn das Zuordnungsgesetz $\varphi(\ )$ geändert wird. Größen, die ein Zuordnungsgesetz ändern, werden aber als Operatoren definiert, woraus folgt, daß es auch metronische Operatoren geben muß. Ist zum Beispiel φ vom Grade h homogen, derart, daß die Beziehung $\sum_{i=1}^{L} n_i \delta_i \varphi = (-1)^{h+1} \sum_{\nu=0}^{h-1} \binom{h}{\nu} \varphi$ gilt, so kann $\sum_{i=1}^{L} n_i \delta_i = C$ als metronischer Operator aufgefaßt werden. Mit der Kürzung $(-1)^{h+1} \sum_{\nu=0}^{h-1} \binom{h}{\nu} = \lambda$ wird dann $C;\varphi = \lambda\varphi$, woraus ersichtlich wird, daß die Schreibweise metronischer Gleichungen unter Verwendung metronischer Operatoren wesentlich vereinfacht werden kann.

Ein metronischer Operator wirkt also auf irgendeine Zahlenfolge ein, derart, daß auf diese Weise aus einem entsprechenden algebraischen Körper eine eindeutig definierte andere Zahlenfolge ausgewählt wird, weshalb es angebracht erscheint, die metronischen Operatoren als Selektoren zu bezeichnen, damit eine präzise Unterscheidung vom infinitesimalen Operatorbegriff erreicht wird. Da alle analytischen Operationen durch einzelne Selektoren dargestellt werden können, ist jede metronische Funktion φ durch eine Folge von Selektoren darstellbar, die auf die einfachen Folgen $n_i > 0$ der positiven ganzen reellen Metronenziffern einwirkt. Zur Darstellung von metronischen Funktionen vieldimensionaler metronischer Argumente erscheint noch die Einführung eines Zuordnungsselektors $Z(i) = (\ )_i$ zum jeweiligen metronischen Bereich i angebracht, derart, daß $Z(i):n = n_i$ ist, d.h., die beliebige ganze Zahlenfolge n laufe im metronischen Bereich i. Wenn nun also

$\varphi = \varphi(n_i)_1^L$ ist, dann kann auch $\varphi = \varphi(Z(i);n)_1^L$ geschrieben werden, und diese L Zuordnungsselektoren wiederum, können durch $1 \leqq k \leqq K$ andere Selektoren C_k verknüpft sein, was den Zusammenhang φ in einer Selektorfassung liefert. Offenbar gilt $\varphi(Z(i);n)_1^L = \phi(C_k, Z(i))_{i,k=1}^{L,K};n$, wenn $\phi(C_k, Z(i))_{i,k=1}^{L,K}$ der Funktionalselektor ist, in welchem die L Koordinationsselektoren durch die K Selektoren C_k so verknüpft werden, daß die Einwirkung $\phi;n = \varphi(n_i)_1^L$ auf die Folge der ganzen positiven reellen Zahlen n die metronische Funktion für φ liefert. Die Koordinations- und Funktionalselektoren machen also gemäß

$$Z(i) = ()_i, \varphi(n_i)_1^L = \phi;n, \qquad \phi = \phi(C_k, Z(i))_{i,k=1}^{L,K}, \quad C_k;n_i = f_k(n_i)$$

. L

eine allgemeine Selektortheorie möglich, die so beschaffen ist, daß die Theorie metronischer Funktionen in dieser allgemeinen Selektortheorie enthalten ist. Grundsätzlich muß zwischen den Koordinations- und Funktionalselektoren unterschieden werden. Nicht nur ϕ sondern auch C_k sind solche Funktionalselektoren, wobei allerdings ϕ als kombinierter Funktionalselektor von mehreren Argumentselektoren abhängt, während die C_k einfache, also nicht kombinierte Funktionalselektoren sind. Aufgrund dieser Selektordefinition ist es evident, daß es auch einen Null- und einen Einheitsselektor $0;n = 0$ und $E;n = n$ geben muß. Ebenso geht aus dem Selektorbegriff hervor, daß alle Selektoren dem assoziativen und distributiven Gesetz hinsichtlich Addition und Multiplikation genügen müssen, während im allgemeinen das kommutative Gesetz nur hinsichtlich der Addition gilt. In bezug auf die Multiplikation braucht das kommutative Gesetz nicht mehr zu gelten; denn auch die Operationen der metronischen Differentiation und Integration können als Funktionalselektoren aufgefaßt werden, sodaß für zwei Selektoren C_i und C_k ein von Null verschiedener Antikommutator und Kommutator $(C_i \times C_k)_{\pm} \neq 0$ möglich werden kann, wobei sich die Existenz, also die Abweichung vom Nullselektor, nach dem Bau der beiden zur Diskussion stehenden Selektoren richtet. Auch ein Konstantenselektor muß existieren,

nämlich dann, wenn $C;n = a = \text{const}(n)$ für alle n ist. Dieser Selektor kann nur die Gestalt $C = a\frac{()}{()}$ haben, so daß die Definitionsbeziehung des allgemeinen Selektors L zu ergänzen ist durch

$$0;n = 0,\ E;n = n,\quad (C_i \times C_k)_{\pm} \neq 0,\quad C;n = a = \text{const}(n),\quad C = a\frac{()}{()} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{La.}$$

Jeder metronische Bereich n_i muß in geometrischer Interpretation die Dimensionierung p von τ haben, d.h., die Metronisierung des R_p mit $p \leqq L$ bedingt eine Metronisierung der $1 \leqq i \leqq L$ Koordinaten x_i des R_L so, daß die L metronischen Bereiche n_i diese Koordinatenmetronisierungen wiedergeben. Wenn dies aber so ist, dann muß wie der metronische Bereich geometrisch auch immer verläuft, jeder Folge n_i von Metronenziffern eine vektorielle Orientierung $\bar{e}_i$ mit $|\bar{e}_i| = 1$ zugeordnet werden können, was eine Erweiterung des Koordinationsselektors zum orientierten Koordinationsselektor $\bar{Z}(i) = \bar{e}_i()_i$ nahelegt, wobei die L einzelnen Orientierungen $\bar{e}_i$ zueinander nicht notwendig orthogonal zu verlaufen brauchen, d.h., die quadratische Matrix vom Typ L der Orientierungen $(\bar{e}_i\bar{e}_k)_L = \hat{A}$ kann im allgemeinen $\hat{A} \neq \hat{E}$ und $\hat{A}(x_i)_1^L$ mit $x_i(n_i)$ sein. Mit diesem durch

$$\bar{Z}(i) = \bar{e}_i()_i,\ |\bar{e}_i| = 1,\ (\bar{e}_i\bar{e}_k)_L = \hat{A}(n_i)_1^L \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{Lb}$$

definierten orientierten Koordinationsselektor wird offensichtlich eine metronische Tensoranalysis möglich; denn mit $\bar{Z}(i);n = \bar{e}_i n_i = \bar{n}_i$ wird die Definition eines Metavektors $\bar{n} = \sum_{i=1}^{L} \bar{Z}(i);n = \bar{Z};n$ mit dem Selektor $\bar{Z} = \sum_{i=1}^{L} \bar{Z}(i)$ möglich und dieser Metavektor wiederum gestattet die Erweiterung zum allgemeinen metronischen Vektor. Wenn nämlich ein Koordinationsselektor durch die $\bar{e}_i$ orientierbar ist, dann muß es auch allgemeine orientierte Funktionalselektoren $\bar{C}_i = \bar{e}_i C_i$ geben, wobei die Selektorgesetze $C_i;n = \varphi_i(n_k)_1^L$ metronische Skalarkomponenten darstellen sollen. Mit $\sum_{i=1}^{L} \bar{e}_i\varphi_i = \bar{\varphi}$ und $\sum_{i=1}^{L} \bar{e}_i C_i = \bar{C}$ wird dann ein allgemeines me-

tronisches Vektorfeld über dem L-dimensionalen metronischen Argument mit Hilfe des orientierten Funktionalselektors $\bar{C}$ beschrieben durch $\bar{\varphi} = \bar{C};n$ und dieser metronische Vektor wiederum kann als metronischer Tensor vom ersten Grad aufgefaßt werden. Ist $T_{i_1 \dots i_m}$ die Komponente irgendeines metronischen Tensors ${}^m\bar{T} = {}^{[m]}[T_{i_1 \dots i_m}]_L$ mit $m \geqq 1$ (Tensorgrad), dann baut sich nach dem Begriff des metronischen Vektors diese Komponente gemäß $T_{i_1 \dots i_m} = \prod_{k=1}^{m} \varphi_{i_k}$ aus metronischen Vektorkomponenten auf, woraus sofort $m \leqq L$ ersichtlich wird. Andererseits ist aber stets $\varphi_{i_k} = C_{i_k};n$ und $\prod_{k=1}^{m} \varphi_{i_k} = \prod_{k=1}^{m} C_{i_k};n = (\prod_{k=1}^{m} C_{i_k});n$, so daß auf diese Weise ein tensorieller Funktionalselektor ${}^m\bar{C} = {}^{[m]}[\prod_{k=1}^{m} C_{i_k}]_L$ vom Grade $m \leqq L$ definiert worden ist, der gemäß ${}^m\bar{T} = {}^m\bar{C};n$ einen metronischen Tensor vom Grade m durch seine Einwirkung auf die unbestimmte positive ganze Zahlenfolge n liefert, wobei sich für $m = 0$ metronische Skalarfunktionen ergeben, die schon im vorangegangenen diskutiert wurden. Die begriffliche Erweiterung des orientierten Koordinationsselektors zum orientierten Funktionalselektor ermöglicht demnach gemäß

$$\bar{C}_i = \bar{e}_i C_i, \qquad C_i;n = \varphi_i(n_k)_1^L,$$

$${}^m\bar{C} = {}^{[m]}[\prod_{k=1}^{m} C_{i_k}]_L, \qquad {}^m\bar{T} = {}^m\bar{C};n, \qquad 0 \leqq m \leqq L \qquad \dots\dots\dots \text{Lc}$$

auch eine Metronisierung des allgemeinen Tensorfeldes.

Die Begründung einer metronischen Tensoranalysis, sowie einer metrischen Theorie metronischer Tensorien ist möglich, weil nach La die Matrix der Orientierungen $\hat{A} = \hat{A}(n_i)_1^L$ ebenfalls eine metronische Funktion sein kann. Zur Durchführung dieses Programmes wird es jedoch notwendig, die Eigenschaften tensorieller Selektoren ${}^m\bar{C}$ zu analysieren. Ist $1 \leqq l \leqq m$ irgendein laufender Index aus $C_{i_k \dots i_m} = \prod_{k=1}^{m} C_{i_k}$, derart, daß die Darstellung $\prod_{k=1}^{m} C_{i_k} =$

$= \overset{l-2}{\underset{k=1}{\text{II}}} C_{i_k}; C_{l-1}; C_l; \overset{m}{\underset{k=l+1}{\text{II}}} C_{i_k}$ mit $C_{i_l} = C_l$ möglich wird (das Symbol II hat hier nur formale Bedeutung, weil die Selektorwirkung der Multiplikation analog ist), dann kann eine Transposition in den Indizes $l-1$ und l durchgeführt werden. Für die Komponenten von ${}^m\bar{C}^{*l-1,l}$ gilt dann $C^{*l-1,l}_{i_1 \dots i_m} = \overset{l-2}{\underset{k=1}{\Pi}} C_{i_k}; C_l; C_{l-1}; \overset{m}{\underset{k=l+1}{\Pi}} C_{i_k}$. Anderseits muß in Analogie zum analytischen Tensorbegriff ${}^m\bar{C}_{\pm(l-1,l)} = \frac{1}{2}({}^m\bar{C} \pm {}^m\bar{C}^{*l-1,l})$ hermitesch, bzw. antihermitesch $(\pm)$ in $l-1,l$ sein. Diese Hermitesierung bzw. Antihermitesierung nimmt in Komponentenform die Gestalt $2C_{\pm(l-1,l)i_1 \dots i_m} = C_{i_1 \dots i_m} \pm C^{*l-1,l}_{i_1 \dots i_m} =$

$= \overset{l-2}{\underset{k=1}{\text{II}}} C_{i_k}; C_{l-1}; C_l; \overset{m}{\underset{k=l+1}{\text{II}}} C_{i_k} \pm \overset{l-2}{\underset{k=1}{\Pi}} C_{i_k}; C_l; C_{l-1}; \overset{m}{\underset{k=l+1}{\Pi}} C_{i_k} = \overset{l-2}{\underset{k=1}{\text{II}}} C_{i_k};$

$C_{l-1}; C_l \pm C_l; C_{l-1}); \overset{m}{\underset{k=l+1}{\Pi}} C_{i_k} = \overset{l-2}{\underset{k=1}{\Pi}} C_{i_k}; (C_{l-1} \times C_l)_{\pm}; \overset{m}{\underset{k=l+1}{\Pi}} C_{i_k}$ an, d.h. eine hermitesche, bzw. antihermitesche Form existiert, je nachdem, ob die beiden zur Transposition kommenden Teilselektoren einen vom Nullselektor verschiedenen Antikommutator bzw. Kommutator haben. Der allgemeine Fall kann ohne Eingrenzung der Allgemeingültigkeit auf $m=2$ reduziert werden. Die Symmetrieuntersuchungen tensorieller Selektoren laufen demnach stets auf das Schema

$${}^2\bar{C} = [C_i; C_k]_L, \quad {}^2\bar{C} = {}^2\bar{C}_+ + {}^2\bar{C}_-,$$

$${}^2\bar{C}_{\pm} = \frac{1}{2}[(C_i \times C_k)_{\pm}]_L, \quad {}^2\bar{C}_+ = {}^2\bar{C}^*_+, \quad {}^2\bar{C}_- = -{}^2\bar{C}^*_- \quad \dots\dots\dots M$$

hinaus, wonach immer ${}^2\bar{C}_{\pm} = {}^2\bar{0}$ gilt, wenn $(C_i \times C_k)_{\pm} = 0$ wird, und dies ist unabhängig davon, ob $m=2$ oder $m>2$ gilt. Die zur Hermitesierung bzw. Antihermitesierung kommenden Indizes brauchen nicht notwendig benachbart sein, doch kann das Problem dann nicht allgemein auf eine Analyse des Antikommutators bzw. des Kommutators der beiden Teilselektoren reduziert werden, es sei denn, daß die übrigen Teilselektoren kommutieren, so daß durch eine Folge von Transpositionen eine derartige Reduktion möglich

wird. Eine andere wesentliche Operation tensorieller Selektoren, ist die Kontraktion des Tensorgrades durch Bildung der Matrizenspektren. Gilt $C_{i_j} = C_j$ und $C_{i_l} = C_l$, so wird von ${}^m\bar{C}$ das Matrizenspektrum durch $j=l$ und Summation aller $1 \leqq l \leqq L$ gebildet, was m um 2 reduziert. Allgemein ist dann $sp_{j=l}\ {}^m\bar{C} =$

$= {}^{[m-2]}[\sum_{l=1}^{L} \prod_{k=1}^{j-1} C_{i_k}; C_l; \prod_{k=j+1}^{l-1} C_{i_k}; C_l; \prod_{k=l+1}^{m} C_{i_k}]_L = {}^{m-2}\bar{C}$ und daraus folgt $sp_{i=k}\ {}^m\bar{C}_{+(i,k)} = {}^{m-2}\bar{C}$, was jetzt nicht mehr hermitesch zu sein braucht, aber $sp_{i=k}\ {}^m\bar{C}_{-(i,k)} = {}^{m-2}\bar{0}$, weil stets $(C_i \times C_k)_- \sim \sim(1-\delta_{i,k})$ ist. Auch hier kann ohne Einschränkung der Allgemeinheit auf $m = 2$ reduziert werden, was

$$sp^2\bar{C} = \sum_{i=1}^{L} C_i^2. \qquad sp_{i=k}\ {}^m\bar{C}_{+(i,k)} = {}^{m-2}\bar{C}, \qquad sp_{i=k}\ {}^m\bar{C}_{-(i,k)} = {}^{m-2}\bar{0}$$

. . . . Ma

ergibt. Auf den tensoriellen Selektor vom Grade $m \geqq 0$ kann ein weiterer orientierter Funktionalselektor $\bar{D}$ einwirken, wobei eine tensorielle und eine skalare Einwirkung möglich ist. Wird das Ergebnis dieser Einwirkung mit W bezeichnet, so liefert $\bar{D};{}^m\bar{C} = {}^{m+1}\bar{W}$ stets eine Erweiterung des Tensorgrades, vorausgesetzt, daß $\bar{D}$ ein orientierter Funktionalselektor ist, während $sp\bar{D};{}^m\bar{C} = {}^{m-1}\bar{W}$ die skalare Einwirkung kennzeichnet. Ein orientierter Funktionalselektor extendiert den Tensorgrad um 1 bei tensorieller Einwirkung, während die skalare Wirkung den Tensorgrad um 1 kontrahiert, weil es sich um das Matrizenspektrum der tensoriellen Wirkung handelt. Ist der Funktionalselektor dagegen in der Form D nicht orientiert, so kann gemäß $D;{}^m\bar{C} = {}^m\bar{W}$ der Tensorgrad nicht geändert werden. $\bar{D};{}^m\bar{C} = {}^{m+1}\bar{W}$ ist allerdings nur dann möglich, wenn $m \leqq L-1$ bleibt, denn der Grad darf die Dimensionszahl nicht überschreiten. Eine spezielle Form von $\bar{D}$ ist $\bar{D} = \bar{\delta} = \sum_{i=1}^{L} \bar{e}_i\ \delta_i$, was bei tensorieller Einwirkung ein Analogon zur infinitesimalen Tensordivergenz und bei skalarer Einwirkung ein

Analogon zur Skalardivergenz bildet, während $\bar{\delta}; ()-(\bar{\delta}; ())^*$ eine Analogie zum infinitesimalen Feldrotor darstellt. Der Sonderfall $\bar{\delta}$ in seiner Einwirkung auf eine metronische Funktion $m = 0$ wäre die Analogie zum infinitesimalen Gradienten. Diese tensorielle, skalare und indifferente Einwirkung von Funktionalselektoren auf Tensorselektoren mit dem Spezialfall $\bar{\delta}$ wird demnach zusammengefaßt in

$$\bar{D}; {}^{m}\bar{C} = {}^{m+1}\bar{W}, \qquad \mathrm{sp}\,\bar{D}; {}^{m}\bar{C} = {}^{m-1}\bar{W}, \qquad D; {}^{m}\bar{C} = {}^{m}\bar{W},$$

$$\bar{\delta} = \sum_{i=1}^{L} \bar{e}_i\, \delta_i, \qquad \bar{\delta}\varphi = \mathrm{GRAD}_L\, \varphi, \qquad \bar{\delta}; {}^{m}\bar{C} = \hat{\mathrm{DIV}}_L\ {}^{m}\bar{C},$$

$$\mathrm{sp}\,\bar{\delta}; {}^{m}\bar{C} = \overline{\mathrm{DIV}}_L\ {}^{m}\bar{C}, \qquad \bar{\delta}; {}^{m}\bar{C}-(\bar{\delta}; {}^{m}\bar{C})^* = \mathrm{ROT}_L\ {}^{m}\bar{C} \quad \ldots\ \mathrm{Mb},$$

wobei die metronischen Gegenstücke zu den infinitesimalen tensoranalytischen Differentialoperatoren in der vorstehenden Weise symbolisiert worden sind.

Auch für diese Selektoren können metronentheoretische Sätze entwickelt werden, da jeder dieser Selektoren ein metronentheoretisches Äquivalent zu einem infinitesimalen Operator darstellt. So folgt zum Beispiel immer, wenn $\mathrm{Im}\,\mathrm{ROT}_L = {}^{2}\bar{0}$ ist, $\mathrm{sp}\,\mathrm{ROT}_L = 0$, weil $\mathrm{ROT}_L = -(\mathrm{ROT}_L)^*$ gilt. Weiter folgt in Komponentendarstellung $(\hat{\mathrm{DIV}}_L\,\mathrm{ROT}_L)_{ikl} = \delta_i(\delta_k()_l-\delta_l()_k) \neq 0$ und

$$(\mathrm{sp}\,\hat{\mathrm{DIV}}_L\ \mathrm{ROT}_L)_l = (\overline{\mathrm{DIV}}_L\,\mathrm{ROT}_L)_l = \sum_{i=1}^{L} \delta_i(\delta_i()_l-\delta_l()_i) = \sum_{i=1}^{L} \delta_i^2()_l - \sum_{i=1}^{L} \delta_l\delta_i()_i.$$

Weiter ist $\mathrm{DIV}_L\,\mathrm{GRAD}_L = \sum_{i=1}^{L} \delta_i^2$, also

$$\overline{\mathrm{DIV}}_L\,\mathrm{ROT}_L)_l = \mathrm{DIV}_L\,\mathrm{GRAD}_L()_l-\delta_l \sum_{i=1}^{L} \delta_i()_i = \mathrm{DIV}_L\,\mathrm{GRAD}_L()_l -$$

$$-\mathrm{GRAD}_L)_l\mathrm{DIV}_L(), \text{ weil } \sum_{i=1}^{L}\delta()_i = \mathrm{DIV}_L() \text{ ist. Mithin gilt also das}$$

Theorem $\overline{\mathrm{DIV}}_L\,\mathrm{ROT}_L = \mathrm{DIV}_L\,\mathrm{GRAD}_L()-\mathrm{GRAD}_L\,\mathrm{DIV}_L()$, wenn der Selektor auf ein metronisches Vektorfeld wirkt. Abermalige Divergenzbildung liefert $\mathrm{DIV}_L\,\overline{\mathrm{DIV}}_L\,\mathrm{ROT}_L = \mathrm{sp}\bar{\delta}; \mathrm{sp}\bar{\delta}(\bar{\delta}-(\bar{\delta})^*) =$

$= \sum_{i,l=1}^{L} \delta_l \delta_i (\delta_i()_l - \delta_l()_i) = \sum_{i,l=1}^{L} \delta_i^2 \delta_l()_l - \sum_{i,l=1}^{L} \delta_l^2 \delta_i()_i = 0.$ Schließlich kann noch ein weiteres Theorem des metronischen Rotors abgeleitet werden. Der kombinierte Selektor $\mathrm{ROT_L\,GRAD_L}$ kann offenbar als Tensorselektor vom 2. Grad nur auf metronische Skalarfelder wirken, doch gilt für seine Komponentendarstellung $(\mathrm{ROT_L\,GRAD_L})_{ik} = \delta_i \delta_k - \delta_k \delta_i = (\delta_i \times \delta_k)_-$, doch wurde bei der Deduktion des partiellen Metrondifferentials das Theorem $(\delta_i \times \delta_k)_- = 0$ abgeleitet, so daß $\mathrm{ROT_L\,GRAD_L} = {}^2\bar{0}$ gilt. Für diese speziellen Selektoren der Gleichung Mb gelten demnach die Theoreme

$$\mathrm{Im\,ROT_L} = {}^2\bar{0}, \quad \mathrm{sp\,ROT_L} = 0.$$
$$\overline{\mathrm{DIV}}_\mathrm{L}\,\mathrm{ROT_L} = \mathrm{DIV_L\,GRAD_L} - \mathrm{GRAD_L\,DIV_L}.$$
$$\mathrm{DIV_L}\,\overline{\mathrm{DIV}}_\mathrm{L}\,\mathrm{ROT_L} = 0, \quad \mathrm{ROT_L\,GRAD_L} = {}^2\bar{0} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \mathrm{Mc}.$$

Ganz entsprechend können auch einige metronische Integraltheoreme entwickelt werden. Mit $\bar{n} = \sum_{i=1}^{L} \bar{e}_i n_i = (\sum_{i=1}^{L} \bar{Z}(i)); n$ und $\bar{n} = \bar{N}; n$, also $\bar{N} = \sum_{i=1}^{L} \bar{Z}(i)$ wird $\delta\bar{N} = \sum_{i=1}^{L} \delta\bar{Z}(i) = \sum_{i=1}^{L} \delta_i \bar{Z}(i) = \sum_{i=1}^{L} \bar{e}_i \delta_i(\,)_i$, oder $\delta\bar{N}; n = \sum_{i=1}^{L} \bar{e}_i$ wegen $Z(i); n = n_i$ und $\delta_i n_i = 1$. Es gilt daher, wenn ein normiertes Orthogonalsystem $(\bar{e}_i \bar{e}_k)_L = \hat{E}$ vorausgesetzt wird und ϕ der skalare Feldselektor der metronischen Funktion $\varphi = \phi; n$ ist, $\mathrm{GRAD_L}\,\phi\delta\bar{N} = \sum_{i=1}^{L} \delta_i \phi = \delta\phi$, so daß die Bildung des Metronintegrals möglich wird. Da die Grenzen des metronischen Integrationsvorganges als Konstante festliegen, wird $S\delta\phi; n = \mathrm{const}$ und dies bedeutet $S(\mathrm{GRAD_L}; \phi\delta N); n = \mathrm{const}$ für alle n. Ein anderes Theorem ergibt sich, wenn $\delta\Omega(L) = \prod_{k=1}^{L} \delta_k n_k = (\prod_{k=1}^{L} \delta_k Z(k)); n$ und $\delta\Omega(L) = \delta V; n$ gesetzt wird, und $\bar{\phi}$ ein vektorieller Feldselektor ist. In diesem Fall kann $\mathrm{DIV_L}\,\bar{\phi}\,\delta V = \sum_{j=1}^{L} \delta_j \phi_j \delta_j Z(j) \prod_{k=1}^{j-1} \delta_k Z(k) \prod_{j+1}^{L} \delta_k Z(k) = \sum_{j=1}^{L} \bar{e}_j \delta_j \phi_j \delta_j Z(j) \sum_{k=1}^{L} \bar{e}_k \delta V_k$

mit $\delta V_k = \prod_{l=1}^{k-1} \delta_l Z(l) \prod_{k+1}^{L} \delta_l Z(l)$ gebildet werden. Kennzeichnet $\Omega(L-1)$ die $(L-1)$- dimensionale Hyperfläche des R_L, dann kann das L- fache Metronintegral über $(DIV_L \bar{\phi} \delta V);n$ erstreckt werden. Mit der Kürzung $\underset{\Omega(L)}{S} = \underset{n_1}{S} \ldots \underset{n_L}{S}$ wird dann

$$\underset{\Omega(L)}{S} (DIV_L \bar{\phi} \delta V);n = \underset{\Omega(L-1)}{S} (\delta \bar{V} S \sum_{i=1}^{L} \delta_i \sum_{k=1}^{L} \bar{e}_k \phi_k);n =$$

$$= \underset{\Omega(L-1)}{S} (\delta \bar{V} S \sum_{i=1}^{L} \delta_i \bar{\phi});n = \underset{\Omega(L-1)}{S} (\bar{\phi} \delta \bar{V});n \text{ wenn } \delta \bar{V} = \sum_{k=1}^{L} \bar{e}_k \delta V_k$$

verwendet wird. Es folgt demnach das Selektortheorem

$\underset{\Omega(L)}{S} DIV_L \bar{\phi} \delta V = \underset{\Omega(L-1)}{S} \bar{\phi} \delta \bar{V}$. Es kann noch formal ein weiteres metronisches Integraltheorem hinsichtlich des metronischen Rotors abgeleitet werden. Mit $|\delta \bar{f}_j| = \delta_i n_i \delta_k n_k$ mit $i \neq k \neq j$, also $\delta^2 \bar{F};n = \delta^2 \bar{f}$ mit $\binom{L}{2}$ Komponenten folgt, da $ROT_L;\bar{\phi}$ die gleiche Komponentenzahl hat, bei skalarer Multiplikation die Skalargröße

$$(ROT_L \bar{\phi} \delta^2 \bar{F});n = \sum_{i,k=1}^{L} (\delta_i \phi_k - \delta_k \phi_i);n \delta_i n_i \delta_k n_k =$$

$$= \sum_{k=1}^{L} \delta_k \sum_{l=1}^{L} \bar{e}_l \phi_l;n \sum_{i=1}^{L} \bar{e}_i \delta_i n_i \text{ und dieser Ausdruck kann zweifach}$$

metronisch integriert werden. Es folgt $\underset{f}{S} (ROT_L \bar{\phi} \delta^2 \bar{F});n =$

$$= S \delta \bar{n} S \sum_{i=1}^{L} \delta_i \bar{\phi};n = S(S \delta \bar{\phi};n) \delta \bar{n} = S \bar{\phi};n \delta \bar{n} = S(\bar{\phi} \delta \bar{N});n, \text{ also der me-}$$

tronintegrale Selektorzusammenhang $S\,S\,ROT_L \bar{\phi} \delta^2 \bar{F} = S \bar{\phi} \delta \bar{N}$. Die metronischen Integraltheoreme können in dem System

$$S(GRAD_L \phi \delta \bar{N});n = \text{const}, \qquad \underset{\Omega(L)}{S} DIV_L \bar{\phi} \delta V = \underset{\Omega(L-1)}{S} \bar{\phi} \delta \bar{V},$$

$$S\,S\,ROT_L \bar{\phi} \delta^2 \bar{F} = S \bar{\phi} \delta \bar{N}, \qquad \delta \bar{N} = \sum_{i=1}^{L} \delta_i \bar{Z}(i),$$

$$\delta V = \prod_{k=1}^{L} \delta_k Z(k), \quad \delta \bar{V} = \sum_{j=1}^{L} \bar{e}_j \delta V_j, \quad \delta V_j = \prod_{k=1}^{j-1} \delta_k Z(k) \prod_{j+1}^{L} \delta_k Z(k),$$

$$\bar{e}_i \bar{e}_k)_L = \hat{E}, \quad \delta^2 \bar{F} = [\delta_i Z(i) \delta_k Z(k)]_L \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad N$$

zusammengefaßt werden. All diese Theoreme, die differentiell in Mc und integral in N enthalten sind, bilden die metronischen Analogien zu den entsprechenden differentiellen und integralen tensoranalytischen Sätzen der infinitesimalen Analysis. In Analogie zu den infinitesimalen Operatorgleichungen muß es nach dem Vorangegangenen auch Selektorgleichungen geben, deren Analyse jedoch eine, die metronische Analysis ergänzende Theorie transzendenter metronischer Funktionen vorangestellt werden muß.

Eine derartige Analyse transzendenter Funktionen kann ohne Schwierigkeiten durchgeführt werden, wenn man zunächst den Begriff des Logarithmus und der Exponentialfunktion untersucht und eine Betrachtung trigonometrischer Funktionen bzw. der Hyperbelfunktionen anschließt. Selektorgleichungen liegen hingegen immer vor, wenn Funktionalselektoren durch irgendwelche Relationen miteinander in Zusammenhängen stehen. Die allgemeinste Form einer totalen differentiellen Selektorgleichung wird durch einen Funktionalselektor bestimmt, der Metrondifferentiale bis zur Ordnung $1 \leqq \nu \leqq N$ mit $1 \leqq \kappa \leqq T$ Selektoren p_κ in Zusammenhang setzt, derart, daß Potenzen von den Graden $0 \leqq \mu \leqq M \neq N \neq T$ auftreten. Derartige allgemeine totale differentielle Selektorbeziehungen der Ordnung N vom Grade M sind dabei im allgemeinen inhomogener Art, doch können bei der metronischen Integration Homogenisierungsverfahren angewendet werden. Allgemeine Integrationsregeln können nicht entwickelt werden, so daß jede differentielle Selektorgleichung individuell behandelt werden muß, aber es besteht immer die Möglichkeit der Transformation und der Substitution. Liegen dagegen tensorielle Selektorgleichungen beliebigen Tensorgrades vor, oder handelt es sich um partielle Selektorgleichungen über einem vieldimensionalen Argument, dann muß zur Lösung stets ein ganzes System partieller Selektorgleichungen vorgegeben sein.

3. Selektortheorie primitiv strukturierter Tensorien.

Bevor eine metrische Theorie entwickelt werden kann, wird eine Erweiterung der Begriffsbildung des metronischen Tensoriums, und eine Untersuchung über die möglichen Dimensionen metronischer Tensorien erforderlich. Ist das Metron durch $\tau>0$ in einem R_p als Element gegeben, dann werden diese Metronen durch die $(p-1)$ - dimensionalen Hyperflächen $x_p = y(x_i)_1^{p-1}$ begrenzt, welche mit einem Scharparameter t die Hyperflächenschar $f(x_i t)_1^p = 0$ in euklidischer Form in R_p bilden, derart, daß die Bedingung des stetigen Anschlusses der p -dimensionalen Metronen $\tau>0$ erfüllt ist. Der zu jedem von τ zugelassene t-Wert, auf diese Weise koordinierte R_p, muß dann hinsichtlich eines Volumens ein ganzzahlig Vielfaches von τ sein, was eine ganzzahlige Koordinatenteilung der $1\leqq i\leqq p$ Koordinaten x_i gemäß $x_i(n)$ zur Folge hat. Die ganzzahlige Folge n läuft dabei im metronischen Bereich $1\leqq n\leqq N$, während die p Raster $x_i(n) = x_{(i)n}$ als einfaches primitiv strukturiertes metronisches Tensorium bezeichnet werden. Ein solches einfaches Tensorium ist also immer p - dimensional und wird von p Koordinaten $x_{(i)n}$ aufgespannt, welche als metronische Raster zahlentheoretische Funktionen der ganzzahligen Metronenziffer n sind. Im expliziten Fall ist dies wegen $\int_\omega \prod_{i=1}^{p} dx_i = n\tau$ evident, doch muß im impliziten Fall $f(x_i,t)_1^p = 0$ der Parameter t eliminiert werden. Hierbei wird $df = 0$, also $\sum_{i=1}^{p} \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i + \dot{f} dt = 0$ mit der partiellen Parameterableitung $\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial t}$ verwendet. Dieses totale Differential gestattet dann immer $\prod_{i=1}^{p} dx_i$ unter Elimination von t, so daß die Dimensionszahl p, und wegen $\int_\omega \prod_{i=1}^{p} dx_i = n\tau$ die Rasteraufteilung $x_{(i)n}$ auch im impliziten Fall $f = 0$ gewahrt bleibt. Alle diese einfachen metronischen Tensorien sind euklidische Hyperflächen R_p innerhalb eines R_{p+1}, doch werden sie zu beliebigen metrischen Strukturen in diesem $R_{p+1} \equiv V$, wenn der Schar-

parameter t als weitere Dimension $t = z$ eingeführt wird. $f(x_i)_1^{p+1} = 0$ mit $z = x_{p+1}$ ist dann die allgemeinste Form einer Hyperfläche im V deren Projektion auf eine der p - dimensionalen Koordinatenhyperebenen durch Identifikation der nicht in dieser Hyperebene enthaltenen Koordinate mit einem Parameter erfolgt. Dieser Parameter erscheint seinerseits in der Hyperebene als Scharparameter einer Schar von $(p-1)$ - dimensionalen Hyperflächen, die als Niveauflächen zu interpretieren sind. Ein solcher Scharparameter muß dann das metrische Verhalten der p - dimensionalen Struktur des V wiedergeben, welche in die gleichdimensionale Hyperebene projiziert wurde. Werden diese Projektionsparameter mit η_k bezeichnet, dann folgt für die $1 \leqq k \leqq p$ Projektionen $f_k(x_i)_1^p = \eta_k = \text{const.}$ Dieses System von p Hyperflächen, beschrieben im x_i - Bereich kann auch auf den η_k - Bereich regulär abgebildet werden, wenn die f_k eindeutig sind, so daß ihre Inversen F_k existieren. Eine Inversion liefert $x_i = F_i(\eta_k)_1^p$, was wiederum einer Beschreibung von p Hyperflächen gleichkommt, die nunmehr aber auf einen η_k - Bereich bezogen worden sind, während die x_i nur noch die Eigenschaften von Parametern haben. Da immer die Möglichkeit besteht, die $(p-1)$ - dimensionale Hyperfläche $x_p(x_i)_1^{p-1} = x_p$ zu einer euklidischen Schar $f(x_i,t)_1^p = 0$ zu ergänzen, und da weiter mit $t = x_{p+1}$ diese Hyperflächenschar zu einer beliebigen Hyperfläche $f(x_i)_1^{p+1} = 0$ im V wird, muß geschlossen werden, daß $f = 0$ wegen der Metronisierung des Volumens $F = n\tau$ dieser Hyperfläche eine allgemeine metrische Strukturierung des einfachen metronischen Tensoriums beschreibt. Ist $f = 0$ ein metronisches Tensorium, so muß gefordert werden, daß die Grenze des metronischen Bereiches, also die höchstmögliche Metronenziffer, eine Invariante gegen Koordinatentransformationen η_k ist, wenn nicht bei einer Deformation der Hyperfläche Metronen entstehen oder vergehen sollen. Da aber Koordinatentransformationen nur Änderungen des Aspektes sind, und bloße Änderungen dieses Aspektes unmöglich eine derart fundamentale Konstante τ ändern können, ist diese Invarianz der Metronenziffer evident.

Alle metronischen Funktionen $\varphi(n)$, deren metronisches Argument eindimensional ist, sind demnach geometrisch als Zustandsfunktionen interpretierbar, die jedem Element, also jedem Metron eines einfachen, durch n gekennzeichneten Tensoriums einen metrischen Zustandswert φ zuordnet, der sich unstet mit den Metronenziffern n ändert. Dieser Begriff der metronischen Funktion und des einfachen metronischen Bereiches muß neben der metrischen noch eine dimensionelle Erweiterung erfahren, denn jede metronische Funktion ist als zahlentheoretische Funktion ganzzahliger Indizes immer als Zahlenfolge interpretierbar, doch gibt es neben den einfachen Folgen $L = 1$ auch mehrfache Zahlenfolgen $L>1$ und demzufolge metronische Funktionen $\varphi(n_i)_1^L$, die von L metronischen Argumenten n_i abhängen. Jede Folge n_i des Argumentes aber kennzeichnet eine Folge von Metronen, also ein einfaches metronisches Tensorium $n_i \equiv (\xi_{(i)k})_{k=1}^p$, weil von τ die Dimensionszahl p ist. Auch sind die $\xi_{(i)k}$ immer geodätische Koordinaten des betreffenden Tensoriums n_j, weil nach dem Fundamentalsatz der Metronentheorie alle Metronen geodätisch begrenzt sind und dem Prinzip des stetigen Anschlusses genügen. Diese geodätischen Koordinaten bilden nach dem Vorangegangenen grundsätzlich ein geodätisches metronisches Gitter $\xi_{(i)k}(n_i)$, was wegen $\tau>0$ nur von der ganzzahligen Metronenziffer n_i des einfachen Tensoriums bestimmt wird. Demnach besteht die Möglichkeit, da jede Folge n_i des L-dimensionalen metronischen Argumentes ein einfaches Tensorium darstellt, $\varphi(n_i)_1^L = \varphi((\xi_{(i)k})_{k=1}^p)_1^L$ zu setzen, was nach Einführung eines allgemeinen Koordinatensystems geometrisch zu der Darstellung $\varphi(n_i)_1^L = \varphi(x_k)_1^{pL}$ führt. Diese pL Koordinaten x_k können aber unmöglich alle voneinander unabhängig sein, d.h. pL ist trotz der formalen Übereinstimmung mit Gleichung 15b im allgemeinen nicht mit der Dimensionszahl N des R_N identisch, in welchem das L-fache metronische Tensorium geometrisch dargestellt werden kann. Jeder Folge der $1 \leqq i \leqq L$ Metronenziffern entspricht dabei ein R_p als einfaches metronisches Tensorium, d.h. der das L-fache Tensorium darstellende R_N muß hinsichtlich N so beschaffen sein,

daß in ihm L voneinander unabhängige R_p enthalten sein kön-
nen. Die Bedingung hierfür lautet aber $L = \binom{N}{p}$. Diese Beziehung ist eine Auswahlregel für $L \geqq 1$, denn für N gilt die Auswahlregel 15b. Das L - fache metronische Argument von φ ist durch seine Diskontinuität charakterisiert, und diese metronische Diskontinuität muß auch den R_N kennzeichnen, in welchem die metrische Darstellung des L - fachen Argumentes von $\varphi(n_i)_1^L$ erfolgt. Insbesondere muß eine Volumendiskontinuität im R_N vorliegen, aus welcher sich die Auswahlregel $N = pM$ der Gleichung 15b ergeben hat. Substitution in $L = \binom{N}{p}$ liefert dann das Auswahlprinzip für die Zahl L der im R_n möglichen einfachen metronischen Tensorien, nämlich $L = \binom{pM}{p}$, so daß die metronische Darstellung des L-fachen metronischen Tensoriums im R_N stets auf

$$\varphi(n_i)_1^L = \varphi(x_i)_1^N, \qquad L = \binom{N}{p} \qquad \ldots\ldots\ldots\

die Koordinaten ganz beliebig und ist im allgemeinen Fall, in Analogie zur metronischen Erweiterung des einfachen Tensoriums, das N - dimensionale Tensorium in beliebiger Weise nicht euklidisch strukturiert, so daß zwischen ko- und kontravarianten Koordinaten zu unterscheiden ist, dann gilt für die allgemeine Transformation in $x^{\underline{k}}$ - Koordinaten $\xi_i = \xi_i(x^{\underline{k}})_1^N$ und $d\xi_l = \sum_{k=1}^{N} \frac{\partial \xi_l}{\partial x^{\underline{k}}} dx^{\underline{k}}$, was für die Metrik, wenn zur Unterscheidung vom infinitesimalen Fall $\tau=0$ die kontravarianten Indizierungen für $\tau>0$ unterstrichen werden, $ds^2 = g_{i,k} dx^{\underline{i}} dx^{\underline{k}}$, oder hiermit identisch $ds^2 = g^{\underline{i},\underline{k}} dx_i dx_k$ ergibt; wobei zur Kürzung wiederum die Summationsregel $A_i B^{\underline{i}} = \Sigma A_{(i)} B^{(i)}$ gilt. Im allgemeinen kann dabei $g_{i,k} \neq g_{k,i}$ nichthermitesch sein. Der Übergang vom metrischen Kontinuum ${}^2\bar{g}(x_k)_1^N \neq {}^2\bar{g}^*$ zum diskontinuierlichen metrischen Tensorium hat also zunächst in einem Übergang von der infinitesimalen Differentialform der Metrik $ds^2 = g_{i,k} dx^{\underline{i}} dx^{\underline{k}}$ zur Differenzform $\Delta s^2 = g_{i,k} \Delta x^{\underline{i}} \Delta x^{\underline{k}}$ zu bestehen, und hierin ist die Existenz von $\tau>0$ zu berücksichtigen. Die Metrik Δs^2 beschreibt eine Flächendifferenz, die aber gegen Koordinatentransformationen stets invariant bleiben muß, und für deren untere Schranke daher $\Delta s^2 = (\delta s)^2 = f(p,\tau)$ gilt, derart, daß für $p=2$ stets $f=\tau$ wird. Es kann immer angenommen werden, daß die x_i die Koordinaten des strukturlosen R_N mit ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{E}$ sind, auf den die Struktur ${}^2\bar{g}(x^{\underline{i}})_1^N$ bezogen wird. Dies bedeutet aber, daß die charakteristischen x_i ein orthogonales metronisches Gitter äquidistanter geodätischer Geraden hinsichtlich des Bezugsraumes bilden. Hieraus folgt $\delta x_i = \sum_{k=1}^{N} \delta_k x_i = \alpha_i \sum_{k=1}^{N} \delta_k n_i = \alpha_i$, weil immer $\delta_k n_i = \delta_i n_k = \delta_{i,k}$ ist. Weiter ist auch $\delta x^{\underline{i}} = \alpha^{\underline{i}}$ und $\alpha_i = \kappa_i {}^p\sqrt{\tau}$ bzw. $\alpha^{\underline{i}} = \kappa^{\underline{i}} {}^p\sqrt{\tau}$, und die Faktoren $\Delta x^{\underline{i}} \Delta x^{\underline{k}}$ sind die Projektionen von Δs^2, was wegen $\lim \Delta s^2 = (\delta s)^2$ auch $\lim \Delta x^{\underline{i}} \Delta x^{\underline{k}} = \delta x^{\underline{i}} \delta x^{\underline{k}} = \kappa^{\underline{i}} \kappa^{\underline{k}} {}^p\sqrt{\tau^2}$ bedeutet. Diese metronischen Beziehungen können in die aus $\lim \Delta s^2 = \lim g_{ik} \Delta x^{\underline{i}} \Delta x^{\underline{k}}$ folgende metronische Metrik $(\delta s)^2 = g_{ik} \delta x^{\underline{i}} \delta x^{\underline{k}}$ eingesetzt werden, was mit der durch τ und p bestimmten Kon-

stanten $\alpha(p,\tau) = \sqrt[p]{\tau^{-2}}\, f(p,\tau)$ die Beziehung $\kappa^{\underline{i}}\kappa^{\underline{k}} g_{ik} = \alpha$ liefert. Hierin ist α so beschaffen, daß $\alpha(2,\tau) = 1$ wegen $f = \tau$ für $p = 2$ ist. Andererseits sind die metrischen Größen $g_{ik} = g_{ik}(x^l)_1^N$ insgesamt N^2 Tensorkomponenten, weil ${}^2\bar{g} \neq {}^2\bar{g}^*$ ist. Dieser metrische Fundamentaltensor aber kennzeichnet die metrischen Eigenschaften des metronischen Tensoriums und muß daher selbst eine tensorielle metronische Funktion sein, die von den L Folgen von Metronenziffern n_l mit $1 \leqq l \leqq L$ des Tensoriums abhängt. Demnach gilt ${}^2\bar{g}(x^{\underline{k}})_1^N = {}^2\bar{g}(n_l)_1^L$ und dieser metronische Fundamentaltensor wiederum kann nach dem Selektorbegriff durch einen tensoriellen Selektor vom zweiten Grad ${}^2\bar{\gamma}$ in die Form ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{\gamma};n$, oder in Komponentendarstellung $g_{ik} = \gamma_{ik};n$ gebracht werden. Mithin gilt für die metronische Darstellung der Metrik des Tensoriums $\kappa^{\underline{i}}\kappa^{\underline{k}}\gamma_{ik};n = \alpha = (\alpha\frac{()}{()}):n$, was zur Darstellung des Metrikselektors $\kappa^{\underline{i}}\kappa^{\underline{k}}\gamma_{ik} - \alpha\frac{()}{()} = 0$ führt. Hierin kann der metrische Fundamentalselektor ${}^2\bar{\gamma} \neq {}^2\bar{\gamma}^*$ in zweifacher Weise entstehen, nämlich entweder als Extension ${}^2\bar{\gamma} = \bar{\gamma} \times \bar{\gamma}$ aus einem vektoriellen Selektor, oder aber als Kontraktion ${}^2\bar{\gamma} = \mathrm{sp}\,{}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa}$ aus einem tensoriellen Selektor ${}^2\bar{\kappa}$. Ist ${}^2\bar{\gamma} \neq {}^2\bar{\gamma}^*$, also ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}_+ + {}^2\bar{\gamma}_-$ mit ${}^2\bar{\gamma}_+ = {}^2\bar{\gamma}_+^*$, und ${}^2\bar{\gamma}_- = -{}^2\bar{\gamma}_-^*$, dann muß auch ${}^2\bar{\kappa} \neq {}^2\bar{\kappa}^*$ im Fall der Kontraktion sein, während im Fall der Extension $(\gamma_i \times \gamma_k)_{\pm} \neq 0$ weder kommutativ, noch antikommutativ zu sein braucht. Die metronische Metrik eines Tensoriums wird also durch das System

$$
\begin{array}{llll}
{}^2\bar{g}(x^l)_1^N = {}^2\bar{\gamma}(Z^{\underline{k}})_1^N;n, & \kappa^{\underline{i}}\kappa^{\underline{k}}\gamma_{ik} - \alpha(p,\tau)\frac{()}{()} = 0, & & \\
\alpha(p,\tau) \neq 1,\ p \neq 2, & {}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}_+ + {}^2\bar{\gamma}_- \neq {}^2\bar{\gamma}^*, & {}^2\bar{\gamma} = \bar{\gamma} \times \bar{\gamma}, & \\
(\gamma_i \times \gamma_k)_{\pm} \neq 0, & {}^2\bar{\gamma} = \mathrm{sp}\,{}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa}, & {}^2\bar{\kappa} \neq {}^2\bar{\kappa}^* \ \ldots\ldots\ldots & P
\end{array}
$$

beschrieben.

Zur Analyse des Metrikselektors $\kappa^{\underline{i}}\kappa^{\underline{k}}\gamma_{ik} - \alpha\frac{()}{()} = 0$ muß festgestellt werden, daß die einzelnen Summanden von α Projektionen von $(\delta s)^2$ auf die Koordinatenebenen sind, von denen es $\binom{N}{2}$ im

R_N gibt. Dies bedeutet aber, daß in diesen Summanden auch Richtungsgrößen enthalten sein müssen, weil zu jeder Projektion eine Richtung und ein Richtungssinn gegeben sein muß. Die Faktoren $\kappa^{\underline{i}}$ sind nur diejenigen Faktoren, welche den metronisierten algebraischen Zahlenkörper $x^{\underline{i}}$ kennzeichnen. Wird gefordert, daß eine Invarianz gegen grundsätzlich alle regulären Transformationen vorliegt (wobei die Eindeutigkeit nicht notwendig gefordert zu werden braucht), dann bedeutet dies für das quadratische Schema $\hat{\kappa} = (\kappa^{\underline{i}} \kappa^{\underline{k}})_N$ die Eigenschaft $\mathrm{def}\hat{\kappa} = 0$ und $\mathrm{rg}\hat{\kappa} = N$, was aber nur möglich ist, wenn $|\hat{\kappa}|_N \neq 0$ gilt. Wird weiter ${}^2\bar{\gamma}$ in der Form ${}^2\bar{\gamma} = \bar{\gamma} \times \bar{\gamma}$ oder $\gamma_{ik} = \gamma_i ; \gamma_k$ dargestellt, dann folgt für die Hermitesierung bzw. Antihermitesierung unmittelbar $\gamma_{\pm ik} = \frac{1}{2}(\gamma_i \times \gamma_k)_\pm$. In α kommt es wegen der Summation jedoch wie bei der infinitesimalen nichthermiteschen Metrik zu einer Kompensation der antihermiteschen Summanden. Insgesamt wird dieser Sachverhalt in

$$\hat{\kappa} = (\kappa^{\underline{i}} \cdot \kappa^{\underline{k}})_N, \quad |\hat{\kappa}|_N \neq 0, \quad {}^2\bar{\gamma} = \bar{\gamma} \times \bar{\gamma}, \quad \gamma_{\pm ik} = \frac{1}{2}(\gamma_i \times \gamma_k)_\pm,$$

$$\kappa^{\underline{i}} \kappa^{\underline{k}} (\gamma_i \times \gamma_k)_+ - 2\alpha \frac{()}{()} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{Pa}$$

zusammengefaßt, wobei immer $\hat{\kappa} = \hat{\kappa}^*$ symmetrisch ist, weil die Elemente die kommutativen Produkte von Zahlenfaktoren sind. Durch die Gleichungen O bis Pa werden alle metrischen Eigenschaften eines primitiv strukturierten metronischen Tensoriums im R_N wiedergegeben. Der metronischen Beschreibung im L - fachen Tensorium ist offensichtlich die geometrische Darstellung im R_N völlig äquivalent. Diese Darstellung im R_N kann daher stets für metrische Untersuchungen verwendet werden, zumal wegen ${}^2\bar{g} \neq {}^2\bar{g}^*$ die gleichen Beziehungen gelten wie im kontinuierlichen R_n, doch muß immer berücksichtigt werden, daß die Koordinaten im R_N zahlentheoretische Funktionen sind, die sich nicht stetig ändern. Nach der Forderung des stetigen Anschlusses aller Metronen können die Metronen eines einfachen Tensoriums nur von geodätischen Linien begrenzt werden. Im R_N gibt es unter allen nach Pa zugelassenen Koordinatensystemen ein System geodätischer Koordinaten. Die geodätischen Linien werden immer durch

Bayerische Staatsbibliothek München

$\ddot{x}^i + \Gamma^i_{k,l}\, \dot{x}^k\, \dot{x}^l = 0$ im nichtgeodätischen System x^k beschrieben. Sind die ξ^k geodätisch, dann gilt $\ddot{\xi}^i = 0$, oder $\Gamma^i_{k,l} = 0$, was soviel wie ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{a} = \text{const}$ bedeutet. Der metrische Fundamentaltensor liefert dann für alle n gemäß ${}^2\bar{\gamma};n = {}^2\bar{a}$ einen konstanter Wert.

Für eine Volumendifferenz gilt im R_N mit ${}^2\bar{g} \neq {}^2\bar{g}^* \neq {}^2\bar{E}$ bezogen auf die für ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{E}$ geodätischen Koordinaten x^k die Beziehung $\Delta V = w \prod_{k=1}^{N} \Delta x^k$, wenn $w^2 = |g|$ und $g = |{}^2\bar{g}|_N$ ist. Metronisch ist immer $\lim \Delta x^k = \delta x^k = \alpha^k = \kappa^k\, {}^p\sqrt{\tau}$, also $\lim \Delta V = |\delta V = \lim w \prod_{k=1}^{N} \Delta x^k = w\, {}^p\sqrt{\tau^N} \prod_{k=1}^{N} \kappa^k$. Weil nach der Auswahlregel 15b aber $N = pM$ ist, und $\prod_{k=1}^{N} \kappa^k = \kappa = \text{const}$ in jedem Fall gesetzt werden kann, gilt für das metronische Volumenelement des R_N, wenn dieser Raum mit p - dimensionalen Metronen $\tau > 0$ und $p \leqq N = pM$ metronisiert wurde, $\delta V = \kappa\, \tau^M\, w$, d.h., δV ist eine von der metrischen Determinante abhängige Funktion. Mit $\gamma;n = |{}^2\bar{\gamma}|_N;n = w^2$ folgt also für das integrale Volumen des Tensoriums

$$\gamma;n = |{}^2\bar{\gamma}|_N;n = w^2, \qquad w = W;n, \qquad V = \kappa\, \tau^M\, SW;n\delta n,$$

$$\kappa = \prod_{k=1}^{N} \kappa^k \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ Q$$

Wird auf das metronische Gitter geodätischer Koordinaten ξ^k transformiert, dann wird ${}^2\bar{\gamma};n = \text{const}$ und damit auch $W;n = \text{const}$, was in Gleichung Q eingesetzt $V \sim n\, \tau^M$ zur Folge hat. In diesem Fall wird V zum ganzzahligen Vielfachen der konstanten Elementarzelle $\delta V \sim \tau^M$ mit $M = \frac{N}{p}$, wobei die Eigenschaften des R_N in dem Proportionalitätsfaktor enthalten sind. Nur im euklidischen Fall ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{E}$ nimmt dieser Faktor den Wert 1 an, so daß hier $\delta V = \tau^M$ oder $\delta V = \tau$ für $p = N$ wird.

Die auf diese Weise beschriebenen L - fachen metronischer Tensorien im metrischen R_N sind noch der Einschränkung der primitiven Strukturierung unterworfen, d.h., die L einfacher

Tensorien bestehen jeweils nur aus einer Folge von Metronen, die nach der Forderung des stetigen Anschlusses einander angepaßt sind. Auch im Fall eines nichteuklidischen R_p besteht das einfache primitiv strukturierte Tensorium nur aus einer Folge geodätisch begrenzter Metronen in Form eines geodätischen Hyperflächenstreifens. Bei tatsächlichen Tensorien müssen dagegen Hyperstrukturen vorliegen, derart, daß die einfachen Tensorien Scheinstrukturen in Form metronischer Gitter aufweisen, welche durch geodätische Gitter (die durch die metrische Struktur bestimmt sind) begrenzt werden. Eine diesbezügliche Erweiterung des Begriffes vom metronischen Tensorium ist daher noch im Rahmen der Metronentheorie durchzuführen.

4. Metronische Hyperstrukturen und Metronisierungsverfahren.

Das im vorangegangenen untersuchte L - fache metronische Tensorium, welches metrisch im R_N mit $N = pM$ insgesamt $L = \binom{N}{p}$ voneinander unabhängige R_p aufspannt, ist trotz seiner beliebigen metrischen Struktur ${}^2\bar{g} \neq {}^2\bar{g}^*$ im R_N primitiv strukturiert; denn die L einfachen Tensorien R_p bestehen nur aus einfachen geodätisch begrenzten Metronenfolgen, und bilden daher nur einfache geodätische Hyperflächenstreifen. Tatsächlich können aber in einem R_N die metronischen Tensorien niemals einfache Metronenfolgen sein, wenn der ganze R_N — der Voraussetzung entsprechend — vollständig metronisiert sein soll. Es muß vielmehr eine Summe solcher einfacher Folgen einen Bereich R_p ausfüllen, derart, daß jedes Tensorium R_p, also jede Metronziffer n_i mit $1 \leqq i \leqq L$ eine p - fache Metronenfolge sein muß, was der p - Dimensionalität entspricht. Wenn also in einer Abstraktion die Begriffsbildung des primitiv strukturierten Tensoriums erweitert wird, dann erscheint jedes beliebig erstreckte einfache Tensorium R_p des R_N in Form einer metronischen Feinstruktur als metronisches Gitter. Zugleich ist der R_N im allgemeinsten Fall aber noch einer metrischen Strukturierung unterworfen, welche das metri-

sche Verhalten eines jeden R_p bestimmt. Nach der Forderung de stetigen Anschlusses aller Metronen müssen daher die Einzelele mente τ eines jeden R_p durch geodätische Linien begrenzt wer den, derart, daß eine geodätische metrische Netzstruktur als Aus druck des metrischen Verhaltens die metronische Feinstruktu eines jeden R_p im R_N trägt. Auf diese Weise erhält das metroni sche Tensorium eine metronische Hyperstruktur im R_N, welche die allgemein gültige Fassung des Begriffes eines metronischen Ten soriums darstellt.

Zunächst werde das Verhalten eines R_p mit Hyperstruktur un tersucht. Dimensionell sind in dieser einfachen metronischen Hyper struktur $M=1$ also $N=p$ und $L=1$. Für $M>1$ ist nach Gleichung Q immer $\delta V = \alpha \tau^M$ mit dem metrischen Faktror α. Ist aber $M=1$ so muß grundsätzlich der Orientierung entsprechend $\delta V = \pm\tau$, alsc $\alpha = \pm 1$ sein, denn $\tau > 0$ muß wegen der vorausgesetzten Eigen schaft eine universelle Konstante zu sein, gegen jede metrische De formation und jede Koordinatentransformation invariant bleiben denn anderenfalls wäre τ keine Konstante dieser Art, was aber im Widerapruch zur Voraussetzung steht. Es ist $\alpha = \pm 1$ aber nur für $M = 1$ eine vom metrischen Verhalten unabhängige Eigenschaft denn für alle $M>1$ kann $\alpha \neq \pm 1$ bleiben und wird von der me trischen Struktur bestimmt. Wird zum Beispiel aus dem R_N mit $M>1$ in den R_{N-1} projiziert, dann gilt $\delta V' = \alpha' \tau^M$ im R_N und $\delta V = \alpha \tau^{\frac{1}{p}(N-1)}$ in der Projektion, also $\frac{\delta V'}{\delta V} = \frac{\alpha'}{\alpha} \sqrt[p]{\tau}$. Ande rerseits gilt aber $\frac{\delta V'}{\delta V} = \delta x$, wenn x die bei der Projektion verlo rengegangene Koordinate ist. Für ihr metronisches Element kann aber immer $\delta x = \kappa_x \sqrt[p]{\tau}$ mit $|\kappa_x| = 1$ angenommen werden, was im Vergleich $\alpha' = \alpha\kappa_x$ liefert. Da in den metrischen Größen nach Gleichung Q immer w enthalten ist, und α für die Projek tion gilt, muß auch $w' = w$ sein. $w' = \pm 1$ wird immer im euklidi schen Fall erreicht, doch gilt offenbar $\alpha' = w' = \pm 1$ immer dann, wenn darüber hinaus noch $M = 1$, also $N = p$ angenommen wird. Mit $M = 1$ wird also der R_p und damit der R_N zu einer einfa chen metronischen Hyperstruktur, weil nunmehr parallele primi tiv strukturierte Tensorien den ganzen $R_p \equiv R_N$ wegen $p = N$

ausfüllen. Wie auch immer die metrische Beschaffenheit dieser einfachen Hyperstruktur ist, für ihre metronischen Elemente muß grundsätzlich $\delta V = \tau$ wegen der metronischen Invarianz und $\alpha = \pm 1$ gelten. Alle diese Metronen müssen jedoch geodätisch begrenzt sein, so daß ein geodätisches Gitter den R_p metrisch bestimmt. Zur Analyse einer allgemeinen Hyperstruktur $M>1$ wird zunächst eine Präzisierung des Feinstrukturbegriffes der L einfachen Tensorien R_p notwendig, die den R_N aufbauen. Wegen der p - Dimensionalität eines jeden R_p wäre also die Feinstruktur dadurch gekennzeichnet, daß die Metronenziffern n_i nicht einfache Zahlenfolgen sind, sondern jeweils p - fache Folgen bilden; das heißt, jede Folge n_i ist zu einer zahlentheoretischen Funktion zu ergänzen, welche von p ganzzahligen Indizes $k_l^{(i)} \geqq 1$ mit $1 \leqq l \leqq p$ gemäß $n_i(k_l^{(i)})_1^p$ abhängt, so daß jedes Metron im R_p durch p ganze Zahlen $k_l^{(i)}$ festgelegt wird. Dieses Zuordnungsgesetz n_i innerhalb der einfachen Hyperstrukturen i des R_N (allgemeine Hyperstruktur) wird im wesentlichen durch den Definitionsbereich $P_l^{(i)} \leqq k_l^{(i)} \leqq Q_l^{(i)}$ dieser Feinstrukturziffern, also die metrische Begrenzung der einfachen Hyperstruktur i im zugehörigen R_p bestimmt. Nach der Selektortheorie könnte also $n_i(k_l^{(i)})_1^p = c_i;n$ durch einen Selektor, den sogenannten Feinstrukturselektor, $c_i = c_i(\kappa_l^{(i)})_1^p$ ausgedrückt werden, der auf jeden Fall ein kombinierter Funktionalselektor ist, dessen p - dimensionales Selektorargument $\kappa_l^{(i)}$ immer p Koordinatenselektoren enthalten muß, weil die $k_l^{(i)}$ unabhängig voneinander die ganzen Zahlen ihrer Definitionsbereiche $P_l^{(i)} \leqq k_l^{(i)} \leqq Q_l^{(i)}$ durchlaufen. Mit diesem Feinstrukturselektor erfährt der Begriff des metronischen Feldes $\varphi(n_i)_1^L$ eine Erweiterung; denn es gilt $\varphi(n_i)_1^L = \varphi(c_i;n)_1^L = \phi;n$ mit dem kombinierten Funktionalselektor $\phi = \phi(K_k)_1^G$, wobei die $G \neq L$ Funktionalselektoren ($G = L$ ist auch möglich), die L Feinstrukturselektoren c_i enthalten. Die Feinstrukturen der einfachen Tensorien R_p einer L - fachen Hyperstruktur im R_N werden demnach beschrieben durch

$$n_i(k_l^{(i)})_1^p = c_i;n. \qquad P_l^{(i)} \leqq k_l^{(i)} \leqq Q_l^{(i)}, \qquad c_i = c_i(\kappa_l^{(i)})_1^p, \qquad \kappa_l^{(i)};n = k_l^{(i)},$$

$$\varphi(n_i)_1^L = \varphi(c_i;n)_1^L = \phi;n, \qquad \phi = \phi(K_k)_1^G \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad R$$

Hierin wird der Selektor ϕ als Feldselektor bezeichnet, weil er durch sein Auswahlgesetz das metronische Feld φ in allgemeinen metronischen Tensorien hinsichtlich seines Verlaufes beschreibt. Die Feinstrukturgleichung R allein kann noch nicht die Hyperstruktur beschreiben; denn hierfür ist noch eine metrische Untersuchung erforderlich. Die L einfachen Tensorien n_i sind in einem $N = pM$ - dimensionalen Raum R_N geometrisch darstellbar, wenn L der Auswahlregel $L = \binom{N}{p}$ genügt. Dieser R_N hat dabei im allgemeinen Fall die metrische Struktur ${}^2\bar{g}(x^{\underline{k}})_1^N \neq {}^2\bar{g}^*$, wenn er auf beliebige kontravariante Koordinaten $x^{\underline{k}}$ bezogen wird. Diese notwendige metrische Untersuchung muß im allgemeinsten Fall auf eine metronische Theorie der Strukturkomposition hinauslaufen; denn in infinitesimaler Approximation $\tau \to 0$ ist die allgemeinste metrische Beschreibung des R_N durch die Strukturkomposition gegeben. Besteht das Kompositionsfeld aus $M = \omega \geqq 1$ Strukturtensoren, dann bleibt das Gesetz $N = p\omega$ für $\tau > 0$ gültig, weil diese Dimensionsbeziehung von der inneren Beschaffenheit des Tensoriums nicht abhängt, sondern allein auf die Eigenschaft der Infinitesimalmetrik zurückgeht, eine homogene quadratische Differentialform zu sein. Die metronische Metrik ist aber ebenfalls eine solche quadratische Form, woraus unmittelbar folgt, daß $N = p\omega$ auch für metronische Strukturkompositionen gilt. Die metrische Struktur des R_N bedingt die Begrenzung seiner metronischen Elemente; denn nach der Forderung des stetigen Metronenanschlusses müssen die metronischen Elemente geodätisch begrenzt werden. Für die Gleichungen aller geodätischen Linien gilt aber in der Parameterdarstellung $\ddot{x}^{\underline{i}} + \Gamma^i_{k,l}\, \dot{x}^{\underline{k}}\, \dot{x}^{\underline{l}} = 0$ mit $1 \leqq (i,k,l) \leqq N$ im Kompositionsfeld des R_N und diese geodätischen Linien bilden das metrische Netz, dessen die Metronen begrenzende Linien das metronische Gitter des R_N aufspannen und seine Hyperstruktur bestimmen. Werden die $x^{\underline{k}}$ einer regulären Transformation $x^{\underline{k}}(\xi^{\underline{l}})_1^N$ unterworfen, derart, daß im $\xi^{\underline{l}}$ - System $\ddot{\xi}^{\underline{l}} = 0$, also $\Gamma^i_{k,l} = 0$

und daher ${}^2\bar{g} = \text{const}$ wird, dann wird dieses ξ^1 - System vom metrischen Netz der geodätischen Linien gebildet, so daß die metronische Hyperstruktur des R_N auf dieses System bezogen werden kann. Wird dieses System geodätischer Koordinaten ξ^1 zugrunde gelegt, so kommt es wegen der metronischen Gesamtstruktur zu einem Auswahlprinzip, das heißt, das Koordinatenkontinuum wird zu einem nicht mehr infinitesimalen metronischen Gitter, weil in den einzelnen R der Wert τ nicht unterschritten werden kann. Dies bedeutet aber, daß die $1 \leqq k \leqq N$ Koordinaten $\xi^{\underline{k}}$ selbst metronische Funktionen $\xi^{\underline{k}} = \xi^{\underline{k}}\,(n_i)_1^L$ werden, die durch die L Feinstrukturselektoren bestimmt sind, so daß die $\xi^{\underline{k}}$ selber durch kombinierte Funktionalselektoren $X^{\underline{k}}$, die sogenannten kontravarianten Hyperstrukturselektoren, ausgedrückt werden können. Offensichtlich finden diese Hyperstrukturselektoren ihren Ausdruck in den Feinstrukturselektoren und in dem metronischen Fundamentalselektor des Tensoriums (der auch die c_j enthalten muß), wie auch die Hyperstruktur selbst durch die Feinstruktur und die metrische Struktur bestimmt wird. Die metronische Hyperstruktur eines L - fachen metronischen Tensoriums im R_N wird beschrieben durch

$${}^2\bar{\gamma}\,;n = \text{const.} \qquad \xi^{\underline{k}} = X^{\underline{k}}\,;n, \quad 1 \leqq k \leqq N \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{Ra.}$$

Nur in bezug auf die Hyperstrukturselektoren, oder kurz Hyperselektoren X_l bezeihungsweise X^l mit $1 \leqq l \leqq N$, sowie in bezug auf das durch sie beschriebene metronische Gitter ist die Geodäsiebedingung ${}^2\bar{\gamma};n = \text{const}$ erfüllt, während in bezug auf alle anderen Koordinaten ${}^2\bar{\gamma}$ zu einem Feldselektor wird. Dieser Fundamentalselektor des Strukturfeldes beschreibt aber andererseits wegen ${}^2\bar{\gamma}\,;n = {}^2\bar{g}$ grundsätzlich irgendeine nichteuklidische Struktur des Tensoriums. Erst wenn inbezug auf die speziellen $x^{\underline{k}}$ für das metrische Feld ${}^2\bar{g} = [\kappa_i \kappa_k \delta_{ik}]_N = [\pm\delta_{ik}]_N$ wird, dann existiert im R_N kein metrisches Feld, und damit auch keine metrische Struktur. In einem solchen metrischen leeren R_N sind daher die cartesischen, also geradlinig orthogonalen $x^{\underline{k}}$ geodätisch, so daß immer dieser leere R_N als Bezugsraum metrischer Strukturen verwendet werden kann. Andererseits gelten im Fall $\tau > 0$ für die Koordinaten

des metrisch leeren R_N die metronischen Linearitäten $x_k = \alpha_k n_k$, die durch einfache Koordinationsselektoren darstellbar sind. Wegen dieser Linearität wird deutlich, warum sich der strukturlose metronische R_N besonders gut als Bezugsraum metronischer Hyperstrukturen eignet. Das metronische Bezugsgitter $x_k = \alpha_k n_k = \kappa_k \sqrt[p]{\tau} \, . \, ()_k ; n = C_k ; n$ kann also durch einen linear wirkenden Selektor, den sogenannten Gitterselektor $C_k = \kappa_k \sqrt[p]{\tau} ()_k$ beschrieben werden, auf den die Hyperselektoren bezogen werden können. $C_k \neq X_k$ weist stets auf die Existenz einer Hyperstruktur hin, während $C_k = X_k$ das Fehlen einer solchen Struktur anzeigt.

Im Fall $C_k \sim X_k$ oder $C_k = \sum_{l=1}^{N} a_l X_l$ mit $a_l = \text{const}$, liegen Pseudostrukturen vor, die durch Drehungen und Paralleltranslationen der x_k im Sinne regulärer Affinitäten zum leeren R_N werden und daher mit $C_k = X_k$ äquivalent sind. Dieser als Bezugsgröße dienende Gitterselektor wird demnach durch

$$C_k = \kappa_k \sqrt[p]{\tau} ()_k, \quad x_k = C_k ; n, \quad C_k = X_k, \quad {}^2\bar{\gamma} ; n = \text{const.}$$

$$C_k \neq X_k, \quad {}^2\bar{\gamma} ; n = {}^2\bar{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad Rb$$

beschrieben.

Der Begriff der metronischen Hyperstruktur kann noch verfeinert werden, weil in jedem einfachen Feinstrukturbereich R_p Flächenorientierungen durchführbar sind. Es seien $\bar{s}$ und $\bar{\sigma}$ zwei voneinander unabhängige geodätische Gitterlinien innerhalb einer der $\binom{p}{2}$ Koordinatenebenen eines R_p, welche die betreffende Koordinatenfläche j mit $1 \leqq j \leqq \binom{p}{2}$ aufspannen. Da die beiden Linien voneinander unabhängig sind, können sie als die orientierten geodätischen Koordinaten $\bar{\xi}_\alpha$ und $\bar{\xi}_\beta$ der Koordinatenfläche j des R_p aufgefaßt werden, für deren Metrondifferential sich wegen der Orientierung die tensorielle Größe $\delta \, {}^2\bar{F}_{\alpha\beta} = \delta \bar{\xi}_\alpha \times \delta \bar{\xi}_\beta$ ergeben muß. Hieraus folgt unmittelbar $\delta \, {}^2\bar{F}_{\alpha\beta} = - \delta \, {}^2\bar{F}_{\beta\alpha}$. Die metronische Integration liefert ${}^2\bar{F}_{\alpha\beta} = S \, S \delta \bar{\xi}_\alpha \times \delta \bar{\xi}_\beta$ und dieses Metronintegral muß wegen ${}^2\bar{F}_{\alpha\beta} = - {}^2\bar{F}_{\beta\alpha}$ bezogen auf den R_N durch den me-

tronischen Feldrotor eines Vektorfeldes $\bar{\varphi}_{\alpha\beta} = \bar{\phi}_{\alpha\beta};n$ gemäß ${}^2\bar{F}_{\alpha\beta} = ROT_N\ \bar{\varphi}_{\alpha\beta}$ ausdrückbar sein. Da $1 \leqq j \leqq \binom{p}{2}$, also $1 \leqq (\alpha,\beta) \leqq p$ im R_p gilt, können diese $\binom{p}{2}$ orientierten Flächen zur antisymmetrischen Hypermatix $\hat{F} = ({}^2\bar{F}_{\alpha\beta})_p = (ROT_N\,\bar{\varphi}_{\alpha\beta})_p = ROT_N\,(\bar{\varphi}_{\alpha\beta})_p = ROT_N\,\hat{\varphi}$ zusammengefaßt werden, wenn formal $\hat{\varphi} = (\bar{\varphi}_{\alpha\beta})_p$ verwendet wird. Jede metronische Funktion ist nach der Selektortheorie durch einen Selektor darstellbar, was auch für matrizenhafte Systeme solcher Funktionen gelten muß. Es ist $\hat{F} = \hat{s};n$ und $ROT_N\,\hat{\varphi} = ROT_N\,\hat{\phi};n$, also im Vergleich $\hat{s} = ROT_N\,\hat{\phi}$. Jeder Rotor, also auch der metronische, muß aber als Spin aufgefaßt werden, so daß $\hat{s}$ als Schema der $\binom{p}{2}$ Spinselektoren ${}^2\bar{s}_{\alpha\beta};n = {}^2\bar{F}_{\alpha\beta}$ des einfachen Tensoriums R_p aus der L - fachen Hyperstruktur zu interpretieren ist. Die vektoriellen Spinfeldfunktionen $\bar{\varphi}_{\alpha\beta}$ sind dabei zum Schema $\hat{\varphi}$ und die Spinfeldselektoren zum Schema $\hat{\phi}$ zusammengefaßt, welches ebenso wie sein Feldrotor auf den R_N bezogen wurde. Stets ist das Schema dieser Spinfeldselektoren so beschaffen, daß das Schema der Spinselektoren gemäß $\hat{s};n$ jedem metronischen Bereich, also jeder Feinstruktur des R_p einen metronischen Spin hinsichtlich des R_N zuordnet, so daß $(\hat{s};n)_{n=1} = \hat{\tau}$ das Spinschema eines Metrons in bezug auf den R_N angibt. Der den Begriff der metronischen Hyperstruktur ergänzende Begriff des Metronspins ist also in

$$\hat{s} = ROT_N\,\hat{\phi}, \qquad (\hat{s};n)_{n=1} = \hat{\tau}, \qquad \hat{s} = ({}^2\bar{s}_{\alpha\beta})_p, \qquad \hat{\phi} = (\bar{\phi}_{\alpha\beta})_p,$$

$${}^2\bar{s}_{\alpha\beta};n = SS\delta\,\bar{\xi}_\alpha \times \delta\bar{\xi}_\beta \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad S$$

enthalten. Mit diesem Spinselektor wird der metronischen Hyperstruktur noch eine stark variierbare Spinstruktur überlagert, welche den Elementen des Tensoriums Spinorientierungen zuordnet. Die durch die Gleichungen R und Ra beschriebene metrische Hyperstruktur wird also durch S zu einem metronischen Tensorium mit spinorientierter Hyperstruktur ergänzt, wodurch der Begriff des metronischen Tensoriums in die universellste Formulierung gebracht wurde. Liegt zu einer gegebenen infinitesimalen R_N -

Struktur die Information τ mit $p \leqq N$ und $M \geqq 1$ vor, dann erfolgt die Metronisierung in fünf Schritten.

a) Es wird untersucht, ob, bzw. wie N und M zu erweitern sind, damit die dimensionelle Basisbeziehung (15b) erfüllt wird. Eine notwendige Erweiterung würde also zusätzliche Informationen hinsichtlich der metrischen Struktur erfordern.

b) Aus den Zahlen p und τ, sowie N und den Kennziffern κ_k können nach Gleichung Rb alle Gitterselektoren des leeren, also strukturlosen Bezugsraumes R_N aufgebaut werden. Die Metronisierung des leeren Bezugsraumes ist jedoch erst dann abgeschlossen, wenn nach Gleichung S das Schema der Spinfeldselektoren aufgeschlossen worden ist, das heißt, wenn die metronische Spinmatrix $\hat{s}$ und $\hat{\tau}$ bekannt sind. Bei der Aufstellung dieser antisymmetrischen Matrizen ist zu berücksichtigen, daß im strukturlosen Fall Hyper- und Gitterselektoren identisch werden, und daher die Metronen durch gerade orthogonale Gitterlinien begrenzt werden, so daß jede metronische Volumenzelle eines einfachen Tensoriums durch $2\binom{p}{2} = p(p-1)$ spinorientierte Flächen R_2 begrenzt werden, die in ihrer Gesamtheit die der Hyperstruktur überlagerte metronische Spinorientierung bestimmen.

c) In diesem Schritt hat die Bestimmung der metrischen Struktur des R_N zu erfolgen. Die $1 \leqq k \leqq N$ Koordinaten y_k des R_N erhalten ihre Orientierungen $\bar{e}_k$ derart, daß $d\bar{s} = \sum_{k=1}^{N} \bar{e}_k \, dy_k$ möglich wird, womit die infinitesimale Metrik $ds^2 = \sum_{i,k=1}^{N} \bar{e}_i \bar{e}_k \, dy_i \, dy_k$ gebildet werden kann. Hierin werden die $y_k = y_k (x^l)_1^N$ auf cartesische kontravariante x^l transformiert und das Verhalten von $(\bar{e}_i \bar{e}_k)_N$ untersucht, was $ds^2 = g_{ik} \, dx^i dx^k$, also ${}^2\bar{g}\,(x^k)_1^N$ bezogen auf die x^k liefert. Ist auf diese Weise ${}^2\bar{g}$ des R_N bekannt, dann können aus den $1 \leqq i \leqq N$ Differentialgesetzen $\ddot{x}^i + \Gamma^i_{k,l} \, \dot{x}^k \dot{x}^l = 0$ die N Scharen geodätischer Linien bestimmt werden, die als Netz der metrischen Struktur selber zu einem Koordinatensystem ξ^k werden. Wegen $\ddot{\xi}^k = 0$ müssen die Transformationen $x^l = x^l (\xi^k)_1^N$ zu $\Gamma^i_{k,l} = 0$, also ${}^2\bar{g} = \text{const}$ hinsichtlich ξ^k führen. Wenn aber

$^2\bar{g} = \text{const}$ ist, dann muß auch $g = |\, g_{ik}\,|_N = \text{const}$ sein. Weil aber g mit dem Quadrat der Funktionaldeterminante $|\, g\,| = \left(\frac{\partial (x^k)_1^N}{\partial (\xi^l)_1^N}\right)^2$ identisch ist, hat $g = \text{const}$ auch $\frac{\partial (x^k)_1^N}{\partial (\xi^l)_1^N} = \text{const}$ zur Folge, woraus $x^k(\xi^l)_1^N$ oder invers $\xi^l(x^k)_1^N$ ermittelt werden kann. Damit ist aber die metrische Struktur des R_N gegeben. Wenn auf diese Weise $^2\bar{g}(x^k)_1^N$ und $\xi^l(x^k)_1^N$ explizit bekannt sind, dann kann nach Rb stets die Metronisierung mit $x^k = C^k;n = \kappa^k\, {}^p\sqrt{\tau}\,()^k;n$ durchgeführt werden, so daß gemäß $^2\bar{g} = {}^2\bar{\gamma}(C^k)_1^N;n$ und $\xi^l = X^l(C^k)_1^N;n$ der Fundamentalselektor sowie die Hyperselektoren als Funktionalselektoren der nach Rb vorgegebenen Gitterselektoren erscheinen.

d) Durch die in c gewonnene Darstellung von X^l und $^2\bar{\gamma}$ durch die bekannten Gitterselektoren ist die Beschreibung der Hyperstruktur in metronischer Fassung bereits prinzipiell erreicht; denn im allgemeinen erübrigen sich die Feinstrukturselektoren c_i, weil die Abhängigkeit der $L-N \geqq 0$ Koordinaten der L einfachen Tensorien $R_p^{(i)}$ mit den Metronenziffern n_i wegen $1 \leqq i \leqq L = \binom{N}{p} \geqq N$ für $N \geqq p$ im R_N bereits durch die N Gitterselektoren nach Rb eliminiert wurde. Werden trotzdem diese L Feinstrukturselektoren c_i als Funktionalselektoren der p - dimensionalen Subraster benötigt, so können sie durch ein Metronintegral ebenfalls auf die N Gitterselektoren zurückgeführt werden. Hierzu wird der Definitionsbereich Ω_N von $^2\bar{\gamma};n$ auf die einfachen Tensorien R_p projiziert, was für $N > p$ stets möglich ist (die $R_p^{(i)}$ sind hier Unterräume) und als Projektionen die Bereiche Ω_i in diesen Unterräumen liefert. Nach der stetigen Anschlußbedingung aller τ werden die Metronen geodätisch durch die ξ^l des betreffenden $R_p^{(i)}$ begrenzt, so daß für eine Volumendifferenz $\Delta V_i = \prod_{l=1}^{p} \Delta\xi^l_{(i)} = \Delta \int V_i \prod_{l=1}^{p} d\,\xi^l_{(i)}$ in $1 \leqq i \leqq L$ folgt. Die Metronisierung führt zu $\lim \Delta V_i = \delta V_i$ und die Metronenbedingung fordert in allen einfachen Tensorien $\delta V_i = \tau$. Einsetzen dieser metronischen Limesrelation ergibt $\int_{\tau} \prod_{l=1}^{p} d\,\xi^l_{(i)} = \tau$

und diese Beziehung kann metronisch längs $1 \leqq \nu \leqq n_i$ integriert werden. Einerseits gilt $\sum_{\nu=1}^{n_i} \int_\tau \prod_{l=1}^{p} d\,\xi^l_{(i)}\,\delta\nu = V_i\,(\xi^l_{(i)})^p_1$ und andererseits $\sum_{\nu=1}^{n_i} \int_\tau \prod_{l=1}^{p} d\,\xi^l_{(i)}\,\delta\nu = \sum_{\nu=1}^{n_i} \tau\,\delta\nu = \tau\,n_i$ also $V_i\,(\xi^l_{(i)})^p_1 = \tau\,n_i$, weil die Metronenziffern ν die ganze Projektion Ω_i durchlaufen. Es ist weiter $\xi^l_{(i)} = X^l_{(i)}\,;n$ und $X^l_{(i)} = X^l_{(i)}\,(C_k)^N_1$, also $V_i(\xi^l_{(i)})^p_1 = V_i(C_k\,;n)^N_1 = F_i;n$, wobei der Volumenselektor F_i wiederum ein Funktionalselektor der C_k ist. In $F_i;n = \tau\,n_i$ ist die Metronenziffer $n_i = n_i(k^l_{(i)})^p_1$ durch das p - dimensionale Subraster $k^l_{(i)}$ bestimmt, dessen ganze Zahlen durch Koordinationsselektoren $k^l_{(i)} = ()^l_{(i)}\,;n$ darstellbar sind, so daß $n_i = c_i\,;n$ durch den Feinstrukturselektor ausdrückbar ist, der immer als Funktionalselektor von p Koordinationsselektoren erscheint. Einsetzen in $F_i;n = \tau\,n_i$ liefert dann eine Reduktion der Feinstrukturselektoren auf Gitterselektoren, nämlich

$$F_i;n = \sum_{\nu=1}^{n_i} \int_\tau \prod_{l=1}^{p} d\,\xi^l_{(i)}\,\delta\nu\,, \qquad 1 \leqq i \leqq L \geqq N, \qquad \tau\,c_i((\,)^l_{(i)})^p_1 = F_i(C_k)^N_1\,..\quad T.$$

womit die Metronisierung des R_N vollständig durchgeführt worden ist; denn alle, die Hyperstruktur bestimmenden Selektoren γ_{kl}, sowie X^l und c_i mit $1 \leqq (k,l) \leqq N$ und $1 \leqq i \leqq L$ konnten nach c) und d) explizit durch die Gitterselektoren C_k ausgedrückt werden, die aber unmittelbar alle Eigenschaften der metronischen Hyperstruktur enthalten. Wenn die Projektionen Ω_i soweit bekannt sind, daß die Intervallgrenzen aller Gitterlinien der Hyperstruktur, nänlich $P^l_{(i)} \leqq \xi^l_{(i)} \leqq Q^l_{(i)}$ in dem betreffenden Unterraum $R^{(i)}_p$ festliegen, dann kann das Metronintegral $F_i;n$ ausgeführt werden; denn wegen des stetigen geodätischen Anschlusses aller Metronen wird auch für das infinitesimale Gebietsintegral das Additionstheorem $\int_a^b + \int_b^c = \int_a^c$ anwendbar, was zur Lösung $\sum_{\nu=1}^{n_i} \int_\tau \prod_{l=1}^{p} d\,\xi^l_{(i)}\,\delta\nu = \int_{\Omega_i} \prod_{l=1}^{p} d\,\xi^l_{(i)}$ führt.

e) Nach dem Vorangegangenen kann mit den Gitterselektoren jede Art von Feldgleichungen im R_N, also in der metronischen Hyperstruktur metronisiert werden, was darauf hinausläuft, daß alle Bestimmungsstücke der Feldgleichungen zu Selektoren werden. Ist $\varphi = \varphi(x^{\underline{k}})_1^N$ eine Feldfunktion, so wird diese mit $x^{\underline{k}} = C^{\underline{k}};n$ gemäß $\varphi(x^{\underline{k}})_1^N = \varphi(C^{\underline{k}};n)_1^N = \phi;n$ zum Feldselektor $\phi(C^{\underline{k}})_1^N$. Auch die infinitesimalen Operationen der Differentiation und Integration werden mit dem Gitterselektor zu metronischen Operationen.

So folgt für die partielle Differentiation das Korrelat $\frac{\partial \varphi}{\partial x^{\underline{k}}} \rightarrow$ $\rightarrow (\frac{\delta (x^{\underline{k}})^{\phi}}{\delta C^{\underline{k}}});n$ mit $\delta C^{\underline{k}} = \sum_{i=1}^{N} \delta_i C^{\underline{k}}$ und $\delta_i n^{\underline{l}} = \delta_{i,l}$, so daß sich für das totale Differential die Korrelation $d\varphi = \sum_{k=1}^{N} \frac{\partial \varphi}{\partial x^{\underline{k}}} dx^{\underline{k}} \rightarrow$ $\rightarrow (\sum_{k=1}^{N} \delta_{(x^{\underline{k}})} \phi);n$ ergibt. Ganz entsprechend folgt für die Integration $\int \varphi d\psi \rightarrow S\phi;n\delta\psi$, wenn ψ irgendeine andere Funktion des R_N ist. Die Anwendung des Metronisierungsverfahrens auf beliebige Feldgleichungen wird demnach beschrieben durch

$$\varphi(x^{\underline{k}})_1^N \rightarrow \phi;n, \qquad \frac{\partial \varphi}{\partial x^{\underline{k}}} \rightarrow (\frac{\delta (x^{\underline{k}})^{\phi}}{\delta C^{\underline{k}}});n, \qquad d\varphi \rightarrow (\sum_{k=1}^{N} \delta_{(C^{\underline{k}})} \phi);n,$$

$$\delta C^{\underline{k}} = \sum_{i=1}^{N} \delta_i C^{\underline{k}}, \qquad \delta_i n^{\underline{l}} = \delta_{i,l}, \qquad \int \varphi d\psi \rightarrow S\phi;n\delta\psi \quad \ldots\ldots\ldots \text{ Ta,}$$

worin auch Gleichungen eines metrischen Feldes enthalten sind; denn ${}^2\overline{g}$ kann stets als tensorielle Feldfunktion aufgefaßt werden, welche in der metronischen Hyperstruktur durch den metrischen Fundamentalselektor dargestellt wird.

Nach diesem, in den Schritten a) bis e) enthaltenen Metronisierungsverfahren können alle infinitesimal formulierten Beziehungen einer metronischen Revision unterworfen werden.

5. Polymetrie relativer metaphorischer Kondensationen.

Im folgenden werde vorübergehend in (15b) für $M = \omega$ gesetzt. Ferner soll für die infinitesimale Operation der kovarianten Differentiation ein Operator Γ verwendet werden, der auf beliebige gemischtvariante Tensorfelder höheren Grades $m \leqq N$ einwirken kann. Ist $g_{i,k} \neq g_{k,i}$, dann gibt es $1 \leqq \epsilon \leqq 6$ Formen der Wirkung, nämlich $\Gamma^{i}_{k,m}$ sowie $(\Gamma^{i}_{k,m})^{*}$ oder $(\Gamma^{i}_{k,m})_{+}$ bzw. $(\Gamma^{i}_{k,m})_{-}$, ferner $(\Gamma^{i}_{k,m})^{*}_{-}$ und $0\Gamma^{i}_{k,m} = 0$ als Fehlstelle, welche in den Kombinationen s_1 kontravariant $(+)$ und s_2 kovariant $(-)$ auf das gemischtvariante Tensorfeld einwirken, was durch $\Gamma^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)}$ symbolisiert werden soll. Hier seien s_1 und s_2 die kontra- bzw. kovariante Typensignatur der Operatorwirkung, derart, daß diese Signaturen aus $1 \leqq \epsilon_1(s_1) \leqq n_1$ oder $1 \leqq \epsilon_2(s_2) \leqq n_2$ kontra- oder kovarianten Wirkungsvorschriften aus jeweils nur einer Modalität ϵ_1 oder ϵ_2 in $1 \leqq \epsilon \leqq 6$ bestehen, wenn das gemischtvariante Tensorfeld durch n_1 kontravariante und n_2 kovariante Indizierungen gekennzeichnet, also $n_1 + n_2 = m$ der Tensorgrad ist. Diese Γ - Operatoren erweitern den Tensorgrad um 1, so daß $m \leqq N-1$ eingeschränkt werden muß, wenn keine Matrizenspur gebildet wird. Es sei ein metrisches Kompositionsfeld im R_N gegeben, das aus $1 \leqq \nu \leqq \omega$ Partialstrukturen ${}^{2}\bar{g}_{(\nu)}(x^{\underline{i}})^{N}_{1} \neq {}^{2}\bar{g}^{*}_{(\nu)}$ besteht und welche zu dem Kompositionsfeld ${}^{2}\bar{g}({}^{2}\bar{g}_{(\nu)})^{\omega}_{1} \neq {}^{2}\bar{g}^{*}$ komponieren. Zunächst werde dieses Kompositionsfeld analysiert. Sind die $\xi_j(x^{\underline{k}})^{N}_{1}$ die im allgemeinen nicht orthogonalen geodätischen Koordinaten, dann gilt für die infinitesimale Metrik $(ds)^2 = g_{i,k}\, dx^{\underline{i}} dx^{\underline{k}}$, was aber mit Hilfe der bekannten Gitterselektoren $C_k = \alpha_k()_k$ in $x^{\underline{k}} = C^{\underline{k}};n$ und $\alpha^{\underline{k}} = \alpha_k = \kappa_k \sqrt[p]{\tau}$ metronisiert werden kann, wenn für die Hyperselektoren $\psi_k;n = \xi_k$ gesetzt wird.

Wegen ${}^{2}\bar{g} = {}^{2}\bar{\gamma};n$ wird also nach dem Metronisierungsverfahren $\alpha_i \cdot \alpha_k \cdot \gamma_{ik} = \sum_{lm=1}^{N} \delta_i \bar{\psi}_l \delta_k \bar{\psi}_m = \delta_i \bar{\psi}\, \delta_k \bar{\psi}$, weil $\bar{\psi} = \sum_{s=1}^{N} \bar{\psi}_s$ stets gilt. Dieser Ausdruck wiederum führt eindeutig zu dem linearen Theo-

rem $\alpha_k \bar{\gamma}_k = \delta_k \bar{\psi}$; denn es kann ${}^2\bar{\gamma} = \bar{\gamma} \times \bar{\gamma}$ durch einen vektoriellen Selektor $\bar{\gamma}$ dargestellt werden, für dessen skalare Komponenten $(\gamma_i \times \gamma_k)_\pm \neq 0$ gilt, wenn ${}^2\bar{\gamma} \neq {}^2\bar{\gamma}^*$ ist. Aus dem Theorem $\delta_k \bar{\psi} = \alpha_k \bar{\gamma}_k$ kann der Hyperselektor $\bar{\psi}$ durch eine metronische Integration gewonnen werden. Zunächst muß dabei in Betracht gezogen werden, daß, wenn $\delta_i n_k = \delta_{ik}$ ist, auch $\delta_i n^{\underline{k}} = \delta_{ik}$ sein muß, was zu $\delta_k n^{\underline{k}} = \sum_{l=1}^{N} \delta_l n^{\underline{k}} = \delta n^{\underline{k}}$ führt. Da $\delta_k n^{\underline{k}} = 1$ ist, muß also auch $\delta n^{\underline{k}} = 1$ sein; das heißt $\alpha_k \bar{\gamma}_k = \alpha_k \bar{\gamma}_k ;() \delta n^{\underline{k}}$. Wegen $x^{\underline{k}} = \alpha_k n^{\underline{k}}$ des leeren Bezugsraumes und $\alpha_k \delta n^{\underline{k}} = \delta x^{\underline{k}}$ kann also das Theorem immer in der Form $\delta_k \bar{\psi} = \bar{\gamma}_k ;() \delta x^{\underline{k}}$ geschrieben werden. Summation liefert $\sum_{k=1}^{N} \delta_k \bar{\psi} = \delta \bar{\psi}$, also $\delta \bar{\psi} = \sum_{k=1}^{N} \bar{\gamma}_k ;() \delta x^{\underline{k}}$. Hierin können die vektoriellen Selektoren $\bar{\gamma}_k$ immer als Zeilen- oder Spaltenvektoren eines Matrizenselektors $\hat{\kappa}$ aufgefaßt werden, so daß die Summation in der Form $\sum_{k=1}^{N} \bar{\gamma}_k ;() \delta x^{\underline{k}} = \hat{\kappa} ;() \delta \bar{x}$ durchgeführt werden kann. $\hat{\kappa}$ ist dabei von quadratischem Typ und gegen alle zugelassenen eindeutigen regulären Transformationen invariant; d.h., $\hat{\kappa} = {}^2\bar{\kappa}$ ist ein tensorieller Selektor. Für den Hyperselektor gilt demnach die Metrondifferentialgleichung $\delta \bar{\psi} = {}^2\bar{\kappa} ;() \delta \bar{x}$, die wegen $\bar{\psi} = S \delta \bar{\psi}$ auch als Metronintegral $\bar{\psi} = S\, {}^2\bar{\kappa} ;() \delta \bar{x}$ geschrieben werden kann. Der Hyperselektor der metronischen Hyperstruktur des Kompositionsfeldes erweist sich demnach als metronischer Integralselektor mit dem Kern ${}^2\bar{\kappa}$, der wegen dieser Eigenschaft als Gitterkern bezeichnet werden soll. Da dieser Gitterkern ein tensorieller Selektor ist, dessen Zeilen- oder Spaltenvektoren die Vektorselektoren $\bar{\gamma}_k$ von ${}^2\bar{\gamma}$ sind, muß die Iteration des Gitterkerns im zweiten Grad mit dem Fundamentalselektor identisch sein, das heißt, es gilt ${}^2\bar{\gamma} = \mathrm{sp}\, {}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa}$. Aus diesem Sachverhalt ergibt sich unmittelbar der Zusammenhang zwischen den beiden Darstellungsmöglichkeiten ${}^2\bar{\gamma} = \bar{\gamma} \times \bar{\gamma}$ und ${}^2\bar{\gamma} = \mathrm{sp}\, {}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa}$ des Fundamentalselektors. Nimmt man ${}^2\bar{\kappa} = {}^2\bar{\kappa}_+ + {}^2\bar{\kappa}_- \neq {}^2\bar{\kappa}$ an, und wird neben dieser Spaltung ${}^2\bar{\gamma} = \mathrm{sp}\, {}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa}$ berücksichtigt,

dann folgt $2\gamma_{-ik} = \gamma_{ik} - \gamma_{ki} = 2 \sum_{\mu=1}^{N} (\kappa_{+i\mu}\, \kappa_{-\mu k} + \kappa_{-i\mu}\, \kappa_{+\mu k})$, das heißt, es ist entweder ${}^2\bar{\kappa}_+ = {}^2\bar{0}$ oder ${}^2\bar{\kappa}_- = {}^2\bar{0}$, wenn ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}^*$ ist, da immer ${}^2\bar{\kappa} \neq {}^2\bar{0}$ bleiben muß. Der Hyperselektor kennzeichnet den metrischen Zustand des metronisch strukturierten R_N in bezug auf den leeren $R_{N(0)}$. Nach $\bar{\psi} = S\,{}^2\bar{\kappa};()\,\delta\bar{x}$ ist $\bar{\psi} = \pm\bar{\psi}^*$, wenn ${}^2\bar{\kappa} = {}^2\bar{\kappa}_+$ verwendet wird, weil $\delta\bar{x} = \delta\bar{x}^*$ gefordert werden muß.

Ist dagegen $2\gamma_{+ik} = 2 \sum_{\nu=1}^{N} (\kappa_{+i\nu}\kappa_{+\nu k} + \kappa_{-i\nu}\kappa_{-\nu k}) = 0$, also ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}_-$, dann muß stets ${}^2\bar{\kappa}_\pm = {}^2\bar{0}$ sein, was ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{0}$ bedeuten würde, und dies steht im Widerspruch mit ${}^2\bar{\gamma} \neq {}^2\bar{0}$, so daß ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}_-$ grundsätzlich ausgeschlossen ist. In ${}^2\bar{\gamma}$ muß also immer ${}^2\bar{\gamma}_+ \neq {}^2\bar{0}$ sein, während ${}^2\bar{\gamma}_-$ nicht allein existieren kann. Diese Theoreme werden zusammengefaßt in

$$\bar{\psi} = S\,{}^2\bar{\kappa};()\,\delta\bar{x}, \qquad {}^2\bar{\gamma} = sp\,{}^2\bar{\kappa} \times {}^2\bar{\kappa}, \qquad {}^2\bar{\gamma}_+ \neq {}^2\bar{0}, \qquad \bar{\psi};n = \bar{\xi},$$

$$\bar{x} = \sum_{k=1}^{N} \bar{e}_k\, C^k \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots U.$$

Eine ganz analoge Untersuchung kann für die Partialstrukturen angestellt werden. In diesem Zusammenhang ist es offensichtlich zunächst angebracht, den Begriff eines sogenannten Sieboperators und der Siebkette zu definieren, dessen Notwendigkeit sich aus der Polymetrie von Partialstrukturen aus $M = \omega > 1$ Gitterkernen ${}^2\bar{\kappa}_{(\mu)}$ mit $1 \leqq \mu \leqq \omega$ ergibt. Es kann stets durch einen derartigen Sieboperator $S(\mu)$ die nichteuklidische Natur eines der Gitterkerne $S(\mu);{}^2\bar{\kappa}_{(\mu)};n = {}^2\bar{E}$ gelöscht werden. Ist also $F({}^2\bar{\kappa}_{(\mu)})_1^\omega$ irgendein Funktionalselektor, dann wird mit einem solchen Sieboperator ein Gitterkern gemäß $S(j);F({}^2\bar{\kappa}_{(1)} \ldots {}^2\bar{\kappa}_{(j)} \ldots {}^2\bar{\kappa}_{(\omega)}) =$ $= F({}^2\bar{\kappa}_{(1)} \ldots {}^2\bar{E}()/() \ldots {}^2\bar{\kappa}_{(\omega)})$ eliminiert. Nunmehr können $1 \leqq j \leqq P$ metrische Sieboperatoren nacheinander einwirken, derart, daß eine P-gliedrige Siebkette entsteht, was durch $S(j)_1^P = S(1);\ldots S(j);\ldots S(P)$ symbolisiert werden soll. Mit derartigen metrischen Siebketten kann willkürlich der Grad der Polymetrie reduziert werden. Ist nämlich ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{\gamma};n$, dann muß diese Selektorfassung wegen

${}^{2}\bar{g}({}^{2}\bar{g}_{(\nu)})_1^{\omega} = {}^{2}\bar{g}({}^{2}\bar{\gamma}_{(\nu)};\mathrm{n})_1^{\omega} = {}^{2}\bar{\gamma}({}^{2}\bar{\gamma}_{(\nu)})_1^{\omega}$;n auch für die Partialstrukturen ${}^{2}\bar{g}_{(\nu)} = {}^{2}\bar{\gamma}_{(\nu)};\mathrm{n}$ gelten, wobei ${}^{2}\bar{\gamma}_{(\nu)}(C_k)_1^{N}$ ebenfalls durch die Gitterselektoren bestimmt wird, da in jeder der ω Partialstrukturen eine Metrik möglich sein muß, denn nach Einwirkung einer $(\omega-1)$ - gliedrigen metrischen Siebkette $S(j)_1^{\omega-1}$ auf das Kompositionsfeld bleibt gemäß $S(j)_1^{\omega-1};{}^{2}\bar{g}({}^{2}\bar{g}_{(\nu)})_1^{\omega} = {}^{2}\bar{g}({}^{2}\bar{g}_{(\alpha)})$ nur eine einzige Partialstruktur übrig. Aus der Existenz dieser metronisierbaren Metrik $(ds_{(\nu)})^2 = g_{(\nu)ik}\,dx^i\,dx^k$ folgt dann mit den Hyperselektoren $\xi^1_{(\nu)} = \psi^1_{(\nu)};\mathrm{n}$ der betreffenden Partialstruktur ein der Gleichung U analoges metronisches Integraltheorem nämlich $\bar{\psi}_{(\nu)} = S\,{}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)};()\delta\bar{x}$ mit dem Bildungsgesetz ${}^{2}\bar{\gamma}_{(\nu)} = \mathrm{sp}\,{}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)} \times {}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)}$. Da hier der Gitterkern von ν zweifach auftritt, erscheint die Kennzeichnung des zugehörigen Fundamentalselektors durch den Doppelsuffix ${}^{2}\bar{\gamma}_{(\nu)} = {}^{2}\bar{\gamma}_{(\nu\nu)}$ zweckmäßig. Alle Partialstrukturen werden also von ω Gitterkernen ${}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)}$ aufgebaut, so daß für das Kompositionsgesetz ${}^{2}\bar{\gamma}({}^{2}\bar{\gamma}_{(\nu\nu)})_1^{\omega} = {}^{2}\bar{\gamma}({}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)})_1^{\omega}$ gesetzt werden kann. Durch die Einwirkung der metrischen Siebkette ergibt sich demnach zu Gleichung U die Ergänzung

$$\bar{\psi}_{(\nu)} = S\,{}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)};()\delta\bar{x}, \qquad {}^{2}\bar{\gamma}_{(\nu\nu)} = \mathrm{sp}\,{}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)} \times {}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)},$$

$${}^{2}\bar{\gamma}_{(\nu\nu)};\mathrm{n} = {}^{2}\bar{g}_{(\nu)}(x^1)_1^{N}, \qquad {}^{2}\bar{\gamma} = {}^{2}\bar{\gamma}({}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)})_1^{\omega}, \quad N = p\omega \;\ldots\ldots\ldots\; \mathrm{Ua},$$

welche der Metronisierung der Partialstrukturen Rechnung trägt. Die Bildung von ${}^{2}\bar{\gamma}_{(\nu\nu)} = \mathrm{sp}\,{}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)} \times {}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)}$ auf Grund der Metronisierung ermöglicht eine Vertiefung des Begriffes vom Fundamentalselektor der Partialstruktur; denn es ist grundsätzlich die Bildung $\mathrm{sp}\,{}^{2}\bar{\kappa}_{(\mu)} \times {}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)}$ mit $\mu \neq \nu$ möglich, was zu den Selektoren ${}^{2}\bar{\gamma}_{(\mu\nu)} = \mathrm{sp}\,{}^{2}\bar{\kappa}_{(\mu)} \times {}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)}$ führt. Die Möglichkeit dieser Selektoren ergibt sich unmittelbar aus der metronischen Erweiterung der infinitesimalen Theorie. Wegen der nichthermiteschen Eigenschaften der Gitterkerne aller Partialstrukturen wird ${}^{2}\bar{\gamma}_{(\mu\nu)} \neq {}^{2}\bar{\gamma}^{*}_{(\mu\nu)}$, aber auch ${}^{2}\bar{\gamma}_{(\nu\nu)} = {}^{2}\bar{\gamma}_{(\nu)}$ zur ursprünglichen Partialstruktur. Offensichtlich

umfaßt die Übermatrix $\hat{\bar{\gamma}} = ({}^{2}\bar{\gamma}_{(\mu\nu)})_{\omega}$ alle Fundamentalselektoren, die aus den Gitterkernen der ω Partialstrukturen gebildet werden können. Im allgemeinen wird $\hat{\bar{\gamma}} \neq \hat{\bar{\gamma}}^{*}$ bleiben, weil $({}^{2}\bar{\kappa}_{(\mu)} \times {}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)})_{-} \neq {}^{2}\bar{0}$ nicht notwendig zu kommutieren braucht. Die in diesem Matrixselektor $\hat{\bar{\gamma}}$ enthaltenen ω Diagonalelemente sind eindeutig die Fundamentalselektoren der entsprechenden Partialstrukturen, während die $\omega(\omega-1)$ Extradiagonalen fundamentale Korrelationen der Gitterkerne im Sinne weiterer Fundamentalselektoren bilden, von denen ein jeder tensoriellen Charakter haben muß, also in einen hermiteschen und einen antihermiteschen Anteil spaltbar ist. Da in diesen extradiagonalen Elementen eine erste tensorielle Korrelation der Gitterkerne vorliegt, sollen diese Elemente im Gegensatz zu den diagonalen Partialselektoren als Korrelationsvermittler und demzufolge $\hat{\bar{\gamma}}$ als Korrelator bezeichnet werden. Diese beiden Selektortypen

$${}^{2}\bar{\gamma}_{(\mu\nu)} = \mathrm{sp}\,{}^{2}\bar{\kappa}_{(\mu)} \times {}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)}, \qquad \hat{\bar{\gamma}} = ({}^{2}\bar{\gamma}_{(\mu\nu)})_{\omega} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{V}$$

haben in der infinitesimalen Analysis kein Analogon und müssen daher als eine Folge der Metronisierung des R_N aufgefaßt werden. Wenn der Sieboperator auf $\hat{\bar{\gamma}}$ einwirkt, dann muß $S(\nu);{}^{2}\bar{\gamma}_{(\nu\nu)} = {}^{2}\bar{E}\,\frac{()}{()}$, also $S(\nu);{}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)} = {}^{2}\bar{E}\,\frac{()}{()}$ wegen ${}^{2}\bar{\gamma}_{(\nu\nu)} = \mathrm{sp}\,{}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)} \times {}^{2}\bar{\kappa}_{(\nu)}$ und $S(\nu);{}^{2}\bar{\gamma}_{(\mu\nu)} = \mathrm{sp}\,{}^{2}\bar{\kappa}_{(\mu)} \times {}^{2}\bar{E} = {}^{2}\bar{\kappa}_{(\mu)}$ berücksichtigt werden. Kommt es zur Einwirkung $S(\nu);\hat{\bar{\gamma}}$ dann entarten in $\hat{\bar{\gamma}}$ die Zeile ν und die Spalte ν zu den betreffenden Gitterkernen, während im Schnitt beider Reihen ${}^{2}\bar{E}\,\frac{()}{()}$ liegt. $\psi_k;n = \xi_k$ kennzeichnet eine Gitterlinie der metronischen Hyperstruktur des R_N, aber $C_k;n = x_k$ die entsprechende für den leeren $R_{N(0)}$. Für $\bar{\psi} = \bar{C}$ wird auch der R_N leer und die ξ_k geradlinig aequidistant metronisiert. Erst für ${}^{2}\bar{\gamma} \neq {}^{2}\bar{E}$ wird $\bar{\psi} \neq \bar{C}$ und $\bar{\psi};n$ bezogen auf $\bar{x}$ des leeren $R_{N(0)}$ gekrümmt. Da grundsätzlich jede gekrümmte Linie länger ist als die gerade auf welche sie projiziert wird, muß im Fall der Projektion für die Metronenziffern folgender Sachverhalt gelten. Sind in einem Intervall $a_k \leqq x_k \leqq b_k$ insgesamt $n_k = \frac{1}{\alpha_k}(b_k - a_k)$ Metro-

nenziffern aber längs der über diesem Intervall definierten Kurve ξ_k dagegen N_k Metronenziffern, dann muß, weil die gekrümmte Linie ξ_k mindestens die gleiche Länge wie die Gerade x_k hat, $N_k \geqq n_k$ sein. Da außerdem, bezogen auf die Gitterlinie $x_k \sim n_k$ stets $N_k (n_l)_1^N$ ist, folgt $\delta_l N_k \geqq \delta_l n_k = \delta_{l,k}$. Offenbar kommt es bei der Projektion zu Häufungsstellen der projizierten Metronziffern, und diese metronischen Kondensationen müssen wiederum ein Maß für die metrische Abweichung sein, welche zwischen ξ_k und x_k besteht. Diese Abweichung ist aber nichts anderes als der Unterschied zwischen der metronischen Hyperstruktur eines Tensoriums und einem leeren Tensorium. Dieser Unterschied wächst mit dem Grad der metronischen Kondensation, so daß die Möglichkeit besteht, die metronische Hyperstruktur R_N durch eine metronische Theorie von Strukturkondensationen zu beschreiben, wenn es gelingt, ein Maß des Kondensationsgrades aufzufinden. Hier erscheint der Begriff der "Kondensation" nicht nur relativer Natur, sondern auch von metaphorischer Art. Wird in $\delta_l N_k \geqq \delta_{lk}$ der Faktor $K_k \geqq 1$ eingeführt, so daß $\delta_l N_k = K_k \delta_{kl}$ wird, dann kann K_l als ein solches Maß des Kondensationsgrades betrachtet werden, denn $K_k = 1$ bedeutet das Fehlen und $K_k > 1$ das Vorhandensein einer Kondensation längs x_k. Es ist $K_k = \sum_{l=1}^{N} \delta_l N_k = \delta N_k$ und wegen $\sum_{i=1}^{N} \delta_l n_k = \delta n_k = 1$, wenn $\sum_{k=1}^{N} \delta N_k = \delta \sum_{k=1}^{N} N_k = \delta \underline{N}$ gesetzt wird, folgt $\delta \underline{N} = \sum_{k=1}^{N} K_k \delta n_k = \overline{K} \delta \bar{n}$ oder $\underline{N} = S \overline{K} \delta \bar{n}$. Diese Beziehung beschreibt vollständig die metronische Strukturkondensation, und zwar in

$$\underline{N} = S \overline{K} \delta \bar{n}, \qquad \bar{n} = \sum_{k=1}^{N} \bar{e}_k Z(k);n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad W$$

immer $\underline{N}$ die integrale Kondensation und $\overline{K}$ den Kondensationsgrad, also die metronische Dichte der integralen Kondensation. Aus der Darstellung $\delta_l N_k = K_k \delta_{kl}$ folgt direkt ein Zusammenhang zwischen $\overline{K}$ und dem Gitterkern. Es ist nämlich stets, wenn das metronische Gitter für ${}^2\bar{\gamma} \neq {}^2\overline{E}$ auf dasjenige von ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\overline{E}$ bezogen

wird, $\delta_l N_k = \delta_{x!}\, \xi_k\, (x_m)_1^N = \frac{1}{\alpha_l}\delta_l \xi_k$, was mit $\delta_l N_k = K_k\, \delta_{kl}$ vergli-
chen $\delta_l \xi_k = \alpha_l K_k\, \delta_{kl} = \alpha_l K_k \delta_l n_k$ oder nach Summation
$\delta\xi_k = K_k \sum_{l=1}^{N} \alpha_l \delta_l n_k = K_k\, \delta x_k$ liefert. Multiplikation mit $\bar{e}_k$ und
abermalige Summation liefert dann $\delta\bar{\xi} = \sum_{k=1}^{N} \bar{K}_k\, \delta x_k = {}^2\bar{K}\delta\bar{x}$, weil die
$\bar{e}_k$ zum System ξ_k gehören und das quadratische Schema invariant bleibt. Bildung des Metronintegrals und Substitution mit dem Hyperselektor $\bar{\xi} = \bar{\psi}\,;n$ liefert dann $\bar{\psi}\,;n = S^2\bar{K}\delta\bar{x}$. Verglichen mit $\bar{\psi}\,;n = S\,{}^2\bar{\kappa}\,;n\delta\bar{x}$ folgt demnach ${}^2\bar{K} = {}^2\bar{\kappa}\,;n$, das heißt, die Vektoren $\bar{K}_k$, die nach Gleichung W den metronischen Kondensationsgrad $\bar{K} = \sum_{k=1}^{N} \bar{K}_k$ darstellen, erweisen sich als Zeilen- oder Spaltenvektoren des Gitterkerntensors ${}^2\bar{\kappa}\,;n$, so daß gemäß der Identität

${}^2\bar{K} = {}^2\bar{\kappa}\,;n$ ..... Wa

der Gitterkern ${}^2\bar{\kappa}$ unmittelbar als ein Maß des metronischen Kondensationsgrades einer Hyperstruktur angesehen werden kann, wodurch dieser Selektor eine anschauliche Interpretation erfährt.

Wird der R_N vorübergehend nicht metronisch, sondern infinitesimal aufgefaßt, und wird in ihm ein kontravariantes Vektorfeld parallel verschoben, dann erfahren seine Komponenten, wenn $\Gamma^i_{k,l} \neq 0$ bezogen auf den $R_{N(0)}$ ist, eine infinitesimale Änderung $A^i + dA^i = A^i - \Gamma^i_{k,l}\, A^k dx^l$ oder $dA^i = -\Gamma^i_{k,l}\, A^k dx^l$, wobei die übliche Summationsregel gemischtvarianter Indizes Anwendung finden soll. Es ist $dA^i \neq 0$ für $\Gamma^i_{k,l} \neq 0$, aber $dA^i = 0$ für $\Gamma^i_{k,l} = 0$, also in dem $R_{N(0)}$. Wenn ${}^2\bar{g} = {}^2\bar{E}$ ist, dann wird ein Vektorfeld durch Translationen nicht geändert, wohl aber im Fall ${}^2\bar{g} \neq {}^2\bar{E}$. Der gleiche Sachverhalt muß auch gelten, wenn der R_N mit ${}^2\bar{g} \neq \neq {}^2\bar{E}$ eine auf den leeren $R_{N(0)}$ bezogene metronische Hyperstruktur ist. $\bar{A}(x^l)_1^N$ wird dann zur metronischen Vektorfunktion $\bar{A}(n^l)_1^N$ und die Differentiale werden zu Metrondifferentialen, während $(\Gamma^i_{k,l})_\tau$ andeuten soll, daß die Strukturfunktion $\Gamma^i_{k,l}$ bezo-

gen auf die $x^l = \alpha_l n^l$ gemäß $\tau > 0$ metronisiert worden ist (für die α_l gelte im folgenden die Summationsregel nicht). Wegen $\delta x^l = \alpha_l$ gilt demnach für die Metronisierung der Infinitesimaltranslation $\delta A^i = -(\Gamma^i_{k,l})_\tau A^k \alpha^l$, wobei $\alpha^l = \alpha_l$ lediglich angibt, daß hier dem Gesetz gemischtvarianter Indizes zufolge summiert wurde. Die metronische Änderung des Vektorfeldes als Folge der Translation muß in der Projektion in den $R_{N(0)}$ wiederum als eine Dichteänderung der $\bar{A}$ bestimmenden Metronenziffern erscheinen und zwar unabhängig davon, ob $\Gamma^i_{k,l}$ die metrischen Eigenschaften eines Kompositionsfeldes oder einer Partialstruktur angibt. Wenn aber $(\Gamma^i_{k,l})_\tau$ als metrische Funktion die Änderung des metronischen Kondensationsgrades eines Vektorfeldes bei einer Ortsänderung im R_N beschreibt, dann muß der diese Funktion bestimmende Funktionalselektor in fundamentaler Weise die Ortsänderung eines jeden metronischen Kondensationsgrades kennzeichnen, derart, daß dieser Kondensor, oder besser Fundamentalkondensor den metronischen Kondensationszustand der Hyperstruktur des R_N in bezug auf $R_{N(0)}$ in universellster Form beschreibt. Zunächst muß die kovariante Form $\Gamma_{ikl}(\tau)$ beschrieben werden, wobei im allgemeinsten Fall ${}^2\bar{g}_{(ab)} \neq {}^2\bar{g}^*_{(ab)}$ sein kann und der hierzu gehörige Fundamentalselektor soll ein Extradiagonalelement von $\hat{\gamma}$ mit den Gitterkernen ${}^2\bar{a}$ und ${}^2\bar{b}$ (beide nichthermitesch) sein. Unter diesen universellen Voraussetzungen ${}^2\bar{g}_{(ab)} = {}^2\bar{\gamma}_{(ab)};n$ und ${}^2\bar{\gamma}_{(ab)} = sp\,{}^2\bar{a} \times {}^2\bar{b} \neq \neq {}^2\bar{\gamma}^*_{(ab)}$, wird die kovariante Metronisierung möglich. Es gilt offensichtlich $2\Gamma_{ikl}(ab)\tau = \delta_x{}^k g_{(ab)il} + \delta_x{}^l g_{(ab)ki} - \delta_x{}^i g_{(ab)kl} =$

$$= \left(\frac{1}{\alpha_k}\delta_k \gamma_{(ab)il} + \frac{1}{\alpha_l}\delta_l \gamma_{(ab)ki} - \frac{1}{\alpha_i}\delta_i \gamma_{(ab)kl}\right);n = 2[ikl]_{(ab)};n,$$

wenn $[ikl]_{(ab)}$ den zugehörigen Fundamentalkondensor kennzeichnet. Mit ${}^2\bar{\gamma}_{(ab)} = sp\,{}^2\bar{a} \times {}^2\bar{b}$ besteht die Möglichkeit unter Anwendung metronischer Differentiationsregeln diesen Fundamentalkondensor durch die beiden tensoriellen Selektoren der Gitterkerne auszudrücken. Alle kovarianten Fundamentalkondensoren können matrizenhaft in einem Pseudotensor des R_N gemäß ${}^{[3]}[[ikl]_{(ab)}]_N = \hat{[ab]}$ zusammengefaßt werden, wobei dieses Symbol alle Komponenten des kovarianten Fundamentalkondensors der Struktur

${}^{2}\bar{\gamma}_{(ab)} = sp\,{}^{2}\bar{a} \times {}^{2}\bar{b}$ enthält. Zusammengefaßt wird die kovariante Form dargestellt durch

$$ {}^{2}\bar{\gamma}_{(ab)} = sp\,{}^{2}\bar{a} \times {}^{2}\bar{b}, \quad 2[pkl]_{(ab)} = \frac{1}{a_k}\delta_k \gamma_{(ab)pl} + \frac{1}{a_l}\delta_l \gamma_{(ab)kp} - $$

$$ - \frac{1}{a_p}\delta_p \gamma_{(ab)kl}, \quad {}^{[3]}[[pkl]_{(ab)}]_N = [\hat{ab}] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{X.} $$

Bei der Metronisierung von Strukturfeldgleichungen erscheinen die metrischen Feldfunktionen nicht in ko- sondern in gemischtvarianter Form, so daß der gemischtvariante Fundamentalkondensor aufgefunden werden muß. Ist im allgemeinsten Fall ${}^{2}\bar{\gamma}_{(cd)} = sp\,{}^{2}\bar{c} \times {}^{2}\bar{d}$ irgendein anderes Element von $\hat{\gamma}$ und stehen die zugehörigen Strukturtensoren in Korrelation zueinander, dann besteht nach der Theorie der Kompositionsfelder und ihrer Partialstrukturen immer die Möglichkeit, $[pkl]_{(ab)}$ mit der kontravarianten Form ${}^{2}\bar{\gamma}^{-1}_{(cd)}$ in die gemischtvariante Stufe zu heben. Dieser Prozeß ist aber nicht eindeutig, weil die extradiagonalen Fundamentalselektoren von $\hat{\gamma}$ sich jeweils aus zwei verschiedenen Gitterkernen aufbauen. Bei dem Übertragungsvorgang in die gemischte Varianz bedeutet $\gamma^{ip}_{(cd)}[pkl]_{(ab)} = [{}_k{}^i{}_l]^{(cd)}_{-+(ab)}$, daß dieses "Binärfeld" dadurch entstanden ist, daß der kontravariante Index vom Gitterkern ${}^{2}\bar{c}$ geliefert wurde, während der Index des Gitterkernes ${}^{2}\bar{d}$ die Summation ermöglicht; denn es gilt stets $\gamma^{ip}_{(cd)} = \sum_{\nu=1}^{N} c^i_\nu d^p_\nu$. Hieraus folgt unmittelbar, daß im allgemeinen $[{}_k{}^i{}_l]^{(cd)}_{-+(ab)} \neq [{}_k{}^i{}_l]^{(cd)}_{+-(ab)}$ wird. Auch diese gemischtvarianten Formen können zu dem allgemeinen Schema des gemischtvarianten binären Fundamentalkondensors ${}^{[3]}[[{}_k{}^i{}_l]^{(cd)}_{-+(ab)}]_N = {}^{\hat{cd}}_{[-+]_{ab}}$ zusammengefaßt werden. Ganz analog kann noch ein ternärer und ein quartärer, also völlig kontravarianter Fundamentalkondensor gebildet werden. Doch sind hierfür keine zusätzlichen Kriterien zu entwickeln, weil diese Ternär- und Quartärformen in den infinitesimalen Strukturfeldgleichungen nicht auftre-

ten. Für den binären Fundamentalkondensor gilt also

$$\overset{2}{\neg}\gamma_{(cd)} = s\,p^{2}\bar{c} \times {}^{2}\bar{d}, \qquad \gamma^{ip}_{(cd)}\,[pkl]_{(ab)} = [{}_{k}{}^{i}{}_{l}]^{(cd)}_{-+}{}_{(ab)}, \qquad {}^{[3]}[[{}_{k}{}^{i}{}_{l}]^{(cd)}_{-+}{}_{(ab)}]_{N} = [\overset{\hat{cd}}{}_{-+}{}_{ab}]$$

. . . . . Xa

und mit diesem Selektor wird es wiederum möglich die ⌐- Operatoren in eine metronische Selektorfassung zu bringen. Die infinitesimalen ⌐- Operatoren wirken linear durch die Komponenten der Parallelverschiebungsfelder. Wenn ein ⌐- Operator metronisiert wird, dann wirken nach X und Xa immer die metronischen Kondensationszustände im Sinne von Funktionalselektoren auf irgendeine metronische Feldfunktion, das heißt, die metronisierten ⌐- Operatoren sind immer Funktionalselektoren, welche mit Hilfe von metronischen Kondensationsfeldern wirken. Aus diesem Grunde erscheint für derartige metronisierte Operatoren die Bezeichnung Kondensfeldselektoren angebracht. Es kommt nunmehr darauf an, mit den Gleichungen X und Xa diese Kondensfeldselektoren durch eine Metronisierung der infinitesimalen ⌐- Operatoren explizit darzustellen.

Werden die das metronische Gitter bildenden geodätischen Linien als Parameterfunktionen auf das geodätische System x^{i} aus $R_{N(0)}$ bezogen, dann genügen diese Gitterlinien dem Gleichungssystem $\ddot{x}^{i} + \Gamma^{i}_{k,l}\,\dot{x}^{k}\,\dot{x}^{l} = 0$. Ist p der Parameter, dann gilt auch für die Metronenziffern $n^{i}(p)$ im $R_{N(0)}$, wobei auch p metronisiert erscheinen muß. Demnach gilt $\ddot{x}^{i} = \alpha_{i}\,\delta^{2}_{p}\,n^{i}$ und $\dot{x}^{i} = \alpha_{i}\,\delta_{p}\,n^{i}$, während aus der Translationsfeldkomponente eine Kondensorwirkung $\Gamma^{i}_{k,l} \rightarrow [{}_{k}{}^{i}{}_{l}]^{(cd)}_{-+}{}_{(ab)};n$ wird. Dies bedeutet, daß für das metronische Gitter die Gleichung $\delta^{2}_{p}\,n^{i} + \frac{\alpha_{k}\,\alpha_{l}}{\alpha_{i}}\,\delta_{p}\,n^{k}\,\delta_{p}\,n^{l}\,[{}_{k}{}^{i}{}_{l}]^{(cd)}_{-+}{}_{(ab)};n = 0$ gilt, und zwar in bezug auf die Hyperstruktur C_{0} des $R_{N(0)}$. Wird dagegen auf die Hyperstruktur C_{ξ} des R_{N} bezogen, dann gilt infinitesimal $\ddot{\xi}^{i} = 0$ mit $\Gamma^{i}_{k,l} = 0$ was in $\Gamma^{i}_{k,l} \rightarrow [{}_{k}{}^{i}{}_{l}]^{(cd)}_{-+}{}_{(ab)};n$ eingesetzt $[{}_{k}{}^{i}{}_{l}]^{(cd)}_{-+}{}_{(ab)};n = 0$, oder $[{}_{k}{}^{i}{}_{l}]^{(cd)}_{-+}{}_{(ab)} = 0$ mit dem Nullselektor identisch

wird. Bezogen auf C_ξ gilt demnach $[\overset{\widehat{cd}}{-+}_{ab}]_{(\xi)} = \hat{0}$, während dieser Kondensor, bezogen auf C_0 oder irgendein anderes System von der Nullmatrix verschieden bleibt. Dieser Sachverhalt wird zusammengefaßt in

$$\delta_p^2 n^i + \frac{\alpha_k \alpha_l}{\alpha_i} \delta_p n^k \delta_p n^l [_k{}^i{}_l]^{(cd)}_{(ab)-+}; n = 0, \qquad n^i = n^i(p),\ \delta_p^2 \xi^i = 0,$$

$$[\overset{\widehat{cd}}{-+}_{ab}]_{(\xi)} = \hat{0}, \qquad [\overset{\widehat{cd}}{-+}_{ab}] \neq \hat{0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{Y.}$$

wobei die Hyperstruktur C_ξ des R_N auf C_0 des $R_{N(0)}$ bezogen wurde. Da $\ddot{x}^i + \Gamma^i_{k,l} \dot{x}^k \dot{x}^l = 0$ gegen alle regulären eindeutigen Transformationen invariant ist, muß die metronische Fassung auch dann gelten, wenn die Hyperstruktur C_ξ auf irgendeine andere Struktur $C' \neq C_0$ des R_N abgebildet wird; denn dann bezieht sich die Kondensation nur auf ein anderes von $x^i \sim n^i$ abweichendes Gitter x'^i das aber auch auf C_0 bezogen werden kann. Wegen der Invarianz und der Möglichkeit, den gleichen Parameter zu wählen, gilt dann für die metronische Kondensation in bezug auf dieses neue Gitter die Metrondifferentialgleichung

$$\delta_p^2 x'^i + \delta_p x'^k \delta_p x'^l [_k{}^i{}_l]^{(cd)}_{(ab)(C')-+}; n = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{Ya.}$$

wodurch das Gitternetz C_ξ der Hyperstruktur auf ein anderes Koordinatennetz C' regulär abgebildet worden ist, welches wiederum als Gitter einer Hyperstruktur $[\overset{\widehat{c'd'}}{-+}_{a'b'}] = \hat{0}$ aufgefaßt werden kann, denn das Verschwinden des Fundamentalkondensors kennzeichnet grundsätzlich ein Koordinatennetz als Strukturgitter einer entsprechenden Hyperstruktur. Ist noch ein weiteres Koordinatensystem C'' gegeben, welches wiederum als Gitter einer Hyperstruktur $[\overset{\widehat{c''d''}}{-+}_{a''b''}] = \hat{0}$ aufgefaßt werden kann, dann besteht die Möglichkeit, nicht nur $[\overset{\widehat{cd}}{-+}_{ab}]_{(\xi)} = \hat{0}$ gemäß $[\overset{\widehat{cd}}{-+}_{ab}] \neq \hat{0}$ auf C_0 des

$R_{N(0)}$, oder $[\overset{cd}{-+}]_{(C')} \neq \hat{0}$ auf C' regulär abzubilden, sondern auch $[\overset{cd}{-+}]_{(C'')} \neq \hat{0}$ regulär auf C'' abzubilden. Dies ergibt die Möglichkeit, wegen der Invarianz der Gleichung Y im Rahmen einer Metronisierung des Transformationsgesetzes des Fundamentalkondensors eine Abbildung von C'' nach C' durchzuführen, wenn das infinitesimale Transformationsgesetz $x''^{i}(x'^{k})_1^N$, also die Funktionaldeterminante bekannt ist, weil immer in der metronischen Übertragung $\frac{\partial x''^{i}}{\partial x'^{k}} \to \delta_{x'^{k}} x''^{i}$ ist. Wenn die metronische Transformation $x''^{i}(x'^{k})_1^N$ gilt, kann das Transformationsgesetz der $\Gamma^{i}_{k,l}$ direkt in eine metronische Fassung gebracht werden. Es folgt

$$\delta^2_{x'^{m}\,x'^{\mu}}\, x''^{i} + [{}_{k}{}^{i}{}_{l}]^{(cd)}_{(ab)(C'')} ;n \delta_{x'^{m}}\, x''^{k} \delta_{x'^{\mu}}\, x''^{l} = [{}_{m}{}^{p}{}_{\mu}]^{(cd)}_{(ab)(C')} ;n \delta_{x'^{p}}\, x''^{i} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{Yb.}$$

Auch das nichtmetronisierte Theorem für $\Gamma^{i}_{k,l}$ im Fall der Hermitezität kann in eine metronische Struktur übertragen werden, wenn auf C_0 bezogen, und ${}^{2}\bar{g}_{(ab)} = {}^{2}\bar{g}^{*}_{(ab)}$ gefordert wird. Außerdem soll der binäre Feldkern des Fundamentalkondensors in Anwendung kommen. Auch müssen die beiden Gitterkerne ${}^{2}\bar{a} = {}^{2}\bar{b} = {}^{2}\bar{\kappa}$ miteinander identisch werden, so daß die kontravariante und die Wirkungsindizierung im Kondensorsymbol überflüssig werden. Mit ${}^{2}\bar{g} = {}^{2}\bar{\gamma};n$, sowie ${}^{2}\bar{\gamma} = sp\, {}^{2}\bar{\kappa} \times {}^{2}\bar{\kappa} = {}^{2}\bar{\gamma}^{*}$ und $\gamma ; n = |\gamma_{ik}|_N ;n = e^{2\varphi};n$ wird dann $\frac{\partial}{\partial x^{l}} \ln \sqrt{|g|} \to \frac{1}{\alpha_l}\delta_l \varphi ;n$ und $\Gamma^{k}_{k,l} \to$ $\to [{}_{k}{}^{k}{}_{l}]^{(\kappa)}_{(\kappa)};n$, was zu dem Selektortheorem

$$\delta_l \varphi = \alpha_l [{}_{k}{}^{k}{}_{l}]^{(\kappa)}_{(\kappa)}, \qquad \ln \sqrt{|g|} = \varphi ;n, \qquad {}^{2}\bar{g} = {}^{2}\bar{\gamma};n,$$

$${}^{2}\bar{\gamma} = sp\, {}^{2}\bar{\kappa} \times {}^{2}\bar{\kappa} = {}^{2}\bar{\gamma}^{*} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{Yc}$$

führt. Hierin erscheint φ als ein Funktionalselektor, der durch den Binärfeldkern eines metrischen Fundamentalkondensors be-

stimmt wird, dessen Fundamentalselektor ein Diagonalelement aus $\hat{\gamma}$ ist.

Ganz analog wie im infinitesimalen R_N können auch metronische Vektorfelder in einem metronischen Tensorium Translationen erfahren, doch sind diese Translationen nicht mehr infinitesimaler Natur, weil jede Funktion metronisch ist und die Subraster einer metronischen Feinstruktur existieren. Es ist also deshalb möglich, den ganzen analytischen Weg, der zur Definition der Γ- Operatoren führt, in metronischer Fassung zu wiederholen. Hierin zeigt sich zunächst $[{}^{\hat{c}\hat{d}}_{-+}]_{ab} \neq [{}^{\hat{c}\hat{d}}_{+-}]_{ab}$, wenn ${}^{2}\bar{c} \neq {}^{2}\bar{d}$ gilt. Allgemein können in einem solchen Fundamentalkondensor (ab) als Basissignatur, (cd) als Kontrasignatur zur Basis und die Angaben $(+,-)$ bzw. $(-,+$ als Wirkungssignatur zwischen Kontra- und Basissignatur bezeichnet werden. Es zeigt sich außerdem auf Grund der metronischen Paralleltranslation $[{}^{\hat{c}\hat{d}}_{-+}]_{ab} \neq [{}^{\hat{c}\hat{d}}_{-+}]^{*}_{ab}$, wenn ${}^{2}\bar{\gamma}_{(ab)} \neq {}^{2}\bar{\gamma}^{*}_{(ab)}$, also mindestens einer der beiden Gitterkerne aus der Basissignatur nicht hermitesch ist. Wenn aber ein solcher Fundamentalkondensor nicht hermitesch ist, muß er wegen seines Charakters gegenüber regulären Affinitäten ein tensorieller Selektor dritten Grades zu sein, hinsichtlich der beiden nichthermiteschen kovarianten Indizes in einen hermiteschen $(+)$ und einen antihermiteschen $(-)$ Anteil spaltbar sein. Die allgemeinen Eigenschaften des Fundamentalkondensors werden demnach ergänzt durch

$$[{}^{\hat{c}\hat{d}}_{-+}]_{ab} \neq [{}^{\hat{c}\hat{d}}_{+-}]_{ab}, \qquad {}^{2}\bar{c} \neq {}^{2}\bar{d}, \qquad [{}^{\hat{c}\hat{d}}_{-+}]_{ab} \neq [{}^{\hat{c}\hat{d}}_{-+}]^{*}_{ab}, \qquad {}^{2}\bar{\gamma}_{(ab)} \neq {}^{2}\bar{\gamma}^{*}_{(ab)},$$

$$[{}^{\hat{c}\hat{d}}_{-+}]_{ab} = [{}^{\hat{c}\hat{d}}_{-+}]_{ab+} + [{}^{\hat{c}\hat{d}}_{-+}]_{ab-}, \qquad [{}^{\hat{c}\hat{d}}_{-+}]_{ab\pm} = \pm [{}^{\hat{c}\hat{d}}_{-+}]^{*}_{ab\pm} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{Z.}$$

Wenn der universelle Γ- Operator als Kondensfeldselektor in eine metronisierte Fassung gebracht werden soll, dann bleibt auf jeden Fall das Gesetz der Typensignatur, sowie die kontra- beziehungsweise kovariante Signaturkoordination erhalten, doch wird die Variationsmöglichkeit der Kondensfeldselektoren wesentlich größer

als diejenige der Γ- Operatoren; denn im Gegensatz zu der einen Klasse metrischer Komponenten gibt es im metronischen Bereich nicht nur $\omega = \frac{N}{p}$ Partialstrukturen in der Diagonalen von $\hat{\gamma}$, sondern noch $\omega^2 - \omega$ extradiagonale Fundamentalselektoren, was zu ω^2 Selektoren dieser Art und daher zu $Z(\omega) = 2(\frac{\omega^2}{2}) + \omega^2 = \omega^4$ Fundamentalkondensoren führen muß. Da alle Partialstrukturen ${}^2\bar{\gamma}_{(\nu\nu)}$ aus $\hat{\gamma}$ zu ${}^2\bar{\gamma}$ komponieren und diese Komposition wegen des metronischen Charakters über die $\omega(\omega-1)$ Extradiagonalen ${}^2\bar{\gamma}_{(\mu\nu)}$ mit $\mu \neq \nu$ (metronische Glieder der Korrelationsvermittlung) läuft, kommen in einem metronischen Γ -Operator, also einem Kondensfeldselektor, in den additiven Kondensorgliedern mehrere Kondensorsignaturen (Basis-, Kontra- und Wirkungssignatur) zur Geltung. Darüber hinaus können, im Gegensatz zu den infinitesimalen Γ -Operatoren, in den Typensignaturen $(s_1)(s_2)$ alle Modalitäten der $1 \leqq \epsilon \leqq 6$ Wirkungsvorschriften (s. III, 5) simultan und kombiniert differenzierte Typensignaturen aufbauen, was die Variationsmöglichkeiten dieser Selektoren nochmals erhöht. Dies ist deshalb möglich, weil beim Übergang vom Tensorfeld zum metronischen Tensorfeld und zum Tensorselektor die den Tensor aufbauenden Vektoren separat zu vektoriellen Selektoren werden, welche als solche Selektoren auch separat durch die Modalitäten ϵ einer allgemeinen Nichthermitezität geprägt werden können. Da außerdem $\frac{\partial}{\partial x^k} \rightarrow \delta_{xk} = \frac{1}{\alpha_k}\delta_k$ ist, folgt für den allgemeinen Kondensfeldselektor mit einem beliebigen gemischtvarianten Multiplett als Typensignatur, aber aus nur einem Kondensortyp $\Gamma^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)}(\begin{smallmatrix}cd\\-+\\ab\end{smallmatrix})_k = \frac{1}{\alpha_k}\delta_k +$

$$+ \sum_{\lambda=\mu+1}^{m} ()^{\varrho} [{}^{i_\lambda}_{\sigma k}]^{(cd)}_{-+}{}_{(ab)(\epsilon_\lambda(s_1))} ;n - \sum_{\lambda=1}^{\mu} ()_{\sigma} [{}_{i_\lambda}{}^{\sigma}{}_{k}]^{(cd)}_{-+}{}_{(ab)(\epsilon_\lambda(s_2))} ;n = (\begin{smallmatrix}cd\\-+\\ab\end{smallmatrix})^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)_k},$$

wenn dieser so übertragene Kondensfeldselektor auf ein metronisches Tensorfeld vom Grade m einwirkt, wobei m höchstens die um 1 verminderte Dimensionszahl des Tensoriums erreichen darf. Im allgemeinsten Fall wird dieser Selektor aber von verschiedenen Kondensoren aufgebaut, die sich in ihrer Kondensorsignatur voneinander unterscheiden. Kennzeichnet $\alpha(\lambda)$ die Basis und $\beta(\lambda)$

die Kontrasignatur mit der jeweiligen Wirkungsindizierung, dann kann in der Form $(\overset{\beta\pm}{\alpha})^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)k} = \frac{1}{\alpha_k}\,\delta_k + \sum_{\lambda=\mu+1}^{m}()^{\sigma}\,[\overset{i_\lambda}{\sigma k}]^{(\beta(\lambda))(\pm)}_{(\alpha(\lambda))(\epsilon_\lambda(s_1))};n -$

$-\sum_{\lambda=1}^{\mu}()_{\sigma}\,[i_\lambda,\overset{\sigma}{k}]^{(\beta(\lambda))(\pm)}_{(\alpha(\lambda))(\epsilon_\lambda(s_2))};n,$ diese Erweiterung erfolgen, wenn wieder wie bei den Γ-Operatoren die Singulettsignaturen durch $[] = []_{(1)}$, $[]^* = []_{(2)}$, $[]_+ = []_{(3)}$, $[]_- = []_{(4)}$, $[]^*_- = []_{(5)}$ und $0[] = []_{(6)}$ indiziert werden. Auch liefert eine Zusammenfassung der Selektorkomponenten den gesamten den Tensorgrad erweiternder Kondensfeldselektor $(\overset{\beta\pm}{\alpha})^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)} = \sum_{k=1}^{N}(\overset{\beta\pm}{\alpha})^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)k}$. Dabei sind α und $\beta\pm$ die Signaturgesetze der Kondensorsignatur. Insgesamt wird also die universellste Form des Kondensfeldselektors durch das System

$$(\overset{\beta\pm}{\alpha})^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)} = \sum_{k=1}^{N}(\overset{\beta\pm}{\alpha})^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)k}, \qquad m\leqq N-1, \qquad (\overset{\beta\pm}{\alpha})^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)k} = \frac{1}{\alpha_k}\,\delta_k +$$

$$+\sum_{\lambda=\mu+1}^{m}()^{\sigma}\,[\overset{i_\lambda}{\sigma,k}]^{(\beta(\lambda))(\pm)}_{(\alpha(\lambda))(\epsilon_\lambda(s_1))};n - \sum_{\lambda=1}^{\mu}()_{\sigma}\,[i_\lambda,\overset{\sigma}{k}]^{(\beta(\lambda))(\pm)}_{(\alpha(\lambda))(\epsilon_\lambda(s_2))};n,\ [] = []_{(1)}$$

$$[]^* = []_{(2)}, \quad []_+ = []_{(3)}, \quad []_- = []_{(4)}, \quad []^*_- = []_{(5)}, \quad 0[] = []_{(6)}$$

$$\ldots\ldots\ldots Z(1$$

beschrieben, vorausgesetzt, daß auch in dem zugrundegelegten R_N alle $x^k \sim n^k$ mit $1\leqq k\leqq N$ bleiben. Im Kondensfeldselektor Gleichung Z(1) beschreibt α die Folge der Basissignaturen $\alpha(\lambda)$ und $\beta\pm$ die Folge der Kontrasignaturen $\beta(\lambda)$ in der Wirkungsweise $\pm$ längs der ganzzahligen Indizierung $1\leqq\lambda\leqq m$. Damit ist der Kondensfeldselektor in universellster Form eindeutig definiert. Gibt es in dem betreffenden Definitionsbereich des Tensoriums P Multiplettsignaturen s_1 und Q kovariante s_2, dann kann eine Wirkungsmatrix der Typensignaturen als Rechteckschema vom Typ PQ, nämlich $(\overset{\widehat{\beta\pm}}{\alpha}) = ((\overset{\beta\pm}{\alpha})^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)})_{P,Q}$ zusammengestellt werden,

welche für die Kondensorsignatur alle Kondensfeldselektoren enthält. Darüberhinaus gibt es aber noch V Basissignaturen und W Kontrasignaturen mit gleichzeitiger Wirkungsangabe, sodaß alle VW Typensignaturmatrizen wiederum als Rechteckschema in die Form einer Übermatrix gebracht werden können, welche als metronische Wirkungsmatrix $\hat{()} = (\hat{(\beta^{\pm}_{\alpha})})_{V,W}$ bezeichnet werden soll. In dieser durch

$$\hat{(\beta^{\pm}_{\alpha})} = ((\beta^{\pm}_{\alpha})^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)})_{P,Q}, \qquad \hat{()} = (\hat{(\beta^{\pm}_{\alpha})})_{V,W} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad Z(1)a$$

beschriebenen metronischen Wirkungsmatrix sind also alle in dem Definitionsbereich des betreffenden Tensoriums möglichen $PQVW$ Kondensfeldselektoren enthalten, über die nunmehr metronische Theoreme entwickelt werden können.

Es besteht die Möglichkeit, auf diesem allgemeinen Kondensfeldselektor den Sieboperator $(\omega - 1)$ - fach anzuwenden, so daß von den Fundamentalselektoren aus $\hat{\gamma}$ nur ${}^{2}\bar{\gamma}_{(1,1)} = {}^{2}\bar{\gamma} \neq {}^{2}\bar{E}$ mit ${}^{2}\bar{\gamma} = \mathrm{sp}\,{}^{2}\bar{\kappa} \times {}^{2}\bar{\kappa} \neq {}^{2}\bar{\gamma}^{*}$ übrig bleibt. In diesem Fall kann auch ${}^{2}\bar{\gamma};n = {}^{2}\bar{g}$ als Kompositionsfeld formal aufgefaßt werden und die Fundamentalkondensoren werden dann zu $[^{\hat{cd}}_{-+}]_{ab} = [\hat{\kappa}] \neq \hat{0}$, während die Kondensfeldselektoren sich in ihrer Kondensorsignatur nicht mehr unterscheiden. Dies bedeutet aber $(\beta^{\pm}_{\alpha})^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)} = (\kappa)^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)}$. Unter Voraussetzung

$$\begin{aligned} &{}^{2}\bar{\gamma}_{(\mu,\nu)} = {}^{2}\bar{E}, \quad (\mu,\nu) \neq 1, \quad {}^{2}\bar{\gamma}_{(1,1)} = {}^{2}\bar{\gamma} \neq {}^{2}\bar{E}, \\ &{}^{2}\bar{\gamma} = \mathrm{sp}\,{}^{2}\bar{\kappa} \times {}^{2}\bar{\kappa} \neq {}^{2}\bar{\gamma}^{*}, \quad [^{\hat{cd}}_{-+}]_{ab} = [\hat{\kappa}], \quad (\beta^{\pm}_{\alpha})^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)} = (\kappa)^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)} \ldots\ldots \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots Z(2) \end{aligned}$$

können weitere Approximationen entwickelt werden. Für ${}^{2}\bar{\gamma}_{-} \rightarrow {}^{2}\bar{0}$ wird ${}^{2}\bar{\gamma} \rightarrow {}^{2}\bar{\gamma}' = {}^{2}\bar{\gamma}'^{*}$ und dies bedeutet, daß die Singulettsignaturen $1 \leqq \epsilon \leqq 3$, gemäß $[]_{(\epsilon)} = []_{+}$ und $4 \leqq \epsilon \leqq 6$ gemäß $[]_{(\epsilon)} = 0$

identisch werden, so daß sich die differenzierten Typensignaturen nur aus zwei Singulettanteilen, nämlich $\epsilon = 3$ und $\epsilon = 6$ zusammensetzen können. Wird eine weitere Approximation ${}^{2}\overline{\gamma}';\mathrm{n} = {}^{2}\overline{\mathrm{a}} = = \mathrm{const}$ durchgeführt, dann verschwinden alle Fundamentalkondensoren, weil nur noch das Singulett $\epsilon = 6$ übrig bleibt. Schließlich ist noch ${}^{2}\overline{\mathrm{a}} \to {}^{2}\overline{\mathrm{E}}$ möglich und dann wird, da eine Unterscheidung zwischen ko- und kontravariant nicht mehr erscheint,

$$\lim_{{}^{2}\overline{\gamma}\to{}^{2}\overline{\mathrm{E}}} (\kappa)^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)} = \mathrm{D\widehat{I}V}_{(x)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{Z(2\,a.}$$

das heißt, im Limes ergeben sich die metronischen Differentialselektoren unter der Voraussetzung $\mathrm{m}>0$ aus dem Kondensfeldselektor Z(2) ohne Kondensorsignatur. Diese Kondensfeldselektoren erweitern stets den Tensorgrad $\mathrm{m}>0$ der metronischen Funktion, auf welche sie einwirken, während die Bildung des Matrizenspektrums m um 1 vermindert, so daß diese Spurbildungen der Kondensfeldselektoren zu Kontraktionsselektoren werden. Dies bedeutet aber, daß auch Γ_1 metronisiert werden kann; und zwar folgt unmittelbar

$$(\kappa)_1 = \frac{1}{\alpha_1}\delta_1 - [{}^{\mathrm{s}}_{1\,\mathrm{s}}]^{(\kappa)}_{(\kappa)+};\mathrm{n}, \qquad \lim_{{}^{2}\overline{\gamma}\to{}^{2}\overline{\mathrm{E}}} (\kappa) = \mathrm{GRAD}_{(x)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{Z(2\,b:}$$

denn dieser Selektor kann auch auf metronische Skalarfunktionen $\mathrm{m} = 0$ einwirken. Ist p eine metronische Funktion, auf welche $(\kappa)_1$ einwirkt, dann kann $\frac{1}{\mathrm{p}}(\kappa)_1;\mathrm{p}$ und $\frac{1}{\mathrm{p}}(\kappa)_{\mathrm{m}};\mathrm{p}$ gebildet und metronisch nach m beziehungsweise 1 differenziert und subtrahiert werden. Es ist $\frac{1}{\mathrm{p}}(\kappa)_1;\mathrm{p} = \frac{1}{\alpha_1}\frac{1}{\mathrm{p}}\delta_1\,\mathrm{p} - [{}^{\mathrm{s}}_{1\,\mathrm{s}}]^{(\kappa)}_{(\kappa)+};\mathrm{n}$, und $\frac{1}{\alpha_{\mathrm{m}}}\,\delta_{\mathrm{m}}\,\frac{1}{\mathrm{p}}(\kappa)_1;\mathrm{p} = = \frac{1}{\alpha_1\alpha_{\mathrm{m}}}\,\delta_{\mathrm{m}}\,\frac{1}{\mathrm{p}}\delta_1\,\mathrm{p} - \frac{1}{\alpha_{\mathrm{m}}}\,\delta_{\mathrm{m}}\,[{}^{\mathrm{s}}_{1\,\mathrm{s}}]_{+};\mathrm{n}$, also $\frac{1}{\alpha_{\mathrm{m}}}\,\delta_{\mathrm{m}}\,\frac{1}{\mathrm{p}}(\kappa)_1;\mathrm{p} - \frac{1}{\alpha_1}\,\delta_1\,\frac{1}{\mathrm{p}}(\kappa)_{\mathrm{m}};\mathrm{p} = = \frac{1}{\alpha_1}\delta_1\,[{}^{\mathrm{s}}_{\mathrm{m}\,\mathrm{s}}]_{+};\mathrm{n} - \frac{1}{\alpha_{\mathrm{m}}}\,\delta_{\mathrm{m}}\,[{}^{\mathrm{s}}_{1\,\mathrm{s}}]_{+};\mathrm{n}$, wenn zur Kürzung $[{}^{\mathrm{i}}_{\mathrm{k}\,1}]^{(\kappa)}_{(\kappa)} = [{}^{\mathrm{i}}_{\mathrm{k}\,1}]$ gesetzt wird. Mithin gilt das Theorem

$$\frac{1}{\alpha_m}\,\delta_m\,\frac{1}{p}(\kappa)_l;p-\frac{1}{\alpha_l}\,\delta_l\,\frac{1}{p}(\kappa)_m;p=\frac{1}{\alpha_l}\,\delta_l[{}_m^s s]_+;n-\frac{1}{\alpha_m}\,\delta_m[{}_l^s s]_+;n,$$

$$[{}_k^i l]_{(\kappa)}^{(\kappa)}=[{}_k^i l]\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ Z(3),$$

weil stets $\frac{1}{\alpha_l p}\,\delta_l p=\frac{1}{\alpha_l}\,\delta_l \ln p$ und $(\delta_k\times\delta_l)_-=0$ ist. Auch die übrigen Theoreme und Identitäten der infinitesimalen Γ- Operatoren können, wenn eine metronische Hyperstruktur R_N vorausgesetzt wird, in die Fassung der Kondensfeldselektoren für ${}^2\bar{\gamma}=sp\,{}^2\bar{\kappa}\times{}^2\bar{\kappa}$ mit ${}^2\bar{\kappa}\neq{}^2\bar{\kappa}^*$ gebracht werden. Die Metronisierung ${}^2\bar{g}={}^2\bar{\gamma};n$ liefert dann in bezug auf das Gitter $x^{\underline{i}}=\alpha_i n^{\underline{i}}$ diese Theoreme in metronischer Form, nämlich

$$sp\,((\kappa)_{(+)}^{(1)}+(\kappa)_{(+)}^{(2)});\underline{\bar{A}}=2\,DIV_{(x)}\,\underline{\bar{A}},\qquad sp\,((\kappa)_{(+)}^{(1)}-(\kappa)_{(+)}^{(2)});\underline{\bar{A}}=$$

$$=2\,\underline{A}^{\underline{k}}[{}_s^s{}_k]_{(\kappa)-}^{(\kappa)};n,\qquad \underline{\bar{A}}=p\,\bar{A},\qquad (\kappa)_{(+)k}^{(1,2)};\underline{\gamma}^{\underline{ik}}=$$

$$=\frac{1}{\alpha_k}\,\delta_k\,\underline{\gamma}^{\underline{ik}}-[{}_k^s{}_s]_{(\kappa)-}^{(\kappa)};n\cdot\underline{\gamma}_+^{\underline{ik}},\qquad \gamma_{ik}\,(\kappa)_{(+)l}^{(1,2)};\underline{\gamma}^{\underline{ik}}=(N-2)(\kappa)_l;w,$$

$${}^2\underline{\gamma}=w\,{}^2\bar{\gamma},\qquad W=\sqrt{|\gamma|},\quad \gamma=|\gamma_{ik}|_N,\quad w=W;n\ \ldots\ldots\ldots\ Z(3)a$$

und hieraus folgt in völliger Analogie zur infinitesimalen Analysis eine hermitesche Symmetrie tensorieller Selektoren vom dritten Grad, welche durch die Einwirkung von Kondensfeldselektoren auf den nichthermiteschen Fundamentalselektor entstehen. Diese hermitesche Symmetrie wiederum kann auf Tensorselektoren beliebigen Grades $m\leqq N$ erweitert werden und dies begründet die Spaltbarkeit eines jeden Tensorselektors in einen hermiteschen und einen antihermiteschen Anteil bezogen auf zwei Indizes gleicher Varianzstufe, ein Sachverhalt der sich bei der Definition des tensoriellen Selektors unmittelbar aus der Spaltbarkeit infinitesimaler Tensorfelder ergeben hat.

Der allgemeine Kondensfeldselektor kann noch weiteren Approximationen unterworfen werden. Wird nämlich angenommen, daß in $\hat{\gamma}$ nicht nur alle extradiagonalen Korrelationsvermittler verschwinden und die Diagonale nur das eine Element ${}^2\bar{\gamma}=sp\,{}^2\bar{\kappa}\times{}^2\bar{\kappa}$

enthält, sondern wird weiter unterstellt, daß auch der Gitterkern ${}^{2}\bar{\kappa} = \pm {}^{2}\bar{\kappa}^{*}$ entweder hermitesch oder antihermitesch, niemals aber nichthermitesch ist, dann folgt, ${}^{2}\bar{\gamma} = {}^{2}\bar{\gamma}^{*}$, und dies hat zur Folge, daß alle Komponenten des Fundamentalkondensors hermitesch werden; das heißt, die ersten drei Modalitäten der Typensignaturen der Kondensfeldselektoren werden identisch $(+)$, desgleichen die Signaturen $4, 5$ und 6, nämlich $(-)$. Wird schließlich angenommen, daß das Strukturgitter nur gegen die x^{i} gedreht, oder parallel verschoben ist, dann wird stets ${}^{2}\bar{\gamma}; n = \text{const}$ und der Fundamentalkondensor wird zu $\hat{0}$, so daß alle nicht differenzierten Typensignaturen mit den Fehlstellen $(-)$ identisch, und die Kondensfeldselektoren zu $D\hat{I}V_{(x)}$ werden, wenn die Drehung oder Parallelverschiebung des Gitters kompensiert, also ${}^{2}\bar{\gamma}; n = {}^{2}\bar{E}$ wird.

Wegen $[{}_{k}{}^{i}{}_{l}]^{(cd)}_{(ab)}{}^{-+} = \gamma^{is}_{(cd)}; ()[skl]_{(ab)} = \gamma^{is}_{(cd)}; ()([skl]_{(ab)+} + [skl]_{(ab)-}) =$

$= [{}_{k}{}^{i}{}_{l}]^{(cd)}_{(ab)+}{}^{-+} + [{}_{k}{}^{i}{}_{l}]^{(cd)}_{(ab)-}{}^{-+}$ gehen die Eigenschaften der adjungierten Kondensoren immer nur auf die Basissignatur, niemals aber auf die Kontrasignatur zurück; so daß diese Eigenschaften der Kondensoren nur von den Elementen aus $\hat{\gamma}$ bestimmt werden, aus denen die varianten Kondensoren gebildet worden sind. Auch das Varianzstufengesetz gilt für korrelierende Elemente dieser Matrix und muß in der Fassung $g^{is}_{(cd)}\, g_{(ab)sk} = |(\gamma^{is}_{(cd)}; ()\, \gamma_{(ab)sk}); n = f^{i}_{k}(\alpha); n$ gelten, wenn zur Kürzung $a \equiv \binom{cd}{ab}$ für die Kondensorsignatur eingeführt wird. Diese Gültigkeit des Korrelationsgesetzes der Varianzstufen hat aber zur Folge, daß eine mehrfache Varianzstufenänderung im Sinne einer Korrelation der Partialstrukturen durchgeführt werden kann, so daß Paralleltranslationen in der metronischen Hyperstruktur, sowohl mit $[{}_{k}{}^{i}{}_{l}]^{(cd)}_{(ab)}{}^{-+}$ als auch mit $Q^{i}_{m}(\alpha)[{}_{k}{}^{m}{}_{l}]^{(cd)}_{(ab)}{}^{-+}$ im Korrelationsbereich der Partialstrukturen durchgeführt werden können, deren Gesamtheit zur Paralleltranslation im Kompositionsfeld mit $[{}_{k}{}^{i}{}_{l}]^{(K)}_{(K)} = [{}_{k}{}^{i}{}_{l}]$ führt. Die $Q^{i}_{m}(\alpha)$ sind hierbei allerdings Funktionalselektoren, die in irgendeiner Form von den Korrelationsse-

lektoren $f^d_j(\beta)$ abhängen, wobei diese Abhängigkeit allein vom Kompositionsgesetz ${}^2\overline{\gamma}({}^2\overline{\kappa}_{(\mu)})^{\omega}_1$ bestimmt wird. Aus dieser Darstellung folgt unmittelbat, daß die Komposition einer metronischen Hyperstruktur als Selektorgesetz in metronisierter Komponentendarstellung $[{}^i_k] = \sum^{\omega^4}_{\alpha\equiv 1}([{}^i_k]^{(cd)}_{(ab)-+} + Q^i_m(\alpha);()[{}^m_k]^{(cd)}_{(ab)-+})$ beschrieben werden kann. Offensichtlich sind die Q^i_m als Komponenten eines gemischtvarianten tensoriellen Selektors ${}^2\overline{Q}$ aufzufassen, so daß sich insgesamt für das Grundgesetz der Strukturkondensationen

$$\hat{[]} = \sum^{\omega^4}_{\alpha\equiv 1}([\hat{}^{cd}_{ab-+}] + sp\,{}^2\overline{Q}(\alpha);()\times[\hat{}^{cd}_{ab-+}]), \qquad \alpha \equiv \binom{cd}{ab} \ldots\ldots\ldots\ldots Z(4)$$

ergibt.

Eine sehr wesentliche, jede metrische Struktur beschreibende Größe ist der Krümmungstensor infinitesimaler Translationen nämlich ${}^4\overline{R}$ mit den Komponenten $R^1_{klm} = \frac{\partial}{\partial x^l}\Gamma^i_{km} - \frac{\partial}{\partial x^m}\Gamma^i_{kl} + + \Gamma^i_{sl}\Gamma^s_{km} - \Gamma^i_{sm}\Gamma^s_{kl}$. Wird hierin Γ^i_{kl} als metrisches Maß des Kompositionsfeldes aufgefaßt, dann kann unter Verwendung von $\Gamma^i_{kl} \to [{}^i_k];n$ und $\frac{\partial}{\partial x^j} \to \frac{1}{\alpha_j}\delta_j$ auch diese metrische Größe metronisiert werden, was zu $R^i_{klm} \to \varsigma^i_{klm};n = (\frac{1}{\alpha_l}\delta_l[{}^i_km] - \frac{1}{\alpha_m}\delta_m[{}^i_kl] + + [{}^i_sl];()[{}^s_km] - [{}^i_sm];()[{}^s_kl]);n$ nach einer Anwendung des Metronisierungsverfahrens führt. Dieser Selektor ${}^4\overline{\varsigma}$ ist in infinitesimaler Approximation ein Maß der Strukturkrümmung, denn ${}^4\overline{R} = {}^4\overline{0}$ beschreibt die euklidische Metrik während ${}^4\overline{R} \neq {}^4\overline{0}$ die Abweichung von diesem metrischen Bezugskontinuum kennzeichnet. Entsprechend beschreibt ${}^4\overline{\varsigma} = {}^4\overline{0}$ das durch die Gitterselektoren C_k beschriebene Gitter des strukturlosen, also leeren Bezugsbereiches $R_{N(0)}$, während alle ${}^4\overline{\varsigma} \neq {}^4\overline{0}$ irgendwelche Kompositionsfelder von Hyperstrukturen wiedergeben. Offensichtlich beschreibt ${}^4\overline{\varsigma}$ die Verdichtung, also die metrische Kompression eines metro-

nischen Kondensationszustandes, so daß der Selektor ${}^4\bar{\varsigma}$ als me tronischer Strukturkompressor bezeichnet werden kann, der ge mäß

$$\varsigma^{i}_{klm} = \frac{1}{\alpha_l}\delta_l [{}_k{}^i{}_m] - \frac{1}{\alpha_m}\delta_m [{}_k{}^i{}_l] + [{}_s{}^i{}_l];()[{}_k{}^s{}_m] - [{}_s{}^i{}_m];()[{}_k{}^s{}_l]$$

$$\lim_{\tau\to 0} {}^4\bar{\varsigma};n = {}^4\bar{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots Z(5$$

durch die Komponenten des Fundamentalkondensors ausgedrück werden kann. Da wegen $\tau>0$ in $\hat{()}$ nach Z(1)a differenzierte Ty pensignaturen auftreten, was für infinitesimale Γ- Operatorer nicht der Fall ist, kann die Komponentendarstellung Z(5) gemäß

$$\frac{\delta_m}{\alpha_m}[{}_{k,p}^{i}] - \frac{\delta_p}{\alpha_p}[{}_{k,m}^{i}] + [{}_{s,m}^{i}];()[{}_{k,p}^{s}] - [{}_{s,p}^{i}];()[{}_{k,m}^{s}] =$$

$$= ()^{(1,6)}_{(-)m};[{}_{k,p}^{i}] - ()^{(1,6)}_{(-)p};[{}_{k,m}^{i}] = \begin{vmatrix} ()^{(1,6)}_{(-)m}, ()^{(1,6)}_{(-)p} \\ [{}_{k,m}^{i}], [{}_{k,p}^{i}] \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} ()^{(1,6)}_{(-)m}, ()^{(1,6)}_{(-)p} \\ (), \delta^{m}_{p}() \end{vmatrix};[{}_{k,m}^{i}] = \begin{vmatrix} \delta^{p}_{m}, 1 \\ (), \delta^{m}_{p}() \end{vmatrix} ()^{(1,6)}_{(-)p};[{}_{k,m}^{i}] = K^{(m)}_{p};[{}_{k,m}^{i}$$

umgeschrieben werden. Mithin existiert das Tensorschema der Se lektorbeziehung

$${}^4\bar{\varsigma} = K;\hat{[]} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots Z(5)a.$$

wonach der den Tensorgrad um 1 erhöhende Funktionalselektor K als "Strukturkondensor" der darstellende Selektor von ${}^4\bar{\varsigma}$ ist, dessen Komponenten durch

$$K^{(m)}_{p} = \begin{vmatrix} \delta^{p}_{m}, 1 \\ (), \delta^{m}_{p}() \end{vmatrix} ()^{(1,6)}_{(-)p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots Z(5)b$$

beschrieben werden. In dem zweireihigen Determinantenselektor wurde das gemischtvariante Kronecker-Element verwendet, welches mit der Summationsregel über einen Index in beiden Varianzstufen gemäß $\delta^{Q}_{P} A_{Q} = A_{P}$ eine Indexvertauschung bewirkt.

Mit dem Kompositionsgesetz Z(4) metronischer Strukturen kann der kompositive Kompressor Z(5) in die Fundamentalkondensoren der Partialstrukturen gespalten werden. Eine Substitution mit Z(4) in Gleichung Z(5) liefert diese Spaltung, derart, daß der kompositive Strukturkompressor additiv aus den entsprechenden Tensorselektoren der einzelnen möglichen Kondensorsignaturen (Basis-, Kontra- und Wirkungssignatur) zusammengesetz erscheint. Allerdings tritt neben der Summe dieser partiellen Strukturkompressoren als weiterer Summand noch ein nicht spaltbares Selektorglied auf, welches den kompositiven Fundamentalkondensor quadratisch enthält.

KAPITEL IV

DIE WELT ALS HYPERSTRUKTUR

1. Strukturelle Kondensationsstufen.

Die Beziehungen (8) und (15) sind die Konsequenzen der beiden von (2) aufgezeigten logischen Zweige. Mit den Methoden aus Kapitel III beschrieben durch die Gleichungen A bis Z(5) erscheint eine Synthesis von (8) und (15) durchaus möglich; denn $N=6$ des R_6 geht nicht auf (8) zurück, sondern auf die nichthermitesche Natur des R_4 als Folge einer Synthese der $R_{\pm 4}$. Auch ändert sich an der metrischen Strukturierung des R_6 durch $\tau>0$ nichts, weil wegen des stetigen Metronenanschlusses durch die geodätische Begrenzung der τ aus dem infinitesimalen geodätischen Netz sechsfach unendlicher Scharen geodätischer Linien durch τ lediglich ein geodätisches Gitter endlicher von 0 verschiedener Maschenweite ausgewählt wird. Soll die Methodik aus III unter Verwendung von (15) auf (8) angewendet werden, dann muß zunächst neben $N=6$ der Beziehung (15) entsprechend $p=2$ gesetzt werden, was zunächst $M=N/p=3$ bedingt. Diese Aussage stützt offensichtlich den heuristischen Schluß (9), jedoch kann (9) erst dann weiter diskutiert werden, wenn sich die Existenz von $M=3$ Gitterkernen auf indirektem Wege eindeutig nachweisen läßt. Direkt kann diese Existenz aus (8) offenbar nicht abgelesen werden. Für $p=2$ ergibt sich aus $L_p=\binom{N}{p}$ die Existenz von $L_2=\binom{6}{2}=15$ einfachen metronischen Tensorien, welche als zweidimensionale Koordinatenflächen den R_6 aufspannen.

Grundsätzlich kann jede Hyperstruktur des R_6 als ein Bezugstensorium verwendet werden. Vom physikalischen Gesichtspunkt her erscheint es jedoch zweckmäßig, das Tensorium einer leeren Welt als Bezugsraum zu verwenden, weil hier Gitter- und Hyperselektoren identisch werden. Eine derartige Identität wird dadurch bedingt, daß nach (8) nur $\bar{\lambda} \neq \bar{0}$ unterscheidbare Ereignisstrukturen kennzeichnet, während für eine leere Welt $\bar{\lambda}=\bar{0}$ oder $C_m \{^1_{k,p}\} =$ gilt. Makromar bedeutet dies aber $R^i_{k,p,m}=0$ was aber den R_6 als euklidisch kennzeichnet, derart, daß die geodätischen Linien Geraden sind und die hermiteschen $g_{i,k}=\text{const}$ werden. Dies wiederum bedingt $g=\text{const}$ und eine Konstanz der Funktionaldeterminante.

Mit den metronischen Richtungskoeffizienten $\nu^{\underline{k},\underline{k}}$ gilt für eine geodätisch begrenzte metronische R_6 - Zelle $\Delta\Omega=\alpha\tau^3$ mit $\alpha=(g \prod_{k=1}^{6} \nu^{\underline{k},\underline{k}})^{1/2}$. Liegt nun die Euklidizität des leeren R_6 vor, dann wird $\alpha=1$ und damit $\Delta\Omega=\tau^3\equiv\Delta$, das heißt, diese Zellen sind kubischer Natur und können nur durch äquidistante Geraden begrenzt werden, welche sich somit als geodätisches Gitter der leeren Welt erweisen. In einer solchen leeren Welt gibt es andererseits keine unterscheidbaren Ereignisstrukturen und damit auch keine kosmische Bewegung, so daß für die Richtungskosinus der Weltlinienwinkel α_k mit den cartesischen Bezugskoordinaten x_k die Darstellungen $\cos\alpha_k = 0$ für $k\neq 4$ und $\cos\alpha_4 = \pm 1$ gelten. Dies bedeutet aber, daß alle Weltlinien den cartesischen Koordinaten parallel laufen und mit den geradlinigen geodätischen Linien identisch werden. Wegen $\Delta=\tau^3$ wird hiermit wiederum das geodätische Gitter identisch, und eine Identität von Gitter- und Hyperselektoren ist erfüllt. Als Definitionsbereiche dieser Bezugskoordinaten kann $-\infty < x_k < +\infty$ in der leeren Welt gesetzt werden, derart, daß es keinerlei Begrenzungen eines endlichen Definitionsbereiches gibt. Die $L_2=15$ einfachen metronischen Tensorien sind in dieser leeren Welt ebenfalls unbegrenzte Ebenen, so daß Feinstrukturselektoren ihrer Subraster nicht ermittelt zu werden brauchen. Auch ist $g_{i,k}=\gamma_{i,k}; n=\delta_{i,k}$ und $(\delta s)^2=\tau$ der Metrik, also $\nu^{\underline{i},\underline{k}}\delta_{i,k}=1$. Ferner gilt $x_k=C_k;n$ mit $C_k=\alpha_k()_k$ und $\alpha_k=\sqrt{\tau}$ für $k\leqq 3$ und $\alpha_k =$

$=i\sqrt{\tau}$ für $k>3$ wegen (4). Mit den Einheitsvektoren $\bar{e}_i\bar{e}_k=\delta_{i,k}$ werden die Eigenschaften des Bezugstensoriums der leeren Welt zusammengefaßt in

$$(16)\qquad \bar{x}_k = \bar{X}_k;n, \quad \bar{X}_k = \bar{e}_k\alpha_k()_k, \quad (\bar{e}_i\bar{e}_k)_6 = \hat{E}, \quad \sum_{k=1}^{6}\nu_{kk} = 1,$$
$$\alpha_k = \sqrt{\tau}, \quad k\leqq 3, \quad \alpha_k = i\sqrt{\tau}, \quad k>3, \quad \Delta=\tau^3.$$

Da jedem Metron nach den Ergebnissen der Metronentheorie neben dem konstanten Betrag τ noch ein invarianter Spinselektor ${}^2\bar{P} = 1/\tau\,\mathrm{ROT}_6\,\bar{\phi}$ mit dem Spinselektor $\bar{\phi}$ zukommt, ist jeder metronischen Hyperstruktur eine Spinstruktur überlagert. Für ein Einzelmetron kann immer die Metronenziffer $n=1$ angenommen werden, was für den Metronentensor ${}^2\bar{\tau} = (\mathrm{ROT}_6\,\bar{\phi});1$ liefert. Allgemein gilt $\tau\,{}^2\bar{P};n = \tau\,{}^2\bar{p}$ für beliebige n. Hierin ist ${}^2\bar{p} = -{}^2\bar{p}^*$ mit ${}^2\bar{p} = [(1-\delta_{ik})n_{ik}]_6$. Die Metronenziffer n_{ik} ist in diesem Tensor antihermitesch; denn für den leeren, also euklidischen R_6 sind in den $n_{ik} = -n_{ki}$ die Richtungsgrößen ± 1 oder $\pm i$ enthalten, derart, daß die n_{ik} die Metronenziffern der feinstrukturierten Subraster aller $L_2 = 15$ einfachen Tensorien angibt. Auf jeden Fall sind die Koordinaten x_k des R_6 für $k<4$ reell, aber für $k\geqq 4$ imaginär und dies bedeutet, $\mathrm{Im}\,n_{ik} = 0$, $\mathrm{Re}\,n_{ik}>0$ für $(i,k)<4$, aber $\mathrm{Im}\,n_{ik}>0$, $\mathrm{Re}\,n_{ik}=0$ für $i<4$ und $k\geqq 4$ und $\mathrm{Im}\,n_{ik}=0$, $\mathrm{Re}\,n_{ik}<0$ für $(i,k)\geqq 4$ mit $i<k$. Da weiter grundsätzlich wegen der euklidischen Eigenschaften $|n_{ik}|=1$ ist, folgt für den Metronentensor der leeren Welt ${}^2\bar{\tau} = \tau$

$$\begin{vmatrix} 0 & +1 & +1 & +i & +i & +i \\ -1 & 0 & +1 & +i & +i & +i \\ -1 & -1 & o & +i & +i & +i \\ -i & -i & -i & 0 & -1 & -1 \\ -i & -i & -i & +1 & 0 & -1 \\ -i & -i & -i & +1 & +1 & 0 \end{vmatrix}$$

was die komplexe Spaltung

$${}^2\bar{\tau} = \tau \begin{vmatrix} 0 & +1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 \end{vmatrix} + i\tau \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & +1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

ermöglicht. Die Iteration liefert

$$\frac{1}{\tau^2}\,\mathrm{sp}\,{}^2\bar{\tau}\times{}^2\bar{\tau} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 4i & 2i & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 2i & 0 & -2i \\ 4 & 2 & 1 & 0 & -2i & -4i \\ 4i & 2i & 0 & 1 & 2 & 4 \\ 2i & 0 & -2i & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -2i & 4i & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} + i \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -4 \\ 4 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Weitere Iterationen $\mathrm{sp}\,({}^2\bar{\tau}\times\mathrm{sp}\,{}^2\bar{\tau}\times{}^2\bar{\tau})\sim\tau^3 = \Delta$ oder $\mathrm{sp}\,(\mathrm{sp}\,{}^2\bar{\tau}\times{}^2\bar{\tau})\times{}^2\bar{\tau}\sim\tau^3$ liefern weitere komplexe Tensoren, welche dem Volumen der metronischen Elementarzelle proportional sind.

Es ist $\frac{1}{\tau^3}\,\mathrm{sp}({}^2\bar{\tau}\times\mathrm{sp}\,{}^2\bar{\tau}\times{}^2\bar{\tau}) = \begin{vmatrix} 0 & 3 & 9 & 9i & 3i & i \\ -3 & 0 & 3 & 3i & i & 3i \\ -9 & -3 & 0 & i & 3i & 9i \\ -9i & 3i & -i & 0 & -3 & -9 \\ -3i & -i & -3i & 3 & 0 & -3 \\ -i & -3i & -9i & 9 & 3 & 0 \end{vmatrix} =$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 3 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ -9 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 3 & 0 \end{vmatrix} + i \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 9 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 9 \\ -9 & -3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & -9 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Wird das Matritzenspektrum von $(\mathrm{sp}\,{}^2\bar{\tau}\times{}^2\bar{\tau})\times{}^2\bar{\tau}$ gebildet, dann zeigt sich, $\mathrm{sp}({}^2\bar{\tau}\times\mathrm{sp}\,{}^2\bar{\tau}\times{}^2\bar{\tau})-\mathrm{sp}(\mathrm{sp}\,{}^2\bar{\tau}\times{}^2\bar{\tau})\times{}^2\bar{\tau} = {}^2\bar{0}$, und diese Kommutativität ist der Nachweis dafür, daß $\mathrm{sp}\,{}^2\bar{\tau}\times(\mathrm{sp}\,{}^2\bar{\tau}\times{}^2\bar{\tau})\sim\tau^3$ eindeutig ist.

Es kann noch die Determinante des Metronentensors gebildet werden. Bei der Entwicklung dieser Determinante zeigt sich $1/\tau^6\;|\,{}^2\bar{\tau}\,|_6 = 1$, also $|\,{}^2\bar{\tau}\,|_6 = \tau^6 = \Delta^2$. Die Eigenschaften des Metronentensors und der Spinorientierung werden demnach zusammengefaßt in

(16a) $$^{2}\bar{\tau} = (\mathrm{ROT}_6\,\bar{\phi});1, \qquad \tau\,{}^{2}\bar{\mathrm{P}} = \mathrm{ROT}_6\,\bar{\phi},$$

$$^{2}\bar{\tau} = \tau \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & i & i & i \\ -1 & 0 & 1 & i & i & i \\ -1 & -1 & 0 & i & i & i \\ -i & -i & -i & 0 & -1 & -1 \\ -i & -i & -i & 1 & 0 & -1 \\ -i & -i & -i & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}, \quad \mathrm{sp}\,{}^{2}\bar{\tau} \times (\mathrm{sp}\,{}^{2}\bar{\tau} \times {}^{2}\bar{\tau}) =$$

$$= \Delta \begin{vmatrix} 0 & 3 & 9 & 9i & 3i & i \\ -3 & 0 & 3 & 3i & i & 3i \\ -9 & -3 & 0 & i & 3i & 9i \\ -9i & -3i & -i & 0 & -3 & -9 \\ -3i & -i & -3i & 3 & 0 & -3 \\ -i & -3i & -9i & 9 & 3 & 0 \end{vmatrix}, \quad |\,{}^{2}\bar{\tau}\,|_6 = \Delta^2.$$

Damit sind die Eigenschaften einer metronischen Elementarzelle umschrieben, derart, daß auch eine Aussage über die möglichen Spinorientierungen der $2L_2 = 30$ begrenzenden Metronen einer solchen Zelle gemacht werden können. Da wegen $\mathrm{ROT}_6\,\bar{\phi} = -(\mathrm{ROT}_6\,\bar{\phi})^*$ stets auch ${}^{2}\bar{\mathrm{P}} = -{}^{2}\bar{\mathrm{P}}^*$ und demnach auch der Metronentensor antihermitesch ist, aber die $2L_2 = 30$ von Null verschiedenen Komponenten die Spinorientierungen derjenigen Metronen beschreiben, welche die metronische Elementarzelle Δ des R_6 begrenzen, müssen sich grundsätzlich alle metronischen Spins innerhalb einer solchen als geschlossenes System paarweise kompensieren. Hierfür gibt es naturgemäß sehr viele Möglichkeiten, doch muß wegen der vorausgesetzten Leere der Bezugswelt das Fehlen metrischer Strukturen gefordert werden und dies wiederum bedingt eine völlige Isotropie sowohl des leeren Tensoriums, als auch der überlagerten Spinorientierung dieses metronischen Welttensoriums. Neben dieser Isotropieforderung muß aber, auch in der leeren Welt eine Strukturpotenz angenommen werden; denn tatsächlich ist die Welt nicht leer und die vorhandenen Strukturen müssen aufgrund einer vorhandenen Strukturpotenz aus einer leeren Welt hervorgegangen sein. Die Isotropieforderung der Hyperstruktur wird bereits durch die euklidische Infinitesimalmetrik im Fall der Strukturlosigkeit erfüllt. Für die überlagerte Spinorientierung gibt es grundsätzlich nur drei Möglichkeiten, welche die Isotropieforderung und ${}^{2}\bar{\tau} = -{}^{2}\bar{\tau}^*$ erfüllen:

a) Alle 30 Grenzmetronen von Δ sind hinsichtlich des Spins so orientiert, daß alle Spinvektoren nach außen weisen. Auf diese Weise erhält Δ einen Exogenspin und wird mit Δ_+ bezeichnet
b) Alle Spinvektoren weisen in das Innere von Δ, was zu einem Endogenspin und Δ_- führt. Die aus $\Delta_\pm$ konstruierbaren Welten $R_{6(\pm)}$, nämlich die Exogenwelt und die Endogenwelt sind zwar völlig isotrop, doch würden sie keine Strukturpotenz enthalten, denn wenn eine Strukturpotenz vorhanden ist, dann müßte bereits der Austausch von zwei metronischen Elementarzellen eine Spinstruktur zur Folge haben. Daraus folgt, daß die Fälle a und b zwar metronische Möglichkeiten darstellen, die aber in der leeren Welt nicht realisiert sind.
c) Es besteht die Möglichkeit, die beiden spinorientierten Welten $R_{6(\pm)}$ unter Wahrung der Isotropieforderung zu kombinieren, derart, daß es zu einer metronischen Spinkombination kommmt. Eine Zelle $\Delta_\pm$ wird von $2L_2 = 30$ Zellen $\Delta_\mp$ umgeben, und jede dieser 30 Zellen kann von $30-1=29$ Zellen $\Delta_\pm$, also insgesamt $30 \cdot 29$ Zellen $\Delta_\pm$ umgeben werden und so weiter. Auf diese Weise entsteht eine spinkombinierte Welt $R_{6(0)}$, in welcher jede Zelle Δ_+ von 30 Zellen Δ_- und jede Zelle Δ_- wiederum von 30 Zellen Δ_+ begrenzt wird. Dieser letzte Fall erfüllt die Isotropieforderung, doch liegt zugleich eine Strukturpotenz vor. Denn werden zwei benachbarte Elementarzellen vertauscht, dann ist bereits eine Spinstruktur entstanden.

Zusammenfassend kann hinsichtlich des leeren metronischen Welttensoriums festgestellt werden, daß die Hyperstruktur euklidisch, und das Feinstrukturraster geradlinig äquidistant ist. Neben dieser metrischen Isotropie gibt es noch eine Spinisotropie hinsichtlich der überlagerten Spinorientierung derart, daß sich eine Exogen- und eine Endogenwelt $R_{6(\pm)}$ zur realen strukturpotenten Welt $R_{6(0)}$ kombinieren. Auf diese Weise wird also die spinorientierte Hyperstruktur des realen, aber leeren metronischen Welttensoriums durch die Spinkombination der metronischen Elementarzellen

(16b) $$\Delta_\pm \equiv \pm {}^2\tau, \quad \Delta_\pm \equiv R_{6(\pm)}, \quad R_{6(+)} + R_{6(-)} \equiv R_{6(0)}$$

beschrieben. Diese spinüberlagerte Hyperstruktur $R_{6(0)}$ einer leeren Welt, welche aber zur Strukturierung fähig ist, erscheint besonders als Bezugstensorium geeignet, auf welches das Tensorium einer strukturierten Welt R_6 bezogen werden kann. Dieses Bezugstensorium wird also umschrieben durch

(16c) $$R_{6(0)} \equiv R_{6(0)}\,(x^{k})_1^6, \quad x^{k} = C^{k};n,$$

worin die Gitterselektoren $C_k = \alpha_k \cdot ()_k$ als Gitterselektoren der leeren Welt die Bezugskoordinaten liefern. Irgendeine Weltstruktur könnte auch auf eine andere Bezugsstruktur bezogen werden, doch liefert die vom Metronspin überlagerte Hyperstruktur des leeren Welttensoriums wegen der völligen morphologischen Identität aller Metronen und der Linearität der Gitterselektoren die einfachste Bezugsstruktur. Bei der Analyse des $R_{6(0)}$ erscheinen die infinitesimalen hypothetischen Partialstrukturen (9) nicht. Wenn versucht werden soll, die infinitesimalen Weltstrukturen bezogen auf den $R_{6(0)}$ zu metronisieren, dann kann dies nur hinsichtlich (8) geschehen; denn diese Strukturbeziehung war eine unmittelbare Folge der empirischen Phänomenologie, während Gleichung (9) trotz einer gewissen Wahrscheinlichkeit vorerst spekulativ ist. Sollten auch in metronischer Fassung die Existenz von Partialstrukturen erscheinen, dann kann es sich dabei wegen $N=6$ und $p=2$ nach (15b) nur um $M=3$ tensorielle Gitterkernselektoren handeln, welche die Fundamentalselektoren eines polymetrischen Korrelators als Hypermatrix vom Typ 3 aufbauen. Die Existenz solcher Gitterkerne kann unmöglich direkt aus (8) abgelesen werden, doch könnte sie sich auf indirektem Wege aus der Synthese von (8) und (15) ergeben, was (9), also diesen heuristischen Schluß bestätigen würde. Andererseits hätte dies die Notwendigkeit einer polymetrischen Beschreibung der Strukturstufen $\overline{\lambda}$ aus (8) zur Folge, wenn (8) mit τ in eine Selektorfassung gebracht werden kann.

Nach (8) werden die im nicht leeren kontinuierlichen R_6 möglichen Strukturen durch das Eigenwertproblem dieser Beziehung in Form metrischer Quantenstufen beschrieben, wobei diese metrischen Quantenstufen physikalische Zustände der Welt im mikromaren Bereich sind; denn wegen der Konvergenz und Hermitezität

erscheint der R_6 hinsichtlich der durch (8) beschriebenen Welt strukturen als der Trägerraum eines abstrakten Funktionenraumes C hängt nur von metrischen Größen der Welt ab und beschreibt demnach als Zustandsoperator – dessen diskrete Eigenwertspektren $\overline{\lambda} \neq \overline{0}$ aus diesem Grunde als metrische Strukturstufen bezeichnet werden müssen, während das Spektrum der zugehörigen $\{\}$ die entsprechenden Zustandsfunktionen dieser mikromaren Strukturzustände der Welt enthält – Zustände des R_6 an sich. Mithin erscheinen in dieser Fassung die $\overline{\lambda} \neq \overline{0}$ des Operators C als Leerraumzustände metrischer Art des R_6.

Tatsächlich ist die leere Welt kein Kontinuum im Sinne der infinitesimalen Beschreibung (8), sondern eine metronische Hyperstruktur $R_{6(0)}$ mit sich kompensierender Spinstruktur. Da nun $R_{6(0)}$ mit $\overline{\lambda} = \overline{0}$ ein Sonderfall der nicht leeren Welt $\overline{\lambda} \neq \overline{0}$ ist, muß auch die mit $\overline{\lambda} \neq \overline{0}$ strukturierte Welt eine solche Hyperstruktur sein, die aber immer auf die Hyperstruktur $R_{6(0)}$ der leeren Welt nach (16c) bezogen werden kann. Wenn aber die Welt R_6 mit $\overline{\lambda} \neq \overline{0}$ (diese werde jetzt immer mit R_6 bezeichnet) eine Hyperstruktur ist, dann muß auch die infinitesimale Zustandsgleichung (8) der Welt mit ihrer Konsequenz, wonach die Eigenwertspektren $\overline{\lambda} \neq \overline{0}$ metrische Strukturstufen enthalten, metronisierbar sein, das heißt, in Analogie zum kontinuierlichen Trägerraum eines abstrakten Funktionenraumes muß es metronische Hyperstrukturen geben, die als Trägerstrukturen metronischer Funktionenräume wirken, derart, daß die diskreten Strukturzustände durch Zustandsselektoren in Form metronischer Eigenwertprobleme erscheinen, deren Eigenfunktionen als Dimensionen des metronischen Funktionenraumes wiederum Funktionen der Metronenziffern der Trägerstruktur, also metronische Funktionen sind.

Ist $\varphi = \psi\,;\mathrm{n}$ eine durch den Selektor ψ darstellbare metronische Funktion, die von den Metronenziffern einer Hyperstruktur abhängt, deren Elementarzelle das Volumen $\delta\Omega$ hat, dann besteht immer die Möglichkeit, das Metronintegral $I = \mathop{S}_{\Omega} \varphi\,\varphi^{*}\,\delta\Omega$ über die ganze Hyperstruktur Ω zu erstrecken. Wird weiter angenommen, daß es einen Funktionalselektor Γ gibt, der so in Ω definiert ist, daß ein Zusammenhang $\Gamma\,;\varphi = \lambda\varphi$, also eine Selektor-

gleichung $\Gamma;\psi = \lambda\psi$ wegen $\varphi = \psi;n$ entsteht, dann ist diese Selektorgleichung ein Analogon zum Eigenwertproblem infinitesimaler Operatoren, das heißt, die Selektorgleichung $\Gamma;\psi = \lambda\psi$ kann als metronisches Eigenwertproblem bezeichnet werden. Die Existenz eines solchen metronischen Eigenwertproblems kann aus der Existenz metronischer Matrizen hergeleitet werden; denn eine Matrix $\hat{C}$ ist auch dann definiert, wenn die Elemente metronische Funktionen sind. Wenn es aber metronische Matrizen gibt, dann muß es auch unitäre metronische Transformationsmatrizen $\hat{S}\hat{S}^* = \hat{E}$ geben, mit deren Hilfe $\hat{C}$ unter Voraussetzung der Hermitezität $\hat{C} = \hat{C}^*$ und des quadratischen Typs N stets gemäß $\hat{S}\hat{C}\hat{S}^{-1} = \hat{W}$ in ein Diagonalschema $\hat{W}$ transformiert werden kann, wenn N die Dimensionszahl der Hyperstruktur angibt, und $\hat{C}$ gemäß $\mathrm{sp}\hat{C} \geqq 0$ mindestens semidefinit ist. Die Diagonalelemente $W_{i,i}$ ergeben sich dabei aus der Determinantenbeziehung der charakteristischen Gleichung $|\hat{C} - q\hat{E}|_N = 0$, die ihrerseits in das invariante Säkularpolynom entwickelt werden kann, was eine Gleichung vom Grade N für q ergibt. Ihre N Lösungen q_i sind dann die Diagonalelemente, welche $\hat{W}$ aufbauen. Dies bedeutet aber, daß $|\hat{C} - q\hat{E}|_N = 0$ mit $\hat{S}\hat{C} - \hat{W}\hat{S} = \hat{0}$ oder $W_{i,i} - q_i = 0$ identisch ist. Setzt man $W_{i,i} = \Gamma;\varphi_i$ und $q_i = \lambda\varphi_i$, dann ergibt sich bei Fortlassung der Indizierung allgemein $\Gamma;\varphi - \lambda\varphi = 0$, beziehungsweise mit $\varphi = \psi;n$ die Selektorgleichung $\Gamma;\psi = \lambda\psi$ des metronischen Eigenwertproblems, dessen Existenz demnach durch die Existenz hermitescher metronischer Matrizen von quadratischem Typ begründet wird. Die notwendige Voraussetzung war $\hat{C} = \hat{C}^*$, also auch $\hat{W} = \hat{W}^*$ und dies wiederum bedeutet die Realität der Eigenwerte $\lambda = \lambda^*$, wodurch der Selektor $\Gamma = \Gamma^*$ als hermitescher Selektor gekennzeichnet wird. Wenn aber dieser Selektor hermitesch ist, dann muß auch die allgemeine Bedingung der Hermitezität $\underset{\Omega}{S}(\varphi^*\Gamma;\varphi - \varphi(\Gamma;\varphi)^*)\delta\Omega = 0$ erfüllt sein. Einsetzen von $\Gamma;\varphi = \lambda\varphi$ liefert dann, wegen $\lambda = \mathrm{const}$ die Beziehung $(\lambda - \lambda^*)\underset{\Omega}{S}\varphi\varphi^*\delta\Omega = 0$, die wegen $\lambda = \lambda^*$ immer erfüllt werden kann, wenn $\underset{\Omega}{S}\varphi\varphi^*\delta\Omega < \infty$ bleibt und diese Konvergenz wiederum macht die Normierung $\underset{\Omega}{S}\varphi\varphi^*\delta\Omega = 1$ möglich. Diese Konvergenz metronischer Zustands-

funktionen ist also, ebenso wie die Realität der Eigenwerte, ein Konsequenz der Hermitezität des Selektors Γ und umgekehrt Wenn also ein echtes metronsiches Eigenwertproblem vorliegen soll, das heißt, wenn sich alle Eigenwerte in einem diskreten Punkt spektrum befinden sollen, dann müssen alle Eigenfunktionen kon vergieren und der Funktionalselektor muß hermitesch sein. Ist dies aber der Fall, so werden die diskreten Eigenwerte reell und be· schreiben demzufolge reale quantenhafte Zustände der zugrunde· gelegten metronischen Hyperstruktur. Immer dann, wenn ein Strukturzustand beschrieben wird, der durch stationäre Quanten· stufen gekennzeichnet ist, besteht die Möglichkeit, diesen Zustand durch einen hermiteschen Funktionalselektor zu beschreiben, der so auf eine konvergente Zustandsfunktion φ einwirkt, daß ein metronisches Eigenwertproblem $\Gamma;\varphi = \lambda\varphi$ entsteht, was wegen $\varphi = \psi;n$ in die Fassung einer allgemeinen Selektorgleichung $\Gamma;\psi = \lambda\psi$ gebracht werden kann. Γ beschreibt dabei den Zustand der Struktur und wird, wenn die Hermitezitätsforderung erfüllt ist, als Zustandsselektor bezeichnet, während die diskreten Stufen λ des Zustandes durch die metronischen Eigenfunktionen $\varphi = \psi;n$ beschrieben werden. Ist ν die Quantenzahl einer Stufe λ_ν, welche durch φ_ν beschrieben wird, dann gilt stets $\Gamma;\varphi_\nu = \lambda_\nu\varphi_\nu$. Ist $\mu \neq \nu$ eine andere Stufe, dann würde $\varphi^*_\mu\Gamma;\varphi_\nu = \lambda_\nu\varphi_\nu\varphi^*_\mu$ den Übergang von der einen zur anderen Stufe beschreiben, was aber $\int_\Omega \varphi^*_\mu \Gamma;\varphi_\nu \delta\Omega = 0$ oder wegen $\lambda_\nu = \text{const}$ auch $\int_\Omega \varphi_\nu\varphi^*_\mu \delta\Omega = 0$ zur Folge hat. Wegen der Konvergenz $\int_\Omega \varphi_\nu\varphi^*_\nu \delta\Omega = 1$ für $\mu = \nu$ kann allgemein $\int_\Omega \varphi_\mu\varphi^*_\nu \delta\Omega = \delta_{\mu,\nu}$ gesetzt werden, vorausgesetzt, daß Γ linear wirkt. In diesem Fall bilden also die Eigenfunktionen ein normiertes Orthogonalsystem, das heißt, es existiert tatsächlich über der zugrundegelegten N - dimensionalen Hyperstruktur ein abstrakter metronischer Funktionenraum, in welchem hermitesche Zustandsselektoren wirken und die diskreten Strukturzustände der Trägerstruktur des metronischen Funktionenraumes durch ein diskretes Punktspektrum und metronische Zustandsfunktionen beschreiben. Die notwendige und hinreichende Existenzbedingung dieses abstrakten metronischen Funktionenraumes ist demnach

(17) $$\Gamma;\psi = \lambda\psi, \qquad \varphi = \psi;\mathrm{n}, \qquad \underset{\Omega}{S}(\varphi^*\Gamma;\varphi - \varphi(\Gamma;\varphi)^*)\delta\Omega = 0,$$
$$\underset{\Omega}{S}\varphi\varphi^*\delta\Omega < \infty, \qquad \lambda = \lambda^*.$$

Wenn irgendein metronisches Problem diesen Bedingungen genügt, dann ist der Funktionalselektor ein Zustandsselektor in einem metronischen Funktionenraum, der einen Zustand innerhalb der diesen Funktionenraum tragenden metronischen Hyperstruktur beschreibt, wobei der Zustand selber in diskreten Strukturstufen existiert. Liegt der Sonderfall eines linear wirkenden Zustandsselektors $\Gamma = \mathrm{L}'$ vor, so daß $\mathrm{L}';\psi = \lambda\psi$ eine homogene Selektorgleichung 1. Grades ist, dann müssen auch dann, wenn eine Inhomogenität vorliegt, die Eigenfunktionen von $\mathrm{L}';\varphi_\nu = \lambda_\nu\varphi_\nu$ die wirkliche Zustandsfunktion φ im Sinne einer Linearkombination $\varphi = \sum_\nu c_\nu\varphi_\nu$ aufbauen, wobei die $c_\nu = \mathrm{const}$ sind. Wegen der Linearität beschreibt $\mathrm{L}';\psi = \lambda\psi$ keine Wechselbeziehung im Sinne einer Korrespondenz, sondern den Strukturzustand eines ungestörten Systems metronischer Strukturstufen, derart, daß wegen der Konvergenz die φ_ν im metronischen Funktionenraum gemäß $\underset{\Omega}{S}\varphi_\mu\varphi_\nu^*\delta\Omega = \delta_{\mu\nu}$ ein normiertes Orthogonalsystem bilden. Aus diesem Grunde wird im Fall des linearen Zustandsselektors $\underset{\Omega}{S}\varphi\varphi^*\delta\Omega =$

$$= \underset{\Omega}{S}\left(\sum_\nu c_\nu\varphi_\nu\right)^*\left(\sum_\mu c_\mu\varphi_\mu\right)\delta\Omega = \underset{\Omega}{S}\sum_{\mu\nu} c_\mu c_\nu^*\varphi_\mu\varphi_\nu^*\delta\Omega = \sum_{\mu\nu} c_\mu c_\nu^* \underset{\Omega}{S}\varphi_\mu\varphi_\nu^*\delta\Omega =$$

$= \sum_{\mu\nu} c_\mu c_\nu^*\delta_{\mu\nu} = \sum_\nu c_\nu c_\nu^*$ wegen $S\Sigma = \Sigma S$ und $\underset{\Omega}{S}\varphi_\mu\varphi_\nu^*\delta\Omega = \delta_{\mu\nu}$. Da auch L' als Zustandsselektor vorausgesetzt wurde, muß L' hermitesch und deshalb φ konvergent sein, so daß grundsätzlich die Normierung $\underset{\Omega}{S}\varphi\varphi^*\delta\Omega = 1$ möglich ist, was aber $\sum_\nu c_\nu c_\nu^* = 1$ zur Folge hat und somit bedeutet, daß die $c_\nu c_\nu^*$ aus der Superposition $\varphi = \sum_\nu c_\nu\varphi_\nu$ sich wie Wahrscheinlichkeiten verhalten. Einsetzen von $\mathrm{L}';\varphi = \lambda\varphi$ und $\varphi = \sum_\nu c_\nu\varphi_\nu$ unter Verwendung der Konvergenz in $\underset{\Omega}{S}\varphi^*\,\mathrm{L}';\varphi\,\delta\Omega$ liefert ganz allgemein $\underset{\Omega}{S}\varphi^*\mathrm{L}';\varphi\,\delta\Omega = \tilde{\lambda}$, wenn $\tilde{\lambda}$ der observable Mittelwert der λ_ν ist, das heißt, $\varphi\varphi^*$ erscheint auch im metronischen Funktionenraum als Wahrscheinlichkeitsdichte der metronischen Strukturstufen, die durch φ_ν und λ_ν gekennzeichnet werden, vorausgesetzt, daß L' linear wirkt. Während

$L';\varphi_\nu = \lambda_\nu \varphi_\nu$ mit dem diskreten λ_ν die Zustände der einzelner Stufen ν beschreibt, kennzeichnet $\underset{\Omega}{S} \varphi^* L';\varphi \delta \Omega = \tilde{\lambda}$ den mittlere Zustand aller dieser Stufen. Da L' als Zustandsselektor hermitesch sein muß, folgt aus dieser Hermitezität $\underset{\Omega}{S} (\varphi^* L';\varphi - \varphi (L';\varphi)^*) \delta \Omega =$ unmittelbar $\tilde{\lambda} - \tilde{\lambda}^* = 0$, also die Realität des mittleren Zustandes aller Strukturstufen. Diese Wahrscheinlichkeitsinterpretation gilt aber nur für den linearen Fall $\Gamma = L'$, weil in diesem Fall L' der ungestörten stationären Strukturzustand der Quantenstufen ohne Korrespondenz beschreibt, was durch die Möglichkeit der Linearkombination aller metronischen Eigenfunktionen zur Zustandsfunktion φ zum Ausdruck gebracht wird. Diese lineare Superposition gestattet auch die Interpretation von $\varphi_\nu \varphi_\nu^*$ als Wahrscheinlichkeitsdichte des Zustandes ν. Wird $\Gamma \neq L'$ derart, daß $\Gamma;\psi = \lambda \psi$ eine Selektorgleichung von höherem als ersten Grad ist, dann besteht nicht mehr die Möglichkeit einer Linearkombination der Eigenfunktionen, so daß die sich hieraus ergebenden Konsequenzen und Interpretationen entfallen. Auch brauchen diese Eigenfunktionen im abstrakten metronischen Funktionenraum kein normiertes Orthogonalsystem mehr zu bilden. Aufgrund dieser Aussagen ist aber die Voraussetzung für eine Metronisierung der Welt und der infinitesimalen Weltstrukturen (8) mit (15) erfüllt.

Offensichtlich wird der metronische Funktionenraum vom allgemeinen abstrakten Hilbert'schen Funktionenraum impliziert, derart, daß wegen der stetigen Anschlußforderung geodätisch begrenzter τ mit $p=2$ die Operatorhermitezität im Kontinuum nach der Metronisierung ebenso erhalten bleibt wie die Konvergenz der Zustandsfunktionen. Hermitesche Zustandsoperatoren und konvergente Zustandsfunktionen werden also unter Berücksichtigung von $\tau = \text{const}$ zu hermitesch funktionalen Zustandsselektoren und zu konvergenten Selektoren entsprechender metronischer Zustandsfunktionen.

Das nach (16) zu verwendende leere Bezugstensorium $R_{6(0)}$ ist durch die Identität von Hyper- und Gitterselektoren gekennzeichnet, was infinitesimal nach (8) der Aussage $\bar{\lambda} = \bar{0}$ äquivalent ist. Erst für $\bar{\lambda} \neq \bar{0}$ unterscheiden sich diese Selektoren voneinander, doch ist

bei der Metronisierung der Umfang der durch die Pointcaré-Gruppe zugelassenen Koordinatentransformationen durch eine Flächenisometrie der τ=const einzuschränken, was zumindest für den jeweiligen Momentanzustand der Hyperfläche R_5 normal zu x_4 gilt. In x_4 kann diese Flächenisometrie durch $\dot{\tau} \neq 0$ dann durchbrochen werden, wenn die nach (15) den Wert τ bestimmenden Naturkonstanten von der kosmischen Bewegung des R_5 in x_4 abhängen und somit Funktionen eines momentanen Weltalters sind.

Die das geodätische Gitter aus dem Kontinuum des geodätischen Netzes auswählenden Hyperselektoren sind hermitescher Natur und definieren eine Metrik $(ds)^2 \to (\delta s)^2 = \tau$, welche durch einen Fundamentalselektor $g_{i,k} \to \gamma_{ik}; n$ hermitescher tensorieller Natur ${}^2\overline{\gamma} = {}^2\overline{\gamma}^*$ gekennzeichnet ist. Nach Kapitel III ist aber ${}^2\overline{\gamma} = sp\,{}^2\overline{\kappa} \times {}^2\overline{\kappa}$ durch einen Gitterkernselektor ${}^2\overline{\kappa}$ darstellbar, der im allgemeinen Fall nichthermitescher Natur ist. Es bedingt jedoch ${}^2\overline{\gamma} = {}^2\overline{\gamma}^*$ die Zweideutigkeit ${}^2\overline{\kappa} = \pm {}^2\overline{\kappa}^*$, doch bleibt hier nur die Möglichkeit ${}^2\overline{\kappa} = {}^2\overline{\kappa}^*$, wenn die Hyperselektoren hermitesch sind; denn diese Gitterkerne sind die Kerne von Integralselektoren, durch welche diese Hyperselektoren dargestellt werden. Dies bedeutet aber, daß ${}^2\overline{\kappa}(C_k)_1^6$ und ${}^2\overline{\gamma}(C_k)_1^6$ Funktionalselektoren der C_k des leeren Bezugstensoriums sind.

Einerseits erfolgte im Kontinuum der Übergang vom makromaren in den mikromaren Bereich durch $\Gamma^i_{k,m} \to \{{}^i_{k,m}\}$ mit $\hat{\{\}} = \hat{\{\}}^*$ als konvergenter Funktion, und andererseits gilt (16) entsprechend $\frac{\partial}{\partial x^k} \to \frac{1}{\alpha_k}\delta_k = \underline{\delta}_k$ (Kürzung), wofür ebenfalls $(\underline{\delta}_i \times \underline{\delta}_k)_- = 0$ gilt. Damit wird aber die Metronisierung $\{{}^i_{k,m}\} \to [{}^i_{k,m}]; n$ möglich, wobei das Schema des Fundamentalkondensors im R_6, nämlich $\hat{[]} = \hat{[]}^*$ nach (17) ebenso konvergent sein muß, wie das infinitesimale Feld $\hat{\{\}}$. Diese kovariante Hermitezität des Fundamentalkondensors und von $\hat{\{\}}$ aus (8) hat zur Folge, daß die infinitesimalen Γ- Operatoren der kovarianten Differentiation und die ihnen gemäß dem Metronisierungsverfahren nach $\Gamma^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)} \to ()^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)}$ entsprechenden Kondensfeldselektoren in ihrer sechsfachen Differenzierungsmöglichkeit $\epsilon \leqq 6$ der differenzierten Typensignaturen s_1 bzw. s_2 stark eingeschränkt werden; denn die $\epsilon \leqq 3$ sind we-

gen $\hat{[]} = \hat{[]}^* = \hat{[]}_+$ ebenso identisch, wie die drei Signaturen $\epsilon>$ mit der Fehlstelle $\epsilon=6$. Mithin kann für die beiden möglichen Sig naturelemente $(\epsilon\leqq 3)\equiv +$ und $(\epsilon>3)\equiv -$ gesetzt werden, wodurch als Folge der kovarianten Hermitezität von $\hat{[]}$ der Umfang de Schemas $\hat{()}$ stark vermindert wird. Die Metronisierung der Bezie hung (8) muß also von dem Schema

$$(18)\qquad \frac{\partial}{\partial x^k}\to\frac{\delta_k}{\alpha_k}=\underline{\delta}_k,\qquad g_{i,k}\to\gamma_{ik};n,\qquad {}^2\overline{\gamma}(C_k)_1^6={\rm sp}^2\overline{\kappa}\times{}^2\overline{\kappa}={}^2\overline{\gamma}$$

$${}^2\overline{\kappa}={}^2\overline{\kappa}^*,\qquad \hat{\{\}}\to\hat{[]};n,\qquad \hat{[]}=\hat{[]}^*,\qquad \ulcorner{}^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)}\to()^{(s_1)(s_2)}_{(\pm)}.$$

$$(\epsilon\leqq 3)\equiv +,\qquad (\epsilon>3)\equiv -$$

ausgehen. Gemäß Z(5) kann nun mit Hilfe dieser Beziehung (18) auch der Krümmungstensor durch den als Raumkompressor bezeichneten Funktionalselektor ${}^4\overline{\varsigma}$ metronisiert werden, was $R^i_{k,m,p}\to\varsigma^i_{kmp};n$ ergibt. Das Matrizenspektrum liefert hier $\varsigma_{km}=\varsigma^p_{kmp}$ als Metronisierung des Riccitensors ${}^2\overline{\varsigma}={\rm sp}^4\overline{\varsigma}$ und weiter $\varsigma={\rm sp}^2\overline{\varsigma}$, so daß $R_{k,m}\to\varsigma_{km};n$ und auch $R\to\varsigma;n$ gilt.

Die Tensordivergenz im leeren R_6 wird metronisch zum Kondensfeldselektor $()^{(-\cdot-)}_{(-)}$ und demzufolge die Vektordivergenz zu ${\rm sp}()^{(-\cdot-)}_{(-)}$. Andererseits gilt für den divergenzfreien infinitesimalen Strukturtensor der Übergang $R_{k,m}-\frac{1}{2}g_{k,m}R\to(\varsigma_{km}-\frac{1}{2}\gamma_{km}:()\varsigma);n$, wobei wegen der kovarianten Hermitezität der Tensorselektor ${}^2\overline{\varsigma}-\frac{1}{2}{}^2\overline{\gamma};()\varsigma$ ebenfalls divergenzfrei ist, so daß

${\rm sp}()^{(-\cdot-)}_{(-)};({}^2\overline{\varsigma}-\frac{1}{2}{}^2\overline{\gamma};()\varsigma)=\overline{0}$ gilt. Mit (18) und dem System

$$(18a)\qquad R^i_{k,m,p}\to\varsigma^i_{kmp};n,\qquad {}^2\overline{\varsigma}={\rm sp}^4\overline{\varsigma},\qquad \varsigma={\rm sp}^2\overline{\varsigma},$$

$${\rm sp}()^{(-\cdot-)}_{(-)};({}^2\overline{\varsigma}-\frac{1}{2}{}^2\overline{\gamma};()\varsigma)=\overline{0}$$

sind nunmehr alle Voraussetzungen zur Metronisierung von (8) erfüllt, sodaß die Synthese von (8) und (15) vollzogen werden kann.

Während der makromare Bereich durch die Gültigkeit der empirischen Aussagen (d) sowie (a) und (b) bestimmt wird, kennzeichnet

das Prinzip (c) mit h den mikromaren Bereich. Darüber hinaus muß es jedoch nach (15) noch einen von τ bestimmten submikromaren Bereich geben, dessen Gültigkeitsbereich durch die Metronisierung erreicht wird. Hinsichtlich der Parallelverschiebungen erscheint nach (8) stets $\Gamma^{i}_{k,m}$ makromar, aber die konvergierenden $\{^{i}_{k,m}\}$ mikromar und $[^{i}_{k,m}];n$ metronisch submikromar, so daß der Übergang $\Gamma^{i}_{k,m} \to \{^{i}_{k,m}\} \to [^{i}_{k,m}];n$ angegeben werden kann. Da durch die $\Gamma^{i}_{k,m}$ die Geodäsie ausgedrückt wird, was ihre Interpretation durch Wechselwirkungsfelder ermöglicht, kommt diese Interpretation auch $\hat{\{\}}$ und primär $\hat{[]}$ zu, wobei die Eigenschaft von $\hat{[]}$, ein Maß metronischer relativer Kondensationen zu beschreiben, metaphorischer Natur ist, aber zugleich den Wechselwirkungscharakter unterstreicht.

Der Übergang vom makromaren in den mikromaren Bereich wird nach (8) beschrieben durch $R^{i}_{k,m,p} \to C_{p}\{^{i}_{k,m}\}$, doch gilt für den Übergang vom makromaren in den submikromaren Bereich direkt $R^{i}_{k,m,p} \to \varsigma^{i}_{kmp};n$, so daß auch $C\hat{\{\}} \to {}^{4}\bar{\varsigma};n$ gelten muß.

Nach Z(5)a gilt auch ${}^{4}\bar{\varsigma} = K;\hat{[]}$, wobei im allgemeinen K als darstellender Funktionalselektor nicht der Hermitezitätsbedingung eines Zustandsselektors zu genügen braucht. Wegen der kovarianten Hermitezität des R_{6} gilt aber $()^{(1,6)}_{(-)} = ()^{(+,-)}_{(-)}$, und dies bedingt, daß im R_{6} dieser Selektor K die Hermitezitätsforderung des abstrakten Funktionenraumes erfüllt, so daß $C\hat{\{\}} \to K;\hat{[]};n$ gesetzt werden kann, was $C \to K$ ermöglicht. In (8) ist das Matrizenspektrum wegen der makromaren Approximation $\lambda_{p}(k,m)\{^{p}_{k,m}\} \to$ $\to \alpha(T_{k,m} - \frac{1}{4} g_{k,m} T)$ mit $\alpha = \text{const}$ energetischer Natur, wobei die $\bar{\lambda}$ in diskreten Punktspektren liegen. An dieser Eigenschaft ändert aber $C \to K$ nichts, so daß $\bar{\lambda}\hat{\{\}} \to \bar{\lambda}\hat{[]};n$ ebenso durchführbar ist wie $\bar{\lambda} \times \hat{\{\}} \to \bar{\lambda} \times \hat{[]};n$, was im Vergleich die Selektorbeziehung $K;\hat{[]} =$ $= \bar{\lambda} \times \hat{[]}$ als Synthese von (8) und (15) liefert. Zunächst kann festgestellt werden, daß die $\bar{\lambda}$ reelle diskrete Punktspektren bilden, weil $\hat{[]};n$ wegen der Konvergenz von $\hat{\{\}}$ ebenfalls konvergent ist und K wegen der kovarianten Hermitezität ein hermitescher Zustandsselektor ist, so daß für $K;\hat{[]} = \bar{\lambda} \times \hat{[]}$ nach (17) ein metroni-

scher Funktionenraum im allgemeinen Hilbertraum existiert. Ir (8) beschreiben die diskreten $\bar{\lambda}$ metrische Strukturstufen, die jedoch wegen $\tau>0$ als strukturelle Kondensationsstufen interpretiert werden müssen; denn der jeweilige Zustand eines Terms wird durch den Fundamentalkondensor als zugehöriger Zustandsfunktion beschrieben, während $\bar{\lambda}\times\hat{[]};\mathrm{n}$ auf den Einfluß des Zustandsselektors K auf den Fundamentalkondensor zurückgeht. K bzw. $\mathrm{sp\,K}$ verursacht also diese strukturellen Kondensationsstufen des R_6, weshalb K als darstellender Selektor von ${}^4\bar{\varsigma}$ auch als "Raumkondensor" bezeichnet werden kann. In der Fassung ${}^4\bar{0}=\mathrm{K};\hat{[]}-\bar{\lambda}\times\hat{[]}=(\mathrm{K}-\bar{\lambda}\times())\,;\hat{[]}=\mathrm{L};\hat{[]}$ beschreibt die Synthese offenbar ein übergeordnetes Prinzip

(19) $$\mathrm{L};\hat{[]}={}^4\bar{0}$$

als Selektorgleichung, welche aussagt, daß der Selektor

(19a) $$\mathrm{L}=\mathrm{K}-\bar{\lambda}\times()$$

aus allen überhaupt möglichen Fundamentalkondensoren möglicher R_6 - Strukturen diejenigen auswählt, welche als Weltstrukturen elementarer Art existent sein können, und zwar dadurch, daß die Wirkung von L auf $\hat{[]}$ immer dann zu einem tensoriellen Nullselektor vierten Grades führt, wenn es sich bei $\hat{[]}$ um eine Weltstruktur handelt. Demnach könnte L als "Weltselektor" bezeichnet werden.

Das Schema (19) gestattet die Bildung von zwei Matrizenspuren, nämlich $\mathrm{sp\,L};\hat{[]}={}^2\bar{0}$ und $\mathrm{L};\mathrm{sp}\,\hat{[]}={}^2\bar{0}$, wobei die erste Spur nach (19a) die Selektorbeziehung

(19b) $$\mathrm{sp\,K};\hat{[]}=\bar{\lambda}\,\hat{[]}$$

liefert, welche beim Übergang in den mikromaren und makromaren Bereich zur divergenzfreien halbphänomenologischen Beziehung $\mathrm{R}_{i,k}-\frac{1}{2}\,\mathrm{g}_{i,k}\,\mathrm{R}=\alpha\mathrm{T}_{i,k}$ führt, welche das Prinzip (a) erfüllt. Wegen der kovarianten Hermitezität und $\varsigma^{i}_{kmp};\mathrm{n}\rightarrow\mathrm{R}^{i}_{k,m,p}$ sowie

$R^{m}_{k,m,p} = R^{k}_{k,m,p} = 0$ ist mit (19a) in der zweiten Spur $K;sp\hat{[}] = {}^{2}\bar{0}$, und dies bedeutet $\bar{\lambda} \times sp\hat{[}] = {}^{2}\bar{0}$. Da sowohl $\bar{\lambda} \neq \bar{0}$ als auch $sp\hat{[}] \neq \neq \bar{0}$ ist, kann diese Bedingung nur durch $\bar{\lambda} \parallel sp\hat{[}]$ erfüllt werden. Ist $()_{(-)} = \sum_{k=1}^{6} \bar{\delta}_{k}$ der auf Skalarfunktionen wirkende Kondensfeldselektor aus der Wirkungsmatrix $\hat{()}$, dann gilt für $sp\hat{[}]$ wegen des hermiteschen Fundamentalselektors das der infinitesimalen hermiteschen Geometrie analoge Theorem $sp\hat{[}] = ()_{(-)};\varphi$ mit $\varphi:n = \ln\sqrt{-g}$ und $g = |\gamma_{i,k}|_{6};n$, so daß aus der zweiten Matrizenspur die Bedingung

(19c) $$\bar{\lambda} \parallel ()_{(-)};\varphi, \quad \varphi;n = \ln\sqrt{-g}$$

folgt. Die Beziehungen (19b) und (19c) ergänzen (19) als Matrizenspuren. Tatsächlich erfüllt (19) die empirischen Ausgangangsfakten (a) bis (d) vollständig; denn für $\tau \to 0$ entsteht (8) aus (19), und hierin liefert die Matrizenspur (8a) unter Beibehaltung des Prinzips (c), aber geeigneter partieller pseudoeuklidischer Approximation und Vernachlässigung quadratischer Glieder und einer zweifach singulären Abbildung in den nichthermiteschen R_4 die Operatoren der allgemeinen Wellenmechanik, die aber wegen des Quantendualismus von Wellen- und Korpuskularbild der Matrizenmechanik äquivalent ist. Wird dagegen unter Beibehaltung der Nichteuklidizität makromar approximiert, dann liefert (8) unter Vernachlässigung des antihermiteschen Anteils von $g_{i,k}(R_4)$ die hermitesche Grundbeziehung der Allgemeinen Relativitätstheorie, deren Schwarzschildlösung eine Aussage über (d_2) gestattet, welche hinsichtlich der unteren Realitätsschranke (11) entspricht. Somit ist approximativ der Anschluß von (19) an die bekannten physikalischen Fakten gegeben, und auch den empirischen Prinzipien (a) bis (d) mit (d_1) und (d_2) wird durch (19) Rechnung getragen.

2. Hermetrieformen

Existieren nach (19) Kondensationsstufen $\bar{\lambda} \neq \bar{0}$, dann brau chen diese $\bar{\lambda}$ nicht notwendig in allen Koordinaten des R_6 def niert zu sein. Vielmehr kann das Spektrum $\bar{\lambda}$ sich auf irgend einen k - dimensionalen Unterraum V_k mit $1 \leqq k \leqq 6$ beziehen, derart daß in diesem V_k der Fundamentalselektor der Hyperstruktu vom tensoriellen Einheitsselektor ${}^2\bar{\gamma}; n \neq {}^2\overline{E}$ abweicht, während $6-k \geqq 0$ Koordinaten pseudoeuklidisch bleiben, so daß sich außer halb der k Dimensionen des V_k Gitter- und Hyperselektoren decken. Im R_6 gibt es für einen V_k insgesamt $\binom{6}{k}$ Möglichkeiten und dies bedeutet, daß einschließlich $k=6$ eine Zahl von $Z_1 = \sum_{k=1}^{6} \binom{6}{k} = 63$ Unterräumen V_k Spektren metrischer Kondensationsstufen als Lösungsmannigfaltigkeiten von (19) in Form diskreter Punktspektren enthalten können. Es muß nunmehr zunächst darauf ankommen, festzustellen, welche dieser Z_1 Möglichkeiten tatsächlich mikromare Weltstrukturen beschreiben und wie die Semantik dieser $\bar{\lambda}$ beschaffen ist. Eine solche semantische Interpretation der durch die $\bar{\lambda}$ in den möglichen V_k bedingten metrischen Strukturen erfordert offensichtlich Formen einer *"Hermeneutik möglicher Weltgeometrie"* in den V_k (kurz als Formen der "Hermetrie" bezeichnet), derart, daß sich diese Hermeneutik letztlich an den empirischen physikalischen Fakten orientiert. Wenn also eine derartige Hermetrie $\bar{\lambda}(V_k)$ in k Weltdimensionen gegeben ist, dann können zur Kürzung die $6-k$ von $\bar{\lambda}$ nicht beeinflußten (pseudoeuklidischen) Koordinaten außerhalb des V_k als "antihermetrisch" bezeichnet werden.

Der R_6 ist nach (4) offenbar so beschaffen, daß drei reelle vertauschbare Koordinaten den kompakten R_3 und drei nicht vertauschbare imaginäre Koordinaten einen $P_3 \perp R_3$ aufspannen. Hinsichtlich der Hermetrie erscheint hier der R_3 wegen seiner kompakten Eigenschaften als eine semantische Architektureinheit der Welt $s_{(1)} \equiv R_3$, während die imaginären Koordinaten des P_3 wegen ihrer Nichtvertauschbarkeit drei weitere semantische Einheiten, nämlich $s_{(2)} \equiv x_4$, sowie $s_{(3)} \equiv x_5$ und $s_{(4)} \equiv x_6$ darstel-

len. Diese $1 \leqq j \leqq 4$ semantischen Einheiten $s_{(j)}$ sind nach (5) auf keinen Fall als semantische Elemente des R_6 vertauschbar und der Hermetriebegriff $\bar{\lambda}(V_k) \neq \bar{0}$ muß sich demzufolge auf diese $s_{(j)}$ beziehen. Auf diese Weise erfährt Z_1 möglicher Hermetrieformen durch die Begrenzung eines V_k auf $\binom{4}{k}$ Möglichkeiten eine erste Reduktion auf die Zahl $Z_1 \to Z_2 = \sum_{k=1}^{4} \binom{4}{k} = 15$ mögliche Hermetrieformen.

Im folgenden werde zur Kürzung die metronische Symbolisierung ${}^{m}\bar{C}$ für ein in der Varianzstufe vorgegebenes Tensorschema beibehalten. Wird in (19b) der Übergang in den infinitesimalen Bereich zu (8a) durchgeführt, und wird schließlich $\bar{\lambda}\{\hat{}\} \to \alpha({}^{2}\bar{T} - \frac{1}{4}\,{}^{2}\bar{g}T)$ makromar approximiert, dann entsteht ${}^{2}\bar{T} = {}^{2}\bar{T}^{*}$ als Energiedichtetensor im R_6. Der Ansatz zur heuristischen Beziehung (9) zeigte aber, daß dieser Tensor wegen seiner Hermitezität und der mindestens semidefiniten Eigenschaft $T \geqq 0$ gemäß ${}^{2}\bar{T} = \mathrm{sp}\,{}^{2}\bar{M} \times {}^{2}\bar{M}$ die Iteration eines einheitlichen Feldtensors ${}^{2}\bar{M} = -{}^{2}\bar{M}^{*}$ im R_6 ist. Da andererseits wegen $\mathrm{sp}\,C\{\hat{}\} \to {}^{2}\bar{R}$, also ${}^{2}\bar{R} - \frac{1}{2}\,{}^{2}\bar{g}\,R = \alpha\,{}^{2}\bar{T}$ die Quellenfreiheit $\bar{\mathrm{div}}_6\,{}^{2}\bar{T} = \bar{0}$ als Folge der Hermitezität im R_6 das Prinzip (a) erfüllt, muß wegen ${}^{2}\bar{T} = \mathrm{sp}\,{}^{2}\bar{M} \times {}^{2}\bar{M}$ auch $\bar{\mathrm{div}}_6\,{}^{2}\bar{M} = \bar{0}$ gelten. Im nichthermiteschen R_4 ist ebenfalls ein phänomenologischer einheitlicher Feldtensor definiert, dessen vierdimensionale Vektordivergenz einem Viererstrom aus Trägheit und elektrischer Ladung proportional ist. Aus diesem Grunde können in $\bar{\mathrm{div}}_6\,{}^{2}\bar{M} = \bar{0}$ die doppelte Ränderung des raumzeitlichen Tensorabschnittes und ihre partiellen Ableitungen nach x_5 und x_6 nur die Begriffe der Trägheitsmasse und des elektrischen Ladungsfeldes beschreiben, weil die vierdimensionale Vektordivergenz des einheitlichen Tensorfeldes als zweifach singuläre Abbildung der R_6 - Struktur aufgefaßt werden muß. Ponderable oder imponderable Trägheitsmasse und der Begriff des elektrischen Ladungsfeldes sind aber die Grundbegriffe aller im physischen R_3 manifesten materiellen Strukturen, die offenbar wegen $\bar{\mathrm{div}}_6\,{}^{2}\bar{M} = \bar{0}$ allein auf die Änderung einheitlicher Feldkomponenten in x_5 und x_6, also $s_{(3)}$ und $s_{(4)}$ zurückgehen. Bei allen Hermetrieformen möglicher Weltstruktu-

ren muß also $s_{(3)}$ und (oder) $s_{(4)}$ auf jeden Fall hermetrisch sein während $s_{(1)}$ und (oder) $s_{(2)}$ hermetrisch sein können. Bezeichne A die drei möglichen Hermetrien $s_{(1)}, s_{(2)}$ und $(s_{(1)}, s_{(2)})$ des R_4 Unterraumes, dann gibt es offenbar nur drei Gruppen aus jeweil vier Hermetrieformen, nämlich $H_1(s_{(3)}, A)$ sowie $H_2(s_{(4)}, A)$ und $H_3((s_{(3)}, s_{(4)}), A)$, wodurch die Zahl möglicher Hermetrieformer abermals eine Reduktion auf $Z_2 \rightarrow Z_3 = 12$ erfährt.

Da Hermetrieformen der Art A des R_4 allein niemals existie ren können, sondern stets eine Hermetrie in $s_{(3)}$ und (oder) $s_{(4)}$ simultan auftritt, kann geschlossen werden, daß während eines kosmogonischen Zeitintervalls der Materie immer primär eine Her metrie in den Transkoordinaten (bezogen auf den R_4) vorangeht und sekundär die Formen A im R_4 bzw. R_3 induziert. Unterstellt man nun in der Spur (19b) von (19) lediglich eine Hermetrie in $s_{(3)}$ oder $s_{(4)}$, dann zeigt sich unter Verwendung der Theoreme aus Kapitel III, daß in diesem Fall alle $\lambda_p(k,m) = 0$ sind, und somit keine Kondensationsstufen in x_5 oder x_6 vorliegen. Wenn aber derartige Kondensationsstufen in den Transkoordinaten fehlen, dann müssen auch $s_{(1)}$ und $s_{(2)}$ des R_4 antihermetrisch bleiben. Somit entfallen die Klassen H_1 und H_2, was abermals die möglichen Hermetrieformen auf $Z_3 \rightarrow Z_4 = 4$ der Klasse H_3 reduziert. Symbolisiert $H(x,y)$ eine Hermetrie in x und y, dann werden diese vier Hermetrieformen physikalischer Lösungsmannigfaltigkeiten von (19) in die Klassen imaginärer Kondensationen $a \equiv H(s_{(3)}, s_{(4)})$ und $b \equiv H(s_{(2)}, s_{(3)}, s_{(4)})$, sowie komplexer Kondensationen $c \equiv H(s_{(1)}, s_{(3)}, s_{(4)})$ und $d \equiv H(s_{(1)}, s_{(2)}, s_{(3)}, s_{(4)})$ geteilt; denn in c und d wird auch die reelle Einheit $s_{(1)}$ hermetrisch. Während in a der R_4, in b der R_3 und in c nur noch x_4 antihermetrisch sind, ist in d eine totale R_6 - Hermetrie gegeben. Die Hermetrieform a kennzeichnet Selbstkondensationen in den Transkoordinaten (bezüglich des R_4), aber b Zeitkondensationen, bzw. c Raumkondensationen und d Raumzeitkondensationen. Man könnte vermuten, daß die von Kondensationsstufen freien Formen $H(s_{(3)})$ und $H(s_{(4)})$ latente Potenzen der primären Selbstkondensation a sind. Wenn sich a, b, c und d als Elementarformen der Materie erweisen sollten, und wenn die Über-

gänge $a \rightarrow (b,c,d)$ existieren, dann wären diese Potenzen als Propagation einer Kosmogonie der Materie anzusprechen. Vor einer Analyse dieser Formen a bis d erscheint es sinnvoll, zunächst das hermetrische Fundamentalproblem (19) allgemein zu lösen.

Ist die Gesamtzahl derjenigen Koordinaten q, welche die hermetrischen Architektureinheiten aufbauen, dann gibt es für $q=1$ nur latente Möglichkeiten von Kondensationen (bezogen auf x_5 oder x_6), nicht aber metrische Kondensationsstufen. Wenn es also $1<q\leqq 6$ hermetrische Koordinaten im R_6 gibt, dann muß es möglich sein (19) für dieses allgemeine Hermetrieproblem $q>1$ des hermiteschen Strukturfeldes zu lösen, derart, daß diese allgemeine Lösung der jeweiligen Hermetriestruktur angepaßt werden kann. Der Weltselektor $L = K-\bar{\lambda}X()$ gestattet eine Beschreibung der Beziehung (19) durch den Raumkondensor, nämlich $K;\hat{[]} = \bar{\lambda}X\hat{[]}$ und diese Selektorbeziehung kann wiederum in die Komponentenform $K_m;[_k{}^i{}_l] = \lambda_m(k,l)[_k{}^i{}_l]$ gebracht werden. Diese insgesamt $6^4 = 1296$ Gleichungen nehmen unter Verwendung der Definition des Raumkondensors, also wegen $K_m;[_k{}^1{}_l] = \underset{-}{\delta}_l[_k{}^1{}_m]-\underset{-}{\delta}_m[_k{}^i{}_l]+[_s{}^i{}_l];()[_k{}^s{}_m]-[_s{}^i{}_m];()[_k{}^s{}_l]$ als Raumkompressor die Form $\underset{-}{\delta}_l[_k{}^i{}_m]-\underset{-}{\delta}_m[_k{}^i{}_l]+[_s{}^i{}_l];()[_k{}^s{}_m]-[_s{}^i{}_m];()[_k{}^s{}_l] = \lambda_m(k,l)[_k{}^i{}_l]$ an. Es seien nun $q>1$ Koordinaten hermetrisch. Sind die Kovarianten von k und l beziehungsweise k oder l antihermetrisch, dann folgt $\lambda_m(k,l) = 0$ nach der Antihermetriedefinition. Laufen dagegen k und l im Bereich der q hermetrischen Koordinanten und ist $m = \tilde{m}$ antihermetrisch , dann folgt, wegen $[_{\tilde{m}}{}^i{}_l] = 0$ und $[_k{}^i{}_l] = \text{const}\,(Z^{\tilde{m}})$ daß stets $\lambda_{\tilde{m}}(k,l)[_k{}^i{}_l] = 0$ ist, was aber wegen $[_k{}^i{}_l] \neq 0$ nur durch $\lambda_{\tilde{m}}(k,l) = 0$ realisiert werden kann. Dies bedeutet aber, daß die Eigenwertspektren kovariant hermetrischer Komponenten des Fundamentalkondensors keine Komponenten in den antihermetrischen Architektureinheiten der Welt haben können. Durch das Vorhandensein dieser antihermetrischen Einheiten bleiben also immer die Eigenwertspektren $\lambda_m(\tilde{k},l) = \lambda_m(k,\tilde{l}) = \lambda_m(\tilde{k},\tilde{l}) = \lambda_{\tilde{m}}(k,l) = 0$ leer. Darüberhinaus gibt es aber noch grundsätzlich leere Eigenwertspektren unabhängig von der jeweiligen

Hermetriebedingung; denn aufgrund des Baues der Gleichung (19) ergeben sich die Identitäten $\lambda_m(km)[{}_k{}^i{}_m] = 0$ und $\lambda_m(mm)[{}_m{}^i{}_m] = 0$. Da im Hermetriefall $[{}_k{}^i{}_m] \neq 0$ und $[{}_m{}^i{}_m] \neq 0$ bleibt, gilt grundsätzlich $\lambda_m(k,m) = \lambda_m(m,m) = 0$. Neben diesen Eigenwertspektren muß es aber auch, wiederum aufgrund des Baues der Gleichung (19) zwischen gewissen nicht leeren Eigenwertspektren Zusammenhänge geben. Für $k = m$ folgt die Form $\underline{\delta}_l[{}_m{}^i{}_m] - \underline{\delta}_m[{}_m{}^i{}_l] + [{}_s{}^i{}_l];()[{}_m{}^s{}_m] - [{}_s{}^i{}_m];()[{}_m{}^s{}_l] = \lambda_m(m,l)[{}_m{}^i{}_l]$ und für $\lambda_l(mm)$ analog $\underline{\delta}_m[{}_m{}^i{}_l] - \underline{\delta}_l[{}_m{}^i{}_m] + [{}_s{}^i{}_m];()[{}_m{}^s{}_l] - [{}_s{}^i{}_l];()[{}_m{}^s{}_m] = \lambda_l(m,m)[{}_m{}^i{}_m]$. Addition der beiden Systeme liefert die Symmetriebeziehung $\lambda_m(ml)[{}_m{}^i{}_l] + \lambda_l(mm)[{}_m{}^i{}_m] = 0$. Wird hierin das Eigenwertverhältnis $a_{ml} = -\frac{\lambda_l(m\,m)}{\lambda_m(m,l)}$ eingeführt, dann gelten die Proportionalitäten $[{}_m{}^i{}_l] = a_{ml}[{}_m{}^i{}_m]$. Entsprechend gilt auch $[{}_l{}^i{}_m] = a_{lm}[{}_l{}^i{}_l]$. Aus der Hermitezität des Fundamentalkondensors $\hat{[\,]} = \hat{[\,]}^*$ folgt aber unmittelbar $[{}_m{}^i{}_l] = [{}_l{}^i{}_m]$ und damit das System hermitescher Symmetriebeziehungen $a_{ml}[{}_m{}^i{}_m] - a_{lm}[{}_l{}^i{}_l] = 0$ oder als Proportionalität beschrieben $[{}_m{}^i{}_m] = \frac{a_{lm}}{a_{ml}}[{}_l{}^i{}_l]$. Als Substituenten sind also zwei Systeme von Proportionalitäten, nämlich $[{}_m{}^i{}_l] = a_{ml}[{}_m{}^i{}_m]$ und $[{}_m{}^i{}_m] = \frac{a_{lm}}{a_{ml}}[{}_l{}^i{}_l]$ verfügbar. Hiermit kann aber in der allgemeinen Form

$$\underline{\delta}_l[{}_k{}^i{}_m] - \underline{\delta}_m[{}_k{}^i{}_l] + [{}_s{}^i{}_l];()[{}_k{}^s{}_m] - [{}_s{}^i{}_m];()[{}_k{}^s{}_l] = \lambda_m(k,l)[{}_k{}^i{}_l]$$

substituiert werden, so daß einheitlich nur noch die kovarianten Kondensorkomponenten k,l im Zusammenhang stehen. Die gemischtvariante Summation längs s im quadratischen Glied läuft längs $1 \leqq s \leqq q$; denn nur in diesem Summationsinterval treten keine Nullfaktoren $[{}_s{}^i{}_p] = 0$ auf. Es ist

$[{}_k{}^i{}_m] = a_{km}[{}_k{}^i{}_k] = \frac{a_{km}}{a_{kl}}[{}_k{}^i{}_l]$ und $[{}_s{}^i{}_l] = [{}_l{}^i{}_s] = a_{ls}[{}_l{}^i{}_l] = \frac{a_{ls}}{a_{lk}}[{}_l{}^i{}_k] =$

$= \frac{a_{ls}}{a_{lk}} [_k{}^i{}_l]$, also $[_s{}^i{}_l];()[_k{}^s{}_m] = \frac{a_{ls}}{a_{lk}} \frac{a_{km}}{a_{kl}} [_k{}^i{}_l];()[_k{}^s{}_l]$. Ganz analog folgt $[_s{}^i{}_m] = a_{ms}[_m{}^i{}_m] = \frac{a_{ms}}{a_{mk}} [_k{}^i{}_m] = \frac{a_{ms}}{a_{mk}} \frac{a_{km}}{a_{kl}} [_k{}^i{}_l]$. Einsetzen dieser Substitutionen liefert dann $(\frac{a_{km}}{a_{kl}} \underline{\delta}_l - \underline{\delta}_m);[_k{}^i{}_l] + (\frac{a_{ls}}{a_{lk}} \frac{a_{km}}{a_{kl}} - \frac{a_{ms}}{a_{mk}} \frac{a_{km}}{a_{kl}})[_k{}^i{}_l];()[_k{}^s{}_l] = \lambda_m(k,l)[_k{}^i{}_l]$. Mit den Kürzungen $\frac{a_{km}}{a_{kl}} = a_m^{(kl)}$, sowie $\frac{a_{ls}}{a_{lk}} \frac{a_{km}}{a_{kl}} - \frac{a_{ms}}{a_{mk}} \frac{a_{km}}{a_{kl}} = b_{ms}^{(kl)}$ wird dann $(a_m^{(kl)} \underline{\delta}_l - \underline{\delta}_m);[_k{}^i{}_l] + b_{ms}^{(kl)}[_k{}^i{}_l];()[_k{}^s{}_l] = \lambda_m(k,l)[_k{}^i{}_l]$. Wird längs der hermetrischen Indizierungen m summiert und zur Kürzung $a(k,l) = \sum_{m=1}^{q} a_m^{(kl)}$, sowie $b_s^{(kl)} = \sum_{m=1}^{q} b_{ms}^{(kl)}$ und $\lambda(kl) = \sum_{m=1}^{q} \lambda_m(k,l)$ verwendet, dann ergibt sich aus der Summation, weil $a(kl)\underline{\delta}_l - \sum_{m=1}^{q} \underline{\delta}_m =$

$= (a(kl)-1)\underline{\delta}_l - \sum_{m \neq l} \underline{\delta}_m$ ist, $((a(kl)-1)\underline{\delta}_l - \sum_{m \neq l} \underline{\delta}_m);[_k{}^i{}_l] + b_s^{(kl)}[_k{}^i{}_l];()[_k{}^s{}_l] =$

$= \lambda(k,l)[_k{}^i{}_l]$. Wird in dieser Beziehung angenommen, daß die Kontravarianten $i = \tilde{i}$ antihermetrisch sind, so beschreibt diese Beziehung eine lineare Verknüpfung der kontravariant antihermetrischen Kondensorkomponenten mit den hermetrischen (denn s läuft längs der hermetrischen Koordinaten). $i = \tilde{i}$ ist möglich; denn $[_k{}^{\tilde{i}}{}_l] = \gamma^{\tilde{i}s}[skl] \neq 0$ ist eine Linearkombination der rein kovarianten Kondensorkomponenten, weil die antihermetrischen Fundamentalselektoren $\gamma^{\tilde{i}s} = \text{const}$ in bezug auf die hermetrischen Koordinaten sind. Zählt dagegen i ebenfalls hermetrisch, so beschreibt die Selektorgleichung offensichtlich die Struktur der betreffenden Kondensationsstufe und die Koeffizienten $b_i^{(kl)}$ sind definiert. Die Selektorgleichung kann also mit $b_i^{(kl)}$ multipliziert und längs $1 \leqq i \leqq q$ summiert werden. Diese Linearkombinationen der gemischt-varianten Kondensorkomponenten definieren aber wiederum kovariante Selektoren $\phi_{kl} = b_i^{(kl)}[_k{}^i{}_l]$. Da weiter $b_i^{(kl)} b_s^{(kl)}[_k{}^i{}_l];()[_k{}^s{}_l] = (b_i^{(kl)}[_k{}^i{}_l]);()(b_s^{(kl)}[_k{}^s{}_l]) = \phi_{kl}^2$ ist, wird die Selektorgleichung auf diese Weise zu $((a(kl)-1)\underline{\delta}_l - \sum_{m \neq l} \underline{\delta}_m);\phi_{kl} +$

$+\phi_{kl}^2 = \lambda(kl)\phi_{kl}$. Mit der Wirkung $\phi_{kl}; n = \varphi_{kl}$ wird diese Selektor gleichung zum partiellen Metrondifferential $((a(kl)-1)\underline{\delta}_l - \sum_{m\neq l} \underline{\delta}_m ; \varphi_{;}$ $+ \varphi_{kl}^2 = \lambda(kl)\varphi_{kl}$. Das auf diese Weise exakt formulierte Hermetrieproblem kann nach einigen Transformationen einmal metronisch integriert werden. Mit dem normierten Orthogonalsystem $(\bar{e}_i \bar{e}_k)_q = \hat{E}$ und $\bar{a}_{kl} = \frac{e_l}{\alpha_l}(a(kl)-1) - \sum_{m\neq l} \bar{e}_m/\alpha_m$ wird $(a(kl)-1\ \underline{\delta}_i - \sum_{m\neq l} \underline{\delta}_m = \bar{a}_{kl} \sum_{s=1}^{q} \bar{e}_s \delta_s = \bar{a}_{kl} GRAD_q$, also $\bar{a}_{kl} GRAD_q \varphi_{kl} = \lambda(kl)\varphi_{kl}$ - $-\varphi_{kl}^2 = \frac{1}{4}\lambda^2(kl)\cdot(1-(\frac{2\varphi_{kl}}{\lambda(kl)})-1)^2)$, oder mit $u = \pm(\frac{2\varphi_{kl}}{\lambda(kl)}-1)$ ist auch $GRAD_q u = \pm\frac{1}{2}\lambda(kl)\bar{a}_{kl}^{-1}(1-u^2)$. Mit $\bar{n} = \sum_{s=1}^{q} \bar{e}_s n_s$ wird nach einer Multiplikation mit $\delta\bar{n}$ stets $\bar{a}_{kl}^{-1}\delta\bar{n} = \frac{\alpha_l \delta n_l}{a(kl)-1} - \sum_{m\neq l}\alpha_m \delta n_m =$ $=\delta N_{kl} = \kappa_{kl} = const$ wegen der Linearität und $GRAD_q u\delta\bar{n} = \sum_{s=1}^{q} \delta_s u \delta n_s =$ $= \sum_{s=1}^{q} \delta_s u = \delta u$. Es ergibt sich also die integrierbare Form $\frac{\delta u}{1-u^2} =$ $= \pm\frac{1}{2}\lambda(kl)\delta N_{kl} = \pm\frac{1}{2}\lambda(kl)\kappa_{kl} = \pm\Lambda_{kl}$ und hier kann mit $u =$ $= TGw$ transformiert werden, was nach den Regeln der metronischen Differentiation $\pm\Lambda_{kl} = \frac{\delta u}{1-u^2} = COS^2 w\delta TGw = COS^2 w(COS^2 w -$ $-\frac{1}{2}SIN\ 2w\delta w)^{-1}\delta w = \delta w(1-TGw\delta w)^{-1} = \delta w(1-\delta \ln COS w)^{-1}$ liefert. Hieraus wird $\pm\Lambda_{kl} = \delta w \pm \Lambda_{kl}\delta \ln COS w = \delta(w \mp \frac{1}{2}\ln(1-u^2)^{\Lambda_{kl}}) =$ $= \frac{1}{2}\delta \ln\frac{1+u}{1-u}(1-u^2)^{\mp\Lambda_{kl}}$. Da stets $\Lambda_{kl} = \frac{1}{2}\lambda(kl)\delta N_{kl}$ wegen $\kappa_{kl} = \delta N_{kl}$ gesetzt werden kann, folgt unter Verwendung der logarithmischen Integrationskonstanten $\ln C_{kl}$ für das Metronintegral nach Potenzierung $\frac{1+u}{1-u}(1-u^2)^{\pm\Lambda_{kl}} = C_{kl} e^{\pm\lambda(kl)N_{kl}}$. In dieser Lösung mit $\bar{a}_{kl}^{-1}$ und $\bar{\alpha} = \sum_{s=1}^{q} \bar{e}_s \alpha_s$ kann man den Exponenten $\lambda(kl)\, N_{kl} = \lambda(kl)\,\bar{a}_{kl}^{-1}\cdot\bar{\alpha}^{-1} \sum_{l=1}^{q} \alpha_s n_s = \lambda(kl)\,\epsilon_{k,l}\mu;n$ umformen

Hier ist $\mu = \sum_{s=1}^{q} \alpha_s ()_s$ ein linearer Selektor und $\epsilon_{kl} = \bar{a}_{kl}^{-1} \cdot \bar{\alpha}^{-1}$ mit $\bar{a}_{kl} \bar{\alpha} = a(kl)-1-(q-1) = a(kl)-q$ wegen der Orthogonalität $\bar{e}_i \cdot \bar{e}_k = \delta_{ik}$, also $\epsilon_{kl} = (a(kl)-q)^{-1}$ ein nur von den $\lambda_m(k,l)$ und der Hermetriebedingung q abhängiger Faktor. Auch $\lambda(kl)\epsilon_{kl}$ ist in dieser Weise nur von dem $\lambda_m(k,l)$ abhängig, so daß $\lambda(kl)\epsilon_{kl} = \lambda_{kl}$ als neues Spektrum von Kondensationsstufen eingeführt werden kann. Der Exponent vereinfacht sich damit zu $\lambda(kl)N_{kl} = \lambda_{kl}\mu;n.$

In dieser Lösung müssen zunächst die beiden eindeutigen Zweige analysiert werden. Desgleichen ist eine Bestimmung von C_{kl} notwendig. Eine universelle Bestimmung dieser Integrationskonstanten der partiellen Lösung des fundamentalen Hermetrieproblems ist offenbar nicht möglich; denn auf jeden Fall muß C_{kl} der speziellen Klasse von Hermetrieformen (imaginär oder komplex) angepaßt werden, was jedoch in der allgemeinen Teillösung des Fundamentalproblems ausgeschlossen ist.

Die Lösung gilt offensichtlich für alle N_{kl} und muß sich in den infinitesimal approximierbaren Bereich fortsetzen, sowie auch dann gültig sein, wenn die $\lambda(kl)$ und $a(kl)$ so beschaffen sind, daß $\lambda(kl)\alpha_s \ll 1$, also $\Lambda_{kl} \approx 0$ wird. Damit ist aber zur Auswahl des Zweiges die Approximation $\frac{1+u}{1-u} = C_{kl} e^{\pm\lambda(kl)N_{kl}} = f$ gegeben. Mit $u = \pm\frac{2\varphi_{kl}}{\lambda(kl)}-1$ ergibt die Elimination $2\frac{\varphi_{kl}}{\lambda(kl)} = \pm\frac{f-1}{f+1}+1$. Die Extrema des Verlaufes von φ_{kl} sind gekennzeichnet durch $\delta_s\varphi_{kl} = 0$, was in das hermetrische Fundamentalproblem eingesetzt $\varphi_{ext}^{kl} = \lambda(kl)$ liefert, und dies führt zu $u_{ext} = \pm 1$. Die nicht approximierte Lösung ergibt nur für das untere Vorzeichen ein nicht divergierendes Extremum $f_{ext} = 0$, während das obere Vorzeichen zu einem uneigentlichen Wert führt. Mithin kommt also nur der negative Zweig von u in Betracht und dies liefert mit der normierten Zustandsfunktion $\eta_{kl} = \frac{\varphi_{kl}}{\lambda(kl)}$ die eindeutige Lösung

$(1-\eta_{kl})^{\Lambda_{kl}+1}\ \eta_{kl}^{\Lambda_{kl}-1} = 2^{-2\Lambda_{kl}} C_{kl} e^{-\lambda_{kl} N}$ mit $N = \mu; n$ und für die Approximation $\eta_{kl} \approx (1+C_{kl} e^{-\lambda_{kl} N})^{-1}$. Stets muß der Exponent $\lambda_{kl} \cdot N$ imaginäre Glieder enthalten; denn nach den Untersuchungen über die hermetrische Weltarchitektur sind Kondensationen ohne irgendeinen imaginären Gitterselektor $\alpha_s ()_s$ mit $s>3$ nicht möglich, weil bei allen diesen Hermetrieforderungen die imaginäre (x_5, x_6) — Metronenzählung immer mitwirken muß. Dies bedeutet aber, daß die $\mathrm{Im}\,\lambda_{kl} N \neq 0$ grundsätzlich erfüllt sind, während $\mathrm{re}\,\lambda_{kl} N \neq 0$ gelten kann, wenn die reelle semantische Architektureinheit $s_{(1)}$, also der R_3 zur Kondensation kommt. Dieser Sachverhalt bedeutet aber, daß auch $C_{kl} = a+ib$ mindestens komplex aufgefaßt werden muß und daß für $f_{ext} = 0$ auch $(\lambda_{kl} N)_{ext} = \alpha+i\beta$ spaltet.

Es ist $\varphi_{kl} = \lambda(kl)\eta_{kl} = \phi_{kl}; n$, also auch $\eta_{kl} = \dfrac{\varphi_{kl}}{\lambda(kl)} = \dfrac{b_i^{(kl)}}{\lambda(kl)} \cdot [k^i l]: n = \psi_{kl}; n$ durch ein Linearaggregat von Fundamentalkondensorkomponenten darstellbar. Schließlich besteht noch die Möglichkeit, nach Kap. III den Einheitsselektor $()E;() = ()$ also $E;n = 1$ einzuführen. Das erste Metronintegral des hermetrischen Fundamentalproblems wird also als Selektor beschrieben durch:

$$(20)\quad (E-\psi_{kl})^{\Lambda_{kl}+1} \cdot \psi_{kl}^{\Lambda_{kl}-1} = 2^{-2\Lambda_{kl}} \cdot C_{kl} e^{-\lambda_{kl}\mu}, \qquad \psi_{kl} = \frac{b_i^{(kl)}}{\lambda(kl)} [k^i l].$$

$$\mu = \sum_{m=1}^{q} \alpha_m ()_m, \qquad C_{kl} = \mathrm{const}, \qquad ()E;() = ().$$

Sämtliche Koeffizienten dieser Selektorgleichung, nämlich Λ_{kl}, λ_{kl}, $\lambda(kl)$ und $b_i^{(kl)}$ sind gemäß

$$(20a)\quad \Lambda_{kl} = \alpha_l (a(kl)-1)^{-1} - \sum_{m\neq l} \alpha_m, \qquad (a(kl)-q) \cdot \lambda_{kl} = \lambda(kl),$$

$$(\lambda(kl), a(kl), b_i^{(kl)}) = \sum_{m=1}^{q} (\lambda_m(kl), a_m(kl), b_{mi}^{(kl)}).$$

$$b^{(kl)}_{mi} = \left(\frac{a_{li}}{a_{lk}} - \frac{a_{mi}}{a_{mk}}\right)\frac{a_{km}}{a_{kl}}, \quad a^{(kl)}_{m} = \frac{a_{km}}{a_{kl}}, \quad a_{ml}\,\lambda_m(m,l) = -\lambda_l(m,m),$$

$$\lambda_m(\tilde{k},l) = \lambda_m(k,\tilde{l}) = \lambda_m(\tilde{k},\tilde{l}) = \lambda_{\tilde{m}}(k,l) = 0,$$

$$\lambda_m(k,m) = \lambda_m(m,m) = 0$$

mit Ausnahme der Integrationskonstanten, sämtlich auf die Komponenten der $\bar{\lambda}$ aus (19) reduzierbar. Als Eigenwerte der linearen Kondensoraggregate ψ_{kl} erscheinen die λ_{kl}, welche aber stets algebraisch durch diese Komponenten $\lambda_m(k,l)$ gegeben sind. Dies bedeutet aber, daß die diskreten Eigenwerte derartiger Kondensoraggregate stets Korrelationen von Komponenten der in diskreten Punktspektren liegenden metronischen Kondensationsstufen aus (19) sind. Bei derartigen Eigenwertbestimmungen sind stets die in (20a) außerdem angeführten verschwindenden Komponenten der metronischen Kondensationsstufen zu berücksichtigen. Schließlich setzt $\lambda_{kl} < \infty$ nach (20a) für $\lambda(kl) < \infty$ immer $a(kl) - q \neq 0$ voraus.

Da $\psi_{kl}; n$ im Extremum den Wert 1 annimmt und $(\lambda_{kl}\mu; n)_{ext} = \alpha + i\beta$ ist, folgt für die Extrema $e^{-\alpha}e^{-i\beta} = |e^{-\alpha}(\cos\beta - i\sin\beta) = 0$, was wegen $e^{-\alpha} > 0$ nur für $\cos\beta - i\sin\beta = 0$ oder $\cos\beta = 0$ und $\sin\beta = 0$ für $\alpha < \infty$ erreichbar ist.* Die imaginären Folgen von Metronenziffern ermöglichen also grundsätzlich vier Eigenwertspektren, nämlich $\beta^{(\pm)}_{+} = \pm\frac{\pi}{2}(2n_{+}+1)$ aus $\cos\beta_{+} = 0$ und $\beta^{(\pm)}_{-} = \pm\pi n_{-}$ aus $\sin\beta_{-} = 0$. Diese Spektren können aber wiederum wegen der Ganzzahligkeit der $n_{\pm}$ als Selektoren $\epsilon^{(\pm)}_{\pm}; n = \beta^{(\pm)}_{\pm}$, nämlich $\epsilon^{(\pm)}_{+} = \pm\frac{\pi}{2}(2()_{+}+E)$ und $\epsilon^{(\pm)}_{-} = \pm\pi()_{-}$ aufgefaßt werden. Da nach $n_{+} \equiv n_{-}$ die positiven ganzen Zahlen gleichsinnig durchlaufen werden können, ergeben sich die folgenden Komplementaritäten:
$\beta^{(+)}_{-} + \beta^{(-)}_{-} = \pi/2$ und $\beta^{(-)}_{+} + \beta^{(+)}_{-} = -\pi/2$, was aber zu $\beta^{(\pm)}_{+} + \beta^{(\mp)}_{-} = \pm\pi/2$ zusammengefaßt werden kann. Die Eigenwertspektren des ersten Metronintegrals (20) werden zusammengefaßt mit der Komplementarität der Eigenwertspektren, beschrieben durch

* Mit $a=b$ und $b=0$ bedeutet die Abstreichung $a=|b=0$ eine Kürzung der Schreibweise

(20b) $$\epsilon_{+}^{(\pm)} = \pm \frac{\pi}{2}(2()_{+} + E), \quad \epsilon_{-}^{(\pm)} = \pm\pi()_{-}, \quad \epsilon_{\pm}^{(\pm)}; n = \beta_{\pm}^{(\pm)}.$$

$$n_{\pm} \geqq 0, \quad \beta_{+}^{(\pm)} + \beta_{-}^{(\mp)} = \pm \frac{\pi}{2},$$

und diese komplementären Spektren, beschrieben durch ihre positiven ganzen Quantenzahlen $n_{\pm}$, sind die durch $[\hat{]}$ beschriebener metrischen Kondensationsstufen des hermiteschen Kondensorfelde als Kondensationszustände eines hermetrischen Unterraumes R_q des metronischen Welttensoriums R_6, wobei stets $q \leqq 6$ ist.

Diese Lösung zeigt ein bemerkenswertes Ergebnis, nämlich, daß nur $\mathrm{Im}(\lambda_{kl} N)$ ein Eigenwertspektrum als diskretes Punktspektrum liefert, während $\mathrm{Re}(\lambda_{kl} N)$ in bezug auf die Bildung von Eigenwerten, also auf die Bildung von metrischen Kondensationsstufen wirkungslos bleibt. Die Existenz von 3 imaginären Koordinaten in der Welt verursacht demnach die hermetrische Kondensation, so daß in dieser Funktion der tiefere Sinn imaginärer semantischer Architektureinheiten liegen muß. x_4, x_5 und x_6 müssen demnach imaginär sein, weil es andernfalls keine metrischen Kondensationsstufen (als Quantenstufen in der R_3 - Projektion) und damit kein zeitliches Geschehen im Sinne einer kosmischen Bewegung gäbe, was aber offensichtlich im Widerspruch zu dem Sinn der Weltarchitektur stünde. Weiter verifiziert diese Tatsache nachträglich die Definition der drei reellen vertauschbaren Koordinanten des R_3 als eine semantische Architektureinheit.

Die durch (20) bestimmten Komponenten des Fundamentalkondensors sind nur gegen reguläre Affinitäten invariant und müssen als partielle Metrondifferentiale des eigentlichen invarianten Strukturselektors ${}^{2}\bar{\gamma}$ aufgefaßt werden, für den aber in der Hyperstruktur ${}^{2}\bar{\gamma} = {}^{2}\bar{\gamma}^{*}$ gilt. In dem Linearaggregat $\psi_{kl} = \frac{b_i^{(kl)}}{\lambda(kl)}[k^i l]$ ist ψ_{kl} nach (20) bekannt, allerdings wegen $\Lambda_{kl} \neq 0$ nur implizit. Mit dem normierten Orthogonalsystem $(\bar{e}_i \bar{e}_k)_q = \hat{E}$ der hermetrischen Koordinaten wird $\frac{b_i^{(kl)}}{\lambda(kl)}[k^i l] = (\sum_{s=1}^{q} \bar{e}_s \frac{b_s^{(kl)}}{\lambda(kl)}) \cdot \bar{e}_i [k^i l] = \frac{\bar{b}_{(kl)}}{\lambda(kl)} \bar{e}_i [k^i l]$,

also $\bar{\psi} = \sum_{k,l=1}^{q} \lambda(kl)\, \bar{b}^{-1}_{(kl)}\, \psi_{kl} = \sum_{k,l=1}^{q} \bar{e}_i\, [k^i l]$ oder $\psi_s = \bar{e}_s\, \bar{\psi} =$

$= \sum_{k,l=1}^{q} \bar{e}_s\, \bar{e}_i\, [k^i l] = \sum_{k,l=1}^{q} \delta_{is}\, [k^i l]$, beziehungsweise $\psi_i = \sum_{k,l=1}^{q} [k^i l]$,

womit die Elimination der Kondensorkomponenten erreicht ist.

Mit den Kürzungen $\sum_{k=1}^{q} \gamma_{ik} = \gamma_i$ und $\sum_{i=1}^{q} \gamma_i = \gamma$ wird unter Verwendung von ${}^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}^*$ diese kovariante Summe zu $\psi_i = \sum_{k,l=1}^{q} [k^i l] =$

$= \gamma^{i\underline{s}} \sum_{k,l=1}^{q} [skl] = \frac{1}{2}\, \gamma^{i\underline{s}} \sum_{k,l=1}^{q} (\underline{\delta}_k\, \gamma_{sl} + \underline{\delta}_l\, \gamma_{ks} - \underline{\delta}_s\, \gamma_{kl}) = \frac{1}{2}\, \gamma^{i\underline{s}}\, (2\underline{\delta}\gamma_s - \underline{\delta}_s \gamma)$.

Hier kann $\gamma_{ij} \cdot \gamma^{i\underline{s}} = \delta^{\underline{s}}_j \frac{()}{()} = \delta_{js} \frac{()}{()}$ wegen der hermiteschen Symmetrie verwendet werden. Es folgt $\sum_{i=1}^{q} 2\, \psi_i\, \gamma_j = \gamma_j\, \gamma^{i\underline{s}}\, (2\underline{\delta}\, \gamma_s - \underline{\delta}_s\, \gamma) = \delta_{s,j}\, (2\underline{\delta}\, \gamma_s - \underline{\delta}_s\, \gamma) = 2\underline{\delta}\, \gamma_j - \underline{\delta}_j \gamma$. Summation längs j liefert dann $\sum_{i=1}^{q} 2\, \psi_i\, \gamma_i = \sum_{j=1}^{q} (2\, \underline{\delta}\, \gamma_j - \underline{\delta}_j\, \gamma) = \underline{\delta}\gamma = \sum_{i=1}^{q} \underline{\delta}\, \gamma_i$ oder $\sum_{i=1}^{q} (2\, \psi_i\, \gamma_i - \underline{\delta}\, \gamma_i) = 0$, was für $2\psi_i\, \gamma_i = \underline{\delta}\gamma_i$ möglich ist. Mit $\frac{\underline{\delta}\, \gamma_i}{\gamma_i} =$

$= \underline{\delta} \ln \gamma_i = 2\psi_i$, sowie $\bar{\alpha} = \sum_{s=1}^{q} \bar{e}_s\, \alpha_s$, ferner $\bar{Z} = \sum_{s=1}^{q} \bar{e}_s\, ()_s$ und dem Selektor $\mu = \sum_{s=1}^{q} \alpha_s\, ()_s = \bar{\alpha}\, \bar{Z}$ wird wegen $\underline{\delta} \ln \gamma_i = \bar{\alpha}^{-1}\, \mathrm{GRAD}_q \ln \gamma_i$, also $\mathrm{GRAD}_q \ln \gamma_i = 2\psi_i\, \bar{\alpha}$ die Metronintegration möglich, denn es ist $\mathrm{GRAD}_q \ln \gamma_i \delta \bar{Z} = \sum_{s=1}^{q} \delta_s \ln \gamma_i = \delta \ln \gamma_i$ und $2\psi_i \bar{\alpha} \delta \bar{Z} = 2\psi_i \delta\mu$. Mit der logarithmischen Integrationskonstante $\ln A_i$ wird das Metronintegral von $\delta \ln \gamma_i = 2\psi_i \delta\mu$ ausführbar. Es folgt $\ln \gamma_i - \ln A_i =$

$= 2\, S \psi_i \delta\mu = 2\, S \sum_{k,l=1}^{q} \frac{\lambda(kl)}{b_i^{(kl)}} \cdot \psi_{kl} \delta\mu = 2 \sum_{k,l=1}^{q} \frac{\lambda(kl)}{b_i^{(kl)}}\, S \psi_{kl} \delta\mu =$

$= \sum_{k,l=1}^{q} c^{(i)}_{kl}\, S \psi_{kl} \delta\mu$ für dieses Metronintegral, wenn zur Kürzung die Koeffizienten $c^{(i)}_{kl}\, b_i^{(kl)} = 2\lambda(kl)$ und das Theorem $S\Sigma = \Sigma S$

verwendet werden. Nach der Potenzierung ergeben sich als Lö sungen die Summen der invarianten Komponenten des Funda mentalselektors zu

(21) $$\sum_{k=1}^{q} \gamma_{ik} = A_i \exp\left(\sum_{k,l=1}^{q} c_{kl}^{(i)} S\psi_{kl}\,\delta\mu, \qquad c_{kl}^{(i)}\, b_i^{(kl)} = 2\lambda(kl)\right.$$

Wenn also nach Gleichung (20) die partiellen Lösungen ψ_{kl} bekannt sind, dann besteht nach Gleichung (21) die Möglichkeit, das zweite Metronintegral zu bilden und den Fundamentalselektor des Kompositionsfeldes explizit zu beschreiben, wodurch das fundamentale Hermetrieproblem in allgemeinster Form gelöst worden ist.

Nach den Antihermetriebedingungen verschwinden alle Kondensorkomponenten, welche kovariante antihermetrische Indizierungen tragen. Dies gilt jedoch nicht, wenn die kontravariante Indizierung antihermetrisch ist; denn auf diese Komponenten des Fundamentalselktors wirken keine Metrondifferentiale ein. Wird in der mit den Kondensorproportionalitäten hermitescher Symmetrie substituierten Gleichung (19) in Komponentendarstellung $(a_m^{(kl)} \underline{\delta}_i - -\underline{\delta}_m);[_k{}^i{}_l] + b_{ms}^{(kl)}[_k{}^i{}_l];()[_k{}^s{}_l] = \lambda_m(kl)[_k{}^i{}_l]$ längs m summiert und kontravariant $i = \tilde{r}$ gesetzt, dann folgt wegen $b_s^{(kl)}[_k{}^s{}_l] = \phi_{ki} = \lambda(kl)\psi_{kl}$ für $[_k{}^{\tilde{r}}{}_l]$ die lineare Selektorgleichung $((a(kl)-1)\underline{\delta}_l - -\sum_{m\neq l}\underline{\delta}_m);[_k{}^{\tilde{r}}{}_l] = \lambda(kl)(E-\psi_{kl});()[_k{}^{\tilde{r}}{}_l]$, worin ψ_{kl} nach (20) als partielle Lösung des Hermetrieproblems bekannt ist. Nach (20a) sind Koeffizienten der Form $b_{\sim}^{(kl)}$ nicht mehr definiert. Unter Verwendung des normierten Orthogonalsystems und der Hilfsvektoren $\bar{a}_{kl}$ und $\bar{\alpha}$ sowie $\bar{N}$ folgt dann $GRAD_q \ln[_k{}^{\tilde{r}}{}_l] = \lambda(kl)\bar{a}_{kl}^{-1}\cdot(E-\psi_{kl}$ oder $\delta\ln[_k{}^{\tilde{r}}{}_l] = \lambda(kl)\bar{a}_{kl}^{-1}(E-\psi_{kl});()\delta\bar{N} = \lambda(kl)\epsilon_{kl}(E-\psi_{kl})\delta\mu =$ $= \lambda_{kl}(E-\psi_{kl})\delta\mu$, was metronisch integrierbar ist. Man erhält $\ln[_k{}^{\tilde{r}}{}_l] = \lambda_{kl}\mu - \lambda_{kl} S\psi_{kl}\,\delta\mu + \ln B_{kl}^{\tilde{r}}$ oder

(21a) $$[{}_k\tilde{r}_l] = B^{\tilde{r}}_{kl} \cdot \exp \lambda_{kl}(\mu - S\psi_{kl}\delta\mu).$$

Aus dieser Darstellung kontravariant antihermetrischer Kondensorkomponenten geht unmittelbar hervor, daß mit $\lambda = \sum_{k,l=1}^{q} \lambda_{kl}$ das Produkt $\prod_{k,l=1}^{q} [{}_k\tilde{r}_l]^{-1}; ()\, e^{\lambda\mu}$ zur gleichen Schar metronischer Kurven gehört wie $\sum_{k=1}^{q} \gamma_{ik}$ aus (21) in bezug auf das Argument $S\psi_{kl}\delta\mu$.

Aus Gleichung (21) können die Extrema der hermetrischen γ_{ik} ermittelt werden. Nach der metronischen Extremwerttheorie müssen diese Extrema bei $\delta_j \gamma_{ik} = 0$ für alle hermetrischen Indizierungen liegen, was $[skl]_{ext} = 0$, sowie $[{}_k{}^i{}_l]_{ext} = 0$ und daher auch $\upsilon^{ext}_{kl} = \frac{b_i^{(kl)}}{\lambda(kl)} [{}_k{}^i{}_l]_{ext} = 0$ ergibt. Die gleiche Bedingung folgt auch aus $\delta \sum_{k=1}^{q} \gamma_{ik} = 0$; denn nach Gleichung (21) wird

$$0 = \delta A_i \exp\Big(\sum_{k,l=1}^{q} c^{(i)}_{kl} S\psi_{kl}; ()\delta\mu\Big) = \sum_{k=1}^{q} \gamma_{ik}\, \delta \sum_{k,l=1}^{q} c^{(i)}_{k,l} S\psi_{kl}; ()\delta\mu =$$

$$= \sum_{k=1}^{q} \gamma_{ik} \sum_{k,l=1}^{q} c^{(i)}_{kl} \psi^{(ext)}_{kl}; ()\delta\mu,$$ weil $\delta S\psi_{kl}; ()\delta\mu = \psi_{kl}; ()\delta\mu$ ist. Da immer $\sum_{k=1}^{q} \gamma_{ik} \neq 0$, sowie $c^{(i)}_{kl} \neq 0$ und $\delta\mu \neq 0$ bleiben, kann

$\sum_{k=1}^{q} \gamma_{ik} \sum_{k,l=1}^{q} c^{(i)}_{kl} \psi^{(ext)}_{kl}; ()\delta\mu = 0$ nur für $\psi^{(ext)}_{kl} = 0$ erfüllt werden. Wenn in dem ersten Metronintegral der Gleichung (20) dieser Nullselektor in das reziproke erste Metronintegral eingesetzt wird, dann folgt als Bedingung der Extrema

$$e^{-\lambda_{kl}\mu})^{-1} \sim \lim_{\psi_{kl}\to 0} \psi_{kl}^{1-\Lambda_{kl}} (E-\psi_{kl})^{-1-\Lambda_{kl}} = \lim_{\psi_{kl}\to 0} \psi_{kl}^{1-\Lambda_{kl}} = 0,$$ weil immer

$\Lambda_{kl} \ll 1$ ist. Mit $(\lambda_{kl}\mu)_{ext} = \alpha + i\beta$ wird demnach $(e^{\lambda_{kl}\mu})_{ext} =$

$= e^{\alpha}(\cos\beta + i\sin\beta) = 0,$ woraus für die Extrema der γ_{ik} die perio-

dischen Bedingungen $\cos\beta = 0$ und $\sin\beta = 0$ folgen. Dies bede tet aber, daß die Extrema der hermetrischen Komponenten vc $^2\bar{\gamma}$ nach Gleichung (20b) mit den Eigenwerten der linearen Konde soraggregate ψ_{kl} zusammenfallen. Für ψ_{kl} gibt es nach diese Untersuchungen zwei verschiedene Extrema, nämlich $\psi_{ki}^{(min)} =$ und $\psi_{kl}^{(max)} = E$, welche mit den Extrema der γ_{kl} zusammenfa len. Die Extrema kontravariant antihermetrischer Kondensorkom ponenten sind nach (21a) gegeben durch $\delta[_k\tilde{r}_l] = |[_k\tilde{r}_l]; () \lambda_{kl}(E -\psi_{kl}); () \delta\mu = 0,$ so daß diese Extrema ebenfalls mit $\psi_{kl} = E$ zu sammenfallen. Diese Extrema der γ_{kl} können aber nur Wendebe zirke sein, die sich mit den Minima der Kondensoraggregate dek ken; denn $\psi_{kl}^{(ext)}$ ist an $\delta\psi_{kl} = 0,$ also an $\delta^2\gamma_{kl} = 0$ gebunden während $\gamma_{kl}^{(ext)}$ wiederum $\psi_{kl} = 0$ fordert. Es gibt demnach eine periodische Folge von Minima und Maxima, der linearen Konden soraggregate, während die Extrema der hermetrischen Komponen ten des Fundamentalselektors als Wendebezirke mit den Minima der Linearaggregate zusammenfallen. Für diese $\gamma_{kl}^{(w)}$ gilt demnach

(21b) $$\gamma_{kl}^{(w)} \equiv \psi_{kl}^{(min)} = 0, \qquad \psi_{kl}^{(max)} = E$$

deren Folge von den komplementären Spektren (20b) bestimmt wird.

Schließlich kann versucht werden, aus Gleichung (21) die γ_{ik} zu eliminieren. Nach der Hermetrieuntersuchung nur einer Koordinate muß stets $q>1$ sein, wenn es zur Bildung von Kondensationsstufen kommen soll. Wenn aber $q>1$ ist, dann ist auch $\frac{q}{2}(q+1) > >q$. Symbolisiert $^2\bar{\gamma}_q = [\gamma_{ik}]_q$ mit $q\leqq 6$ den hermetrischen Abschnitt aus $^2\bar{\gamma} = {}^2\bar{\gamma}^*,$ dann ist auch $^2\bar{\gamma}_q = {}^2\bar{\gamma}_q^*,$ so daß die $1\leqq i\leqq q$ Gleichungen $\sum_{k=1}^{q}\gamma_{ik}$ insgesamt $\binom{q}{2}+q = \frac{q}{2}(q+1)>q$ unbekannte Komponenten umfassen. Aus diesem Grunde ist eine algebraische

Elimination nicht möglich, doch kann immer eine unitäre Transformatormatrix $\hat{S}\hat{\tilde{S}}^* = \hat{E}$ aufgefunden werden, mit deren Hilfe das Diagonalschema $\hat{S}\,{}^2\bar{\gamma}_q\,\hat{\tilde{S}}^* = {}^2\underline{\bar{\gamma}} = [\underline{\gamma}_{ii}\,\delta_{ik}]_q$ erreichbar ist. Eine derartige Tensortransformation ist aber einer Koordinatendrehung äquivalent. Sind die orthogonalen Koeffizienten β_{ik} dieser Drehung in $\hat{\beta} = (\beta_{ik})_q$ enthalten, dann ist $\hat{\beta}\hat{\tilde{\beta}}^* = \hat{E}$ und für die Koordinatenselektoren bedeutet dies $\underline{()}_i = \sum_{k=1}^{q} \beta_{ik}\,()_k$, und dies hat für den linearen Selektor $\mu = \sum_{s=1}^{q} \alpha_s\,()_s$ die Transformation $\underline{\mu} = \sum_{i=1}^{q} \alpha_i\,\underline{()}_i =$

$= \sum_{i,k=1}^{q} \alpha_i\,\beta_{ik}\,()_k = \sum_{k=1}^{q} \beta_k\,()_k$ mit $\beta_k = \sum_{i=1}^{q} \alpha_i\,\beta_{ik}$ zur Folge. Andererseits ist ψ_{kl} nach (20) allein durch μ als Argumentselektor bestimmt. Die ψ_{kl} müssen ebenso wie die $\lambda_m(k,l)$ und Λ_{kl} gegen derartige Koordinatendrehungen invariant sein, während $\underline{\mu}$ gegeben ist, und dies liefert mit Gleichung (20) das transformierte Kondensoraggregat $\underline{\psi}_{kl}$, welches zusammen mit $\underline{\mu}$ in Gleichung (21) die jeweilige Summe der mit $\hat{S}$ transformierten hermetrischen Komponenten liefert. Es ist demnach $A_i \exp\,(\sum_{k,l=1}^{q} c_{kl}^{(i)}\,S\,\underline{\psi}_{kl}; ()\,\delta\,\underline{\mu}) =$

$= \sum_{k=1}^{q} \underline{\gamma}_{ik} = \sum_{k=1}^{q} \underline{\gamma}_{ii}\,\delta_{i,k} = \underline{\gamma}_{ii}$. Nach dieser Transformation wurde also die Zahl der $\frac{q}{2}(q+1)$ Komponenten auf die q Diagonalelemente reduziert, für die es nach

$$\underline{\gamma}_{ii} = A_i \exp\,(\sum_{k,l=1}^{q} c_{kl}^{(i)}\,S\,\underline{\psi}_{kl}; ()\,\delta\,\underline{\mu}), \qquad \hat{S}\,{}^2\bar{\gamma}_q\,\hat{\tilde{S}}^* = {}^2\underline{\bar{\gamma}}, \tag{21c}$$

$$\hat{S}\hat{\tilde{S}}^* = \hat{E}, \qquad \hat{\beta}\hat{\tilde{\beta}}^* = \hat{E}, \qquad \underline{\mu} = \sum_{k=1}^{q} \beta_k\,()_k, \qquad \beta_k = \sum_{i=1}^{q} \alpha_i\,\beta_{ik}$$

stets q Bestimmungsgleichungen gibt.

Der Verlauf der $\underline{\gamma}_{ii}$ wird nach Gleichung (21c) allein durch $S\,\underline{\psi}_{kl}; ()\,\delta\,\underline{\mu}$ bestimmt.

Zur Anwendung dieser allgemeinen Lösung des Hermetrieproblems auf die einzelnen hermetrischen Spezialfälle erscheint es

zweckmäßig, die einzelnen Gültigkeitsbereiche der Darstellung in Approximationsstufen zu untersuchen. Auf jeden Fall muß gefordert werden, daß eine durchgängige Korrespondenz aller dieser Approximationsstufen existiert. Der Verlauf der hermetrischen Komponenten γ_{kl} und ψ_{kl} wird wesentlich durch den linearen Selektor $\lambda_{kl}\mu$ bestimmt, von dessen Verhalten die betreffende Approximationsstufe abhängt. Im ersten Gültigkeitsbereich, der als metronischer Bereich bezeichnet werden kann, sind die Metronenziffern niedrig, so daß hier größenordnungsmäßig $\lambda_{kl}\mu;n \approx \Lambda_{kl}$ gesetzt werden muß, woraus hervorgeht, daß im metronischen Bereich nicht die Approximation $\Lambda_{kl} \approx 0$ durchgeführt werden darf. Erst im zweiten Gültigkeitsbereich, dem Approximationsbereich hoher Metronenziffern, wird $\lambda_{kl}\mu;n \gg \Lambda_{kl}$, was zur Approximationsmöglichkeit $\Lambda_{kl} \approx 0$ führt. Wird diese Approximation in (20) verwendet (erster Gültigkeitsbereich), dann ergibt sich für den zweiten Gültigkeitsbereich hoher Metronenziffern approximativ nunmehr eine explizite Darstellung des linearen Kondensoraggregates, nämlich

$$\psi_{kl} \approx (E+C_{kl} \cdot e^{-\lambda_{kl}\mu})^{-1}, \qquad \Lambda_{kl} \approx 0. \tag{22}$$

Der dritte Gültigkeitsbereich ist dadurch gekennzeichnet, daß die Metronenziffern so groß werden, daß im Verhältnis zu den untersuchten geometrischen Abmessungen das Metron praktisch vernachlässigt werden kann. Die Approximationsstufe dieses mikromaren Infinitesimalbereiches ist also durch $\tau \to 0$ und $n \to \infty$ gekennzeichnet. Mit $\bar{y}_0 = \sum_{s=1}^{q} \bar{e}_s$ wird unter Verwendung dieser Infinitesimalapproximation $\mu;n = \bar{y}_0 \sum_{s=1}^{q} \bar{e}_s \alpha_s n_s \to \bar{y}_0 \bar{y} = \pm y$ mit $y^2 = \sum_{s=1}^{q} x_s^2$, also $y = \pm (\sum_{s=1}^{q} x_s^2)^{1/2}$. Da die reellen Koordinaten des $R_3 \equiv s_{(1)}$ immer nur gemeinsam als eine semantische Architektureinheit erscheinen, kann für diese reellen Größen $r^2 = \sum_{k=1}^{3} x_k^2$ gesetzt werden, so daß die $q-3$ imaginären Koordinaten zu $-\varsigma^2 =$

$= \sum_{s=4}^{q} x_s^2$ zusammenfaßbar sind. Damit wird aber $\pm iy = \sqrt{\varsigma^2 - r^2}$, während im dritten Gültigkeitsbereich mit $\tau \to 0$ auch $\Lambda_{kl} = 0$ wird. Somit folgt für den infinitesimalen Bereich

(22a) $$\tau \to 0 \quad \psi_{k,l}(x_s)_1^q = (1 + C_{k,l} e^{\pm i\lambda_{k,l} y})^{-1}, \qquad y^2 = \varsigma^2 - r^2,$$
$$-\varsigma^2 = \sum_{s=4}^{q} x_s^2, \qquad r^2 = \sum_{i=1}^{3} x_i^2;$$

denn die Selektorwirkung wird bei infinitesimaler Approximation gemäß $\psi_{kl}; n \to \psi_{k,l}(x_s)_1^q$ zur Feldfunktion. Solange $r < \varsigma$ bleibt, liegt wegen $e^{\pm i\lambda_{k,l} y} = \cos \lambda_{k,l} y \pm i \sin \lambda_{k,l} y$ ein Eigenwertproblem vor, das heißt, die Kondensationsstufen erscheinen nunmehr als diskrete Eigenwerte von Quantenstufen über einem nicht metronischen kontinuierlichen Argumentbereich. Erst für $r \geqq \varsigma$, also $y = i\sqrt{r^2 - \varsigma^2}$ wird der Exponent reell, und dies bedeutet, daß $\psi_{k,l}$ für beide Zweige sich einem konstanten Festwert exponentiell nähert. Hierdurch wird zugleich die Existenz eines vierten Gültigkeitsbereiches, nämlich des makromaren Bereiches angedeutet. Wird nämlich $r \gg \varsigma$, so kann $y \approx ir$ gesetzt werden. Außerdem rücken nach dem Korrespondenzprinzip, bezogen auf r die Abstände zwischen den Quantenstufen so dicht zusammen, daß das Eigenwertspektrum $\lambda_{k,l} \to \lambda$ das Kontinuum eines Streckenspektrums annähert. Hier sind die einzelnen Elemente (k,l) nicht mehr unterscheidbar, so daß $\psi_{k,l} = \psi(x_s)_1^q$ und $C_{k,l} = C$ gesetzt werden kann. In dieser makromaren Approximation

(22b) $$r^2 \gg \varsigma^2. \qquad \psi = (1 + C e^{\pm \lambda r})^{-1}$$

liegt also ebenfalls für beide Zweige ein exponentielles Abklingungsgesetz vor, dessen Verlauf als Reihe entwickelt werden kann, die ganz nach der Größenordnung von r wiederum approximativ nach irgendeiner Gliedzahl abgebrochen werden darf. Von diesem makromaren Gültigkeitsbereich eines Feldkontinuums läuft die

Präzisierung der Beschreibung in den dritten Bereich eines Felde diskreter Eigenwertstufen, welche zwar mikromar sind, aber noc in einem kontinuierlichen Bezugsraum liegen. Im zweiten Bereic wird den metronischen Diskontinuitäten des Bezugsraumes im Be reich hoher Metronziffern Rechnung getragen, während der erste durch 20 beschriebene Bereich völlig exakt sein muß. Aus der Ket te der Approximationen geht hervor, daß tatsächlich eine durch gehende Korrespondenz vom 1. bis zum 4. Gültigkeitsbereich be steht.

Die vollständige Lösung des Hermetrieproblems — beschrieben durch (21) bis (21c) — hat nur impliziten Charakter, weil ψ_{kl} nach (20) wegen $\Lambda_{kl} \neq 0$ ebenfalls nur implizit als partielle Lösung gegeben ist, so daß $S\,\psi_{kl}\,;()\,\delta\mu$ nicht explizit ausgeführt werden kann. Wird eine explizite Angabe nur im Bereich hoher Metronenziffern, also im zweiten Gültigkeitsbereich gefordert, dann kann (22) zur Anwendung kommen. Mit dem Substitutionsselektor $\eta = \lambda_{kl}\,\mu - (\ln C_{kl})\,E$ wird $C_{kl}\,e^{-\lambda_{kl}\mu} = e^{-\eta}$, also $\psi_{kl} = (E+e^{-\eta})^{-1}$. Damit besteht die Möglichkeit $\lambda_{kl}\,\psi_{kl}\,;()\,\delta\mu = (E+e^{-\eta})^{-1}\,;()\,\lambda_{kl}\,\delta\mu =$

$= e^{\eta}\,;()\,(e^{\eta}+E)^{-1}\,;()\,\delta\eta = (E+e^{\eta})^{-1}\,;()\,\delta(E+e^{\eta}) = \delta \ln (E+e^{\eta})$, weil $\delta e^{\eta} = e^{\eta} - e^{\eta-\delta\eta} = e^{\eta}(E-e^{-\delta\eta})$, also $E-e^{-\delta\eta} = e^{-\eta}\,\delta e^{\eta} = \delta \ln e^{\eta} = \delta\eta$ und daher $\delta e^{\eta} = e^{\eta}\,;()\,\delta\eta$ ist. Im zweiten Gültigkeitsbereich kann also mit (22) das in der Lösung des Hermetrieproblems implizit enthaltene Metronintegral der Kondensoraggregate gemäß $\lambda_{kl}\,S\,\psi_{kl}\,;()\,\delta\mu = \ln \cdot (E+e^{\eta})$ ausgeführt werden. Hierin kann noch e^{η} aus $\psi_{kl} = (E+e^{-\eta})^{-1}$ in der Form $e^{\eta} = \psi_{kl}\,;()\,(E-\psi_{kl})^{-1}$ eliminiert und im Logarithmus substituiert werden. Dies liefert dann im zweiten Gültigkeitsbereich $\lambda_{kl}\,S\,\psi_{kl}\,;()\,\delta\mu = -\ln(E-\psi_{kl})$, so daß zumindest im zweiten Gültigkeitsbereich die Lösung explizit angegeben werden kann.

Nunmehr besteht die Möglichkeit, die Lösungen (20) bis (22b) der allgemeinen Form (19) auf die möglichen Hermetrieformen a bis d der Weltstruktur anzuwenden, wobei zweckmäßig zunächst

die beiden Formen a und b imaginärer Kondensationen und anschließend c und d komplexer Kondensationen untersucht werden.

3. Hermetrische Elementarstrukturen.

Wenn die Hermetrieformen a bis d hinsichtlich ihrer physikalischen Interpretation untersucht werden sollen, dann genügt eine Betrachtung in dem immer noch submikromaren zweiten Gültigkeitsbereich; denn die mikrophysikalischen Prozesse einer atomistischen Empirie sind stets im dritten mikromaren Gültigkeitsbereich gegeben. Die Approximation im Fall hoher Metronenziffern bedingt in (20) aber $\Lambda_{km} \ll 1$ oder $\Lambda_{km} \approx 0$.

Zunächst sollen die beiden imaginären Kondensationsformen der Hermetrien a und b untersucht werden. Hier ist auf jeden Fall $\mu = -\mu^*$, was den imaginären Charakter bedingt. Unter der Approximationsvoraussetzung hoher Metronenziffern kommt es zunächst darauf an, die $C_{km} = \text{const}$ aus (20) zu ermitteln, was für die einzelnen Hermetrieformen individuell durchgeführt werden muß. Liegen die imaginären Selbstkondensationen a vor, die zuerst untersucht werden sollen, dann gibt es für die Indizierungen nur die Möglichkeiten $k=5$ und $k=6$, während das Aggregat μ der Gitterselektoren zu $\mu = i\sqrt{\tau}\,((\,)_5 + (\,)_6)$ wird. Ferner ist das Kondensoraggregat ψ_{km} hermitesch und im Sinne eines abstrakten Funktionenraumes bzw. metronischen Funktionenraumes konvergent. Wird diese Konvergenzeigenschaft verwendet, dann folgt im Fall a unmittelbar für die Konstanten $C_{km} = -1$. Im dritten Gültigkeitsbereich wird $\mu; n \to \varsigma$ mit $-\varsigma^2 = x_5^2 + x_6^2$, das heißt, wenn a Kondensationsstufen darstellt, dann müssen $\lambda \cdot \varsigma$ Punktspektren bilden, und dies fordert für ς eine untere Schranke $\underline{\epsilon} > 0$; denn für $\underline{\epsilon} = 0$ läge ein Streckenspektrum als Kontinuum vor, was aber einen Widerspruch zur Natur der Kondensationsstufen bildet. Es muß also im Transbereich des antihermetrischen R_4 im Fall a eine Diskontinuität $\varsigma \geqq \underline{\epsilon} = \text{const} > 0$ eventuell im Sinne einer Naturkonstante geben. Da die Indizierungen im Fall a nur die Werte

5 oder 6 annehmen können (und zwar in kovarianter Stellung gibt es nur Kondensorkomponenten $[{}^{i}_{5,5}]$ sowie $[{}^{i}_{5,6}]$ und $[{}^{i}_{6,6}$ die nach IV 2 durch die Proportionalitäten $[{}^{i}_{5,5}] = a\,[{}^{i}_{5,6}]$ un $[{}^{i}_{6,6}] = b[{}^{i}_{5,6}]$ im Zusammenhang stehen. Hier dürfen die beide Proportionalitätsfaktoren nicht mit den Symbolen imaginärer He metrieformen verwechselt werden, die aus diesem Grunde ers dann wieder verwendet werden sollen, wenn diese Proportionalitä ten nicht mehr gebraucht werden. Nach (20a) sind diese beide Faktoren a und b Eigenwertverhältnisse, so daß die Hermetrieforr imaginärer Selbstkondensationen offenbar dann physikalisch inter pretierbar wird, wenn es gelingt diese beiden Faktoren zu bestim men. Zur Kürzung wird $\underline{\varphi}^{i} = [{}^{i}_{5,5}];n$ verwendet, so daß $\underline{\varphi}^{i}/a$ = $= [{}^{i}_{5,6}];n$ und daher $[{}^{i}_{6,6}];n = \underline{\varphi}^{i}b/a$ wird. Es sei weiter λ_1 = $= \lambda_6(5,5)$ und $\lambda_2 = \lambda_5(6,6)$ sowie ein aus a und b aufgebaute Faktor α gegeben. Dann folgt $a\lambda_1\,\underline{\varphi}^{i} = (\underline{\delta}_5 - a\underline{\delta}_6);\underline{\varphi}^{i} - \frac{\alpha}{a}\,\underline{\varphi}^{i}\underline{\varphi}^{6}$ und $b\lambda_2\,\underline{\varphi}^{i} = (\underline{\delta}_6 - b\underline{\delta}_5);\underline{\varphi}^{i} - \frac{\alpha}{a}\,\underline{\varphi}^{i}\underline{\varphi}^{5}$ und zwar dem Schema (19) entspre chend. Diese insgesamt vier Metrondifferentiale für i=5 und i=(können unter Verwendung der Kürzungen $\underline{\lambda} = a\lambda_1 + b\lambda_2$ und $\underline{\varphi}$ = $=\underline{\varphi}^{5}+\underline{\varphi}^{6}$ addiert werden und liefern dann $\underline{\lambda}\underline{\varphi} = -((b-1)\underline{\delta}_5+(a-1)\underline{\delta}_6\,);\underline{\varphi}$ $-\frac{\alpha}{a}\,\underline{\varphi}^{2}$. In dieser Beziehung kann ein Übergang in den dritter Gültigkeitsbereich $\tau\to 0$ infinitesimaler mikromarer Zustände ge mäß $\underline{\varphi}\to\varphi'$ und $\varphi = \alpha\varphi'/a$, sowie mit dem Übergang der Metron differentiale zu partiellen Ableitungen durchgefürht werden. Auch werde angenommen, daß $\varphi(x_5,x_6)$ nur so von den x_5 und x_6 abhängt, daß $\varphi(x_5,x_6) = \varphi(\xi)$ mit der neuen Variablen ξ gilt. Dann wird die Beziehung im dritten Gültigkeitsbereich zu $\frac{d\varphi}{d\xi}+\varphi$ = $= -\underline{\lambda}\varphi$, was formal auch für $\lambda=-\underline{\lambda}$ gilt.

Hier wurden allerdings die Substitutionen $x(b-1) = x_5$ und $y(a-1) = x_6$ verwendet und ξ so definiert, daß $\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{d\varphi}{d\xi}$ gilt. Die Lösung dieser Differentialgleichung entspricht (20) im dritten Gültigkeitsbereich und auch hier folgt für die komplexe In tegrationskonstante $C = A+iB$ wegen der Konvergenz von φ in der ganzen Ebene (x_5,x_6) wieder $B=0$ und $A=-1$, also $C=-1$

entsprechend $C_{km} = -1$ im zweiten Gültigkeitsbereich. Wird $-\varsigma^2 = x_5^2 + x_6^2$ verwendet, dann ergibt sich für die $\lambda_n \varsigma_n = n\pi$ oder eindeutig $\lambda_5(5,6)\varsigma_n = \pi n_1$ und $\lambda_6(6,5)\varsigma_n = \pi n_2$, wobei n_1 und n_2 Folgen natürlicher Zahlen sind, so daß $n_1 + n_2 = n$ ebenfalls eine solche Folge darstellt. Da nun im dritten Gültigkeitsbereich der gleiche Formalismus auch für $\underline{\lambda} = a\lambda_6(5,5) + b\lambda_5(6,6)$ gilt, müssen auch die Spektren $-a\lambda_6(5,5)\xi_n = \pi n_1$ und $-b\lambda_5(6,6)\xi_n = \pi n_2$ existieren, wobei die ξ_n die reellen Beträge der jeweiligen ξ - Werte sein sollen. Für $\lambda = -\underline{\lambda}$ gilt deshalb der gleiche Formalismus, weil die Kosinusfunktion eine gerade Funktion ist.* Nunmehr werden unter Berücksichtigung von ${}^{2}\bar{\gamma} = {}^{2}\bar{\gamma}^{*}$ die Proportionalitäten $[{}_{5,5}^{i}] = a[{}_{5,6}^{i}]$ und $[{}_{6,6}^{i}] = b[{}_{5,6}^{i}]$ explizit geschrieben und in den Summen gemischtvarianter Indizes eine gliedweise Erfüllung der Proportionalität gefolgert. Für $s=5$ und $s=6$ ergeben sich dann, weil im allgemeinen die $\gamma^{js} \neq 0$ sind, vier Beziehungen, nämlich $\underline{\delta}_5 \gamma_{5,5} = a\underline{\delta}_6 \gamma_{5,5}$ und $2\underline{\delta}_5 \gamma_{5,6} - \underline{\delta}_6 \gamma_{5,5} = a\underline{\delta}_5 \gamma_{6,6}$, aber $2\underline{\delta}_6 \gamma_{5,6} - \underline{\delta}_5 \gamma_{6,6} = b\underline{\delta}_6 \gamma_{5,5}$ und $\underline{\delta}_6 \gamma_{6,6} = b\underline{\delta}_5 \gamma_{6,6}$. Werden die ersten beiden und die zweiten beiden Beziehungen ineinander substituiert, dann ergeben sich zwei metronisch integrierbare Selektorgleichungen für deren Ausführung nur die Möglichkeiten $(a^2\gamma_{6,6} - 2a\gamma_{5,6} + \gamma_{5,5}); n = A_5 = \text{const}$ (hinsichtlich n_5) und $(b^2\gamma_{5,5} - 2b\gamma_{5,6} + \gamma_{6,6}); n = A_6 = \text{const}$ (hinsichtlich n_6) gegeben sind. Addition oder Subtraktion dieser beiden Selektorgleichungen liefert $((a^2 \pm 1)\gamma_{6,6} \pm (b^2 \pm 1)\gamma_{5,5} - 2(a \pm b)\gamma_{5,6}); n = A_5 \pm A_6$. Hierin sind die $\gamma_{5,5}$ bzw. $\gamma_{6,6}$ oder $\gamma_{5,6}$ nur von den Gitterselektoren C_5 und C_6 im Fall der Selbstkondensationen in x_5 und x_6 abhängig, nicht aber von den Faktoren a oder b, weil diese nur die Symmetrie der $[{}_{k,m}^{1}]$ in (19) kennzeichnen. Aus diesem Grund muß aber $A_5 \pm A_6 = 0$ sein, und dies wiederum ist allein durch $a^2 \pm 1 = b^2 \pm 1 = a \pm b = 0$ möglich, weil die Komponenten des Fundamentalselektors bei diesen Selbstkondensationen im allgemeinen vom Nullselektor verschieden bleiben. Nun gilt aber in $\frac{d\varphi}{d\xi} + \varphi^2 = -\underline{\lambda}\varphi = \lambda\varphi$ immer $\xi^2 = x^2 + y^2 = x_5^2(b-1)^{-2} +$

* Dies deshalb, weil die Spektren wie (20b) entstehen.

$+x_6^2(a-1)^{-2}$ als reelle Beziehung, so daß in $a^2=b^2=\pm 1$ von vornher ein der negative Zweig entfällt. Da andererseits $-\xi^2<\infty$ bleiber muß, fordert diese Divergenzfreiheit in $a=b=\pm 1$ den Zweig $a=b=-1$ und dies hat mit (4) die Beziehung $-4\xi^2=\epsilon^2+\eta^2=\varsigma^2$ zur Folge. Da andererseits im dritten Gültigkeitsbereich $\lambda_n\varsigma_n=\pi n$ gilt und wegen der Unmöglichkeit eines kontinuierlichen Streckenspektrums $\varsigma\geqq\epsilon=$ $=\text{const}>0$ gefordert werden muß, aber $\lambda_6(5,5)\xi_n=\pi n_1$ und $\lambda_5(6,6)\xi_n=\pi n_2$ mit $a=b=-1$ gilt, und außerdem $\lambda_5(5,6)\xi_n=$ $=\lambda_6(5,5)\xi_n$ bzw. $\lambda_6(6,5)\xi_n=\lambda_5(6,6)\xi_n$ gilt, muß es ein ganz allgemeines quantenhaftes Gesetz für die Stufen der Selbstkondensation der Hermetrieform a, nämlich $H_{(1)}=\pi\underline{\epsilon}n_1$ und $H_{(2)}=\pi\underline{\epsilon}n_2$ geben, welches diese Selbstkondensationen durch die beiden Folgen $n_1<\infty$ und $n_2<\infty$ natürlicher Zahlen beschreibt. Dieser Sachverhalt wird zusammengefaßt in

(23) $$H_{(1)}=\pi\underline{\epsilon}n_1,\quad H_{(2)}=\pi\underline{\epsilon}n_2,\quad -\varsigma^2=x_5^2+x_6^2=-\epsilon^2-\eta^2,\quad \varsigma\geqq\underline{\epsilon}=\text{const}>0$$

Da es sich bei der Hermetrieform a um Terme in x_5 und x_6 außerhalb des R_4 handelt, erscheint eine physikalische Interpretation unmöglich, jedoch ist es denkbar, daß die Struktur a dann Auswirkungen auf den R_4 hat, wenn ξ in irgendeiner Form von den R_4 - Koordinaten abhängt. Es wurde zwar zur Beschreibung von a für $\underline{\varphi}^i$ nur die Indizierung $i=5$ und $i=6$ verwendet, doch sind auch die $\underline{\varphi}^i\neq 0$ für $i<5$, was für diese Komponenten dann eine lineare Beziehung ergibt. Wegen $2\xi=i\varsigma$ im dritten Gültigkeitsbereich ist auf jeden Fall $\varsigma(R_4)$, wenn die Struktur a der Bedingung einer geodätischen Nullinie genügt; denn in diesem Fall ist der R_4 - Abschnitt des Fundamentaltensors wegen der R_4 - Antihermetrie pseudoeuklidisch und die metrischen Größen dieser Struktur a hängen wegen $ds^2=0$ der Nullmetrik von den R_4 - Koordinaten ab. Wenn auch a physikalisch nicht interpretierbar zu sein scheint, so besteht doch die Möglichkeit, im dritten Gültigkeitsbereich die Auswirkungen der Form a unter gegebenen Bedingungen auf die antihermetrische Raumzeit zu untersuchen, und den Versuch zu unternehmen, eine physikalische Interpretation derartiger Auswirkungen unter den speziellen Bedingungen eine

eventuellen R_4 - Projektion auszuführen. Die Form a der Hermetrie wird bei infinitesimaler Approximation beschrieben durch $\frac{d\varphi}{d\xi}+\varphi^2=\lambda\varphi$, weil $\varphi = \{_5{}^5{}_6\}+\{_5{}^6{}_6\} = \varphi^*$, also $\varphi\cdot\varphi^* = \varphi^2$ ist. Hierin gilt für die totale Differentialoperation wegen $x^{\underline{5}}(b-1)^{-1} = x$, sowie $x^{\underline{6}}(a-1)^{-1} = y$ und $a=b=-1$ die Beziehung $d/d\xi = \partial/\partial x + \partial/\partial y = -2(\partial/\partial x^{\underline{5}}+\partial/\partial x^{\underline{6}})$. Ferner gilt $\{_5{}^5{}_6\} = g^{\underline{6s}}\{s56\}$ und $\{_5{}^6{}_6\} = g^{\underline{6s}}\{s56\}$ mit $s\equiv(5,6)$. Wird zur vorläufigen Kürzung die Chiffre $g_{p,q}\equiv pq$, sowie $g^{\underline{p,q}}\equiv \underline{pq}$ und $\partial/\partial x^{\underline{p}} = (p)$ eingeführt, dann folgt unmittelbar $\varphi = \frac{1}{2}(\underline{55}(6)55+\underline{66}(5)66+\underline{56}((6)55+(5)66))$ und $d\varphi/d\xi = -[\underline{66}((55)+(56))66+\underline{55}((56)+(66))55+\underline{56}((56)(56+66)+(55)66+(66)55)+(5)\underline{66}(5)66+(5)\underline{55}(6)55+(5)\underline{56}((5)66+(6)55)+(6)\underline{66}(5)66+(6)\underline{55}(6)55+(6)\underline{56}((5)66+(6)55)]$. Grundsätzlich gilt $\overline{div}_6\ {}^2\bar{g} = \bar{0}$; also $\sum_{k=1}^{6}\frac{\partial g_{i,k}}{\partial x^{\underline{k}}} = 0$, was demnach immer $(k)ik = (k)ki = 0$ bedingt. Dies bedeutet aber, da $(ik) = (ki)$ kommutiert, $d\varphi/d\xi = -[\underline{66}(55)66+\underline{55}(66)55+\underline{56}((55)66+(66)55)+(5)\underline{66}(5)66+(6)\underline{55}(6)55]$ und $2\varphi = (\underline{55}(6)55+\underline{66}(5)66+\underline{56}((6)55+(5)66))$. Wird zur Kürzung $g_{5,5} = \eta$, $g_{5,6} = w$, sowie $g_{6,6} = p$ eingeführt und $g_{i,k}\,g^{\underline{ik}} = 1$ berücksichtigt, dann folgt $-d\varphi/d\xi = \partial^2/\partial x^2 \ln p+\partial^2/\partial y^2 \ln\eta + \frac{1}{w}(\partial^2 p/\partial x^2+\partial^2\eta/\partial y^2)$ mit $x = x^{\underline{5}}$ und $y = x^{\underline{6}}$. Ferner wird $\varphi = \frac{1}{2}(\partial/\partial x \ln p+\partial/\partial y \ln\eta + \frac{1}{w}(\partial p/\partial x+\partial\eta/\partial y))$. Immer besteht die Möglichkeit ${}^2\bar{g}$ mit einer Unitärmatrix $\hat{S}\hat{S}^* = \hat{E}$ auf ein Diagonalschema $g_{i,k}\sim\sim\delta_{ik}$ zu transformieren, so daß $g^{\underline{5,6}} = 1/w = 0$ wird und dies bedeutet $-d\varphi/d\xi = \partial^2/\partial x^2 \ln p+\partial^2/\partial y^2 \ln\eta$, beziehungsweise $\varphi = \frac{1}{2}(\partial/\partial x \ln p+\partial/\partial y \ln\eta)$. Damit wird aber die Gleichung des infinitesimalen Strukturfeldes $d\varphi/d\xi+\varphi\cdot\varphi^* = \lambda\varphi$ wegen der kovarianten Hermitezität $\varphi\cdot\varphi^* = \varphi^2$, also $d\varphi/d\xi+\varphi^2 = \lambda\varphi$ zu $\partial^2 P/\partial x^2 + \partial^2 Q/\partial y^2 - \frac{1}{4}(\partial P/\partial x+\partial Q/\partial y)^2 = -\frac{\lambda}{2}(\partial P/\partial x+\partial Q/\partial y)$, wenn die Kürzungen $P = \ln p$ und $Q = \ln\eta$ verwendet werden. Wegen $(5)55 = (6)66 = 0$ wird $\partial P/\partial y = \partial Q/\partial x = 0$, so daß wegen der Vertauschbarkeit der partiellen Ableitungen die Strukturfeldgleichung in den

folgenden Weisen ergänzt werden kann, also $0 = \partial^2 P/\partial x^2 + \partial^2 P/\partial y^2 +$ $+\partial^2 P/\partial x\partial y + \partial^2 Q/\partial x\partial y + \partial^2 Q/\partial x^2 + \partial^2 Q/\partial y^2 - \frac{1}{4}(\partial P/\partial x + \partial P/\partial y +$ $+\partial Q/\partial x + \partial Q/\partial y)^2 + \frac{\lambda}{2}(\partial P/\partial x + \partial P/\partial y + \partial Q/\partial x + \partial Q/\partial y) = (\partial/\partial x +$ $+\partial/\partial y)^2;(P+Q) - \frac{1}{4}[(\partial/\partial x + \partial/\partial y);(P+Q)]^2 + \lambda/2(\partial/\partial x + \partial/\partial y);(P+Q)$. Hierin ist aber grundsätzlich $\partial/\partial x + \partial/\partial y = d/d\xi$ und die beiden Feldfunktionen P und Q erscheinen stets in der Summe $P+Q=\varphi$, so daß für das Strukturfeld eine totale Differentialgleichung zweiter Ordnung mit quadratischem Glied, nämlich $\frac{d^2\psi}{d\xi^2} - \frac{1}{4}(d\psi/d\xi)^2 + \frac{\lambda}{2}\frac{d\psi}{d\xi} = 0$ entsteht. Mit der Substitution $\underline{\varphi} = d\psi/d\xi$ wird $d\underline{\varphi}/d\xi = \frac{1}{4}\underline{\varphi}^2 - \frac{\lambda}{2}\underline{\varphi} = \frac{1}{4}(\underline{\varphi}^2 - 2\lambda\underline{\varphi} + \lambda^2 - \lambda^2) =$ $= -\frac{-\lambda^2}{4}(1 - \frac{1}{\lambda^2}(\underline{\varphi} - \lambda)^2)$ oder wenn $y = \frac{1}{\lambda}(\underline{\varphi} - \lambda)$ verwendet wird und $y=TGw$ zur Substitution kommt, dann folgt $dw/d\xi = -\lambda/4$. Die Lösung dieses Ausdruckes ergibt sich zu $\underline{\varphi} = 2\lambda f(1+f)^{-1}$ mit $f = Ae^{-\xi\lambda/2}$, wenn A die Integrationskonstante ist. Da $\underline{\varphi} = d\psi/d\xi$, also $d\psi/d\xi = 2\lambda f(1+f)^{-1}$ gilt, besteht die Möglichkeit auch ψ durch eine Integration zu erhalten. Da $d\ln f = d(\ln A - \xi\lambda/2) =$ $= d(-\frac{\lambda}{2}\xi)$ ist, wird $\psi = 2\lambda\int f(1+f)^{-1}d\xi = -4\int f(1+f)^{-1}d\ln f =$ $= -4\int d\ln(1+f) = -4\ln(1+f) + \text{const} = \ln B(1+f)^{-4}$, wenn B ebenfalls eine Integrationskonstante ist. Andererseits gilt $\psi = P+Q = \ln p +$ $+\ln\eta = \ln g_{5,5}\, g_{6,6}$, also für das invariante Produkt der hermetrischen a - Strukturen $g_{5,5}\, g_{6,6} = B(1+Ae^{-\frac{\lambda}{2}\xi})^{-4}$, wobei ξ das imaginäre Argument ist. Die auf diese Weise beschriebene hermetrische Struktur kann auch anders interpretiert werden. Man kann annehmen, daß diese Struktur, die durch $\psi = \ln g_{5,5}\, g_{6,6}$ beschrieben wird, als Feldfunktion über dem antihermetrischen Argumentbereich R_4 gegeben ist und ein Feld in einem euklidischen beziehungsweise pseudoeuklidischen Raum beschreibt. In diesem Falle wäre $\psi(\xi) = \psi(x_5, x_6)$ von den Transkoordinaten abhängig und wegen dieser Interpretation wäre $g_{ik} \to \delta_{ik}$ zu setzen, so daß sich die Metrik $ds^2 = \sum_{k=1}^{6} dx_k^2 = dr^2 + d\xi^2$ pseudoeuklidisch ergibt, wenn $dr^2 = \sum_{k=1}^{4} dx_k^2$ die Metrik des pseudoeuklidisch approximierten R_4

ist. Im allgemeinen ist $\psi = \psi(x_5, x_6)$ und definiert demnach Zustände jenseits des R_4, doch greifen diese latenten Prozesse unmittelbar in den R_4 ein, wenn ψ Vorgänge beschreibt, die metrisch so beschaffen sind, daß ξ unmittelbar durch r gegeben ist. Dies ist eindeutig der Fall, wenn die Weltlinie von ψ eine geodätische Nullinie ist; denn dann wird $ds^2 = 0$, also $d\xi = idr$ und damit wird die Beziehung $d^2\psi/d\xi^2 - \frac{1}{4}(d\psi/d\xi)^2 + \frac{\lambda}{2} d\psi/d\xi = 0$ wegen $\psi(\xi) = \psi(x_k)_1^4$ zur Raumzeitgleichung $d^2\psi/dr^2 - \frac{1}{4}(d\psi/dr)^2 + \frac{i}{2}\lambda d\psi/dr = 0$. Die euklidische Approximation des R_4 ist zweideutig; denn es besteht die Möglichkeit $R_4 \to R_{\pm 4}$, wobei zu entscheiden ist, welche dieser Projektionsmöglichkeiten für den Nullinienprozeß ψ möglich ist; denn danach richtet sich die physikalische Interpretation von ψ. Da sich die $R_{\pm 4}$ nur in $x_4 \sim t$ unterscheiden, wird die Zweideutigkeit durch $x_4 = Ct$ umgangen, wobei $C=ic$ den R_{-4}, aber $C=\omega$ den R_{+4} kennzeichnet. In der totalen Raumzeitgleichung zweiter Ordnung für ψ kennzeichnet das quadratische Glied die Wechselbeziehungen zwischen gleichen Nullinienprozessen im R_4, so daß es für eine Interpretation von ψ genügt, diesen quadratischen Term $(d\psi/dr)^2 \to 0$ zu vernachlässigen. In der entstehenden linearen Approximation ist

$$\frac{d^2}{dr^2} = \bar{r}_0 \frac{d}{dr} \bar{r}_0 \frac{d}{dr} = \bar{r}_0 \frac{d}{dr} \mathrm{grad}_4 = \bar{r}_0 \sum_{k=1}^{4} \frac{dx_k}{dr} \frac{\partial}{\partial x_k} \mathrm{grad}_4 = \bar{r} \sum_{k=1}^{4} \frac{1}{x_k} \frac{\partial}{\partial x_k} \mathrm{grad}_4 =$$

$$= \bar{r} \sum_{k=1}^{4} \frac{\bar{e}_k}{x_k} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} = \sum_{k=1}^{4} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2},$$

wenn die Einheitsvektoren der Koordinaten ein normiertes Orthogonalsystem $\bar{e}_i \cdot \bar{e}_k = \delta_{ik}$ bilden. Andererseits ist $\lambda d\psi/dr = \bar{\lambda} \mathrm{grad}_4 \psi = \sum_{k=1}^{4} \lambda_k \partial\psi/\partial x_k$, das heißt, in analytischer Fassung wird die Linearapproximation zu $\sum_{k=1}^{4} \partial^2\psi/\partial x_k^2 =$

$$= -\frac{i}{2} \sum_{k=1}^{4} \lambda_k \frac{\partial\psi}{\partial x_k}.$$

Wegen des linearen Charakters besteht immer die Möglichkeit, die Zeitabhängigkeit gemäß $\psi(x_k)_1^4 = \vartheta(t) w(x_k)_1^3$ zu separieren. Für diese Separation folgt, wenn $x_4 = Ct$ gesetzt wird, $\frac{1}{w}\left(\sum_{k=1}^{3} \partial^2 w/\partial x_k^2 + \frac{i}{2} \sum_{k=1}^{3} \lambda_k \partial w/\partial x_k\right) = -\frac{1}{\vartheta}\left(\ddot{\vartheta}/C^2 + \frac{i\lambda_4 \dot{\vartheta}}{2C}\right)$.

Wird hierin zur Kürzung $\lambda_4 = \lambda$ verwendet, dann folgt, weil

$\frac{1}{w}\left(\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial^2 w}{\partial x_k^2} + \frac{i}{2}\sum_{k=1}^{3}\lambda_k\,\partial w/\partial x_k\right) = a = \mathrm{const}(t)$ ist, $\ddot{\vartheta} + \frac{i}{2}\lambda C\dot{\vartheta} + aC^2\vartheta = 0$ für die Zeitabhängigkeit, wobei a die Bedeutung einer Separationskonstanten hat. Ist $H(t)$ eine Hilfsfunktion, dann wird die Lösung des Zeitgesetzes mit dem Ansatz $\vartheta \sim e^H$ möglich. Es wird $0 = \ddot{H} + \dot{H}^2 + \frac{i}{2}\lambda C\dot{H} + aC^2 = \ddot{H} + (\dot{H} + \frac{i}{4}\lambda C)^2 + C^2(\frac{\lambda^2}{16} + a)$. Setzt man $\kappa = iC\sqrt{\lambda^2/16 + a}$ und $y = \dot{H} + \frac{i}{4}\lambda C$, dann wird $\dot{y} = \kappa^2 - y^2 = \kappa^2(1 - y^2/\kappa^2)$ oder mit $W = y/\kappa$ auch $\dot{W} = \kappa(1 - W^2)$. Mit der Substitution $W = TG\phi$ ergibt sich $\dot{\phi} = \kappa$, also $\frac{1+W}{1-W} = Ae^{2\kappa t} = F$. Dies bedeutet aber $y = \kappa\frac{F-1}{F+1}$. Hieraus folgt wiederum $\dot{H} = \kappa\frac{F-1}{F+1} - i\lambda C/4$. Dieser Ausdruck ist aber (A ist in F die Integrationskonstante) wiederum integrierbar. Es gilt $H = \kappa\int\frac{F-1}{F+1}dt - \frac{i}{4}\lambda Ct$. Da $d\ln F = 2\kappa\,dt$ ist, gilt $\kappa\int\frac{F-1}{F+1}dt = \frac{1}{2}\int\frac{F-1}{F+1}dF/F =$

$$= \frac{1}{2}\int\frac{dF}{F+1} - \frac{1}{2}\int\frac{dF}{F^2+F} = \frac{1}{2}\ln(1+F) - \frac{1}{2}\int\frac{dF}{(F+1/2)^2 - 1/4}.$$

Hierin ist aber wiederum $-\frac{1}{2}\int\frac{dF}{(F+1/2)^2 - 1/4} = \int\frac{d(2F+1)}{1-(2F+1)^2} =$

$= \frac{1}{2}\ln(-\frac{1}{F}(1+F))$. Einsetzen liefert $\kappa\int\frac{F-1}{F+1}dt = \frac{1}{2}\ln(-\frac{1}{F}(1+F^2) -$ $+\mathrm{const}$. Demnach ergibt sich $H = \frac{1}{2}\ln(-\frac{1}{F}(1+F)^2) + \ln e^{-i\lambda Ct/4} + \mathrm{const} =$ $= \ln B(1+F)\frac{1}{\sqrt{F}}e^{-i\lambda Ct/4}$, wenn $B = \frac{1}{i}\mathrm{const}$ eine weitere Integrationskonstante ist. Wegen $\vartheta \sim e^H$ ergibt sich dann für das Zeitgesetz $\vartheta \sim \frac{B}{\sqrt{F}}(1+F)\cdot e^{-i\lambda Ct/4}$ mit $F = Ae^{2\kappa t}$ und $\kappa = iC\sqrt{\frac{\lambda^2}{16} + a}$. Wegen

$\frac{1}{w}\left(\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial^2 w}{\partial x_k^2} + \frac{i}{2}\sum_{k=1}^{3}\lambda_k\frac{\partial w}{\partial x_k}\right) = -\frac{1}{\vartheta}(\ddot{\vartheta}/C^2 + (\frac{i\lambda}{2C})\dot{\vartheta}) = a = \mathrm{const}(t)$ muß auch

$a = \mathrm{const}\,(x_k)_1^3$ sein, weil ϑ von den Koordinaten des R_3 unabhängig ist. Liegen im R_3 kugelsymmetrische Verhältnisse vor, dann kann $dR^2 = \sum_{k=1}^{3} dx_k^2 \geqq 0$ gesetzt werden und dies führt zu

$\frac{d^2w}{dR^2} + \frac{i}{2}\underline{\lambda}\frac{dw}{dR} - aw = 0$, wenn in $\sum_{k=1}^{3}\lambda_k\frac{\partial w}{\partial x_k} = \bar{\lambda}\,\mathrm{grad}\,w = \lambda_R\frac{dw}{dR}$ zur Kürzung $\lambda_R = \underline{\lambda}$ gesetzt wird. Mit dem Lösungsansatz $w \sim e^{\chi}$ nimmt die Differentialgleichung die Form an $0 = \frac{d^2\chi}{dR^2} + (\frac{d\chi}{dR})^2 + \frac{i}{2}\underline{\lambda}\frac{d\chi}{dR} - a = \frac{d^2\chi}{dR^2} + (\frac{d\chi}{dR} + \frac{i}{4}\underline{\lambda})^2 + \frac{\underline{\lambda}}{16} - a$. Hierin wird $\beta^2 = a - \frac{1}{16}\underline{\lambda}^2$ und $y = 1/\beta\,(\frac{d\chi}{dR} + \frac{i}{4}\underline{\lambda})$ eingeführt, was zu $\frac{dy}{dR} = \beta\,(1-y^2)$ führt. Ist in $f=\underline{A}\,e^{2\beta R}$ die Integrationskonstante, dann ergibt sich für die erste Integration $\frac{d\chi}{dR} + \frac{i}{4}\underline{\lambda} = \beta\frac{f-1}{f+1}$ und dies macht eine weitere Integration möglich. Man erhält $\chi + \frac{i}{4}\underline{\lambda}R - \mathrm{const} = \beta\int\frac{f-1}{f+1}dR = \frac{1}{2}\int\frac{f-1}{f+1}d\ln f = \frac{1}{2}\ln(1+f) - \frac{1}{2}\int\frac{df}{f^2+f} =$

$= \frac{1}{2}\ln(1+f) + \int\frac{d(2f+1)}{1-(2f+1)^2} = \frac{1}{2}\ln(1+f) + \frac{1}{2}\ln(-\frac{1}{f}(1+f)^2) =$

$= \frac{1}{2}\ln(-\frac{1}{f}(1+f)^2)$. Einsetzen in χ und Potenzierung liefert dann $w \sim \frac{1}{\sqrt{f}}(1+f)\cdot e^{-i\underline{\lambda}R/4}$. Wegen $\psi = w\vartheta$ beschreibt w die Verteilung des in dem R_4 projizierten Prozeß im R_3. Da auf grund des Baues ϑ, also des Zeitverlaufs immer $\lim_{t\to\infty}\vartheta \neq 0$ bleibt, unabhängig davon, welche der Möglichkeiten $R_{\pm 4}$ realisiert ist, muß $\lim_{R\to\infty} w < \infty$ gefordert werden, wenn $\lim_{t,R\to\infty}\psi < \infty$ bleiben soll. ψ ist eine Zustandsfunktion, und muß daher grundsätzlich konvergieren, weil für ψ ein abstrakter Funktionenraum existent sein muß, das heißt, die Konvergenz ist in der Form $\lim_{t,R\to\infty}\psi =$

$= \lim_{t\to\infty}\vartheta\lim_{R\to\infty} w < \infty$, also $\lim_{R\to\infty} w < \infty$ und $\lim_{t\to\infty}\vartheta < \infty$ zu fordern. w ist durch den Verlauf $w \sim (1+\underline{A}\,e^{2\beta R})\exp(-\frac{1}{4}\underline{\lambda}R - \beta R)$ eindeutig bestimmt, weil der reelle Unterraum R_3 eindeutig festliegt (die Zweideutigkeit $R_{\pm 4}$ bezieht sich auf x_4). Dieser eindeutige Verlauf von w genügt der Konvergenzbedingung aber nur dann, wenn $\mathrm{Re}\,\beta = 0$ und $\mathrm{Im}\,\beta \geqq 0$ ist; denn nur dann wird w zu einer komplexen periodischen Funktion. Für $\mathrm{Re}\,\beta > 0$ und $\mathrm{Im}\,\beta = 0$ divergiert w dagegen monoton, was wegen der Konvergenzforderung

auszuschließen ist. Die Konvergenzforderung für den Verlauf vo
w verdichtet sich demnach in $\beta^2 \leqq 0$, was wegen $\beta = \sqrt{a - \frac{1}{16}\underline{\lambda}}$
als Bedingung für die Separationskonstante $16a < \underline{\lambda}^2$ liefert. De
Verlauf ϑ wird dagegen von C bestimmt, wofür es $R_{\pm 4}$ entspre
chend die Möglichkeiten $C=ic$ und $C=\omega$ gibt. Nimmt man fü
den antihermetrischen R_4 den imaginären Wert $C=ic$ an, dan
zeigt sich $\lim_{t\to\infty} \vartheta \to \infty$, so daß der R_{-4} unmöglich die antihermetr
sche Raumzeit sein kann und der Nullinienprozeß ψ kann ur
möglich im $R_4 \equiv R_{-4}$ als Wirkung mit einer geodätischen Nullini
in der Raumzeit als elektromagnetisches Strahlungsquant erschei
nen. Im reellen Fall $C=\omega$ des R_{+4} dagegen, wird ϑ zu *einem*
komplexen Schwingungsgesetz, so daß hiermit die Konvergenz
$\lim_{t\to\infty} \vartheta < \infty$ erfüllt wird. Der antihermetrische Bereich kann also nu
der R_{+4} sein. In dieser Raumzeit laufen aber nur Gravitations
wirkungen mit $\omega = \frac{4}{3}c$ und dieser Befund gestattet eine physikali
sche Interpretation des Nullinienprozesses ψ. Wenn x_5 und x_6
nur in der Verbindung $-\varsigma^2 = x_5^2 + x_6^2$ in ψ auftreten, und wenn die
Weltlinien dieser a - Struktur geodätische Nullinien sind, dann
müßte ψ derart im R_4 auftreten, daß im R_3 eine mit ω fort-
schreitende gravitative Feldstörung erscheint. Wegen des Charak-
ters diskreter Punktspektren aller $\bar{\lambda}$ aus (19), also auch der *Her-*
metrieform a, müßten diese fortschreitenden Gravitationsfelder
im R_3 allerdings ebenfalls den Charakter diskreter Quantenstufen
tragen, die im folgenden als "Gravitonen" bezeichnet werden sol-
len. Die sich in dieser Form nicht in antihermetrische Unterräume
abbildenden Kondensationsstufen der Form a sind hinsichtlich
des R_4 latente energetische Stufen, die aber unter Verwendung
der herkömmlichen physikalischen Kategorien nicht interpretier-
bar sind. Da x_5 und x_6 jedoch auch in den drei übrigen Struk-
turen hermetrisch sind, und diese Hermetrieformen b,c und d
elementare Mq beschreiben, könnte geschlossen werden, daß
durch die Einbindung von a in diese Hermetrieformen ebenfalls
ein Abbildungsprozeß stattfindet und zwar in Form von Gravito-
nen statischer Gravitationsfelder dieser Mq. Wenn aber b,c und
d alle überhaupt möglichen Mq im R_4 beschreiben sollten, dann
würde dies bedeuten, daß es grundsätzlich keine gravitationsfreie

Materie geben kann, und daß es weiterhin unmöglich ist, bestehende Gravitationsfelder abzuschirmen; denn wie auch immer geartete Gravitationsschirme würden sich in ihrer ponderablen oder imponderablen Masse wegen des additiven Charakters der Gravitation hinsichtlich der Feldquelle der bereits bestehenden Quelle nur additiv überlagern.

Für die R_6 - Signatur ergaben sich die durch $\alpha_5 = \alpha_6 = \sqrt{\pm\tau}$ ausdrückbaren Möglichkeiten $(+++-++)$ und $(+++---)$, von denen wegen der empirischen Stabilität atomarer und stellarer Systeme der negative Zweig $i\sqrt{\tau}$ ausgewählt wurde, was in (4) ausgedrückt wird. Wäre diese Entscheidung offen geblieben, dann hätte sich ebenfalls die Struktur (19) ergeben, in welcher jedoch Lösungsstrukturen der Form $e^{ix} = \cos x + i\sin x$ allein durch x_4 bestimmt würden. Auch in diesem unentschiedenen Falle wäre eine allgemeine Lösung möglich gewesen, deren spezieller Fall a nur von x_5 und x_6 abhängt. Im dritten Gültigkeitsbereich wäre auch hier ein abstrakter Funktionenraum existent, der eine Konvergenz von φ in der ganzen Ebene (x_5, x_6), also $\int\int \varphi\varphi^* dx_5\, dx_6 < \infty$ fordert. Aus dieser Konvergenz ergibt sich dann aber unter Verwendung der Lösung von (19) im dritten Gültigkeitsbereich mit $\varsigma^2 = x_5^2 + x_6^2$ der Sachverhalt $\varsigma^2 < 0$, was aber nur im Fall $(+++---)$, also (4) möglich ist. Diese der Beziehung (19) immanente Eigenschaft (4) ist aber die notwendige Bedingung eines kompakten reellen R_3 als Einheit $s_{(1,}$ im R_6: doch sind atomare und stellare Stabilitäten nur in einem solchen Unterraum R_3 möglich, so daß auch diese Stabilitäten eventuell als Ausdruck des empirischen Prinzips (b) in (19) enthalten sind.

Nunmehr soll die Hermetrieform b imaginärer Zeitkondensationen untersucht werden. Für diese Form gilt $\mu = i\sqrt{\tau} \sum_{k=4}^{6} ()_k$, so daß ein der Form a analoger Formalismus existiert. Die (19) entsprechende partielle Lösung muß als lineares Kondensoraggregat konvergent sein, und diese Konvergenz liefert in völliger Analogie zu a die gleiche Konstante $C_{km} = -1$. Die vollständige Lösung ist auch hier das Produkt der Diagonalkomponenten des kontravarianten Fundamentaltensors, wobei wegen der Antihermetrie des

R_3 nur die Faktoren $k=4$ bis $k=6$ vom Wert 1 abweichend Funktionen sind. Es zeigt sich hierbei, daß wegen $x_4 = ict$ in (4 alle Weltlinien dieser Struktur b im konischen Asymptotenraur der Weltkonstruktion liegen und zeitlich einem komplexen harmo nischen Schwingungsgesetz genügen. Die Weltlinien der Zeitkor densationen sind demnach grundsätzlich geodätische Nullinien ir R_4, deren Zustand X mit den a analogen Eigenwerten λ ir dritten Gültigkeitsbereich der Differentialgleichung $\ddot{X}+(\lambda c/2)^2 X=$ genügt, wobei X als Lösung von (19) im dritten Gültigkeitsbe reich im Fall b neben einer Integrationskonstante nur vom Pro dukt der $g^{k,k}$ für $k=4$ bis $k=6$ abhängt. Die geodätischen Nul linien des konischen Asymptotenraumes schneiden aber den antihei metrischen R_3 grundsätzlich, so daß $\ddot{X}+(\lambda c/2)^2 X=0$ als zeitlich Separation einer R_4 - Funktion $P=X(t)W(x_1,x_2,x_3)$ mit divgra $W \sim W$ aufgefaßt werden kann, welche der linearen Differentia gleichung $\mathrm{divgrad}\, P=\lambda^2 P/2+\ddot{P}/c^2$ genügt. In dieser Beziehung ist ein Aggregat von Eigenwertkomponenten aus (19) und zwar au den dritten Gültigkeitsbereich bezogen; denn einerseits ergebe sich auch im Fall b aus der Symmetrie (19) Kondensorproportic nalitäten, und andererseits wurden approximativ in Analogie zur Fall a in diesem dritten Gültigkeitsbereich quadratische Gliede vernachlässigt. Die Differentialgleichung $\mathrm{divgrad}\, P-\ddot{P}/c^2 \sim P$ kenn zeichnet aber das Ausbreitungsgesetz photonischer Mq im Rah men der Quantenelektodynamik, in welchem nach dem Quanter dualismus für $\lambda \approx 0$ der korpuskulare Charakter zu Gunsten de Wellencharakters stark zurücktritt, so daß $\mathrm{divgrad}\, P=\ddot{P}/c^2$ appro ximativ entsteht. Dies ist aber das Ausbreitungsgesetz eines trans versalen Wellenfeldes im R_3, das mit Lichtgeschwindigkeit for schreitet. Es handelt sich dabei um die gleiche Beziehung, die sic aus dem empirischen Satz (d_1) für das allgemeine elektromagnet sche Feld ergibt. Aus diesem Grunde muß geschlossen werden, da die imaginären Zeitkondensationen b die imponderablen Mq be schreiben, die als quantenhafte "Photonen" die elektromagnet schen Felder aufbauen.

Vergleicht man die Hermetrie $H(x_5,x_6)$ der Form a m $H(x_4,x_5,x_6)$ der Zeitkondensationen b, und betrachtet man vo a nur diejenigen Strukturen, die in den R_{+4} abbildbar sind un

im R_3 als Gravitonensystem $G\equiv a$ erscheinen gemeinsam mit den Photonen $P\equiv b$ im R_3, dann sind Übergänge $G\rightleftharpoons P$ allein vom Verhalten x_4 abhängig. Auch ist offensichtlich jedes Photon trotz seiner Imponderabilität an ein Graviton gekoppelt. So erscheint es durchaus denkbar, daß irgendein Energiebetrag $E>0$ auf ein materielles System einwirkt, und daß sich $E\rightarrow G$ vollzieht, was in Form einer ponderomotorischen Wirkung (verursacht durch G) auf das System einwirkt, oder aber im Sinne $G\rightarrow P$ unter geeigneten Systembedingungen zur Emission von P führen kann. Diese über G laufende P-Emission ist offensichtlich auch umkehrbar; denn im Fall einer Absorbtion würde $P\rightarrow G$ erfolgen und $G\rightarrow E$ würde das absorbierende materielle System verändern und zwar entweder ponderomotorisch oder aber es kommt zu einer weiteren (sekundären) P-Emission. Wirkt bei diesem Absorbtionsprozeß G ponderomotorisch auf mehrere ponderable Systeme oder kommt es bei einer sekundären P-Emission über G zur Anregung mehrerer Substituenten, dann liegt der Fall einer Streuung der umgesetzten Energie E vor. Diese durch den imaginären Charakter der Hermetrieform a und b bedingten Übergänge

$$a\equiv G(x_5,x_6)\rightleftharpoons P(x_4,x_5,x_6)\equiv b \tag{24}$$

der im R_3 erscheinenden G- und P-Systeme setzen allerdings voraus, daß in bezug auf das absorbierende, oder emittierende materielle Konstituentensystem beim Prozeß (24) ein systembedingter relativer zeitlicher Nullpunkt $x_4=0$ gesetzt wird.

Die Klasse der Hermetrieformen c und d komplexer Kondensationen ist dadurch gekennzeichnet, daß im Linearaggregat μ der Gitterselektoren auch die reellen R_3-Gitter der semantischen Einheit $s_{(1)}$ in der Form $\alpha=\sum_{k=1}^{3}\alpha_k()_k$ neben $i\beta=\sum_{k>3}\alpha_k()_k$ auftreten, so daß dieser Selektor gemäß $\mu=\alpha+i\beta$ komplex wird. Im zweiten Gültigkeitsbereich der Approximation hoher Metronenziffern ergibt sich auch für c und d aus der Konvergenznotwendigkeit der partiellen Lösung von (19) für die Konstante wiederum $C_{km}=-1$, und hiermit kann eine Approximation in den dritten Be-

reich vorgenommen werden. Bei einer Untersuchung der Herme trieform c werde zunächst zur Interpretation der mit (a,α) indi zierte, aber physikalisch ausgeklammerte Fall einer Antihermetrie in x_5 oder x_6 betrachtet, und dann der mit (a,β) indizierte Fal der Form c beschrieben. Erst nach dieser vollständigen Beschrei bung der Form c kann dann die vollständige R_6 - Hermetrie c analysiert werden. Mit $-x_4^2=c^2t^2$, sowie $-x_5^2=\epsilon^2$ und $-x_6^2=\eta^2$ nach (4) folgt dann für $\mu;n\to iy$ als Übergang in den dritten Gültigkeitsbereich, wobei $y^2=\varsigma^2-r^2$ mit $\varsigma_{a\alpha}^2=\epsilon^2$ bzw. $\varsigma_{a\beta}^2=\epsilon^2+\eta^2$ oder $\varsigma_d^2=\epsilon^2+\eta^2+c^2t^2$ für die zur Diskussion stehenden Fälle komplexer Hermetrie aber $r^2=\sum_{k=1}^{3}x_k^2$ für eine reelle R_3 - Distanz zu setzten ist. Unter diesen Voraussetzungen folgt also für die drei zu diskutierenden Fälle im mikromaren Infinitesimalbereich $\tau\to 0$ für diese Kondensationstypen ein analoger Sachverhalt für y; denn in $y^2=$ $=\varsigma^2-r^2$ ist r^2 eine Distanz im reellen R_3, welche dem Selektor a aus μ entspricht, während ς^2 aus dem imaginären Selektoranteil hervorgeht. In der Approximation $\psi_{kl}=(1-e^{\pm i\lambda_{kl}y})^{-1}$ kennzeichnet also ς^2 den jeweiligen Kondensationstyp. Die Raumkondensationen werden dabei beschrieben durch $\varsigma_{(a,\alpha)}^2=\epsilon^2$ und $\varsigma_{(a\beta)}^2=\epsilon^2+\eta^2$, während für die Raumzeitkondensationen $\varsigma_b^2=c^2t^2+\epsilon^2+\eta^2$ gilt. Nach dieser Klassifikation der aufgrund der Weltarchitektur überhaupt möglichen komplexen Kondensationsvorgänge können die Kondensationsstufen im einzelnen analysiert werden. Charakteristisch für alle Kondensationen ist das Auftreten von Singularitäten in [illegible]

Für den zweiten metronischen Gültigkeitsbereich $\psi_{kl}=(1-e^{\pm i\lambda_{kl}y})^{-1}$ kommt es nur für $\mu;n=0$ zur Unendlichkeitsstelle, doch ist dieser Fall von vornherein auszugrenzen, weil $\mu;n=0$ bedeutet, daß überhaupt kein Metron existiert, was im Widerspruch zum Metronenbegriff steht. Außerdem würde $\mu;n=0$ nur im ersten Gültigkeitsbereich, nicht aber im zweiten gelten. Auch in den Extremen gibt es keine singulären Unendlichkeitsstellen; denn wegen $\mu=a+$[illegible] steht vor dem kompiexen Exponentialgesetz grundsätzlich de

räumliche Abklingungsselektor $e^{-\lambda_{kl}\alpha} \neq E$, was die Unendlichkeitsstelle auch im gradzahlig reellen Spektrum unmöglich macht. Im Gegensatz hierzu treten im dritten Bereich $\tau \to 0$ derartige Unstetigkeiten auf, weil $\psi_{kl}(y) = (1-e^{\pm i\lambda_{kl}y})^{-1}$ immer $y^2 = \varsigma^2 - r^2$ ist. Tatsächlich setzen sich also für $\tau > 0$ metronische Eigenwerte in den ganzen R_3 fort, deren Amplituden allerdings räumlich steil abklingen, aber auch für $\alpha;n \geqq \beta;n$ wegen $e^{-i\lambda_{kl}\beta} = \cos\lambda_{kl}\beta - i\sin\lambda_{kl}\beta$ als harmonischer Anteil erhalten bleiben. Für $\tau \to 0$ kommt es aber zu einer Reihe von Singularitäten. Die erste hiervon liegt bei $\varsigma^2 = r^2 = 0$, doch muß diese wegen $\epsilon > 0$ grundsätzlich ausgeklammert werden. Die übrigen Singularitäten sind eine Folge von $\tau \to 0$ und lassen sich ausklammern, weil sie nur im Bereich der reellen geradzahligen Eigenwerte $\cos\lambda_{kl}y = +1$ für $\varsigma^2 > r^2$ auftreten, so daß in diesem Bereich nur die imaginären Eigenwerte $\sin\lambda_{kl}y = 1$ und die ungeradzahligen Reellen zählen. Eine allein auf $\tau \to 0$ zurückgehende singuläre Fläche liegt dagegen bei $\varsigma^2 = r^2 \neq 0$, die auf jeden Fall als Folge des dritten Gültigkeitsbereiches auszugrenzen ist. Diese singuläre Fläche zerlegt den ganzen Definitionsbereich der Kondensation in zwei Teile, nämlich in $0 \leqq r^2 < \varsigma^2$ und $r^2 > \varsigma^2$, wobei in $0 \leqq r^2 < \varsigma^2$ wegen $y^2 > 0$ immer ein komplexes Schwingungsgesetz gilt, dessen diskrete Eigenwertverteilung durch $r^2 = \varsigma^2$ von einem Abklingbereich $y^2 > 0$ getrennt wird. In diesem Abklingbereich, in dem ψ_{kl} den Charakter eines Nahwirkungsfeldes annimmt, setzen sich jedoch tatsächlich die metronischen Eigenwerte mit räumlich steil abklingenden Amplituden fort. Im metronischen Bereich $\tau > 0$ gelten in jedem Fall die beiden komplementären Eigenwertspektren der Gleichung (20b), nicht aber im dritten Bereich $\tau \to 0$; denn hier liefert das reelle geradzahlige Spektrum als Folge von $\tau \to 0$ singuläre Unendlichkeitsstellen, die aber als Folge der Approximation auszugrenzen sind. Alle 3 Kondensationstypen $\lambda_{kl}\sqrt{\varsigma^2 - r^2}$ genügen daher dem zweideutigen Imaginärspektrum $\beta_+^{(\pm)} = \pm\frac{\pi}{2}(2n_+ + 1)$, sowie $\beta_-^{(\pm)} = \pm\pi(2n_- + 1)$, wobei im Vergleich $\beta_+^{(\pm)} = \pm\lambda_{kl}y$ die Eindeutigkeit $\lambda_{kl}^+ y = \frac{\pi}{2}(2n_+ + 1)$ erreicht wird. Desgleichen folgt eindeutig $\lambda_{kl}^- y = 2\lambda_{kl}^+ y$. Da immer $\varsigma \perp R_3$ gilt,

folgt mit dem normierten Orthogonalsystem $\bar{e}_\varsigma \bar{e}_r = \delta_{\varsigma,r}$ nach Quadrierung $(\lambda_{kl}^-)^2(\varsigma^2 - r^2) = |(\lambda_{kl}^-)^2(\bar{\varsigma}+i\bar{r})^2 = \pi^2(\bar{e}_\varsigma(2n_\varsigma+1)+i\bar{e}_r(2n_r+1)$ oder $\lambda_{kl}^-(\varsigma,r) = \pi(2n_{\varsigma,r}+1)$ und analog $\lambda_{kl}^+(\varsigma,r) = \frac{\pi}{2}(2n_{\varsigma,r}+1)$, was nach Division durcheinander für beide Klassen von Eigenwertspektren die gleiche Beziehung nämlich

$$r = \frac{2n_r+1}{2n_\varsigma+1} \cdot \varsigma \tag{25}$$

liefert. Wegen $r<\varsigma$ muß also auch für die beiden Eigenwertspektren n_r und n_ς die Bedingung $n_r<n_\varsigma$ für die ganzen Zahlen erfüllt sein. Auch muß grundsätzlich (25) so beschaffen sein, daß $r>0$ positiv zählt, weil dies von der reellen Natur des R_3 gefordert wird. Der Zusammenhang zwischen $s_{(1)} \equiv R_3$ und den übrigen Architektureinheiten erfolgt also für $\tau \to 0$ durch zwei Systeme ganzer Quantenzahlen im Bereich $r<\varsigma$, während $r>\varsigma$ ein abklingendes Nahwirkungsfeld kennzeichnet.

Diese Beziehung (25) zeigt, daß es zumindest im dritten Gültigkeitsbereich kritische Distanzen r im R_3 als Folge komplexer Kondensationen gibt, welche durch diskrete Quantenzahlen definiert sind. Weiter ist evident, daß in diesem Approximationsbereich $\lambda_{kl}y = 0$ wegen $C_{kl} = -1$, also $\psi_{kl} = (1-e^{\pm i\lambda_{kl}y})^{-1}$ in jedem Fall zur Singularität $\psi_{kl} \to \infty$ führt. Wenn derartige Divergenzstellen ausgeschlossen werden (im ersten und zweiten Bereich ist dies wegen $e^\alpha \neq 0$ immer erfüllt), dann muß also als Folge der Infinitesimalapproximation stets $\lambda_{kl}y \neq 0$ gefordert werden. Im allgemeinen muß unabhängig von der komplexen Hermetrieform ς eine Zeitfunktion sein; denn wäre $\varsigma=\text{const}$, dann könnte keine Korrespondenzmöglichkeit für die betreffende Kondensation existieren, was aber nur exakt erfüllbar ist, wenn es im R_6 neben dieser Kondensation keine andere mehr gibt. Da dieser Fall zur Realität der Welt im Widerspruch steht, kann stets $\varsigma(t)$ und allgemeiner auch $r(t)$ gesetzt werden. Dies bedeutet $dy^2 = d\varsigma^2 - dr^2 = (\dot{\varsigma}^2 - \dot{r}^2)dt^2 = w^2(1-v^2/w^2)dt^2$, weil $\dot{\varsigma} = w$ in euklidischer beziehungsweise pseudoeuklidischer Approximation der Imaginärteil der Weltge-

schwindigkeit und $\dot{r} = v$ eine eventuelle zeitliche Ortsänderung im R_3 ist. Mit dem auf w bezogenen Geschwindigkeitsmaß $w\beta = v$ wird also $w\,dt\sqrt{1-\beta^2} = dy$ oder $y = \int w\,dt\sqrt{1-\beta^2} = \varsigma\sqrt{1-\beta^2} + -\varsigma\beta\dot{\beta}\,1-\beta^2)^{-1/2} \cdot dt$. In der Bedingung $\lambda_{kl}\,y \neq 0$ ist stets $\lambda_{kl} \neq 0$, wenn überhaupt eine Kondensation vorliegt, so daß auch $y \neq 0$ bleiben muß. Wird weiter β=const, also $\dot{\beta} = 0$ erreicht, was immer möglich sein muß, dann folgt $y = \varsigma\sqrt{1-\beta^2} \neq 0$, was aber $\beta^2 \neq 1$ fordert. Schließlich muß noch festgestellt werden, daß sich der jeweilige algebraische Charakter von y durch die Forderung $\dot{\beta} = 0$ nicht ändern darf, so daß $1-\beta^2 \neq 0$ zu $1-\beta^2 > 0$ also $0 \leqq \beta < 1$ präzisiert wird. Dies ist aber für $w\beta$=v mit β=const dasjenige Verhalten, welches im pseudoeuklidischen R_6 den Gültigkeitsbereich von $\hat{C}$ kennzeichnet. In diesem Gültigkeitsbereich von $\hat{C}$ ist wegen $0 \leqq \beta < 1$ das Erreichen einer geodätischen Nullinie unmöglich. Die komplexen Kondensationen können demnach im dritten Gültigkeitsbereich mit $\beta < 1$ den raumzeitlichen Asymptotenkegel nur annähern, aber niemals erreichen. Im Gegensatz dazu liegen die imaginären Zeitkondensationen in ihrer R_{-4} - Projektion grundsätzlich auf diesem Asymptotenkegel, während die R_4 -Projektion der Selbstkondensationen nur im R_{+4} möglich ist. Diese Aussage ist aber das Charakteristikum für ponderable Materiefeldquanten, so daß die λ_{kl} im Fall der komplexen Kondensationen die Quantenniveaus ponderabler Materiefeldquanten beschreiben, so daß die komplexen Kondensationen in dieser Weise interpretierbar sind. Diese ponderablen Materiefeldquanten können aber nur die in der Problemstellung beschriebenen Elementarkorpuskeln sein, von denen es, den Klassen komplexer Hermetrieformen entsprechend, zwei ganz verschiedene Arten geben muß. Zum einen müssen Elementakorpuskeln existieren, welche durch die Hermetrieformen $a\alpha$, beziehungsweise $a\beta$, also Raumkondensationen c (neben imaginären nichtzeitlichen Einheiten kondensiert nur $s_{(1)} \equiv R_3$) beschrieben werden. Zum anderen muß es durch d beschriebene Elementarkorpuskeln als Raumzeitkondensationen geben, bei denen neben den a bedingenden semantischen Einheiten noch $(s_{(1)}, s_2) \equiv R_4$ in Form von Raumzeitbereichen kondensieren.

Nach dieser Analyse allgemeiner Approximationseigenschaften können nunmehr die beiden möglichen Formen komplexer Kondensationen diskutiert werden und zwar soll mit dem einfachsten Fall, also mit der Raumkondensation bei x_6 - Antihermetrie begonnen werden.

Jede derartige Elementarkorpuskel $a\alpha$ ist in bezug auf die Niveaus λ_{kl} durch kritische Radien $\varsigma_l = \epsilon_l$ charakterisiert, die durch das jeweilige Feld ϵ_l im x_5 Bereich definiert werden. Im Bereich $0 \leqq r < \varsigma_l$ beschreibt ψ_{kl} ein komplexes Schwingungsgesetz, bleibt auf der Fläche $r=\varsigma_l$ konstant und wird jenseits dieser Fläche $r>\varsigma$ zu einem exponentiell abklingenden Nahwirkungsfeld, woraus folgt, daß die durch ψ_{kl} beschriebenen Elementarkorpuskeln den Quantendualismus aufweisen müssen, was sich wiederum mit der Interpretation der Raumkondensationen als Elementarkorpuskeln deckt. Da bei allen Raumkondensationen, also bei $a\alpha$ ebenso wie bei $a\beta$ die Größe ς eine die Kondensation kennzeichnende Strecke ist, welche in ihrer R_3 - Projektion nicht mit t wächst und für $r>\varsigma$ als exponentielles Abklingungsgesetz ein Nahwirkungsfeld beschreibt, ergibt sich für $r \gg \varsigma$ eine gewisse indifferente Neutralität der Raumkondensationen. Im folgenden kennzeichne die jeweilige Indizierung $a\alpha$ oder $a\beta$, beziehungsweise d, eine Größe in bezug auf die jeweilige komplexe Hermetrieform. Im Fall $\varsigma_{(a,\alpha)}$ mit $\tau \to 0$ wird dieser neutrale Charakter besonders deutlich in hinreichend großen Abständen r. Zwar sind im metronischen Bereich $\tau > 0$ die reellen Kondensationsstufen bipolar, also hinsichtlich des Vorzeichens zweideutig, desgleichen für $\tau \to 0$ alle Eigenwerte im Eigenwertbereich $0 \leqq r < \epsilon$ und auch im Abklingungsbereich $r > \epsilon$ liegt noch eine potentielle Bipolarität $\psi_{kl} = (1-e^{\pm\lambda_{kl} y})^{-1}$ mit $y^2 = r^2 - \epsilon^2$ vor, die aber für $r \gg \epsilon$ verschwindet, weil im vierten Gültigkeitsbereich $\psi = (1-e^{\lambda r})^{-1}$ wegen $\lim_{r\to\infty} \psi = 0$ gefordert werden muß. ψ wird demnach hier zu einem eindeutigen Feldverlauf, der aber nur einem Gravitationsfeld entsprechen kann, welches keinerlei Polarität aufweist. $r \gg \epsilon$ ist zweifellos nur deshalb möglich, weil jeder Raumkondensation aufgrund der Weltarchitektur ein charakteristischer ϵ - Wert zukommt, durch welchen die betreffende Struktur bewertet wird. Die durch den Fall

a,α beschriebenen komplexen Kondensationen müssen also als Neutrokorpuskeln des physischen R_3 aufgefaßt werden, deren Spektrum durch die möglichen ϵ - Werte im x_5 - Bereich der Welt beschrieben wird. Offensichtlich ist die für $\tau \to 0$ auftretende singuläre Fläche das R_3 - Komplement dieses ϵ - Wertes, so daß $r=\epsilon$ als räumlicher Komplementärradius der Neutrokorpuskel aufgefaßt werden muß. Für $\varsigma_{(a\alpha)}=\epsilon$ gilt im Bereich $0 \leqq r<\epsilon$ der mikromaren Eigenwerte $r = \frac{2n_r+1}{2n_\varsigma+1} \cdot \epsilon$ nach Gleichung (25) doch fordert diese Beziehung stets $n_r<n_\varsigma$, weil sie nur für $r<\epsilon$ gilt. Der das mikromare Eigenwertspektrum abschließende Komplementärradius ist also gundsätzlich nicht im Fall (a,α) erfaßbar durch Systeme von Quantenzahlen, so daß auch ϵ nicht als zahlentheoretische Funktion ganzzahliger Indizes ausdrückbar ist. Dies würde aber bedeuten, daß es im R_3 kein diskretes Spektrum von Neutrokorpuskeln geben kann, was aber zu der Erfahrung im Widerspruch steht. Hieraus folgt, daß der Fall (a,α) virtuell ist, das heißt, für das Spektrum der Neutrokorpuskeln kommt nur noch der Fall $(a,\beta)\equiv c$ in Betracht. Aus Gleichung (25), nämlich $r = \frac{2n_r+1}{2n_\varsigma+1} \cdot \varsigma_{(a,\beta)}$, wird mit $\varsigma^2_{(a,\beta)} = \epsilon^2+\eta^2$ nach Quadrierung $r^2-(\frac{2n_r+1}{2n_\varsigma+1})^2 \cdot \epsilon^2 = (\frac{2n_r+1}{2n_\varsigma+1})^2 \cdot \eta^2$.

Die beiden Quantezahlen beschreiben den Verlauf der metronischen Eigenwerte im Bereich $0 \leqq r^2<\varsigma^2_{(a,\beta)}$, wobei immer $n_r<n_\varsigma$ bleiben muß. Für $r=\epsilon$, also auf der singulären Fläche im Fall $\eta=0$ wird dann $\eta/r = \pm 2(2n_r+1)^{-1} \cdot \sqrt{(n_\varsigma+n_r+1)\cdot(n_\varsigma-n_r)}$. Ist $j>0$ irgendeine Zahl, welche den Beitrag $\eta>0$ im System der Quantenzahlen bestimmt, dann muß immer $n_r=n_\varsigma-j$ gesetzt werden, weil $n_\varsigma>n_r$ als Hauptquantenzahl die eigentliche Begrenzung der Raumkondensation hinsichtlich des metronischen Eigenwertbereiches bestimmt. Aus diesem Grunde kann $n_\varsigma=n$ und $n_r=n-j$ gesetzt werden, was $\eta/r = \pm 2(2n+1-2j)^{-1} \cdot \sqrt{j(2n+1-j)} = \pm 2f$ mit $f(n,j) = (2n+1-2j)^{-1}\sqrt{j(2n+1-j)}$ ergibt. Zweifellos ist $f<1$ für alle $j<n$, so daß $\eta/r = \pm 2f$ immer $|\eta/r|<2$ bleiben muß. Wesent-

lich ist die Interpretation der im R_3 wirkenden, aber an sich imaginären Größen. Sowohl η als auch r müssen im R_3 als irgendwelche ausgezeichneten Längen der betreffenden Neutrokorpuskeln erscheinen, von denen es aber unabhängig vom Bewegungszustand im R_3 nur die drei Arten gibt, nämlich die Gravitationsfeldwellenlänge (3), die Materiewellenlänge (2) und der untere Gravitationsradius (1), der aus der Realitätsforderung von $rqe^{-q} \sim (1-\frac{r}{\varsigma}$ mit $\varsigma = \frac{h^2}{\gamma m^3}$ und $q = 1-\sqrt{1-\frac{3\varphi}{8c^2}}$ des erweiterten Gravitationsgesetzes (11) ergibt. Auf jeden Fall ist $(1)<(2)<(3)$, weil die G - Feldmasse wesentlich kleiner ist als die Trägheit der betreffenden Korpuskel. η und r können also jeweils in dreifacher Weise interpretiert werden, so daß sich für das Verhältnis $\frac{\eta(k)}{r(l)} \equiv (kl)$ insgesamt sechs Interpretationsmöglichkeiten ergeben, nämlich $(1,2)$, $(1,3)$, $(2,1)$, $(2,3)$, $(3,1)$ und $(3,2)$. Wegen $(1)<(2)<(3)$ und $|\frac{\eta}{r}|<2$ entfallen grundsätzlich $(3,1)$, $(3,2)$ und $(2,1)$, so daß nur noch $(1,2)$, $(1,3)$ und $(2,3)$ verbleiben. Zur weiteren Eingrenzung dieser Interpretationen muß zunächst die G - Feldwellenlänge untersucht werden. Es ist $\mu\omega\Lambda=h$ nach dem G - Felddualismus der Zusammenhang zwischen der G - Feldmasse μ und der G - Feldwellenlänge $\Lambda\equiv(3)$. Diese G - Feldmasse kann aber aus der Lösung des approximativen Gravitationsgesetzes $rqe^{-q} = A(1-\frac{r}{\varsigma})^2$ mit $A=\frac{3}{16}\frac{\gamma M}{c^2}$ und $M=Lm$ durch die Limesrelation ermittelt werden. Es ist $r(1-\frac{r}{\varsigma})^{-2} qe^{-q} = A=\text{const}$, also auch, wenn $r_0 \ll \varsigma$ der Korpuskelradius ist, $A = r_0(1-r_0/\varsigma)^{-2} q_0 e^{-q_0} \approx r_0 q_0 e^{-q_0}$.

Da weiter $q = 1-\sqrt{1-3\varphi/8c^2}$ und $\varphi = \gamma\frac{m}{r}(1-\frac{r}{\varsigma})^2 \ll c^2$ bleibt, folgt $\varphi_0 \approx \gamma m/r_0$, also $A \approx r_0(1-\sqrt{1-\frac{3\gamma m}{8r_0 c^2}})\cdot e^{-q_0} \approx$

$\approx \frac{3}{16}\frac{\gamma}{c^2} m \cdot (1-\frac{3}{16}\frac{\gamma}{c^2}\frac{m}{r_0})$, während $A = r(1-r/\varsigma)^{-2} qe^{-q}$ im ganzen Intervall $r_0 \leqq r \leqq \varsigma$ gilt. Mithin gilt auch die Limesrelation

$A = \lim_{r\to\varsigma} r(1-\frac{r}{\varsigma})^{-2} qe^{-q} = \frac{3}{16}\frac{\gamma}{c^2} m_\varsigma \cdot \lim_{r\to\varsigma} e^{-q} = \frac{3}{16}\frac{\gamma}{c^2} m_\varsigma$, weil $\lim_{r\to\varsigma} e^{-q} =$

$= e^0 = 1$ ist. Vergleich mit A liefert $m_\varsigma = m(1-\frac{3}{16}\frac{\gamma}{c^2}\frac{m}{r_0})$. Für die G - Feldmasse folgt dann $\mu = m - m_\varsigma = \frac{3}{16}\frac{\gamma}{c^2}\frac{m^2}{r_0}$. Nach dieser Approximation tritt in $\mu = \frac{3\gamma m^2}{16c^2 r_0} = \frac{\gamma m^2}{4\omega c r_0} \ll m$ der Korpuskelradius r_0 auf, der in jedem Fall $r_0 = \lambda/2 = \frac{h}{2} mc \equiv (2)$ interpretiert werden muß. Es gilt demnach $(2,3) = \frac{r_o}{h} 2\omega\mu = \frac{6\omega\gamma}{16c^2 h} m^2 = \frac{1}{2}\frac{\gamma m^2}{ch}$. Für den Zweig $(2,3)$ ergibt sich also das Massenspektrum $m^2_{(2,3)} = \pm 4\frac{ch}{\gamma} f$. Für die beiden anderen Zweige muß zunächst $\mu(1)$ aus $Im rq e^{rq} = 0$ ermittelt werden. Diese Nullbeziehung bedeutet aber $1 - \frac{3\varphi}{8c^2} \geqq 0$ mit $\varphi = \frac{\gamma m}{r}(1-\frac{r}{\varsigma})^2$. Im Extremum $r = \eta(1)$ wird also $\varphi_{extr} = \frac{8}{3}c^2 = 2\omega c$ oder mit $x = \frac{\eta(1)}{\varsigma}$ auch $2\omega c \frac{m^2\varsigma^2}{h^2} = \frac{1}{x}(1-x)^2$. Mit $\alpha = \omega c \frac{m^2\varsigma^2}{h^2}$ ergibt sich die lösbare quadratische Gleichung

$x^2 - 2x(1+\alpha) + 1 = 0$ mit den Lösungen $x = (1+\alpha)(1 \pm \sqrt{1-(1+\alpha)^{-2}})$. Da auf jeden Fall $x \ll 1$ bleiben muß und ebenfalls $\alpha \gg 1$ ist, kommt nur der negative Zweig inbetracht, der die Reihenentwicklung $\sqrt{1-(1+\alpha)^{-2}} \approx 1 - \frac{1}{2}(1+\alpha)^{-2}$ in sehr guter Näherung erfüllt. Einsetzen liefert dann $x = \frac{1}{2}(1+\alpha)^{-1}$ oder $(1) = \frac{\varsigma}{2}(1+\alpha)^{-1}$ mit $\alpha = \omega c m^2 \varsigma^2/h^2$ und $\varsigma = \frac{h^2}{\gamma m^3}$, also $(1) = \frac{h^2}{2\gamma} m(m^4 + \omega c \frac{h^2}{\gamma^2})^{-1}$, und dies bedeutet für den Zweig $(1,2)$ das Verhältnis $\eta/r = \frac{ch}{\gamma} m^2 (m^4 + \omega c \frac{h^2}{\gamma^2})^{-1}$, also die Spektraldarstellung

$\frac{ch}{\gamma} m^2_{(1,2)} (m^4_{(1,2)} + \omega c \frac{h^2}{\gamma^2})^{-1} = \pm 2f$. Ganz entsprechend folgt für den letzten Zweig $(1,3)$ die Beziehung

$\eta/r = \frac{h}{\gamma} \omega\mu m(m^4 + \omega c \frac{h^2}{\gamma^2})^{-1} = \frac{h}{\gamma} \omega \frac{\gamma m^3}{4\omega c r_0} (m^4 + \omega c \frac{h^2}{\gamma^2})^{-1} =$

$= m^4 (m^4 + \omega c \frac{h^2}{\gamma^2})^{-1}$, also das Spektrum $m^4_{(1,3)} \cdot (m^4_{(1,3)} + \omega c \frac{h^2}{\gamma^2})^{-1} = \pm 2f$.

Es kommt nun darauf an, alle drei Zweige zu analysieren und auf-

grund dieser Analyse die richtige Interpretation auszuwählen. In jenem Fall muß für $n=0$ auch $m=0$ sein, denn wenn überhaupt keine Quantenzahl existiert, kann es auch keine Kondensation als ponderable Korpuskel geben. $m=0$ bedeutet aber in jedem Fall $f(0) = 0$, was für j die Anpassung $j=1$ und damit $f(n) = \frac{\sqrt{2n}}{2n-1}$ zur Folge hat. Einsetzen in die expliziten Darstellungen $m_{(2,3)} = \pm 2\sqrt{ch/\gamma}\sqrt{f}$ oder $m_{(1,2)} = \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{ch/\gamma}\sqrt{\frac{1}{f}(1-\sqrt{1-\frac{64}{3}f^2})}$, beziehungsweise $m_{(1,3)} = \pm\sqrt{\pm 1} \cdot 2\sqrt{\frac{ch}{\gamma}}\sqrt[4]{\frac{1}{6f}(1-2f)^{-1}}$ zeigt, daß für die Fälle $(1,2)$ und $(1,3)$ die Werte für m komplex werden für $n \geqq 3$, beziehungsweise $n \leqq 11$, was aber unmöglich ist, wenn f tatsächlich die Spektralfunktion eines Spektrums physikalisch realer Massen ist. Nur für $(2,3)$ beschreibt $m(n)$ ein echtes Massenspektrum, weil die Werte für m alle $n \geqq 0$ reelle Zahlen sind. Man hat also für das Massenspektrum der Raumkondensationen

$$m = 2\sqrt{\frac{ch}{\gamma}}\frac{\sqrt[4]{2n}}{\sqrt{2n-1}} \tag{26}$$

zu setzen, wobei die x_6 -Projektion in dem R_3 als halbe Materiewellenlänge $\eta = \lambda/2 = \frac{h}{2mc}$ und der Komplementärradius $r=\epsilon$ in dieser Projektion als halbe G -Feldwellenlänge $\Lambda = \frac{h}{\mu\omega}$ erscheint. Einsetzen der G - Feldmasse $\mu \approx \frac{3}{16}\frac{\gamma}{c^2}\frac{m^2}{r_0}$ und $r_0=\eta=\lambda/2$ liefert dann $\Lambda = 2\frac{h^2}{\gamma m^3}$, doch ist hierin $\frac{h^2}{\gamma m^3} = \varsigma$ die attraktive Gravitationsgrenze aus $rqe^{-q} \sim (1-r/\varsigma)^2$, so daß $\Lambda = 2\varsigma$ ist. Aufgund dieser Interpretation

$$\eta=\lambda/2,\ r=\epsilon=\frac{\Lambda}{2},\quad \lambda=\frac{h}{mc},\quad \Lambda=\frac{h}{\mu\omega}=2\varsigma,\quad \varsigma=\frac{h^2}{\gamma m^3} \tag{26a}$$

ergibt sich also das folgende Bild: Bei der Raumkondensation beschreibt die Projektion der x_6 -Koordinate in dem R_3 die quantenhafte Materiewellenlänge und die Projektion der x_5 -Bewertung

als G -Feldwellenlänge die Grenze des attraktiven Gravitationsfeldes. Bei der Diskussion des physikalisch nicht realisierten Falles $(a\alpha)$ erschienen innerhalb des Bereiches $\varsigma^2=\epsilon^2$ in der R_3 -Projektion Kondensationsstufen in Form harmonischer Schwingungsgesetze, welche jenseits des zu ϵ komplementären R_3 -Radius steil exponentiell abklingen. Im realen Fall $(a\beta)\equiv c$ erscheinen wegen $\varsigma^2=\epsilon^2+\eta^2$ zwei Klassen von Kondensationsstufen, nämlich innerhalb des zu η komplementären R_3 -Bereiches λ, dem sich ein stark abklingendes Nahwirkungsfeld anschließt, welches in gravitonische Kondensationsstufen im R_3 -Bereich zwischen $\lambda/2<r<\Lambda/2$, also dem zu ϵ komplementären Raumbereich übergeht, und makromar als attraktives Gravitationsfeld erscheint. Es ist denkbar, daß sich auch diesem Bereich Λ (der λ impliziert) ein solches Abklingfeld anschließt, bevor der makromare gravitative Feldvektor nach (11) sein Vorzeichen wechselt.

Im Gegensatz zu der ursprünglichen Interpretation als Neutrokorpuskel kann nach Gleichung (26a) aus diesem Abklingungsgesetz mit Nahwirkungscharakter nicht mehr direkt auf die elektrische Neutralität der Raumkondensation geschlossen werden, weil $\Lambda>\lambda$ ist und im ganzen makromaren Bereich $r\leqq\frac{\Lambda}{2}$ Kondensationsstufen vorliegen. Da aber $\Lambda/2$ mit der Gravitationsgrenze und dem Komplementärradius identisch ist, und außerdem im Hermetriefall (a,β) die imaginären Selbstkondensationen an Raumstrukturen gekoppelt erscheinen, nicht aber imaginäre Zeitkondensationen, können die Raumkondensationen der Spektralgleichung (26) als Neutrokorpuskeln interpretiert werden, zumal imaginäre Selbstkondensationen mit geodätischen Nullinien im R_3 stets als Gravitonen, niemals aber als Photonen erscheinen. Elektrisch geladene Korpuskeln müssen aber immer in einer elektromagnetischen Wechselwirkung stehen, was mit einem Austausch elektromagnetischer Wirkungen, also einem Photonenaustausch verbunden ist, während sich die Wechselwirkung von Neutrokorpuskeln auf einen Gravitonenaustausch wegen (a,β), also auf eine gravitative und eine solche der Nahwirkung beschränkt.

Bei der Kondensation (a,β) ist zwar die Zeit antihermetrisch, doch müssen in jedem Fall die hermetrischen Einheiten Zeitfunk-

tionen sein, was in Gleichung (26) die Zeitabhängigkeit $n(t)$ der Quantenzahl zur Folge hat. Ist $n=const(t)$ längs irgendeines Zeitintervalls, dann beschreibt n eine in diesem Zeitintervall stabile Neutrokorpuskel, die in eine andere übergeht, wenn die Grenze des Zeitintervalles überschritten wird. Bei $n=0$ ist überhaupt kein m -Wert definiert, während der Maximalwert bei $n=1$ liegt. $n<0$ ist nicht möglich und m nimmt mit wachsendem n immer mehr ab. Dies bedeutet aber, daß n mit t nur anwachsen kann, das heißt wegen

(26b) $$n=n(t),\ \frac{dn}{dt}\geqq 0$$

kann eine stabile Neutrokorpuskel nur in eine solche geringerer Masse übergehen, weshalb dieser Übergang auch als Zerfall bezeichnet werden soll. Ob irgendein n -Wert längs $t_1\leqq t\leqq t_2$, also während t_2-t_1 der Stabilität $\frac{dn}{dt}=0$ der Neutrokorpuskel genügt, oder ob es nach $\frac{dn}{dt}>0$ zum Zerfall in eine energetisch tiefere Korpuskel kommt, und wie groß das Stabilitätsintervall t_2-t_1 ist, muß aufgrund des vorläufig vorliegenden Formalismus vorerst unbekannt bleiben, zumal noch die Hermetrieform d komplexer Raumzeitkondensationen zu analysieren ist.

In diesem letzten zu diskutierenden Fall totaler R_6 -Hermetrie d komplexer Raumzeitkondensationen gilt wiederum $\mu=\alpha+i\beta$, jedoch im Gegensatz zur Form c mit $i\beta=\sum_{k=4}^{6}\alpha_k\,()_k$, so daß der Formalismus weitgehend demjenigen von c ähnelt. Allerdings wächst im dritten Gültigkeitsbereich $\varsigma^2=\epsilon^2+\eta^2+c^2t^2$ unabhängig von ϵ oder η ständig mit t, das heißt, von der d -Struktur geht eine Struktur aus, die einem Schwingungsgesetz genügt und mit Lichtgeschwindigkeit zeitlich im R_3 expandiert. Nun können die komplexen Formen c oder d als Koppelungen der imaginären Formen a oder b an eine metrische R_3 -Struktur aufgefaßt werden. Nach (24) ist aber b immer wegen des Nulliniencharakters seiner Weltlinien als Photon aufzufassen, was aber bedeutet, daß d als eine Raumkondensation aufzufassen ist, welche in irgendeiner Wei-

se an ein photonisches (also elektromagnetisches) Feld gekoppelt ist, und zwar als Folge der in den Kondensationsprozeß einbezogenen Zeitdimension.

Bei der Durchführung des Formalismus der d-Hermetrie ergibt sich dann als Massenspektrum $M_d^4 = m_c^4 F^4$, wobei diese Einbindung der Zeitkondensation (24) durch die als Faktor auftretende Funktion F erscheint. Für diesen Faktor ergibt sich $F^4 = 1+Z\sin^2 X)^{-1}$, worin Z und X wiederum Funktionen sind, die allein vom unbekannten Verlauf des zweideutigen Quellenfeldes $Q_{\pm}$ der angekoppelten photonischen Zeitkondensation abhängen. Hier muß eine Zweideutigkeit erscheinen, weil neben den photonischen Quellen in völliger Symmetrie auch photonische Senken existieren. Mit den Konstanten $2Ah = a^2\pi^3(\omega/c)^2 c\mu_0$ und $Bc\mu_0 a^2\pi^4(\omega/c)^2 = 2h$, in denen a eine frei verfügbare dimensionslose Konstante ist, gilt $Z = (AQ_{\pm}^2)^2$ und mit den ebenfalls frei verfügbaren ganzen Zahlen $N \geqq 0$ auch $XQ_{\pm}^2 = BN$. Da die M_d als Raumkondensationen aufgefaßt werden können, welche die Quellen- oder Senkenverteilungen $Q_{\pm}$ tragen, muß nach dem empirischen Prinzip (b) gefordert werden, daß $F \rightarrow F_{min}$ zu einem Minimum, also $Z\sin^2 X \rightarrow (Z\sin^2 X)_{max}$ wird. Ein solches Maximum fordert aber $\sin^2 X_{max} = 1$ oder $X_{max} = \pm\frac{\pi}{2}(2\nu+1)$, wenn ν die Folge positiver ganzer Zahlen ist. Aufgrund des photonischen Charakters der b-Struktur gemäß (24) muß das Quellen- oder Senkenfeld $Q_{\pm}$ offensichtlich als ein elektrisches Ladungsfeld interpretiert werden. Nach dem empirischen Prinzip (c) muß aber geschlossen werden, daß auch dieses Ladungsfeld (c) unterworfen ist, das heißt, es muß ein Ladungsquant $|\epsilon_{\pm}| > 0$ vorausgesetzt werden, derart, daß $Q_{\pm} = q\epsilon_{\pm}$ mit ganzzahligem $q \geqq 0$ gesetzt werden kann. Einsetzen in x_{max} liefert $x_{max}\epsilon_{\pm}^2 = B(N/q^2)_{max}$, doch darf wegen des elementaren Charakters von $\epsilon_{\pm}$ in dieser Beziehung keine variable Zahlenfolge mehr auftreten, was für die frei verfügbare ganze Zahl $(N/q^2)_{max} = 2\nu+1$ nahelegt; denn dann wird $X_{max}\epsilon_{\pm}^2 = B(2\nu+1)$, was mit $X_{max} = \pm\frac{\pi}{2}(2\nu+1)$ die Beziehung $\pi\epsilon_{\pm}^2 = \pm 2B$ liefert. Nun ist $B > 0$ und $\epsilon_{\pm}$ muß eine reelle Zahl sein, so daß nur der positive

Zweig in Betracht kommt. Setzt man in B für $c\mu_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = R_-$ (elektromagnetischer Wellenwiderstand des leeren Raumes im R_{-+}) und $3\omega=4c$ gemäß (10), dann folgt die einfache Beziehung $\pi^2 a\epsilon_\pm = \pm 3\sqrt{2\hbar/R_-}$ für das elementare elektrische Ladungsfeld. Setzt man $a=\sqrt{2}$, was aus einer expliziten Analyse der $T_{i,k}$ in (1) folgt, dann ergibt sich für $\epsilon_\pm$ aus $F\to F_{min}$ ein Wert, der nur um $+0{,}125\%$ vom Meßwert der Elektronenladung abweicht, so daß diese Elektronenladung offenbar als Elementarladung interpretiert werden kann. Einsetzen von $Q_\pm = q\epsilon_\pm$ in $Z=(AQ_\pm^2)^2$ mit A und $c\mu_0=R_-$ liefert für diesen Faktor $Z=4(q/\pi)^4$, also $F^4_{min} = (1+Z\sin^2 X)^{-1}_{max} = (1+4(q/\pi)^4)^{-1}$, ein Wert, der nur von der als elektrische Ladungsquantenzahl q interpretierbaren Zahl abhängt, und mit $F_{min}=\eta_q$ bezeichnet werden soll. Das wahre Spektrum der d-Hermetrie wird dann zu $M_d(F\to F_{min}) = m_d = m_c\eta_q$ mit $\eta_q\sqrt[4]{4q^4+\pi^4} = \pi$.

Da für $q=0$ immer $\eta_q=1$ und $m_d=m_c$ ist, aber q die elektrische Ladungsquantenzahl angibt, wird die Interpretation der d-Hermetrie durch ponderable, aber mit einem elektrischen Ladungsfeld versehene Mq völlig eindeutig, wobei dieses Ladungsfeld durch $\epsilon_\pm=\text{const}$ dem Prinzip (c) unterworfen ist.

Da das Quellen- und Senkenfeld $Q_\pm$ der b-Struktur in d zweideutig ist, beschreibt m_d offenbar stets zwei massegleiche Mq, von denen der eine d-Term die Quelle Q_+, aber der andere die Senke Q_- trägt, wobei allerdings die Begriffe "Quelle" oder "Senke" relativer Natur sind und definitiv festgelegt werden können. Aus diesem Grunde liegt der Gedanke nahe, als Massenspektrum der d-Terme $m(n,q) = \frac{1}{2} m_d$ zu wählen. Da aber auch $m_d(q=0 = m_c$ gilt, liegt es nahe, auch das Spektrum der elektrisch neutralen c-Terme durch $m(n) = \frac{1}{2} m_c$ festzulegen. Damit folgt zusammengefaßt für das d-Spektrum

(27) $$m(n,q) = m(n)\eta_q\,, \qquad \eta_q\sqrt[4]{4q^4+\pi^4} = \pi\,,$$

in welcher das wahre c -Spektrum der Raumkondensationen mit (26) gegeben ist durch

$$(27a) \qquad m(n) = \mu \frac{\sqrt[4]{2n}}{\sqrt{2n-1}} \quad , \qquad \mu = \sqrt{ch/\gamma}.$$

Schließlich gilt für das elementare elektrische Ladungsfeld, welches die typische d -Eigenschaft ponderabler Mq ausmacht

$$(27b) \qquad a\pi^2 \epsilon_{\pm} = \pm 3\sqrt{2\hbar/R_-}, \qquad R_- = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}, \qquad (a=\sqrt{2}).$$

In der Beziehung dieser Elementarladung erscheint der Faktor 3, so daß spekulativ angenommen werden könnte, daß $\epsilon_{\pm}$ aus 3 Partialladungen $C_{\pm}$ zusammengesetzt ist, derart, daß diese Spekulation ihren Ausdruck in

$$(27c) \qquad a\pi^2 C_{\pm} = \pm\sqrt{2\hbar/R_-}, \qquad \epsilon_{\pm} = 3C_{\pm}$$

findet. Ob tatsächlich eine derartige spekulative Drittelung $C_{\pm}$ existiert, kann allerdings vorerst nicht entschieden werden.

Betrachtet man die Formen a bis d zusammen, dann stellt man fest, daß die imaginären Formen a und b imponderable Mq, aber die komplexen Formen ponderable Mq darstellen, so daß die Ponderabilität oder Imponderabilität offensichtlich auf den komplexen oder imaginären Charakter der betreffenden Hermetrieform zurückgeht, wobei die Ursache der Ponderabilität in der Existenz metrischer Kondensationsstufen des R_3 zu sehen ist. Die als elektrisches Ladungsfeld erscheinende Struktureigenschaft der d -Terme erscheint nach (27) als eine Folge der Einbeziehung von Zeitkondensationen in den komplexen Kondensationsprozeß.

Die vier möglichen Hermetrieformen a bis d unterscheiden sich zwar sehr wesentlich in ihren strukturellen Eigenschaften, doch sind alle Mq durch die Existenz von Trägheitsmasse m gekennzeichnet, die auch bei a und b als imponderable Feldmasse erscheint. Dies bedeutet aber, daß für alle Hermetrieformen einheitlich das Energiematerieäquivalent $E=mc^2$ gilt, so daß neben den

c - und d -Spektren (27a) und (27) auf jeden Fall für a und b die Darstellung $m=E/c^2$ mit $E(a,b)\neq 0$ gilt. Nun gilt nach (23) und (24), aber auch nach (27) und (27a) ein deutlicher Zusammenhang zwischen diesen Hermetrieformen. Die Beziehung (27a) der c -Terme ist aber ein Spektrum von Trägheitsmassen, dessen Terme derart dicht liegen, daß dieses Spektrum als ein Pseudokontinuum angesprochen werden muß. Andererseits bilden die ponderablen c -Terme auf Grund der Empirie auch hinsichtlich ihrer Trägheitsmassen ein diskretes Punktspektrum, welches auf keinen Fall einem Pseudokontinuum ähnelt. Da $E=mc^2$ aber universell gültig ist (ausgenommen sind hier nur Gravitonen) muß angenommen werden, daß das Pseudokontinuum (27a) alle überhaupt möglichen ponderablen und imponderablen Feldmassen enthält, derart, daß das Pseudokontinuum alle photonischen Feldmassen impliziert, die nach (19) überhaupt möglich sind, doch muß diesem Pseudokontinuum ein diskretes Spektrum ponderabler c -Terme überlagert sein. Demnach kann festgestellt werden, daß die Beziehung (27) völlig universeller Natur ist, denn in diesem Pseudokontinuum superponiert neben dem diskreten Spektrum ponderabler c -Terme auch das der diskreten d -Formen.

In (27) würde $n=0$ auch $m=0$ bedeuten, doch liefert $n=1$ die obere Schranke möglicher Energiequanten schlechthin. Für diese obere Grenze ergibt sich dann $m_{max} = \sqrt{ch/\gamma}\,\sqrt[4]{2}\,\eta_q$ und diese Schranke erweist sich als identisch mit den in der Partikelphysik einmal spekulativ konzipierten sogenannten "Maximonen", die jedoch nicht notwendig physikalisch reale Partikel zu sein brauchen, die zum c - oder d -Spektrum gehören; denn das eigentliche Maximon $\sqrt{ch/\gamma}$ erscheint in den Spektren lediglich als Eichfaktor.

Ist $e_{\pm}$ die tatsächliche Elektronenladung, dann weist der theoretische Wert $\epsilon_{\pm} \neq e_{\pm}$ darauf hin, daß entweder $a\neq\sqrt{2}$ ist, oder aber, daß es verschiedene Komponenten des Ladungsfeldes gibt, deren Wechselbeziehung eine Reduktion auf $e_{\pm}$ bedingt. Wird dieser zweite Fall angenommen, dann könnte spekulativ unterstellt werden, daß das Potential $V_{x,y}$ der Wechselbeziehung solcher Ladungskomponenten e_x und e_y über die R_3 -Distanz r durch ein

Zentralfeldgesetz $f(r)$ gemäß $V_{x,y} = e_x e_y f(r)$ gegeben ist, wobei für hinreichend große Werte r dieses Zentralfeld $f \to -(4\pi\epsilon_0 r)^{-1}$ annähert. Weiter könnte man annehmen, daß es ein reduziertes Ladungsfeld e_r für $q=1$ gibt, derart, daß für das Verhältnis der Energien eines d -Terms zum komplementären c -Term (gleiche Ziffer n) gegeben ist durch $E(n,1):E(n) = V_{r,r}:V_{\epsilon,\epsilon}$. Nach der allgemein konzipierten Potentialbeziehung der Ladungsfeldkomponenten

$$V_{x,y} = e_x e_y f(r) \tag{28}$$

spekulativer Art, wäre dann $V_{r,r}:V_{\epsilon,\epsilon} = (e_r/\epsilon_\pm)^2$, während nach dem Energiematerieäquivalent $E(n,1):E(n) = m(n,1):m(n) = \eta_1 = \eta$ nach (27) und (27a) ist. Zur Kürzung werde hier $\eta_1 = \eta$, also $\eta\sqrt[4]{4+\pi^4} = \pi$ verwendet. Damit folgt dann für das reduzierte Ladungsfeld $e_r = \epsilon_\pm\sqrt{\eta}$ und die Differenz könnte ebensogut eine weitere Komponente $e_d = \epsilon_\pm - e_r = \epsilon_\pm(1-\sqrt{\eta})$ liefern, wie das eventuell wirkende arithmetische Mittel $2e_w = \epsilon_\pm + e_r = \epsilon_\pm(1+\sqrt{\eta})$, was zusammengefaßt wird in

$$\begin{aligned} &e_r = \epsilon_\pm\sqrt{\eta}, \qquad e_d = \epsilon_\pm(1-\sqrt{\eta}), \qquad 2e_w = \epsilon_\pm(1+\sqrt{\eta}), \\ &\eta\sqrt[4]{4+\pi^4} = \pi. \end{aligned} \tag{28a}$$

Wegen $\eta<1$ sind hier alle Komponenten $|e_x| < |\epsilon_\pm|$. Kennzeichnet $V_{e,e} = e_\pm^2 f(r)$ nach (28) das aus dem Externbereich empirisch zugängliche elementare Ladungsfeld e_+, dann könnte der Zusammenhang $2V_{e,e} = V_{r,r} + V_{w,w}$ als arithmetisches Mittel konzipiert werden, was $2e_\pm^2 = e_r^2 + e_w^2 = \frac{1}{4}(4\eta+(1+\sqrt{\eta})^2)\epsilon_\pm^2 = \frac{\epsilon_\pm^2}{4}\vartheta$ nach (28a) mit der Kürzung $\vartheta = 5\eta+2\sqrt{\eta}+1$, also

$$4\pi^2 e_\pm = \pm 3\sqrt{2\vartheta\hbar/R_-}, \qquad \vartheta = 5\eta+2\sqrt{\eta}+1 \tag{29}$$

für die meßbare elektrische Elementarladung ergibt. Hierin gehen

η und ϑ allein auf π zurück. Einsetzen von $\hbar$ und R_{∞} liefert einen Wert, der sehr gut mit dem empirischen Wert der Elektronenladung vergleichbar ist. Wird (29) in der quantenelektrodynamischen Beziehung $e_{\pm}^2 \sim \alpha$ substituiert, in welcher α die empirische Sommerfeld'sche Feinstrukturkonstante des Lichtes ist, dann ergibt sich für den theoretischen Wert α' dieser Feinstrukturkonstante der vorläufige Wert

(29a) $$(2\pi)^5 \alpha' = 9\vartheta .$$

Hier erscheint α' als allein von π bestimmt, also als eine kosmologische Konstante, was dem spektralanalytischen Befund hinsichtlich der Spektren weit entfernter extragalaktischer Spiralnebel entspricht. Allerdings liegt nach (29a) der theoretische numerische Wert mit $1/\alpha' = 137{,}038$ um ca $+0{,}0015\%$ über dem wahren Meßwert $1/\alpha$, also außerhalb der Meßtoleranz, während $e_{\pm}$ einen numerischen theoretischen Wert nach (29) aufweist, der innerhalb der Meßtoleranz liegt. Diese Abweichung $1/\alpha'$ von $1/\alpha$ muß irgendeine Ursache haben, die vorerst noch nicht ermittelt werden kann. Mit den in Band II dieser Schrift entwickelten Methoden wird jedoch eine Behebung dieser Diskrepanz aufgezeigt.

VORSCHAU AUF BAND II

Im zweiten Band der vorliegenden Schrift wird zunächst unter Verwendung der Methodik aus Kapitel III dieses ersten Bandes die untere Schranke des Spektrums diskreter ponderabler Mq bestimmt, welches als diskretes Punktspektrum der c - und d -Formen in (27) das Pseudokontinuum überlagert. Aus der expliziten Darstellung der unteren Schranke dieses Punktspektrums wird sich dann eine kosmogonische algebraische Beziehung des physischen R_3 und seiner kosmischen Bewegung in x_4 ergeben, die nicht nur möglicherweise eine allgemeine Kosmologie begründen könnte, sondern darüberhinaus eine konkrete Aussage über einen zeitlichen Nullpunkt als Anfangsereignis der kosmischen Bewegung macht. Diese kosmogonische Beziehung wird aufzeigen, wie einerseits die kosmische Bewegung des R_3 zu verstehen ist, und daß andererseits durch diese ständige Neuaktualisierung eine Polymetrie aller Weltstrukturen begründet wird, deren Existenz bereits durch den zu (9) führenden heuristischen Schluß vermutet werden konnte. Eine Anwendung dieser Polymetrie auf (19) gestattet dann explizit eine polymetrische Beschreibung der Formen a bis d, derart, daß durch eine Trennung der imaginären a und b von den komplexen c und d die Elimination des Pseudokontinuums in (27) vollzogen werden kann. Anschließend werden die Eigenschaften der c - und d -Terme analysiert und gezeigt, daß die Fundamentalsymmetrie nur einen sehr kleinen Umfang von Invarianzforderungen umfaßt, die jedoch exakt gelten müssen; während eine Reihe von Symmetrien höherer Ordnung ebenfalls herleitbar sind, die jedoch durchbrochen werden können. Insbesondere werden einheitliche Beziehungen für 22 stabile oder metastabile Grundzustände (angeordnet in mesonischen und barionischen Isospinfamilien) für die Quantenzahlen des Spin, der elektrischen Ladung und der Seltsamkeit für diese Grundzustände hergeleitet und auf Barionenziffer

und Isospin reduziert. Auch wird ein einheitliches Spektrum der c - und d -Massen, sowie der x_4 -Erstreckungen (Existenzzeiten) für die zweiundzwanzig Grundzustände entwickelt. Hierbei wird gezeigt, daß es zu jedem dieser Zustände ein Spektrum von Resonanzen gibt, welches durch die Folge positiver ganzer Zahlen $N \geqq 0$ der Resonanzordnungen gekennzeichnet wird, die aber eine jeweils durch den Grundzustand $N=0$ bestimmte obere Schranke aufweist. In einem Tabellenanhang werden schließlich die theoretischen numerischen Werte aller dieser Eigenschaften der ponderablen Mq des c - und d -Spektrums einschließlich der auch empirisch gegenwärtig nachweisbaren Resonanzen und theoretisch möglicher Neutrinozustände zusammengestellt. Auch wird aufgrund der sich ergebenden Fundamentalsymmetrie und der Symmetrien höherer Ordnung unter Hinweis auf die hierdurch bedingten Invarianzforderungen ein eventuell möglicher Ansatz zu einer relativistischen Basisdynamik ponderabler Mq gegeben.

Zur Veranschaulichung der Wiedergabequalität dieser einheitlichen mathematischen Beziehungen sollen nachstehend die numerisch errechneten Eigenschaften einiger stabiler und metastabiler Partikelzustände vorab in Tabellenform wiedergegeben werden. In der ersten Spalte dieser Tabelle befindet sich das betreffende Partikelsymbol, während in der zweiten Spalte die sechs theoretischen Quantenzahlen in der Form $(kPQ\kappa)q_x, C$ zusammengefaßt sind, welche die betreffende Partikel kennzeichnen. Es ist k die Konfigurationszahl, welche sich als die um 1 erhöhte empirische Baryonenziffer erweist. Ferner ist P der doppelte Isospin und Q die doppelte Spinquantenzahl (es zählt also Q für Bosonen geradzahlig und für Fermionen ungeradzahlig), während κ eine aus theoretischen Gründen eingeführte Quantenzahl ist, die als sogenannte Doublettziffer die Vervielfachung der Isospindoubletts für einen Wert k kennzeichnet. Die elektrische Ladungsquantenzahl (mit Ladungsvorzeichen) der Komponente x eines Isospinmultipletts wurde durch q_x und der Strukturdistributor (beschreibt die Verteilung der c- und d- Hermetrie in einem Multiplett) als Quantenzahl durch C symbolisiert. Die theoretische Ziffer des Strukturdistributors erweist sich übrigens als identisch mit der aus

empirischen Gründen eingeführten Seltsamkeitsquantenzahl. Da diese Quantenzahl nur die Zahlen $0,1,2$ und 3 annehmen können, werden die prinzipiell positiv erscheinenden Zahlen nicht durch Kommata getrennt, wohl aber q_x und C. In der dritten Tabellenspalte werden die theoretischen strukturellen Besetzungsziffern der vier internen strukturellen Konfigurationszonen einer Elementarkorpuskel in der Form der Zahlenquadrupel n,m,p,σ angegeben, während die vierte Spalte die jeweilige theoretische Masse M der Partikel in MeV enthält. Der Vergleich dieser theoretischen numerischen Werte $(kPQ\kappa)q_x,C$ aus Spalte 2 und M aus Spalte 4 mit den empirischen Werten dürfte für sich selbst sprechen. Es sei allerdings betont, daß es sich hierbei nur um eine verhältnismäßig kleine Auswahl zur Demonstration handelt.

ZUSAMMENSTELLUNG EINIGER VORLÄUFIGER THEORETISCHER DATEN STABILER UND METASTABILER ELEMENTARPARTIKEL

Partikel	theoretische Quantenzahlen	strukturelle Besetzungsziffern	theoretische Masse in MeV
e^-	(1110) −1, 0	0, 0, 0, 0	0,51100335
μ^-	(1111) −1, 0	11, 6, 11, 6	105,65945915
$\pi^\pm$	(1200) ±1, 0	12, 9, 2, 3	139,56690457
K^+	(1101) +1, +1	17, 26, 30, 30	493,66780800
π^0	(1200) 0, 0	12, 3, 6, 4	134,96508999
K^0	(1101) 0, +1	18, 5, 5, 2	497,67310849
η	(1000) 0, 0	18, 22, 17, 14	548,78816247
p	(2110) +1, 0	0, 0, 0, 0	938,27953688
n	(2110) 0, 0	0, 0, −2, 17	939,57306401
Λ	(2010) 0, −1	1, 3, 0, −12	1115,59005776
Σ^+	(2210) +1, −1	2, −7, −12, 10	1189,37257361
Σ^0	(2210) 0, −1	2, −7, −14, −2	1192,42307269
Σ^-	(2210) −1, −1	2, −6, −5, −8	1197,29362198
Ξ^0	(2111) 0, −2	2, 6, −1, 6	1314,78788361
Ξ^-	(2111) −1, −2	2, 7, −17, 2	1321,32589661
Ω^-	(2030) −1, −3	4, 4, −1, −15	1672,21092246

FEHLERVERZEICHNIS

Korrekturen und Änderungen nach Drucklegung. Nicht sinnstörende Druckfehler wurden nicht berücksichtigt.

Seite	Zeile	
14	2	... $x_4 = ict$
14	22	... $(\hat{A}_- \times \hat{A}_+)_- = \hat{0}$
15	2	... $x_4 = ict$
39	16	... $\frac{\partial g}{\partial x^k} = 2g\Gamma^m_{k,m}$
43	24	... $\frac{\partial g}{\partial x^k} = 2g\Gamma^m_{k,m}$
48	34	... $mc^2 + \frac{\alpha}{2}\int \bar{G}^2 \, dV = const$
49	2	... $+(1-2\frac{am}{r})\frac{dm}{dr} + \ldots$
59	23	... $r = R \mp \varsigma$
59	29	... $= \frac{4\omega c\varsigma}{e\gamma M_0} x$
75	14	... $\varphi = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu n^\nu$
75	19	$= \sum_{\nu=k}^{\infty} a_\nu \sum_{l=0}^{k} (-1)^l \binom{k}{l} (-l)^\nu =$
75	26	... $(-1)^{\nu+l}\binom{k}{l} l^\nu$
77	6	$(\delta_i \times \delta_k)_- = 0$
77	16	... $\delta\varphi =$
96	24	... $= {}^2\bar{\gamma}(Z^k)_1^L ; n,$
99	7	... Fein- (Z. 8) strukturen
101	24	... Koordinationsselektoren
115	22	... = 1. Wenn
128	22	... $\alpha \equiv \binom{cd}{ab}$
156	8	... $(1-(\frac{2\varphi_{kl}}{\lambda(kl)} - 1)^2)$,
158	9	$\mathrm{Re}\,\lambda_{kl}\, N \neq 0$ ...
161	11	... $2\psi_i \gamma_i =$
163	15	$\sum_{k=1}^{q} \gamma_{ik}$ ...
168	24	... $= \ln (E + e^{\eta})$
175	30	... $= -\frac{1}{\vartheta}(\ddot{\vartheta}/C^2 + \frac{i\lambda_4 \dot{\vartheta}}{2C})$.
177	6	... die Integrationskonstante $\underline{A}$, dann
180	14 – 15	... divgrad W~W ...
189	4	... $= \frac{h}{2mc} \equiv (2)$
189	7	... $\eta(1)$