

Vorschlag zur Revision des Newtonschen
Gravitationsgesetzes.

Burkhard H e i m , N o r t h e i m / Hann.,
 Deutschland (BRD).

Vorbemerkung:

In der folgenden Untersuchung wird gezeigt, wie das Newtonsche Gravitationsgesetz unter Berücksichtigung der Existenz des Wirkungsquants revidiert werden kann und welche kosmologischen Konsequenzen sich aus einer derartigen Revision ergeben.

Es wird von der Gültigkeit der folgenden Voraussetzungen ausgegangen:

- a) Erhaltungsprinzipien von Energie und Impuls.
- b) Quantenprinzip und atomistische Struktur jeglicher Materie.
- c) Äquivalenzprinzip von Energie und Materie.
- d) Äquivalenzprinzip träger und schwerer Masse.
- e) Gültigkeit des Newtonschen Gravitationsgesetzes bis zum Bereich intragalaktischer Entfernungen als sehr gute Näherung.

Bei der Untersuchung wird grundsätzlich das internationale Maßsystem verwendet.

- 1.) Herleitung des revidierten Gravitationsgesetzes im statischen kugelsymmetrischen Fall.

Empirisch bekannt ist vom Phänomen der Gravitation lediglich das Newtonsche Gravitationsgesetz, welches offenbar immer dann angewendet werden darf, wenn die Distanz r zwischen den gravitierenden Massen wesentlich

größer ist als deren atomare Abmessungen einerseits, und andererseits innerhalb intragalaktischer Entfernungen bleibt. Nach diesem Gravitationsgesetz gilt für die skalare Zustandsfunktion φ_n (als Quadrat der zirkulären Geschwindigkeit im Abstand r interpretierbar) eines Gravitationsfeldes, welches von einer Masse M_0 als Feldquelle erregt wird $r \varphi_n = \gamma^2 M_0$, worin γ^2 die Newtonsche Gravitationskonstante ist.

Hinsichtlich M_0 ist φ_n offenbar additiv; denn wenn M_0 aus N Partialmassen $M_{(o)k}$ gemäß $M_0 = \sum_{k=1}^N M_{(o)k}$ zusammengesetzt ist, dann wird

$$\varphi_n = \gamma^2 / r \sum_{k=1}^N M_{(o)k} = \sum_{k=1}^N \varphi_{(n)k}$$

ebenfalls additiv aus den N Feldfunktionen $\varphi_{(n)k}$ der Partialmassen $M_{(o)k}$ aufgebaut. Aufgrund der Voraussetzung b ist aber jegliche Materie atomar strukturiert, derart, daß jede physikalisch reale makroskopische Feldquelle $M_0 = L m_0$ stets aus einer endlichen ganzen Zahl von L atomaren Massen m_0 besteht. Aufgrund der additiven Eigenschaften von φ_n hinsichtlich der Feldquelle wäre dann also

$$\varphi_n = \gamma^2 / r M_0 = L \varphi'_n$$

aus L gravitativen Zustandsfunktionen

$\varphi'_n = \gamma^2 / r m_0$ der atomaren Elemente von M_0 zusammengesetzt. Da stets $\varphi_n > 0$ bleibt und nach b immer $L < \infty$ ist, muß auch $\varphi'_n > 0$ bleiben. Dies bedeutet aber, daß auch den atomaren Elementen der Materie atomare Gravitationsfelder zugeordnet werden müssen, welche sich additiv zum Feld φ_n der makroskopischen Feldquelle M_0 überlagern. Diese Forderung entspricht der Voraussetzung (d), wonach jede Struktur mit Trägheitseigenschaft die Quelle eines Gravitationsfeldes sein muß. In logischer Konsequenz müssen dann auch allen Elementarkorpuskeln und Photonen derartige elementare Gravitationsfelder zugeordnet werden, weil jede Elementarkorpuskel durch eine Ruhemasse definiert ist, und jedem Photon eine zwar imponderable, aber doch träge Feldmasse nach

(c) zukommt.

Auch diese elementaren Gravitationsfelder müssen zu einer gravitativen Wechselwirkung fähig sein, die zwar wegen ihrer äußersten Schwäche in der Empirie atomarer Wechselwirkungen nicht erscheint, aber trotzdem vorhanden sein muß, und aus logischen Gründen untersucht werden soll. Es erhebt sich als Kardinalfrage die Alternative ob derartige gravitative Wechselwirkungen quantisiert sind oder nicht. Charakteristisch für quantenhafte Phänomene ist die Gültigkeit der Unschärferelation, wonach niemals kanonisch konjugierte Größen gleichzeitig beliebig genau bemessen werden können. Diese Unschärferelation gilt für alle mikroskopischen Prozesse. Unterstellt man, daß das Gravitationsphänomen nicht quantisiert ist, dann dürfte diese Unschärferelation im Fall eines gravitativ verursachten Bewegungsablaufes nicht mehr gelten, so daß beispielsweise Ort und Impuls einer Korpuskel im Gegensatz zur Unschärferelation gleichzeitig beliebig genau meßbar werden müßten, nur weil es sich um die gravitative Wechselwirkung handelt. Dies erscheint offenbar nicht wahrscheinlich, so daß entgegen der obigen Annahme dem Gravitationsphänomen eine Quantenstruktur zugesprochen werden muß. Die unmittelbare Folge der Annahme eines quantisierten Gravitationsfeldes ist dann einerseits die Existenz einer gravitativen Wellenlänge λ eines jeden elementaren Gravitationsfeldes, welche zugleich seine Reichweite im physischen Raum bestimmt. Andererseits muß nach dem Quantendualismus einer solchen Wellenlänge eine gravitative Feldmasse entsprechen. Feldmasse bedeutet aber Trägheit und diese - gemäß Voraussetzung (d) - wiederum eine sekundäre Gravitationswirkung, so daß eine Berücksichtigung der gravitativen Feldmasse bereits zu einer Korrektur von φ_n führt.

Wenn nun die Feldmasse der Gravitation berücksichtigt wird, dann muß sich diese Feldmasse derart im Raum verteilen, daß $M_0 = M(r_0)$ nur an der Oberfläche r_0 der Feldquelle gilt, während hinsichtlich eines Abstandes $r > r_0$ für $M = M(r)$ und $r \nabla \phi = \gamma^L M(r)$ gelten muß, wobei $M(r)$ eine unbekannte Ortsfunktion ist, deren Änderung

auf jeden Fall so gering bleibt, daß dM/dr bei allen himmelsmechanischen Untersuchungen vernachlässigt werden darf. Der Feldvektor, also die Fallbeschleunigung wird im statischen Fall für $\phi \neq \phi_n$ mit $M(r)$ beschrieben durch $\vec{r} = \text{grad } \phi$ für dessen Quelle $\alpha \text{ div } \vec{r} = \sigma$ mit $4 \pi \gamma^2 \alpha = 1$ als Proportionalitätsfaktor gilt. Hierin bezieht sich σ auf $M(r)$ und ist ebenfalls eine unbekannte Ortsfunktion. Es kann jedoch stets ein Vektorfeld $\vec{A}$ gefunden werden, dessen Quelle die Dichte der gravitativen Feldmasse ist, so daß $\text{div } \vec{A} = \sigma_0 - \sigma$ gilt. Addition beider Divergenzen liefert

$$\text{div } (\alpha \vec{r} + \vec{A}) = \sigma_0,$$

so daß die unbekannte Ortsfunktion σ durch das unbekannte Feld $\vec{A}$ substituiert wurde, wenn σ_0 die Dichte von M_0 ist. Im allgemeinen Fall ist M_0 in einer strömenden Bewegung der lokalen Geschwindigkeit $\vec{v}$ doch kann stets ein Minimalabstand $r' > r_0$ gefunden werden, derart, daß kein Anteil von M_0 das Volumen $(4/3) \pi r'^3$ verläßt. Umgekehrt soll auch keine Masse von außen in dieses Volumen gelangen. Dieser Sachverhalt gelte auch für die Abstände $r > r'$ und bedeutet, daß immer $d\sigma_0/dt = 0$ bleibt, während die partielle zeitliche Änderung $\dot{\sigma}_0 \neq 0$ bleiben kann, wenn eine innere Bewegung der felderregenden Masse vorliegt. Wird zur Kürzung für den korrigierten Feldvektor $\vec{g} = \vec{r} + \vec{A}/\alpha$ gesetzt, dann liefert die partielle Zeitdifferentiation von $\alpha \text{ div } \vec{g} = \sigma_0$ die Beziehung $\alpha \text{ div } \dot{\vec{g}} = \dot{\sigma}_0$. Da andererseits auch $d\sigma_0/dt = 0$ ist und in der bekannten Weise

$d\sigma_0/dt = \dot{\sigma}_0 + \vec{v} \text{ grad } \sigma_0$ geschrieben werden kann, aber $\vec{v}$ der inneren Bewegung quellenfrei ist, wird

$\dot{\sigma}_0 + \text{div } (\sigma_0 \vec{v}) = 0$ oder $\dot{\sigma}_0 = - \text{div } (\sigma_0 \vec{v})$, womit in $\alpha \text{ div } \dot{\vec{g}} = \dot{\sigma}_0$ substituiert werden kann, was zur Quellenfreiheit $\text{div } (\alpha \dot{\vec{g}} + \sigma_0 \vec{v}) = 0$ führt.

Diese Divergenzfreiheit kann im allgemeinen Fall nur durch $\alpha \dot{\vec{g}} + \sigma_0 \vec{v} = \text{rot } \vec{\mu}$ erfüllt werden, worin $\vec{\mu}$ eine weitere unbekannte Feldfunktion ist.

*überstrichene
Größen sind fett
zu drucken.

Aufgrund dieser Darstellung wird der revidierte Feldvektor $\bar{g}$ nicht allein durch den Gradientenanteil $\bar{p} = \text{grad } \varphi$ bestimmt, in welchem φ die revidierte skalare Feldfunktion ist, welche unter geeigneten Approximationsbedingungen in den Newtonschen Wert $\varphi \rightarrow \varphi_n$ übergeht. Es muß vielmehr noch ein quellenfreier Summand $\bar{w}$ vorhanden sein, für welchen auch im statischen Fall $\bar{w} \neq \bar{0}$ möglich ist, und der mit $\bar{\mu}$ zusammenhängen muß. Es gilt demnach $\bar{g} = \text{grad } \varphi + \bar{w}$. Der Energieinhalt eines statischen Gravitationsfeldes muß sich also aus der Ruheenergie der Feldquelle E_M , sowie aus den Feldenergien E_p und E_w (bestimmt durch $\bar{p}$ und $\bar{w}$) zusammensetzen, so daß für den statischen Fall das Energieprinzip (a) in der Form $E_M + E_p + E_w = \text{const}$ anzusetzen ist. Nach (c) gilt zweifellos $E_M = M c^2$, während zur Ermittlung der Feldenergien $\alpha \bar{g} + \sigma_0 \bar{v} = \text{rot } \bar{\mu}$ skalar mit $\bar{g}$ multipliziert und davon $\bar{\mu} \text{ rot } \bar{g} = \bar{\mu} \text{ rot } \bar{w}$ (wegen $\text{rot grad} = \bar{0}$) zu subtrahieren ist. Dies liefert $\alpha \bar{g} \dot{\bar{g}} + \sigma_0 \bar{v} \bar{g} - \bar{\mu} \text{ rot } \bar{w} = \bar{g} \text{ rot } \bar{\mu} - \bar{\mu} \text{ rot } \bar{g} = - \text{div} (\bar{g} \times \bar{\mu})$, oder nach Gebietsintegration über ein R_3 -Volumen V (begrenzt durch die Oberfläche $\bar{F}$) auch $\int_V (\alpha \bar{g} \dot{\bar{g}} + \sigma_0 \bar{v} \bar{g} - \bar{\mu} \text{ rot } \bar{w}) dV = \int_V - \text{div} (\bar{g} \times \bar{\mu}) dV = - \oint \bar{g} \times \bar{\mu} d\bar{F}$. Hierin ist offenbar $-\oint \bar{g} \times \bar{\mu} d\bar{F}$ diejenige gravitative Leistung, welche im dynamischen Fall aus $\bar{F}$ in Form von Gravitationspulsen austritt. Im diskutierten statischen Fall muß dagegen $\oint \bar{g} \times \bar{\mu} d\bar{F} = 0$ sein, was nach einer Zeitintegration der linken Seite $\int_V (\alpha/2 \bar{g}^2 + \int (\sigma_0 \bar{v} \bar{g} - \bar{\mu} \text{ rot } \bar{w}) dt) dV = \text{const}$ liefert. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit kann hier $\bar{v} = \bar{0}$ gesetzt werden. Mit $\bar{g} = \bar{p} + \bar{w}$ ergibt sich dann für die Darstellung der im statischen Fall zeitlich konstanten Feldenergie

$$E_p + E_w = \alpha/2 \int_V \bar{p}^2 dV + \alpha \int_V \bar{p} \bar{w} dV + \\ + \alpha/2 \int_V \bar{w}^2 dV - \int_V \int \bar{\mu} \operatorname{rot} \bar{w} d\tau dV,$$

worin E_p allein von $\bar{p}$ bestimmt werden muß, so daß
 $E_p = \alpha/2 \int_V \bar{p}^2 dV$ mit $E_m = M c^2$ in das

Energieprinzip einzusetzen ist, was

$$M c^2 + \alpha/2 \int_V (\operatorname{grad} \varphi)^2 dV + E_w = \text{const}$$

liefert. Im Gültigkeitsbereich des Newtonschen Gravitationsgesetzes ist im allgemeinen

$|\bar{w}| \ll |\operatorname{grad} \varphi|$ und daher auch $E_w \ll E_p$, so daß zunächst näherungsweise $E_w \approx 0$ und $\varphi \approx \phi$ angenommen werden soll. Auch sei das Feld ungestört, also kugelsymmetrisch, was $(\operatorname{grad} \phi)^2 = (d\phi/dr)^2$ und $dV = 4\pi r^2 dr$ zur Folge hat. Unter dieser Approximationsbedingung wird dann

$$M c^2 + 2\pi\alpha \int r^2 (d\phi/dr)^2 dr = \text{const}, \text{ was total differenziert}$$

$c^2 dM/dr + 2\pi\alpha r^2 (d\phi/dr)^2 = 0$ liefert. Wegen $r\phi = \gamma^2 M(r)$ wird daraus

$$1/2 r^2 (d\phi/dr)^2 + c^2 (r d\phi/dr + \phi) = 0.$$

Diese Differentialgleichung für ϕ ist elementar integrierbar. Multiplikation mit $8/c^4$ und Substitution mit

$$\xi = 2\phi/c^2 \text{ liefert}$$

$$r^2 (d\xi/dr)^2 + 4 (r d\xi/dr + \xi) = 0.$$

Mit dem neuen Argument $\ln r$ und $\xi' = d\xi/d\ln r$

$$\text{folgt } \xi'^2 + 4 (\xi' + \xi) = 0, \text{ oder}$$

$$\xi' = -2 (1 \pm \sqrt{1 - \xi}). \text{ Transformation mit}$$

$$Q' = 1 \pm \sqrt{1 - \xi} \text{ ergibt dann}$$

$$d(Q' e^{-Q'}) = -d\ln r \text{ oder integriert}$$

$r Q' e^{-Q'} = C$, wenn $C = \text{const}$ die Integrationskonstante ist. Da $\xi = 2\phi/c^2$ und $r\phi = \gamma^2 M(r)$ gilt, und für $r \rightarrow \infty$ die Feldmasse nicht divergieren darf, kommt in Q' nur der negative Zweig $Q = 1 - \sqrt{1 - \xi}$ in Betracht.

Mit diesem approximativen Ergebnis $r Q e^{-Q} = C = \text{const}$

wird es nunmehr möglich die gravitative Feldmasse $\mu_g(r)$ innerhalb eines Volumens $V = 4 \pi r^3$ abzuschätzen, wenn ϕ für alle $r > r_0$ so beschaffen ist, daß $(2 \phi/c^2)^\gamma \approx 0$ für alle ganzzahligen Potenzen $\gamma \geq 3$ gilt. Zweifellos ist $\mu_g(r) = M(r) - M_0$ oder für die gesamte Feldmasse $\mu_{(g)} = \lim_{r \rightarrow \infty} (M - M_0)$. Wird Q und e^{-Q} als

Potenzreihe entwickelt, und wird dabei die Approximationsbedingung $\xi^\gamma \approx 0$ für $\gamma \geq 3$ berücksichtigt, dann wird $r Q e^{-Q} = C$ wegen $Q = 1 - \sqrt{1 - \xi}$

und $c^2 \xi = 2 \phi$ zu $r \phi/c^2 (1 - \phi/c^2) = C$.

Dies muß auch für $r \rightarrow r_0$ und $\phi \rightarrow \phi_n(r_0) = \gamma^2 M_0/r_0$ gelten, so daß $C = \gamma^2 M_0/c^2 (1 - \frac{\gamma^2 M_0}{c^2 r_0})$ also $r \phi (1 - \phi/c^2) = \gamma^2 M_0 (1 - \frac{\gamma^2 M_0}{c^2 r_0}) = A$

zu setzen ist. Hieraus folgt näherungsweise

$$\phi = 1/2 c^2 (1 \pm \sqrt{1 - \frac{4A}{c^2 r}}). \text{ Mit } r \phi = \gamma^2 M$$

liefert dies auch für den Verlauf $M(r)$ die Näherung $M(r) = rc^2/2\gamma^2 (1 \pm \sqrt{1 - \frac{4A}{c^2 r}})$.

Da auf jedem Fall für $r \rightarrow \infty$ die Feldmasse nicht divergieren darf, kommt auch hier wiederum nur der negative Zweig in Betracht. Somit folgt für die gravitative Feldmasse $\mu_g(r) = c^2 r/2\gamma^2 (1 - \sqrt{1 - \frac{4A}{c^2 r}}) - M_0$.

Zur Ermittlung von $\mu_{(g)}$ muß die Quadratwurzel als Potenzreihe entwickelt werden. Es ist

$$\sqrt{1 - \frac{4A}{c^2 r}} = 1 - 2A/c^2 r + \sum_{\gamma=2}^{\infty} a_\gamma r^{-\gamma},$$

$$\text{also } \mu_g = A/\gamma^2 - \sum_{\gamma=1}^{\infty} b_\gamma r^{-\gamma} - M_0 \text{ oder}$$

$$\mu_{(g)} = A/\gamma^2 - M_0 = - \frac{M_0^2}{c^2 r_0}, \text{ weil}$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sum_{\gamma=1}^{\infty} b_\gamma r^{-\gamma} = 0 \text{ konvergiert und}$$

$$A = \gamma^2 M_0 (1 - \frac{\gamma^2 M_0}{c^2 r_0}) \text{ ist.}$$

Für die Änderung μ_g mit r ergibt sich

$$\frac{d\mu_g}{dr} = c^2/2 \gamma^2 (1 - (1 - \frac{2A}{c^2 r})(1 - \frac{4A}{c^2 r})^{-1/2}) < 0.$$

Die

Zu diesem Ergebnis führende Näherung $\varphi = \phi$ und $E_w \approx 0$ setzt voraus, daß innerhalb des attraktiven Gravitationsfeldes der Übergang $r \rightarrow \infty$ durchführbar ist. Wenn nun aber das von M_0 erregte Feld quantisiert ist, das heißt, wenn es $L < \infty$ elementare Feldquellen m_0 gibt, welche durch die jeweilige gravitative Wellenlänge $\lambda < \infty$ gekennzeichnet sind, dann würde das Feld φ der makroskopischen Feldquelle in seiner Intensität durch eine Überlagerung aller elementaren Gravitationsfelder bestimmt, während die Reichweite $\mathcal{S}$ des attraktiven Gravitationsfeldes durch diese Superposition nicht geändert werden könnte, weil $2\mathcal{S} = \lambda$ zu setzen ist und λ eines elementaren Gravitationsfeldes durch bloße Addition solcher Felder sich nicht verändern kann. Ist also $\lambda < \infty$ die Folge einer Gravitationsfeldquantelung, dann hat dies auch $\mathcal{S} < \infty$ des attraktiven Gravitationsfeldes zur Folge. Im Fall sphärischer Symmetrie eines ungestörten Feldes muß $\mathcal{S}$ eine Kugeloberfläche $F_{\mathcal{S}} = 4 \pi \mathcal{S}^2$ beschreiben, welche mit $\mathcal{S} < \infty$ das attraktive Feld impliziert. Der Limes $r \rightarrow \infty$ wäre dann durch die Schranke $r \rightarrow \mathcal{S}$ zu ersetzen. Auch muß $E_w > 0$ und $\varphi \neq \phi$ eine Folge dieser Schranke $\mathcal{S}$ sein, doch wird eine derartige Korrektur an der räumlichen Verteilung der gravitativen Feldmasse $d\mu_g/dr < 0$ nichts ändern. Vielmehr ist anzunehmen, daß die räumliche Dichte von E_w gemäß $dE_w/dV \sim -d\mu_g/dr > 0$ ist. Wegen (c) muß der Proportionalitätsfaktor durch c^2 bestimmt werden. Der eigentliche nunmehr zu diskutierende Revisionsvorschlag des Newtonschen Gravitationsgesetzes bestehe nun in der Annahme, daß $-c^2 d\mu_g/dr$ im kugelsymmetrischen Fall bezogen auf die Begrenzungsfläche $F_{\mathcal{S}} = 4 \pi \mathcal{S}^2$ mit $2\mathcal{S} = \lambda < \infty$ identisch wird mit der räumlichen Dichte von E_w . Es sei also

$$\frac{d E_w}{d V} = - c^2 / F_\varrho \frac{d \mu_g}{d r} \quad \text{oder}$$

$$E_w = - c^2 / F_\varrho \int_V \frac{d \mu_g}{d r} d V .$$

Da andererseits $M(r) = M_0 + \mu_g$ und $M_0 = \text{const}$

ist, gilt auch $\frac{d \mu_g}{d r} = \frac{d M}{d r}$, also

$$E_w F_\varrho = - c^2 \int_V \frac{d M}{d r} d V, \text{ was mit}$$

$$E_M = M c^2 \quad \text{und} \quad E_p = \alpha/2 \int_V (\text{grad } \varphi)^2 d V \quad \text{in}$$

den Energiesatz $E_M + E_p + E_w = \text{const}$ eingesetzt

$$M c^2 + \alpha/2 \int_V (\text{grad } \varphi)^2 d V - c^2 / F_\varrho \int_V d M / d r d V = \text{const}$$

liefert. Die Revision von $\phi = \gamma^2 M/r$ zu φ hat ebenfalls $\varrho < \infty$ zu berücksichtigen. Sowohl φ_n als auch ϕ können nur als Niveaudifferenzen in der Form

$$\varphi_n = \gamma^2 M_0/r - \lim_{R \rightarrow \infty} \gamma^2 M_0/R = \gamma^2 M_0/r$$

$$\text{oder } \phi = \gamma^2 M/r - \lim_{R \rightarrow \infty} \gamma^2 M_R/R = \gamma^2 M/r$$

wegen $M < \infty$ für alle r sein. Existiert nun $R \rightarrow \infty$ nicht, sondern nur $r \rightarrow \varrho < \infty$, dann muß

$$\varphi = \gamma^2 M/r - \gamma^2 M/\varrho = \gamma^2 M/r \left(1 - \frac{r M_\varrho}{\varrho M}\right)$$

für die revidierte Feldfunktion gelten. Nun ist aber

$$M_\varrho = M(\varrho) = M + \mu_g(\varrho) - \mu_g(r) = M + \Delta \mu$$

oder $\varphi = \gamma^2 M/r (1 - r/\varrho) + K(r)$, worin K ein noch zu bestimmendes Korrekturglied ist.

$$\text{In } c^2 M + \alpha/2 \int_V (\text{grad } \varphi)^2 d V =$$

$$= \frac{c^2}{F_\varrho} \int_V \frac{d M}{d r} d V = \text{const} \quad \text{gelte die Kugelsymmetrie, also } (\text{grad } \varphi)^2 = \left(\frac{d \varphi}{d r}\right)^2 \quad \text{und } d V = 4 \pi r^2 dr.$$

Nach totaler Differentiation ergibt sich dann mit

$$F_\varrho = 4 \pi \varrho^2 \quad \text{die Differentialgleichung}$$

$$c^2 (1 - r^2/\varrho^2) dM/dr + 2 \pi \alpha r^2 (d\varphi/dr)^2 = 0.$$

Die Integrabilität dieser Beziehung ist dann gegeben, wenn

für das Korrekturglied $K(r)$ in φ der Ausdruck

$K = - \gamma^2 M/\xi (1 - r/\xi)$ gewählt wird; denn dann folgt $r \varphi = \gamma^2 M (1 - r/\xi) -$

$- \gamma^2 M r/\xi (1 - r/\xi) = \gamma^2 M (1 - r/\xi)^2$,

so daß die Substitution $M = r \varphi / \gamma^2 (1 - r/\xi)^2$ möglich wird. Einsetzen mit $4 \pi \alpha \gamma^2 = 1$ liefert

$$\text{dann } 1/2 r^2 \left(\frac{d\varphi}{dr} \right)^2 + c^2 \left(r P \frac{d\varphi}{dr} + \varphi P^2 \right) = 0,$$

wenn zur Kürzung $(1 - r/\xi)$ $P = 1 + r/\xi$ verwendet wird. Multiplikation dieser Differentialgleichung mit $8/c^4$ und Substitution mit $c^2 \xi = \varphi$ ergibt dann

$$r^2 \left(\frac{d\xi}{dr} \right)^2 + 4 P \left(r \frac{d\xi}{dr} + \xi P \right) = 0.$$

Mit dem neuen Argument $\ln r$ und $\xi' = \frac{d\xi}{d \ln r}$

$$\text{folgt dann } \xi'^2 + 4 P \xi' + 4 P^2 \xi = 0$$

oder $\xi' = -2 P (1 \pm \sqrt{1 - \xi})$. Transformation

$$\text{mit } \xi = q' (2 - q') \text{ oder } q' = 1 \pm \sqrt{1 - \xi}$$

liefert dann $d \ln (q' e^{-q'}) = -P d \ln r =$

$$= -P \frac{dr}{r} = 2 d \ln (1 - r/\xi) - d \ln r$$

oder integriert, wenn $C = \text{const}$ nach Potenzierung die Integrationskonstante ist $r q' e^{-q'} = C (1 - r/\xi)^2$.

Für q' kommt wiederum wegen der Unmöglichkeit divergierender Feldmassen nur der negative Zweig

$$q = 1 - \sqrt{1 - 2\varphi/c^2} \text{ in Betracht, so daß in der Lösung}$$

$$r q e^{-q} = C (1 - r/\xi)^2 \text{ nur noch } C \text{ zu bestimmen}$$

ist. Insgesamt wird also das revidierte Newtonsche Gravitationsgesetz im statischen kugelsymmetrischen Fall beschrieben durch

$$r q e^{-q} = C (1 - r/\xi)^2, \quad \xi = 1 - \frac{r}{\xi},$$

$$C = \text{const}, \quad q = 1 - \sqrt{1 - \frac{2\varphi}{c^2}},$$

$$r \varphi = \gamma^2 M(r) (1 - r/\xi)^2 \dots\dots\dots 1$$

Zur Diskussion und Anwendung dieser Beziehung muß nunmehr ξ explizit dargestellt werden.

2. Gravitationsgrenzen

Nach der Lösung (1) fällt $\varphi(r) > 0$ in $r < \varrho$ mit wachsendem r ab, bis $\varphi(\varrho) = 0$ erreicht wird, um gemäß $\varphi(r) > 0$ in $r > \varrho$ wieder anzusteigen. Zwar ist $2\varrho = \lambda$ definiert, doch muß zunächst festgestellt werden ob $\varphi \geq 0$ auch eine obere Schranke hat, und wie ϱ hinsichtlich der makroskopischen Struktur zu interpretieren ist.

Die Lösung $r^2 \varphi e^{-q} = C (1 - r/\varrho)^2$ muß auf jeden Fall φ_n für $r \ll \varrho$ als sehr gute Näherung enthalten, das heißt, C muß in jedem Fall eine reelle Zahl sein. Da das Quadrat einer reellen Zahl ebenfalls stets reell bleibt, muß die rechte Seite der Lösung reell sein, was die Realitätsforderung für q zur Folge hat. Diese Realität setzt aber für den Radikanden in q das Verhalten $1 - 2\varphi/c^2 \geq 0$ voraus, so daß sich für die obere Schranke $2\varphi \leq c^2$ und somit das geschlossene Definitionsintervall $0 \leq 2\varphi \leq c^2$ ergibt. Zur Interpretation von ϱ hinsichtlich des φ -Verlaufes werde zunächst berücksichtigt, daß in der Darstellung der Beschleunigung als Feldvektor $\vec{g} = \vec{p} + \vec{w}$ der quellenfreie Anteil $\vec{w}$ im astronomischen Bereich im allgemeinen gemäß $|\vec{w}| \ll |\vec{p}|$ bleibt, so daß nur der Gradientenvektor relevant ist. Mit $p = |\text{grad } \varphi| = d\varphi/dr$ ergibt sich aus einer Differentiation von $r^2 \varphi e^{-q} = C (1 - r/\varrho)^2$ die Darstellung $r^2 p = -c^2 C (1 - r^2/\varrho^2) e^q$. Hieraus wird deutlich, daß $p < 0$ für $r < \varrho$ ein attraktives Beschleunigungsfeld beschreibt, welches $p = 0$ bei $r = \varrho$ erreicht, um dann in das Feld einer abstoßenden Beschleunigung $p > 0$ im Bereich $r > \varrho$ umzuspringen und für $r \gg \varrho$ einen konstanten Wert $p > 0$ anzunähern. ϱ muß also als Grenze des attraktiven Gravitationsfeldes interpretiert werden. Zusammengefaßt wird dieser Sachverhalt in

$$0 \leq 2 \varphi \leq c^2, \quad r^2 p = -c^2 C e^q (1 - r^2/\varrho^2) \dots\dots\dots 2.$$

Da $\varphi \geq 0$ in $r \geq \varrho$ wieder ansteigt bis die obere Schranke erreicht wird, muß es eine weitere Gravitationsgrenze $R \gg \varrho$ geben, welche als Realitätsgrenze zu interpretieren ist und durch $2 \varphi(R) = c^2$ definiert wird. Aus der Lösung (1) folgt dann wegen $q(R) = 1$ als Bestimmungsgleichung $R = e C (R/\varrho - 1)^2$.

Die Felddeschleunigung (und zwar der Gradientenanteil) verläuft also als Attraktionsfeld $p < 0$ im Bereich $r < \varrho$, aber als Abstoßungsfeld $p > 0$ im Bereich $\varrho < r \leq R$. Beide Bereiche werden dabei durch $r = \varrho$ mit $p = 0$ getrennt.

Zur Ermittlung dieser Grenze ϱ des attraktiven Gravitationsfeldes wird die Definition $2 \varphi = \lambda$ verwendet und die Lösung aus (1) für die Quelle m_0 eines elementaren Gravitationsfeldes untersucht. In $M_0 = L m_0$ wird also $L = 1$ gesetzt. Da in guter Näherung stets $(2 \varphi/c^2)^\gamma \approx 0$ für alle $\gamma \geq 3$ in $r \geq r_0$ erfüllt ist, wenn $r_0 = 2 \wedge$ durch die doppelte Comptonwellenlänge $\wedge m_0 c = h$ der Ruheenergie von m_0 ausgedrückt wird, kann unter dieser Approximationsbedingung $q e^{-q} = \varphi/c^2 (1 - \varphi/c^2)$ und $C = r_0 \varphi_0/c^2 (1 - \varphi_0/c^2) (1 - r_0/\varrho)^{-2}$, also $r \varphi/c^2 (1 - \varphi/c^2) = C f$ mit $f = (1 - r/\varrho)^2$ gesetzt werden. Elimination von $r \varphi = \gamma^2 m(r) f$ liefert dann $m(r) = c^2/2 \gamma^2 f (1 \pm \sqrt{1 - 4 C f/r})$

für den Verlauf der gravitativen Feldmasse im Elementarfeld. Da für $r \rightarrow \varrho$, also $f \rightarrow 0$ die Feldmasse nicht divergieren darf, kommt nur der negative Zweig in Betracht, so daß sich für $\mu_g(r)$ des elementaren Feldes $\mu_g = m - m_0$ oder im Limes $\mu(\varrho) = \lim_{r \rightarrow \varrho} \left(\frac{c^2 r}{2 \gamma^2 f} (1 - \sqrt{1 - 4 C f/r}) - m_0 \right) = c^2 C/\gamma^2 - m_0 + \lim_{r \rightarrow \varrho} \sum_{\gamma=1}^{\infty} a_\gamma (f/r)^\gamma = c^2 C/\gamma^2 - m_0$ wegen $\lim_{r \rightarrow \varrho} f = 0$ ergibt. Mit

$$\varphi_0 = \gamma^2 m_0 f_0 / r_0 \quad \text{und}$$

$$C = r_0 \varphi_0 / c^2 (1 - \varphi_0 / c^2) f_0^{-1} \quad \text{wird daraus}$$

$$\mu(\varphi) = - \gamma^2 \frac{m_0^2}{c^2 r_0} (1 - r_0 / \varphi)^2. \quad \text{Für } \mu(\varphi)$$

muß nun die Quantenbeziehung $\mu(\varphi) = h / c \lambda$ und $\lambda = 2 \varphi$ gelten, was eingesetzt

$$\varphi (1 - r_0 / \varphi)^2 = \frac{c h r_0}{2 \gamma^2 m_0^2} \quad \text{liefert. Wird hierin}$$

$r_0 = 2 \Lambda$ und $\Lambda m_0 c = h$ eingesetzt, dann folgt für φ die Darstellung

$$\varphi c a m_0 = h b (1 \pm \sqrt{1 - (2 a/b)^2})$$

mit den Kürzungen $a = 2 \gamma^2 m_0^2$ und $b = a + c h$.

Auf jeden Fall muß m_0 im atomaren Bereich liegen, und dies bedeutet $(2 a/b)^2 < 1$, so daß im Fall des negativen Zweiges φ im mikroskopischen Bereich liegen müßte und makroskopisch nur $p > 0$ auftreten dürfte. Mithin bildet dieser negative Zweig einen Widerspruch zur Erfahrung $p < 0$, so daß hier der positive Zweig zu wählen ist. Die beiden Gravitationsgrenzen R und φ werden also beschrieben durch

$$R = e C (R/\varphi - 1)^2, \quad R \gg \varphi,$$

$$\varphi c a m_0 = h b (1 + \sqrt{1 - (2 a/b)^2}),$$

$$a = 2 \gamma^2 m_0^2, \quad b = a + c h \dots\dots\dots 3.$$

Zur weiteren quantitativen Untersuchung von φ muß m_0 , also die Feldquelle eines elementaren Gravitationsfeldes bestimmt werden. Offensichtlich gibt es für m_0 nur die Möglichkeiten $m_0 = m_n$ des Nukleons als Element einer jeglichen Nuklearstruktur, oder aber m_0 ist die Nuklidmasse der betreffenden Materie. Welche der beiden Möglichkeiten realisiert ist, hängt davon ab, ob eine Wechselbeziehung zwischen dem nukleonischen Gravitationsfeld und den Nukleonenkräften im Nuklidverband existiert oder nicht. Gibt es keine derartige Korrelation, dann wäre $m_0 = m_n$. Wenn dagegen als Folge der nuklearen Wechselbeziehung der Nukleonen beim Aufbau eines Nuklids die nukleonischen Gravi-

tationsfelder ein neues, dem Nuklid entsprechendes Elementarfeld bilden, dann wäre für $m_0 = m_{(N)}$ die Nuklidmasse einzusetzen. Mit dem mittleren Atomgewicht A ist aber $m_{(N)} = A m_n$, so daß $m_0 = A m_n$ mit $A = 1$ oder $A > 1$ beide Möglichkeiten impliziert.

Unterstellt man $A \gg 1$, dann bleibt selbst an der Transurangrenze des periodischen Systems $a \ll c h$, derart, daß in sehr guter Näherung für alle natürlichen Elemente $b = c h$ und $(2 a/b)^2 \approx 0$ gesetzt werden darf. Dies liefert dann $\int \gamma^2 m_0^3 = h^2$ oder mit $m_0 = A m_n$ auch $A^3 \int \gamma^2 m_n^3 = \frac{h^2}{\gamma^2 m_n^3}$.

Im Fall $m_0 = m_n$, also $A = 1$ ergibt sich nach Einsetzen der Naturkonstanten für jegliche Materie $\int_n = 45,6 \text{ [Mpc]}$. Wäre diese Aussage richtig, dann müßten alle kosmischen Objekte bis zu diesem Abstand in attraktive gravitative Zusammenhänge treten, so daß es Systeme höherer Ordnung als Spiralnebelnester innerhalb $r \leq 45,6 \text{ [Mpc]}$ geben könnte. Derartige Systeme werden jedoch astronomisch nicht beobachtet. Aufgrund eines solchen Beobachtungsbefundes muß also geschlossen werden, daß die Nuklearkräfte so beschaffen sind, daß bei der Nukleonenwechselwirkung in einer Nuklidstruktur ein nuklidisches elementares Gravitationsfeld mit einer kleineren Wellenlänge entsteht, was dann $\int < \int_n$ und $m_0 = A m_n$ mit $A \geq 1$ bedingt. Demnach ist die Beziehung (3) durch:

$$m_0 = A m_n, \quad A^3 \int = \frac{h^2}{\gamma^2 m_n^3} = 45,6 \text{ [Mpc]}$$

..... 3a

zu ergänzen.

Nimmt man für die Russel'sche Zusammensetzung 70% H, 29% He, 1% schwere Elemente an, und berücksichtigt man, daß Fe kosmologisch das häufigste schwere Element ist, dann folgt für das mittlere Atomgewicht eines Spiralnebels $A_1 = 2,43$. Wird dagegen angenommen, daß

es sich um ein System aus H und He in der Verteilung 70 % H, 30 % He handelt, dann würde $A_2 = 1,9$ gelten. Zwischen diesen beiden Grenzen liegen offensichtlich die mittleren Atomgewichte der realen Spiralnebel. Für die ϑ -Werte folgt dann in Lichtjahren $\vartheta_1 \approx 10^7$ und $\vartheta_2 \approx 2,2 \cdot 10^7$, so daß der tatsächliche ϑ -Wert zwischen diesen beiden Grenzen liegen muß. Wenn also die Entfernung kosmischer Objekte unter ϑ_1 liegt, dann müssen sie in eine attraktive gravitative Wechselbeziehung treten, während eine solche attraktive Beziehung auf jeden Fall fehlt, wenn diese Entfernung ϑ_2 überschreitet. Tatsächlich deckt sich diese Aussage mit der Beobachtung von Spiralnebelnestern und dem Fehlen kosmischer Systeme höherer Ordnung, was als Konsequenz von (3a) aufgefaßt werden kann.

Im Folgenden soll untersucht werden, zu welchen Aussagen Gleichung (1) hinsichtlich des Phänomens der kosmologischen Rotverschiebung fähig ist.

3.) Die statische Komponente der kosmologischen

Rotverschiebung extragalaktischer Spiralnebelspektren.

Es liegt nahe, den Versuch zu unternehmen, die kosmologische Rotverschiebung mit Hilfe der Beziehung $\lambda_z = \lambda \cdot (1 + z)$ zu verstehen. Ist $s \gg \vartheta$ die intergalaktische Distanz eines Objektes, welches Photonen der Wellenlänge λ emittiert, dann gilt mit $\lambda_z = \lambda \cdot (1 + z)$ empirisch $z \sim s$, wobei $z > 0$ eine spektrale Rotverschiebung kennzeichnet. Nach Gleichung (2) gilt für den relevanten Gradientenanteil der Fallbeschleunigung $p > 0$ für $r > \vartheta$, so daß auch $p(s) > 0$ gilt, wenn $s \gg \vartheta$ vorausgesetzt wird. Entweder ist nun $p > 0$ eine reale abstoßende Beschleunigung (Fall 1) oder aber $p > 0$ ist in $r > \vartheta$ nur latent wirksam (Fall 2), das heißt, ein Objekt im Abstand $s > \vartheta$ erfährt keine manifeste Beschleunigung, doch muß Energie aufgewendet werden.

wenn dieses Objekt der Grenze ξ genähert werden soll. Dieser zweite Fall soll später diskutiert werden. Unterstellt man den Fall 1, dann wäre $z = z_1 = v/c$ als Dopplereffekt zu interpretieren, derart, daß in $\bar{v} = H_1 s$ der Proportionalitätsfaktor H_1 die empirische Hubblekonstante $H_1 \approx 2,4 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$ ist. In diesem dynamischen Fall wäre v der Fluchtbewegung durch $p > 0$ verursacht, so daß $dv = p dt$ zu setzen ist. Da dt ein Zeitelement darstellt, gilt auch $v = dt/dt$, also $dv = p/v \cdot dr = d\phi/v$. Weil $v(\xi) = 0$ ist und von ξ bis s integriert werden muß, folgt $v^2 = 2(\phi(s) - \phi(\xi)) = 2\phi(s)$, weil nach (1) auch $\phi(\xi) = 0$ gilt. Allgemein ist $r\phi = \gamma^2 M(r) \cdot (1 - r/\xi)^2$, wobei stets mit einer Hilfsfunktion $\psi(r) \neq 0$ für alle $r \geq r_0$ die Darstellung $M = M_0 \psi$ möglich ist, wenn $\psi(r_0) = 1$ gefordert wird. r_0 ist dabei der Abstand des Beobachtungsortes innerhalb des galaktischen Systems vom galaktischen Zentrum, und M_0 die Gesamtmasse dieses Systems. Offenbar ist immer $\gamma^2 M_0/r_0 (1 - r_0/\xi)^2 \ll c^2$ und $r_0 < \xi$, so daß in allen folgenden Untersuchungen $C = \gamma^2 M_0/c^2$ in Gleichung (1) gesetzt werden kann. Damit wird aber $r\phi e^{-q} = \gamma^2 M_0/c^2 (1 - r/\xi)^2$ oder mit $r\phi = \gamma^2 M_0 (1 - r/\xi)^2$ auch $q e^{-q} = \frac{\phi}{c^2 \psi}$. Andererseits gilt $q = 1 - \sqrt{1 - 2\phi/c^2}$, also $\phi = 1/2 c^2 q (2 - q)$, was eingesetzt für die Hilfsfunktion $\psi = 1/2 (2 - q) e^q$ und somit $2 r \phi = \gamma^2 M_0 (1 - r/\xi)^2 (2 - q) e^q$ oder für die Fluchtgeschwindigkeit $v^2 = 2\phi = \gamma^2 M_0/s (1 - s/\xi)^2 (2 - q) e^q$ in $s > \xi$ liefert. Gilt für das beobachtete Objekt $s \gg \xi$, dann wird näherungsweise $q \approx 1$ und $(1 - s/\xi)^2 = s^2/\xi^2$ in sehr guter Näherung. Die $z_1 > 0$ verursachende Fluchtbewegung nimmt dann die Form an $\xi v = \sqrt{\gamma^2 M_0 s}$. Für $p > 0$ relevant ist offenbar M_0 in dem Zylindervolumen V_1 vom kreisförmigen Querschnitt $\pi \xi^2$ und der Achsenlänge s . Es ist $V_1 = \pi \xi^2 s$ zu setzen,

weil die Werte $p > 0$ anderer galaktischer Systeme sich so kompensieren, daß ihr Einfluß vernachlässigt werden darf. Ist σ die Massendichte in V_1 , verursacht durch M_0 , dann gilt $M_0 = \sigma V_1 = \sigma \pi \vartheta^2 s$, was eingesetzt $v = \sqrt{\pi e \vartheta^2 \sigma} \cdot s$ liefert. Im Vergleich mit der empirischen Beziehung $v = H_1 s$ ergibt sich für den Fall 1 als Darstellung der Hubblekonstanten $H_1 = \sqrt{\pi e \vartheta^2 \sigma}$. Dieser Wert liefert eine gute Übereinstimmung mit der Empirie, wenn für σ der plausible Wert $\sigma \approx 1,02 \cdot 10^{-26} [\text{Kg m}^{-3}]$ angenommen wird.

Zwar liefert dieser mit Gleichung (1) diskutierte dynamische Fall eine mit der Empirie vergleichbare theoretische Darstellung der Hubblekonstanten und eine Interpretation der kosmologischen Rotverschiebung als Dopplereffekt, doch erscheint dafür eine Schwierigkeit relativistischer Art. Wäre $z_1 \sim s$ für alle Werte im Intervall $\vartheta < s \leq R$ richtig, dann müßten die Massen von Spiralnebelsystemen mit einer Beschleunigung $p > 0$ die Realitätsgrenze $s = R$ des M_0 -Feldes mit $2 \varphi(R) = c^2$ überschreiten, so daß bezogen auf M_0 diese kosmischen Massen $v \rightarrow c$ erreichen, was aber nach der speziellen Relativitätstheorie nicht möglich ist, weil es sich bei diesen kosmischen Objekten zweifellos um reale Massen handelt. Aus diesem Grunde soll im Folgenden der statische Fall 2 zur Diskussion gestellt werden.

Es sei ein Massensystem C (Spiralnebelssystem) der Masse M_0 und der Gravitationsgrenze ϑ gegeben, in welchem sich ein Beobachtungsort S im Abstand $s_0 \gg 0$ vom Gravitationszentrum von C befindet. S liege jedoch noch innerhalb ϑ , so daß $s_0 < \vartheta$ gilt.

Soll eine Masse μ von S an einen Ort S_φ auf $r = \vartheta$ gebracht werden, dann muß μ eine kinetische Energie erhalten, die dem Gravitationspotential des Feldes $p < 0$ zwischen ϑ und s_0 entspricht. Wird jedoch μ in den Bereich $r > \vartheta$ gebracht, dann müßte nach der Beziehung (2) das Feld $p > 0$ (wegen $r > \vartheta$) die Masse μ von C fortbeschleunigen. Hierbei müßte aber μ einen ständigen Zuwachs an kinetischer Energie erhalten, der auf irgendeine Weise von C aufgebracht werden muß. Nimmt man

dagegen an, daß $p > 0$ jenseits ϱ gemäß des statischen Falles 2 nur latent existiert, also in $r > \varrho$ überhaupt keine radiale Beschleunigung $p > 0$ von C fortgerichtet bewirkt und $p > 0$ erst im Sinne einer Verzögerung wirksam wird, wenn μ aus $r > \varrho$ dem System C genähert werden soll, dann entfällt diese Schwierigkeit. Jenseits ϱ wirkt unter dieser Voraussetzung auf μ also keine abstoßende Beschleunigung, doch muß Energie aufgewendet werden, wenn μ aus $r > \varrho$ dem Massensystem genähert werden soll. Mit dieser Annahme kann man offenbar im Fall eines statischen oder quasistatischen Universums die beobachtete Rotverschiebung extragalaktischer Spiralnebelspektren mit Gleichung (1) ebenfalls verständlich machen. Ganz allgemein gilt für das Gravitationspotential des Gradientenanteiles $V = - \mu \int \bar{p} d\bar{r}$. Neben dem Massensystem C existiere in einem hinreichend großen Abstand ein weiteres System C' der Masse M'_0 mit ϱ' . Im Abstand $s'_0 \gg 0$ vom Gravitationszentrum des C' (auch hier sei $s'_0 < \varrho'$), befinde sich ebenfalls ein Ort S' von welchem Photonen der Energie $E = h \gamma$, also der Wellenlänge $\lambda \gamma = c$ emittiert werden. Die Distanz zwischen ϱ (C) und ϱ' (C') sei $s \gg \varrho$, während $\varrho \approx \varrho'$ (zumindest nach (3a) in der Größenordnung) sei. Der gradlinige Weg des in S' emittierten Photons zum Empfangsort S ist also $\varrho' - s'_0 + s + \varrho - s_0$. Das Photon $E = h \gamma$ habe nach $m c^2 = E$ die Feldmasse m gemäß (c). Nach der Emission bei S' (C') läuft das Photon von s'_0 nach ϱ' und verliert hierbei die Feldmasse $\delta' m$, weil im p' -Feld das Potential

$$V' = - (m - \delta' m) \int_{s'_0}^{\varrho'} \bar{p}' d\bar{r}' \quad \text{mit } p' < 0$$

überwunden werden muß. Jenseits ϱ' wirkt nach der oben angeführten Annahme C' nicht mehr auf das in $r' > \varrho'$ laufende Photon, wohl aber C im Sinne eines weiteren Verlustes von Feldmasse δm längs der Strecke s zwischen ϱ' und ϱ . Hier ist das Potential des p -Feldes von C mit $p > 0$ zu überwinden, welches gegeben ist durch

$$V = - (m - \delta' m - \delta m) \int_s^{\xi} \bar{p} d\bar{r}.$$

Das letzte Wegstück von ξ zum Empfangsort S (C), also $\xi - s_0$ hat in Analogie zum „freien Fall“, einen Energiegewinn des Photons zur Folge, so daß die Feldmasse um $\delta_1 m$ anwächst, so daß

$$V_1 = (m - \delta' m - \delta m + \delta_1 m) \int_s^{s_0} \bar{p} d\bar{r}$$

mit $p < 0$ gilt. Die Potentiale V' , V und V_1 müssen durch Variationen der Photonenenergie gedeckt werden. Offenbar bedeuten $V' = \delta' E$ und $V = \delta E$ Energieverluste des Photons und $V_1 = -\delta_1 E$ einen Energiegewinn. Werden diese Energievariationen in die drei Beziehungen eingesetzt und mit c^2 multipliziert, dann ergeben sich wegen $E = mc^2$ die Beziehungen

$$-\delta' E c^2 = (E - \delta' E) \int_{s_0}^{\xi'} \bar{p}' d\bar{r}',$$

$$\text{sowie } -\delta E c^2 = (E - \delta' E - \delta E) \int_s^{\xi} \bar{p} d\bar{r}$$

und

$$\delta_1 E c^2 = - (E - \delta' E - \delta E + \delta_1 E) \int_s^{s_0} \bar{p} d\bar{r}.$$

Addition dieser drei Energievariationen liefert die Gesamtvariation

$$\begin{aligned} c^2 (\delta_1 E - \delta' E - \delta E) &= (E - \delta' E) \int_{s_0}^{\xi'} \bar{p}' d\bar{r}' \\ &+ (E - \delta' E - \delta E) \int_s^{\xi} \bar{p} d\bar{r} - \\ &- (E - \delta' E - \delta E + \delta_1 E) \int_s^{s_0} \bar{p} d\bar{r}. \end{aligned}$$

Diese Beziehung kann aber durch

$(E - \delta' E - \delta E + \delta_1 E)$ dividiert werden. Da auf jeden Fall $|\delta_1 E| \ll |E - \delta' E - \delta E|$ und

$|\delta_1 E - \delta E| \ll |E - \delta' E|$ bleibt, gilt in guter Näherung $(E - \delta' E) (E - \delta' E - \delta E + \delta_1 E)^{-1} \approx 1$ und $(E - \delta' E - \delta E) (E - \delta' E - \delta E + \delta_1 E)^{-1} \approx 1$.

Dies bedeutet aber

$$\begin{aligned} c^2 (\delta_1 E - \delta' E - \delta E) (E - \delta' E - \delta E + \delta_1 E)^{-1} &\approx \\ \approx \int_{s_0}^{\xi'} \bar{p}' d\bar{r}' + \int_s^{\xi} \bar{p} d\bar{r} - \int_s^{s_0} \bar{p} d\bar{r} &= K, \end{aligned}$$

(es sei K eine Kürzung), und hierin ist zu berücksichtigen, daß für den Lichtweg $\cos(\bar{p}', \bar{r}') = -1$ zwischen s'_0 und φ' , sowie $\cos(\bar{p}, \bar{r}) = -1$ zwischen s und φ wegen $p > 0$, aber $\cos(\bar{p}, \bar{r}) = +1$ zwischen φ und s_0 gilt. Damit wird aber

$$K = \int_s^{\varphi} p \, dr - \int_{s'_0}^{\varphi'} p' \, dr' - \int_{\varphi}^{s_0} p \, dr =$$

$$= \varphi(s) - \varphi(\varphi) - \varphi'(\varphi') + \varphi'(s'_0) - \varphi(s_0) + \varphi(\varphi), \text{ weil stets } d\varphi = p \, dr \text{ gilt.}$$

Nach Gleichung (1) ist aber auf den Gravitationsgrenzen

$$\varphi(\varphi) = \varphi'(\varphi') = 0, \text{ und damit wird}$$

$$K = \varphi(s) + \varphi'(s'_0) - \varphi(s_0). \text{ Wie im Fall 1 kann}$$

auch hier φ wiederum mit der Hilfsfunktion ψ explizit

in der Form $2r\varphi = \gamma^2 M_0 (1 - r/\varphi)^2 (2 - q) e^q$ dargestellt werden. Hiermit ist aber die Möglichkeit gegeben

$K = \varphi(s) + \varphi'(s'_0) - \varphi(s_0)$ approximativ

darzustellen. Für $2\varphi \ll c^2$ wird offenbar $q \approx 0$,

und dies gilt auf jeden Fall in sehr guter Näherung, sowohl

für $\varphi'(s'_0)$ und $\varphi(s_0)$, während wegen $s \gg \varphi$

für $q \approx 1$ gesetzt werden darf. Damit ergibt sich aber

$$\varphi(s) \approx \frac{e \gamma^2 M_0}{2 s} (1 - s/\varphi)^2 \approx \frac{e \gamma^2 M_0}{2 \varphi^2} s$$

wegen $s \gg \varphi$. Ferner gilt

$$\varphi'(s'_0) - \varphi(s_0) \approx \frac{\gamma^2 M'_0}{s'_0} (1 - s'_0/\varphi')^2 - \frac{\gamma^2 M_0}{s_0} (1 - \frac{s_0}{\varphi})^2,$$

woraus sofort deutlich wird, daß $|\varphi'(s'_0) - \varphi(s_0)| \ll \varphi(s)$

in guter Näherung vernachlässigt werden kann, so daß

$$K = \frac{e \gamma^2 M_0}{2 \varphi^2} s \text{ wird. } |\varphi'(s'_0) - \varphi(s_0)| \ll \varphi(s)$$

hat aber unmittelbar für die Energievariation des Photons

$$|\delta_1 E - \delta' E| \ll |\delta E| \text{ zur Folge, so daß auch}$$

$$(\delta_1 E - \delta' E - \delta E) (E - \delta' E - \delta E +$$

$$+ \delta_1 E)^{-1} \approx -\delta E (E - \delta E)^{-1} \text{ sehr gut erfüllt}$$

ist. Einsetzen dieser Näherung liefert demnach für die Energievariation des Photons

$-\delta E (E - \delta E)^{-1} \approx B s$, wenn zur Kürzung

$$B = \frac{e \gamma^2 M_0}{2 c^2 \varrho^2} = \text{const} \text{ verwendet wird. } \delta E \text{ des in}$$

C' bei S' emittierten Photons wird also allein von den Eigenschaften B des Empfangssystems C bestimmt. Wegen $E = h \gamma = c h / \lambda$ kann δE nur $\delta \lambda$ zur Folge haben, und zwar gilt

$$\begin{aligned} \delta E &= c h \delta (1/\lambda) = - c h \frac{\delta \lambda}{\lambda^2} = \\ &= - h \gamma z_C = - E z_C. \end{aligned}$$

Damit wird $-\delta E (E - \delta E)^{-1} = z_C (1 + z_C)^{-1}$.

Insgesamt gilt demnach für die durch $p > 0$ in $r > \varrho$ bedingte Wellenlängenvariation des Photons

$$\frac{z_C}{1 + z_C} \approx B s \text{ mit } B > 0, \text{ so daß auch } z_C > 0$$

sein muß. Da aus diesem Grunde auch $\delta \lambda > 0$ ist, kann

$z_C \approx B s (1 - B s)^{-1} > 0$ nur eine Rotverschiebung des Photons sein. Diese Rotverschiebung z_C geht allein auf den Einfluß des Systems C (gekennzeichnet durch B) zurück. Wegen der anfangs gemachten Latenzforderung hinsichtlich $p > 0$ für $r > \varrho$ müßten aber (im Gegensatz zum Fall 1) sämtliche Massensysteme einen Einfluß auf das Photon ausüben, welche in der Bewegungsrichtung des Photons liegen. Es wirkt also nicht nur M_0 (C) im Sinne z_C , sondern die Gesamtmasse $M_0' \gg M_0$, welche in einem Zylinder vom Radius ϱ liegt, zu dessen Achse parallel das Photon läuft, und dessen Mittelpunkt mit dem Zentrum von C zusammenfällt. Auf diese Weise erfährt das Photon durch

$$G = \frac{e \gamma^2 M_0'}{2 c^2 \varrho^2} \gg B \text{ eine Rotverschiebung } z \gg z_C,$$

welche beschrieben wird durch $z \approx G s (1 - G s)^{-1}$, wobei jedoch M_0' und damit G unbekannt ist. Die Beziehung für z zeigt, daß es eine Maximaldistanz $s_{\max} = y$ in dem C umgebenden R_3 gibt, für welche $1 - G y = 0$, also $z(y) \rightarrow \infty$ wird. In $s > y$ wäre $z < 0$ eine Blauverschiebung, doch folgt bezogen auf den Beobach-

tungsort C stets $|z| \rightarrow \infty$ für $s \rightarrow y$, so daß in $y = 1/G < \infty$ bezogen auf den Beobachtungsort in C eine relative Grenzdistanz vorliegt, derart, daß optische Signale nur aus $s < y$ empfangen werden können, während solche Signale aus $s \geq y$ wegen $z \rightarrow \infty$ bei $s \rightarrow y$ in $S(C)$ nichtmehr wahrgenommen werden können. Mit $y = s_{\max}$ kann aber M'_0 ermittelt werden; denn der Zylinder vom Radius ξ , welcher die wirksame Masse M'_0 hinsichtlich z enthält, kann nur die Länge $2y$ haben, derart, daß C in der Mitte dieses Volumens liegt. Da für dieses Zylindervolumen $2\pi \xi^2 y$ gilt, folgt $M'_0 = 2\pi \xi^2 y \sigma$, wenn nunmehr σ die allgemeine Dichte der Materie im gesamten physischen Universum symbolisiert. Damit folgt

$$G = \frac{e \gamma^2 M'_0}{2 \xi^2 c^2} = \pi e \gamma^2 \sigma \frac{y}{c^2}, \text{ oder wegen}$$

$y = 1/G$ auch $c G = \sqrt{\pi e \gamma^2 \sigma}$. Zusammengefaßt wird dieser Sachverhalt in

$$\lambda z = \delta \lambda, \quad z \approx G s (1 - G s)^{-1} > 0,$$

$$c G = \sqrt{\pi e \gamma^2 \sigma} \dots\dots\dots (4),$$

während für die Wahrnehmbarkeitsschranke optischer Signale

$$y \sqrt{\pi e \gamma^2 \sigma} = c, \quad s < y \dots\dots\dots (4a)$$

gilt. Hierin bleibt stets $y < \infty$, so lange $\sigma > 0$ ist. Mithin bedingt also ^{das} durch $\sigma > 0$ bestimmte gravitative Strukturfeld des physischen Universums grundsätzlich eine durch (4) beschriebene Rotverschiebung optischer Signale, welche mit wachsender Distanz ansteigt. Auch wird hierdurch eine durch (4a) beschriebene kritische Distanz bedingt, welche als Radius eines relativen optischen Universums zu interpretieren ist, weil optische Signale aus $s \geq y$ wegen $z \rightarrow \infty$ am Beobachtungsort nicht mehr aufgenommen werden können.

Zur Interpretation von G werde angenommen, daß s hinreichend klein bleibt, so daß $G s \ll 1$ und $z \approx G s$ gesetzt werden darf. Wird nun $z = z_1$ als Dopplereffekt

interpretiert, der auf eine mit v erfolgende Fluchtbewegung des Falles 1 zurückgeht, dann wird $z = v/c$, also $v \approx c G s$, was mit der empirischen Hubblebeziehung $v \approx H s$ verglichen eine Darstellung der Hubblekonstanten $H \approx c G$ gestattet. Somit folgt mit (4) für die Hubblekonstante wiederum

$$H \approx \sqrt{\pi e \gamma^* \sigma'} \dots\dots\dots (4 b),$$

was quantitativ überprüfbar ist.

Für Entfernungen $s > \xi$ aber $G s \ll 1$ scheinen somit die dynamische und statische Beschreibung der kosmologischen Rotverschiebung aufgrund der Beziehung (1) äquivalent zu sein. Mit dem plausiblen Wert $\sigma \approx 1,02 \cdot 10^{-26} \text{ [kg m}^{-3}\text{]}$ folgt für H der schon erwähnte mit der spektroskopischen Empirie gut verträgliche numerische Wert, doch liefert der Fall 2 darüberhinaus noch eine numerische Aussage hinsichtlich y . Es ergibt sich $y \approx 4035 \text{ [Mpc]}$. Zwar liegt dieser Wert in der Größenordnung des aus der allgemeinen Relativitätstheorie ermittelbaren Weltradius doch braucht y als Radius eines „optischen Universums“ nach der vorliegenden Untersuchung keineswegs notwendig mit diesem Weltradius identisch zu sein.

Obgleich der theoretische H -Wert, hergeleitet aus der statischen Beziehung (4) mit den Meßwerten der Hubblekonstante verträglich ist, erscheint uns das gleichzeitige Auftreten einer dynamischen Komponente der Rotverschiebung keineswegs ausgeschlossen. Eine derartige dynamische Komponente würde dann auf einen Dopplereffekt zurückzuführen sein, der die Folge einer radialen Fluchtbewegung $v \approx D s$ mit $D = \dot{R}/R$ in einem mit $\dot{R} > 0$ expandierenden Universum vom Radius $R < \infty$ ist. Die Rotverschiebung z_D dieses dynamischen Anteils wäre dann $z_D = v/c \approx D s/c$. Die statische Beziehung (4) gilt nur für Distanzen $r > \xi$, so daß im Fall eines völlig statischen Universums „Vakuolen“ der Rotverschiebung $r \leq \xi$ existieren müßten, derart, daß die in $r \leq \xi$ eingeschlossenen Objekte des Massensystems C keine Rotverschiebung nach (4) untereinander aufweisen dürften. Liegt trotzdem eine solche Verschiebung in $r \leq \xi$ vor, dann kann es sich nur um z_D handeln. Ist $z_D \leq z$,

also $D \leq c \cdot G = c/y$, dann gilt für den Weltradius $R \geq y \cdot R/c$. Für $R = c$ könnte also durchaus $R > y$ sein. Zu bemerken ist noch, daß neben z aus Gleichung (4) und dem möglichen dynamischen Anteil z_D noch eine Linienverschiebung überlagert, welche auf einen Dopplereffekt möglicher Pekuliarbewegungen der beobachteten Objekte zurückgeht.

Nach den vorangegangenen Untersuchungen kann also das Phänomen der Rotverschiebung extragalaktischer Spiralnebel - spektren gemäß (4) und (4b), sofern es sich um die statische Komponente handelt, ebenso wie die Endlichkeit des sichtbaren Universums (beschrieben durch (4a)) und die Tatsache, daß es keine übergeordneten Systems aus Spiralnebeln gibt (nach Gleichung (3)) einheitlich durch das revidierte Gravitationsgesetz der Gleichung (1) beschrieben werden.

Es erscheint ~~uns~~ interessant, daß diese „Vakuolen“ der statischen Rotverschiebung im Verlauf hinreichend langer Zeiten eine Kontraktion erfahren müssen; denn nach den heutigen Vorstellungen hinsichtlich intrastellarer Prozesse entstehen im Sternenninnern durch thermonukleare Brennvorgänge schwerere Elemente, so daß das mittlere Atomgewicht ansteigt, was aber nach Gleichung (3) eine Kontraktion der Vakuolen mit dem Kubus des langsam wachsenden mittleren Atomgewichtes zur Folge hat.

Bevor dieser Frage nachgegangen wird, sollen noch einmal die Aussagen der beiden möglichen Modelle, also des dynamischen (1) und des statischen (2) Falles hinsichtlich der kosmologischen Rotverschiebung gegenübergestellt werden. Beide Modelle liefern für die Hubblekonstante ~~den~~ gleichen Näherungswert $H_{(1)} = H_{(2)} = H$, während sich im Fall (2) für den ~~Hubbleradius unmittelbar~~ $y_{(2)} = c/H$ ergibt. Läßt man im dynamischen Fall entgegen dem Relativitätsprinzip für die Fluchtgeschwindigkeit der Objekte $v = H \cdot s$ den Wert $v = c$ zu, dann folgt wiederum für die Maximaldistanz dieses Falles $y_{(1)} = c/H$, so daß auch hinsichtlich des Hubbleradius die Identität $y_{(1)} = y_{(2)} = y$ folgt. Die beiden Modelle

unterscheiden sich demnach nur im Verlauf der Rotverschiebung, welche (unter Verwendung von H) im dynamischen Fall gemäß $z_{(1)} = H s$ linear wird, aber im statischen Fall der nichtlinearen Beziehung $z_{(2)} = H s (c - H s)^{-1}$ genügt. Nur für $H s \ll c$ gilt $z_{(2)} \rightarrow z_{(1)}$, so daß eine empirische Entscheidung zwischen beiden Fällen nur dann möglich ist, wenn es gelingt Anomalien der Rotverschiebungen zu beobachten. Eine derartige Anomalie ist dann gegeben, wenn die Einzelkomponenten eines Spiralnebelsystems trotz nachgewiesenen physikalischen Zusammenhanges und größenordnungsmäßig ähnlichem Abstandes vom Beobachter erhebliche Unterschiede in der Rotverschiebung zeigen. Derartige Objekte existieren tatsächlich. Unter Voraussetzung des dynamischen Modells ist ein solcher Befund kaum verständlich, während im statischen Fall eine ~~derartige~~ Anomalie durch eine Anisotropie der σ -Verteilung evtl. erklärt werden könnte.

4.) Sternexplosionen.

Nunmehr soll der gravitative Feldverlauf eines einzelnen Sternes untersucht werden. Dieser Stern habe den Radius R und die Masse M , welche aus $1 \leq k \leq n$ Mischungskomponenten der Häufigkeiten $x_k \leq 1$ mit den Atomgewichten A_k zusammengesetzt ist. Ferner habe der Stern eine bestimmte Leuchtkraft, die im Abstand $r \geq R$ einen radialen Strahlungsdruck und somit eine radiale Beschleunigung $b(r)$ verursacht, welche an der Sternoberfläche $b(R) = B$ zu einer die Leuchtkraft des Sternes kennzeichnenden Größe B wird.

Da für die Häufigkeiten x_k der n Mischungskomponenten von M die Beziehung $\sum_{k=1}^n x_k = 1$ gilt, folgt

für das mittlere Atomgewicht des Sternes

$$A_s = \sum_{k=1}^n x_k A_k \quad \text{und für die Lage der Gravitations-}$$

grenze $A_s \cdot \int = a$, wenn zur Kurzung $a \cdot m_n^3 = h^2$

gesetzt wird. Damit gilt aber für den Verlauf des Betrages der Fallbeschleunigung im externen Bereich $r \geq R$ die Beziehung

$$r^2 \cdot g(r) = - \gamma^2 M e^q (1 - r^2/g^2) = - \\ = - \gamma^2 M e^q \cdot (1 - A_s^6 r^2/a^2). \text{ Ist } \bar{r}_0 \text{ der Einheitsvektor des Fahrstrahles } r, \text{ dann ist offenbar immer } \bar{b} = \bar{r}_0 \cdot b \text{ derart, daß } \cos(\bar{b}, \bar{g}) = -1 \text{ für } r < g \text{ und } \cos(\bar{b}, \bar{g}) = +1 \text{ für } r > g \text{ ist.}$$

Dies bedeutet aber, daß im Abstand r Materie vom Stern gravitativ angezogen wird (dem Strahlungsdruck entgegen) solange $b(r) + g(r) \leq 0$ bleibt, während diese Materie durch den Strahlungsdruck radial dem Gravitationsfeld entgegen beschleunigt wird, wenn

$b(r) + g(r) > 0$ wird. Es muß also eine Grenzdistanz $r = \mathcal{R} \geq R$ geben, für welche $b(\mathcal{R}) + g(\mathcal{R}) = 0$ ist. Aus dieser Bedingung folgt mit $b(\mathcal{R}) = \underline{b}$ und $q(\mathcal{R}) = \underline{q}$ für $\mathcal{R}$ die Beziehung

$$\mathcal{R}^2 \underline{b} = \gamma^2 M e^{\underline{q}} (1 - A_s^6 \mathcal{R}^2/a^2). \text{ Offensichtlich kann } 2 \varphi(\mathcal{R}) \ll c^2 \text{ und somit } \underline{q} \approx 0 \text{ angenommen werden, was für } \mathcal{R} \text{ die Darstellung}$$

$\mathcal{R} = \left(\frac{\underline{b}}{\gamma^2 M} + A_s^6/a^2 \right)^{-1/2}$ liefert. Diese kritische Distanz $\mathcal{R}$ ändert sich mit der Ausstrahlung b und der Zusammensetzung A_s des Sternes. Tatsächlich sind beide Größen langfristig veränderlich und werden in ihrem Zeitverlauf durch die intrastellaren thermonuklearen Prozesse bestimmt. Im allgemeinen wächst A_s als Folge dieser Brennvorgänge an, so daß $\dot{A}_s > 0$ zu setzen ist. Für den $\mathcal{R}$ -Verlauf liefert die Zeitdifferentiation

$$\dot{\mathcal{R}} = -1/2 \left(\frac{\underline{b}}{\gamma^2 M} + A_s^6/a^2 \right)^{-3/2} \left(\frac{\dot{\underline{b}}}{\gamma^2 M} + 6 A_s^5 \dot{A}_s/a^2 \right), \text{ weil } M \text{ praktisch als konstant angenommen werden darf. Wegen } \dot{\underline{b}} = \mathcal{R} \frac{d\underline{b}}{d\mathcal{R}} = \underline{b}' \cdot \dot{\mathcal{R}} \text{ gilt auch } \dot{\mathcal{R}} \left(1/2 \left(\frac{\underline{b}}{\gamma^2 M} + A_s^6/a^2 \right)^{3/2} + \frac{\underline{b}'}{\gamma^2 M} \right) = \\ = -6 A_s^5 \dot{A}_s/a^2. \text{ Für } \underline{b}' \geq 0 \text{ ist } \dot{\mathcal{R}} < 0$$

für $\dot{A}_S > 0$ unmittelbar evident. Gilt dagegen $\dot{b}' < 0$, dann muß für $\mathcal{K} < 0$ bei $\dot{A}_S > 0$ die Bedingung

$$|\dot{b}'| < \mathcal{K} M \left(\frac{\dot{b}}{\mathcal{K} M} + A_S^6/a^2 \right)^{3/2} =$$

$$= (\dot{b} + \mathcal{K} M A_S^6/a^2) \frac{\sqrt{\dot{b}}}{\mathcal{K} M + A_S^6/a^2} \text{ erfüllt sein.}$$

Unter dieser Voraussetzung ist also immer $\mathcal{K} < 0$, wenn $\dot{A}_S$ durch intrastellare Brennvorgänge ansteigt. Bei diesem, den Abfall von $\mathcal{K}$ bedingenden Anstieg von $\dot{A}_S$ kommt es wegen der Darstellung $A_S = \sum_{k=1}^n x_k A_k$ zu einer Verschiebung der Häufigkeiten x_k zugunsten höherer A_k . Schließlich kann sich während hinreichend langer Zeiten die Sternzusammensetzung gemäß

$$\sum_{k=1}^n x_k A_k \rightarrow \sum_{i=1}^m x'_i A'_i = A'_S \text{ völlig verän-}$$

dern und unter den extremen physikalischen Bedingungen des Sterninneren kann sich zum Beispiel bei $i = m$ entartete überschwere Materie bilden. Zwar ist über die Struktur der überschweren Materie kaum etwas bekannt, doch ist es denkbar, daß es sich hierbei um "Kondensationen von Nukleonenaggregaten" handelt, deren A'_m bei einigen 10^4 oder 10^5 liegt. Wird dies als Hypothese unterstellt, dann wird - wiederum sehr langfristig - eine Anreicherung derartiger Sternensubstanz möglich, so

$$\text{daß } x'_m A'_m \gg \sum_{i=1}^{m-1} x'_i A'_i, \text{ also}$$

$A'_S \approx x'_m A'_m = x'_m A$ in sehr guter Näherung erfüllt wird. Damit wird aber

$$\mathcal{K}' = \left(\frac{\dot{b}^{(0)}}{\mathcal{K} M} + x_m'^6 A^6/a^2 \right)^{-1/2} \text{ mit}$$

$$\dot{b}^{(0)} = \dot{b}(\mathcal{K}') \text{ allein von der Anreicherung überschwe-}$$

rer Materie bestimmt. Wenn nunmehr $x'_m \rightarrow x > x'_m$ weiterhin anwächst, derart, daß $\mathcal{K}' \rightarrow R$ den Sternradius bei $x'_m = x$ und $\dot{b}^{(0)} \rightarrow B$ erreicht, dann

muß ein kritischer Zustand entstehen, der durch $\kappa' = R$ sowie $b^{(0)} = B$ und $x'_m = x$ beschrieben und durch

$$x \quad A = \sqrt[6]{\frac{a^2}{R^2} \left(1 - \frac{BR^2}{\gamma^2 M}\right)} \quad \dots\dots\dots 5$$

dargestellt wird. Der hierdurch beschriebene Zustand ist deshalb kritisch, weil eine durch intrastellare Zustandsänderungen spontane Erhöhung von A auf $A + \Delta A$ zu einem Absinken des kritischen Radius auf

$\kappa' = R - \Delta R < R$ zur Folge hat, so daß sämtliche Sternmaterie zwischen den Sphäroidflächen der Radien R und $R - \Delta R$ wegen $B \gg 0$ explosionsartig vom Stern emittiert werden muß.

Für die attraktive Gravitationsgrenze eines Sternes im kritischen Zustand der Gleichung 5 gilt zweifellos $x^3 A^3 \gamma = a$ wegen $a \gamma^2 m_n^3 = h^2$, und dies bedeutet $R < \gamma$, wenn $B > 0$ ist. Im kritischen Zustand kann also der Stern als Komponente irgendeines Mehrfachsternsystems durchaus mit den übrigen Komponenten dieses Systems in einem attraktiven gravitativen Zusammenhang bleiben. Der durch Gleichung 5 beschriebene Zustand des Sternes bereitet sich evtl. sehr langfristig vor, doch ist dieser Zustand $R = \left(\frac{B}{\gamma^2 M} + x^6 A^6/a^2\right)^{-1/2}$ erreicht, dann ist eine kurzfristige Spontanänderung von A im Sinne eines Wachstums um ΔA durch eine möglicherweise geringfügige Zustandsänderung des Sterninnern denkbar, so daß eine Kontraktion auf

$$R - \Delta R = \left(\frac{B}{\gamma^2 M} + \frac{x^6}{a^2} (A + \Delta A)^6\right)^{-1/2} =$$

$$= R \left(\frac{BR^2}{\gamma^2 M} + \left(\frac{R}{a}\right)^2 x^6 A^6 (1 + Q)^6 \right)^{-1/2},$$

wenn zur Kürzung $Q \Delta A = \Delta A$ verwendet wird. In dieser Beziehung wird der Summand $\frac{BR^2}{\gamma^2 M}$ allein von

den Eigenschaften des Sternes bestimmt. Für den Betrag der Fallbeschleunigung an der Sternoberfläche gilt

$$|g(R)| = \frac{\gamma^2 M}{R^2} \left(1 - R^2/\gamma^2\right) e^{q(R)}, \text{ worin in sehr}$$

guter Näherung $2 \frac{R}{a} (R) \ll c^2$ und somit $q(R) \approx 0$ erfüllt ist. Zwar ist $R < \varrho$, doch sind diese beiden Größen im kritischen Zustand wegen $x^3 A^3 \varrho = a$ zumindest größenordnungsmäßig vergleichbar, so daß R^2/ϱ^2 nicht mehr gegenüber 1 vernachlässigt werden kann. Es gilt daher $|g(R)| = \frac{\chi^M}{R^2} (1 - R^2/\varrho^2)$.

Andererseits besteht in jedem stabil brennenden Stern ein Gleichgewichtszustand, der den Sternradius bestimmt, und der so beschaffen ist, daß an der Oberfläche R die durch den Strahlungsdruck bedingte Radialbeschleunigung B identisch wird mit der zentripetalen Fallbeschleunigung, so daß $B = |g(R)|$ zu setzen ist, Hieraus folgt aber unmittelbar $\frac{BR^2}{\chi^M} = 1 - R^2/\varrho^2 =$
 $= 1 - \left(\frac{R}{a}\right)^2 x^6 A^6$. Eingesetzt liefert dies für die Volumenkontraktion

$$R - \Delta R = R \left(1 + \left(\frac{R}{a}\right)^2 x^6 A^6 ((1 + Q)^6 - 1)\right)^{-1/2}.$$

Zwischen R vor der spontanen Änderung des Sternes und $R - \Delta R$ nach dieser Änderung liegt das Kugelschalenvolumen (wenn die Oberfläche des Sternes in guter Näherung als Kugelfläche aufgefaßt wird)

$$\Delta V = \frac{4}{3} \pi (R^3 - (R - \Delta R)^3) \text{ oder auf } V = \frac{4}{3} \pi R^3 \text{ bezogen } \frac{\Delta V}{V} = 1 - \left(1 - \frac{\Delta R}{R}\right)^3.$$

Nach Einsetzen von $R - \Delta R$ folgt unter Verwendung der Kürzung $P V = \Delta V$ für die spontane Volumenänderung des Sternes $P S = S - 1$ mit $S = \left(1 + \left(\frac{R}{a}\right)^2 x^6 A^6 ((1 + Q)^6 - 1)\right)^{3/2}$. Wenn also ein Stern im kritischen Zustand der Gleichung 5 eine spontane Erhöhung von A um ΔA oder $p_A = 100 \frac{\Delta A}{A} \%$ erfährt, dann muß es zu einer spontanen Kontraktion desjenigen Sternvolumens kommen, in welchem ein attraktiver Zusammenhalt der Materie gegeben ist derart, daß die Materie in der äußeren Kugelschale von $p_V = 100 \frac{\Delta V}{V} \%$ des Sternvolumens wegen $B > 0$ explosionsartig vom Stern emittiert wird. Der in dieser Beziehung auftretende Faktor $x^3 A^3 R/a = k$ kenn-

zeichnet offensichtlich den kritischen Zustand (5) vor dem Ausbruch. Da immerhin $B \geq 0$ und damit $\varrho \geq R$ vorausgesetzt werden darf, bleibt grundsätzlich $k \leq 1$. Für diesen Zusammenhang gilt

$$\frac{S}{S_0} = \frac{p_V}{100} = \frac{100 (S - 1)}{100} \quad \text{mit} \quad p_A$$

$$S = \left(1 + k^2 \left(\left(1 + \frac{p_A}{100} \right)^6 - 1 \right) \right)^{3/2}.$$

Erreicht $p_V = 2,5\%$, dann kann bei der Sternexplosion bereits von einem Novaausbruch, und bei $p_V = 5\%$ von einem Supernovaausbruch gesprochen werden. Die zu diesen Ausbrüchen erforderlichen spontanen A -Anstiege, also die p_A -Werte ergeben sich aus einer Elimination in Abhängigkeit von p_V und dem jeweiligen Sternzustand

$$p_A = 100 \left(\sqrt[6]{\left(\left(1 - \frac{p_V}{100} \right)^{-2/3} - 1 \right) \frac{1}{k^2 + 1} - 1} \right),$$

$$V \cdot p_V = 100 \Delta V, \quad A \cdot p_A = 100 \Delta A,$$

$$k = x^3 A^3 R/a \leq 1, \quad \gamma^2 m_n^2 a = h^2 \dots\dots\dots 6.$$

5. Schlußbemerkung

Mit der vorgeschlagenen Revision (1) des Newton'schen Gravitationsgesetzes, welches für $2 \varphi \ll c^2$ und $r \ll \varrho$ von (1) impliziert wird, ist es offensichtlich möglich, eine Reihe astronomischer Phänomene (kosmologische Rotverschiebung und ihre Anomalien, das Fehlen von Systemen höherer Ordnung als Spiralnebelnester oder aber evtl. die Erscheinung von Sternexplosionen) in einem einheitlichen Zusammenhang zu verstehen. Allerdings ist es notwendig, die zunächst spekulativ anmutende vorgeschlagene formale Revision des Gravitationsgesetzes - die zu Gleichung (1) führte - aus einem übergeordneten Zusammenhang herzuleiten. Dies soll evtl. in einer weiteren Schrift durchgeführt werden.

Zur Veranschaulichung der Überlegungen hinsichtlich der

Sternexplosionen wurde Gleichung (6) in einer Tabelle des Anhanges für 10 Sternzustände k und 26 vorgegebene Werte für p_V tabuliert. Die k werden vorgegeben von $k_1 = 0,1$ bis $k_{10} = 1,0$ mit $k_{m+1} - k_m = 0,1$, während p_V vorgegeben wird in 26 Werten von $p_V^{(1)} = 2,5\%$ bis $p_V^{(26)} = 5,0\%$ wiederum mit $p_V^{(m+1)} - p_V^{(m)} = 0,1$. In der Tabelle erscheint für jedes Wertepaar (k, p_V) der nach Gleichung 6 zugehörige p_A - Wert.

k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
2'5	0.1000	0.3000	0.4000	0.5000
2'6	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2'7	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2'8	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2'9	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3'0	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3'1	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3'2	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3'3	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3'4	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3'5	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3'6	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3'7	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3'8	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3'9	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4'0	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4'1	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4'2	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4'3	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4'4	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4'5	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4'6	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4'7	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4'8	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4'9	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5'0	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Anhang: Tabelle der p_A -Werte für 10 Stetnizstände.

r_6

r_7

r_8

r_9

r_{10}

	r_6	r_7	r_8	r_9	r_{10}
2,5	0,6000	0,7000	0,8000	0,9000	1,0000
2,6	0,7100	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2,7	0,8200	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2,8	0,9300	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2,9	0,0400	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3,0	0,1500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3,1	0,2600	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3,2	0,3700	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3,3	0,4800	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3,4	0,5900	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3,5	0,7000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3,6	0,8100	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3,7	0,9200	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3,8	1,0300	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3,9	1,1400	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,0	1,2500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,1	1,3600	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,2	1,4700	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,3	1,5800	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,4	1,6900	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,5	1,8000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,6	1,9100	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,7	2,0200	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,8	2,1300	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,9	2,2400	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5,0	2,3500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fortsetzung der Tabelle der r_A - Werte