

Die Magnetfelder der Himmelskörper.

Die im ersten Teil angeführte approximative Feldgleichung b
 nämlich $\text{rot}(\vec{H} + \frac{\vec{E}}{c}) = \vec{N}$; $\text{grad } \varphi + \mu_0 \vec{J} - \frac{\dot{\vec{H}}}{c}$ mit $\vec{N} = \chi(\frac{\vec{r}}{r} // - \vec{\omega} \times ())$
 und $\chi = \frac{2}{c} \cdot 10^3 \sqrt{\frac{3 \mu_0}{\pi \gamma}}$ ist offenbar eine durch die Feldtheorie not-
 wendig gewordene, wenn auch approximative Erweiterung des elektromagne-
 tischen Induktionsgesetzes. Trotz dieser Erweiterung kann aber immer
 in sehr guter Näherung (der Approximationsfehler dürfte weit unter der
 Messbarkeitsgrenze liegen) $\text{rot } \vec{E} \approx - \dot{\vec{H}}$ [Gauss/sec] geschrieben wer-
 den, wodurch Gleichung b auf $\text{rot } \vec{H} = \vec{N}$; $\text{grad } \varphi + \mu_0 \vec{J}$ reduziert wird. Jed
 elektrische Stromfluß $\vec{J} > \vec{0}$ erregt ein magnetisches Feld $\text{rot } \vec{H} \neq \vec{0}$
 derart, daß nach den einfachen Maxwell - Gleichungen für $\vec{J} = \vec{0}$ auch
 $\text{rot } \vec{H} = \vec{0}$ würde. Wird angenommen, daß in der Masse M, welche $\text{grad } \varphi$ er-
 regt, überhaupt kein elektrischer Strom fließt, also $\vec{J} = \vec{0}$ ist, dann blei
 nach Gleichung b trotzdem $\text{rot } \vec{H} \neq \vec{0}$ solange $\vec{N}$ vom Nulloperator ver-
 schieden bleibt, denn $\text{grad } \varphi = \vec{0}$ wird nur für $r = a$ möglich, doch soll
 $r \ll a$ vorausgesetzt werden, sodass dieser Fall ausscheidet, oder
 aber es muß $M = 0$ sein, was ebenfalls ausgeschlossen werden soll.
 $\text{rot } \vec{H} = \vec{N}$; $\text{grad } \varphi$ kann also nur für $\vec{N} = 0$ verschwinden, doch würde
 dies, wegen $\vec{N} = \chi(\frac{\vec{r}}{r} // - \vec{\omega} \times ())$, bedeuten, daß die/das Feld $\text{grad } \varphi = \vec{g}$
 erregende Masse M in völliger Ruhe bleibt, daß also sowohl eine trans-
 latorische Relativbewegung $\vec{r} = 0$ als auch eine relativ zum Schwerpunkt
 erfolgende Rotation mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \vec{0}$ verschwindet.
 Wenn also eine das Gravitationsfeld $\vec{g} = \text{grad } \varphi$ erregende Masse M sich
 in irgend einem Bewegungszustand (ausgedrückt durch den Operator $\vec{N}$)
 befindet, dann wird diese Bewegung, auch dann, wenn völlige elektrische
 Neutralität herrscht, nach Gleichung b von einem Magnetfeld $\text{rot } \vec{H} =$
 $= \vec{N}$; $\vec{g} \neq \vec{0}$ begleitet. Diese Aussage könnte aber evtl. zur experimen-

tellen Prüfung der neuen Feldtheorie verwendet werden, denn es wäre denkbar, daß die nach der Theorie durch Massenbewegungen entstandenen Magnetfelder unter geeigneten Bedingungen nachgewiesen werden können.

Der allgemeine Bewegungszustand N wird durch $\dot{\vec{r}} \neq \vec{0}$ und $\vec{\omega} \neq \vec{0}$ gekennzeichnet und diese allgemeine Bewegung wiederum kann in einen rein radial translatorischen Anteil $\dot{\vec{r}} \neq \vec{0}$ mit $\vec{\omega} = \vec{0}$ und in einen rotatorischen Anteil $\vec{\omega} \neq \vec{0}$ mit $\dot{\vec{r}} = \vec{0}$ zerlegt werden. In jedem Fall sind $\dot{\vec{r}} = \text{const}$ und $\vec{\omega} = \text{const}$ hinsichtlich der Zeit t , weil andernfalls die Gleichung Δ nicht gilt. Liegt die geradlinig, gleichförmige Translation $\dot{\vec{r}} \neq \vec{0}$ mit $\vec{\omega} = \vec{0}$ vor, dann zeigt die für diesen Fall spezialisierte Fassung $\text{rot } \vec{H}_T = \chi \frac{\dot{\vec{r}}}{r} g$, dass bei dieser Translation ein relatives Magnetfeld $\vec{H}_T \neq \vec{0}$ entstehen muß, dessen Rotor die gleiche Richtungslinie hat, wie der Vektor der Translationsgeschwindigkeit. Dieser spezielle Fall reiner Translation soll nicht weiter diskutiert werden sondern nur diesen Sachverhalt aufzeigen, denn eine Integration von $\text{rot } \vec{H}_T$ zeigt, dass eine empirische Prüfung kaum möglich sein wird, weil die bewegten Massen und ihre Relativgeschwindigkeiten im Bereich kosmischer Größenordnungen sein müssen um messbare Felder $\vec{H}_T$ zu erhalten. Im Universum wiederum ist dieser Sonderfall reiner Translation bei gleichzeitiger Einhaltung von $\dot{\vec{r}} = \text{const.}$ und der meßtechnischen Bedingungen offenbar nicht erfüllt.

Im Gegensatz hierzu erscheint es angebracht, die rein rotatorische Bewegung $\vec{\omega} \neq \vec{0}$ mit $\dot{\vec{r}} = \vec{0}$, also $\text{rot } \vec{H}_R = -\chi \vec{\omega} \times \vec{g} = -\chi \vec{g} \times \vec{\omega}$ näher zu untersuchen. $\dot{\vec{r}} = \vec{0}$ setzt $r = \text{const}$ voraus und dies sei der Radius einer kugelförmigen Masse M , die das Gravitationsfeld $\vec{g}$ erregt und mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ rotiert. Dieser $\vec{\omega}$ läuft dabei normal zur Äquatorebene und zu den Schnittebene der Breitenparallelen, sodass er als zeitliche Änderung der Längengrad

aufgefaßt werden kann. Hieraus folgt, daß seine Richtungslinie mit der Drehachse von M zusammenfällt, sodaß $\angle(\bar{w}, \bar{r}) = \vartheta$ die Poldistanz angibt. Da $\bar{g}$ dem Radiusvektor entgegengerichtet ist, muß $\angle(\bar{g}, \bar{w}) = \vartheta + \pi$ sein.

Ist weiter $d\bar{F}$ das Element einer Fläche, welche von einem halben Kugelmeridian begrenzt und somit von $\bar{r}$ und $\bar{w}$ aufgespannt wird, dann gilt immer $d\bar{F} = 1/2 r^2 d\vartheta$ und damit kann die Integration $\int \text{rot } \bar{H}_R d\bar{F} = \kappa \int \bar{g} \times \bar{w} d\bar{F}$ ausgeführt werden. Offenbar ist $\angle(\bar{g} \times \bar{w}, d\bar{F}) = 0$, sodaß sich $\int \text{rot } \bar{H}_R d\bar{F} = \kappa \int \bar{g} \times \bar{w} d\bar{F} = \frac{\kappa}{2} r^2 \int \omega / g / \sin(\pi + \vartheta) d\vartheta = - \frac{\kappa}{2} r^2 / g / \omega \int \sin \vartheta d\vartheta$ ergibt. Die Fläche $\bar{F}$ wird dabei vom Kugeldurchmesser und einem Halbmeridian begrenzt, sodass für den Betrag des Linienelementes $ds = r d\vartheta$ gilt, weil $r = \text{const}$ ist. Ist ferner $\bar{H}_h$ die Horizontalkomponente von $\bar{H}_R$, welche den Kugelmeridianen parallel läuft, dann kann für $\int \text{rot } \bar{H}_R d\bar{F}$ der Stokesche Integralsatz in der Form $\int \text{rot } \bar{H}_R d\bar{F} = \oint \bar{H}_h d\bar{s} = \kappa \int \bar{H}_h d\vartheta$ angewendet werden, weil nach den Untersuchungen der reinen Translation und der Orientierung der Rotationsbewegung $\angle(\bar{H}_h, d\bar{s}) = \pi$ sein muß. Substitution mit $\int \text{rot } \bar{H}_R d\bar{F} = - r \int \bar{H}_h d\vartheta$ und Differentiation nach ϑ liefert dann für die Horizontalkomponente $H_h = \frac{\kappa}{2} r / g / \omega \sin \vartheta$. Hierin kann ϑ , wegen $\vartheta = \frac{\pi}{2} - \varphi$ durch die Breitengrade φ ersetzt werden und für $/g/$ kann, nach der Analyse der Gleichung a aus dem ersten Teil dieser Schrift, wegen $r \ll \varrho$, immer in sehr guter Näherung $/g/ \approx /g_m/ = \frac{\gamma M}{r^2}$ gesetzt werden. Wird mit diesen Größen substituiert, dann folgt für die Horizontalkomponente $H_h = \frac{\gamma}{2} \kappa M \frac{\omega}{r^2} \cos \varphi$, wobei zu bemerken wäre, daß r nicht notwendig als Radius des von M ausgefüllten Kugelvolumens interpretiert werden muß; r kann vielmehr der Radius irgend einer ausserhalb M liegenden, gravitativen Niveaufläche sein.

Wenn also nach dem Vorangegangenen eine Masse M mit der

Frequenz ω rotiert, dann müßte ein Magnetfeld H_h mit der Horizontalkomponente H_h auftreten und es wäre zu untersuchen, unter welchen technischen Bedingungen ein solches Magnetfeld nachgewiesen werden kann.

Ist g_0 die Fallbeschleunigung an der Erdoberfläche, füllt weiter M ein Kugelvolumen vom Radius r_0 aus und ist σ das spezifische Gewicht dieser Materie, dann wird am Äquator $H_h = \frac{2}{c} \frac{\pi \gamma \chi}{g_0} \sigma r_0^2 \omega$ weil hier $\varphi = 0$ ist. Da $\chi = \frac{2}{c} 10^3 \sqrt{\frac{3\mu_0}{\pi \gamma}}$ ist, folgt, nach Einsetzen der Naturkonstanten, $\chi \approx 8 \cdot 10^{-4}$ und $\frac{2}{c} \frac{\pi \gamma \chi}{g_0} \approx 1,1 \cdot 10^{-14}$. Ist ΔH die Messbarkeitsgrenze eines Magnetfeldes und $b = n g_0$ diejenige Centrifugalbeschleunigung in vielfachen n der irdischen Fallbeschleunigung g_0 , die das Kugelmateriale σ aufgrund seiner Zerreißfestigkeit noch aushält, dann folgt $\omega = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{n g_0}{r_0}}$, also für den Kugelradius $r_0 \approx 3,4 \cdot 10^9 \sqrt{\frac{(\Delta H)^2}{\sigma^2 n}}$.

Wenn somit eine Kugel vom Radius r_0 aus einem Material vom spezifischen Gewicht σ hergestellt wird, das aufgrund seiner Zerreißfestigkeit die Centrifugalbeschleunigung $n g_0$ aushält, dann muß ein Magnetfeld ΔH nachweisbar sein, wenn die Kugel mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotiert. Das Kugelmateriale darf dabei auf keinen Fall ferromagnetisch sein und sollte nach Möglichkeit den elektrischen Strom schlecht leiten (um den Nicolseffekt herabzusetzen) und eine hohe Zerreißfestigkeit haben.

Für die experimenteltechnische Durchführung eines solchen Versuches ist aber besonders wichtig, die Meßbarkeitsgrenze ΔH möglichst stark herabzusetzen, denn nur dann bewegen sich r_0 , n und σ in technisch realisierbaren Größenordnungen. Wird die magnetische Feldmessung induktiv durchgeführt, dann erscheint die Messung in Form elektrischer Spannungsschübe. Ohne weiteres dürfte es möglich sein, die Frequenz

dieser Spannungstöße durch geeignete Konstruktion rotierender Induktionsspulen auf die Größenordnung 10^2 [sec⁻¹] zu bringen. In unserem Laboratorium wurde inzwischen ein Spezialgerät entwickelt, welches es möglich macht, im Frequenzbereich zwischen 8 Hz und 2000 Hz noch elektrische Spannungsschwankungen von $\pm 10^{-6}$ [Volt] zu oszillographieren, ~~xxx~~ sodaß durchaus damit zu rechnen ist, daß auf diese Weise die Gleichung 1 einer direkten experimentellen Überprüfung im Laboratorium zugänglich gemacht werden kann.

Eine solche direkte experimentelle Prüfung im Laboratoriumsversuch könnte sich aber erübrigen, denn im kosmischen Bereich sind die Bedingungen von rot $\vec{H}_R = \kappa \vec{g} \times \vec{\omega}$ erfüllt, weil ~~da~~ jeder rotierende Himmelskörper nichts anderes ist, als eine mit $\vec{\omega}$ rotierende träge Masse, sodass in der Umgebung der Oberfläche solcher Himmelskörper immer Magnetfelder nachweisbar sein müssen, wobei ein auf der Oberfläche ruhender Messort zwar auf dieser Oberfläche ruht, aber relativ zur Drehachse bewegt wird, sodaß in jedem Fall das Magnetfeld nachweisbar sein muß.

Als Beispiel werde zunächst das lunare Magnetfeld untersucht. In $H_h = \frac{\gamma}{2} \kappa M \frac{\omega}{r} \cos \varphi \approx 2,64 \cdot 10^{-14} M \frac{\omega}{r} \cos \varphi$ müssen die Größen M und ω für den Mond eingesetzt werden. Wäre $\omega = 0$, dann hätte der Mond überhaupt kein Magnetfeld. Tatsächlich ist aber mit dem Monatsumlauf in 28 Tagen jeweils eine Drehung um die Mondachse verbunden, sodaß für den Mond $\omega \approx 4,1 \cdot 10^{-7}$ [sec⁻¹] zu setzen ist, was mit der Mondmasse $M \approx 7,4 \cdot 10^{22}$ [kg] in H_h eingesetzt $H_h \approx \frac{814}{r} \cos \varphi$ liefert. Da für den Mondradius $r \approx 1,74 \cdot 10^6$ [m] gilt, folgt für das horizontale lunare Magnetfeld an der Mondoberfläche $H_h \approx 4,65 \cdot 10^{-4} \cos \varphi$ [Gauss]. In einer Entfernung von einigen 10^3 km von der Mondoberfläche kann also das mondmagnetische Feld nur einige 10^{-4} bis einige 10^{-5} [Gauss]

in der Ebene $\cos \varphi = 1$ betragen, d.h. derart geringe magnetische Feldstärken können durch andere magnetische Effekte, die z.B. durch die Bewegung des ionisierten Sonnenwinds u.s.w., überdeckt werden, sodass sie nicht nachgewiesen werden können wenn das Meßgerät den Mond in einigen 10^5 km Abstand von der Oberfläche umfährt. Tatsächlich wurde von der russischen automatischen Station bei der Mondumfahrung ein mondmagnetisches Feld nicht nachgewiesen.

Die Gleichungen für H_h muß es möglich machen, auch die Horizontalkomponente des erdmagnetischen Feldes in Abhängigkeit von der geographischen Breite zu berechnen. Mit $\frac{\gamma}{2} \approx 2,64 \cdot 10^{-14}$, $\omega = \frac{10^{-4}}{8,64} [\text{sec}^{-1}]$ (Tagesrotation), sowie $r \approx 6,37 \cdot 10^6 [\text{m}]$ (ein Mittelwert) und $M \approx 6 \cdot 10^{24} [\text{kg}]$ folgt für die Horizontalkomponente des Magnetfeldes an der Erdoberfläche die Abschätzung $H_h = 0,29 \cdot \cos \varphi$.

Für die Breitengrade (jeweils von 10 zu 10) ergibt sich die theoretische Zusammenstellung

Tabelle I

φ	80°	70°	60°	50°	40°	30°	20°	10°	0°
H_h	49	98,6	145	186,4	222	251	272,5	285,6	290

wenn als Einheit $10^{-3} [\text{Gauss}]$ verwendet wird. Die eindeutigen Angaben von H_h beziehen sich sowohl auf ördliche als auch auf südliche Breiten.

Im Rahmen der geophysikalischen Untersuchungen wurden weitgehende erdmagnetische Feldmessungen durchgeführt und von 10 zu 10 Grad geographischer Breite und von 10 zu 10 Grad geographischer Länge zusammengestellt. Für die nachstehenden Untersuchungen wurde die Tabelle für die erdmagnetische Horizontalintensität zu Beginn des Jahres 1945 (3252 Tabellen und Karten für die Verteilung des Feldes und die Säkularvariation nach Vestine [1]) verwendet. Theoretisch mußten sich längs der einzelnen Breitenparallelen jeweils konstante Feldgrößen ergeben, doch kann dies praktisch niemals erwartet werden, denn einer-

seits ist dann zu erwarten, daß das Inneren des Silero- und Siliko-sphäre, sowie die der Sims- und Sialschicht homogen zusammengesetzt ist und andererseits werden auch Magmabewegungen vorhanden sein. Weiter liegt zwar die Magmatemperatur weit über dem Curie-punkt aber in der ebenfalls inhomogenen zusammengesetzten Frakturzone ist dies keineswegs der Fall, sodaß hier in den einzelnen Schichtungen starke Schwankungen der magnetischen Permeabilität auftreten können, insbesondere dann, wenn in der Frakturzone Lager ferromagnetischer Mineralien vorhanden sind. Hierdurch muß eine Lokalvariation der Feldintensität längs der Breitenparallelen verursacht werden. Schließlich wird das erdmagnetische Feld noch induktiv durch die Ströme ionisierten Sonnengases gestört, welche den Teil des Planetensystems durchströmen, der zu dem betreffenden Zeitpunkt gerade vom Erdkörper durchlaufen wird, sodass neben ~~den~~ den lokalen, vom Längengrad abhängigen Schwankungen noch zeitliche Schwankungen hinzukommen, deren Rhythmus im wesentlichen von der jeweiligen Sonnentätigkeit bestimmt wird. Aus diesem Grunde wurde die oben angeführte Tabelle mit den Meßwerten gemittelt, d.h. für jeden der zur Diskussion stehenden Breitengrade wurde das arithmetische Mittel der Meßgrößen aller Längengrade errechnet, was für die nördlichen Breiten zu den Mittelwerten $\bar{H}_h(N)$ und für die südlichen $\bar{H}_h(S)$ führt. Schließlich wurde noch $\bar{H}_h = \frac{1}{2} (\bar{H}_h(N) + \bar{H}_h(S))$ als Mittelwert von $\bar{H}_h(N)$ auf $c^\circ N$ und $\bar{H}_h(S)$ auf den entsprechenden Breitengrad $c^\circ S$ gebildet. Die so gemittelten Meßwerte der magnetischen Horizontalkomponente (aufgenommen zu Beginn des Jahres 1945) sind in der nachstehenden Tabelle zusammengefaßt.

Tabelle II

φ	80°	70°	60°	50°	40°	30°	20°	10°	0°
$\bar{H}_h(N)$	42	83,3	130,3	191	243,3	288,2	322	327,7	333,
$\bar{H}_h(S)$	151,5	149,6	171,2	190,6	208,3	235,1	271	307,4	333,
$\bar{H}_h$	96,7	116,5	153,7	190,8	225,8	261,7	296,5	317,5	333,

Kennzeichen $\delta_1 = H_h - \bar{H}_h(N)$ sowie $\delta_2 = H_h - \bar{H}_h(S)$ und $\delta_3 = H_h - \bar{H}_h$ die Abweichungen dieser Mittelwerte von den theoretischen Werten der Tabelle I, so folgt für diese Abweichungen die Zusammenstellung

Tabelle III

φ	80°	70°	60°	50°	40°	30°	20°	10°	0°
δ_1	+7	+15,3	+ 8,7	-4,6	-21,3	-37,2	-49,5	-42,1	-43,4
δ_2	-102,5	-51	-26,2	-4,2	+13,7	+15,9	+ 1,5	-21,8	-43,4
δ_3	- 47,7	-17,9	- 8,7	-4,4	- 3,8	-10,7	-24	-31,9	-43,4

Diese Abweichungen können noch Tagesschwankungen von maximal ± 10 Einheiten unterworfen sein. Auffällig ist die starke Abweichung längs 80° . Auf jeden Fall verschwinden nirgends die Abweichungen von der Theorie vollständig, doch mag dies daran liegen, daß Gleichung b selbst nur eine Abschätzung ist und deshalb approximativen Charakter trägt und weil außerdem der Erdkörper keineswegs eine homogen zusammengesetzte ideale Kugel ist sondern tatsächlich ein inhomogen zusammengesetztes unregelmäßiges Ellipsoid darstellt. Größenordnungsmäßig wird aber offensichtlich nach Tabelle III die Horizontalintensität des erdmagnetischen Feldes durch die Approximation b ganz gut wiedergegeben. Neben dieser Horizontalintensität $\bar{H}_h$ wird $\bar{H}_R = \bar{H}_h + \bar{H}_v$ noch von einer Vertikalintensität $\bar{H}_v \perp \bar{H}_h$ bestimmt, doch liegt es in der Natur des Feldrotors, daß diese Intensität von der Approximation b nicht/erfaßt werden kann aber in einem hermiteschen Anteil erscheint, welcher bei der zu Gleichung b führenden Approximation verloren gegangen ist. Eine Erfassung dieser Vertikalkomponente ist mit sehr großen mathematischen Schwierigkeiten verbunden, doch ist für die nächste Zeit die mathematische Lösung des Problems geplant, sodaß dann die Möglichkeit besteht, auch $\bar{H}_v$ sowie die Gesamtintensität $\bar{H}_R$ und die magnetische Inklination mit den geophysikalischen Messungen des erdmagnetischen Feldes zu vergleichen.