

Tim Florian Jaeger

Fuzzy Logic - Klassische und Fuzzy-Mengenlehre

Zusammenfassung

BEI GRIN MACHT SICH IHR WISSEN BEZAHLT



- Wir veröffentlichen Ihre Hausarbeit, Bachelor- und Masterarbeit
- Ihr eigenes eBook und Buch - weltweit in allen wichtigen Shops
- Verdienen Sie an jedem Verkauf

Jetzt bei www.GRIN.com hochladen
und kostenlos publizieren



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de/> abrufbar.

Dieses Werk sowie alle darin enthaltenen einzelnen Beiträge und Abbildungen sind urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsschutz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlanges. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen, Auswertungen durch Datenbanken und für die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronische Systeme. Alle Rechte, auch die des auszugsweisen Nachdrucks, der fotomechanischen Wiedergabe (einschließlich Mikrokopie) sowie der Auswertung durch Datenbanken oder ähnliche Einrichtungen, vorbehalten.

Impressum:

Copyright © 2000 GRIN Verlag
ISBN: 9783638109550

Dieses Buch bei GRIN:

<https://www.grin.com/document/1543>

Tim Florian Jaeger

Fuzzy Logic - Klassische und Fuzzy-Mengenlehre

GRIN - Your knowledge has value

Der GRIN Verlag publiziert seit 1998 wissenschaftliche Arbeiten von Studenten, Hochschullehrern und anderen Akademikern als eBook und gedrucktes Buch. Die Verlagswebsite www.grin.com ist die ideale Plattform zur Veröffentlichung von Hausarbeiten, Abschlussarbeiten, wissenschaftlichen Aufsätzen, Dissertationen und Fachbüchern.

Besuchen Sie uns im Internet:

<http://www.grin.com/>

<http://www.facebook.com/grincom>

http://www.twitter.com/grin_com

Klassische & Fuzzy Mengenlehre

Für das PS, Fuzzy Methoden

Autor : Florian Jaeger

Klassische & Fuzzy Mengenlehre

Zusammenfassung der S. 4-14 aus
G. J. Klir / T.A. Folger (1992):

Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information

Übersicht

- Terminologie
- Auffrischung der Mengentheoretischen Grundlagen
 - Charakteristische Funktion
- Einführung in die Theorie der Fuzzy Mengen
 - Zugehörigkeitsfunktion
 - Induktiver Aufbau

Terminologie

- Großbuchstaben stehen für Mengen
 - A, B, C,.....
- X ist die universelle Menge (i.A. endlich)
- \emptyset ist die leere Menge
- \mathbb{R}^n ist eine oft benutzte universelle Menge

Definitionen - Mengen

- Mengen werden wie folgt beschrieben:
 - Extensional: $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$
 - Intensional: $B = \{b \mid b \text{ has prop. } P_1, \dots, P_n\}$
- Mengen enthalten Elemente
 - Elemente von Mengen können selbst wieder Mengen sein.
 - Induktiver Aufbau von Mengen der n-ten Ebene

Relationen

- Binäre Relationen zwischen Mengen
 - Inklusion: $A \subseteq B$
 - Echte Inklusion: $A \subset B$
 - Gleichheit: $A = B$ $(A \subseteq B \text{ und } B \subseteq A)$
 - Ungleichheit: $A \neq B$

Operationen 1

- (hier) zwischen Mengen gleicher Ebene
 - Asymmetrische Subtraktion: $A - B$
 - Symmetrische Subtraktion: $A \Delta B$
 - Komplement
 - Vereinigung Durchschnitt

Operationen 2

- können in Mengen einer anderen Ebene resultieren
 - z.B. Potenzmengenbildung
- Unäre oder mehrstellige Operationen
- Abkürzende Schreibweisen
 - Generalisierung der Vereinigung und des Durchschnitts

Operationen - Gesetze

Involution

$$\overline{\overline{A}} = A$$

Commutativity

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

Associativity

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

Distributivity

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

Idempotence

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

Absorption

$$A \cup (A \cap B) = A$$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

Absorption of complement

$$A \cup (\overline{A} \cap B) = A \cup B$$

$$A \cap (\overline{A} \cup B) = A \cap B$$

Absorption by X and \emptyset

$$A \cup X = X$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

Identity

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cap X = A$$

Law of contradiction

$$A \cap \overline{A} = \emptyset$$

Law of excluded middle

$$A \cup \overline{A} = X$$

DeMorgan's laws

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Konvexe Mengen

- Eine Menge $A \subseteq \mathbb{R}^n$ ist konvex, wenn
 - Für alle $a, b \in A$ (a, b sind n -dim. Vektoren) Alle Punkte c auf der Geraden, die durch a und b geht:
 - $c \in A$

Charakteristische Funktion

- bildet alle Elemente der universellen Menge X auf die Menge $\{0,1\}$ ab.
 - $\mu_A : X \rightarrow \{0,1\}$
 - $\mu_A(x) = 1$, wenn x in A enthalten
 - $\mu_A(x) = 0$, wenn x nicht in A enthalten

Übersicht

- Terminologie
- Auffrischung der Mengentheoretischen Grundlagen
 - Charakteristische Funktion
- Einführung in die Theorie der Fuzzy Mengen
 - Zugehörigkeitsfunktion
 - Induktiver Aufbau

Fuzzy Mengen

- Idee:
 - Elemente können nicht nur zu einer Menge gehören oder nicht.
 - Elemente gehören mit einem gewissen Grad zu einer Menge.
 - Der Charakteristischen Funktion entspricht die Zugehörigkeitsfunktion.

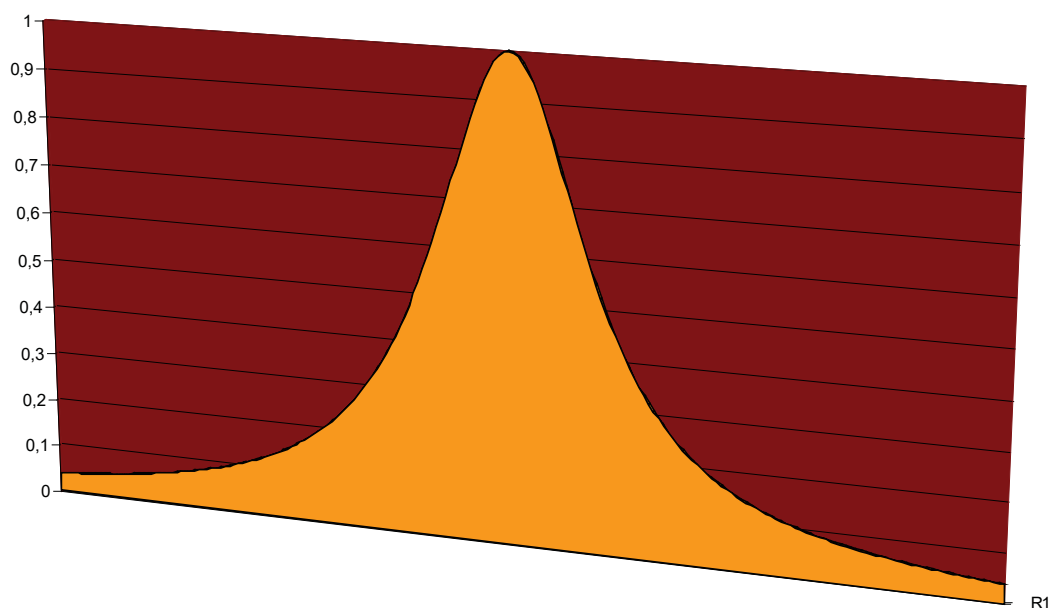
Zugehörigkeitsfunktion

- bildet alle Elemente der universellen Menge X auf das Intervall $[0,1]$ ab.
 - $\mu_A : X \rightarrow [0,1]$
 - $\mu_A(x) = 1$, wenn x in A enthalten
 - $\mu_A(x) = 0$, wenn x nicht in A enthalten
 - $\mu_A(x) \in]0,1[$, wenn die charakteristische Eigenschaft von A nur teilweise auf x zutrifft.

Zugehörigkeit vs. Wahrscheinlichkeit

- Grad der Zugehörigkeit ist nicht mit Wahrscheinlichkeit der Zugehörigkeit zu verwechseln.
 - Summe / Integral aller Zugehörigkeiten muss nicht gleich 1 sein.
 - → Kapitel 4

Beispiel



Anwendung

- z.B. Modellierung von (unscharfen, subjektiven) Konzepten oder Begriffen.
 - Durch Experimente sind die (teilweise unbewussten) Urteile der Testpersonen leicht zu ermitteln.
 - z.B. Messen der Reaktionszeit beim Urteilen
 - Annäherung durch Fuzzy Mengen / Intervalle
 - → Kapitel 6

Rekursiver Aufbau 1

- Ineinanderbauende Ebenen
 - Mengen von Fuzzy Mengen (s.a. klassische Mengenlehre), etc.
 - Fuzzy-Potenzmenge \underline{P} : Menge aller Fuzzy Teilmengen über X .
 - $\underline{P}^k(X) \rightarrow \underline{P}(\underline{P}^{k-1}(X))$
 - $\mu_A : \underline{P}(X)^{k-1} \rightarrow [0,1]$

Rekursiver Aufbau 2

- Aufeinanderbauende Ebenen
 - z.B. „intelligent“, Grade der Zugehörigkeit „durchschnittlich“, „herausragend“, etc. (Ebene-1 Fuzzy Mengen)
 - Um Zugehörigkeit ebenfalls „fuzzy“ realisieren zu können (nicht in exakten Zahlen).

Fuzzy, fuzzier, ...

- Fuzzy Mengen zur Beschreibung anderer Fuzzy Mengen erlauben unschärfere Beschreibung.
- Andere Möglichkeit:
 - Abbildung auf Teil-Intervalle/Mengen
 - $\mu_A : X \rightarrow P([0,1])$

Fuzzy Mengen vs. Fuzzy Messungen

- Fuzzy Messungen:
 - $g: P(X) \rightarrow [0,1]$
 - Unsicherheit bezüglich der Zugehörigkeit eines Elements x aus X zu den Teilmenge von X .
 - Die fraglichen Teilmengen sind jedoch „scharf“, d.h. nicht fuzzy.
 - → Kapitel 4

Abbildungsverzeichnis

- Alle Abbildungen sind veränderte vom Referent, jedoch ursprünglich aus

G. J. Klir / T.A. Folger (1992):

Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information

entnommen.

BEI GRIN MACHT SICH IHR WISSEN BEZAHLT



- Wir veröffentlichen Ihre Hausarbeit, Bachelor- und Masterarbeit
- Ihr eigenes eBook und Buch - weltweit in allen wichtigen Shops
- Verdienen Sie an jedem Verkauf

Jetzt bei www.GRIN.com hochladen
und kostenlos publizieren

